

TELE ENSEIGNEMENT UNIVERSITAIRE

**LES MATHÉMATIQUES DANS UNE SECTION
DE DEUG SSM PREMIÈRE ANNÉE**

**Claire CAZES : Centre de télé-enseignement de
l'Université de Paris 6**

DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

UNIVERSITÉ-PARIS VII

TELE ENSEIGNEMENT UNIVERSITAIRE

LES MATHEMATIQUES DANS UNE SECTION
DE DEUG SSM PREMIERE ANNEE

Claire Cazes : Centre de télé-enseignement de l'université de Paris 6

Sommaire

PRESENTATION.....	4
QUI S'INSCRIT DANS CETTE FORMATION ET POURQUOI ?	5
NIVEAU MATHEMATIQUE A L'ENTREE DANS CETTE SECTION ?.....	7
DESCRIPTION DE L'APPRENTISSAGE.....	12
BILAN APRES LE PREMIER SEMESTRE	16
CRITIQUE ET POURSUITE DE L'ETUDE.....	24

ANNEXES

LE PRE-TEST.....	25
LE PARTIEL.....	36

BIBLIOGRAPHIE.....	46
--------------------	----

PRESENTATION

Nous essayons ici de donner quelques éléments sur l'apprentissage des mathématiques dans une section de télé-enseignement de Deug SSM 1ère année. Il s'agit d'une première approche assez grossière destinée à aborder un sujet peu étudié. Nous nous demandons d'abord qui suit cette formation et pourquoi, quel est le profil tant du point de vue du niveau que des représentations mathématiques des étudiants à l'entrée dans cette formation, s'il est différent de celui d'une section d'étudiants traditionnels et en quoi. Nous essayons ensuite de décrire le processus d'enseignement mis en place, de préciser quel est le matériel proposé, de cerner comment les étudiants travaillent et quelle est leur opinion sur l'enseignement qu'ils reçoivent. Nous avons ensuite cherché à repérer, à titre de premier bilan, après un semestre d'apprentissage, les notions qui semblent maîtrisées, celles qui le sont moins et s'il y a des tendances spécifiques à cette population. Nous terminons enfin par une critique de l'étude ainsi que par des réflexions pour la poursuivre espérant donner ainsi des éléments permettant d'améliorer cette formation.

QUI S'INSCRIT DANS CETTE FORMATION ET POURQUOI ?

La section qui nous intéresse comporte 34 inscrits en Deug SSM pour l'année 91/92 . A partir des renseignements contenus dans les fiches d'inscription ainsi que des réponses (20 réponses obtenues) à un questionnaire proposé aux étudiants concernant leurs motivations, nous avons cherché ici à dégager quelques variables générales caractéristiques de cette population .

Profil général des étudiants inscrits

Il s'agit d'adultes majoritairement entre 25 et 30 ans ayant passé leur baccalauréat depuis 8 ou 9 ans . Si certains ont suivi une remise à niveau par l'intermédiaire du CNED, la plupart ont arrêté toute étude depuis environ 5 ans. La proportion d'hommes et de femmes est sensiblement la même. On trouve parmi ces étudiants quelques hommes effectuant leur service militaire et des femmes en congé de maternité ou parental, mais la grosse majorité est constituée d'adultes ayant une activité professionnelle.

L'enseignement à distance apparaît donc comme une deuxième possibilité de formation offerte à un public adulte déjà confronté au monde du travail et souhaitant après un temps d'arrêt reprendre des études.

Motifs de choix du télé-enseignement

Ils ont choisi l'enseignement à distance parce qu'ils habitaient loin d'une université, étaient pris par leur travail dans la journée et préféraient travailler chez eux plutôt que de suivre un Deug travailleurs. Certains ont des métiers artistiques : peintre, comédiens, avec des revenus insuffisants pour pouvoir justifier un statut de travailleur. En fait, pour chacun d'entre eux, il ne s'agit pas d'un choix, l'enseignement à distance apparaît comme la seule possibilité qui leur est offerte de pouvoir poursuivre des études. Le Deug travailleur ne constitue pas pour eux une alternative à l'enseignement à distance, pour des raisons d'emploi du temps ou d'éloignement.

Motifs du choix de la section SSM

Deux raisons, concomitantes ou non, ont guidé leur choix : un goût pour les disciplines scientifiques et un désir de qualification pour un changement dans leur activité professionnelle. Beaucoup d'entre eux ont un baccalauréat C ou D. Il s'agit de projets professionnels longs .

Plus du tiers de l'effectif est constitué d'enseignants instituteurs ou professeurs de l'enseignement technique désirant préparer un Capes ou poursuivre des études en informatique, mécanique ou génie civil. Il n'est pas surprenant de trouver beaucoup d'enseignants dans ces formations. D'une part les enseignants valorisent beaucoup les diplômes ; d'autre part l'Education Nationale impose pour toute promotion interne d'obtenir de nouveaux diplômes .

Parmi les autres étudiants suivant cette formation on constate deux tendances, ou bien l'inscription à un stage de formation professionnelle nécessite un Deug, c'est le cas par exemple d'un opérateur du son désirant s'inscrire dans une classe de musicien metteur en ondes, ou bien l'étudiant envisage un changement complet d'activité : on avait par exemple le cas cette année d'un chirurgien dentiste souhaitant se reconverter à l'informatique.

Ainsi, à travers ce faible échantillon on voit se dégager la spécificité du recrutement et par là-même la nécessité du télé-enseignement universitaire. Certains ont parlé d'université de la seconde chance. Le terme n'est peut-être pas approprié, parce qu'il laisse entendre que la première chance a été gachée ; or, on l'a vu, les étudiants s'inscrivent dans cette section parce qu'ils ont de bons souvenirs de leur travail dans les matières scientifiques en particulier. Bien que l'enquête n'ait pas assez cerné ce sujet, il ne semble pas que ce soit juste après un échec que les étudiants s'inscrivent dans cette section. C'est plutôt après une période de pause dans leurs études, peut-être aussi de maturation dans leur projet professionnel, en tout cas toujours de premier contact avec le monde du travail, qu'ils choisissent cette voie.

Il semble donc que le télé-enseignement universitaire apparaisse comme une réponse à la demande d'un public d'adultes travailleurs, cherchant à travers un projet professionnel long un complément ou même un changement de formation dans des disciplines qui leur plaisent et dans lesquelles ils réussissaient convenablement jusqu'au baccalauréat

Ces quelques remarques concernant le public inscrit aux centres de télé-enseignement universitaire se trouvent corroborées par le profil décrit par nos collègues de l'Université de Provence à la suite d'une enquête effectuée sur environ 100 inscrits au centre de télé-enseignement à cette université en 1989 (1).

(1) Cf H Barras [1] .

NIVEAU MATHEMATIQUE A L'ENTREE DANS CETTE SECTION ?

Présentation du test

En début d'année, nous avons proposé un test aux étudiants du télé-enseignement inscrits en Deug. Ce test est proposé également depuis plusieurs années dans certaines sections de Deug SSM à l'Université Paris 6, (1). Il porte sur des notions enseignées dans l'enseignement secondaire, et a été élaboré en fonction des erreurs fréquemment rencontrées et des connaissances de base qui semblent nécessaires à une bonne réussite dans les années de Deug. Ce test comporte 9 questions et concerne les capacités relatives à la maîtrise de la relation d'ordre dans le corps ordonné des réels, à la disponibilité du raisonnement par récurrence, aux connaissances élémentaires en logique (implication, quantificateurs, négation) ainsi qu'aux connaissances relatives à la représentation graphique d'un ensemble de points dans le plan ou d'une fonction réelle de la variable réelle. On trouvera en annexe le texte du test ainsi qu'une analyse détaillée question par question de la tâche demandée, des résultats obtenus et des erreurs rencontrées les plus fréquentes.

Nous présentons ici les résultats obtenus par les étudiants de la section télé-enseignement, puis une comparaison avec les résultats obtenus dans une section d'étudiants classiques. Nous avons ensuite essayé d'affiner l'analyse en étudiant le lien pour chaque item entre le taux de "participation" et le taux de réussite à la question.

Résultats globaux de la section télé-enseignement

Les notions qui semblent acquises par au moins 60% de la population étudiée sont : les calculs de dérivées, la reconnaissance de la continuité d'une fonction sur son graphe, la représentation graphique d'un ensemble de points défini par des inégalités lorsqu'il ne nécessite pas de construction de droites obliques, l'encadrement d'une différence .

Les notions qui ne sont pas du tout acquises (moins de 25% de réussite) sont : l'encadrement d'un quotient, la compréhension d'une phrase mettant en oeuvre deux quantificateurs écrits en toutes lettres, l'étude du sens de variation de la dérivée d'une fonction d'après son graphe .

Ce qui est acquis par environ un étudiant sur deux : donner la négation d'une équivalence logique, donner la négation d'une phrase comportant le mot "tout", donner un encadrement de x^2 à partir d'un encadrement de x , reconnaître la dérivabilité d'une fonction sur son graphe, penser à utiliser le raisonnement par récurrence.

Ainsi, les apprentissages dans le secondaire ont laissé des traces sur des exercices ayant fait l'objet, depuis de nombreuses années, d'un entraînement intensif : calcul de dérivée (il n'y a pas une épreuve de baccalauréat ne demandant pas un calcul de dérivée), de même l'encadrement d'une différence est un exercice proposé depuis la classe de troisième, il y aurait cependant lieu de nuancer ces remarques en fonction du cursus suivi par chaque étudiant, certains ayant, on l'a vu, interrompu leurs études et n'ont donc pas suivi les mêmes programmes dans le secondaire.

(1) F.Boshet et A.Robert [1].

Il serait donc faux de dire "l'ordre dans $\mathbb{R}$ n'est pas assimilé", il l'est assez bien dans des tâches classiques mais plus du tout dans une situation nouvelle, nous pouvons dire qu'il n'y a pas transfert des apprentissages sur ce sujet.

Certaines lacunes sont explicables : les questions relatives à la logique ne font plus, rappelons-le, l'objet d'un apprentissage systématique dans le secondaire et les résultats prouvent qu'on ne peut pas les considérer comme acquises à l'entrée en Deug.

D'autres semblent représenter un handicap pour la suite : face à la confusion née de la lecture d'une phrase comportant deux quantificateurs, comment espérer faire comprendre sans un gros travail préalable, la définition de la continuité en (ϵ, δ) ou de la convergence d'une suite en (ϵ, N) ? Enfin quand on se rappelle de l'introduction de J Dieudonné (1) "Avoir le sens de l'analyse, c'est avoir acquis une idée intuitive des opérations du Calcul infinitésimal : Majorer, Minorer, Approcher", souvenons nous que pour ces étudiants, donner une majoration d'un quotient est un exercice très difficile réussi par moins de 20% d'entre eux.

Comparaison avec les résultats des étudiants d'une section classique

La même étude effectuée sur un échantillon de 30 copies d'étudiants suivant un cursus habituel la même année conduit aux observations suivantes.

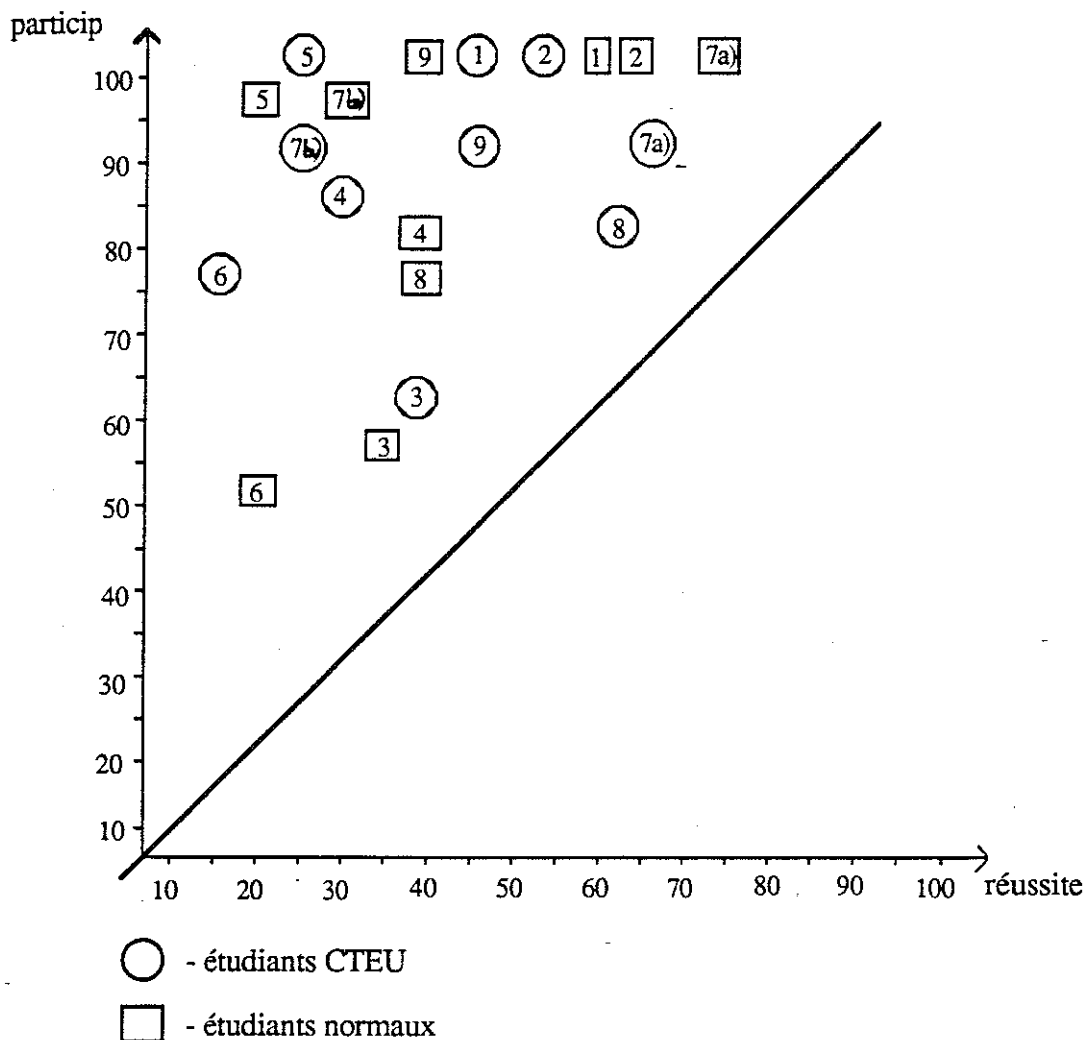
On retrouve exactement les mêmes grosses difficultés pour l'encadrement d'un quotient, la compréhension de phrases comportant plusieurs quantificateurs et même pour la lecture de la concavité sur le graphe d'une fonction, la réussite est un petit peu meilleure mais pas de manière significative. Nous avons attribué un score total sur 15 en ne prenant en compte que la réussite aux questions et pas la procédure, la moyenne est de 7,25 pour les étudiants classiques et de 6,76 pour les étudiants par correspondance.

On retrouve également les mêmes questions bien réussies : calcul de dérivée, tracés d'ensemble de points, encadrement d'une différence, lecture de la continuité sur le graphe d'une fonction ; à noter que pour les deux premières tâches, la réussite des étudiants par correspondance est meilleure que celle des étudiants classiques et ce sont les seules questions où l'écart est dans ce sens. Une tendance semble donc se dégager : la population des étudiants par correspondance accuserait les différences c'est à dire que la réussite y est meilleure là où il y a une bonne réussite globale et l'échec y est encore plus important dans les questions mal réussies en général. A l'évidence cette hypothèse devrait être testée, elle n'est pas a priori incompatible avec le profil de notre population tel que nous l'avons décrit : étudiants consciencieux ayant focalisé leur effort sur des tâches classiques ou encore, étudiants ayant arrêté leurs études depuis quelques années, seul reste l'acquis sur lequel on a beaucoup insisté et même cet acquis se serait consolidé ; ces remarques sont à moduler également en fonction des différents programmes du secondaire suivis par les étudiants.

(1) Cf J. Dieudonné [1].

Analyse croisée taux de participation, taux de réussite

Dans ce graphique nous avons cherché à mettre en relation le taux réussite et le taux de participation à chacune des questions ; nous avons représenté sur le même graphique les deux populations étudiées . Pour ne pas surcharger le dessin, nous avons représenté par un seul point la question 4 en ne considérant que la réussite globale ; nous avons fait de même pour la question 8.



Lecture du graphe pour la population du télé-enseignement

Globalement, le taux de participation est bon . Le taux de participation le plus faible est obtenu pour la question 3 (utilisation du raisonnement par récurrence) : nous signalons dans l'étude détaillée que ce type de question où la difficulté n'est pas de trouver la réponse, contenue dans l'énoncé, mais des recherches de la procédure pour y parvenir, conduit à un fort taux de non-réponses. Les questions qui ont le plus fort taux de participation sont les questions 1 et 2 : s'agissant dans les deux cas de test vrai/faux, ce n'est pas surprenant.

L'intérêt d'une telle représentation est d'observer la distance à la diagonale. En effet, une question située sur la diagonale serait une question n'ayant provoqué aucune erreur : ou bien les étudiants répondent correctement, ou bien ils ne répondent pas du tout. A contrario, plus la question est loin de la diagonale, plus il y a d'erreurs : la question comportait un piège, les étudiants ne l'ont pas senti. Il en est ainsi de la question 5 (donner un encadrement d'un quotient) : les étudiants n'ont pas conscience que ce soit une question difficile, ils répondent en faisant le quotient des encadrements de chaque nombre. Il en est ainsi également de la question 7b (lire sur le graphe d'une fonction le sens de variation de sa dérivée) : là, les étudiants ont pour la plupart confondu la fonction et sa dérivée. En revanche la question 3 (mise en oeuvre du raisonnement par récurrence) comporte très peu d'erreurs.

Ainsi les questions difficiles sont de plusieurs types : celles qui sont repérées comme difficiles, et celles au contraire pour lesquelles les étudiants fournissent presque tous une réponse même erronée.

Les questions faciles n'ont pas ce double statut : elles se trouvent toutes assez proches de la diagonale.

Comparaison avec les étudiants d'une section classique

On retrouve que la réussite est légèrement meilleure chez les étudiants classiques, mais la première impression est que les deux populations sont assez semblables. Les taux de participation semblent être globalement analogues, ce qui peut faire penser que les différences dans les conditions de test d'une population à l'autre sont sans graves conséquences : les étudiants par correspondance remplissaient ce test chez eux, les étudiants classiques le remplissaient en temps limité, on peut penser qu'ils n'ont pas manqué de temps.

On observe aussi le même double statut des questions difficiles.

Y a-t-il des différences ? Oui, à la question 6 (lecture et traduction d'une phrase comportant deux quantificateurs) : cette question est difficile pour les deux populations mais avec des statuts différents : il semble que davantage d'étudiants classiques aient eu conscience d'une difficulté et aient préféré ne pas répondre, là où les étudiants CTEU proposaient des solutions erronées. Le phénomène inverse se produit pour la question 9 (donner le contraire de "toutes les pommes sont mûres") : ici, ce sont les étudiants CTEU qui semblent se méfier, certains même répondent en proposant des solutions qui n'étaient pas prévues dans le questionnaire à choix multiples. A cet égard, on notera que cette réaction peu scolaire est propre aux étudiants CTEU : dans cet exercice où le cadre n'est pas clairement mathématique il y a une plus grande distanciation de ces étudiants face à la question. Ces différences semblent difficiles à interpréter, il serait intéressant de poser les mêmes questions plus tard et de voir si la réussite a évolué suivant les populations. Autrement dit, la correction d'une erreur passe-t-elle nécessairement par la prise de conscience qu'il y a une difficulté ?

Lien avec les études didactiques antérieures

Ce test a été mis au point, depuis plusieurs années, nous l'avons dit par des équipes enseignant en Deug à Paris 6 et Paris 7.

Une étude analogue d'une version de ce pré-test a été effectuée l'année 84-85 sur un échantillon d'étudiants en Deug et d'étudiants en math sup (1). Les questions communes sont : l'encadrement d'une différence, d'un quotient, la reconnaissance sur le graphe d'une fonction de l'ensemble des points où la fonction est continue, dérivable, et le maniement de l'équivalence. L'analyse quantitative des résultats des étudiants de Deug est analogue à celle de notre population d'étudiants classiques et la comparaison avec les résultats de la section de télé-enseignement conduit aux mêmes nuances.

On voit ainsi apparaître une persistance des difficultés ainsi que des erreurs observées d'une population à l'autre comme d'une année à l'autre, du moins quand les programmes du secondaire suivis ont été analogues.

Conclusion générale de l'étude du test

Nous avons cherché ici à repérer les difficultés des étudiants CTEU à l'entrée en Deug ainsi que les connaissances sur lesquelles on pouvait compter. Il apparaît que des tâches classiques telles que calcul de dérivée, encadrement d'une différence, tracés d'ensembles de points, lecture de la continuité sur le graphe d'une fonction sont à peu près acquises. En revanche, des tâches moins fréquemment demandées dans le secondaire, bien que sur des sujets analogues, comme encadrement d'un quotient, lecture et interprétation de la concavité d'un graphe, non seulement ne sont pas acquises mais ne sont même pas identifiées comme des tâches difficiles. Toutes les questions relatives à la logique telles que prendre la négation d'une équivalence, d'une proposition comportant un quantificateur, ou comprendre une phrase comportant plusieurs quantificateurs, questions qui, rappelons-le, ne font pas l'objet d'un apprentissage dans le secondaire, ne sont pas acquises et ne sont que vaguement identifiées comme étant difficiles.

Nous avons ensuite comparé cette population CTEU à une population d'étudiants classiques. Il apparaît alors des profils analogues tant dans la réussite que dans les erreurs ou le comportement face aux questions, la réussite étant légèrement meilleure dans la population classique.

Cependant, une analyse plus fine permet d'émettre plusieurs hypothèses qu'il conviendrait de tester ultérieurement. Il semblerait que la population CTEU force les différences réussissant encore mieux là où il y a réussite globale ; échouant davantage encore là où il y a échec global. Face à une situation qui ne se situe pas dans un cadre mathématique, les étudiants CTEU prennent davantage de distance vis à vis de la consigne. Quelles conséquences cela peut-il avoir sur leur apprentissage ?

Enfin, et ceci n'est pas spécifique à notre population, il apparaît des différences pour les questions difficiles, entre celles identifiées comme difficiles par les étudiants eux-même et les autres.

(1) Cf. A. Robert [1]

DESCRIPTION DE L'APPRENTISSAGE

Ce qui suit décrit le fonctionnement de la section Deug télé-enseignement première année en mathématiques pendant l'année universitaire 91/92. Il s'agit d'une description très grossière du dispositif d'enseignement. Nous aborderons certains détails relatifs à différents contenus disciplinaires spécifiques, lors de l'analyse des réponses au partiel.

Pour une première réflexion sur le matériel spécifique du télé-enseignement en mathématiques on pourra consulter (1) et (2).

Pour une réflexion d'ordre plus général sur le télé-enseignement on pourra consulter (3) et (4).

Description du matériel reçu par les étudiants

Les étudiants disposent d'un manuel de cours (5) et éventuellement du manuel d'exercices associé. Ils peuvent acheter ces manuels ou les emprunter pour l'année à la bibliothèque du télé-enseignement. Ils reçoivent en début d'année une présentation générale du cours avec un calendrier indiquant la répartition des tâches ainsi que des conseils généraux sur la manière d'organiser leur travail.

Le contenu du cours est divisé en 8 parties. A chacune de ces parties correspond un "envoi" toutes les 3 semaines. Chaque envoi est constitué de la manière suivante :

- un plan indicatif de travail sur les 3 semaines,
- une fiche de lecture destinée à guider l'étudiant dans son manuel de cours.

Cette fiche suit le plan du cours et cherche à dégager les outils à acquérir, les difficultés rencontrées dans certaines démonstrations, ainsi que les notions nouvelles introduites. Elle cherche aussi à attirer l'attention sur les erreurs fréquemment rencontrées sur ces sujets.

- des exercices corrigés,
- les devoirs des années précédentes avec leur corrigé,
- un devoir à rendre impérativement trois semaines plus tard.

(1) C. D'halluin et B Vanhille [1]

(2) G. Knight [1]

(3) J.Perriault [1]

(4) H Dieuzeide [1]

(5) F. Aribaud et J. Vauthier, Mathématiques première année, Edition Eska

Description des échanges entre l'enseignant et les étudiants

Les échanges sont de trois types : échanges par correspondance, entretiens téléphoniques et rencontres.

- Les échanges par correspondance

Chaque étudiant reçoit, dans la semaine qui a suivi son envoi, son devoir ou son test de début d'année corrigé et annoté, ainsi qu'un corrigé type, et dans certains cas un bilan avec les erreurs le plus souvent rencontrées ou un rappel de cours (ce fut le cas par exemple sur les nombres complexes). Assez souvent, les étudiants ajoutent à leur devoir des questions à l'enseignant relatives au cours ou plus générales.

Ces questions sont parfois très précises et il est facile d'y répondre ; parfois elles rectifient une inexactitude dans le matériel fourni ; parfois enfin, il s'agit moins de questions que de commentaires personnels, révélateurs d'un moment d'angoisse ou de découragement : "j'ai passé plus de 12h sur ce devoir", "je ne vois pas du tout comment commencer cet exercice"; nous ne pouvons dans ce cas que donner une réponse encourageante qui ne sera peut-être plus d'actualité lorsque l'étudiant recevra son devoir corrigé.

- Les entretiens téléphoniques

Trois heures par semaine, malheureusement à des heures de bureau, l'enseignant a effectué une permanence téléphonique ou sur place pour ceux qui habitent à proximité de l'université. Les étudiants pouvaient aussi laisser un message au secrétariat et nous les rappelions rapidement. La participation à cette permanence téléphonique est inégale ce sont toujours les mêmes étudiants, un très petit nombre d'entre eux, de l'ordre de 6 ou 7 - qui y ont recours. Elle est en revanche extrêmement positive : l'étudiant expose sa difficulté, presque toujours relative à une question d'un devoir, explique lui-même comment il a essayé de la résoudre et où cela a bloqué et, sans apport d'information nouvelle, trouve généralement lui-même la solution. Les étudiants n'appellent que quand ils ont beaucoup réfléchi à la question et pourrait-on dire, juste avant de trouver.

- Les rencontres étudiants/enseignants

Outre le jour des épreuves du partiel et de l'examen, où la rencontre entre l'étudiant et l'enseignant est assez limitée, il y a eu trois rencontres organisées dans l'année, le samedi matin. La première était une réunion d'information qui a réuni au moins 80% des inscrits. Les questions ont été relatives à l'organisation et l'évaluation, la réunion a surtout permis de faire connaissance. Les deux rencontres suivantes étaient des permanences qui précédaient le partiel et l'examen : elles voulaient éviter aux étudiants l'inconfort de se présenter à une épreuve avec des questions restées sans réponses. Il s'est passé pour ces permanences la même chose en plus accentué que pour les permanences téléphoniques : très peu d'étudiants et ce sont déjà ceux qui téléphonaient régulièrement, se sont présentés mais avec une liste de questions extrêmement précises. Par exemple à propos des démonstrations de cours sur les théorèmes concernant les fonctions continues, ils ne voyaient pas l'intérêt d'une démonstration compliquée pour un résultat, pour eux évident, nous y reviendrons, et ne voyaient pas non plus la nécessité de certaines hypothèses dans l'énoncé du théorème.

Opinion des étudiants sur leur apprentissage

Les étudiants ont rempli, en fin d'année, avec beaucoup de patience et de détails un questionnaire sur leur apprentissage. Il y a eu 13 réponses en tout. Ce questionnaire abordait les points suivants : matériel utilisé en complément de ce qui était donné, principales difficultés rencontrées lors de ces études, propositions d'amélioration.

Les étudiants ne perçoivent pas nécessairement leur manière d'étudier comme plus inconfortable que celle des étudiants classiques, mais bien comme différente. Ils citent deux énormes inconvénients : le manque de temps et l'isolement. Ce manque de temps se marque de différentes façons : d'une part, ils sont stressés par le calendrier des devoirs à respecter (on a décrit ici le dispositif en mathématiques mais il y a aussi la physique et la chimie qui, à elles deux, correspondent à la même charge de travail qu'en mathématiques). Ils ont souvent l'impression de travailler de manière superficielle, ce qui n'est pas en accord avec la haute idée qu'ils se font a priori de leurs nouvelles études. D'autre part ils travaillent par petites tranches horaires, réfléchissant pendant plusieurs jours à un problème ; le travail en 3 h de l'examen est alors toujours une désagréable surprise : l'énoncé leur paraît très long et ils sortent de l'épreuve frustrés avec l'impression de ne pas avoir donné le meilleur de leurs capacités.

Enfin, on l'a vu, les permanences téléphoniques ou sur place ne sont pas une réelle réponse à leur isolement : à la question "pourquoi n'y avez-vous pas eu recours plus souvent ?" certains ont répondu "par bêtise", d'autres, moins sévères avec eux-mêmes font remarquer "qu'ils auraient eu du mal à s'exprimer totalement". Parmi les avantages du télé-enseignement ils citent une grande liberté dans l'organisation de leur travail, une plus grande motivation et une manière moins scolaire de travailler (ce qui peut paraître en contradiction avec le côté superficiel dénoncé plus haut). Tous s'accordent à dire que le démarrage est très difficile, cette année tout le monde s'est présenté au partiel, mais il y a eu un tiers d'abandons après.

Dans les suggestions pour améliorer l'apprentissage, les étudiants proposent davantage d'exercices corrigés progressifs et des corrigés plus détaillés, parfois des fiches de lecture plus longues. De fait, toutes les propositions suggèrent simplement d'enrichir le matériel déjà existant. Il y a aussi quelques demandes de remises à niveau pendant les vacances. A la proposition d'organiser des regroupements, ils répondent presque tous favorablement ; ils ne le voient pas comme une permanence répondant à leurs questions mais comme un TD leur posant des questions ; certains le souhaitent avant, d'autres après l'étude d'une notion, on retrouve ici le clivage connu sur le rôle des exercices dans l'apprentissage. Les avis sont évidemment encore plus partagés quant au jour et à la date de ces regroupements, ce qui laisse augurer les problèmes que poserait leur organisation matérielle.

Ainsi, le matériel dont disposent les étudiants est assez classique tant dans sa conception (cours, exercices) que dans sa présentation (matériel imprimé) ; le seul dispositif spécifique est la fiche de lecture qui aide à aborder la notion et à en faire la synthèse. L'essai de permanence téléphonique ou sur place n'est concluant que pour une trop petite fraction de la population. Rendons ici hommage à l'élégance intellectuelle avec laquelle travaillent ces étudiants : aucun d'entre eux n'a profité d'une permanence téléphonique pour obtenir la solution d'un devoir, ou des renseignements sur le sujet d'examen. L'opinion des étudiants sur leur formation est généralement bonne, les moins contents demandant "plus de la même chose". On peut retenir dans les propositions d'améliorations l'organisation d'un regroupement mensuel. Leur forte demande d'exercices correspond-elle à un désir de couvrir tous les types de problèmes ou à une démarche procédant par questionnement avant d'aborder le cours ?

Enfin, les nouvelles techniques d'enseignement telles que cassette vidéo ou audio, logiciel d'apprentissage seraient-elles efficaces ? et comment les élaborer ? Signalons à propos des nouvelles technologies que l'université de Provence déjà citée a mis au point un serveur minitel qui fonctionne très bien, ce que nous n'avons pas réussi à faire cette année dans cette section. Ce serveur minitel répond à plusieurs objectifs : il maintient un contact entre étudiants et enseignants, les étudiants peuvent poser rapidement des questions sur les documents qu'ils viennent de recevoir ; mais aussi les enseignants organisent des tests facultatifs en temps limité ; enfin ce service permet également aux étudiants de communiquer entre eux.

BILAN APRES LE PREMIER SEMESTRE

PARTIEL D'ALGEBRE

Présentation du partiel

L'épreuve, effectuée en 1h30 est constituée de deux exercices. Le premier est l'étude guidée d'un système linéaire de trois suites récurrentes :

$$\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} u_{n-1} \\ v_{n-1} \\ w_{n-1} \end{pmatrix}$$

On donne une base de vecteurs propres (e_1, e_2, e_3) en demandant de vérifier qu'ils forment bien une base. On définit l'application f par l'image d'une base (i,j,k) . On demande d'écrire la matrice A de f dans la base (i,j,k) puis de vérifier qu'elle a bien la forme B donnée par l'énoncé dans la base (e_1, e_2, e_3) . On fait ensuite calculer B^n puis A^n . On demande enfin de conclure en calculant u_n, v_n, w_n .

Le second exercice est un test vrai/faux destiné à vérifier les connaissances sur les systèmes libres.

Nous souhaitons ainsi vérifier les connaissances de bases en algèbre linéaire, l'aptitude à appliquer ces connaissances aux suites récurrentes, faisant effectuer ainsi un changement de cadre, ainsi que l'aisance dans la notion de système libre.

Il y a eu 27 étudiants participant au partiel, 3 étudiants candidats libres ne se présentaient pas aux examens et 4 autres n'ont pu se rendre au partiel.

Le texte du partiel ainsi que les résultats question par question figurent en annexe.

Résultats obtenus

Les notions qui semblent acquises par au moins 60% de la population étudiée sont : la vérification qu'un système de vecteurs forme une base, l'écriture de la matrice A , la vérification de cette écriture suite à un changement de base lorsque le résultat est fourni dans l'énoncé.

Les notions acquises par un étudiant sur deux sont : le calcul correct de B^n par récurrence, la vérification de l'écriture

$$\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} u_{n-1} \\ v_{n-1} \\ w_{n-1} \end{pmatrix}$$

Les notions à consolider sont : le calcul de A^n suite à changement de base, la compréhension de la notion de système libre.

La comparaison réussite/ participation dont le graphique figure en annexe fait apparaître assez nettement la différence entre les deux types d'exercices posés : le premier est une suite de tâches à accomplir laissant peu de place aux erreurs tandis que le second est un test vrai/faux destiné à mettre en évidence les erreurs. Seule la question 3 du premier exercice est d'un statut intermédiaire, elle est relative au raisonnement par récurrence.

Précisons en quoi consistent les erreurs dans le test vrai/faux

La première question visait à faire faire la différence pour un système de 3 vecteurs de $\mathbb{R}^3$ entre indépendants et indépendants 2 à 2 . Parmi les 19 réponses exprimées, 3 sont correctes portées par une argumentation géométrique : les étudiants citent le cas de 3 vecteurs indépendants 2 à 2 mais coplanaires. Parmi les 16 réponses erronées : 11 sont des paraphrases de l'énoncé, 3 sont des raisonnements faux et 2 réponses transforment l'énoncé montrant par exemple l'implication inverse .

La seconde question est relative à un espace vectoriel de fonctions de la variable réelle : on demandait si les fonctions : $(x \rightarrow \cos x)$ et $(x \rightarrow \sin x)$ étaient indépendantes. Parmi les 19 réponses exprimées, 8 sont correctes, 7 affirment que les fonctions forment un système libre parce qu'elles sont proportionnelles avec un coefficient qui dépend de x , et 4 font des confusions entre la fonction, son image et sa représentation graphique .

La troisième question demandait si l'image d'une base par une application linéaire est une base. Parmi les 17 réponses exprimées, 4 sont correctes, 4 sont des paraphrases de l'énoncé introduisant une écriture symbolique, 4 font la confusion $f(u)=0$ donc $u=0$ car $f(0)=0$ c'est à dire supposent implicitement que linéaire implique bijective. Parmi les autres réponses erronées, on trouve une généralisation à partir de l'exemple de l'exercice précédent où l'image d'une base était effectivement une base, des confusions entre système libre et générateur, l'idée qu'un système de trois équations à trois inconnues a toujours une solution unique.

Nous constatons que les conjectures des étudiants sur ces sujets sont mauvaises et étayées par les lacunes en logique (mises en évidence au pré-test) qui leur font peut-être faire des raisonnements faux. Tout se passe comme s'il leur fallait plaquer un raisonnement sur une réponse fausse dont ils sont sûrs a priori. Cette réaction tient peut-être à la présentation de la question sous forme d'un test vrai/faux. Elle tient peut-être également au contenu algébrique de la question. Autrement dit, le raisonnement que les étudiants ont rencontré jusqu'ici en algèbre ne leur apparaît-il pas comme une chaîne d'écritures formelles, dont ils ne comprennent pas tout à fait le sens, et qu'ils essaient de reproduire de manière un peu mécanique ?

Lien avec l'apprentissage

A l'évidence, la préparation n'a pas réussi à "faire passer" la notion d'indépendance de vecteurs. En revanche, un des devoirs obligatoires mettait en oeuvre un espace fonctionnel engendré par 2 fonctions, ce qui peut expliquer que les résultats à la deuxième question soient un peu meilleurs. Ce même devoir faisait aussi un calcul de A^n , mais nous reviendrons sur le raisonnement par récurrence lors du commentaire du partiel d'analyse.

Lien avec les études didactiques antérieures.

La première question du test vrai/faux est connue comme un point d'achoppement fréquent chez les étudiants de Deug 1ère année (1) et a été étudiée du point de vue didactique en détail (2). Elle a été posée à un échantillon de 58 étudiants de Deug 1ère année en 88-89 toujours sous la forme d'un test vrai/faux de la manière suivante :

A1 : "Soient x, y, z trois vecteurs de $\mathbb{R}^3$. Si aucun d'entre-eux n'est combinaison linéaire des deux autres, la famille (x, y, z) est libre".

A2 : "Si les vecteurs x, y, z de $\mathbb{R}^3$ sont 2 à 2 non colinéaires, la famille (x, y, z) est libre."

Les résultats annoncent 26% de réussite à la première question et 78% à la seconde. On peut s'interroger sur l'écart entre ces deux résultats alors que les énoncés semblent assez proches, le fait que les deux questions se trouvent posées consécutivement est certainement à prendre en compte. On peut aussi remarquer que la réussite de notre échantillon (16%) est beaucoup plus faible. C'est une indication mais il faut se garder de comparaison quantitative trop appuyées quand les contextes de passation sont différents. En revanche, une comparaison qualitative d'analyse des erreurs montre la persistance des erreurs observées face à cette question : soit les étudiants démontrent la réciproque soit ils ne démontrent rien du tout et paraphrasent l'énoncé.

De même, la troisième question du test vrai/faux a aussi été étudiée (2) on obtenait dans cette étude 47% de réussite là où nous en obtenons 24. Ici encore les résultats de notre échantillon sont moins bons ; les erreurs sont analogues : erreur de raisonnement confondant hypothèses et conclusion, erreur incitant à mettre à jour le "théorème faux" : "linéaire implique bijective".

(1) J.L. Ovaert et J.L. Verley [1]

(2) J.L. Dorier [1] et [2]

Ainsi la comparaison de nos résultats avec ceux d'une étude précédente conduit à observer :

- des résultats quantitatifs plus faibles pour notre échantillon ; ceci n'étant qu'une indication, puisque les tests en dehors des questions comparées étaient différents ainsi que les dates de passation dans l'année et les acquis antérieurs des étudiants,
- des résultats qualitatifs analogues : les erreurs observées étant les mêmes.

Il semble donc qu'il y ait - indépendamment du mode d'apprentissage - une persistance de certaines difficultés ainsi que des erreurs qu'elles révèlent. Grâce aux différents travaux didactiques effectués ces dernières années, il est possible de repérer des points d'achoppement classiques, une étude comme celle-ci par exemple, venant confirmer ce repérage.

Il est également possible de classer et analyser les comportements erronés et de proposer plusieurs pistes de changement dans l'enseignement supérieur ; pour une synthèse en algèbre linéaire première année on pourra consulter (1). Cependant, les difficultés sont loin d'être résolues, étant bien entendu qu'il faut se garder du danger de soigner les effets plutôt que le mal : ainsi, dans notre exemple, un travail systématique sur ce test vrai/faux résoudrait-il réellement les difficultés que les étudiants rencontrent face à la notion d'indépendance linéaire?

(1) M. Rogalski [1].

PARTIEL D'ANALYSE

Présentation du partiel

Le partiel comprend 2 exercices. Le premier exercice d'analyse est classique et a été étudié en détail (1) :

- "soit (u_n) une suite de réels tels que $\lim_{n \rightarrow \infty} n u_n = 1$, que peut-on dire de la suite (u_n) ?"

Le second exercice est une suite de questions enchaînées visant au calcul approché à 10^{-1} près de la solution de l'équation $e^{ax} = x$ située dans l'intervalle $[1, e]$. Cet exercice avait également fait l'objet d'un partiel dans une année antérieure (2).

Le premier exercice est difficile quant aux justifications et demande pour ne citer qu'une méthode, une bonne maîtrise de la définition en $(\varepsilon-N)$, notion nouvelle.

Au contraire le second problème ne fait pas intervenir de notions nouvelles si ce n'est le théorème des accroissements finis demandé explicitement dans l'énoncé (mais seule l'inégalité des accroissements finis est nécessaire pour majorer $|u_n - \ell|$)

A priori, nous attendions une bonne idée du résultat dans l'exercice 1 avec des difficultés dans les justifications et une bonne maîtrise de l'exercice 2 (étude de fonction, calcul de primitive, utilisation du théorème des valeurs intermédiaires, convergence d'une suite monotone bornée, majoration de l'erreur).

Dans cet exercice 2 également nous attendions des difficultés dans les justifications de dérivabilité, d'existence de primitive, de passage à la limite dans l'écriture $u_{n+1} = f(u_n)$; nous nous demandions si les théorèmes utilisés seraient cités : théorème des valeurs intermédiaires, théorème de convergence d'une suite monotone bornée.

Nous souhaitions enfin comparer l'évolution par rapport au test dans des tâches telles que : disponibilité du raisonnement par récurrence, comportement face à une équivalence.

Résultats obtenus

Ce qui est réussi par au moins 60% des étudiants :

l'étude complète de la fonction $f(x) = \frac{\ln x}{x}$; le calcul d'une primitive de f , la conjecture de la limite de (u_n) dans le premier exercice.

Ce qui est réussi par environ un étudiant sur deux :

la démonstration d'une équivalence, la disponibilité du raisonnement par récurrence.

Ce qui est réussi par moins de 30% des étudiants :

la justification de la valeur de la limite de (u_n) , la discussion du nombre de solutions de l'équation $g(x) = a$, l'application du théorème des accroissements finis pour majorer $|u_n - \ell|$.

Les étudiants n'ont fait preuve de la bonne maîtrise attendue que dans le début de l'exercice II. Le taux de réussite a chuté dans la question 3b), où il y avait une discussion à faire : les erreurs proviennent d'oublis de cas dans la discussion. La réussite remonte un peu avec la question 4 où on montrait que (u_n) est convergente car monotone bornée. La question 5 située en fin de problème est peu traitée.

(1) A. Robert [2].

(2) F.Boshet et A. Robert [1].

Types de justifications fournies dans les copies

Nous avons cherché quels types de justification, théorème ou définition, étaient utilisés, à bon escient ou non, dans les copies :

17 copies citent le théorème : (u_n) monotone bornée donc convergente (II-4°).

11 copies citent le théorème des accroissements finis (II-5°).

4 copies justifient la continuité et la dérivabilité de f (II-1°).

3 copies citent ou font référence au théorème des valeurs intermédiaires (II-3°).

2 copies citent le critère de Cauchy (I).

1 copie justifie le fait que g admet une primitive.

aucune copie n'utilise la définition de la convergence en $(\epsilon-N)$ (I).

aucune copie ne cite le fait que la fonction logarithme est bijective (II-3°.a).

aucune copie ne précise que c'est parce que f est continue qu'on peut passer à la limite dans l'écriture $u_{n+1} = f(u_n)$.

Ces justifications ont des statuts différents dans l'énoncé:

(1) Soit elles sont citées dans l'énoncé :

Explicitement (II-9°):

" en appliquant le théorème des accroissements finis..."

ou

Implicitement (II-4°):

a) montrer que (u_n) est strictement croissante

b) montrer que (u_n) est majorée

c) en déduire que (u_n) est croissante.

(2) Soit elles sont nécessaires à la démonstration demandée c'est le cas du théorème des valeurs intermédiaires en II-3°.b , du fait que f est continue en II-4.c.

(3) Soit il y a une ambiguïté sur la nécessité de les citer : c'est le cas de la question II-2, où on demande de calculer une primitive de g , faut-il nécessairement prouver qu'il en existe une ?

Nous constatons que, même lorsque la justification est évoquée dans l'énoncé, elle n'apparaît que dans la moitié des copies ayant répondu à la question. Dès lors qu'elle n'est plus citée elle apparaît de manière quasi anecdotique (3 ou 4 copies).

Nous pouvons interpréter cette carence du point de vue du contrat didactique ou du point de vue du contenu. En ce qui concerne le contrat, on peut penser que la consigne n'a pas été assez claire durant l'apprentissage et qu'il faudrait dire de manière explicite : avant de calculer une dérivée ou une primitive vous devez toujours justifier leur existence (cela était fait dans le corrigé dont disposaient les étudiants). Ceci ne résoud pas le cas où la justification est nécessaire à la résolution même de la question : des consignes d'ordre général comme "vous devez toujours justifier les réponses" ou encore un barème détaillé sont-elles efficaces ?

En terme de contenu, on peut remarquer que les justifications qui apparaissent le moins sont relatives à la continuité, on peut penser que les étudiants n'ayant pas en tête des fonctions qui ne sont pas continues, les théorèmes les concernant sont vus comme des tautologies qui n'ont pas besoin d'être cités.

Il en est ainsi du théorème des valeurs intermédiaires, de l'image par une fonction continue d'une suite convergente, et même de l'existence d'une primitive.

A contrario, les étudiants ayant rencontré des suites non convergentes jugent utile de prouver que la suite est convergente : c'est ce qu'ils font en II-4°c, de manière juste le plus souvent, c'est aussi ce qu'ils font en I, où ils fournissent des explications malheureusement erronées.

Comparaison avec les études didactiques antérieures

Concernant la première question l'étude très complète déjà citée (1) annonce 26% de réussite sur un échantillon d'étudiants en Deug lorsque le test est passé au moins trois mois après le cours sur les suites et 11% de réussite lorsque le test est passé moins de trois mois après le cours sur les suites. Notre échantillon a une réussite de 12%, le partiel se situant fin janvier, il faudrait à priori comparer ces 12% aux 26% de réussite de la population d'étudiants classiques. Notre résultat est donc plus faible. On peut, à ce stade, proposer deux explications qui ne s'excluent pas l'une l'autre :

- la tendance mise en avant lors de l'étude du pré-test : les étudiants par correspondance réussissent moins bien les questions déjà peu réussies par les étudiants classiques, se confirme,

- les étudiants par correspondance se trouvent dans un état proche de celui des étudiants classiques peu de temps après le cours, vraisemblablement parce qu'ils n'ont pas fait encore assez d'exercices d'application. Leur temps d'assimilation serait donc supérieur à celui des étudiants classiques, il faudrait pouvoir confirmer cette hypothèse par un test en fin d'année .

Ainsi le temps, variable déjà très significative lors de l'étude portant sur les étudiants classiques, apparaît comme essentiel lorsqu'on cherche à cerner les différences entre les deux populations.

En revanche l'étude qualitative très fine effectuée et sur laquelle nous nous sommes appuyée met en évidence, une fois de plus, les mêmes procédures erronées dans les deux populations.

(1) A.Robert [2] .

CONCLUSION SUR LES RESULTATS DU PARTIEL

Les résultats du partiel font apparaître des acquisitions, tant en analyse (étude d'une fonction, calcul d'une primitive) qu'en algèbre (vérification qu'un système de vecteurs forme une base, écriture de la matrice d'une application linéaire, vérification de l'écriture d'une matrice suite à un changement de base) ; certains apprentissages sont à consolider (utilisation du raisonnement par récurrence, démonstration d'une équivalence), d'autres apprentissages ne sont pas encore terminés (utilisation de la définition (ϵ -N), organisation d'une discussion suivant les valeurs d'un paramètre, utilisation du théorème des accroissements finis, compréhension de la notion de système libre) .

En algèbre, l'étude des erreurs au test vrai/faux met en évidence, d'une part, une mauvaise idée à priori des résultats, d'autre part, des erreurs de raisonnement liées à de mauvaises connaissances de bases en logique, peut-être aussi à une compréhension insuffisante des raisonnements algébriques présentés ce semestre. Tout se passe en effet comme si les étudiants cherchaient à reproduire des chaînes d'écritures symboliques sans beaucoup de sens .

En analyse, l'étude des justifications citées par les étudiants est assez décevante, elle engage à envisager des consignes plus précises dans les périodes d'apprentissage ainsi qu'une réflexion sur le caractère d'évidence des théorèmes relatifs aux fonctions continues.

C'est peut-être accorder beaucoup d'importance au poids de la conjecture, mais nous constatons qu'elle est plutôt juste en analyse et dissuade de faire des démonstrations, assez souvent erronée en algèbre, et dans ce cas les étudiants donnent des "pseudo démonstrations" qui comportent des erreurs de logique. Nous avons déjà constaté dans l'étude du pré-test (question 4) que les justifications étaient particulièrement présentes lorsque la réponse était fausse. Peut-être y aurait-il lieu de s'interroger davantage sur ce sujet.

Le comportement face au raisonnement par récurrence a été observé dans plusieurs cas : au test de début d'année (45% de réussite) dans l'épreuve d'algèbre (46% de réussite) et dans l'épreuve d'analyse (44% de réussite). L'apprentissage a beaucoup insisté sur ce type de raisonnement notamment lors de l'étude des suites, ainsi que dans le compte rendu du test. Manifestement cet apprentissage n'a pas encore porté ses fruits. On peut penser que s'agissant de l'acquisition d'un outil, les progrès demandent du temps.

Enfin, la comparaison avec les études didactiques antérieures conforte, en général, les observations qualitatives : les mêmes types d'erreurs apparaissent dans les deux populations et donnent des résultats quantitatifs souvent un peu plus faibles pour la population des étudiants par correspondance. On ne peut, à ce stade, que fournir quelques pistes d'explications sur cet écart. Il peut être dû :

- au passé des étudiants par correspondance : ils ont suivi des programmes du secondaire différents, ils ont arrêté leurs études pendant quelque temps et c'est la première année qu'ils reprennent des études,

- à leurs conditions d'apprentissage actuelles : ils disposent de moins de temps pour travailler et d'un type d'enseignement différent, il est possible que la tendance observée au test d'une très forte réussite dans les tâches simples se confirme.

CRITIQUE ET POURSUITE DE L'ETUDE

Nous nous sommes ici penchée sur un vaste sujet -le télé-enseignement universitaire - à travers une petite entité -une section de Deug SSM de 34 inscrits. Les résultats présentés sont davantage des tendances conduisant à des hypothèses à tester que des réponses définitives. Ils concernent des variables générales relatives au profil de la population du télé-enseignement, à son mode d'apprentissage, et des variables spécifiques relatives aux compétences mathématiques de ces étudiants. Il s'agit d'un domaine quasi inexploré jusqu'à maintenant, l'Université de Provence déjà citée n'a, à notre connaissance, enquêté que sur des variables générales. La comparaison avec les études didactiques antérieures conforte dans le repérage des points d'achoppement et dans l'analyse des erreurs mais ne permet pas pour le moment une comparaison plus fine.

Variables générales

Les variables générales font apparaître un profil d'étudiants adultes travailleurs désirant reprendre des études dans des disciplines qui leur plaisent, dans le cadre d'un projet professionnel étalé sur 4 à 5 ans. L'apprentissage de ces étudiants se heurte à un problème de gestion du temps : peu de temps pour étudier, et un temps fractionné en petites unités. Les étudiants se heurtent aussi à un problème d'isolement. On peut essayer de pallier les difficultés d'isolement en proposant un regroupement mensuel, ce qui peut aussi entraîner les étudiants à travailler pendant une plage horaire assez longue. Une réponse au manque de temps global peut être d'envisager un Deug modulaire, comme certains étudiants l'ont proposé, et comme c'est le cas dans plusieurs universités. Nous n'avons pas abordé le vaste problème d'un matériel pédagogique plus varié utilisant par exemple les nouvelles technologies.

Variables spécifiques

Les variables spécifiques font apparaître une tendance qu'il conviendrait de tester dans un cadre plus systématique: les étudiants du télé-enseignement réussissent mieux dans les tâches bien réussies en général, moins bien dans les tâches peu réussies. Le bilan du premier semestre révèle des difficultés en analyse, particulièrement dans l'absence de justifications : les théorèmes relatifs aux fonctions continues, par exemple, ayant pour les étudiants un caractère d'évidence. En algèbre au contraire, l'intuition des étudiants les porte bien souvent vers des réponses erronées, qu'ils justifient par des "démonstrations un peu creuses" comportant des erreurs logiques. Le lien avec l'apprentissage est peut-être visible lorsqu'il s'agit d'une technique précise, comme par exemple le calcul d'une matrice dans un changement de base; il l'est beaucoup moins à court terme lorsqu'il s'agit de la disponibilité d'un outil, par exemple le raisonnement par récurrence.

Nous n'avons pas fait une étude en parallèle des résultats d'une section d'étudiants classiques aux mêmes épreuves : il est donc difficile de dégager la spécificité de ce public face à ces apprentissages.

Il conviendrait d'avancer en précisant davantage le profil disciplinaire spécifique de notre population. Il faudrait ensuite mettre en relation les variables générales avec ce profil, de manière à élaborer un matériel approprié dont il faudrait ensuite tester l'efficacité. Le projet est ambitieux, l'enjeu est d'importance face à un public grandissant

NOM:

Groupe:
(s'il est connu)

Prétest

Répondre sur la feuille, et le cas échéant cocher les réponses exactes.

1. Soit a un nombre réel, les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses: (rayez la mention inutile)

- | | | |
|---|-------------------------------|-------------------------------|
| i) $a = 2 \Rightarrow a^2 = 4$ | VRAI ☐ | FAUX ☐ |
| ii) $a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$ | VRAI ☐ | FAUX ☐ |
| iii) $a = 2 \Leftrightarrow a^2 = 4$ | VRAI ☐ | FAUX ☐ |
| iv) $a \neq 2 \Leftrightarrow a^2 \neq 4$ | VRAI ☐ | FAUX ☐ |

2. Si x est un nombre réel, $-1 < x < 3$ entraîne toujours $1 < x^2 < 9$

VRAI ☐ FAUX ☐

3. Montrer que pour tout entier n strictement positif la somme $\sum_{k=1}^n k^3$ des cubes des n premiers entiers est égale à $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

4. Représenter sur la droite ou dans le plan les ensembles:

$$A = \{ x \in \mathbb{R} ; |x-1| \geq 1 \}$$

$$B = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 ; |x-1| \geq 1 \}$$

$$C = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 ; (y-x-1)(y+x-1) > 0 \}$$

$$D = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 ; (|x| \leq 2 \text{ et } |y| \leq 4) \text{ ou } (|x| \leq 4 \text{ et } 4 \leq y \leq 6) \}$$

A

B

C

D

5. Soient deux réels a et b vérifiant

$$-2 \leq a \leq 3 \quad \text{et} \quad -2 \leq b \leq -1$$

Donner un encadrement de

$$a-b: \quad \dots \leq a-b \leq \dots$$

$$a/b: \quad \dots \leq a/b \leq \dots$$

6. Soient f_1, f_2, f_3 trois fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Illustrer par un graphe les propriétés suivantes:

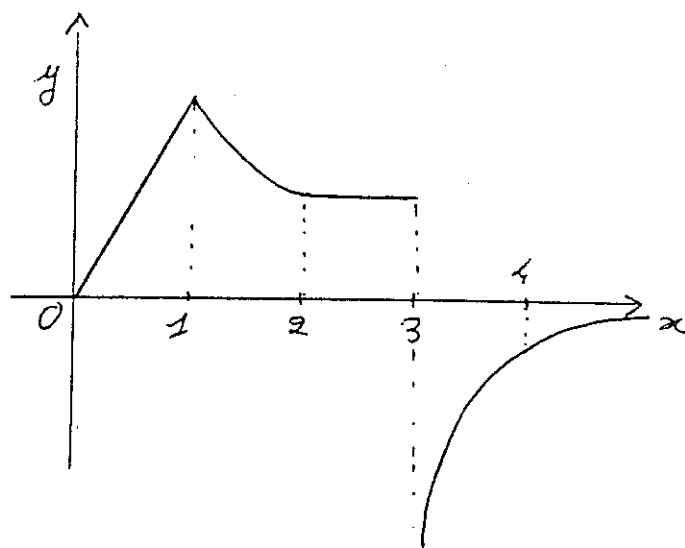
a) pour tout entier $i, i = 1, 2, 3$,
il existe un élément a de $\mathbb{R}$ tel que
 $f_i(a) = 1$.

b) il existe un entier i , $i=1,2,3$,
tel que pour tout réel a , $f_i(a)=1$.

c) il existe un réel a tel que,
pour tout entier i , $i=1,2,3$, $f_i(a)=1$.

d) pour tout réel a , pour tout
entier i , $i=1,2,3$, $f_i(a)=1$.

7. Voici le graphe de la fonction
 $f : x \rightarrow f(x)$



Indiquer les points où
a) f n'est pas continue:

b) f n'est pas dérivable:

Quels sont les intervalles où
a) la dérivée de f est constante?

b) la dérivée de f est strictement
croissante?

8. Donner les dérivées des fonctions suivantes:

$$[1] \quad x \rightarrow e^{-x^2} \quad [1]$$

$$[2] \quad x \rightarrow \text{Ln}(x^2+x+1) \quad [2]$$

$$[3] \quad x \rightarrow \tan^3 x \quad [3]$$

$$[4] \quad x \rightarrow \cos(-3x) \quad [4]$$

9. Soit ($\mathcal{P}$) la proposition suivante:

($\mathcal{P}$) *Toutes les pommes sont mûres.*

Parmi les phrases suivantes, rayer celles qui ne sont pas la négation de ($\mathcal{P}$):

Aucune pomme n'est mûre.

Il y a au moins une pomme qui n'est pas mûre.

Il y a une et une seule pomme qui n'est pas mûre.

ANALYSE DES REPONSES QUESTION PAR QUESTION

Première question :

Soit a un nombre réel, les assertions suivantes sont-elle vraies ou fausses :

i) $a = 2 \Rightarrow a^2 = 4$

ii) $a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$

iii) $a = 2 \Leftrightarrow a^2 = 4$

iv) $a \neq 2 \Leftrightarrow a^2 \neq 4$

Etude de la tâche :

Il s'agit d'un questionnaire Vrai/Faux. Il intervient donc un facteur chance qui n'est pas levé, puisqu'on ne demande pas explicitement de justification de la réponse.

La procédure correcte est différente suivant que la réponse est "vrai" auquel cas il faut faire mentalement ou non une démonstration générale. Tandis que lorsque la réponse est "Faux" il suffit de trouver un contre-exemple.

A priori, on pouvait penser que l'erreur, fréquente au niveau troisième, qui consiste à croire que l'équation $a^2 = 4$ n'a qu'une seule solution, est maintenant disparue à l'entrée en université et que la difficulté de l'exercice résidait essentiellement dans la manipulation de l'équivalence et des contraires logiques.

Pour voir que (ii) est faux, il faut penser au nombre négatif -2 .

Pour voir que (iii) est faux, il faut avoir correctement répondu à (i) et (ii) et savoir passer à l'équivalence.

Pour voir que (iv) est faux il faut avoir correctement répondu à (iii) et savoir que si $A \Leftrightarrow B$ est faux alors $(\text{non } A) \Leftrightarrow (\text{non } B)$ est également faux.

Résultat obtenus :

	34 étudiants fournissent une réponse.
	34 " répondent correctement au (i).
	33 " répondent correctement à (i) et (ii).
	29 " " " à (i) et (ii) et (iii).
	17 " " " à tout l'exercice.

Commentaire :

Un étudiant sur deux effectue la totalité de l'exercice correctement. Comme on l'avait prévu, il n'y a pas d'erreur dans la résolution de $a^2 = 4$ et il n'y en a pratiquement pas dans le passage à l'équivalence une fois que les deux applications ont été établies. L'essentiel des erreurs provient de la réponse au (iv). Il est probable que ces étudiants ont commis l'erreur suivante : "le contraire de $A \Leftrightarrow B$ est $(\text{non } A) \Leftrightarrow (\text{non } B)$, donc si la première assertion est fausse, la seconde est vraie."

Deux étudiants ont donné des justifications : réponse juste fournissant le contre-exemple $a = -2$.

Deuxième question :

| Si x est un nombre réel, $-1 < x < 3$ entraîne toujours $1 < x^2 < 9$.

Etude de la tâche :

Il s'agit à nouveau d'un test Vrai/Faux. Pour trouver la réponse correcte, il suffit de trouver un contre exemple. Nous avons fait ici le choix d'écrire l'implication en toute lettre plutôt que d'employer le symbole logique .

Dans cet exercice, nous voulions tester si l'erreur fréquente : "deux nombres sont rangés dans le même ordre que leur carré " était maintenant complètement effacée .

Réponse obtenue :

	34 participations.
	20 réponses correctes.
	14 réponses erronées.

Commentaire :

Contrairement à ce que nous attendions, les résultats ne sont pas massivement bons : **plus d'un tiers des réponses sont erronées** . Il est impossible d'analyser l'origine des erreurs, puisque l'exercice ne demandait pas de justifier la réponse. Il paraît curieux que les étudiants n'aient pas pensé au contre-exemple 0. Ce qui prouve que ces étudiants n'ont pas hésité devant la réponse à fournir, on pourrait presque parler de réflexe, et craindre que cette erreur ne soit très profonde .

Un étudiant donne une justification exhibant un contre-exemple.

Troisième question :

| Montrer que pour tout entier n strictement positif la somme $\sum_{k=1}^n k^3$ des cubes des n premiers entiers est égale à $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$.

Etude de la tâche :

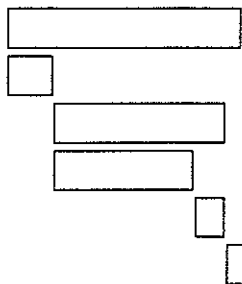
Nous demandons ici une démonstration, la réponse est contenue dans la question mais pas la procédure.

A priori, nous attendions une démonstration par récurrence, la question était destinée à déterminer si les étudiants pensaient à utiliser cet outil qui fait partie du programme de terminale et savaient le mettre en oeuvre .

On pouvait aussi faire une démonstration directe

Si on choisit une démonstration par récurrence : il faut penser à ce type de démonstration, l'annoncer, la mener à bien aucune, des 3 étapes ne posant de difficulté. Si on choisit une démonstration directe, la tâche est un peu plus complexe, elle nécessite de penser à écrire k^3 sous la forme $((k-1) + 1)^3$ et de savoir calculer la somme des n premiers nombres entiers et des n premiers carrés.

Résultats obtenus :



- 21 fournissent une réponse (sur 34)
- 3 choisissent une procédure directe et la mènent à bien.
- 18 choisissent un raisonnement par récurrence.
- 14 mènent correctement cette récurrence.
- 2 ne vérifient pas P(1).
- 2 n'aboutissent pas dans le calcul de si "P(n) alors P(n+1)".

Commentaire :

Un étudiant sur deux effectue l'exercice correctement.

Le point d'achoppement essentiel est le démarrage de l'exercice. En effet la réponse étant fournie dans l'exercice, les étudiants ne peuvent fournir un résultat un peu au hasard, seule leur est demandée la démonstration et comme la procédure n'est pas fournie dans l'énoncé, on a là un exercice typique sur lequel les étudiants "sèchent".

Globalement, on peut dire que la technique de la démonstration par récurrence est bien acquise (14 étudiants sur 18) chez ceux qui ont pensé à cette procédure.

Quatrième question :

Représenter sur la droite ou dans le plan les ensembles :

$$A = \{x \in \mathbb{R} ; |x-1| \geq 1\}$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 ; |x-1| \geq 1\}$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 ; (x-y-1)(x+y-1) > 0\}$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 ; (|x| \leq 2 \text{ et } |y| \leq 4) \text{ ou } (|x| \leq 4 \text{ et } 4 \leq y \leq 6)\}$$

Etude de la tâche :

Nous demandons une représentation, soit sur la droite, soit dans le plan, mais nous ne demandons pas d'explicitier la procédure.

La procédure correcte nécessite l'enchaînement de plusieurs étapes :

- déterminer s'il s'agit d'une partie de la droite ou du plan.
- analyser l'énoncé algébrique qui contient plusieurs renseignements : valeur absolue, produit de 2 quantités positives, "ou" logique, éventuellement penser à faire des constructions : les droites (dans C).
- enfin passer à la représentation graphique .

L'une des difficultés de cet exercice est le passage d'un cadre algébrique à un cadre géométrique.

A priori, on pouvait penser que les difficultés de cet exercice étaient croissantes depuis le A qui est un sous ensemble de la droite réelle, jusqu'au D, comportant plusieurs connecteurs logiques .

Résultats obtenus :

	Ensemble A	Ensemble B	Ensemble C	Ensemble D
Participation	33	33	28	31
Réponse correcte	33	25	17	21

D'où viennent les erreurs ?

en B : plusieurs versions ne prennent pas en compte la variable y en représentant le segment $[0,1]$ soit sur la droite réelle soit sur l'axe des x uniquement, ne matérialisant pas ainsi les régions correctes .

en C : 3 font des tracés de droites erronés.

3 tracent les bonnes droites mais ne concluent pas.

2 font des calculs sans dessin.

2 tracent un cercle.

en D : 6 donnent des solutions incomplètes ne tenant compte que d'une des branches de l'alternative .

9 réussissent totalement l'exercice.

13 parmi les 34 annoncent une légende (lorsque la légende ne figurait pas dans la copie nous avons interprété le résultat comme correct).

Enfin, 10 étudiants fournissent des calculs : ce sont en général des calculs corrects mais associés à des réponses graphiques fausses. Tout se passe comme si le calcul venait prendre le relai d'une réponse graphique que l'on sent fausse ; en effet, ces copies n'ont pas donné de justification ou de calcul dans les autres questions. Nous pouvons penser qu'il s'agit là d'étudiants butant sur la difficulté du changement de cadre .

Contrairement à ce que nous pouvions penser, le cas le plus difficile est le (C) qui nécessite des constructions annexes ; si on excepte ce cas, l'exercice est assez bien réussi .

Cinquième question :

Soient deux réels a et b vérifiant

$$-2 \leq a \leq 3 \quad \text{et} \quad -2 \leq b \leq -1 .$$

Donner un encadrement de

$$a-b : \quad \dots \leq a-b \leq \dots$$

$$a/b : \quad \dots \leq a/b \leq \dots$$

Analyse de la tâche :

Il s'agit de compléter un encadrement par l'écriture de deux réels.

La première tâche est classique : soustraire deux inégalités. La deuxième est plus originale, il s'agit de donner un encadrement d'un quotient. La tâche se trouve compliquée par le fait que " a " peut changer de signe, on peut par exemple envisager 2 cas suivant le signe de $\frac{a}{b}$ et à chaque fois donner un encadrement de $\left| \frac{a}{b} \right|$.

Nous cherchions ici à déterminer les étudiants qui savent manipuler les égalités correctement et ceux qui opèrent avec les inégalités comme avec des nombres positifs, c'est à dire en obtenant un

encadrement de la différence $a-b$ en soustrayant les encadrements de a et de b sans se soucier des sens des inégalités.

A priori, on pouvait penser que cette erreur grossière ne se rencontre plus à ce niveau et on cherchait à voir si cette erreur réapparaissait dans une situation moins classique comme celle de l'encadrement d'un quotient .

Résultats obtenus :

	Encadrement de $a-b$	Encadrement de a/b
réponses exprimées	34	34
réponses correctes	21	8
erreur grossière	13	26

Commentaire :

Contrairement à ce que nous attendions, un tiers des étudiants commet l'erreur signalée, même dans l'encadrement de la différence. Cette erreur apparaît dans deux tiers des copies pour le second encadrement. Déjà les réponses à la seconde question relative à l'ordre étaient décevantes ; il semble bien qu'il y ait là une grosse source d'erreurs au confluent des notions pourtant anciennes que sont les nombres négatifs, la relation d'ordre et les opérations algébriques .

Sixième question :

Soient f_1, f_2, f_3 trois fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Illustrer par un graphe les propriétés suivantes :

- a) pour tout entier $i, i = 1, 2, 3$, il existe un élément a de $\mathbb{R}$ tel que $f_i(a) = 1$.
- b) il existe un entier $i, i = 1, 2, 3$, tel que pour tout réel $a, f_i(a) = 1$.
- c) il existe un réel a tel que, pour tout entier $i, i = 1, 2, 3, f_i(a) = 1$.
- d) pour tout réel a , pour tout entier $i, i = 1, 2, 3, f_i(a) = 1$.

Analyse de la tâche :

Nous demandons un graphique, le type de réponse souhaitée ne figure pas dans l'énoncé.

Pour répondre correctement, il faut analyser une proposition logique écrite en toute lettre et la traduire par un dessin. Comme dans la question 4, il y a ici un passage d'un cadre verbal au cadre graphique.

A priori nous nous attendions à trouver des confusions liées à l'ordre des quantificateurs . On a écrit les quantificateurs en toutes lettres puisqu'ils ne figurent plus dans les programmes de terminale.

Résultats obtenus :

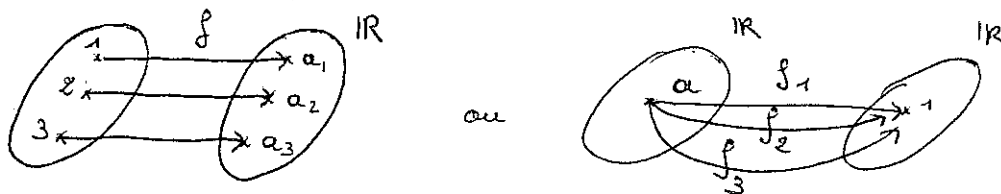
	26 réponses exprimées.
	8 n'ont pas vu la différence entre a) et c) le reste est bon.
	7 autre faux.
	5 réponses toutes bonnes.

Types de graphiques fournis :

	20 représentation graphiques habituelles.
	6 représentations erronées

Commentaire :

Une faible partie des réponses a surpris, il s'agit de représentations graphiques erronées . On a pu voir soit des graphes de relation comme $((a,1) (b,2) \dots)$ ou des dessins comme ceci :



Il est à noter que ce type d'erreur n'apparaît pas du tout dans les copies d'étudiants classiques, est-ce lié à la différence de formation antérieure ? Enfin, d'autres étudiants classés dans les "sans réponses" écrivent qu'ils ne savent pas ce qu'est une représentation graphique .

On peut penser que le terme "graphe" les a déroutés. Cependant, au-delà de cette déroute, l'énoncé précisant bien qu'il s'agit de fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, on peut s'étonner du caractère discret des représentations proposées. Cet exercice est le premier relatif à la notion de fonction : on peut craindre chez ces étudiants une faible familiarité avec cette notion .

Parmi les autres réponses proposées nous avons relevé les confusions attendues relatives à l'ordre des quantificateurs .

Cet exercice a donc un très faible taux de réussite .

Septième question :

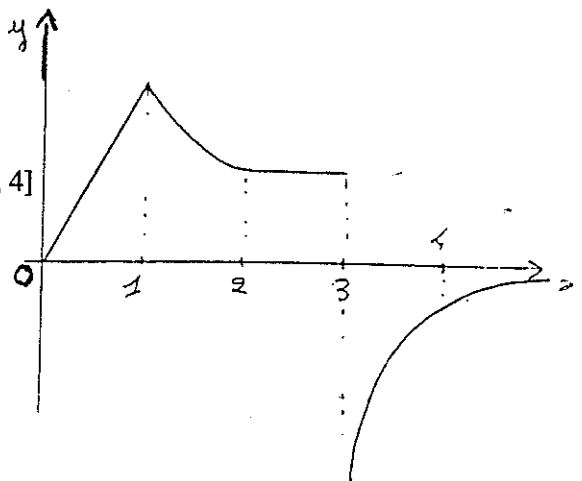
Voici le graphe de la fonction $f : x \rightarrow f(x)$ sur le segment $[0, 4]$

Indiquer les points où :

- a) f n'est pas continue.
- b) f n'est pas dérivable.

Quels sont les intervalles où :

- a) la dérivée de f est croissante ?
- b) la dérivée de f est strictement croissante ?



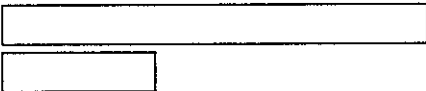
Analyse de la tâche :

Nous demandons explicitement de citer des points ou des intervalles sur lesquels la fonction a certaines propriétés.

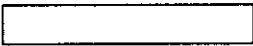
Pour faire une réponse correcte, il faut interpréter sur le graphe de f les propriétés de continuité, dérivabilité, convexité de la fonction.

Il y a une imprécision dans la question, on pouvait se demander si "continue à droite en 0" signifiait continue: on a fait dans le dépouillement l'amalgame des deux réponses .

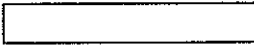
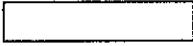
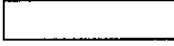
Réponse obtenue :

 32 réponses exprimées
7 même réponse pour continuité et dérivabilité.

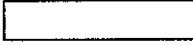
a) non continuité

 24 réponses : 3.(réponses correctes)
 5 réponses : 0,3.(réponses correctes compte tenu de l'ambiguïté sur le "0")
 3 réponses contenant 1.(réponses incorrectes)

b) non dérivabilité :

 15 réponses 1, 3.
 8 réponses 0, 1, 3.
 7 autre faux .

c) dérivée constante :

 16 réponses justes
 9 réponses incomplètes oubli de $[0, 1]$.
 6 réponses incomplètes oubli de $[2, 3]$.

d) dérivée strictement croissante :

 7 réponses correctes.

Commentaire :

Il y a deux types de confusion :

- dans les questions a) et b) 7 copies citent les mêmes valeurs pour non-continuité et non-dérivabilité.
- dans les questions a) et b) les erreurs proviennent souvent d'une confusion entre la fonction et sa dérivée.

On voit que globalement la continuité est très bien interprétée sur le graphe .

La dérivabilité l'est légèrement moins puisque 7 étudiants fournissent la même réponse pour continuité et dérivabilité .

Comme nous nous y attendions les réponses concernant l'interprétation du sens de variation de la dérivée sont beaucoup moins bonnes, on peut penser que cette notion n'est pas encore tout à fait acquise à l'entrée en université.

Huitième question :

Donner les dérivées des fonctions suivantes :

[1] $x \rightarrow e^{-x^2}$

[2] $x \rightarrow \text{Ln}(x^2+x+1)$

[3] $x \rightarrow \tan^3 x$

[4] $x \rightarrow \cos(-3x)$

Analyse de la tâche :

Il s'agit de faire quatre calculs de dérivées de fonctions composées. On souhaite ainsi vérifier les compétences techniques récemment acquises.

Réponse obtenue :

	a	b	c	d
réponse exprimées	33	32	28	34
réponse correctes	33	28	26	31
réponse erronées	0	4	2	3

Commentaire :

Les résultats sont bons et même très bons : on peut considérer que la technique de dérivation de fonctions composées à partir de fonctions classiques est acquise chez ces étudiants.

Neuvième question :

Soit ($\mathcal{P}$) la proposition suivante : ($\mathcal{P}$) *Toutes les pommes sont mûres.*

Parmi les phrases suivantes, rayer celles qui ne sont pas la négation de ($\mathcal{P}$) :

- Aucune pomme n'est mûre.
- il y a au moins une pomme qui n'est pas mûre.
- il y a une et une seule pomme qui n'est pas mûre.

Analyse de la tâche :

Il s'agit d'un questionnaire à choix multiples.

Pour trouver la réponse correcte il est nécessaire de reconnaître un quantificateur dans le langage courant et connaître son contraire.

Réponse obtenue :

☐	31 réponses exprimées.
☐	16 réponses correctes.
☐	10 réponses erronées.
☐	5 Autre faux.

Commentaire :

Seulement la moitié des réponses sont correctes, la plupart des réponses erronées fournissent comme contraire de "toute" "aucune". Les autres réponses fausses se refusent à cocher une case en disant "tout est contraire" ou "il n'y a pas de contraire". Il est possible que le terme négation n'ait pas tout à fait le même sens en mathématique ou dans la vie courante où il se rapproche pour certains de "différent".

Epreuve d'Algèbre
durée 1h30

- Tous les documents sont autorisés.

I - Soit E un espace vectoriel de dimension 3 sur $\mathbb{R}$ et (i, j, k) une base.

1) Montrer que les vecteurs (e_1, e_2, e_3) définis par

$$e_1 = j - k \quad ; \quad e_2 = i - 2j + 2k \quad ; \quad e_3 = -i + 2j - k$$

forment une base de E .

2) On considère l'application linéaire f de E dans E définie par :

$$f(i) = 2i - 2j + 2k \quad ; \quad f(j) = -i + 3j \quad ; \quad f(k) = -i + 2j + k .$$

a) Ecrire la matrice A de f dans la base (i, j, k) .

b) Montrer que la matrice B de f dans la base (e_1, e_2, e_3) est $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

3) Calculer B^n puis A^n .

4) On considère les suites $(u_n), (v_n), (w_n)$ définies par :

$$u_0 = 1, v_0 = 0, w_0 = 1$$

$$\text{et } \begin{cases} u_n = 2u_{n-1} - v_{n-1} - w_{n-1} \\ v_n = -2u_{n-1} + 3v_{n-1} + 2w_{n-1} \\ w_n = 2u_{n-1} + w_{n-1} \end{cases}$$

On appelle X_n le vecteur de E de coordonnées (u_n, v_n, w_n) dans la base (i, j, k) , vérifier que $X_n = A X_{n-1}$ en déduire les valeurs de u_n, v_n et w_n .

II- Les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifiez votre réponse.

(1) : si les vecteurs u, v, w de $\mathbb{R}^3$ sont 2 à 2 non colinéaires alors la famille (u, v, w) est libre.

(2) : les fonction $x \rightarrow \cos x$; $x \rightarrow \sin x$; sont linéairement indépendantes dans l'espace vectoriel des fonctions réelles.

(3) : f étant une application linéaire de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ si (e_1, e_2, e_3) est une base de $\mathbb{R}^3$ alors $(f(e_1), f(e_2), f(e_3))$ aussi.

RESULTAT DU PARTIEL D'ALGEBRE

Premier problème

Première question:

Soit E un espace vectoriel de dimension 3 sur $\mathbb{R}$ et (i,j,k) une base.

Montrer que les vecteurs (e_1, e_2, e_3) définis par

$$e_1 = j - k ; e_2 = i - 2j + 2k ; e_3 = -i + 2j - k$$

forment une base de E

Résultats obtenus:

26 réponses exprimées

26 résultats corrects (même si redondants)

Procédure utilisée:

17 montrent que le système est libre

☐

1 montre que le système est générateur

8 montrent les deux

Seconde question:

On considère l'application linéaire f de E dans E définie par:

$$f(i) = 2i - 2j + 2k ; f(j) = -i + 3j ; f(k) = -i + 2j + k.$$

a) Ecrire la matrice A de f dans la base (i,j,k) .

Résultats obtenus:

25 réponses exprimées

22 réponses correctes

☐

3 réponses erronées

b) Montrer que la matrice B de f dans la base $(e_1 ; e_2 ; e_3)$ est $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

Résultats obtenus:

	16 réponses exprimées
	16 résultats corrects
	11 calculent à la main
	5 calculent $P^{-1}AP$

Troisième question:

a) Calculer B^n

Résultats obtenus:

	19 réponses exprimées
	12 ont trouvé la bonne récurrence
	7 ont trouvé le résultat juste sans récurrence

b) puis calculer A^n .

Résultats obtenus:

	11 réponses exprimées
	4 résultats corrects
	1 bonne procédure mais erreur de calcul
	6 résultats faux

Quatrième question:

On considère les suites (u_n) , (v_n) , (w_n) définies par

$$u_0 = 1, v_0 = 0, w_0 = 1$$

$$u_n = 2u_{n-1} - v_{n-1} - w_{n-1}$$

$$v_n = -2u_{n-1} + 3v_{n-1} + 2w_{n-1}$$

$$w_n = 2u_{n-1} + w_{n-1}$$

a) On appelle X_n le vecteur de E de coordonnées (u_n, v_n, w_n) dans la base (i, j, k) , vérifier que

$$X_n = A X_{n-1}$$

Résultats obtenus:

	15 réponses exprimées
	15 ont trouvé la bonne réponse

b) En déduire les valeurs de u_n , v_n et w_n

Résultats obtenus:

7 réponses exprimées

4 résultats corrects

3 bonnes procédures mais erreur de calcul

Deuxième problème

Première question:

Les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier votre réponse.

Si les vecteurs u, v, w de $\mathbb{R}^3$ sont 2 à 2 non colinéaires alors la famille (u, v, w) est libre .

Résultats obtenus:

19 réponses exprimées

3 résultats corrects

16 réponses erronées

Deuxième question:

les fonctions $x \rightarrow \cos x$ et $x \rightarrow \sin x$ sont linéairement indépendantes dans l'espace vectoriel des fonctions réelles de la variable réelle.

Résultats obtenus:

19 réponses exprimées

8 résultats corrects

11 réponses erronées

Troisième question:

f étant une application linéaire de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$ si (e_1, e_2, e_3) est une base de $\mathbb{R}^3$ alors $(f(e_1), f(e_2), f(e_3))$ aussi.

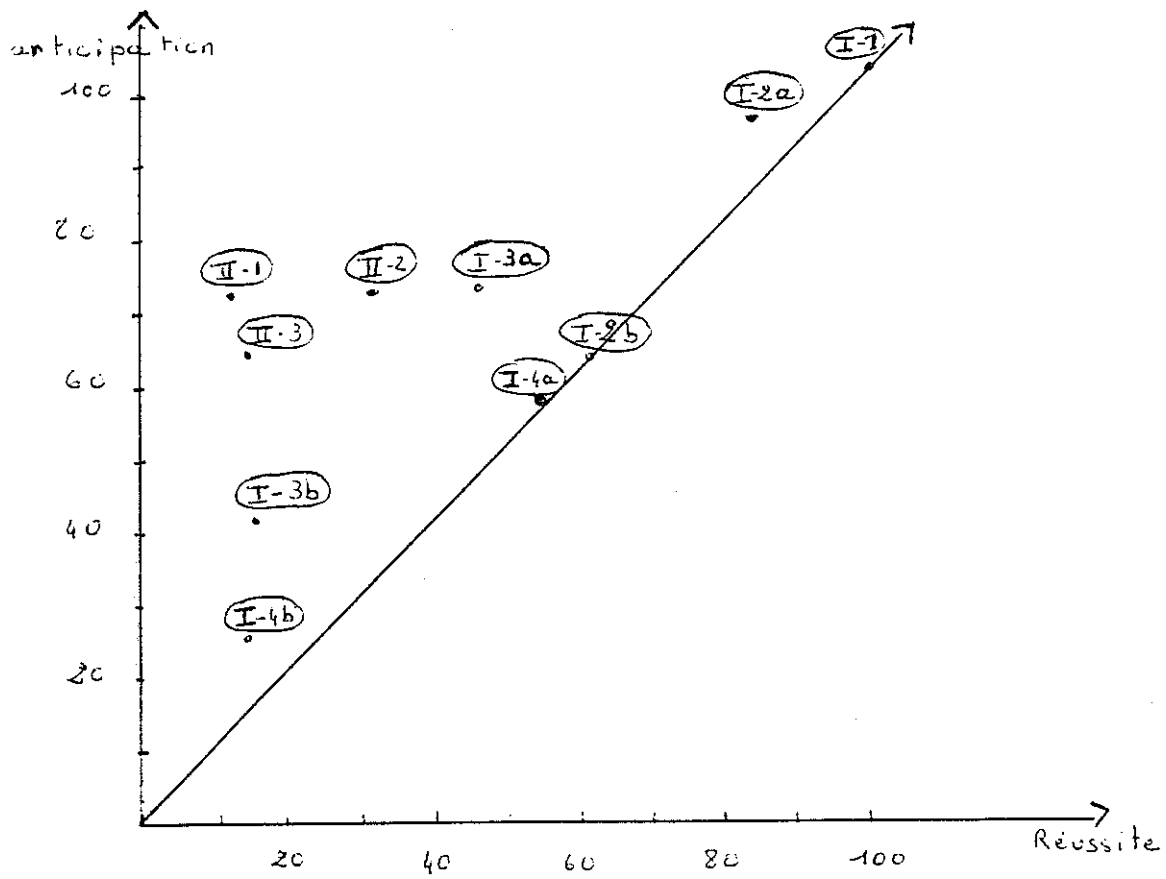
Résultats obtenus:

17 réponses exprimées

4 résultats corrects

13 réponses erronées

ANALYSE CROISEE TAUX DE PARTICIPATION/ TAUX DE REUSSITE PARTIEL D'ALGEBRE



Epreuve d'Analyse
durée 1h30

- Tous les documents sont autorisés.

I - Soit (u_n) une suite telle que $\lim_{n \rightarrow \infty} nu_n = 1$ que peut-on dire de la suite (u_n) ?

II - 1) Déterminer le domaine de définition et étudier les variations de la fonction g définie par $g(x) = \frac{\ln x}{x}$.

2) Donner une primitive de $g(x)$ sur son domaine de définition.

3) Soit a un réel fixé, on cherche à résoudre l'équation $e^{ax} = x$ (1)

a) Montrer que x est solution de (1) si et seulement si $g(x) = a$.

b) En déduire suivant les valeurs de a le nombre de solution de (1).

4) Soit a un réel positif fixé tel que $0 < a < \frac{1}{e}$, on considère la suite (u_n) définie par

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = e^{au_n} \end{cases}$$

a) Montrer que (u_n) est strictement croissante.

b) Montrer que (u_n) est majorée par e .

c) En déduire que (u_n) est convergente vers une limite ℓ solution de (1).

5) a) En appliquant le théorème des accroissements finis à $f(x) = e^{ax}$, montrer que

$$0 < \ell - u_n < (\ell - u_{n-1}) a e.$$

b) En déduire $\ell - u_n < (a e)^n (e - 1)$.

c) Application $a = \frac{1}{2e}$ donner une méthode pour calculer une approximation à 10^{-1} près de la solution de $e^{ax} = x$ qui est comprise dans l'intervalle $[1, e]$.

RESULTATS DU PARTIEL D'ANALYSE

Premier problème

Soit (u_n) une suite telle que $\lim_{n \rightarrow \infty} nu_n = 1$; que peut-on dire de la suite (u_n) ?

Résultats obtenus:

	26 réponses exprimées
	17 réponses correctes
	9 réponses erronées

Justification proposée:

	3 traitements algébriques corrects
	8 traitements algébriques incorrects
	8 erreurs considérant n comme fixé
	6 réponses sans justification

Deuxième problème

Première question:

Déterminer le domaine de définition et étudier les variations de la fonction g définie par $g(x) = \frac{\ln x}{x}$.

Résultats obtenus:

	27 réponses exprimées
	15 réponses correctes
	6 erreurs de calcul dans g'
	6 réponses inachevées

Deuxième question:

Donner une primitive de $g(x)$ sur son domaine de définition.

Résultats obtenus:

	25 réponses exprimées
	15 réponses correctes
	5 réponses erronées

Troisième question:

Soit a un réel fixé. On cherche à résoudre l'équation $e^{ax} = x$ (1)
a) Montrer que x est solution de (1) si et seulement si $g(x) = a$.

Résultats obtenus:

	27 réponses exprimées
	15 réponses correctes
	10 démontrent uniquement l'implication
	2 autres faux

b) En déduire suivant les valeurs de a le nombre de solutions de (1).

Résultats obtenus:

	19 réponses exprimées
	5 réponses correctes
	8 discussions incomplètes
	6 discussions fausses

Quatrième question:

Soit a un réel positif fixé tel que $0 < a < \frac{1}{e}$, on considère la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = e^{au_n} \end{cases}$
a) Montrer que u_n est strictement croissante.

Résultats obtenus:

	25 réponses exprimées
	11 récurrences correctes
	2 récurrences incomplètes
	12 réponses erronées

b) Montrer que u_n est majorée par e .

Résultats obtenus:

	18 réponses exprimées
	12 récurrences correctes
	6 réponses erronées

c) En déduire que u_n est convergente vers une limite l solution de (1).

Résultats obtenus:

	17 citent le théorème "une suite monotone bornée est convergente"
	10 ne donnent pas de justifications

Cinquième question:

a) En appliquant le théorème des accroissements finis à $f(x) = e^{ax}$, montrer que $0 < 1 - u_n < (1 - u_{n-1}) a e$.

Résultats obtenus:

6 réponses exprimées

4 réponses correctes

2 ne justifient pas la majoration de f'

11 citent le théorème des accroissements finis

b) En déduire $1 - u_n < (a e)^n (e - 1)$.

Résultats obtenus:

14 réponses exprimées

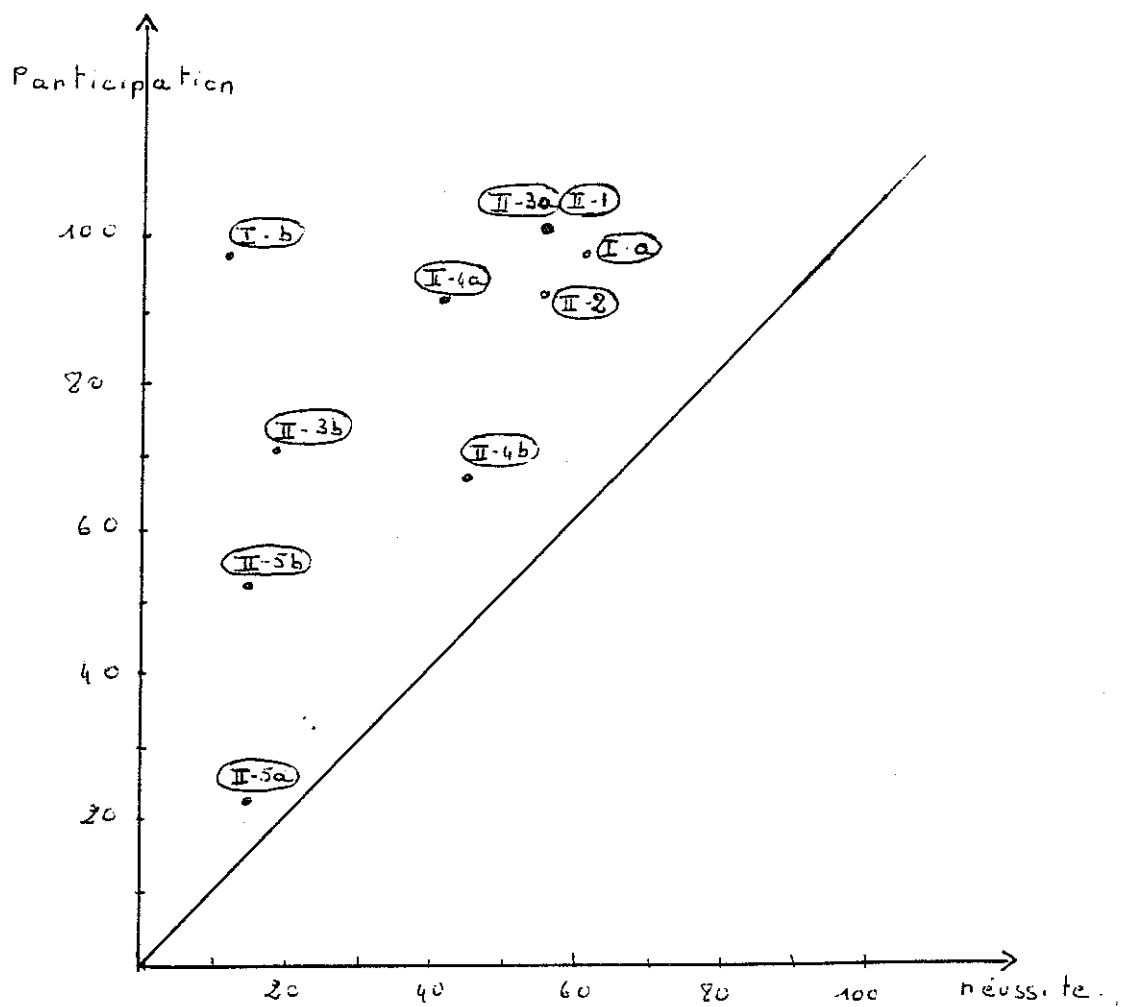
4 réponses correctes

c) Application: $a = \frac{1}{2e}$. Donner une méthode pour calculer une approximation à 10^{-1} près de la solution de $e^{ax} = x$ qui est comprise dans l'intervalle $[1, e]$.

Résultats obtenus:

Personne ne termine cette question correctement.

ANALYSE CROISEE TAUX DE PARTICIPATION/ TAUX DE REUSSITE PARTIEL D'ANALYSE



BIBLIOGRAPHIE

F. Aribaud et J Vauthier : Mathématiques première année de Deug, édition Eska.

H. Barras : Enquête auprès des étudiants du centre de télé-enseignement sciences, Equipe Hermes et télé-enseignement, université de Provence, 1989.

C. D'Halluin et B. Vanhille, C.U.E.E.P. département mathématique université des sciences et techniques de Lille : communication in "The Seventh International Congress on Mathematical Education"(I.C.M.E 7) Quebec, août 92, actes à paraître.

F. Boschet et A. Robert : "Acquisition des premiers concepts d'analyse sur R dans une section ordinaire de Deug 1ère année" cahier de DIDIREM n°7, 1990, Irem Université Paris 7.

J. Dieudonné : Calcul infinitésimal, Hermann.

H. Dieuzeide : "l'enseignement à distance, école ou industrie?" in "Public, contenus et media de l'enseignement à distance", CNED, actes du séminaire 1986/1987.

J.L.Dorier [1] : "Analyse dans le suivi de production d'étudiants de Deug A en algèbre linéaire". Cahier de DIDIREM 6, 1990, Irem, université Paris 7.

[2] : "Contribution à l'étude de l'enseignement à l'université des premiers concepts d'algèbre linéaire approches historique et didactique", Thèse de l'université de Grenoble 1, juin 1990.

G.Knight : New Zealand, communication in "The Seventh International Congress on Mathematical Education"(I.C.M.E 7) Quebec, août 92, actes à paraître.

J.L Ovaert et J.L Verley : algèbre volume 1, collection Léhonard Epistémon, Cedic F. Nathan, 1981.

J.Perriault : CNED, Paris, "Distance learning", rapport pour le conseil de l'Europe, Strasbourg, janvier 1991.

A. Robert [1] : "Rapports enseignement/apprentissage (début de l'analyse sur R)", Cahier de didactique des mathématiques n° 18-0, 18-1 et 18-3, 1985, IREM, Université Paris 7,

[2] : "L'acquisition de la notion de convergence des suites numériques dans l'enseignement supérieur", 1982, Thèse d'état, Université Paris 7.

A. Robert et J. Robinet : "Quelques résultats sur l'apprentissage de l'algèbre linéaire en première année de Deug", Cahier de didactique des mathématiques n°53, IREM, Université Paris 7.

M. Rogalski : "Pourquoi un tel échec de l'enseignement de l'algèbre linéaire?" in "Enseigner autrement les mathématiques en Deug A première année", commission inter-Irem université, 1990.

Editeur : IREM
Directeur Responsable de la publication : Régine DOUADY
Dépôt légal : Octobre 1992
ISBN : 2-86612-110-4
IREM Université Paris VII
Tour 56/55 - 3ème étage, Case 7018
2 place Jussieu 75251 Paris Cedex 05