INSTITUT
DE RECHERCHE
POUR L'ENSEIGNEMENT
DES MATHEMATIQUES

8
Mai 1992

QUELLE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES EN FORMATION DES MAITRES : QUELQUES QUESTIONS POSEES PAR DES EXPERIENCES D'ENSEIGNEMENT EN FORMATION INITIALE ET CONTINUE D'INSTITUTEURS, DE PROFESSEURS DE COLLEGES ET DE LYCEES

PAR D. BUTLEN et J. BOLON

DOCUMENT DE TRAVAIL POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS

UNIVERSITE PARIS 7

Quelle didactique des mathématiques en formation des maîtres : quelques questions posées par des expériences d'enseignement en formation initiale et continue d'instituteurs, de professeurs de collèges et de lycées.

Denis BUTLEN
Jeanne BOLON

Didacticien et/ou formateur ?

Parmi les nombreux problèmes soulevés par la formation professionnelle des futurs enseignants, nous voulons aborder ici celui des formateurs : qui peut (doit) prendre part aux différentes formations et à quel titre ?

Les didacticiens ont un certain nombre de connaissances sur le fonctionnement de la classe de mathématiques, ce sont souvent des enseignants eux-mêmes et à ce titre ils ont aussi un certain bagage pratique, une certaine familiarité avec le milieu, qu'ils peuvent utiliser comme source d'exemples notamment.
Cependant il n'est pas a priori évident qu'ils soient le mieux placés comme formateurs : comme le rappelait J. Rogalski au séminaire de didactique national d'octobre 1991, dans le domaine du travail, les experts ne sont pas les formateurs...
En effet rien ne garantit par exemple que la connaissance du système "classe" que peut transmettre le didacticien soit indispensable pour gérer au mieux la dite classe.
Rien ne garantit non plus que la transmission soit bien assurée seule par le chercheur, qui ne saura peut-être pas optimiser la "transposition didactique" nécessaire...
Peut-être faut-il des formateurs plurivalents ?
Dans ce document, nous laissons la parole sur ce problème à des formateurs et à des didacticiens (certains cumulants les deux étiquettes). Beaucoup d'articles sont écrits par d'anciens professeurs d'Ecole Normale, ce qui s'explique aisément par le fait que ces problèmes se sont posés plutôt pour eux.

PREMIERE PARTIE

QUELLE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES EN FORMATION DES MAITRES : QUELQUES QUESTIONS POSEES PAR DES EXPERIENCES D'ENSEIGNEMENT EN FORMATION INITIALE ET CONTINUE D'INSTITUTEURS, DE PROFESSEURS DE COLLEGES ET DE LYCEES

(DENIS BUTLEN)

I) INTRODUCTION : QUELQUES QUESTIONS POSEES PAR UN ENSEIGNEMENT DE LA DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES EN FORMATION DES MAITRES

Cet exposé a pour but de poser la question de la formation des instituteurs et d'en souligner certaines particularités. C'est un sujet difficile.
Nous sommes tous engagés en particulier depuis la création des IUFM dans la formation des maîtres et dans des débats sur cette formation.
La place que doit prendre la didactique dans la formation des maîtres en mathématiques est un sujet de débat dans ces institutions, un sujet pour le moins conflictuel. De nombreuses personnes (mathématiciens, inspecteurs, formateurs de tous horizons, personnels politiques) interviennent dans ce débat. Selon les endroits, un grand nombre d'entre eux sont farouchement opposés à un enseignement de didactique des mathématiques. Nous sommes souvent amenés à défendre à tous prix un enseignement de didactique afin de ne pas voir annuler tous l'expérience acquise par les anciens professeurs d'école normale (PEN) dans ce domaine. Nous sommes parfois, du moins nous pouvons le ressentir comme tel, victime d'agressions à ce sujet. Nous sommes de ce fait amené à prendre des décisions rapides sur la formation sans avoir eu le temps de réfléchir posément, sereinement au problème.
Il est très difficile , quand on parle de la place de la didactique dans la formation de dégager l'essentiel, les questions de fond des problèmes conjoncturels. Nous sommes souvent amenés à prendre des décisions d'ordre "politique" sur la formation, ces décisions sont souvent très influencées par les conditions du moment.
Il n'est pas question ici de prendre immédiatement des décisions de fond ou bien tout simplement de décider de tel ou tel problème de formation mais de réfléchir à certains problèmes que je juge, que mes collègues ex-PEN, jugent importants et qui m'ont été posés, que j'ai rencontrés à propos de la mise en place d'un enseignement "institutionnel" de didactique à des instituteurs mais aussi à des professeurs de collèges et de lycées.
Je vais dans la suite de cet exposé soulever un certain nombre de questions à propos de l'enseignement de la didactique en formation, à appeler les collègues à la vigilance et à prendre des précautions par rapports à cet enseignement. Je tiens à souligner que ces questions se posent réellement, qu'elles ne sont pas provocatrices même si parfois je peux être amené à les poser ainsi. Je souligne tout de suite que ces questions viennent à la suite d'expérience d'enseignement de la didactique en formation, je suis parti prenante de ces expériences et je continue à penser qu'il est nécessaire de continuer dans cette voie mais je voudrais attirer votre attention sur la nécessité, aujourd'hui de prendre du recul et d'essayer d'analyser ces premières tentatives d'introduction de didactique dans la formation des PE et de se donner les moyens de les améliorer, les premières expériences, nous le savons ne sont pas toujours les meilleures.

Tout d'abord quand j'emploie le terme de didactique des mathématiques, je pense évidemment aux notions, aux théories qui sont développées dans la communauté des chercheurs qui s'organise autour de l'Ecole d'été de didactique et de la revue "Recherche en Didactique des Mathématiques". Il est clair que dans le débat actuel, ce n'est d'ailleurs pas nouveau, beaucoup de personnes mettent d'autres choses derrière ce terme. De plus la didactique n'est pas figée, les résultats des recherches sont très partiels, des théories commencent seulement à s'élaborer...

On peut regrouper les questions posées par la formation des enseignants en cinq catégories.

1) Quelle (s) formation(s) pour quel(s) enseignant(s)?

Doit-on envisager une formation unifiée des enseignants de l'enseignement obligatoire ? Quelle est la place que doit prendre dans la formation la recherche, la communication ou la sociologie ... ?
Les théories didactiques peuvent-elles répondre aux questions que se posent les formés et les formateurs , peut-elle répondre aux questions posées par le système éducatif (élèves en difficulté par exemple) **?** Doit-on faire subir à ces questions un traitement, ou bien doit-on traiter les notions didactiques pour essayer d'y répondre ?
Que mettre en premier : le professionnel, le didactique ou bien est-ce un faux problème ?

2) Quelle place pour la didactique des mathématiques dans cette formation ?

Doit-il y avoir un enseignement spécifique ou bien la didactique des mathématiques doit-elle intervenir sous d'autres formes, par exemple :

- comme idéologie ou bien comme référence épistémologique pour les formateurs seulement , comme outils permettant d'éclairer certains phénomènes d'enseignement et faisant l'objet de petites institutionnalisations intégrées à un discours mathématique,métamathématique ou pédagogique, sans exposé de théories ?
- comme supplément de formation pour des étudiants volontaires ou bien obligatoire mais en fin de formation, comme niveau n + 1 de formation théorique ?
- comme exemple, parmi d'autres, de réflexions théoriques sur les phénomènes d'enseignement ?

La formation à l'enseignement des mathématiques :

- **doit-elle s'inscrire totalement** ou plutôt doit-elle être profondément imprégnée par la didactique ?
- ou bien **celle-ci doit-elle seulement être une lecture** parmi d'autres de cette formation (comme elle est une lecture parmi d'autres des phénomènes d'enseignement) ?

3) Quelle didactique des mathématiques ?

Cet enseignement didactique, s'il existe, doit-il être le même pour tous les enseignants ?

Les notions intervenant dans cet enseignement doivent elles être présentées à tous les publics ? Quel est leur domaine de validité ? Quelles précautions d'ordre épistémologiques doit-on prendre afin de ne pas diffuser un enseignement dogmatique ? Quelles formes doit revêtir leur institutionnalisation ?

Quelles formes doit prendre un enseignement de didactique des mathématiques ? Enseigne-t-on le didactique comme les mathématiques ? Quelles entrées le formateur doit-il privilégier ? Cette présentation dépend-elle du public à qui elle s'adresse ? Doit-on opter pour :

- une présentation magistrale suivie des travaux dirigés ou pratiques ?
- une entrée par des petits travaux de recherche puis des institutionnalisations partielles ?
- des situations spécifiques d'introduction suivies d'institutionnalisations de certains concepts ?
- des informations brutes sur des recherches effectuées ou en cours ?
- des pratiques de "devoirs" de didactique ?

4) <u>Quels buts pour la didactique des mathématiques</u> ?

La didactique a-t-elle pour but un changement des pratiques professionnelles des enseignants ?

5) <u>Quel est le débat</u> ?

Ce débat autour de la place de la didactique dans la formation témoigne-t-il de la volonté de donner des réponses à des besoins réels de formation ou bien sommes nous engagés seulement dans le règlement de problèmes conjoncturels liés à notre fonction, à notre place actuelle ou future dans une institution ou bien dans un débat qui se réduit à répondre, à éluder ou à contrer certaines réponses apportées par le système éducatif ?

Signalons tout de suite que les pistes de réponses que j'essayerai d'apporter aujourd'hui ne reposent pas sur une évaluation sérieuse des enseignements effectués ni même sur une analyse détaillée de la réalité de la formation actuelle. Elle demeure souvent, très souvent dans le domaine des prises de position personnelles ou plus exactement d'hypothèses de travail, voire de pratiques professionnelles plus ou moins implicites. De ce fait cet exposé vise surtout à expliciter certains principes qui guident mes pratiques de formateur, mais il vise aussi à répondre à un souci de rationaliser un enseignement.

II) QUELLE FORMATION POUR QUELS ENSEIGNANTS, QUELLE PLACE DOIT OCCUPER LA DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES DANS CETTE FORMATION ?

Essayons de répondre à la première partie de la première question, à savoir :

1) La didactique peut-elle répondre aux questions que se posent les formateurs ?

L'évolution de l'enseignement en école normale peut être à ce titre révélatrice.

Il y a un peu plus d'une vingtaine d'années, disons trente ans, les professeurs d'école normale considéraient que leur rôle était essentiellement de faire faire des mathématiques à des personnes qui allaient en enseigner, et de faire le maximum pour élever leur niveau. Cet enseignement de mathématiques (niveau collège) visait à remédier à un enseignement vécu difficilement au collège ou au lycée, a assurer un minimum de connaissances leur permettant de maîtriser les notions mathématiques de l'école élémentaire. Ils s'intéressaient certes à la pratique du métier d'instituteurs, mais celle-ci était avant tout du ressort des "maîtres d'application", conseillers pédagogiques auprès desquels les normaliens devaient apprendre les techniques pédagogiques.
Malgré de nombreuses tentatives pour mieux adapter le niveau et le type de mathématiques enseignées, il a fallu modifier cette conception : d'une part les normaliens avaient tendance à se désintéresser d'une formation qui leur paraissait trop coupée des aspects professionnels du métier, d'autre part, il n'apparaissait pas de corrélations évidentes entre les connaissances mathématiques acquises et la capacité à organiser efficacement un enseignement de mathématiques dans les classes.
Les P.E.N. évoluèrent alors vers une conception plus "pédagogiste" de leur travail : tout en continuant à essayer d'élever le niveau mathématique des instituteurs, ils s'efforcèrent de mettre davantage l'accent sur le lien effectif avec le terrain. Ils essayèrent d'analyser et de comparer des situations de classe de l'école primaire, de façon à pouvoir présenter aux normaliens les meilleures réalisations en les incitant à les réutiliser, en les encourageant à l'innovation pédagogique. Pour une minorité d'entre eux, la didactique des mathématiques leur servait alors d'idéologie voire de référence épistémologique. Je vais tout de suite préciser ce que j'entends par idéologie. Ce sont de grandes idées, des principes, des éléments de théories non formalisés qui permettent à ces collègues de proposer des innovations même si leur efficacité n'est pas démontrée, de construire leur stratégie d'enseignement et de formation, de prendre des décisions locales, ponctuelles, à brûle pourpoint par exemple quand ils sont amenés à porter un jugement sur leur élèves en stage en situation.
Ce sont des axiomes pas forcément formulés explicitement ou réfléchis, par exemple (l'ordre n'est pas forcément celui exposé ci-dessous) :
- un premier axiome : "les mathématiques servent à résoudre des problèmes"
- deuxième axiome : "il ne faut pas reproduire l'enseignement précédent"
- troisième axiome : "on apprend à partir d'actions"

- quatrième axiome : "il faut travailler en groupe, il faut des situations de communications..."
Si vous voulez, ce fonctionnement peut se comprendre à travers l'image du "militant pédagogique".
Sans être nul, l'impact était cependant limité. Il apparaissait en effet que plus que les "bonnes" idées qui pouvaient leur être ainsi suggérées, c'étaient les conceptions que se faisaient les normaliens des mathématiques qui conditionnaient leurs pratiques d'enseignement. Le transfert espéré ci-dessus ne se faisaient pas ou très peu.
Les P.E.N s'efforcèrent donc d'intervenir sur les conceptions des futurs enseignants. En leur proposant des situations-problèmes intéressantes, relativement proches des notions enseignées à l'école élémentaires, ils essayèrent de changer leurs rapports aux mathématiques. Cet enseignement va déboucher à la fois sur des institutionnalisations mathématiques mais aussi de type métamathématiques (qu'est-ce que les mathématiques, qu'est-ce que prouver ? ...).
Le transfert pour l'école restait à la charge des normaliens, mais il ne se faisait pas toujours aussi facilement.
Il y a quelques années s'est fait jour une nouvelle évolution. Des P.E.N s' aperçoivent qu'ils obtiennent ainsi des résultats satisfaisant concernant un relatif changement des conceptions sur les mathématiques, mais que celui-ci ne se traduit pas dans les pratiques. Ils prirent conscience en même temps du développement des recherches en didactique. Ils vont alors essayer d'intégrer dans leurs enseignement les résultats de ces travaux et en particulier les notions mises au point par ces travaux. Un certain nombre d'entre eux d'ailleurs vont s'engager dans des recherches de ce type.

Cette évolution est loin d'être achevée mais elle est indéniable et symptomatique des besoins ressentis par les formateurs. Elle est significative d'un effort pour théoriser la nécessaire liaison théorie / pratique et cela grâce aux apports de la didactique. C'est là une des spécificités de la professionnalisation de l'enseignement en école normale. Cette évolution est très lente, le premier document édité par la COPIRELEM spécifiquement consacré à l'enseignement de la didactique date de la fin de l'année dernière. Il n'existait auparavant que des contributions personnelles à certains actes de colloques des PEN et à ma connaissance qu'une seule thèse de didactique traitant de ce sujet, celle de Monique Pezard, cette dernière ne portant que sur l'enseignement de la proportionnalité à des élèves-instituteurs.

Il serait nécessaire, pour prouver ces affirmations, d'insérer ici une étude plus précise s'appuyant notamment sur une analyse des actes des colloques inter-IREM des PEN par exemple ou des programmes de formation des élèves-instituteurs. Cette étude est en cours, elle n'est pas encore assez engagée pour remplir cet objectif.

Ainsi la didactique ne sert plus seulement d'idéologie à ces PEN , ils ressentent la nécessité de l'enseigner ? Il leur apparait nécessaire d'expliciter leur choix, de présenter les outils qui leur permettent d'analyser d'une part certains phénomènes d'enseignement et d'autre part de fixer les lignes directrices d'une formation qui leur paraît ainsi plus

cohérente (même si ces dernières ne sont pas pour autant totalement explicitées).

Il est toutefois nécessaire d'analyser plus précisément les causes de cette évolution et notamment de répondre à la question : n'est-ce pas le résultat d'une volonté de légitimisation de ces formateurs, par ailleurs soumis à un changement de statut et aux éventuels inconvénients pouvant accompagner ce genre de bouleversements?

J'ai dit plus haut que cette évolution me paraissait indéniable, elle n'est toutefois pas le lot, du moins dans sa dernière phase, de tous les ex-PEN. Que font les autres ?
Certains en restent au stade précédent, d'autres essaient d'intégrer leur intervention dans le cadre d'une formation diversifiée s'appuyant notamment sur l'axe de la communication : on assiste au développements périodiques d'actions du type : théâtre, micro-enseignement, études de techniques de communications ...
En fait on constate, chez une grande partie d'entre nous, la recherche de moyens pour diversifier notre intervention, pour l'enrichir, pour la renouveler afin de répondre aux attentes des formés (en particulier : optimiser les rapports enseignement-apprentissage dans leur classe) et pour ceux qui se voient comme des enseignants-formateurs-militants de poser des jalons permettant une évolution des pratiques enseignantes.

De ce fait, un enseignement de la didactique n'est peut-être qu'un moyen parmi d'autres pour réaliser cette ambition.

Nous faisons l'hypothèse qu'il répond, de manière relativement efficace, à des besoins ressentis par les formés. De toute façon il est difficile de séparer arbitrairement les besoins des formés et les réponses apportées par les formateurs, du moins peut-on essayer de mesurer a priori l'adéquation de celles-ci avec les premiers.

Avant de rentrer dans cette problématique, essayons de répondre à une seconde question :

la formation professionnelle doit-elle être du même type pour tous les enseignants, la didactique doit-elle y tenir la même place et sous les mêmes formes ?

Pour tenter de répondre à ces questions, analysons les publics en formation actuellement et au risque de choquer certains, essayons d'en souligner les différences.

2) Quelques différences entre enseignants

a) Différences entre professeurs des écoles et professeurs de lycées

Rapport au savoir

Les futurs professeurs des écoles sont des étudiants possédant pour la plupart un rapport négatif aux mathématiques, ils se sont pratiquement tous retrouvés lors de leur scolarité dans une situation d'échec. De ce fait ils acceptent plus facilement de remettre en question leurs conceptions initiales sur l'enseignement de cette matière (qui comme chez la plupart des enseignants débutants revient souvent à reproduire l'enseignement suivi comme élève).
Pour la plupart des étudiants, la didactique est vécue, dans un premier temps, comme une remise en cause de l'enseignement "traditionnel" ; en effet elle s'appuie souvent sur des ingénieries qui d'un point de vue déontologique sont forcément construites comme apportant un plus ou sur des analyses mettant en lumière des phénomènes peu acceptables par les enseignants (obsolescence par exemple). De plus elle semble avoir dégagé ce qui semble pour elle une norme du "bon enseignement des mathématiques", à savoir un privilège donné au constructivisme.
Cette remise en cause est donc pour les PE non conflictuelle a priori.
Par contre un étudiant venant de réussir l'agrégation ne se considère pas, loin s'en faut, en échec en mathématiques ; de plus l'enseignement qu'il a suivi lui ayant permis d'arriver à cette situation, il n'est pas dans des conditions très favorables pour le remettre en cause, surtout si cela constitue la seule base solide de connaissances lui permettant d'entrer dans une classe.
De ce fait la didactique dans un premier temps du moins est plus facilement acceptée et du moins peut-on en faire l'hypothèse, plus facilement acceptée par les futurs professeurs des écoles comme autre chose qu'un jugement de valeur.

Distance par rapport au savoir entre maître et élèves

Notre expérience professionnelle nous fait dire que la distance, en terme de savoir entre élèves et enseignant n'est pas la même pour ces deux publics, ainsi on peut remarquer pour les nombres décimaux ou les fonctions numériques par exemple, que le maître de l'école élémentaire qui rentre sans formation, dans une classe de CM2, n'en sait pas toujours beaucoup plus sur le sujet que ses élèves. Il fait souvent les mêmes erreurs. Ce n'est évidemment pas le cas pour les professeurs de lycée.
Une réorganisation profonde voire une réconciliation ou une remédiation, des connaissances en vue de leur enseignement est de ce fait nécessaire pour les premiers. On peut penser que seul un enrichissement de conceptions sur les mathématiques et quelques lacunes à combler est sans doute nécessaire pour les seconds.
Ce travail en direction des PE est plus efficace s'il s'appuie sur une analyse rationnelle de l'enseignement, par exemple sur des analyses de procédures et d'erreurs se basant sur des régularités observées dans les recherches didactiques. Nous reviendrons sur ce point dans le chapitre consacré à la formation.

La polyvalence

Les professeurs des écoles doivent enseigner pour encore quelques années sans doute toutes les disciplines, de ce fait il leur est nécessaire d'unifier le plus possible

par souci d'économie, leurs interventions ; de plus ils ressentent et expriment le besoin d'un "ciment culturel ou pédagogique ou épistémologique". Cette question a reçu, du moins dans le dernier plan de formation étiqueté école normale (Chevènement - 1985), une réponse institutionnelle presque caricaturale : un programme de 250 heures était prévu et assuré par les philosophes qui comprenait toute la philosophie, toute la psychologie, toute la sociologie ...
La didactique des mathématiques va pouvoir s'inscrire d'une façon originale dans ce cadre. En effet, si elle permet une mise à distance par rapport aux pratiques, elle souligne, de par sa nature, la nécessité d'une entrée disciplinaire et de ce fait relativise les tendances exprimées ci-dessus et les discours trop généraux éventuellement rencontrés lors de la formation sans pour autant parcelliser davantage la formation.
La formation en E.N, du type mise à niveau disciplinaire et pédagogie de cette discipline + formation générale en philo-psycho-pédagogie n'est pas à notre avis unifiante et n'est pas ressentie comme cela par les E.I, car elle ne s'appuie pas sur une épistémologie des disciplines ou sur les spécificités de leur enseignement. Elle risque vite de placer au niveau du discours généraliste ou plus exactement d'être ressentie comme telle par les formés.

Le problème reste toutefois presqu'entier car il n'existe pas actuellement de didactique générale voire de théories générales des apprentissages ; de plus aucun épistémologue intérrogé à ce propos n'envisage actuellement une épistémologie unifiante des diverses disciplines pouvant cimenter une pratique enseignante polyvalente.

Nature du savoir enseigné, domaine de validité des notions didactiques

Les notions enseignées à l'école élémentaire sont nettement moins compliquées que celles enseignées au lycée, les recherches en didactique des mathématiques sont plus développées dans l'élémentaire, de ce fait un certain nombre de notions didactiques élaborées à propos de l'enseignement élémentaire, en particulier tout ce qui correspond à la théorie des situations risquent de ne plus être toujours valides pour l'enseignement post-obligatoire. Il en est de même d'autres notions, comme par exemple : l'analyse de la tâche ou le rôle et la place de l'action dans l'apprentissage.
De plus, le temps ne se découpe pas de la même manière à l'école élémentaire et au collège ou lycée. Ainsi est-il plus difficile de pratiquer des observations se référant à un temps limité : une heure par exemple. Cela implique que les activités de type micro-didactique (observations et analyse de séquence d'enseignement en temps réel) risquent d'être plus difficiles à mener au collège ou au lycée (il y a souvent moins d'apprentissage dans un temps court) et par là moins fertiles en résultats permettant d'introduire certaines notions de didactique des mathématiques..

Il ne suffit pas, du moins pour l'école élémentaire, d'intervenir sur les conceptions sur les mathématiques, pour intervenir sur les conceptions sur leur enseignement et même pour initialiser cette intervention. Nous avons souvent remarqué un décalage entre ces deux choses. De plus, le problème du temps de formation intervient : si "l'initialisation mathématique" seule est faite en première année et si les stagiaires (comme c'est souvent le cas pour les anciens élèves-instituteurs) sont enfermés dans des problèmes de gestion de classe la seconde année, cet acquis peut-être complètement annulé par le poids des contraintes professionnelles immédiates et par le poids du milieu (collègues, conseillers pédagogiques...). Il faut essayer à notre avis en première année de prévenir cette difficulté.

b) différences entre formation initiale et formation continue

Il existe des différences entre formation initiale et formation continue.
Une constatation évidente : les enseignants non débutants qu'ils soient instituteurs ou professeurs de collège ou de lycée, ont justement une expérience professionnelle qui peut changer leur rapports aux mathématiques, à leur enseignement et de ce fait à la didactique.
Ainsi nous constatons souvent une attitude générale en formation continue d'enseignant (regardons par exemple ce qui peut se faire dans les IREM ou dans les MAFPEN, exception faite de l'informatique) : les formateurs ne distinguent pas (sauf exception du type préparation interne au CAPES théorique ou à l'agrégation) la partie mathématique et la partie pédagogique ou didactique dans leur enseignement. Ainsi certains rappels mathématiques sont faits, si le besoin s'en fait sentir, à propos de l'enseignement de telle ou telle notion. L'entrée est strictement pédagogique, voire didactique.
Par contre, l'idée généralement admise, du moins pour la formation initiale des PLC, est une formation en deux voire trois temps :
- première année : formation complémentaire à la licence, spécifiquement mathématiques visant une réflexion mathématique sur les notions à enseigner jusqu'à la TC. On ne peut pas vraiment analyser la nouvelle épreuve professionnelle du CAPES comme une épreuve à entrée prioritairement professionnelle, encore moins didactique (la plupart des formateurs l'assurant ne sont d'ailleurs pas des didacticiens, certains sont même farouchement opposés).
- deuxième année : formation professionnelle très liée à une pratique professionnelle "sur le tas" ou par osmose, par compagnonnage. Dans certains cas on assiste à une initiation à la didactique, souvent sur la base du volontariat (comme à Créteil par exemple). Mais cette idée n'est pas partagée par tous les formateurs : "pour bien goûter la didactique, il faut une grande expérience professionnelle" disent certains.
Certes, l'expérience professionnelle peut favoriser une prise de conscience de certaines régularités dans l'enseignement mais elle peut aussi devenir un obstacle à toute réflexion sur l'enseignement et en particulier à un intérêt pour la didactique. Le poids du terrain, des habitudes, de l'équipe d'enseignement, le confort acquis grâce à un enseignement "sans risque", de type linéaire, constitue un obstacle de taille pour une initiation des maîtres non volontaires, surtout que cet enseignement peut s'avérer parfois d'une efficacité moyenne, conforme aux demandes institutionnelles et souvent moins coûteux qu'un enseignement basé par exemple sur le constructivisme.
Pour les instituteurs en formation continue, l'expérience professionnelle va intervenir sur l'efficacité plus ou moins grande de certaines entrées, ainsi nous constatons une facilité plus grande à rentrer dans la didactique pour des enseignants non débutants, en particulier en formation continue ou bien en ce qui concerne les "concours interne" (CI), à partir de petits travaux de recherche.

Notre expérience comparée, portant sur trois ans, des différents publics montre que les exposés portant sur des articles de didactique ou des travaux d'observation semblent plus facilement acceptés (mais pas mieux "réussis") par les CI que par les FP1 ou FP2.

La différence d'entrée entre formation initiale et formation continue ne semble pas aussi pertinente pour les P.E que pour les PLC.

3) Entrées différenciées selon le public en didactique des mathématiques

La question se pose donc de savoir s'il est nécessaire d'initialiser en formation initiale un enseignement spécifique de didactique. Nous répondons de façon différenciée à cette question selon les publics. Ainsi il semble se réaliser un certain consensus, officialisé par les programmes de formation et de concours des différents IUFM, pour initialiser dès la première année une professionnalisation de la formation et dans bien des endroits une initiation à certaines notions de didactique.

Les arguments exposés ci-dessus nous amènent à penser que cela doit se faire sur la base du volontariat pour les professeurs de lycées et de collèges et que cela doit faire obligatoirement partie de la formation professionnelle des professeurs des écoles. De même, une initiation et une information continue nous paraît indispensable pour les conseillers pédagogiques et plus généralement pour les formateurs.
De plus notre expérience de formation du type "initiation à la didactique" nous amène à différencier nos types d'intervention. Ainsi est-il préférable de pratiquer des "petits travaux de recherche" si le public est constitué de professeurs de lycées ou collèges ou d'instituteurs ayant déjà une pratique professionnelle ; par contre un enseignement de type TP, TD, cours semble plus adapté au public en formation initiale de professeurs des écoles. Nous analyserons des exemples de ce type d'enseignement dans la suite de cet exposé.

Je ne prendrais pas davantage position sur la place de la didactique dans la formation initiale des PLC, je vais me limiter ici au problème des PE.
Il m'a paru nécessaire d'affirmer un principe préalable : on ne peut calquer et même adopter des schémas identiques de formation pour les PE et pour les PLC. Il serait absurde d'appliquer mécaniquement un schéma de formation commun au deux ou d'appliquer à l'une des formations le schéma de l'autre.
Cela ne veut pas dire que chaque formation doit être "étanche", des modules communs disciplinaires ou inter-disciplinaires doivent envisagés. Toutefois les différences signalées plus haut nécessitent un "traitement" spécifique de chaque public.

De plus, il parait nécessaire de réfléchir aux lignes de partage, aux frontières existant dans l'enseignement et à leur impact sur la formation des enseignants.
Doit-on penser en terme d'enseignement obligatoire (jusqu'à 16 ans, soit la seconde pour un élève de l'enseignement général) et d'enseignement post-

obligatoire (le lycée, dans ce cas, pouvant être ou pouvant devenir une zone commune) ?
Ou bien doit-on penser en terme d'école élémentaire et de collège-lycée (avec une zone commune 6ème/5ème) puis d'université ?

Ce problème théorique n'est pas sans influence sur des décisions quotidiennes, ainsi les ex-PEN ont été amenés à se le poser (parfois on leur a posé) ; cela a été du moins le cas pour la définition des options futures de la COPIRELEM.

III) QUELLE FORMATION INITIALE POUR LES PE ?

La question ne se pose donc plus de la nécessité d'intégrer un enseignement explicite, étiqueté en tant que tel de didactique dans la formation des PE mais de déterminer quelle didactique enseigner, dans quelles proportions, sous quelles formes et dans quels buts ?
Soulignons toutefois que cette position n'est pas partagée par tous les collègues intervenant dans la formation des PE bien que les plans de formation des IUFM fassent souvent, à la didactique, une place explicite importante. Nous renvoyons l'auditoire à l'analyse de ces divers plans. Rappelons toutefois quelques arguments en faveur de cet enseignement de didactique :
- faibles connaissances en mathématiques et refus dans bien des cas d'aborder une réflexion mathématique non ancrée professionnellement
- échec relatif d'un transfert immédiat entre un changement des conceptions sur les mathématiques et un changement des conceptions sur leur enseignement
- nécessité d'unifier une formation polyvalente par un ciment plutôt d'ordre professionnel, on voit d'ailleurs mal quel autre type d'unification les formateurs pourraient proposer (morale, psychologie ?)
- nécessité de gérer un temps de formation court (120 heures maximum en moyenne en mathématiques alors qu'un PE de CM2 pourra être amené à enseigner 6 heures de mathématiques par semaine pendant au moins 20 à 30 ans).
- dispositif adapté à un public non scientifique voire présentant de sérieuses difficultés en mathématiques.

1) A quel(s) niveau(x) la didactique des mathématiques intervient-elle dans la formation ?

Les analyses précédentes nous amènent à penser que la didactique intervient dans la formation à divers niveaux.

a) <u>Le niveau de formation générale, cohérence de la formation, lien avec la psychologie, l'épistémologie ou l'étude de phénomènes de communication liés à l'enseignement</u> : si la didactique se distingue nettement de ces domaines d'étude ou de ces disciplines, elle permet de faire un lien avec une approche des contenus (mathématiques) et d'éclairer certains phénomènes observables. De plus elle relativise certains discours sur l'apprentissage en donnant une approche disciplinaire. Enfin, elle assure (pas à elle seule) une certaine rationalisation de l'enseignement et des pratiques des enseignants en mettant en lumière de régularités.

Mais c'est avant tout, une lecture limitée parmi d'autres, de certains phénomènes liés à l'enseignement : la didactique n'explique pas tout, elle n'a d'ailleurs pas cette prétention ; elle permet d'éclairer certains aspects des relations didactiques, de prendre du recul par rapport à certaines pratiques, de modéliser certains aspects de la réalité. En aucun cas une formation professionnelle peut se limiter à cette entrée, il faut notamment prendre en compte les entrées sociologique , le point de vue de la communication...

b) Le niveau du formateur **:** j'ai déjà, là encore répondu en partie à cette question lors de la présentation rapide de l'évolution de certains PEN. La didactique me sert d'idéologie explicite mais aussi de référence épistémologique ; elle permet de légitimer certaines explications, certaines propositions d'ingénierie grâce aux expériences réalisées à l'école élémentaire (à condition de préciser au public les conditions initiales de réalisation).
De plus, elle fournit des outils d'analyse, de lecture de certains faits (contrat didactique, mélange d'analyse a priori et a posteriori lors des visites par exemple, analyse d'erreurs ...). L'évolution d'un ouvrage comme le ERMEL est à ce sujet exemplaire ; les volumes consacrés à la maternelle et au CP illustrent bien un emploi de certains outils de la didactique.
Enfin la théorie des situations ou la dialectique outil / objet permettent soit de proposer des ingénieries (testées en partie le plus souvent), soit de rationaliser certains comportements, soit de prévoir certains événements.
Cet enseignement ne doit toutefois pas en rester au simple niveau du diagnostic ou d'un fonctionnement implicite. Les outils utilisés par le formateur doivent être présentés explicitement aux formés afin d'en montrer l'utilisation faite et la pertinence.

c) Le niveau du formé **:** cet aspect est très lié au précédant, ainsi les éléments de didactique servent à mettre en lumière, non seulement certains comportements d'élèves, certains stades, étapes ou passages indispensables mais aussi peuvent donner les clés de la construction de certaines ingénieries en même temps que leurs limites et les conditions de reproductibilité . Cela peut éviter la remarque classique : "comment penser tout seul à cela, comment l'inventer ? ", notons que l'invention d'ingénieries originales ne peut être un objectif de formation d'enseignants.
De plus cela peut permettre sinon d'annuler, du moins de prévoir et d'expliciter certaines erreurs classiques d'enseignants débutants. Ainsi la connaissance de la notion de contrat didactique peut permettre de relativiser certaines expériences malheureuses de "prise en main d'une classe" lors du stage en responsabilité notamment.
A ce sujet, il est notable, malheureusement, que certains aspects de la vie scolaire ne soient pas étudiés suffisamment par la didactique, c'est le cas de la gestion du temps scolaire en général, de la gestion des zones frontières entre disciplines ou de certains aspects de gestion de classe top souvent laissé aux bons soins de la communication voire de la psychanalyse comme les phénomènes de chahut par exemple. Un bon nombre de problèmes rencontrés par les étudiants sur ce dernier point, en stage en responsabilité pourraient être évités par une analyse a priori, une analyse de la tâche de l'élève, une analyse a priori des décisions éventuelles à prendre ou du moins une analyse a posteriori de celles-ci, ou encore

une réflexion d'ordre théorique sur le recueil d'informations permettant de prendre des décisions adaptées. Surtout que cette capacité à prendre la décision judicieuse pouvant éviter un dérapage vers le "chahut" est souvent considérée par les stagiaires comme relevant de la seule intuition ou du bon sens professionnel ou encore de l'expérience professionnelle, elle n'est jamais considérée comme le résultat d'une analyse ou d'une pratique (cumulée) d'analyses a priori et a posteriori.

d) les régularités dans la formation ou la part de l'enseignement : un a priori, une justification, un outil et un but : comme dans tout enseignement, on peut mettre en évidence dans la formation des maîtres des régularités. Cette mise en lumière de phénomènes reproductibles, rationalisables me semble être un des apports les plus important de la didactique à la formation des maîtres en mathématiques. Il ne se situe pas seulement au niveau des rapports élèves-enseignant-savoir (de l'école) mais aussi au niveau des rapports *formateur-enseignants-contenus de formation.*

Ces régularités ne se sont pas toujours caractéristiques de la partie enseignement des mathématiques, voire d'une réflexion d'ordre métamathématique mais existent aussi dans la partie didactique (didactique outil implicite ou didactique objet d'enseignement explicite) et dans la partie professionnelle. **C'est cette existence qui justifie mais surtout permet l'existence de brochures comme celles des actes de Cahors et de Pau de la COPIRELEM .**

A ce sujet, un effort nous reste encore à faire pour expliciter davantage dans ce type de production les conditions dans lesquelles l'enseignement a été fait et les conditions de son éventuelle reproductibilité.

Nous renvoyons le lecteur à l'exemple de la situation "le nombre le plus proche" de Hervé Péault (annexe n°1). La situation est la suivante :

- chaque étudiant dispose de 10 morceaux de papiers où figurent les nombres de 0 à 9,
- Par groupe de n, ils doivent lever un de seul de ces papiers, la somme des nombres ainsi levés doit être le plus proche possible d'un nombre donné par le formateur (nombre compris entre 0 et 9n),

Nous avons constaté des déroulements identiques, l'apparition de procédures semblables selon le choix du nombre de participants par groupe (nombre n), des possibilités similaires de pointer avec les étudiants différentes notions (variables didactiques, phases d'action, de formulation....)

2) Quels contenus ?

Quelle didactique des mathématiques ?

J'ai pu constater trois attitudes (décrites, ici, de façon caricaturale évidemment) concernant la didactique et sa place ou son utilisation dans la formation des maîtres.

1- la didactique existe, il faut en parler en tant qu'objet car elle est un éclairage fondamental pour la formation, tout analyse d'un acte d'enseignement y fait référence ou peut y faire référence.

2- la didactique fournit des outils pour éclairer certains phénomènes d'enseignement, il faut donc les présenter, on verra ensuite à quoi ils peuvent servir
2 bis- la didactique fournit des outils pour éclairer certains phénomènes d'enseignement, il faut donc les présenter quand c'est nécessaire et les traiter aussi et systématiquement comme objet d'enseignement
3- la didactique existe mais relève du domaine de la recherche sur l'enseignement, de ce fait si dans une formation professionnelle on a besoin de ses outils ou de ses notions, on les utilise en les explicitant si cette explicitation apporte un plus pour le formé ou pour le formateur.

Ma pratique professionnelle me fait dire que j'utilise dans mon enseignement diverses notions, citons entre autres :
- théorie des situations en particulier typologie des situations, j'utilise plutôt les notions d'analyse de la tâche de l'élève, de la tâche du maître, plutôt que celles de situations didactiques et a-didactiques, bien que j'y fasse référence explicitement
- contrat didactique, "effets et rupture de contrat
- variables didactiques et analyse a priori
- dialectique outil-objet et jeu de cadres
- dévolution / institutionnalisation...

3) Comment initialiser un enseignement de didactique, quelles entrées choisir ? Plus généralement comment enseigner la didactique ?

Il n'est pas utile de rappeler la nécessité de tenir compte de l'origine du public, nous avons déjà dit que pour des publics expérimentés de professeurs de collèges ou lycées, il semble préférable de prendre comme entrée dans la didactique des petits travaux de recherche de même cette entrée semble peut-être mieux adaptée (avec des variantes toutefois) pour des étudiants recrutés par concours interne ou des instituteurs en formation continue.

a) Où situer un enseignement de didactique dans le cadre plus général d'une formation initiale de mathématiques ?

Nous pouvons envisagé différentes entrées possibles pour la didactique, chacune d'elle permet en fait, un cours spécifique de didactique ; toutefois celui-ci n'est pas toujours de même nature, en particulier l'institutionnalisation et les notions institutionnalisées ne sont pas de même type.

Voici ci-contre quelques schémas, certes un peu caricaturaux mais toutefois observés dans la réalité de cours intégrant une partie étiquetée didactique mais variant sur la place et le rôle de celle-ci comme sur les entrées possibles.

On peut donc concevoir au moins trois pôles autour desquels peuvent se regrouper des cours intégrant un moment spécifique de didactique (cette distinction quelque peu artificielle est apparue après interrogation de certains collègues) :

entrée mathématique ----> professionnel ----> didactique

mathématiques
entrée professionnelle -----> didactique

entrée didactique des mathématiques ----> mathématiques
professionnel

Essayons d'expliciter ces pôles à partir de l'exemple de l'enseignement des décimaux. Prenons le premier schéma. Certains collègues commencent par proposer aux élèves-instituteurs un certain nombres de problèmes, de situations mathématiques qui vont leur permettre de rappeler des notions mathématiques sur les nombres et sur les décimaux en particulier, qui vont aussi permettre de réorganiser les connaissances des étudiants et d'analyser certaines conceptions erronées de ces derniers sur les nombres. Dans un second temps, des questions à propos de l'enseignement des décimaux sont soulevées à partir d'une approche "naïve" (observations sauvages en stage, témoignages de tentatives d'enseignement de stagiaires voire même d'instituteurs chevronnés). Enfin dans un troisième temps, le formateur essaie de faire prendre du recul par rapport à ces questions, présente des résultats de recherche en didactique (faux modèles, ingénieries...) et éventuellement développe certains éléments plus généraux de théories didactiques (par exemple dialectique outil-objet et jeu de cadres ou bien situations fondamentales...)
Ces différents temps peuvent permuter, toutefois cela peut changer la nature de certaines institutionnalisations, en particulier de type didactiques. Ainsi l'entrée de type "professionnelle" peut amener par exemple le formateur à montrer comment des connaissances mathématiques plus assurées peuvent éclairer certaines questions professionnelles et comment certaines études didactiques apportent elles aussi des éléments de réponses.
On peut aborder le sujet d'une tout autre façon. Par exemple, il peut se concevoir que l'on a développé dans un cours de didactique des notions générales sur la théories des situations et la notion d'obstacle par exemple (notions présentées à partir d'exemples) et que l'on va s'appuyer sur cette initialisation pour construire un enseignement de didactique portant sur les décimaux qui va s'intégrer dans ce schéma.
Il est clair que les institutionnalisations des notions didactiques peuvent changer. Si dans le dernier schéma, elles font l'objet d'institutionnalisations fortes et de feed-back, dans les deux premiers, les mêmes notions peuvent ne faire l'objet que d'institutionnalisations locales (dans le cas contexte des décimaux) voire ne fonctionner que comme outils plus ou moins explicités.
De plus la didactique des mathématiques fonctionne de façon plus ou moins implicite dans le cas des deux premiers schémas pour les aspects mathématiques. Cette intervention "cachée" (outils de quelques ingénieries ou bien référence idéologique) a eu tendance au cours des années, pour moi, à devenir de plus en plus explicite.
Cette distinction entre trois pôles est très caricaturale en effet on peut osciller, hésiter ou plutôt choisir telle ou telle entrée selon la notion mathématique (enseignée à l'école primaire) visée. Il existe quand même une différence importante entre les deux premiers schémas qui visent à présenter certaines

notions didactiques comme des outils pour essayer de répondre à des questions professionnelles et le dernier qui commencent par présenter les outils et ensuite qui montrent comment et où on peut les utiliser.
On peut ajouter à ces trois pôles un dernier qui consiste à choisir des entrées parallèles (selon les moments).
Précisons davantage les entrées dans un enseignement de didactique

b) Quelles formes peuvent prendre des activités spécifiques de didactique ?

On peut constater trois entrées différentes dans un cours spécifique de didactique des mathématiques qui correspondent aux trois schémas ci-dessous :

cours magistral ---> TD, TP

"situations de didactique" -------> institutionnalisations locales ------> présentation tardive et facultative de certaines théories

petits travaux de recherche -------> institutionnalisations locales ------> présentation tardive et facultative de certaines théories

Je doit avouer là encore ne pas vraiment savoir quel schéma choisir et osciller souvent entre les trois. Les raisons qui expliquent mon hésitation sont les suivantes :

Le schéma cours-TD : notons tout d'abord un refus personnel quasi mystique de pratiquer le schéma pourtant confortable cours-TD, au risque de calquer en cela l'apprentissage de la didactique des mathématiques sur l'apprentissage des mathématiques. Une autre raison vient du fait qu'il me semble un peu paradoxal de présenter des ingénieries basées sur la construction (par l'action) de concepts mathématiques et de pratiquer le contraire dans une grande partie de mes cours. Ce point de vue amène quelques déboires ; ainsi toutes les notions didactiques ne pouvant, loin s'en faut, être redécouvertes facilement et surtout rapidement par les étudiants, je suis souvent amené à "tricher" et à les présenter dans un discours parallèle ou bien à faire travailler les étudiants sur des questions qu'ils ne peuvent résoudre voire même aborder, ce qui peut se révéler une perte de temps.

"Les situations de didactiques" : ce schéma me semble correspondre le plus, d'une part à mes propres convictions, d'autre part à un apprentissage optimal de certaines notions de didactiques pour la catégorie d'étudiants qui nous concernent.
Cette optique semble, ce n'est pas toujours très clair toutefois, être largement retenu par les auteurs des actes de Cahors.
Il semble que ce schéma s'appuie sur un triple souci :
- souci d'appuyer certains discours sur un action préalable, même très limitée, au risque de présenter, du moins dans un premier temps, certaines notions didactiques comme une théorisation d'un certain bon sens
- souci de dégager à partir de cette action le caractère opérationnel des outils présentés

- souci enfin de s'appuyer sur un vécu des étudiants qui devient dans un second temps objet d'étude didactique et qui peut être transposable ou favoriser une adhésion à un certain type d'enseignement des mathématiques à l'école primaire.
Je vais détailler davantage ce dernier point. On assiste souvent au schéma suivant : proposition par le formateur d'une situation en général de type mathématique qui va concerner les étudiants, analyse des comportements de ceux-ci et de la stratégie adoptée par le formateur afin de dégager certaines notions didactiques. Je présente un exemple de ce type, en annexe n°1.
Il faut toutefois souligner les limites de ce type d'activités. Ainsi :
- toutes les notions là encore ne s'y prêtent pas
- est-ce un gain de temps ? Une description s'appuyant sur des exemples suivie d'une pratique de recherche ne constitue-t-elle pas un raccourci appréciable, surtout pour des adultes ?
- ne sommes nous pas engager dans un processus pervers de pédagogie du modèle : "regardez comme ça marche sur vous, faites pareil avec des élèves."
- **mais surtout cela correspond d'une part à une volonté de calquer l'enseignement de la didactique sur une certaine conception de l'enseignement des mathématiques et cela constitue surtout une lecture "enseignement" de la didactique des mathématiques alors que c'est essentiellement un domaine de recherche.**

Les petits travaux de recherche : je tiens à souligner que cette entrée dans ce dernier cas fonctionne bien pour un public possédant déjà une expérience professionnelle. Elle correspond à une lecture "recherche" plus conforme, me semble-t-il au caractère actuel de la didactique des mathématiques ; elle permet des institutionnalisations locales très souples (d'autant plus souple en fait qu'aucune théorie générale n'est parfois présentée !). Malheureusement elle présente elle aussi des inconvénients parfois si graves que cela m'a conduit à l'abandonner pour certains publics :
- les travaux ne sont souvent pas très bons et les étudiants (élèves-instituteurs) s'en apercevant manifestent un certain désarroi
- les notions de didactique des mathématiques sont souvent présentées comme un supplément d'information, ce qui peut parfois en limiter la portée
- il faut la plupart du temps pouvoir s'appuyer sur une expérience professionnelle, malheureusement de plus inexistante chez les nouveaux PE ou au moins sur un accord explicite des étudiants (notre public est volontaire).
cela m'amène à penser que ce type d'activités n'est pas une bonne entrée mais par contre doit faire l'objet d'un travail spécifique, par exemple en deuxième année à l'occasion de la préparation du mémoire professionnel.

J'ai cité plusieurs entrées possibles pour un enseignement de didactique, pour chacune d'elles j'ai donné ma conception, mon opinion. En fait les parcours ne sont pas aussi tranchés que cela, il existe des passerelles, des allers-retours possibles voire nécessaires au bon fonctionnement de l'enseignement. Les actes de Cahors par exemple, donne des exemples d'entrées différentes (essentiellement mathématiques ou de type "situations de didactiques"). Une question n'a pas été tranchée et reste conflictuelle dans notre milieu de formateurs du premier degré, faut-il accepter la généralisation des cours magistraux, cette question a été posée dans chaque IUFM, la "résistance" a été selon les endroits plus ou moins forte, chose curieuse, à notre connaissance, à l'IUFM de Bordeaux, cette forme de travail a été entériné. Cela nous a beaucoup questionné !

Ce n'est pas toujours possible de créer des "situations de didactique" pour chaque notion. Nous n'en avons pas trouvé pour la transposition didactique, par exemple ou pour la notion de contrat didactique (celles qui existent sont trop partielles.

Quelles formes peuvent prendre des activités spécifiquement didactiques ? Quelles situations pour quelles notions ?

On peut noter que :
- la typologie des situations est souvent présentée à partir d'analyse d'observations, de montage, de comptes-rendus de séquences de classe mais aussi à partir de situations de didactique (Hervé Péault, annexe n°1, "le nombre le plus proche")
- les situations didactiques et a-didactiques : idem ou à partir d'analyse a priori
- le contrat didactique fait surtout l'objet d'exposé ou de discours illustré par des morceaux d'analyse de comptes-rendus de séquences ou par des exemples
- les variables didactiques et analyse a priori se prêtent à tous les types d'entrées
- la dialectique outil-objet de même fait surtout l'objet d'un discours illustré d'exemples (cela provient du caractère général de cette notion) mais elle peut être aussi développée à partir d'analyse de manuels, d'analyse d'exercices (quels sont ceux où le concept fonctionne comme outil, comme objet ? Dans quel(s) cadre(s) chaque exercice se place-t-il ? Y a-t-il changement de cadres... ?)
- il en est de même pour les jeux de cadres mais on a mis au point aussi quelques "situations de didactique" par exemple : "la boite du pâtissier" (d'après une idée de Marie-Lise Pelletier, annexe n°2).
- les notions de dévolution ou d'institutionnalisation peuvent se construire à partir d'exposés et de "situations de didactique" (voir par exemple dans la brochure de Cahors la situation intitulée "la vache et le paysan" d'Hervé Péault).

<u>4) Quel est l'impact d'un enseignement spécifique de didactique ? Quelles évaluations doit-on proposer en fin de première année de PE ? Quelles institutionnalisations ?</u>

Il est sans doute trop tôt pour nous poser cette question ou plutôt pour pouvoir y apporter des éléments de réponse consistants. Malheureusement la mise en place des IUFM nous a conduit pour les PE à prendre des décisions, à proposer non seulement des schémas d'enseignement mais aussi des textes de "devoirs de didactique" évaluant cette formation et sélectionnant les candidats au concours de fin de première année.

A ma connaissance les expériences d'enseignement de didactique à de futurs enseignants n'ont pas fait l'objet d'évaluation. La seule évaluation que je connaisse est celle effectuée par Monique Pezard dans sa thèse de troisième cycle de didactique, elle porte sur un domaine limité, celui de l'enseignement de la proportionnalité à des élèves-instituteurs et ce place dans "la foulée" de cet enseignement. A ces travaux, on peut rajouter certaines conclusions apportées par le travail de Pascal Masselot dans le cadre d'un DEA de Didactique des Mathématiques effectué cette année, ce travail n'est pas encore fini.

a) Les résultats relevés par Monique Pezard (thèse de troisième cycle de didactique, juin 1985)

Citons Monique Pezard.
"L'hypothèse de départ est : malgré les restrictions suivantes :
- au moins douze ans d'enseignement traditionnel pour les normaliens (sur la proportionnalité)
- un risque d'obsolescence au niveau du contenu
- des rapports maître-élèves différents par rapport à un enseignement classique

on peut améliorer la formation des élèves-instituteurs et obtenir un progrès qualitatif en construisant un enseignement débouchant sur une double institutionnalisation à la fois mathématiques et didactique.
Conclusions : elles se limitent de toutes façon à un contenu particulier : la proportionnalité.
Les progrès observés après un double enseignement mathématique et didactique.

Du point de vue mathématique : on observe effectivement un réel progrès dans l'organisation des connaissances et la maîtrise du contenu mathématique. Cela est vrai dans le cas de la proportionnalité simple, mais paraît plus incertain dans les cas plus complexes (double proportionnalité, proportionnalité inverse...). Dans l'ensemble, ces progrès semblent durables, quoique fragiles pour certains normaliens.

Du point de vue didactique : pour répondre, on ne dispose que de projets de cours et non de suivis de séquences effectivement réalisées.
De façon générale il est difficile de conclure à un progrès de la réflexion didactique, sauf peut-être sur deux points :
1- La notion étudiée l'est dans un cadre mathématique plus général (ici le cas des fonctions numériques). Cela permet d'étudier parallèlement des exemples et des contre-exemples de proportionnalité et donc de mieux caractériser celle-ci.
2- Il y a utilisation de plusieurs cadres, en particulier numérique et surtout graphique. Par contre, les cadres géométriques et physiques sont peu utilisés. De même, dans le cadre numérique, l'aspect isomorphisme (propriétés de la fonction linéaire sous-jacente) apparaît peu. Les progrès observés dans l'utilisation de jeux de cadres sont donc à relativiser.
Les projets de cours ont tendance à proposer un enseignement de la proportionnalité similaire à celui que les normaliens ont eux-mêmes reçu sur cette notion. Il y a une tendance très forte à la reproduction.
L'enseignement didactique proposé a sans doute été insuffisant : concernant le choix d'une situation-problème, il faudrait, par exemple, amener les normaliens à une réflexion sur :
- l'analyse a priori : structure de problème, variables didactiques, procédures de résolution possibles...
- l'analyse des tâches de l'élève...

Pour cela, il faudrait en particulier leur proposer un travail important d'analyse de séquences :

- soit des séquences réalisées avec eux (situations de communication par exemple) : en quoi sont-elles reproductibles à l'école élémentaire ?
- soit des séquences issues de documents divers ou réalisées par eux-mêmes dans des classes.
En conclusion, pour obtenir des résultats plus probants (mais qui sont de toute façon difficiles à évaluer) il faudrait construire un enseignement en direction des normaliens beaucoup plus centré sur les notions didactiques en tant que telles".

Ainsi nous constatons que cette analyse débouche sur la nécessité de renforcer la part explicite d'un enseignement de didactique d'une part, d'autre part d'introduire les notions de didactique comme outils pour répondre à certaines questions professionnelles ou pour éclairer ce questionnement.

b) Quelques conclusions provisoires de Pascale Masselot (IUFM de Créteil, centre de Melun) (voir annexes 3 et 4)

Ce travail se propose, entre autres choses, d'évaluer l'impact d'un enseignement spécifique de didactique (annexe 3) sur la compréhension de la notion de variables didactiques (entre autres) en direction d'élèves-instituteurs de recrutement différents (nouveaux PE, élèves-instituteurs de première ou deuxième année -ancienne formule ou recrutement par concours interne...).
En particulier, à partir de l'analyse du compte-rendu d'une séquence de classe (annexe 4) portant sur l'introduction au cours élémentaire première année des écritures multiplicatives, elle se propose de voir si un enseignement spécifique de didactique et une "institutionnalisation forte" de cette notion se traduit par des réponses plus satisfaisantes à des questions portant sur ce sujet mais n'utilisant pas le terme spécifique de "variable didactique".
Le dépouillement n'est pas terminé mais Pascale Masselot a constaté que :
- des élèves-instituteurs n'ayant pas suivi un enseignement de didactique confondent par exemple variables de la situation et prises de décisions du maître pendant la séquence
- des élèves-instituteurs ayant suivi un enseignement de didactique mais ne comportant pas de cours spécifique sur cette notion (celle-ci étant abordée fréquemment mais à propos de situations contextualisées) ne perçoivent que des aspects particuliers de celle-ci, en fait une variable didactique n'est le plus souvent que numérique et ne peut avoir d'influence que sur les productions des élèves, elle n'intervient jamais sur la validation de ces productions
- les résultats sont nettement plus satisfaisants dans le cas d'un enseignement spécifique et étiqueté en tant que telle mais ils restent très inégaux.

Ce résultat est quand même encourageant !

c) Le problème posé par l'évaluation de fin de première année

L'épreuve de recrutement de fin de première année est constituée de deux parties : une partie spécifiquement mathématique (notée sur 12 points) et une partie professionnelle visant à tester certaines aptitudes du candidat à analyser des documents pédagogiques (productions d'élèves, propositions d'activités...). Le

texte est suffisamment flou pour permettre des interprétations diverses, voire contradictoires.
Je tiens à préciser que cette décision d'introduire une partie professionnelle dans l'épreuve de mathématique me parait indispensable et cela pour les raisons que j'ai explicitées précédemment notamment la nécessité d'ancrer une réorganisation des connaissances mathématiques des étudiants sur une réflexion sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.
Cette seconde épreuve ne fait pas l'unanimité des personnes qui se penchent sur la formation des PE. Certains veulent limiter la première année à un enseignement mathématique.
Il faut être vigilant sur les sujets proposés. Nous risquons de nous attirer des ennuis en tombant dans trois écueils bien distincts :
- réduire cette partie de l'épreuve à tester la capacité de l'étudiant à produire des réponses ne relevant que du bon sens "pas même professionnel"
- ou bien provoquer par des questions trop vagues ou trop ambiguës (par exemple : quels sont les objectifs de cette activité ?) des réponses se réduisant à un bavardage incontrôlable et inévaluable
- ou enfin et c'est aussi un risque non négligeable, à présenter la didactique comme un enseignement dogmatique dont l'évaluation se réduit à la reproduction de formules vides de sens ! (par exemple réduire la notion de dévolution du problème à la recherche de stimulants permettant d'intéresser l'élève au problème posé ou bien à cataloguer de situation d'action toute phase où l'élève manipule, de situation de formulation toute phase où l'élève parle, sans parler d'un découpage arbitraire en quatre phrases où la dernière serait évidemment une phase d'institutionnalisation...).

Le groupe de travail du stage national organisé à Pau cette année et portant sur la mise au point de sujets de didactique (interprétation de la seconde partie de l'épreuve de mathématique) a révélé les difficultés citées ci-dessus et a cristallisé les conceptions des différents participants sur la place de la didactique dans la formation.

Les points faisant l'unanimité des participants sont les suivants :
- dégager une classification de procédures d'élèves
- dégager une classification et une hiérarchie d'erreurs d'élèves (notion d'obstacle en particulier)
- reconnaître les variables d'une situation et parmi celles-ci les variables didactiques
- amorcer une analyse a priori
- identification de cadres.

Les notions de situation d'action, de formulation..., de situation didactique ou a-didactique, de contrat, de dialectique outil-objet ou de jeu de cadres (voire d'identification de cadres) si elles paraissent pour certains acceptables comme notions à institutionnaliser, ne leur paraissent pas devoir faire l'objet d'une évaluation..

On peut légitimement se poser la question de l'utilité de l'institutionnalisation de notions que l'on ne demande pas de savoir restituer ou utiliser comme outils d'analyse.

Cela m'amène à traiter maintenant de l'institutionnalisation des notions didactique.

d) Quelles institutionnalisations ?

Monique Pezard, en conclusion de sa thèse de troisième cycle sur l'enseignement de la proportionnalité à des élèves-instituteurs propose de pratiquer une double institutionnalisation : mathématique d'une part, didactique d'autre part.
En fait sa conclusion constitue un constat de la nécessité de changement. On peut relativiser son bilan (elle en donne d'ailleurs des pistes) en pensant qu'un d'un enseignement explicite de didactique, à propos de certains concepts mathématiques, est indispensable pour faire évoluer certaines conceptions mais aussi on réfléchissant sur les schémas de cours proposés et sur la place et les formes d'institutionnalisation des notions didactiques.
J'ai déjà parlé des schémas de cours, intéressons-nous maintenant à l'institutionnalisation.

On ne peut pas vraiment parler de double institutionnalisation : mathématique et didactique.

Mon opinion a légèrement évoluée sur la question, ainsi au lieu de double institutionnalisation, je parle d'institutionnalisation à plusieurs niveaux : par exemple en mathématiques est-il parfois nécessaire d'institutionnaliser mais aussi de dire que l'on institutionnalise et pourquoi, il en est de même en didactique... En fait, avec les instituteurs, nous avons souvent deux types de "double institutionnalisation" : mathématique et métamathématique, didactique et "métadidactique" (si du moins un tel terme a du sens).
De plus, il faut retenir l'idée d'institutionnalisations locales, partiellement décontextualisées (au risque évident dans un premier temps du moins, de "pervertir" certaines notions) et de moment fort d'institutionnalisation. En fait, nous sommes amenés, avec les élèves-instituteurs à adopter un schéma proche de celui que l'on pourrait adopter avec des élèves en difficulté en mathématiques, à savoir des dévolutions partielles de l'institutionnalisation par l'intermédiaire d'un dispositif varié. En termes simples, il est nécessaire de prévoir un dispositif varié de "piqûres de rappels" (sérum et de vaccins).

Immédiatement se pose alors la question des notions à institutionnaliser.

On ne peut traiter sur le même plan toutes les notions de didactique des mathématiques (je m'y refuse d'un point de vue éthique). De plus, il est nécessaire de préciser les domaines de validité de ces notions. Je ne reviendrai pas sur la fragilité de certaines théories voulant s'étendre au collège, au lycée voire à l'université. En ce qui concerne, les apprentissages relevant de l'école élémentaire, il est nécessaire d'être prudent.
On ne peut pas institutionnaliser des notions n'ayant pas fait l'objet d'un consensus au moins de la communauté didactique, c'est le cas par exemple de la notions de situation fondamentale. Cela n'interdit pas d'en parler, voir de les utiliser de façon importante si on le juge utile mais alors, il faut préciser les limites et les conditions d'emploi de ces éléments.

5) Les visites, l'observation, le rôle des stages ?

Dans les différents débats auxquels j'ai pu assister sur les IUFM, j'ai été très surpris par une certaine tendance à penser que les stages (tutelle mais surtout responsabilité) allaient régler beaucoup de problèmes. Il n'est pas question ici de limiter les apports d'une confrontation avec des élèves, de la pratique de la conduite de classe et de l'observation d'enseignants confirmés. Toutefois, il me paraît nécessaire de revenir sur ce point en traitant d'une question qui nous est posée constamment : le rôle des "visites", à savoir ces moments où le formateur (assurant d'autre part des cours) assiste à une séquence préparée et conduite par un étudiant pendant son stage en tutelle ou en responsabilité. Après cette prestation, se déroule un entretien avec l'étudiant dont le but est d'analyser à chaud le travail effectué et de porter une appréciation (évaluation) sur ses qualités pédagogiques.
Beaucoup de questions se posent à propos des "visites" et de leur utilité ou de leur place et utilisation dans la formation, citons les principales.
En interrogeant à la fois les collègues et les normaliens, j'ai été amené à classer les arguments militant en faveur des visites selon plusieurs catégories.

a) Visites, complément ou prolongement du cours : les visites servent de travaux pratiques, de moments privilégiés pour appliquer ou mettre en oeuvre certains éléments du cours, voire pour tester certaines traductions dans la pratique ou certaines innovations personnelles des étudiants ou inspirées par le cours. Les visites sont un moment important où les étudiants peuvent observer les élèves, les pratiques enseignantes ou leurs propres pratiques. Elles permettent un retour objectif vers le cours et cimentent les liens entre théorie et pratique. Les visites complètent le cours, le prolongent par des compléments donnés à propos de séquences effectivement réalisées ; c'est le seul moment, le seul moyen d'aborder ces questions. Il faut un peu relativiser cet aspect.
Les visites en stages, des TP ? Ce n'est pas toujours le cas, car cela nécessite une liaison avec les IMF (conseillers pédagogiques) d'une part, une préparation et un retour qui n'existent pas toujours et dont les moyens ne sont pas donnés. De plus, le stage n'est peut-être pas la meilleure forme, ou du moins la seule forme pour cela, des observations ponctuelles, hors stages, peuvent souvent être plus efficaces. La liaison théorie-pratique est une question qui doit se régler aussi par une approche théorique, la didactique des mathématiques est ici un instrument très efficace pour cette approche. Le déroulement n'est pas forcément le seul lieu de stage. Il me paraît nécessaire de prévoir des observations indépendamment des stages, collectives ou individuelles, qui constitueront de véritables TP où justement un certain nombre de problèmes de gestion de classes seront mis à distance afin d'observer des apprentissages. Les activités de type micro-enseignement semblent être un moyen permettant à la fois de travailler certaines difficultés de gestion (énoncé de consignes, prises de décision, observation d'élèves) mais aussi certaines notions didactiques (variables, négociation de consigne...).

b) Visites, régulation et évaluation : les visites servent d'évaluation à la fois des capacités à enseigner de l'étudiant et à reproduire, à appliquer (intelligemment

bien sûr) le cours. Elles servent d'éléments de régulation du cours, un peu comme les corrections de copies car elles permettent des prises d'informations sur la mise en oeuvre de certains éléments de la formation.
Je ne mets pas en cause la nécessité d'évaluer les capacités des étudiants à "assurer" un enseignement, bien que le stage en situation fasse rentrer des éléments (opposition des enfants à un remplacement) qui peuvent parfois cacher ces capacités. On peut toutefois se demander si la présence du formateur (assurant les cours) ne biaise pas cette évaluation et ne constitue pas un manque d'impartialité ? Certes, il est sans doute le plus à même de juger des capacités de l'étudiant à reproduire ou à appliquer ce qu'il a dit en cours (mais c'est alors dangereux). De plus, dans la pratique cela reste très limité, en effet le critère essentiel d'évaluation du stage en responsabilité reste la gestion de la classe (existence de chahut) et seul un lien étroit (souvent inexistant) avec les IMF le permettrait pour les stages en tutelle.
Enfin , cela pose un problème éthique, est-ce le formateur qui doit évaluer ? Cela ne risque-t-il pas de rendre dogmatique son enseignement ?
A cela s'ajoute des problèmes liés aux buts assignés à un enseignement de didactique des mathématiques. J'ai déjà précisé que cette dernière pouvait apparaître dans un premier temps du moins, comme un jugement porté sur l'enseignement actuel.
Notons qu'un enseignement renforçant cette pratique n'est pas sans danger pour la didactique des mathématiques, en effet cela peut conduire le didacticien à se conduire en militant et de ce fait à rejeter des pratiques largement majoritaires (du moins dans l'enseignement élémentaire) et à prendre le risque de voir ses explications théoriques ne prendre de sens que pour les adeptes de sa voie.
Les différentes théories didactiques risquent d'y perdre en consistance.

c) stages et "apprentissage du terrain" : les stages sont des moments de "vraies" confrontation avec la dure réalité de l'enseignement, un moment d'apprentissage par osmose et/ou observation des pratiques des collègues, un lieu où l'on acquière du bon sens professionnel, "en allant au charbon".
Soit, mais à condition qu'ils s'intègrent dans une formation "théorique" et que leur impact en soit relativisé.

d) La pratique du terrain par la formateur : les visites servent à conserver le lien avec le terrain (niveau courant ou niveau débutant), voire à conserver le lien avec les conseillers pédagogiques. Cet argument me semble très dangereux et significatif d'une sclérose de la formation, en effet c'est plutôt la recherche qui semble apte à maintenir le lien avec la réalité du terrain et de même seul un travail en commun, voire un encadrement de formation (continue) peut permettre de garder le contact avec les conseillers pédagogiques ou avec les autres instituteurs.

IV) CONCLUSION

1) Les activités obligatoires de formation

Sans vouloir être exhaustif, signalons quelques activités spécifiques de la formation des maîtres.
Tout d'abord, il est indispensable de compléter et de réorganiser les connaissances des étudiants en vue de leur futur enseignement, notamment cela suppose une culture mathématique plus approfondie sur les thèmes actuellement enseignés au collège et au lycée : géométrie et arithmétique en particulier.
Il nous semble également nécessaire d'enrichir les conceptions des futurs maîtres sur les mathématiques comme sur leur enseignement. en particulier, il faut les faire réfléchir sur :
- le rôle de la résolution de problèmes,
- les méthodes de résolution propres aux mathématiques.
De même il faut leur faire acquérir une culture leur permettant de prendre en compte et d'intégrer dans leur pratique professionnelle les liens existant entre les différentes disciplines enseignées.
Une formation professionnelle doit aussi comporter :
- des analyses de séquences, hors stage, s'appuyant sur une analyse a priori et prenant notamment en compte l'existence de "variables didactiques".
- des analyses d'erreurs, de productions et de procédures d'élèves.
- des analyses cliniques d'élèves résolvant un problème.
- des comparaisons de cursus d'enseignement.
- des analyses comparées de manuels, (les études d'exercices de manuels mais aussi de cours peuvent prendre en compte comme critère le fonctionnement d'un concept en tant outil ou en tant qu'objet,voir à ce sujet le cahier n°51 de didactique des mathématiques de l'IREM de Paris VII sur l'analyse de manuels).
Ces différentes études doivent pouvoir utiliser les outils mis au point par la didactique des mathématiques.
A partir d'activités décrites ci-dessus comme à partir de situations construites spécifiquement pour introduire ces outils ("situations de didactiques"), il me parait indispensables d'institutionnaliser les notions citées plus haut. Ces institutionnalisations prenant un aspect local, encore contextualisé dans un premier temps puis pouvant devenir plus riches et s'intégrer en éléments de théories dans un second temps.
Il faut toutefois préciser les limites de ces outils, leur domaine de validité et avertir les étudiants sur le fait que la didactique des mathématiques permet d'éclairer certains phénomènes d'enseignement mais qu'elle ne permet pas de répondre à toutes les questions posées par une formation professionnelle.

2) Quel bilan de formation initiale ?

Au bilan delà fait par Monique Pezard, ajoutons celui fait par Jeanne Bolon et moi-même dans le cahier n°3 de formation de l'IREM de Paris VII :

L'effet limité de la formation initiale : au risque de démobiliser les plus enthousiastes des participants, nous affirmons que la formation initiale n'a que des effets limités , car elle débouche sur l'exercice dans un milieu professionnel qui a ses habitudes de fonctionnement, ses traditions. Tout débutant dont l'attitude divergerait trop de celle de ses collègues se verrait immédiatement aux prises à leur hostilité. La formation initiale sera d'autant plus efficace qu'une formation continue influera la masse des enseignants.

Pour le premier degré, la formation continue en mathématiques n'est pas très importante. La plupart des enseignants se cultivent spontanément dans leur domaine d'excellence, qui, en général, n'est pas scientifique. Les inspecteurs de l'éducation nationale sont en majorité non scientifiques et leurs conseils datent parfois. Les manuels de mathématiques assurent un taux de réussite locale convenable. La pression est beaucoup plus forte en français.

BIBLIOGRAPHIE

(1) Actes du colloque des P.E.N. (Inter-IREM) de Angers - 1987 - Contribution de S. GAIRIN-CALVO

(2) Actes du colloque des P.E.N. (Inter-IREM) de Rouen - 1988 - Contribution Hervé.PEAULT, IREM de Haute Normandie

(3) Thèse de 3ème cycle de didactique des mathématiques : une expérience d'enseignement de la proportionnalité aux élèves-instituteurs - Monique PEZARD - IREM de Paris VII.

(4) Actes de la 1ère Université d'Eté des P.E.N. - Didactique des mathématiques et formation des maîtres à l'école élémentaire - Olivet - juillet 1988 - IREM de Bordeaux

(5) ERMEL CM - apprentissages mathématiques à l'école élémentaire INRP - éditions HATIER

(7) "Calcul mental, calcul rapide" - Brochure n°78 de l'IREM de Paris VII - Denis BUTLEN- Monique PEZARD.

(8) ERMEL CE - apprentissages mathématiques à l'école élémentaire - INRP - HATIER

(9) A propos de l'enseignement de la proportionnalité - M. PEZARD - Cahier de didactique des mathématiques n°20 - IREM Paris VII

(10) Quelques concepts, quelques généralités et quelques références - Collectif - cahier de didactique des mathématiques n°5 - IREM Paris VII

(11) De la didactique des mathématiques à l'heure actuelle - Régine DOUADY - cahier n°6 de didactique des mathématiques.

(12) Une introduction à la didactique des mathématiques - Aline ROBERT - cahier n°50 de didactique des mathématiques.

(13) "Apprentissages mathématiques" - ERMEL/INRP - GS de maternelle

(14) R. Douady : jeux de cadres et dialectique outil-objet - Recherche en didactique des mathématiques n° 7 - 2 - La Pensée Sauvage.

(15) Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques - actes du stage national de Cahors organisé par la COPIRELEM - diffusé par l'IREM de Paris VII.

(16) Document de travail pour la formation des maîtres n°1 de l'IREM de Paris VII, "formation en didactique des mathématiques, une expérience en CPR interne", A.Robert

(17) Document de travail pour la formation des maîtres n°3 de l'IREM de Paris VII, "Formation professionnelle initiale des enseignants du second degré en mathématiques, actes de la journée de réflexion organisée le 06/04/91 à Paris par la Commission Inter-IREM Université et l'équipe DIDIREM"

(18) Document de travail pour la formation des maîtres n°4 de l'IREM de Paris VII, "Un enseignement de didactique des mathématiques à des futurs Instituteurs-Maîtres-Formateurs", Denis BUTLEN et Monique PEZARD

(19) Document de travail pour la formation des maîtres n°5 de l'IREM de Paris VII, "Formation à l'enseignement des mathématiques..."

(20) cahier n°51 de didactique des mathématiques de l'IREM de Paris VII, "réflexions sur l'analyse de textes d'exercices des manuels", A.Robert

(21) Aides pédagogiques pour le CM - COPIRELEM - Géométrie - APMEP(**2**)
(22) Actes du colloque des P.E.N. (Inter-Irem) de Paris - 1990 - , IREM de Paris VII

ANNEXE 1

"LE NOMBRE LE PLUS PROCHE"

(extrait du document de travail pour la formation des maîtres n°4 de l'IREM de Paris VII, "Un enseignement de didactique des mathématiques à des futurs Instituteurs-Maîtres-Formateurs", Denis BUTLEN et Monique PEZARD, voir (18))

Cette activité a été largement décrite par Hervé Péault dans les actes du colloque des P.E.N. de Rouen de 1988 (voir (2)) et par les collègues de Bordeaux (voir la contribution de Suzy GAIRIN-CALVO, Colloque des P.E.N. d'Angers, 1987, (1)).

Il s'agit d'un jeu proposé aux stagiaires dont la règle est la suivante :

"*On a n équipes et x joueurs. Chaque joueur dispose de 10 papiers comportant les nombres de 0 à 9. Le P.E.N donne un nombre m compris entre 0 et 9.x. Chaque joueur de l'équipe lève un nombre et la somme des nombres par équipe doit être la plus proche de m*".

Les stagiaires doivent trouver une stratégie gagnante, pour cela nous adoptons le dispositif décrit ci-dessous.

Il y a deux stratégies gagnantes :
- on divise le nombre m par 9 (m=9.b+r). Les b premiers joueurs lèvent le nombre 9, le joueur suivant lève le nombre r et les autres joueurs lèvent le nombre 0 (procédure n°1),
- on divise le nombre m par le nombre de joueurs (m=b'x+r'). Les r' premiers joueurs rajoutent 1 au nombre b' et les autres joueurs lèvent le nombre b'. (procédure n°2).

Le déroulement adopté diffère quelque peu de celui de Hervé Péault, à savoir :

1ère phase : les stagiaires jouent deux fois, sans concertation préalable, par équipe de 4
2ème phase : 2 jeux après concertation, les stagiaires doivent rédiger leur stratégie,
3ème phase : 2 jeux par équipe de 7 avec concertation préalable et nouvelle rédaction,
4ème phase : 2 jeux par équipe de 21 (tout le groupe d'instituteurs)
5ème phase : élaboration collective par les stagiaires d'une stratégie pour une équipe fictive de 247 joueurs ?
Dans chaque phase, les scores par équipes, le nombre de joueurs par équipe et le nombre à approcher est inscrit au tableau.
6ème phase : institutionnalisation par le P.E.N sur la base de l'observation a posteriori des production des stagiaires, des notions suivantes : dialectiques de l'action, de la formulation, de la validation et de l'institutionnalisation, en

s'inspirant du polycopié mis au point par l'équipe l'IREM de recherche en didactique de Bordeaux (voir (18) pages 14 à 17).

Les objectifs poursuivis par les P.E.N sont sensiblement les mêmes que ceux exposés par Hervé Péault dans (2), à savoir :

a) dégager ce qui relève de l'action, de la formulation, de la validation dans cette activité

Il nous paraît toutefois difficile d'étiqueter chaque phase en terme d'action ou de formulation ou de validation (cf Hervé Péault dans (2)) mais plutôt de parler de dialectiques de l'action, de la formulation, de la validation. De plus c'est l'occasion de pratiquer une double institutionnalisation :
- d'une part, des notions didactiques citées ci-dessus,
- d'autre part de repréciser certaines notions mathématiques liées à la division, en particulier : définitions de la division euclidienne, de la division approchée dans D...

Enfin, il nous a paru nécessaire d'étiqueter pour les instituteurs les moments où nous institutionnalisions et sur quel domaine porte le discours (didactique ou mathématique).

b) dégager parmi les variables de la situation, celles qui sont didactiques :

Notamment le nombre de joueurs de l'équipe : si celui-ci est petit, la stratégie n°2 est privilégiée, si celui-ci est élevé ou est un nombre premier, la stratégie n°1 est privilégiée (sauf pour des nombres comme 20, 25, 30...).
L'analyse des messages rédigés à chaque étape du jeu, ainsi que l'analyse a posteriori des stratégies explicitées par les stagiaires nous fait constater, comme Hervé Péault des stratégies hybrides, locales, voire "alambiquées" dans plusieurs cas (cf 2).

En fait, nous avons seulement, à ce stade, repéré ce qui relèvent des 4 dialectiques citées ci-dessus et souligner le rôle joué par les nombres intervenant dans la situation. Ces notions, de même que la notion de "dévolution du problème" seront reprises et feront l'objet d'un exposé dans la phase suivante.
L'institutionnalisation porte également, comme nous l'avons déjà dit, sur la notion de division euclidienne et sur le statut de"l'écriture $a=bq+r \quad o\leq r<b$".

ANNEXE 2

"La boîte du pâtissier" : (d'après une idée de M.L. Pelletier et C. Houdement - Activités géométriques au CM - Aides pédagogiques (21) - voir (15)les actes du stage national de la COPIRELEM de CAHORS, 1990).

Organisation matérielle : la résolution est faite par groupe de 4, un membre du groupe est observateur, il doit noter les phases et étapes de la démarche suivie par les autres membres ainsi que les échanges effectués afin d'en faire le compte-rendu au moment de la mise en commun des travaux de groupe.

L'activité : le document (n°2) ci-joint est distribué aux élèves-instituteurs. Le temps consacré est d'environ 3 heures.

quelques remarques sur les procédures et cadres utilisés :
Nous constatons que les normaliens travaillent dans les cadres suivants :

- cadre physique
- cadre géométrique (sans mesure)
- cadre géométrique (avec mesure)
- cadre algébrique
- cadre numérique

En particulier, les cadres physiques et géométriques permettent une validation et/ou une initialisation des calculs effectués soit dans le cadre algébrique, soit dans le cadre numérique.
Un certain nombre de normaliens n'arrivent pas à produire d'équations et se limitent à vérifier des hypothèses géométriques à l'aide de calculs numériques et en construisant effectivement la boîte correspondante.
Cette activité permet aux P.E.N. de dégager ou de faire dégager l'aspect outil de certaines notions mobilisées ou non par certains pour résoudre le problème. C'est l'occasion ainsi de redonner un sens au calcul algébrique ou à la résolution d'équations. On a là encore une double institutionnalisation (mathématique : calcul algébrique, équation, inconnue, proportionnalité) et didactique.

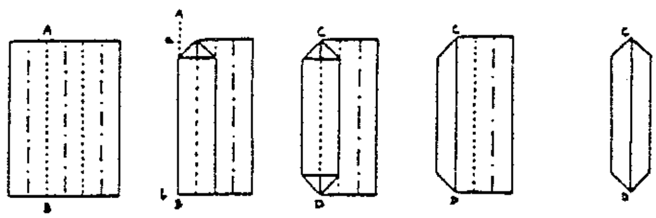
DOCUMENT N° 2 : EXTRAITS DE ACTIVITES GEOMETRIQUES AU CM. AIDES PEDAGOGIQUES POUR LE CM - COPIRELEM - APMEP

LA BOITE DU PATISSIER

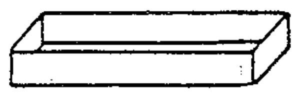
Construire une boîte en suivant les indications ci-dessous :

bords réels de la feuille
pli en creux
pli en relief

par rapport à l'observateur à chaque étape.



Construire selon le même principe une boîte à fond carré. Construire la plus grande boîte possible dans une feuille de papier 21 × 29,7 à fond carré.



Indications pédagogiques

Variation d'un des paramètres :

Varation des dimensions de la feuille de papier,.
— dimensions pour obtenir une boîte à fond carré de côté donné ?
— une boîte de dimensions quelconques peut-elle être obtenue ?
— peut-on utiliser une feuille quelconque ?
— comparaison des dimensions des boîtes obtenues avec une feuille 21 × 29,7, une demi-feuille, un quart de feuille.

Variation du pliage,
— boîte à fond sans pli,
— nombre minimal de bandes pour construire une boîte ?
— constructions obtenues avec un nombre impair au départ (5 bandes).

Variation de plusieurs paramètres :

• Forme et pliage,
— peut-on réaliser une boîte plus plate ? quand on diminue de motié la hauteur, de combien augmente la surface du fond ?

• Dimensions et pliage
— relations entre les dimensions de la feuille pour obtenir une boîte à fond carré, de côté a, en fonction du nombre de bandes ?

• Forme, dimensions, pliage
— construire une boîte cubique,
— construire une boîte à dimensions données.

Autres pistes :

— constructions de couvercles,
— constructions de boîtes gigognes.

Au cours de toutes ces activités les enfants devraient pouvoir, s'ils le désirent, passer de la boîte construite à son développement plan et vice-versa par démontage ou remontage. C'est ainsi que les prévisions sur les développements peuvent être immédiatement contrôlés par montage. L'identification des éléments de la boîte sur son patron correspond bien aux objectifs du programme du CM. en ce qui concerne la passage de l'espace au plan. Notons que les techniques de pliage relèvent des Travaux Manuels.

ANNEXE 3

UN PLAN D'ENSEIGNEMENT DE DIDACTIQUE EN PREMIERE ANNEE DE PE (premier semestre)

PREMIERE SEANCE : PRESENTATION, NUMERATION

1) Présentation de la formation

a) Emploi du temps, répartition des enseignants
b) Présentation du programme , des activités, des épreuves de concours
c) Demander aux étudiants de rédiger sur une demi-feuille de papier, leurs 5 premiers souhaits pour leur formation de cette année, de façon anonyme ; une phrase au plus par souhait.
passation d'un contrat de formation
d) Négocier un "contrat de formation"
e) précautions préalables portant sur la place de la didactique des mathématiques dans une formation professionnelle.
f) bibliographie d'ordre général

2) Numération, écriture des nombres entiers

a) Une situation-problème d'introduction : étude de numérations anciennes ou étrangères
b) Une deuxième situation-problème : réinvestissement et nouveau regard : le point de vue algorithmique.
c) Activités de rappels sur "les bases"
d) Une réflexion particulière sur la numération écrite avec des mots
e) Deux types d'entrée pour la numération : point de vue algorithmique et point de vue groupement-échange
f) Exemples de progression
g) Analyse a priori, analyse d'erreurs

LA CONSTRUCTION DU NOMBRE

1) Les hypothèses cognitivistes de la didactiques des mathématiques, une précaution : éviter les "mouvements de balancier" dans l'enseignement
2) Analyse historique des programmes de l'école élémentaire et maternelle
3) Rappels mathématiques sur la notion de nombre, aspect ordinal, aspect cardinal
4) Le nombre, que sait-on de son acquisition ?
  4-1) Le point de vue constructiviste
  4-2) Le point de vue innéiste, Rachel Gelman.
  4-3) la place de l'apprentissage de la comptine dans la construction du nombre (aspect ordinal)
5) Des idées directrices pour construire une progression sur le nombre (GS/CP)
  5-1 Explicitation de principes
  5-2 Analyse d'un document audio-visuel "les wagons" (INRP), à partir de questions posées par le formateur.

5-3 Présentation par le formateur d'une progression pour la GS de maternelle (ERMEL GS)

5-3-1 les nombres comme mémoire de quantité

5-3-2 les nombres pour comparer

5-3-3 les nombres pour partager

5-3-4 les nombres pour calculer

5-4 Présentation d'une progression pour le CP (ERMEL CP)

5-5 Quelques remarques sur le point de vue de l'INRP

5-6 Quelques devoirs de didactique sur le sujet.

STRUCTURES ADDITIVES (VERSION A)

1) bibliographie

2) Le champ conceptuel de la soustraction, tri de problèmes

2-1) Une première approche du champ conceptuel de la soustraction

2-2) Exposé sur les structures additives d'après G. Vergnaud

3) Explicitation et comparaison de diverses techniques de soustraction

4) Calcul mental et structures additives

4-1) Quelques exemples de calcul mental, niveau étudiants IUFM

4-2) Exposé structuré autour du document n°6 (extraits de la brochure n°78 de l'IREM de Paris VII, Calcul mental, calcul rapide, Denis BUTLEN et Monique PEZARD).

5) Un exemple de progression sur l'addition

5-1) Manipulation d'écritures additives et soustractives

5-2) Vers le calcul

6) Analyse d'erreurs

7) Comparaison de manuels sur la soustraction.

8) Quelques problèmes d'arithmétique

STRUCTURES ADDITIVES (VERSION B)

1) bibliographie

2) Une situation d'introduction : la vache et le paysan (à traiter en 1h dans le but essentiel de poser le problème des structures additives)

3) Le champ conceptuel de la soustraction, tri de problèmes

3-1) Une première approche du champ conceptuel de la soustraction

3-2) Exposé sur les structures additives d'après G. Vergnaud

4) Exposé d'une progression sur l'addition

5) Explicitation et comparaison de diverses techniques de la soustraction

6) Calcul mental et structures additives

6-1) Quelques exemples de calcul mental, niveau étudiants IUFM

6-2) Exposé structuré autour du document n°6 (extraits de la brochure n°78 de l'IREM de Paris VII, Calcul mental, calcul rapide, Denis BUTLEN et Monique PEZARD).

7) Analyse d'erreurs

8) Comparaison de manuels sur la soustraction.

9) Quelques problèmes d'arithmétique

ANNEXE 4

(extrait du document de travail pour la formation des maîtres n°4 de l'IREM de Paris VII, "Un enseignement de didactique des mathématiques à des futurs Instituteurs-Maîtres-Formateurs", Denis BUTLEN et Monique PEZARD, voir (18))

Extraits d'une préparation de la première séquence introduisant la notion d'écriture multiplicative au CE1 *(les phrases imprimées en italique ne font pas partie du texte distribué aux étudiants).*

Cette séquence s'inspire d'une situation élaborée par l'IREM de Bordeaux. Elle constitue la première leçon sur la notion d'écriture multiplicative.

Objectifs de la séquence :

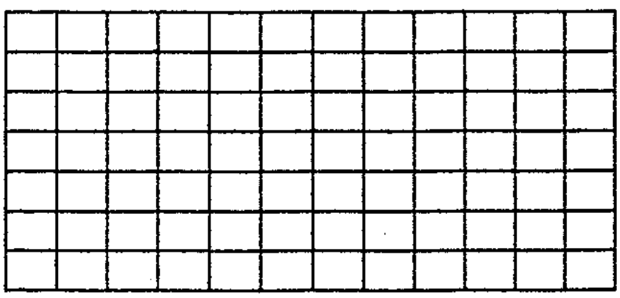
- *introduire la notion d'écriture multiplicative d'un nombre entier naturel,*
- *donner un sens à cette écriture,*
- *renforcer la notion de nombre naturel.*

Notre choix :

L'analyse mathématique de la notion, l'analyse des pratiques enseignantes et des manuels scolaires montrent qu'il y a deux grandes manières d'introduire cette notion :
- on peut introduire cette écriture à partir de l'addition réitérer :

$$7 \times 12 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7$$
$$12 \times 7 = 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12$$

Cette méthode si elle présente l'avantage de s'appuyer sur des connaissances acquises par les élèves sur l'addition présente par ailleurs beaucoup d'inconvénients : les facteurs a et b ne jouent pas les mêmes rôle (12 paquets de sept éléments, ce n'est pas la même chose que sept paquets de 12 éléments) ; cela peut amener certains maîtres à introduire dans un premier temps une multiplication non commutative ! Elle oblige d'autre part à introduire un vocabulaire et des notations peu commodes.
- On peut présenter l'écriture a x b comme une désignation du nombre d'éléments d'une collection organisée sous forme de grilles rectangulaire comportant a lignes et b colonnes ou bien b lignes et a colonnes.



Cette présentation si elle élimine les défauts de la première, a l'inconvénient d'être très liée à la disposition spatiale de la collection à décrire.

Nous avons adopté le principe d'une présentation dialectique de l'écriture multiplicative a x b s'appuyant sur deux cadres :
- un cadre géométrique : a x b désignera le nombre d'objet d'une collection organisée ou pouvant s'organiser sous forme de grilles rectangulaires,
- un cadre numérique : a x b sera une écriture plus courte de l'une des deux écritures additives réitérées ci-dessus.

Cette séquence a pour but de présenter aux élèves une situation évolutive permettant de faire le lien entre ces deux cadres et ses deux conceptions.

Présentation de la situation

Il s'agit d'une situation de communication entre les élèves.
La classe est divisée en groupes (3 à 4 élèves) de deux types : émetteur et récepteur.
Chaque groupe jouent à la fois le rôle de récepteur et d'émetteur.
Le groupe émetteur possède une grille rectangulaire (dessinée sur une feuille polycopiée) dont les dimensions peuvent être par exemple de 7 et 12 ou bien de 9 et 14.
Le groupe récepteur possède un lot de grilles parmi lesquelles se trouve la grille du groupe émetteur.

La consigne est la suivante :
"le groupe émetteur doit envoyer un message au groupe récepteur lui permettant de retrouver le plus rapidement possible et le plus facilement possible la grille correspondante dans son lot. Ce message doit être le plus court possible et doit désigner le nombre de carreaux de la grille."

Les variables de la situation :

Les variables numériques : il est nécessaire de prévoir une grille faisant intervenir des nombres assez grands, par exemple $a > 6$ et $b \geq 11$ afin de placer les élèves dans une situation :
- où les "techniques primitives de dénombrements" (un à un ou paquets à paquets) sont plus laborieuses,
- où l'écriture a x b devient plus commode car plus rapide, plus économique pour décrire (spatialement) le nombre d'éléments de la collection,
- où la perception globale, de visu de ce nombre devient très difficile.

Le choix des grilles du groupe récepteur : il faut que soient présentes :
- des grilles différentes de celles du groupe récepteur, mais dont les dimensions sont assez proches de celle-ci, par exemple :
- dans le cas de la grille 7 x 12, on peut choisir des grilles de dimensions : 8 x 12 ou 6 x 10 ou 11 x 18, en particulier pour invalider les messages des élèves "ne comptant qu'une seule fois le carré du coin" ,
- des grilles ayant le même nombre d'éléments que la grille du groupe émetteur mais dont les dimensions sont différentes, ainsi :

- dans le cas cas d'une grille 7 x 12, il faut prévoir des grilles 42 x 2, 14 x 6, 3 x 28,
- dans le cas 9 x 14, des grilles de dimensions 18 x 7, 3 x 42...
Ceci afin d'éliminer certains messages (84 par exemple) qui ne permettent pas de trouver rapidement et surement la bonne grille.

<u>Les contraintes de la situation :</u> la consigne comprend certaines contraintes, indispensable au bon déroulement de la séquence, ainsi le groupe émetteur doit envoyer un message :
- court et essentiellement numérique, afin d'éliminer des messages écrits "en français, avec des phrases", trop longs et souvent incompréhensibles. Cela permettra également l'élaboration éventuelle d'une écriture permettant de désigner le cardinal de la collection,
- qui doit permettre au groupe récepteur de retrouver rapidement et facilement la grille en question,
- le message doit de plus, désigner le nombre de carreaux.

<u>Analyse de la tâche de l'élève</u>

Pour élaborer son message, l'émetteur doit :
- soit dénombrer un à un le nombre d'éléments de la grille et en donner une écriture "canonique",
- soit dénombrer "paquets à paquets" ce nombre et traduire cette activité par une écriture additive ou canonique. Le dénombrement peut alors prendre en compte ou non, la disposition spatiale de la collection (nombre d'éléments d'une ligne ou d'une colonne, nombre de lignes ou de colonnes),
- soit de dénombrer le nombre d'éléments d'une ligne et d'une colonne et traduire cette activité par une écriture multiplicative ou proche de cette forme.

<u>Analyse des messages des élèves</u>

Nous avons constaté une grande diversité des messages produits par les élèves. Nous pouvons les classer ainsi :

- *des écritures canoniques : 84 pour la grille 7-12, par exemple,*
- *des écritures additives :*
    - *faisant intervenir la symétrie de la figure ou le partage en deux de celle-ci :*
      42 + 42,
    - *des écritures additives réitérées basées :*
        - *soit sur le nombre d'éléments d'une ligne ou d'une colonne :*
          12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 ou
          7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7
        - *soit sur une technique de dénombrement paquets à paquets :*
          10 + 10 + 10 +10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 4 etc ...
- *des écritures rendant compte de la disposition spatiale de la collection 12C 7L ou 12,7*

- *on peut voir apparaître des messages montrant que l'élève a déjà rencontré cette notion, par exemple : 12 fois 7 ou bien 7 fois 12 ou 12 x 7 ou encore 12 x 7 = 84.*

Validation de l'activité

La situation étant une situation de communication, la validation pourra se faire dans un premier temps sur le fait que le groupe récepteur a pu ou non déterminer la grille du groupe émetteur.
Un autre élément de validation portera, lors de la comparaison des messages, sur le respect des contraintes de la consigne : longueur du message, caractère numérique, rapidité et facilité du décodage... Cela implique que le maître ait le souci constant, dans cette phase, de faire respecter ces contraintes.

Déroulement de l'activité

1) Enoncé de la consigne

2) Phase de recherche et élaboration des messages de la part de l'émetteur.

3) Phase de recherche de la part du groupe récepteur pour déterminer la grille correspondante. Il pourra demander par écrit (à l'aide de phrases courtes) des explications supplémentaires au groupe émetteur s'il ne peut remplir sa tâche. L'émetteur devra alors lui renvoyer un autre message.

4) Phase de comparaison des productions : celle-ci a pour but, à partir de comparaison des messages et des difficultés rencontrées par les décodeurs, de dégager ou d'introduire (si aucun message de ce type apparait) les avantages d'un codage à l'aide d'une écriture multiplicative.

- Les écritures canoniques ne seront pas retenus comme efficaces car elles ne permettent pas de reconnaître de façon certaine la grille.
- Les écritures traduisant un comptage paquets par paquets (autres que celles s'appuyant sur le cardinal d'une ligne ou d'une colonne) également car elles imposent un travail important et peu sûr pour le groupe récepteur.
- Les écritures additives réitérées ne satisfont pas à la contrainte de la consigne : message trop long, demandant un temps de recherche trop important pour le décodeur.

Le maître devra introduire l'écriture multiplicative à partir des messages prenant en compte la disposition spatiale de la collection. S'il existe des message du type 12C, 7L, il devra alors souligner que ces messages ne satisfont qu'une partie de la consigne et en particulier, ne codent pas le nombre de carreaux de la grille.Il introduira alors l'écriture 12 x 7 ou 7 x 12 comme satisfaisant à cela.
Il fera de même pour les message du type 12 fois 7 ou 7 fois 12.
S'il apparaît des messages sous forme multiplicative, le maître utilisera ces élèves pour donner un sens à ce type d'écriture.
Dans tous les cas, il s'attachera à montrer que ce type d'écriture est la plus adéquate pour répondre au problème posé.

5) Donner les deux sens de l'écriture multiplicative : l'explication précédente à partir des contraintes de la situation ne permet que de souligner un seul sens, celui s'appuyant sur la configuration de la collection.
Nous pensons qu'il est nécessaire dès cette étape de dégager le caractère numérique de cette écriture, et pour cela de prouver que cette écriture désigne bien un entier naturel.
Quand on pose la question aux élèves : "cette écriture désigne-t-elle un nombre ? "Il répondent souvent : "non, car on ne sait pas combien il y en a ? il faut compter ou calculer !"
Un moyen de résoudre partiellement ce problème est de faire le lien entre cette écriture et les techniques de dénombrement mis en oeuvre par certains élèves, celles qui se réfèrent à la fois à la disposition spatiale de la collection et à des additions réitérées.
Il est évidemment nécessaire de prévoir des activités renforçant cette notion. La compréhension de ce concept prend du temps.

Prolongements

1) Travail individuel rapide à partir d'une grille représentée sur une feuille polycopiée, l'élève doit en un temps très court (60 secondes) désigner par l'écriture de son choix le nombre d'éléments de la grille. On pourra prendre comme dimensions 17 X 21 par exemple.

2) Construction d'une grille correspondant à une écriture multiplicative donnée (sur papier quadrillé).

Il s'agit de la 1ère leçon sur la notion d'écriture multiplicative. Répondre aux questions suivantes :

Répondre aux questions suivantes :

1) Déterminer les objectifs de la séquence.
2) Quelle(s) définition(s) de l'écriture multiplicative, l'auteur privilégie-t-il ? Pourquoi ?
3) Quels sont les éléments de la situation sur lesquels l'enseignant peut agir ? Parmi ceux-ci quels sont ceux qui peuvent changer les comportements et les performances des élèves ?
4) Commenter les différentes étapes de la séquence, pour chacune d'elles analyser le rôle du maître et les comportements des élèves.

DEUXIEME PARTIE

(Jeanne Bolon, IUFM de Versailles)

QUESTIONS A LA DIDACTIQUE

Les formateurs d'enseignants ont une place située à la charnière entre le milieu professionnel et le monde des chercheurs concernés par le système éducatif. Ils ont aussi un contrat vis-à-vis du Ministère de l'éducation, celui de préparer les futurs enseignants à leur métier, également celui d'aider les enseignants en poste à évoluer.

Le témoignage ci-après aborde les relations aux deux milieux, en privilégiant les questions aux chercheurs, principalement en didactique des mathématiques.

L'exposé a été suivi d'un débat qui n'est pas rapporté ici.

Jeanne BOLON Mars 1991

QUESTIONS A LA DIDACTIQUE ... ET A D'AUTRES DOMAINES

Exposé destiné aux animateurs de l'IREM de Paris VII

Dans mon métier de formatrice, il m'arrive d'utiliser consciemment des outils de la didactique, il m'arrive aussi de tomber sur des questions sans réponse, ou du moins sans réponse connue de ma part, et je me demande parfois à qui les poser. Je vais faire devant vous l'état de mes attentes vis-à-vis de la didactique et des autres champs de savoir liés à la formation des enseignants.

Précisons tout d'abord mon expérience professionnelle dans la formation des enseignants : j'enseigne en école normale depuis 1977 et à l'école normale de Versailles depuis 1979. Ma formation en didactique est faite de bric et de broc : j'ai suivi plusieurs écoles d'été de didactique, j'ai participé à l'organisation de l'université d'été pour les formateurs du premier degré (Orléans 1988), je connais l'existence de la revue "Recherches en didactique des mathématiques", mais je ne suis pas diplômée, je ne fais que "respirer l'air du temps", où la didactique a sa place.

Pour la suite de l'exposé, j'indiquerai tout d'abord les concepts de la didactique que je crois utiliser, pour préparer mes cours ou pour analyser des séquences de classe lors de visites de débutants. Je ferai le point ensuite sur les propositions d'ingéniérie didactique pour l'école élémentaire, en partant des thèmes mathématiques. J'en viendrai ensuite aux méthodes d'enseignement et aux problèmes d'éthique. Je terminerai par des questions d'ordre institutionnel. Après tout cela, ce sera à vous la parole..., vous aurez tout loisir pour me prouver que je n'ai rien compris...

1- Les concepts de la didactique que je crois utiliser

Une remarque de départ : pourquoi dire "je crois utiliser" ? J'ai l'habitude de constater des décalages entre les déclarations d'intention et la réalité du déroulement de la classe. Il n'y a pas de raison que j'échappe à cette tendance. Je crois utiliser, donc, certains concepts de la didactique , au moment de préparer mes cours ; parfois même , j'en parle aux normaliens ou aux instituteurs en stage de formation continue.

Je les donne en vrac : *contrat didactique, variable didactique, situation de communication, institutionnalisation, dévolution du problème, conflit socio-cognitif.* J'utilise assez peu le concept de transposition didactique.

L'expression de *situation a-didactique* me paraît maladroite car elle fait croire que l'enseignant est absent de la mise en oeuvre, pourtant les situations de ce type font partie du répertoire que j'utilise pour caractériser des séquences observées. Pour préciser le sens de cette expression, je me réfèrerai à ce qu'a dit Brousseau lors d'un stage d'initiation à la didactique. Quand l'élève quitte l'école, il doit lui rester des outils mentaux disponibles : l'élève devra passer du régime de fonctionnement de connaissances scolaires (situations didactiques) à un régime de fonctionnement dont le contexte est étranger au monde scolaire (situations non-didactiques). Pour préparer ce passage, le maître devra simuler, en situation scolaire, des situations non-didactiques, pour que la connaissance développée chez les élèves ait quelque chance d'être opératoire hors de l'école : ce sont les situations a-didactiques.

La dialectique outil/objet ne fait pas partie des cours aux normaliens, de manière explicite, mais il s'agit bien de cela quand je dis qu'on peut traiter des problèmes de division sans technique opératoire de division. Les jeux de cadre n'apparaissent pas dans mes discours, pourtant on passe son temps à l'école primaire à utiliser des schémas, schémas qui deviennent des outils de pensée (par exemple, la droite numérique dans l'apprentissage de la soustraction).

Je n'aime pas l'expression *noosphère* et préfère utiliser un langage sociologique ou institutionnel, parler de conflits d'intérêts ou de points de vue.

Pour les visites, je pratique une analyse a priori "spontanée", qui est , en fait une synthèse d'analyses a posteriori répétées.

J'ai trouvé dans les propositions d'ingéniérie didactique des solutions de rechange aux scenarios habituels des classes primaires. Le point de vue constructiviste me séduit : construire des connaissances à partir des connaissances des enfants, qui peuvent se révéler des appuis ou des obstacles (cf. *Preuves et réfutations*, cité dans tous les écrits de didactique, quand ce n'est pas Bachelard...).

2- Les propositions d'ingéniérie pour l'école élémentaire

Dans le sillage de la didactique existe, de nombreuses propositions d'ingéniérie ont été faites pour l'école élémentaire : construction du nombre, mise en place des opérations et des techniques opératoires associées , décimaux (étude faite par cet IREM), longueurs et surfaces (idem). C'est un bon début qui nous a fourni des points de repère. Nous maîtrisons, mieux qu'autrefois, les imbrications entre les formes de travail (par groupe de 2 ou plus, individuellement, débat en classe entière, etc.) et la place de la séquence dans le processus d'apprentissage de la notion étudiée : entrée dans le thème, élaboration de procédures artisanales de résolution, débat sur leur pertinence, entraînement à l'emploi de procédures efficaces. De même, nous avons appris à regarder comment les enseignants gèrent les erreurs des élèves en début, au milieu et en fin d'apprentissages , en quoi c'est révélateur de leurs conceptions générales sur l'apprentissage mathématique.

Il reste néanmoins beaucoup de zones d'ombre sur les contenus de l'école primaire, de quoi alimenter de nombreuses thèses en didactique ? En voici des exemples.

- Pour la *soustraction*, les progressions sont loin d'être claires . C'est une opération traditionnellement enseignée à l'école primaire alors qu'elle n'est pas algébriquement nécessaire. Elle ne "passe " pas bien. Même pour les techniques opératoires écrites à automatiser, des écoles s'affrontent ce moment. Les études sur les transformations (Vergnaud, Conne, Fayol, etc.) relancent le débat sur l'opportunité d'introduire la multiplication avant la soustraction...On a le sentiment d'être le jouet de modes.

- Concernant le concept de *résolution de problèmes*, c'est un vrai concept fourre-tout : on y trouve ce que Vergnaud appellerait le champ conceptuel lié aux opérations arithmétiques de l'école primaire, l'organisation et le traitement d'informations liées à des domaines supposés de la vie courante... et l'activité ordinaire de toute personne se livrant à des mathématiques ! Et je ne parle pas du petit jeu de devinette où les informations sont données exprès en désordre, avec des unités disparates... où l'on s'étonne ensuite que beaucoup d'élèves ne sachent pas lire !

- La liaison *opérations/opérateurs* faisait partie des thèmes dont on parlait à l'époque des mathématiques modernes : elle n'a pas fait l'objet d'ingéniérie. Le "jeu de cadre" ne serait-il pas productif ?

- L'enseignement des différents aspects de la proportionnalité n'est traité que partiellement dans les propositions d'ingéniérie. Les confusions faites dans le grand public sur l'emploi des pourcentages montrent que la question ne relève probablement pas seulement de l'école élémentaire.

- Le débat sur l'enseignement des fractions avant les décimaux ou l'inverse n'est pas convaincant.

- La place des calculatrices n'a fait l'objet que d'études sporadiques.

- En géométrie, les résultats sont à la fois nombreux et parcellaires : qui donnera des axes fédérateurs ? Il y a à la fois trop de proposé et pas assez de structuré.

Plus que les thèmes à caractère mathématique, il nous manque des travaux sur des thèmes transversaux :

- Quel est le rôle des schémas dans l'appropriation des notions ? Par exemple, est-il pédagogiquement pertinent de faire résoudre les problèmes d'état et de transformation en utilisant des représentations fléchées ? Y a-t-il des progressions à respecter dans l'emploi de ces langages "sémiotiques" ?

- Y a-t-il une pédagogie à inventer pour l'écrit en mathématiques ? Comment faire le passage du récit mathématique (la solution d'un problème) à la preuve ?

- Les élèves de l'école primaire peuvent-ils lire des informations mathématiques dans un ouvrage documentaire ?

- Quelle différence faire, et à quel moment, entre mathématiques et emploi des mathématiques dans des situations "proches" de la vie courante ? Comment entraîner les enfants à contrôler les modèles qu'ils utilisent pour résoudre un problème dit de la vie courante ?

- Plus généralement, est-ce la même chose de faire des mathématiques et d'apprendre à résoudre, avec les outils mathématiques, des problèmes qui ne sont pas de nature mathématique ?

Je n'ai pas parlé encore de méthodes mais j'y viens en parlant de la distance entre les propositions d'ingéniérie et les pratiques en stage, de la part des débutants ou même des formateurs avec qui nous travaillons.

3- Des pratiques de classes qui suivent des modèles divers

Le "public" auquel j'ai affaire est constitué de futurs enseignants du primaire ou d'enseignants en exercice. Les premiers ont un passé d'élèves ou d'étudiants en mathématiques. Ce passé est parfois douloureux. Chacun d'entre eux s'est forgé une idée de ce que doit être un bon enseignement des mathématiques, en accord ou en opposition avec ce qu'ils ont vécu. C'est autour de cette représentation des mathématiques que s'accrocheront les propositions d'ingéniérie.

Pour les enseignants en exercice, ils ont mis en place des systèmes de fonctionnement de la classe, ils ont pris des décisions quant au bruit admissible, au mouvement des élèves, à l'équilibre entre écrit et oral. Ils ont des "gestes mentaux" qui ont leur domaine d'efficacité. Ils vivent aux côtés d'instituteurs qui, eux aussi, ont des régularités de comportement mathématique, les mêmes ou d'autres.

Tous partagent l'idée que les notions mathématiques ne doivent pas être imposées, qu'elles doivent être rendues plausibles. Mais les contraintes de temps leur font, le plus souvent, adopter une pédagogie de découverte "juste ce qu'il faut".

Personnellement, j'ai pu observer différents types pédagogiques, qui m'ont paru avoir chacun leur zone d'efficacité.

- Je vous montre, vous appliquez

C'est le principe des manuels des programmes de 1945, en particulier "Le calcul Vivant" de chez Hachette. On fait travailler chez les enfants la reconnaissance de formes mathématiques : les enfants apprennent à associer tel comportement mathématique à tel type de situation "classique". L'ensemble des situations "classiques" est facile à mémoriser et sert de répertoire pour les problèmes d'examen. Cette pédagogie est pratiquée, avec de la souplesse, à l'école maternelle, où s'installent les premières conventions scolaires. C'est ainsi qu'on apprend à lire la date, le numéro de l'école dans la rue... ou la suite des nombres, dans les différentes comptines. L'INRP a baptisé cette pédagogie imprégnation, ou fréquentation.

C'est une pédagogie qui uniformise, plutôt, les rythmes d'acquisition : elle est donc sécurisante pour l'enseignant. Le nombre d'erreurs visibles pour le visiteur est limité. Elle a l'inconvénient de provoquer des chutes brutales de réussite, dès que l'énoncé ne correspond plus à ce qui est reconnu de manière classique. Elle est contradictoire avec le souci de préparer les enfants à résoudre, pour eux, sans le soutien scolaire des situations à caractère mathématique.

- Les *écoles nouvelles* (Freinet, en particulier)

Elles ont cherché à tirer les mathématiques de la vie, à insérer leur enseignement dans une pédagogie du projet. Cela fonctionne assez bien avec les premières notions logiques ou numériques. Elle est surtout pratiquée à l'école maternelle et dans les premières années de l'école élémentaire. C'est le lieu de confrontation entre les mathématiques et l'utilisation des mathématiques. C'est ce que Martinand appelle les pratiques sociales de référence. Depuis longtemps, nous savons les limites de son emploi pour l'introduction de notions comme la proportionnalité, les fractions , les décimaux.

- L'*école constructiviste*

Toute connaissance nouvelle est le résultat d'une conquête. Le vrai n'est que du provisoirement vrai. Les scenarios d'ingéniérie cités reposent sur ce principe. C'est une méthode plus lente, qui suppose une bonne collaboration entre les enfants (pour gérer le conflit socio-cognitif). Elle est encore peu répandue à l'école élémentaire. Les personnes qui l'adoptent se demandent si elle n'augmenterait pas les écarts entre les enfants...

4- La didactique et les choix d'ingéniérie

La didactique des mathématiques a choisi de privilégier, dans la construction de scenrios d'ingéniérie, le point de vue constructiviste. Elle a dégagé ce qui représente pour elle une norme du "bon enseignement des mathématiques". Pour illustrer cela, j'ai relevé dans le dernier numéro de la revue "Recherches en didactique des mathématiques" les propos de Denise Grenier , où l'on croit deviner des regrets de l'auteur de voir son projet initial modifié par l'enseignante, pour le faire entrer dans ses pratiques habituelles de gestion des savoirs. (RDM Vol 10/1, Denise GRENIER, Construction et étude d'un processus d'enseignement de la symétrie orthogonale : éléments d'analyse du fonctionnement de la théorie des situations).

Denise GRENIER conclut : *Dans un souci de reproductibilité des situations didactiques, on ne pourra faire l'économie de l'étude du pôle* enseignant *du système didactique.*

D'autres didacticiens sont moins prudents et mesurent tout à l'aune du constructivisme. Cette attitude n'est pas sans danger. L'instauration d'une hiérarchie dans les formes d'enseignement risque de rigidifier les positions des enseignants qui ont besoin, en ces périodes troublées, d'un minimum de reconnaissance sociale. Par ailleurs, la didactique, si elle est une science humaine consistante, ne peut se confondre avec une militance, même si j'approuve, pour une large part, les options constructivistes.

J'attends de la didactique encore plus : par exemple expliquer en quoi il est plus "économique" pour les instituteurs, ou les débutants, d'adopter un point de vue non constructiviste, mettre à jour les indices sur lesquels repose leur impression de réussite. J'en ai eu l'intuition le jour où j'ai pu montrer que le choix au CE1 d'une technique de soustraction par "démolition" avait des effets néfastes au CE2 et CM1 : or, au CE1, cette technique était un bon renforcement des connaissances en numération...

Si les instituteurs ne supportent pas d'avoir à gérer des erreurs en grand nombre, c'est sûrement pour de bonnes raisons, qu'il revient à la didactique des mathématiques d'élucider. Sans une réflexion sur les coûts intellectuels des changements, il y a peu de chance de faire évoluer un corps enseignant dans sa masse.

5- Problèmes éthiques, problèmes institutionnels, pour un formateur

J'adhère aux propositions constructivistes, car elles rendent l'enseignement beaucoup plus intéressant . Pour vous en donner un exemple, les films auxquels j'ai été associée à la belle époque de la télévision scolaire vieillissent d'autant moins qu'ils étaient conçus dans une perspective constructiviste : j'utilise encore un film tourné en décembre 1973 sur la pédagogie de la multiplication !

Mais il faut constater le décalage entre les propositions constructivistes que je peux faire en formation initiale et la réalité des écoles d'accueil. Comme, dans leur majorité, les collègues des écoles d'accueil ignorent cette perspective d'enseignement, les enfants risquent de vivre des ruptures de contrat didactique en passant d'un maître à l'autre. Or, je ne crois pas que l'on puisse être un enseignant marginal dans le milieu où l'on exerce, sauf à être provocateur ou suicidaire. L'originalité n'est sociologiquement admissible que si elle est perçue comme une variante et non un jugement de valeur.

Je suis donc en pleine contradiction à proposer à des débutants une méthode qu'ils ne pourront pas employer, sauf exception. A la rigueur, ce serait acceptable avec les instituteurs en formation continue, mais eux se sentent tellement stables dans leurs méthodes qu'ils redoutent de les perturber par un changement qui se révèlerait une mode de plus...

La marge de manoeuvre est donc faible . Quels sont les principes qui régissent les solutions que je me donne ?

* Donner priorité à la cohérence locale, à la négociation locale : mieux vaut un enseignement qui a un minimum de continuité que des sytèmes de "douche écossaise" entre un travail tout individuel et un travail basé aux trois quarts sur le groupe, entre l'insistance sur les problèmes classiques et celle de la recherche de solutions à des problèmes non classiques.... Tant pis si la solution adoptée localement ne me plait pas.
* Admettre l'existence de méthodes pédagogiques divergentes et les expliciter, dans le cadre des cours. Mettre en évidence, quand les résultats sont connus, leurs "zones de réussite", leurs conséquences néfastes.
* Introduire des perspectives constructivistes à la demande , là où les enseignants déclarent que ce qu'ils trouvent dans les livres ne donnent pas les résultats attendus. Si possible, suivre avec eux leurs tentatives de modifications.

Plus généralement, je fais plus confiance aux processus de changement qu'aux discours, et je préfère une évolution lente à un virage à 180 degrés. Favoriser les lieux de débat sur la pédagogie des mathématiques me paraît aussi important qu'améliorer mes cours . Engager les instituteurs sur la voie de la coopération entre eux dans les tâches de préparation va dans ce sens. J'en arrive à déplacer la question : quelles sont les conditions pour qu'une évolution commandée par un ministre de l'éducation nationale soit profitable à l'éducation des enfants ? Cette question n'est plus de nature didactique, mais sociologique et institutionnelle. C'est peut-être là que réapparaît la noosphère que j'avais rejetée au début...

Je terminerai pas une évocation de propos de Brousseau, racontant comment il a inventé les situations d'institutionnalisation : les instituteurs répétaient la règle, quand il n'était pas là puisqu'il n'en voulait pas... jusqu'au moment où il a admis que si les instituteurs le faisaient, c'était pour de bonnes raisons.... Les didacticiens me diront probablement que j'ai compris de travers leur message. Admettons . Mais qu'on réfléchisse aussi aux raisons qui ont fait, y compris ma mauvaise volonté, que je n'aie pas profité de leur message...

A vous maintenant la parole.

VARIANTES

Les débutants n'osent pas modifier les énoncés de livres : ils font confiance aux auteurs. Beaucoup d'instituteurs en poste ignorent la stratégie pédagogique qui fait progresser les procédures de résolution des enfants : les faire passer de procédés "artisanaux" à des procédés experts . C'est la raison de ce dossier "variantes", qui comporte 3 parties :

1- Une séance en formation continue : Faire des variantes autour d'un énoncé.

2- Un devoir en formation initiale (les supports ne sont pas fournis).

3- Proposition de progression préalable à la résolution d'un problème en CE1-CE2 : A propos de M. Malenpoint.

Jeanne BOLON

Décembre 1989

FAIRE DES VARIANTES AUTOUR D'UN ENONCE

Idée générale

L'activité proposée ci-après a pour but de montrer l'intérêt d'organiser l'apprentissage de la résolution de questions mathématiques sur un temps un peu long (au moins de l'ordre de la semaine au cours élémentaire ou au cours moyen.

Bibliographie

Sur les variables didactiques : voir par exemple, la brochure "Décimaux", de l'IREM de Paris VII.

Sur les caractéristiques des "bons problèmes" : notes de cours de R. Douady aux inspecteurs de l'école primaire.

(cf. aussi la brochure récente de la COPIRELEM sur la formation des enseignants, 1991, publiée par l'IREM de Paris VII)

Le point de départ

Consigne: *Vous allez recevoir un énoncé de problème "la planche à voile" tiré d'un manuel pour le cours élémentaire. Par groupe, vous devrez proposer différentes variantes de cet énoncé, plus précisément changer :*

- le cadre (le décor , l'environnement...),
- les nombres en jeu,
- la présentation des informations,
- la mise en oeuvre dans la classe (travail individuel, travail à deux, travail de groupe...).

Vous devrez respecter l'esprit mathématique du problème, c'est-à-dire conserver l'objectif du point de vue des mathématiques.

Vous prévoirez, pour chacune des variantes, les moyens que vous mettriez à la disposition des enfants pour qu'ils contrôlent leur travail.

Vous hiérarchiserez ces variantes , de la plus facile à la plus difficile.

Nous comparerons ensuite les solutions que vous aurez trouvées...

Enoncé

LA PLANCHE A VOILE

Voici les tarifs de location de planche à voile:
1 heure : 40 F
1 jour : 150 F
1 semaine : 300 F
1 mois : 1 000 F

Thomas veut louer une planche pendant 12 jours en juillet.

Paul veut en louer une pour 15 jours.

Jacques veut en louer une du premier août au 26 août.

Combien vont-ils payer ?

Les réactions du public

Les instituteurs auxquels j'ai fourni cet énoncé sont d'abord préoccupés du niveau de l'exercice : ils le trouvent très difficile pour un cours élémentaire (je ne dis pas tout de suite qu'il est extrait d'un ouvrage du CE1 !), mal posé (ambigu...).

La deuxième réaction est de fournir un pas-à-pas qui permette de résoudre cet énoncé jugé de niveau CM1 voire CM2. Une autre réaction est de trouver qu'il vaut mieux acheter une planche (Qui a les tarifs ?, lance un collègue) et je dois recentrer sur ma consigne : trouver des variantes, justement !

La mise en commun

En général, il y a un groupe qui, pour simplifier, a retiré la réduction et fait du problème un simple problème multiplicatif. C'est l'occasion de dégager la nature mathématique du problème : problème multiplicatif avec plusieurs solutions, ou, mieux, optimisation d'une solution d'un problème multiplicatif.

Beaucoup perçoivent l'implicite des données du calendrier : 7 jours valent 1 semaine, par exemple... Ils remplacent dans leurs variantes par des données explicites : 1 objet pour 10 F, 5 objets pour 45 F, etc...

Pour la plupart , la demande de fournir des éléments de contrôle pour les enfants rend perplexe : s'agit-il de fournir la bonne réponse sur un fichier ? Très peu dégagent comme moyen de contrôle la comparaison des réponses des groupes, ou la constitution de tableaux exhaustifs sur les prix de 1, 2, 3, 4, etc... objets, et des multiples des objets obtenus avec réduction..., ou de graphiques...

La variante sur les nombres permet de reposer le problème de l'emploi des calculatrices à l'école élémentaire : vive réaction des instituteurs qui y voient la fin d'un règne (peut-être à juste titre...).

La variante de mise en oeuvre (travail individuel, travail par deux) paraît, a priori, une fantaisie de l'intervenante : on en saupoudre ce qu'il faut dans les variantes pour lui faire plaisir... J'ai une réponse toute prête : l'énoncé tel quel est utile à présenter au CE1 s'il est proposé en travail par deux, il est infaisable en travail individuel.

Beaucoup de questions tournent autour de la donnée inutile : est-ce bien raisonnable ? Que penser, par ailleurs, des problèmes sans questions ? Cela renvoie aux questions de contrat didactique, de l'âge du capitaine, des énoncés en forme de récit, etc...

L'institutionnalisation

1- Il ne faut pas confondre les deux finalités de l'enseignement mathématique à l'école élémentaire :
- apprendre à résoudre, impertubablement, des problèmes courants qui font partie de la culture mathématique d'aujourd'hui , qu'on peut appeler problèmes classiques,
- apprendre à résoudre des problèmes nouveaux, c'est-à-dire à la fois trouver des solutions et en contrôler la pertinence.

Pour les problèmes classiques faisant partie de la culture mathématique, on peut les enseigner en évitant que les enfants se trompent, en leur donnant un algorithme, un cheminement-type. Cela présente quelques dangers... mais ce n'est pas la question du jour. Pour les problèmes nouveaux, cette démarche n'est plus possible : il est normal que les enfants ne trouvent pas tout de suite... sinon ce seraient des problèmes classiques pour eux !

A noter qu'on peut aborder l'enseignement des problèmes classiques à la manière des problèmes nouveaux, c'est-à-dire sans fournir a priori d'algorithme.

2- Les caractéristiques des "bons problèmes" sont les suivantes :
* Le but pour l'enfant doit être clair (ce n'est pas le but pour l'enseignant). A tout instant, il doit savoir s'il a atteint ou non le but. La nature de la production attendue doit être spécifiée.
* La recherche porte sur les moyens d'atteindre le but. La situation doit permettre à l'enfant de faire des tentatives...
* Ce qui est autorisé ou interdit est annoncé dans la consigne.

Au début de la famille de problèmes, tout - ou presque ! - est autorisé, car l'objectif, pour l'enseignant, est que l'enfant donne du sens au problème, à l'énoncé. Par la suite, l'enseignant, en restreignant les autorisations, peut obliger l'enfant à franchir des étapes, à améliorer ses procédures de résolution.
* La consigne doit annoncer les moyens qui seront utilisés pour contrôler le résultat.

3- Toute question présentant des incertitudes peut être source d'angoisse pour les enfants : il vaut mieux présenter les questions de ce type lors de travaux à deux ou plus. Si le groupe a mal travaillé, c'est en général la faute de l'autre... et donc psychologiquement plus facile à supporter.

En revanche, toute étude doit se terminer par une évaluation individuelle.

Ecole normale de Versailles

novembre 1990

Devoir : FAIRE DES VARIANTES

Par groupe de 2 ou 3 (maximum), vous étudierez un des jeux proposés, ou un des énoncés de problème. Les jeux sont tirés de l'ouvrage "Mathématiques par les jeux" de L. CHAMPDAVOINE (2 tomes), Ed. Nathan ; les énoncés de problèmes sont tirés de divers manuels de l'école élémentaire.

Etude du jeu

1- Décrivez l'objet mathématique du jeu ou de l'énoncé de problème, comme il est proposé. Dites quelles connaissances préalables sont nécessaires chez les élèves pour pouvoir en tirer parti et donnez des indications de niveau où on pourrait l'utiliser à l'école maternelle ou primaire (indiquez la période de l'année, au besoin).

2- Proposez des variantes qui respectent l'esprit mathématique du jeu ou de l'énoncé, les variantes portant sur :

- le décor, l'environnement ,
- la présentation,
- les règles du jeu, les informations données,
- l'organisation pédagogique de la classe.

3- Proposez un déroulement d'une ou plusieurs séquences qui intègrent ces variantes dans une progression pédagogique.

4- Proposez un instrument d'évaluation qui permette de vérifier les acquis des enfants.

A PROPOS DU PROBLEME DE M. MALENPOINT

Il s'agit d'un problème multiplicatif, dont les caractéristiques mathématiques sont les suivantes :
- triple produit (nombre d'éléments par prise, nombre de prises par jour, nombre de jours),
- recherche du multiple d'un nombre immédiatement supérieur à un nombre donné (nombre de boîtes nécessaires pour couvrir les besoins).

Les variables didactiques sont les suivantes :
- informations écrites en français et/ou sur un schéma,
- environnement évoqué/ réalisé effectivement en classe,
- multiplications liées au déroulement dans le temps ou non,
- contrôle possible avec du matériel ou non.

L'énoncé de M. Malenpoint se situe d'emblée à un niveau très élevé et les élèves n'ont pas d'instrument de contrôle de la situation. La progression proposée ci-après permet de l'aborder plus "en douceur" tout en facilitant la prise en charge du problème par les enfants.

Situation 1 : Avec du matériel

Les fleurs

Des arbres sont dessinés, avec emplacements de fleurs. Le nombre d'emplacements est situé entre 20 et 30. Les fleurs (autocollants ou éléments à coller ou jetons colorés) sont vendus par paquets de 7. On n'a pas le droit de demander des fleurs au détail. Combien de paquets faut-il demander pour cet arbre-ci ? cet arbre-là ?

Possibilité de contrôler les réponses par l'action.

N.B. : Il vaut mieux que les paquets soient faits de telle sorte que les fleurs ne se voient pas. Sinon les enfants confondent le nombre de paquets et le nombre de fleurs. On peut mettre aussi sur les paquets les nombres écrits en gros.

Variantes

Nombre d'objets par paquets. Quadrillages à couvrir avec des bandes de carreaux dont la taille est fixée (pour couvrir, on a droit de découper les bandes en morceaux, mais il faut toujours acheter par bandes entières).

Situation 2 : Des nombres sur une piste

Le saut de la puce

On dispose d'un dé et d'un jeu de cartes sur lesquelles sont inscrits des nombres (entre 3 et 10). On tire une carte qui restera en permanence pendant un jeu. Ce sera la taille du saut de la puce. Le dé indiquera le nombre de fois que la puce sautera. La puce part de la case 0.

Première étape, en équipe de 4
On joue à son tour, six coups de suite. Qui a gagné (est allée le plus loin) ?
Un secrétaire note les coups. Est-ce qu'on a bien joué ?
Parties simulées :
On utilise des feuilles de secrétaire : qui a gagné ?
La puce a sauté 11 fois , avec des sauts de 7. Est-ce qu'elle a dépassé 100 ?

Deuxième étape, par équipe de 4
Maintenant on fait reculer la puce à partir de 200. Qui se rapproche le plus de zéro ?
La puce a reculé 14 fois, avec des sauts de 9. Est-elle sur une case plus petite que 50 ?

Variantes : la taille des sauts ; la case de départ ; le sens de déplacement.

Situation 3 : Des multiplications en cascade

A la cantine, les tables comportent 8 places. Il y a 15 tables. On organise 2 services et les tables sont toutes pleines.

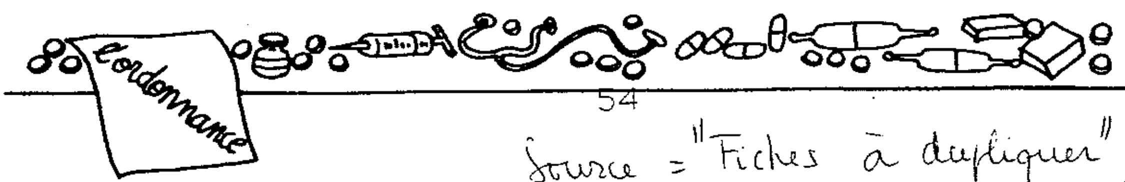
Aujourd'hui, il y a de la crème avec des biscuits. On donne un biscuit par enfant. Les biscuits sont par paquets de 12. Combien de paquets a-t-on utilisé pour préparer les repas d'aujourd'hui ?

Demain, il est prévu de servir des oranges. Elles sont vendues par paquets de 2 kg. Il y a environ 6 oranges dans un kilo. Il y a un prix spécial à partir de 10 kg. Combien de paquets de 10 kg et combien de 2 kg faut-il commander pour demain ?

Variantes : énoncés en français seul, en francais et avec des tableaux, en français et avec des schémas.

Situation 4 : M. Malenpoint

Le texte tel qu'il est ...



P15

Source = "Fiches à dupliquer" - Hatier
Cours élémentaire
(épuisé)

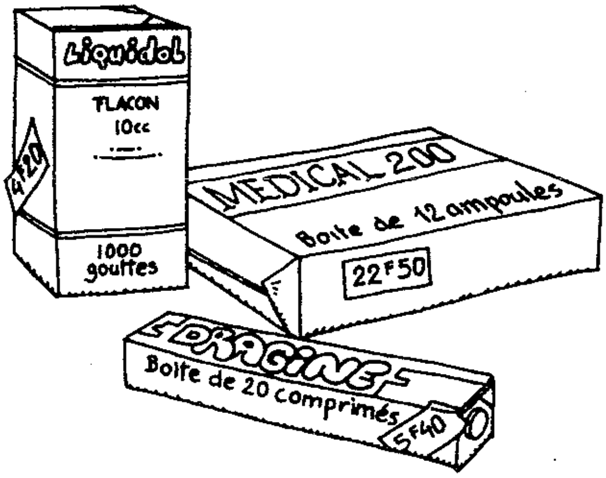
Voici l'ordonnance que le docteur vient de donner à Monsieur Malenpoint

Docteur L. TOUBIB
36, rue de l'Hôpital
38000 GRENOBLE

le 21/11/79

Mr Malenpoint

1 - Prendre avant chaque repas une ampoule de Médical 200 pendant 1 mois.
2. Prendre matin et soir 20 gouttes de Liquidol dans un peu d'eau pendant 10 jours.
3. Avaler après le repas de midi 3 comprimés de Dragine pendant 2 semaines



Voici le dessin d'une boîte de chaque médicament.

1. **Le pharmacien doit préparer les médicaments pour Monsieur Malenpoint.**
Que doit-il donner à Monsieur Malenpoint ?

Combien Monsieur Malenpoint va-t-il payer ?

2. **Monsieur Malenpoint se demande quel jour il doit s'arrêter de prendre chaque médicament.**
Peux-tu l'aider ?

DES EXEMPLES D'EVALUATION EN TEMPS LIMITE

(3 heures et demie)

On trouvera ci-après :

- l'énoncé d'une épreuve d'entraînement, exécutée par des élèves-instituteurs recrutés par concours interne ainsi que le corrigé qui en a été fait,

- l'énoncé d'une épreuve d'entraînement, exécutée par des élèves-instituteurs recrutés par concours externe : "le jeu du banquier".

Ces épreuves ont eu lieu à l'école normale de Versailles.

Partie mathématique : Traitez 3 exercices au choix

Exercice 1 (à faire avec une calculatrice)

Quel est le 13ième chiffre après la virgule de 123456 / 2049 ? Donnez des indications sur votre procédé de calcul.

Exercice 2

Un graphique utilise un axe des abscisses représentant des durées : 2 cm pour une durée d'une heure. A quelle distance de l'origine est représentée la durée 1h 12 minutes ?

Un crayon permet de distinguer des points à une distance de 0,5 mm. Sur le graphique, pourra-t-on distinguer 1h 30 minutes et 1h 31 minutes ?

Quelle durée représente le point situé à 3,9 cm de l'origine ?

Exercice 3

Sans calculer le quotient, déterminez si le nombre 654321 / 4096 est un nombre décimal.

Exercice 4

Le rectangle d'or a la propriété géométrique suivante : si on y inscrit un carré , le rectangle restant est de même forme que le rectangle initial. Proposez des valeurs numériques pour la largeur et la longueur d'un rectangle d'or de votre choix.

Partie didactique : Analyse d'un scenario sur le thème de l'agrandissement de figure

Sur l'ensemble de la classe, trois scenarios sont proposés : vous n'en étudierez qu'un, intitulé *première situation* ou *deuxième situation* ou *troisième situation.*

1- Première situation

Le scenario évoque la différence entre "ajouter 6" et "multiplier par 3". Montrez sur un croquis les différences entre les deux dessins correspondants.

1- Deuxième situation

a) Dessinez la pièce D agrandie.

b) Quels codages peuvent être proposés aux enfants pour représenter le coëfficient multiplicatif ?

1- Troisième situation

a) Dessinez une maison agrandie et de même forme que la maison initiale.

b) Quelles méthodes d'agrandissement les enfants peuvent-ils utiliser spontanément ?

2- Quelle propriété de l'agrandissement est visée dans la situation ?

3- Quels sont les savoirs et savoir-faire nécessaires aux enfants pour pouvoir aborder les activités prévues ?

4- Examinez, phase après phase, la marge de manoeuvre dont disposent les enfants : ont-ils des choix à faire ?

Peuvent-ils contrôler seuls (c'est-à-dire sans l'aide de l'enseignant) que leur réponse est correcte ? Si oui, sur quoi se base leur contrôle ?

5- Quels sont les éléments que l'enseignant(e) fait varier d'une phase à l'autre ? En vue de quoi?

6- Si vous aviez à travailler sur l'agrandissement d'une figure, quel scenario adopteriez-vous ? Justifiez vos choix.

OBJECTIFS COMMUNS AUX TROIS SEQUENCES:

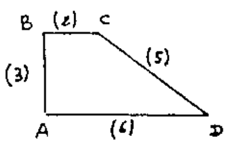
1) Mise en évidence des relations existant entre les dimensions d'une figure et les dimensions d'un agrandissement de celle-ci

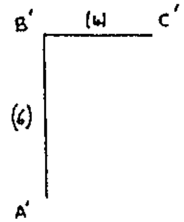
2)...

PREMIERE SITUATION

phase 1. collective

La figure suivante est tracée au tableau, avec le début de son agrandissement:





Le tableau suivant est préparé:

	AB	BC	AD	CD
fig F				
fig F'				
	A'B'	B'C'	A'D'	C'D'

Succesivement, des élèves viennent au tableau pour mesurer les segments AB et A'B', BC et B'C', puis indiquer leurs dimensions dans le tableau.

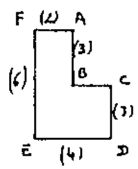
Premières remarques.

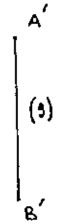
Idem pour les autres segments, mais le maître demande si on peut prévoir ce qu'on va trouver pour A'D' et C'D' avant de mesurer.

Question: comment a-t-on fait pour agrandir?

phase 2: individuelle, puis collective

. La fiche suivante est remise à chaque élève:





Le tableau suivant figure sur la fiche

	AB	BC		
fig F				
fig F'				
	A'B'	B'C'		

. Compléter d'abord le tableau, puis construire la figure agrandie (individuel)

. Correction collective: discussion à propos des figures obtenues avec "ajouter 6" et "multiplier par 3"; conclusions: "il faut que l'agrandissement ne déforme pas"; "pour agrandir, il faut multiplier toutes les dimensions de la première figure par un même nombre"

phase 3: collective

. Remarques à propos du tableau obtenu dans la phase 2 (remis "dans l'ordre" collectivement):

2	3	4	6	
6	9	12	18	

Reconnaissance du coefficient multiplicateur (de la première liste à la deuxième)

Certaines relations entre nombres de la première liste se retrouvent entre les nombres correspondants de la deuxième liste.
En utilisant ces remarques, trouver d'autres nombres du tableau (on donne soit le nombre du "haut", soit celui du "bas")

. Formulation: "Ce tableau est appelé tableau de proportionnalité"

phase 4: exercices d'application, individuellement.

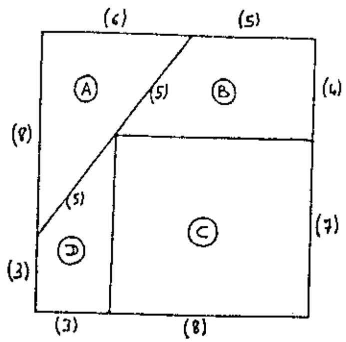
. Autres figures à agrandir:
  (1) on donne la figure et le coefficient d'agrandissement
  (2) on donne la figure et la dimension d'un côté "agrandi"

. Tableaux de proportionnalité à compléter

DEUXIEME SITUATION

phase 1. par groupes de 4

Le puzzle suivant est remis à chaque groupe (1 seul exemplaire par groupe). Un exemplaire est affiché au tableau.



Le puzzle est découpé, chaque élève reçoit une pièce. Il doit en mesurer les dimensions et les noter sur la pièce. Vérification collective des mesurages.

. Consigne (le maître dispose d'un agrandissement correct du puzzle, coefficient 1,5 non communiqué aux élèves): "J'ai fait un agrandissement de ce puzzle. Le voilà. Vous devez faire le même agrandissement de votre puzzle, dans chaque groupe. Chaque élève fera l'agrandissement de sa pièce. Attention, à la fin, il faut pouvoir reconstituer le carré agrandi. Je vous donne une seule information: "ce" côté (il montre le côté correspondant) qui mesure 4 cm sur votre puzzle devra mesurer 6 cm sur le puzzle agrandi".

. Dans un premier temps, après une rapide concertation, chaque élève cherche seul à réaliser sa pièce agrandie; puis le groupe essaie de reconstituer le carré.

. Dans un second temps, les élèves sont invités, à l'intérieur de chaque groupe à discuter du résultat obtenu et de la méthode utilisée par chacun d'eux ... et en cas d'échec à rechercher ensemble une nouvelle méthode commune à tous les élèves du groupe.

. Troisième temps: nouvelle tentative par groupe, puis essai de reconstitution du puzzle. Le maître peut inciter certains groupes à écrire les dimensions sous forme de tableau. En cas de nouvel échec, on demande aux élèves de rediscuter entre eux, et d'essayer autre chose.

phase 2: par groupe de 4

Chaque groupe doit décrire sur une grande feuille la méthode qu'il a finalement utilisée et dire si elle a abouti ou non.

phase 3: collectif

Un porte-parole par groupe explique aux autres la méthode utilisée. Les diverses méthodes sont toutes affichées. Des demandes de renseignements peuvent être faites, des contradictions apportées. Discussion collective sur

. . . / . . .

ces méthodes, celles qui réussissent, celles qui échouent, celles qui paraissent se ressembler. Le maître n'en privilégie aucune.

phase 4: par groupe de 4

Agrandir le même puzzle, mais le côté qui mesurait 4 doit maintenant mesurer 10. Les méthodes précédentes sont toujours affichées. Même déroulement que pour l'agrandissement précédent.

phase 5: collectif

L'explicitation des diverses méthodes utilisées, leur classement conduit à quelques conclusions ou remarques formulées collectivement:

- certains ont utilisé un coefficient multiplicatif (un codage de celui-ci est proposé par l'enseignant);

- d'autres une règle du type: x -----> x + (x / 2)
  ou x -----> (x X 2) + (x / 2) pour le 2ème
  (un codage en est également proposé);

- d'autres ont utilisé des propriétés de la proportionnalité: (celles-ci sont formulées et codées sur les tableaux réalisés);

- etc ...

- on a remarqué que agrandir, ce n'est pas ajouter la même chose à toutes les dimensions

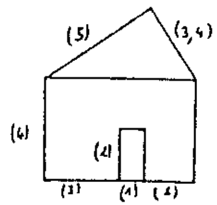
phase 6: individuel

Autre puzzle dont il faut trouver les dimensions de son agrandissement (ex: 6 devient 8, ou 4 devient 7)

TROISIEME SITUATION

phase 1. individuelle

. La fiche suivante est remise aux élèves:



Ainsi que l'amorce du tableau:

	AB	BC		
fig F				
fig F'				
	A'B'	B'C'		

. Consigne: "Sur votre fiche, il y a le dessin d'une maison. Vous devez en dessiner une qui lui ressemble, qui a la même forme, mais plus grande. Vous noterez ensuite dans le tableau les dimensions de chacune des deux maisons."

phase 2: collective

Quelques dessins représentatifs sont affichés, ainsi que les tableaux correspondants. La discussion vise à mettre en évidence:

- les dessins qui semblent avoir respecté la forme et ceux qui ne l'ont pas respectée,

- les méthodes d'agrandissement utilisées par les élèves,

- les relations qui caractérisent les tableaux correspondants (pour ceux qui sont associés aux dessins pour lesquels la forme a été respectée, on peut mettre en évidence un coefficient multiplicatif)

- donc, pour agrandir en conservant la forme, il faut multiplier toutes les dimensions de la première figure par un même nombre.

phase 3: collective

. A partir des tableaux correspondant à une relation multiplicative, mise en évidence des propriétés caractéristiques de la proportionnalité:

- certaines relations entre nombres de la première liste se retrouvent entre les nombres correspondants de la deuxième liste.

- existence du coefficient,

. . . / . . .

En utilisant ces remarques, trouver d'autres nombres des tableaux (on donne soit le nombre du "haut", soit celui du "bas")

. Formulation: "Ces tableaux sont appelés tableaux de proportionnalité"

phase 4: exercices d'application, individuellement

. Autres figures à agrandir:
(1) on donne la figure et le coefficient d'agrandissement
(2) on donne la figure et la dimension d'un côté "agrandi"
(3) on donne seulement la figure de départ

. Tableaux de proportionnalité à compléter

CORRIGE DE L'EVALUATION ECRITE

Partie mathématique

Exercice 1

Mes buts : *vérifier la compréhension de l'algorithme de la division euclidienne ; vérifier la maîtrise de la calculatrice (chiffres exacts, chiffres arrondis).*

Soit A le nombre recherché, 123456 : 2049

123456 : 2049 donne à la calculatrice 60,25183. Le chiffre 3 est peut-être arrondi. Le quotient 60,2518 est un quotient partiel correct, mais, sur ma calculatrice, je ne peux calculer le reste correspondant à cause des arrondis : je suis forcée de me restreindre à 2 chiffres après la virgule .

$123456 = (2049 \times 60{,}25) + 3{,}75$
$\quad = 123452{,}25 \quad + 3{,}75$

$3{,}75 : 2049$ donne à la calculatrice $1{,}8301611 \times 10^{-3}$

J'obtiens donc comme valeur approchée de A 60,251830161, car le dernier 1 est peut-être arrondi.

Pour les mêmes raisons de capacité de calculatrice, je suis forcée de me restreindre à 1,8301 pour calculer le reste partiel.

$3{,}75 \times 10^3 = (2049 \times 1{,}8301) + 0{,}1251$
$\quad = 3749{,}8749 \quad + 0{,}1251$

0,1251 : 2049 donne à la calculatrice
$6{,}1054173 \times 10^{-5}$

J'obtiens donc comme valeur approchée de A 60,25183016105417, car le 3 est peut-être arrondi.

$12510 = (2049 \times 6{,}105) \quad + 0{,}855$
$\quad = 12509{,}145 \quad + 0{,}855$

0,855 : 2049 donne à la calculatrice
$4{,}1727672 \times 10^{-4}$

J'obtiens donc comme valeur approchée de A par défaut 60,25183016054172767

Exercice 2

Mes buts : vérifier la maîtrise de la proportionnalité, la présentation d'une situation de proportionnalité.

Les calculs ont été bien faits. Personne n'a pensé organiser les informations et les calculs à faire en un tableau de proportionnalité, puisque la correspondance entre durée et distance est une proportionnalité.

J'ai pénalisé les personnes qui ont écrit des égalités entre centimètres et et minutes.

Attention : l'abréviation de minute est min et non mn (norme AFNOR).

Exercice 3

Mes buts : vérifier que vous aviez révisé le dernier cours.

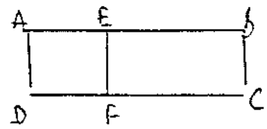
Beaucoup se sont rappelé que 2096 est un naturel dont l'inverse est un décimal, mais ne savaient plus pourquoi. Certains ont invoqué le fait que c'est un multiple de 2, ce qui est vrai ! Mais cela ne suffit pas pour assurer que son inverse soit un nombre décimal (voir, par exemple 6).

Exercice 4

Mes buts : voir si vous saviez mettre un problème en équation.

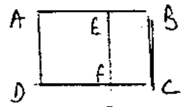
Une personne a repris dans ses notes la valeur du nombre d'or (1 + V5)/2

Il fallait tout d'abord faire la figure



Dans cette disposition, les rectangles ABCD et EBCF ne peuvent pas être de même forme (mêmes largeurs et longueurs différentes).

En dessinant un rectangle presque carré, on obtient un rectangle EBCF qui n'est pas dans la même orientation que le rectangle ABCD. Ils sont de même forme quand les dimensions sont proportionnelles entre elles



Rectangle	Longueur	Largeur
ABCD	Lo	La
BCFE	La	(Lo - La)

D'où l'équation Lo/La = La /(Lo - la)

Partie didactique

Mes buts : Vous obliger à rédiger en langue française une argumentation pédagogique ; vous obliger à analyser un scenario pédagogique : vérifier vos connaissances sur le dossier de la proportionnalité.

Mes critères de correction

La question 1 était , dans chacun des cas, une manière de vérifier que vous aviez lu en détail le descriptif des scenarios.

J'au relié vos réponses à la question 2 à la question 3. J'ai regardé aussi ce que vous disiez des savoirs préalables des enfants sur la proportionnalité, car ce point est important. Dans la majorité des cas, vous avez décrit en terme très généraux les savoirs et savoir-faire : du coup, j'ai eu du mal à situer en quoi le scenario proposé faisait progresser les enfants.

La question 4 permettait de caractériser le style pédagogique. Certains se sont ingéniés à montrer l'autonomie des enfants en rajoutant des moments d'auto-correction.

La question 5 permettait de contrôler ce que vous aviez saisi de l'esprit du scenario. Vous avez visiblement compris l'intérêt de l'alternance débat collectif/ travail individuel de renforcement, mais vous n'avez pas de distance sur le fond des activités proposées, d'une phase à l'autre.

La question 6 m'a permis de comprendre ce à quoi vous avez accordé de l'importance. Je m'attendais à ce que certains complètent les scenarios, car aucun n'est totalement bon.

Remarques générales sur la présentation

J'ai souvent mentionné "rédigez en français". Il n'est pas acceptable de voir une sténographie au milieu d'un texte. Je reste sensible aux fautes d'orthographe d'usage. Faites attention à la forme mathématique "quelles qu'elles soient" , "quels qu'ils soient", le plus souvent mal orthographiée...

L'agrandissement d'une figure : quelques rappels

L'objet de l'étude de l'agrandissement d'une figure est d'établir une relation entre le monde de la géométrie (les formes perçues) et le monde des nombres.

Le critère numérique de l'agrandissement est qu'il existe une relation de proportionnalité entre les mesures de la figure initiale et celles de la figure agrandie. La relation de proportionnalité peut être détectée de plusieurs manières :
- par un multiplicateur connu (entier ou décimal)
- par la propriété de linéarité (image d'une somme, image du produit par un nombre connu).

Les fractions ne sont pas connues au CM (à part les fractions simples).

Le critère géométrique est que tous les angles que l'on puisse dessiner sur une figure, se retrouvent identiques dans la figure agrandie (par exemple, diagonales et côtés d'un rectangle que l'on superpose par "un coin").

PREMIERE SITUATION

Le travail pédagogique est basé sur la constatation. Dans l'ensemble, les enfants ont à exécuter. Il suppose que les enfants aient déjà établi des correspondances géométriques entre deux figures (tableau, notation AB, A'B', etc.). Apparemment, les enfants n'ont pas encore étudié les tableaux de proportionnalité (cf. fin de la phase 3).

Phase 1. On constate qu'on a multiplié par 2 les deux premières dimensions de la figure. Les élèves doivent en induire qu'on continuera ainsi pour toutes les autres dimensions.

Il semble qu'il y ait une institutionnalisation ("premières remarques") sur la possibilité d'agrandir en multipliant les dimensions par un même nombre.

La phase 2 est une reprise individuelle de la première phase (renforcement). A noter que le choix d'ajouter 6 ne permet pas de fermer la figure avec des angles droits : il y aurait eu donc la possibilité de rendre la phase 1 autocorrective.

L'expression "pour agrandir, *il faut* multiplier toutes les dimensions de la première figure par un même nombre" est mathématiquement incorrecte. Les mathématiciens diraient 'il suffit". Avec les enfants, on peut dire "quand on multiplie les dimensions par un même nombre, cela ne déforme pas..."

La phase 3 est purement numérique. Elle est indépendante du reste. Les propriétés de proportionnalité basées sur la linéarité (les nombres du haut, les nombres du bas) ne sont pas réinvesties par la suite . Ce sont des remarques en passant, que les enfants risquent d'oublier, alors qu'elles sont capitales quand le multiplicateur s'exprimerait, pour le mathématicien, par une fraction non simple.

La phase 4 est acceptable pour sa première partie. On suppose que les coefficients sont des nombres simples (donnés ou à chercher). La deuxième partie devrait être traitée dans le cadre numérique seul.

On peut améliorer le scenario de la manière suivante :
- travailler la proportionnalité avec des situations de type quantité-prix (tableaux, propriété de linéarité),
- proposer des agrandissements additifs, multiplicatifs (nombres "faciles") et examiner les changements qu'ils créent : travail d'exploration préliminaire puis renforcement individualisé,
- poser le problème du calcul de l'agrandissement quand le multiplicateur n'est pas un nombre connu (ce qui fait 4 cm doit faire 6 cm ou 7 cm, par exemple).

DEUXIEME SITUATION

Le travail pédagogique est basé sur une alternance de travaux d'élèves et de débat de groupes. Il suppose que les élèves aient une bonne maîtrise des outils numériques (cf. notations de la phase 5), qu'ils aient déjà travaillé la proportionnalité dans son cadre numérique. De manière générale, ce travail suppose un bon entraînement à l'expression écrite (cf. phase 2) et orale (phases 3 et 5).Les élèves ont des choix , restreints, à faire tout au long de la séquence : choix de la méthode essentiellement.

Toute la dynamique du scenario repose sur l'alternance du travail collectif, individuel ou par groupe. Les enfants peuvent se rendre compte qu'ils ont bon parce que leur puzzle se ferme bien (ajustement des angles).

Le descriptif de ce scenario fait penser à une classe-miracle : tout se déroulerait sans heurt. Il y manque les moments d'institutionnalisation. Par exemple, il est nécessaire à l'enseignant de dire qu'un bon agrandissement permet de reconstituer le puzzle, que les angles doivent bien s'ajuster (fin de la phase 3). Il n'y a pas de raison d'accepter les méthodes qui n'aboutissent pas. De même, il serait judicieux de retenir les procédés de calculs qui sont rapides ou sûrs.

On peut améliorer le scenario de la manière suivante : proposer des groupes où le passage est de 4 cm à 8 cm, d'autres où le passage est de 4 cm à 6 cm, d'autres de 4 à 7 cm. Cela permet de trouver un cas de bon agrandissement (multiplicateur par 2) et centre le problème, par comparaison, sur la recherche d'un moyen de calcul pour les deux autres cas (par recherche du multiplicateur ou par calcul de linéarité).

TROISIEME SITUATION

Le travail pédagogique repose sur la restriction apportée au sens intuitif d'agrandir: au début, on a le droit d'agrandir comme on veut, à la fin, il faudra utiliser utiliser un tableau de proportionnalité. Il suppose que les élèves aient déjà utilisé des correspondances entre éléments d'une figure géométrique (AB, A'B'), qu'ils sachent organiser un tableau. Apparemment, la notion de proportionnalité n'a pas encore été abordée (cf. fin de la phase 3).

Si la phase 1 laisse des choix à faire aux élèves, il n'y en a plus pour le reste du travail. Les critères de vérification reposent uniquement sur le calcul numérique. On ne voit pas apparaître de critères à caractère géométrique, pour vérifier le respect de la forme initiale (angles, par exemple), on alignements, ou parallélisme de segments...).

La phase 3 sur les tableaux de proportionnalité est indépendante du reste. On ne voit pas comment elle sera réinvestie. On ne peut se contenter d'un exercice d'application, quand il s'agira d'utiliser les propriétés de linéarité pour calculer les dimensions de la figure agrandie dans le cas d'un multiplicateur non accessible à un élève du cours moyen.

On peut améliorer le scenario de la manière suivante :
- travailler préalablement la proportionnalité numérique (prix/quantité) avec des multiplicateurs faciles et l'emploi de la linéarité,
- agrandir avec des multiplicateurs faciles et mettre en évidence les propriétés géométriques de l'agrandissement (angles, alignement, parallélisme...)
- agrandir sans multiplicateur facile pour réemployer les propriétés de linéarité.

Evaluation FP1 **Juin 91**

Numérique en CP-CEl

Le jeu du banquier

Aspects Mathématiques

1 - Quelle est l'évolution de la collection de jetons de deux élèves jouant avec la règle 5 pour 1 (2ème étape), ils ont lancé successivement six fois le dé, voilà ce qui a été noté par le secrétaire :

Premier joueur
5 4 3 6 2 4

Deuxième joueur
6 2 4 5 6 3

Qui a gagné et pourquoi?

2- Combien de coups au minimum faut-il jouer, pour obtenir au moins un jeton vert ?

Aspects Didactiques

1- Quels sont les objectifs de cette activité ?
Quels sont les objectifs spécifiques de chacune des 4 étapes de la 1ière phase de l'activité?

2- Dans la deuxième phase on évoque un matériel qui permet de "voir" la dizaine .
Qu'utiliseriez-vous?

3- Comment à votre avis va s'effectuer le codage chiffré évoqué dans la deuxième phase?
Pour quelles raisons n'envisage-t-on pas un tel codage dans la phase 1?

4- Prévoir une évaluation à la fin de la deuxième étape de la première phase qui nous permettrait de vérifier que l'élève a bien compris le principe du jeu.

5- Souvent dans des activités mathématiques on fait intervenir un secrétaire.
Pourquoi?

6- Quelle notion permet d'amorcer la quatrième étape de la première phase?

JEU DU BANQUIER

<u>Le jeu</u>

Les enfants sont répartis en groupe de quatre : trois joueurs et un "banquier" qui dispose d'une boîte contenant des jetons jaunes, rouges, bleus et verts. Chaque joueur jette un dé (à tour de rôle) et le banquier lui donne autant de jetons jaunes qu'il y a de points sur la face supérieure du dé. De plus dès qu'un joueur possède n jaunes il doit échanger auprès du banquier contre un rouge, de même il devra échanger n rouges contre un bleu, puis n bleus contre un vert.

PREMIERE PHASE : Echanges 5 contre 1

1ère étape

Après s'être assuré que les règles du jeu sont comprises et à peu près correctement appliquées, le maître relance une nouvelle "partie" dans chaque groupe puis après 15 ou 20 minutes il arrête le jeu et demande, d'abord dans chaque groupe, puis pour l'ensemble des groupes : "Qui a gagné ?".

Les enfants seront amenés à comparer des collections de jetons bleus, verts, jaunes et rouges. Ce sera l'occasion pour eux, de réaliser qu'il est nécessaire de terminer les échanges pour pouvoir assurer cette comparaison (certains enfants en effet se refusent à échanger et par exemple gardent les jetons jaunes).

La nécessité de devoir répondre à la question "Qui a gagné ?" est une contrainte qui conduira ces enfants à faire ou défaire leurs échanges. Ce travail de comparaison débute au sein des groupes, il peut ensuite être conduit collectivement.

On peut :
- soit coller (avec un ruban adhésif) les pions d'un même enfant, sur une feuille où figure son nom.
- soit dessiner la collection de jetons (dans n'importe quel ordre) sur cette même feuille.

On amène ainsi les enfants à formuler les règles de comparaison (il est important de bien remarquer qu'un enfant peut gagner alors que son nombre de jetons est inférieur à celui des autres, c'est la couleur des jetons qu'il faut considérer avant tout). On reprendra cet exercice fréquemment au cours des séances ultérieures.

2ème étape

On modifie la répartition des tâches dans le groupe : un banquier, deux joueurs et un secrétaire qui note sur une feuille portant le nom des deux joueurs, en colonne les points tirés par chacun d'eux.

Dans la phase jeu les actions doivent se dérouler dans cet ordre :

- le joueur lance le dé
- le secrétaire note le nombre
- le banquier donne les jetons

l'échange se fait en fonction des jetons dont disposait le joueur auparavant.

Chaque joueur joue six fois. On arrête la partie. Les pions obtenus par un même joueur sont rangés dans une enveloppe à son nom. Les feuilles des secrétaires de deux groupes sont échangées et au vu de ces feuilles les enfants doivent retrouver le contenu des enveloppes de joueurs de l'autre groupe. La sanction qu'apporte la vérification imposera une organisation stricte du travail tant dans la phase de jeu que dans la phase de travail à partir de la feuille du secrétaire.

C'est la représentation qui permet de garder la trace de la collection avant échange.

3ème étape

Les enfants sont répartis en équipe de quatre et les rôles sont les mêmes que dans les deux premières étapes. Lorsque chaque joueur a lancé six fois le dé et effectué les échanges possibles, le maître demande quelle est l'équipe qui a gagné. Les joueurs d'une même équipe sont alors amenés à réunir leurs collections personnelles et à pratiquer de nouveaux échanges.

4ème étape

À la fin d'une partie en six coups, lorsque les échanges sont terminés, le banquier fait payer ses services...

- soit à chaque joueur,
- soit à l'équipe.

et il faut parfois faire de la monnaie...

<u>Remarques</u> :

1) Ces activités peuvent être simulées lorsque les enfants ont bien compris les règles du jeu. Leur attention est alors concentrée soit sur les activités d'échanges soit sur des comparaisons.

2) On peut introduire une règle supplémentaire "tout joueur qui oublie de faire un échange doit payer 2 unités au banquier" (le secrétaire étant chargé de le noter).

DEUXIEME PHASE : échange 10 contre 1

Il paraît intéressant de reprendre en jeu avec la règle <u>dix contre un</u> (en utilisant un matériel qui permette de "voir" la dizaine, sans avoir à la recompter un à un, et en allant jusqu'au <u>codage chiffré</u>.

Pour tout renseignement sur les publications diffusées par notre IREM

Vous pouvez soit :

- Consulter notre site WEB

http://www.irem-paris7.fr.st/

- Demander notre catalogue en écrivant à

IREM Université Paris 7
Case 7018
2 Place Jussieu
75251 Paris cedex 05

TITRE :

Quelle didactique des mathématiques en formation des maîtres : quelques questions posées par des expériences d'enseignement en formation initiale et continue d'instituteurs, des professeurs de collèges et de lycées.

AUTEUR (S) :

BUTLEN Denis
BOLON Jeanne

RESUME :

Les auteurs s'interrogent sur l'enseignement de la didactique aux futurs professeurs d' école (et aux instituteurs), délimitent des conditions à respecter, et donnent des exemples de séquences qui « marchent ».

MOTS CLES :

formation en mathématiques des professeurs d'école

enseignement de la didactique

Editeur : IREM
Université PARIS 7-Denis Diderot
Directeur responsable de la publication : R. CORI
Case 7018 - 2 Place Jussieu
75251 PARIS CEDEX 05
Dépôt légal : 1992
ISBN : 2-86612-189-9