

ANALYSE DU DISCOURS DES ENSEIGNANTS

**A) ETUDE COMPAREE DES DISCOURS DE DEUX
ENSEIGNANTS DE MATHÉMATIQUES PENDANT UNE
MEME LECON (EN SECONDE).**

PAR E. JOSSE

**B) UNE METHODE D'ANALYSE DE DISCOURS
D'ENSEIGNANT EN CLASSE DE MATHÉMATIQUES.**

PAR C.M. CHIOCCA, E. JOSSE, A. ROBERT

DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

UNIVERSITE-PARIS VII

ANALYSE DU DISCOURS DES ENSEIGNANTS

**A) ETUDE COMPAREE DES DISCOURS DE DEUX
ENSEIGNANTS DE MATHEMATIQUES PENDANT UNE
MEME LECON (EN SECONDE).**

PAR E. JOSSE

**B) UNE METHODE D'ANALYSE DE DISCOURS
D'ENSEIGNANT EN CLASSE DE MATHEMATIQUES.**

PAR C.M. CHIOCCA, E. JOSSE, A. ROBERT

SOMMAIRE

ETUDE COMPAREE

Introduction

Première partie

I Méthodologie

II Scénario et déroulement

1 - Scénario

2 - Les conditions du déroulement

3 - Les documents

Deuxième partie

I Description linéaire

1 - Document 1

2 - Document 2

3 - Comparaison

II Etude catégorielle

1 - Document 1

2 - Document 2

3 - Comparaison

III Analyses longitudinales

1 - Document 1

2 - Document 2

3 - Comparaison

IV Croisement des trois études

1 - Document 1

2 - Document 2

3 - Comparaison

Conclusion

I Les constats

II Interprétation

III Des avantages de la méthode

LA METHODE

ANNEXES : LES TRANSCRIPTIONS

Documents 1 et 2

INTRODUCTION

Dans ce travail, nous présentons l'analyse de deux discours d'enseignants pendant un de leurs cours. Ces professeurs ont préparé ensemble la séance analysée, qui doit servir d'introduction au chapitre sur les homothéties en seconde (ancien programme : 1981). Notre objectif est de faire fonctionner sur ces deux discours notre méthode d'analyse, d'utiliser les résultats pour comparer les deux séances et de dégager ainsi ce qu'une telle étude permet d'ajouter à un travail fondé sur une étude du déroulement des séances tel qu'on peut le percevoir directement.

Cette méthode est basée en effet sur trois analyses complémentaires du discours de l'enseignant, les deux dernières portant surtout sur le discours non strictement mathématique (discours d'accompagnement). Le travail correspondant est long, minutieux, coûteux donc ; par suite, il est important, pour se lancer dans ce type d'entreprise, voire pour le généraliser, de savoir si l'enjeu qu'on peut en attendre est suffisamment intéressant, et si c'est un bon moyen pour y arriver.

Après un bref rappel des grandes lignes de la méthode utilisée (développée plus longuement en annexe) nous indiquons les conditions des expériences (scénario, déroulement, etc...). Nous donnons ensuite les analyses des deux transcriptions, en les comparant au fur et à mesure, et de la synthèse de ces résultats nous dégagons des éléments de réponse à la question posée.

En annexe figurent les deux transcriptions analysées et une présentation détaillée de la méthode rédigée en collaboration avec Aline Robert et Catherine-Marie Chiocca.

PREMIERE PARTIE

I/ Méthodologie

On utilise des transcriptions de discours, sur lesquelles manquent un certain nombre de détails (silences par exemple).

Il est bien sûr impossible de séparer ce que dit le professeur à propos des mathématiques ou de ce qui se passe en classe, du contenu même de ce qui est en jeu, et de l'organisation, au moins au cours de la séance considérée, des activités des élèves sur ce contenu.

C'est pourquoi dans un premier temps nous caractérisons le déroulement d'ensemble de chaque séance étudiée.

Description linéaire

Il s'agit de caractériser l'ensemble des activités qui se déroulent dans la classe, et de les découper en unités propices à une analyse du discours de l'enseignant.

Chaque unité correspond à une seule activité-élèves, bien délimitée (résolution d'une question d'un exercice, en classe ou en demi-classe ou en petits groupes, correction d'une question d'un exercice, d'un problème, d'un contrôle, écoute d'une démonstration du cours, d'un bilan, d'une synthèse...).

Cela nous amène à décrire la séance en paquets d'unités, dont la lecture globale permet d'avoir une idée assez précise de ce qui s'est passé au niveau des contenus mathématiques.

C'est cette description en unités (regroupées éventuellement s'il s'agit de résolutions successives de questions d'un même exercice par exemple) que nous appelons "description linéaire".

Etude catégorielle

Il s'agit de repérer la succession des fonctions que nous, lecteur, attribuons au discours qui nous est restitué, puis d'en étudier les répartitions.

On étiquette les phrases où apparaissent des contenus non strictement mathématiques en tenant compte de leur(s) fonction(s) supposée(s) dans le discours de l'enseignant. Si plusieurs fonctions semblent pouvoir être attribuées, on les indique toutes.

Voici les trois types de fonctions que nous avons retenus, non exclusifs les uns des autres, encore qu'assez disjoints :

- communication avec la classe, sur un plan non strictement mathématique
- titres ou étiquetages divers
- commentaires, réflexions sur les contenus mathématiques (à différents niveaux, y compris sur l'évaluation).

Les parties du discours où sont simplement exposées des mathématiques, sans commentaire, ne sont pas étiquetées (ce qui revient à les distinguer quand même !).

Les répartitions sont ensuite comptabilisées de façon très élémentaire : comme on dispose des transcriptions tapées de manière uniforme, on a mesuré les longueurs des phrases relevant de telle ou telle fonction, et on les a rapportées à la longueur totale du discours (pendant l'unité étudiée).

On peut ainsi comparer la fréquence relative des discours purement mathématiques et des autres.

Etude longitudinale

Il s'agit au contraire de repérer tout au long du discours un certain nombre d'invariants éventuels, comme le traitement par le professeur de la mémoire (mémoire de la classe ou mémoire individuelle), de l'analogie, des erreurs, comme l'utilisation du questionnement, des répétitions, des injonctions, comme les régularités des formes utilisées, le doute, ou les implicites.

Croisement des trois études

On étudie ensuite comment se retrouvent les divers aspects rencontrés au cours de l'analyse longitudinale dans les trois catégories de la description catégorielle et selon les unités.

II/ Le scénario et le déroulement.

Nous avons la chance de disposer des transcriptions de deux séances, qui portaient sur le thème que nous avons choisi - homothétie en seconde - mais qui étaient antérieures à notre travail, commencé en 1990. Deux professeurs avaient préparé ensemble cette séquence d'enseignement et avaient enregistré les deux déroulements. Nous avons en notre possession, non les enregistrements, mais leurs transcriptions, et une indication donnée par les enseignants : la classe qui correspond au document que nous avons numéroté 1 est dite "faible", l'autre étant meilleure.

1-Le scénario

1.1 -Idée générale.

Tel qu'il apparaît dans les transcriptions, le scénario prévu semble avoir été le suivant:

- * L'enseignant donne aux élèves un algorithme de construction (qui correspond en fait à une homothétie sans le dire) et leur demande la construction effective pour 4 points M, N, P, Q , ce qui permet d'obtenir 4 nouveaux points M', N', P', Q' .
- * L'enseignant fait observer aux élèves la figure obtenue, et leur demande quelles conjectures elle leur suggère. L'enseignant prévoit aussi de susciter la nécessité des démonstrations correspondantes .
- * Pour démontrer ces conjectures, les élèves devraient être conduits à mettre en évidence une homothétie, et à mettre en oeuvre ses propriétés.
- * A la fin de la séance, le professeur devrait institutionnaliser cet outil comme nouvel objet d'étude .

1.2 -Les consignes précises et les tâches des élèves.

Consigne : on donne 3 points alignés Ω, A, A' . Si M est un point du plan n'appartenant pas à la droite (AA') , on construit M' comme intersection de la droite (ΩM) avec la droite parallèle à (AM) et passant par A' . (voir figures pages 5 et 6).

Les élèves reçoivent une feuille sur laquelle figurent d'une part les 3 points alignés Ω, A, A' , d'autre part 4 points M, N, P, Q qui sont les sommets d'un carré non tracé, donc non visualisé. Remarquons aussi qu'il y a deux séries de feuilles, qui diffèrent par les positions relatives des 3 points alignés. Chaque élève n'a qu'une feuille photocopiée, son voisin a en général l'autre.

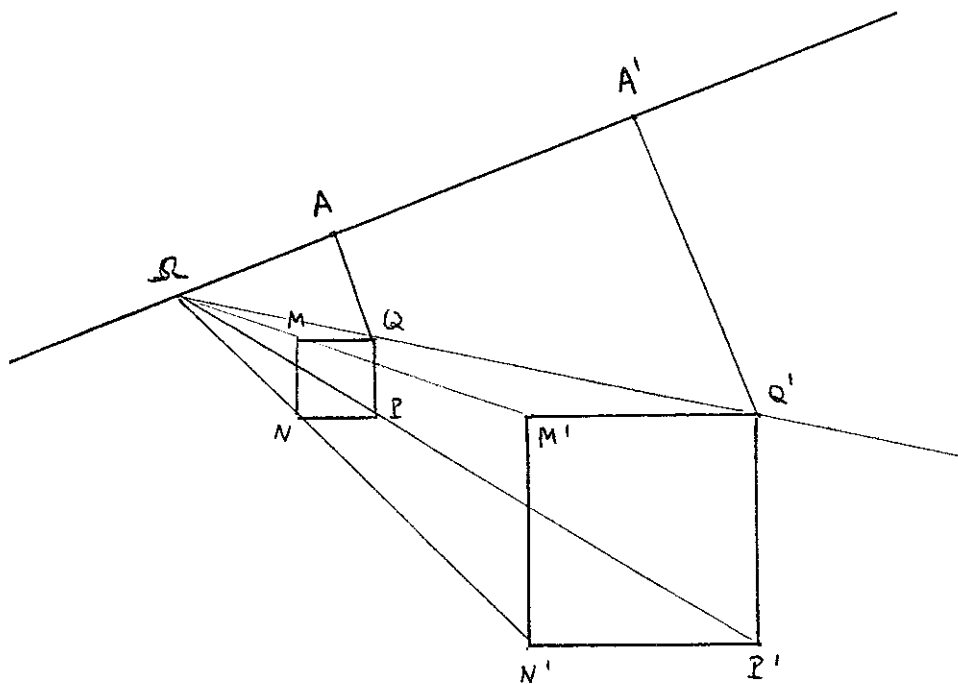
Le premier travail des élèves est donc un travail de construction, qui leur permet d'obtenir 4 points M', N', P', Q' qui, aux erreurs de tracé près, devraient être les sommets d'un carré, dont les côtés ont des supports parallèles à ceux du premier, et dont la longueur d'un côté est le triple du côté du premier : ce sont les conjectures que, dans un deuxième temps, les élèves devraient être amenés à formuler. Le fait que, quel que soit le cas de figure, on ait les mêmes conjectures a incité les enseignants à penser *a priori* que les élèves vont se demander s'ils peuvent démontrer ces conjectures. Devrait suivre une démonstration collective guidée, puis le cours du professeur.

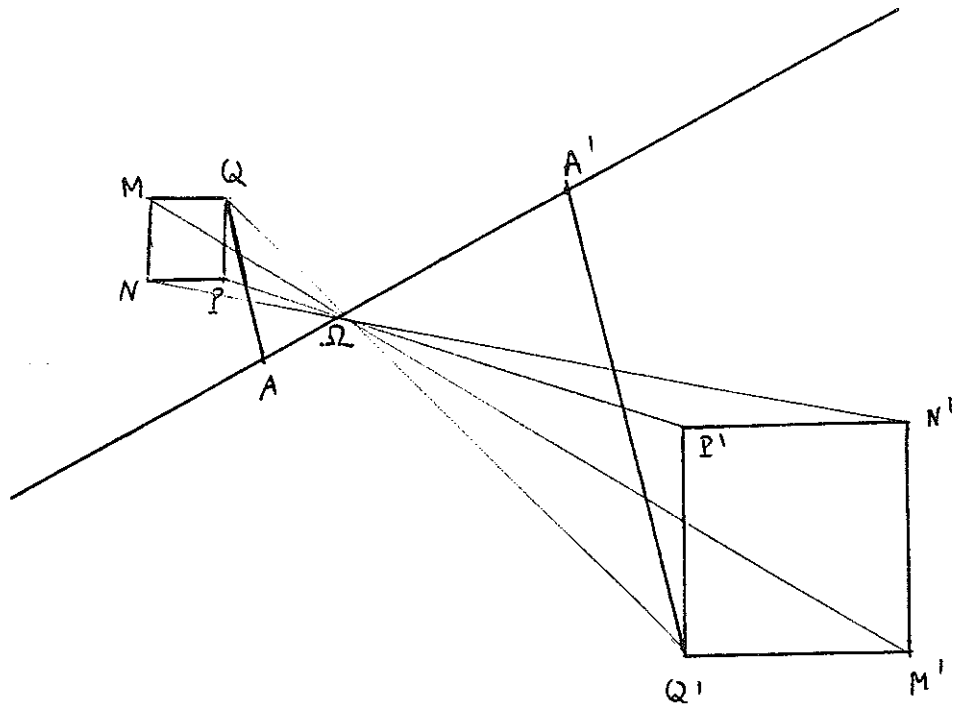
2 -Les conditions du déroulement.

Des indices apparaissent dans les transcriptions, montrant que les conditions de déroulement furent quelque peu différentes. Dans la classe 1, il s'agissait d'une séance d'une heure et demie, alors que dans la classe 2, c'était une séance de deux heures séparées par la récréation. Ce renseignement, ajouté à l'indication de niveau rappelée au début, explique peut-être que, dans la classe 1, on ne soit pas arrivé à la fin du travail tel qu'il apparaît dans le scénario. La durée a paru très insuffisante dans cette classe, les élèves ne parvenant que très lentement à parler de "vecteur", et le mot même d'homothétie ne fut pas prononcé. Dans la classe 2 au contraire, l'utilisation des vecteurs a été naturellement introduite par des élèves, ce qui a permis au professeur de donner la formulation vectorielle de la propriété de Thalès, puis, à la fin de la séance, la présentation explicite du nouvel objet "homothétie".

3 -Les documents.

Voici les figures reconstituées à partir des transcriptions, qui figurent, elles, en annexe.





DEUXIEME PARTIE

Bien que ces professeurs aient préparé ensemble cette séquence d'enseignement, ils ne l'ont pas mise en oeuvre exactement de la même façon, et ce, pas seulement au niveau de la durée ! C'est ce que nous allons essayer de préciser en procédant aux analyses des trois types énoncés au début :

- description linéaire
- étude catégorielle
- études longitudinales

puis à leur croisement.

I/ Description linéaire

Rappelons que nous avons ainsi nommé le découpage en unités distinctes, décrivant le déroulement d'une séance. Ces différentes unités sont associées à des activités différentes des élèves. On trouvera ici une activité de construction géométrique, puis de recherche de conjectures, et enfin de démonstration de ces conjectures. Cependant ce découpage n'est pas toujours évident, car le passage d'une activité à l'autre n'est pas nécessairement tranché : par exemple, pour la page 6 du document 2, nous avons fait débiter l'unité 4 "recherches de preuves" à la ligne 16 : "le problème qu'on peut se poser, c'est le suivant..." mais on aurait pu aussi décider de le faire commencer quelques lignes plus loin, avec "comment est-ce qu'on pourrait s'en assurer ?" Par ailleurs, pour ce même document, un premier découpage avait associé en une seule unité celles qui sont répertoriées ici 4.5.6., car l'ensemble est très lié, mais une observation plus fine fait ressortir des activités différentes des élèves.

Nous présenterons successivement les descriptions que nous avons faites pour chacune des deux séances, puis nous essaierons de les comparer.

1- Document 1.

Voici le découpage obtenu ; les transitions sont signalées, en fin de paragraphe, par des lignes en plus petits caractères.

1.1 - Mise en route et déroulement du travail de construction.

Le professeur commence par énoncer et noter le programme de construction, et explicite la tâche aux élèves, en précisant qu'il faut construire M' , puis N' , puis P' et Q' . Il laisse travailler les élèves (un blanc dans la transcription). Pendant ce temps-là, après quelques remarques adressées individuellement à certains élèves, il fait énoncer par l'un d'eux le programme de construction pour le point P .

A un certain moment, le professeur arrête le travail individuel par une question à la classe : "Bon, qu'est-ce que vous en pensez?"

1.2 - Appel à conjectures.

Le professeur invite les élèves à observer la figure qu'ils ont obtenue, et à dire ce qu'ils en pensent, d'abord en considérant la figure globale, le carré $MNPQ$, et $M'N'P'Q'$ qui semble être un carré aussi, dit-il rapidement. Après quelques remarques peu cohérentes des élèves, le professeur suggère une restriction : "ne pourrait-on pas s'intéresser à un segment ? MN , par exemple, que devient-il ?" La conjecture sur le parallélisme apparaît

très vite, puis après quelques détours stériles sur les longueurs, une idée de méthode de démonstration est proposée par un élève : "on peut appliquer Thalès"

Le professeur saisit ce propos au bond, et recentre explicitement le travail en vue de la démonstration.

1.3 - Démonstration du parallélisme.

Le professeur commence par reprendre, au tableau, le dessin, (dans les deux cas de figure), qui servira pour la démonstration du parallélisme de (QM) et (Q'M'). Puis il conduit la démonstration en posant des questions aux élèves qui répondent, en précisant les conditions d'utilisation différentes selon qu'il s'agit de la propriété directe ou de la réciproque, en précisant enfin la conclusion à laquelle la classe est arrivée.

"Est-ce que je pourrais obtenir autre chose ?".

1.4 - Retour aux conjectures.

En réponse à cette question, les élèves recherchent des rapports de longueurs en mesurant, mais les résultats obtenus diffèrent selon les cas de figure, ce que le professeur fait constater aux élèves ; après quoi il recentre la recherche de conjectures sur les longueurs MQ et M'Q'. Avant d'aller plus loin, et à la demande d'un élève, professeur et élèves font le point, c'est-à-dire précisent ce qu'on sait et ce qui reste à faire.

Le professeur prend alors fermement la direction des opérations : "Il serait intéressant de savoir si on a ça !"

1.5 - Démonstration de la relation sur les longueurs.

Cette démonstration est conduite par le professeur qui fait appel aux élèves pour des réponses à des questions très ponctuelles du type : "Et ça fait combien, ce rapport-là ? "

Ayant ainsi montré l'égalité $M'Q' = 3MQ$, le professeur demande : "Est-ce qu'on peut faire pareil pour les autres ? ".

1.6 - Autres démonstrations.

Professeur et élèves développent, comme en 1.5, ces démonstrations, par analogie dans le premier cas de figure, en insistant sur les différences dans le deuxième cas (rapport négatif).

Le professeur pose alors une question : "Est-ce que vous auriez une autre façon de traduire ça ? "

1.7 - Conclusion de la séance.

En réponse à cette question, un élève propose : "les vecteurs" et le professeur amène la classe à une formulation vectorielle de la situation.

Il fait une mise au point sur ce qui a été démontré, et ce qui restera à faire lors de la prochaine séance.

2 - Document 2.

Voyons maintenant le découpage obtenu pour la transcription de l'autre séance.

2.1 - Mise en route d'une procédure de construction et correction.

Le professeur énonce et dicte la consigne, qu'il laisse exécuter aux élèves sur une feuille de papier non quadrillé. Il commente ensuite la correction que fait un élève envoyé par lui au tableau. Avant d'aller plus loin, il fait préciser les points du plan pour lesquels cette procédure de construction est en défaut.

Le professeur distribue alors les feuilles polycopiées, et lance le travail.

2.2 - Utilisation de la procédure précédente et correction.

Après un temps consacré au travail individuel de construction, le professeur vérifie où en sont les élèves, proposant individuellement son aide à ceux qui en ont besoin, puis il envoie un élève corriger cette construction au tableau.

L'élève retourne à sa place, le professeur s'assure que chacun a fini, et lance la phase suivante.

2.3 - Appel à conjectures.

Le professeur demande d'abord à certains élèves, désignés par lui, d'énoncer leurs conjectures sur la nature des quadrilatères $MNPQ$ et $M'N'P'Q'$. Il obtient comme réponses parallélogramme, trapèze, carré. Devant cette diversité, il fait appel à la classe qui donne son avis à main levée.

Le professeur explique alors pourquoi $MNPQ$, qui avait été prévu pour être un carré, peut ne pas apparaître comme tel sur les feuilles des élèves.

Ceci dit, il relance la recherche de conjectures globales sur $M'N'P'Q'$ par un questionnement plus dirigé : "Si $MNPQ$ était un carré, le deuxième, le grand, $M'N'P'Q'$, est-ce que ce serait un carré?" puis plus loin : "Et ce carré, est-ce qu'il est n'importe comment?" et termine par une question sur ses dimensions.

Ayant ainsi précisé les conjectures : nature, position et taille du deuxième quadrilatère, l'enseignant lance le problème des preuves : "Comment est-ce qu'on pourrait s'en assurer ?".

2.4 - Recherche de preuves.

Après avoir ainsi posé le problème, le professeur reprend le dessin dans le deuxième cas de figure, pour relancer la réflexion des élèves, qu'il les incite à faire d'abord silencieusement. Le professeur laisse ensuite les élèves parler, reformulant certaines de leurs affirmations, émettant des doutes sur d'autres, ceci jusqu'à ce qu'un élève annonce : "ça veut dire que Thalès...".

Devant le peu d'écho que rencontre cette remarque, le professeur provoque un "arrêt" sur le théorème de Thalès.

2.5 - L'énoncé de Thalès.

Le professeur institutionnalise la formulation vectorielle de ce théorème, que les élèves notent sur leur cahier, puis il anticipe sur l'intérêt présenté par cet énoncé par rapport à

celui qu'ils connaissaient déjà.

"Bon, ça, c'est noté ! Savoir si ça va nous servir pour ce qu'on veut démontrer ?".

2.6 - Démonstration.

Le professeur incite les élèves à utiliser le théorème précédent, et par une démonstration dirigée, la classe peut conclure à la colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{M'N'}$, donc au parallélisme des droites (MN) et (M'N'). Les élèves concluent alors un peu vite que M'N'P'Q' est un carré, le professeur doit insister pour les convaincre que les conclusions des démonstrations précédentes permettent seulement d'affirmer qu'on est en présence d'un rectangle. La classe parvient cependant à prouver que c'est bien un carré puisque, pour deux côtés consécutifs, c'est le même coefficient de colinéarité qui intervient.

Le professeur présente une réflexion sur la méthode de démonstration utilisée, puis il demande aux élèves une formulation orale plus précise.

Il conclut alors : "Ouf ! ça a été dur, mais on n'est pas là pour faire des choses faciles ! Bien, alors maintenant, je vais, on va poser-enfin-le problème différemment."

2.7 - Institutionnalisation.

Ayant ainsi introduit l'idée d'un changement de point de vue, le professeur fait dire aux élèves qu'on aurait pu donner comme règle de construction de M' l'égalité vectorielle $\overrightarrow{\Omega M'} = k \overrightarrow{\Omega M}$, sous réserve de connaître Ω et k . Les élèves utilisent alors ce deuxième procédé pour la construction géométrique du début de la séance.

Le professeur fait alors noter aux élèves ce qu'il convient de retenir de ce qui a été fait, concernant l'homothétie de centre Ω et de rapport k : la définition, et les procédés de construction de l'image d'un point.

Il termine la séance en donnant le texte d'un exercice à chercher pour le cours suivant.

3 - Comparaison.

Bien entendu, puisque la séance avait été préparée conjointement par les deux professeurs, on retrouve un schéma analogue : les élèves commencent par faire une construction géométrique, l'observation des figures obtenues les conduit à proposer des conjectures, dont ils cherchent ensuite à prouver la validité. Mais, malgré tout, la mise en oeuvre ne fut pas identique.

3.1 - Répartition des phases.

On a pu repérer le pourcentage du discours du professeur pendant chaque unité, par rapport à son discours total pendant la séance, mais ces pourcentages sont à prendre avec précautions quant à leur interprétation. Par exemple, si on regroupe les deux phases de construction du document 2, on trouve qu'elles représentent 20% du discours du professeur pendant toute la séance, alors qu'il n'y a que 12% du discours du professeur 1 consacré à ce même travail. N'en concluons toutefois pas que le professeur 2 accorde plus d'importance ou passe plus de temps que le professeur 1 pour ces constructions : en ce qui concerne la durée, les silences ne sont pas comptabilisés, et pour le reste, cela pourrait être dû au fait que le professeur 2 énonce

complètement la correction de construction faite au tableau par un élève, et ceci par deux fois. Voici cependant la répartition obtenue, selon les unités précédemment décrites.

* document 1

Mise en route et déroulement de la construction	12%
Appel à conjectures	19%
Démonstration du parallélisme	12%
Retour aux conjectures	16%
Démonstration de la relation sur les longueurs	7%
Autres démonstrations	23%
Conclusion	11%

* document 2

Mise en route et correction de la construction	10%
Utilisation de la procédure précédente et correction	10%
Appel à conjectures	10,5%
Recherche de preuves	17,5%
L'énoncé de Thalès	9,5%
Démonstrations	24,5%
Institutionnalisation	18%

Pour une lecture différente, on pourrait rassembler ces résultats sous la forme suivante, en fonction de la nature du travail mathématique qui est en jeu pendant les unités considérées :

	Doc 1	Doc 2
Construction	12 %	20 %
conjectures et méthodes	35%	28%
Démonstrations	42 %	25 %
Conclusion	11 %	27 %

Ces données ne semblent pas fournir de renseignements très utilisables. Cependant, du fait que le professeur 1 est conduit à parler beaucoup plus que le professeur 2 pendant la phase de démonstration, on pourrait peut-être formuler l'hypothèse que ses élèves sont moins coopératifs, ou qu'il essaie plus de les aider... Mais ce pourrait être aussi que ses élèves ont eu moins de temps pour entrer dans la situation. Ce ne sont là que des hypothèses, à confirmer ou infirmer par d'autres voies.

3.2 - Déroulement des diverses phases.

Dès la phase de construction, des différences apparaissent : dans la classe 1, le professeur donne directement aux élèves la construction à effectuer sur la feuille distribuée, avec les quatre points MNPQ. Dans la classe 2, ce travail a été décomposé : d'abord la mise en oeuvre de la procédure sur un dessin simplifié, puis l'utilisation pour le travail concernant les quatre points MNPQ ; et dans cette classe, il y a eu, pour chaque phase, correction au tableau par un élève.

Différences aussi dans la recherche de conjectures : dans la classe 2, le professeur maintient les élèves dans la recherche d'une conjecture globale, puis les amène à trouver aussi les méthodes de démonstration. Si bien que, mise à part l'incidente sur l'énoncé de Thalès, le déroulement reste conforme aux prévisions : construction, recherche de conjectures, puis des modes de démonstration, et après seulement,

réalisation de cette démonstration, conclue par l'institutionnalisation. Dans la classe 1, les conjectures sont plus lentes à émerger, et très vite, le professeur restreint l'étude à celle portant sur un segment. La seule conjecture qui apparaît clairement aux yeux des élèves est celle du parallélisme des supports, que le professeur fait prouver aussitôt aux élèves. Il gère ensuite un nouvel aller-retour conjecture-démonstration pour continuer le travail. Cette gestion est d'autant plus remarquable que c'est dans cette classe qu'on n'a pas décomposé le travail de construction.

Remarquons aussi que, dans la classe 1, le professeur a accepté que les élèves travaillent avec $k=3$ ou $k=-3$, et la recherche de conjectures s'est alors faite en mesurant des longueurs sur les dessins. Dans la classe 2 par contre, lorsqu'un élève a proposé de mesurer pour obtenir une conjecture, le professeur a ignoré son intervention, et il a obtenu que les élèves, sauf à titre d'illustration, travaillent avec le quotient des mesures algébriques de $\overline{\Omega A'}$ et $\overline{\Omega A}$ pour valeur de k .

3.3 - Les transitions.

A la lecture des transitions, il apparaît que c'est le professeur qui est très naturellement le maître du déroulement, c'est lui qui, bien sûr, mène le jeu. Le professeur 1 toutefois semble se préoccuper davantage de ce qui va suivre, de l'avenir : "Est-ce que je pourrais obtenir autre chose ?... Est-ce qu'on pourrait faire pareil pour les autres ?..." alors que le professeur 2 se montre plus enclin à préciser progressivement les acquis, même si les élèves ne peuvent encore savoir si ce sera utile : "Bon, ça, c'est noté ! Savoir si ça va nous servir pour ce qu'on veut démontrer ?" Ici encore, on ne peut guère qu'avancer des hypothèses pour expliquer cette différence. Cette inquiétude de l'avenir du professeur 1 pourrait être due au fait qu'il ne dispose que d'une heure et demie, ou bien au manque de confiance en ses élèves : il craindrait trop qu'ils n'essaient pas d'eux-mêmes d'avancer dans la recherche, et penserait alors qu'il faut leur souffler les analogies ou les moyens d'aller de l'avant.

II/ Etude catégorielle

Cette description linéaire étant faite, on s'intéresse ensuite aux catégories de discours qui ont été décrites en annexe. Pour mémoire, il y a donc le **discours strictement mathématique** (M) et le **discours d'accompagnement** (A), celui-ci décomposé en trois catégories que nous désignerons succinctement par les termes de "communication" (C), "étiquetage" (E) et "réflexion" (R). Comme pour l'analyse linéaire, nous allons présenter successivement les résultats obtenus pour chacune des séances, puis nous les comparerons.

1 - Document 1

Pour l'ensemble de la séance, nous obtenons les tableaux suivants :

M	A
53 %	47 %

C	E	R
44 %	46 %	14 %

Ceci signifie que le discours d'accompagnement représente 47% du discours total du professeur, et que ce discours d'accompagnement se répartit dans les catégories C, E, R selon les pourcentages indiqués.

Si nous relevons, de manière analogue, les catégories de discours selon les unités décrites dans l'analyse précédente, nous obtenons les tableaux suivants :

1.1 - Mise en route et déroulement de la construction.

M	A
44%	56%

C	E	R
75%	15%	10%

1.2 - Appel à conjectures.

M	A
38%	62%

C	E	R
51%	45%	4%

1.3 - Démonstration du parallélisme.

M	A
50%	50%

C	E	R
56%	56%	11%

1.4 - Retour aux conjectures.

M	A
51%	49%

C	E	R
43%	45%	19%

1.5 - Démonstration de la relation sur les longueurs.

M	A
48%	52%

C	E	R
41%	48%	11%

1.6 - Autres démonstrations.

M	A
50%	50%

C	E	R
16%	64%	20%

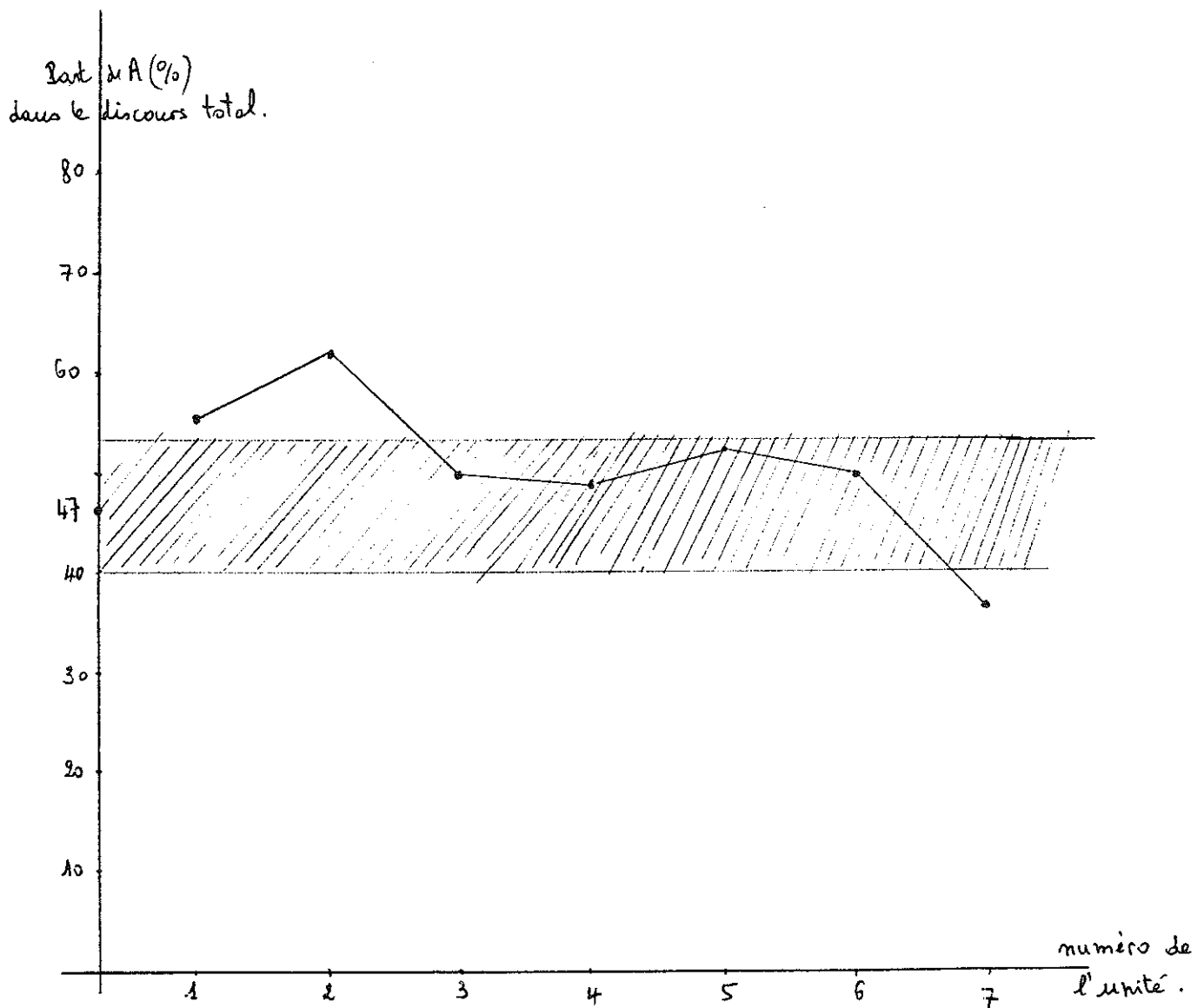
1.7 - Conclusion de la séance.

M	A
63%	37%

C	E	R
21%	44%	35%

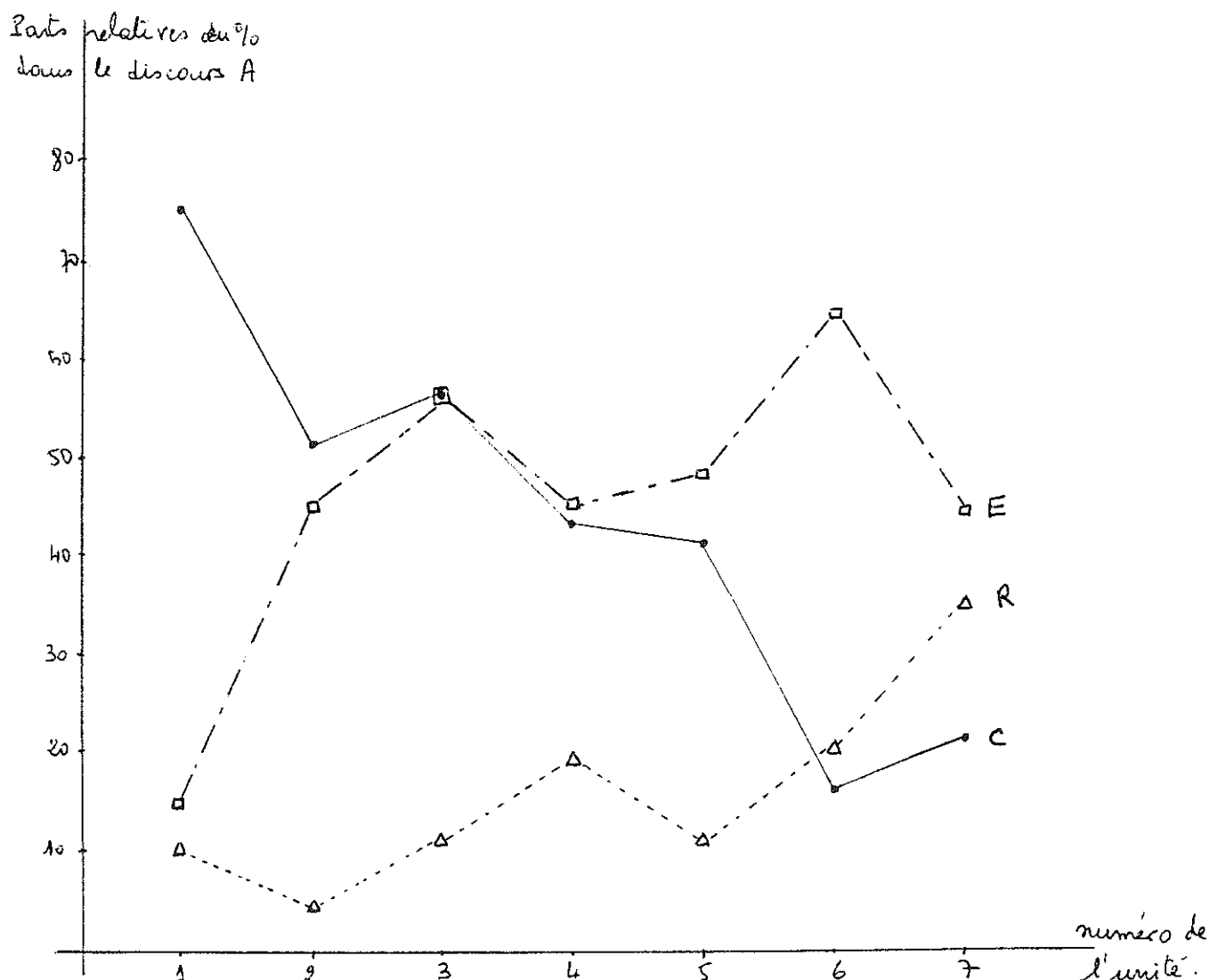
Remarque : certaines parties du discours peuvent avoir une double fonction, elles sont alors comptabilisées dans deux rubriques ; c'est pourquoi la somme des pourcentages peut être supérieure à 100. Cette remarque vaut pour tous les tableaux de cette étude catégorielle.

On peut visualiser l'évolution de l'importance du discours d'accompagnement selon les unités en faisant le schéma suivant :



Remarquons d'abord qu'à l'intérieur de la zone hachurée, les variations ne sont pas significatives, car elles peuvent correspondre à une ou deux phrases de plus ou de moins de ce type de discours.

On peut toutefois considérer qu'au cours des unités 1 et 2, la part du discours d'accompagnement est supérieure à la moyenne, ce qui ne nous surprend guère puisque 1 correspond au travail de construction et 2 à la recherche de conjectures, mais à partir de l'observation des figures. En revanche, dans l'unité 7, consacrée à préciser ce qui a été fait et ce qui reste à faire, il paraît normal que la part du mathématique augmente. Procédons de même pour chacune des trois fonctions C,E,R.



La fonction "étiquetage" qui a le plus fort pourcentage global, s'avère aussi comme dominante dans de nombreuses unités. Seules les deux premières unités font exception, et, comme précédemment, la nature du travail des élèves à ce moment explique qu'il y ait peu d'étiquetage pendant l'unité 1 ; mais dès l'unité 2, cette fonction redevient importante, même si elle n'est pas encore dominante. Dans ces deux unités, c'est la fonction "communication" qui domine, ce qui, ici aussi, s'explique assez bien par la nature du travail. Remarquons que la fonction "réflexion" est, elle, quasiment toujours dominée, sauf à la fin de la séance, quand le professeur "fait le point", où, là, elle est plus importante qu'en moyenne. Par ailleurs la chute brutale de la ligne C sur la fin de la séance est surprenante : ne pourrait-elle être due au "stress" lié au temps qui passe, le professeur commençant à être certain qu'il ne parviendra pas où il l'aurait souhaité, et reprenant la parole sans partage ?

2 - Document 2

Procédons exactement de même avec ce document, ce qui facilitera la comparaison. Pour l'ensemble de la séance, on obtient les deux tableaux suivants, où M,A représentent, rappelons-le, respectivement les discours strictement mathématique et d'accompagnement, et à l'intérieur de ce dernier, C,E,R les catégories communication, étiquetage et réflexion :

M	A
54%	46%

C	E	R
51%	29%	21%

Puis pour chacune des unités repérées lors de la description linéaire, on a les résultats suivants :

2.1 - Mise en route et correction de la construction.

M	A
54%	46%

C	E	R
58%	17%	25%

2.2 - Utilisation de la procédure précédente et correction.

M	A
26%	74%

C	E	R
77%	22%	1%

2.3 - Appel à conjectures.

M	A
33%	67%

C	E	R
40%	33%	27%

2.4 - Recherche de preuves.

M	A
50%	50%

C	E	R
55%	28%	17%

2.5 - Enoncé de Thalès.

M	A
60%	40%

C	E	R
19%	31%	50%

2.6 - Démonstration.

M	A
71%	29%

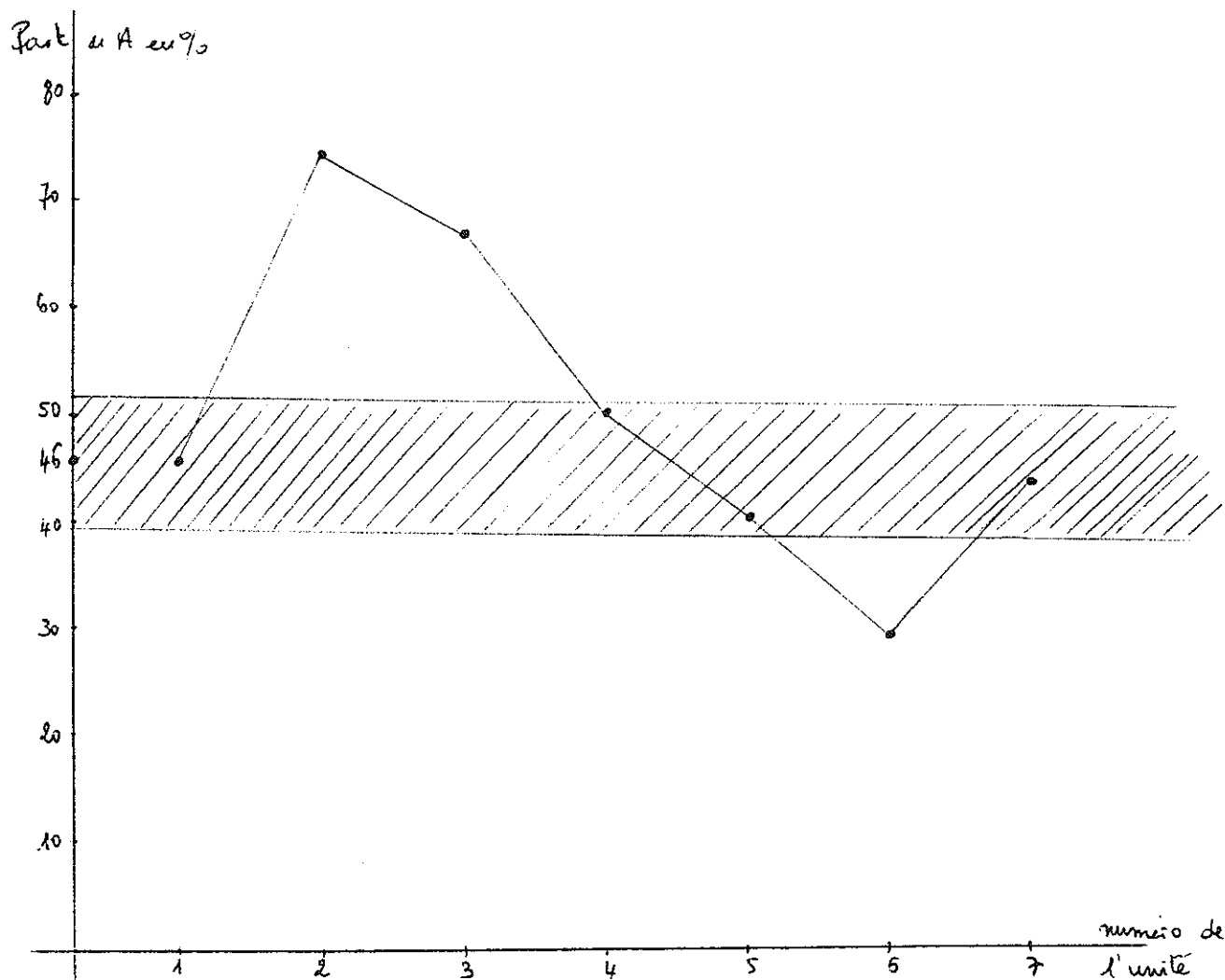
C	E	R
27%	51%	32%

2.7 - Institutionnalisation.

M	A
57%	43%

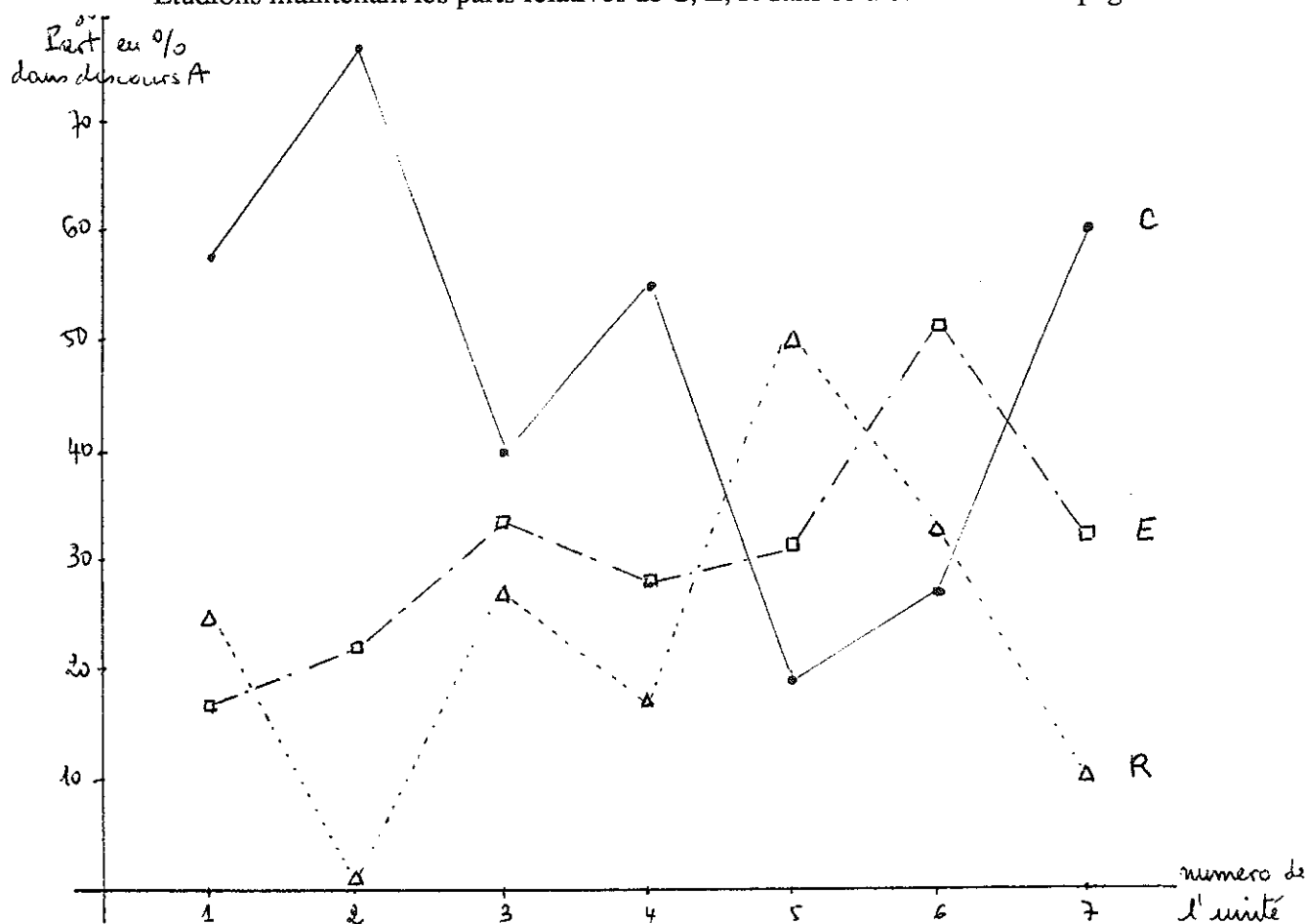
C	E	R
60%	32%	10%

Comme pour les résultats du document 1, intéressons nous d'abord à l'évolution de la part du discours d'accompagnement au fur et à mesure du déroulement de la séance.



Lors des unités 1,4,5,7 la part du discours d'accompagnement reste sensiblement au niveau moyen global, dépasse très largement ce niveau au cours des unités 2 et 3, et est très inférieure pour l'unité 6. Cette dernière correspond à la phase de démonstration, ce qui justifie bien que la part du mathématique augmente. En ce qui concerne les unités 2 et 3, la situation est celle de construction et de recherche de conjectures à partir de l'observation : il n'y a rien d'étonnant à ce que le discours d'accompagnement prédomine.

Etudions maintenant les parts relatives de C, E, R dans ce discours d'accompagnement.



C'est à la fonction "communication" que correspond le plus fort pourcentage global du discours d'accompagnement. Nous constatons ici que cet aspect est effectivement en général très largement dominant, sauf dans l'unité 5 au bénéfice de la fonction "réflexion" et dans l'unité 6, au bénéfice cette fois de la fonction "étiquetage" essentiellement. L'unité 5 est celle de la mise en forme de l'énoncé de Thalès sous forme vectorielle, c'est une unité au cours de laquelle le professeur insiste longuement sur les avantages que les élèves trouveront à cette nouvelle formulation lorsqu'ils voudront l'utiliser ; c'est, semble-t-il, ce besoin d'anticipation qui fait si fort remonter l'importance de R. L'unité 6, elle, est celle de la démonstration de la conjecture globale, démonstration assez longue et avec des imbrications successives, ce qui permet de comprendre que l'étiquetage s'avérerait indispensable. Cette faiblesse de C dans ces deux phases 5 et 6 pourrait être liée à une conception du genre : "les mathématiques se suffisent à elles-mêmes, point n'est besoin de circonlocutions" puisque ce sont les deux phases où le discours mathématique est le plus important. Remarquons aussi que les deux tracés de C et R ont des allures quasi symétriques par rapport à une parallèle à l'axe des abscisses : tout se passe comme si, lorsque C augmente, R diminuait et réciproquement.

Mis à part le "pic" de l'unité 6 que nous avons déjà remarqué précédemment, la fonction "étiquetage", elle, augmente petit à petit, de manière à peu près régulière, au cours de la séance, comme s'il fallait de plus en plus soutenir les élèves par des points de repère, la fatigue augmentant ainsi que le volume des résultats.

Après avoir ainsi décrit la répartition des différentes catégories de discours pour chacun des deux enseignants, essayons maintenant de comparer les résultats obtenus.

3 - Comparaison.

3.1 - Globale.

La première remarque qui s'impose, c'est que si, pour ces deux professeurs, la répartition entre discours mathématique et discours d'accompagnement est sensiblement la même, la répartition C,E,R au sein du discours d'accompagnement est assez différente :

	M	A
Prof 1	53%	47%
Prof 2	54%	46%

	C	E	R
Prof 1	44%	46%	14%
Prof 2	51%	29%	21%

Comme nous l'avons déjà remarqué, pour le professeur 1, c'est la fonction "étiquetage" qui est la plus employée, et pour le professeur 2, c'est la fonction "communication" ; et ceci n'est pas vrai seulement globalement, mais aussi pour la plupart des unités repérées. Quant à la fonction "réflexion", si c'est, dans les deux cas la fonction la moins utilisée, elle semble cependant plus importante pour le professeur 2 que pour le professeur 1. Ceci est à rapprocher de ce que nous avons vu en comparant les transitions faites par les deux professeurs : le professeur 2 précise les acquis dans le registre R, laissant ensuite aux élèves le soin d'avancer : "en fait, il y a tout ça, quand on dit que c'est un parallélogramme. Il y a cette histoire de parallèles, il y a cette histoire de même longueur, et il y a cette histoire de sens". Le professeur 1, lui, insiste plutôt, dans le registre E, sur cette nécessité d'avancer : "Est-ce qu'on peut faire pareil pour les autres ? Alors ici, il faudrait faire pareil pour ?...MQ, c'est fait. Il faudrait faire la même chose pour MN. Est-ce qu'il y a beaucoup de choses à re, refaire ? " .

Comme nous l'avons suggéré alors, ceci pourrait être lié à la conscience qu'a le professeur du niveau de sa classe et des possibilités des élèves quant à la mobilisation ou à la disponibilité de leurs connaissances.

Les deux professeurs n'ayant pas géré la séance de la même façon, on ne peut guère comparer davantage les courbes précédentes, puisque les unités ne se correspondent pas. On peut cependant remarquer que la part du discours d'accompagnement présente de plus grandes disparités, selon les unités, pour le professeur 2 que pour le professeur 1 : dans le cas 2, la part du discours (A) peut représenter moins d'un tiers dans certaine unité et jusqu'aux trois quarts dans une autre ; dans le cas 1, le minimum dépasse nettement le tiers, et le maximum n'atteint pas les deux tiers.

3.2 - Par unités.

Comme nous venons de le rappeler, les unités ne sont pas toutes comparables d'un professeur à l'autre. Essayons cependant de voir si certaines peuvent être rapprochées.

La phase de construction correspond à l'unité 1 du document 1 et aux unités 1 et 2 du document 2. Ces deux dernières donnent des résultats assez différents, que la description linéaire permet en partie d'expliquer. Dans l'unité 1, il y a l'énoncé du problème, l'énoncé de la correction de construction, et le travail de recherche des points pour lesquels l'algorithme ne permet pas d'obtenir d'image, donc une bonne quantité de discours mathématique ; alors que dans l'unité 2, le professeur propose son aide et répond aux besoins individuels des élèves, donc peu de discours mathématique général. Pour comparer, nous regrouperons donc les phases 1 et 2 du document 2.

	M	A
Prof 1	44%	56%
Prof 2	54%	46%
	26%	76%
Prof 2	40%	60%

	C	E	R
Prof 1	75%	15%	10%
Prof 2	58%	17%	25%
	77%	22%	1%
Prof 2	70%	20%	10%

Il semblerait donc que, pour ce type de travail de travail, même s'ils ont conduit les choses très différemment, les deux professeurs aient consacré globalement la même part de discours à chacune des fonctions M,C,E,R. L'interprétation n'est pas très évidente : est-ce un pur hasard ? serait-ce une nécessité interne au type de travail ? serait-ce la référence inconsciente à une sorte de norme tacite, qui ferait qu'un professeur "compense" quand l'une des fonctions a été prépondérante ?...

Deux autres unités pourraient être comparées, celles qui ont été nommées appel à conjectures. Certes, elles n'aboutissent pas au même niveau de conjecture, puisque, dans la classe 1, on ne parvient qu'au parallélisme de (MN) et (M'N'), alors que, dans la classe 2, on parle de la nature, de la taille et de la position du quadrilatère M'N'P'Q'. On obtient les tableaux suivants :

	M	A
Prof 1	38%	62%
Prof 2	33%	67%

	C	E	R
Prof 1	51%	45%	4%
Prof 2	40%	33%	27%

Ici encore, on peut considérer que les répartitions du discours sont encore assez analogues, plus dans le rapport M-A que dans l'ordre C-E-R. Apparaît en effet une différence assez remarquable dans le poids de R dans ce discours d'accompagnement, peut-être à relier, ici encore, au niveau de la classe tel que le ressent chacun des professeurs : le professeur 2 insiste pour montrer aux élèves pourquoi MNPQ, qui aurait dû être un carré, n'apparaît pas comme tel sur leurs dessins, estimant qu'ils peuvent comprendre que "étant donnée l'imprécision du trait, c'est pas forcément ce que vous avez joint" ; le professeur 1, lui, restreint la recherche de conjectures à celles portant sur un segment, évitant ainsi le problème.

Voyons aussi les séquences de démonstration : dans le document 1, il y en a trois, les unités 2, 5 et 6 ; dans le document 2, il n'y en a qu'une seule, mais longue, l'unité 6. Procédons, comme pour les constructions, à un regroupement :

	M	A
Prof1	50%	50%
	49%	52%
	50%	50%
Prof 1	49%	51%
Prof2	71%	29%

	C	E	R
Prof 1	56%	56%	11%
	41%	48%	11%
	16%	64%	20%
Prof1	36%	57%	14%
Prof 2	27%	51%	32%

Les différences ici, sont beaucoup plus importantes. D'abord la répartition M-A : à peu près moitié-moitié pour la classe 1 ; presque trois quarts-un quart pour la classe 2. Tout se passe comme si, dans la bonne classe, le discours mathématique se suffisait, alors

que dans l'autre, le professeur était obligé de davantage l'accompagner. Quant à la nature de cet accompagnement, elle est, elle aussi, différente dans les deux classes, bien que la fonction d'étiquetage soit dans les deux cas dominante. Nous retrouvons ici la plus grande importance accordée à R dans la classe 2, le professeur insistant sur "l'idée de la démonstration qu'on va terminer maintenant" sans doute pour inciter les élèves à une réflexion plus approfondie, et pour permettre un meilleur ancrage de la méthode utilisée.

III/ Analyses longitudinales

Elles ont pour but, rappelons-le, de mettre en évidence, s'il y en a, des invariants du discours du professeur. Nous allons, ici encore, avant de faire une comparaison, décrire chacun des deux discours sous ce nouvel angle, d'abord par unité, puis en repérant certains aspects tout au long de la séance.

1 - Document 1

A - Comme nous l'indiquons dans l'énoncé de la méthode, nous étudions la gestion du discours en fonction des contenus, en suivant le déroulement mis en évidence dans la description linéaire.

* Mise en route et déroulement du travail de construction.

Au cours de cette unité, consacrée à la construction, le discours d'accompagnement est essentiellement injonctif : "allez ! tâchez de... dépêchez-vous de... lis-moi ... va-z-y!... pressons-nous un peu...etc", ou rappelant la consigne : "on vous demande de...- il y en a qui ont fini, je voudrais bien que tout le monde ait fini."

On note par ailleurs quelques évaluations individuelles du type : "il en manque, là ... - t'as pas fini ... - t'as pas dû respecter les consignes !".

On repère aussi une insistance pour faire construire les images des 4 points : la consigne explicite au début était : "Si M est un point du plan, on construit M' comme..." Le professeur indique ensuite : "alors on vous demande d'appliquer ce programme de construction aux points M,N,P,Q ..." Mais, un peu plus tard, il doit revenir et insister sur ce point, mal compris des élèves : "Vous avez bien vu qu'il faut mettre quand même les images de tous les points, hein ? Je vous ai dit de construire M', c'est bien, et puis N', et puis P', et puis Q'. Ah ! oui, quand même !"

* Appel à conjectures.

Il est suscité par un questionnement assez flou d'abord, "qu'est-ce que vous en pensez?", puis qui se précise : "quelle figure vous ai-je donnée, et quelle figure avez-vous obtenue après le dessin?", puis qui suggère la réponse : "Alors ... allez, allez, au début, on avait ... on avait un carré, tout le monde est d'accord ? ". Ensuite, le professeur continue en reprenant les réponses des élèves et en les relançant, en faisant préciser le vocabulaire : "qu'est-ce que tu voulais dire par $\perp$ M', heu, la droite, le segment, une longueur ?". Il fait aussi très fréquemment appel au contrat de fonctionnement et recentre vers l'objectif : "J'aimerais bien que vous me disiez ... Quel résultat vais-je obtenir ? ... Il faudrait essayer de savoir ..."

Le discours est fortement personnalisé, lié à l'action : "quelle figure vous ai-je donnée ? tu as trouvé quoi, toi ?... tu me dis ... tu peux me le donner ... tu as mesuré, alors dis-moi ce que tu as trouvé ... " mais on constate un retour à l'impersonnel dès qu'il s'agit de prouver : "on va voir ça tout à l'heure, si ça marche ou pas, cette histoire de ... On va essayer, pour clarifier les idées, de...".

* Démonstration du parallélisme.

Le professeur en appelle aux élèves pour qu'ils conduisent la démonstration : "vous m'avez dit, je vais appliquer Thalès. J'allais dire où, quand, pourquoi, comment ? Je vous écoute". Mais il est aussi conduit à questionner par phrases incomplètes : "on a...? - (AQ) et ... - la droite (AA') et la droite (QQ') sont ...?"

Comme dans l'unité précédente, il y a une forte personnalisation, liée à l'action : "Je vais appliquer ... - ici, j'utilise ... - ma réciproque du théorème de Thalès me donne...". Mais l'impersonnel reprend le dessus dès que le professeur souhaite formuler la consigne : "on vous avait dit de ..." ou préciser les résultats en cours d'obtention : "qu'est-ce qu'on voulait finir de démontrer ? ... On a dit qu'on partait du carré ...".

* Retour aux conjectures.

Au cours de cette unité, le professeur précise les acquis et fait chercher ce qui manque pour achever le travail.

Comme dans les unités précédentes, on observe toujours une forte personnalisation pour obtenir des réponses précises, résultats d'observation ou de mesures : "AΩ, t'as trouvé ? ... - Alors, tu m'as dit ... - Oui, va-z-y, tu me dis ...", mais aussi pour traduire la réalité de la situation : "qu'est-ce que je suis en train d'essayer de faire? qu'est-ce que je sais pour l'instant déjà ?", immédiatement corrigé par un "qu'est-ce qu'on sait sur ces deux quadrilatères ?", visant apparemment à impliquer davantage les élèves, pour que cette recherche ne soit pas seulement la "chose" du professeur.

Le questionnement pour suggérer le raisonnement est difficile : "Est-ce qu'on pourrait comparer ...? - Qu'est-ce que je voudrais trouver ?..." et il est par ailleurs émaillé de fausses questions, pour lever le doute (ou au moins son expression !) : "Où as-tu vu un problème ?" ou pour emporter l'adhésion, afin de continuer : "Est-ce que tout le monde est d'accord ?".

Un seul appel à l'analogie, mais très clair : "J'ai fait (QM) parallèle à (Q'M'), donc j'ai fait la même chose pour les autres côtés." Mais cette formulation n'est pas assez explicite, et le professeur devra insister. Reste à signaler que le professeur est très précis sur la désignation des formes du travail : "Puisque tu as mesuré, tu as trouvé?...- il faudrait démontrer que ..".

* Démonstration de la relation sur les longueurs.

Dans cette unité, c'est essentiellement le professeur qui parle, posant des questions qui appellent de brèves réponses : "k, c'est quoi ? - et ça fait combien, ce rapport là ?". Il fait appel à la mémoire de l'activité (mémoire à court terme) par une forme interrogative négative : "Est-ce qu'on n'a pas déjà écrit ...?", il corrige au passage une erreur antérieure, de manière allusive : "hein ! tu voulais absolument mettre AA', tu vois !". Et dans la démonstration, le passage au troisième côté du triangle est quasi implicite : "J'ai écrit ΩQ' sur ΩQ égale ΩM' sur ΩM et est aussi égal à Q'M' sur ?"- "QM " répond un élève - "Q'M' sur QM " reprend le professeur sans expliciter davantage, et conclut : "Donc Q'M' = 3 fois ?"- "QM " répond un élève. "Exactement !" renforce le professeur.

* Autres démonstrations.

Après avoir démontré avec les élèves le parallélisme de (MQ) et (M'Q'), puis que $M'Q' = 3 MQ$, le professeur vise un résultat analogue pour MN et M'N'.

Cette démonstration fait largement appel à l'analogie, et le professeur commence par "est-ce qu'on peut faire pareil pour les autres ?", et prononce beaucoup de questions un peu vagues de ce type, mais aussi dirige le travail par un certain nombre de phrases incomplètes : " la distance ΩA', c'est ?..." La démonstration est aussi ponctuée d'un certain nombre d'appels au consensus, par de fausses questions du type : "D'accord ?" ou "C'est ça ?".

On voit aussi apparaître des retours en arrière : alors que le professeur conclut une phase de travail par : "dans ce dessin-là, on obtient donc également le même résultat.", un élève réagit : "ça donne pas un carré !" Et le professeur de rétorquer : "ça donne pas un carré, bon maintenant ! Qu'est-ce qu'on a démontré, quand même ? que c'en était un!". Et puis, un peu plus tard, le professeur annonce : "Je vais reprendre la démonstration dans le deuxième dessin". Un élève reprend alors : "Non, mais la démonstration, ça va, c'est ..." Le professeur l'interrompt : "Oui, mais on va essayer de l'écrire un peu mieux !" Cette insistance montre à quel point le statut de la démonstration est peu clair pour les élèves. Il semble que pour l'élève, la démonstration est une chose, que le professeur, ou la situation, ou quelque autre norme exige, mais qui n'a pour lui aucun pouvoir de conviction face à un dessin qui affirme autre chose. Elle montre aussi que le professeur semble ne pas entendre les remarques des élèves, pour ne pas aborder cette difficile question, peut-être ?

* Conclusion de la séance.

Le professeur veut faire énoncer les résultats obtenus dans le cadre vectoriel, et annoncer la séance suivante.

Le questionnement du début est très large : "Ces relations, est-ce qu'on peut les traduire autrement ?" puis "est-ce que vous avez une autre façon de traduire ça ?". Puis lorsqu'un élève énonce "vecteurs", le professeur fait appel à la mémoire des autres : "Vous savez quand même ce que ça veut dire ?". Le professeur insiste sur le vocabulaire, vecteurs colinéaires et points alignés, et précise bien les analogies et différences entre les deux cas de figure. Quant à la personnalisation du discours, elle reste forte lorsque le professeur rappelle la démarche qu'il a suivie : "je suis parti de ... je me suis aperçu de ... j'ai dit que ...". Mais il utilise l'impersonnel d'une part pour énoncer les résultats ; "on a dit que..., on a montré que...", d'autre part pour annoncer ce qui reste à faire : "ce qu'on va montrer la prochaine fois, c'est que ..." qui s'oppose à "mais ça, pour l'instant, je ne l'ai pas fait".

B - Nous regroupons maintenant les indications précédemment obtenues, et les allusions aux différents aspects rencontrés au cours de la description précédente.

Regardons les formes du discours pour commencer.

- * Le discours concernant les consignes de travail et la régulation est injonctif : "tâchez de... - allons, pressons ! - dépêchez-vous !"
- * Il s'agit d'une séance dialoguée, le discours est donc fortement personnalisé, d'autant qu'il rend compte de l'action : "et tu as trouvé ? - comment as-tu fait ? - ma réciproque du théorème de Thalès me donne ici ...- j'ai fait ...". Mais le professeur utilise une forme impersonnelle lorsqu'il s'agit de reprendre l'algorithme de construction, d'énoncer un résultat, ou d'annoncer une démonstration, comme s'il voulait bien mettre en évidence (bien qu'implicitement) que ce qui est dit alors est le bien commun, le texte officiel et pas seulement un élément lié aux individus.
- * Le discours présente de nombreuses répétitions ou insistance au niveau du vocabulaire utilisé par les élèves, afin de bien leur faire préciser quels sont les objets de l'étude : "Quand tu dis $A\Omega$, de quoi parles-tu ? droite ...? segment ...?" "Comment j'écris ça ? De quels êtres tu parles ? Tu parles de quoi, de segment, de longueur,....?" Il insiste à tel point qu'on se demande s'il ne craint pas de ne pas entendre le mot vecteur au cours de la séance. C'est comme si on avait, en creux, un effet d'anticipation: lui, il sait ce qu'il attend, et il craint de ne pas l'obtenir de ses élèves. De même, l'appel à l'analogie est très fréquemment évoqué par des mots du type : "c'est pareil - on fait la même chose pour ..." c'est à dire dans le registre de l'étiquetage.

Une autre occurrence des répétitions concerne la nécessité d'un retour en arrière, lorsque quelque chose de difficile est resté implicite. Problème de la quantification, dans la première unité : le programme doit être appliqué à des points qui ne s'appellent plus M, mais aussi P, Q, R et des élèves ne reconnaissent pas la situation. Problème aussi du statut de la démonstration, dans l'unité 6 : les élèves ne sont pas convaincus par une démonstration prouvant un résultat contradictoire avec leurs dessins.

- * Quant au questionnement, nous avons remarqué qu'en début d'unité, il était assez large, presque flou : "qu'est-ce que vous en pensez ? ", mais qu'ensuite, il devenait assez vite plus directif : "Est-ce que ...? On pourrait déjà regarder ce qui se passe pour..." et même devenir un système de relance par phrases incomplètes : "on a ?...- (AQ) et ...? - La droite (AA') et la droite (QQ') sont ?... - Le segment MN est devenu?...- Et comment est le segment M'N' ?", relance conclue par un appel au consensus : "tout le monde est d'accord ?" Tout se passe en fait comme si le questionnement était de moins en moins "questionnant", se contentant de faire appel aux élèves pour de brèves réponses qui montrent qu'ils sont là, attentifs au professeur.

Voyons maintenant les différents "invariants éventuels" que nous avons répertoriés, comme nous l'indiquons dans la méthodologie.

- * Le recours à la mémoire est relativement rare, et plutôt dirigé vers la mémoire à court terme, la mémoire de la séance : "qu'est-ce que je viens de faire ? - est-ce qu'on n'a pas déjà écrit ..." On note cependant un appel à la mémoire à long terme, à propos des vecteurs : "vous savez quand même ce que ça veut dire ?".
- * Le recours à l'analogie est ici complètement imposé par le sujet, et interne à la séance. Il est fréquemment appelé par des mots tels que "c'est pareil" ou "on fait la même chose" mais malgré tout pas suffisamment explicite, puisque le professeur est obligé d'affirmer: " J'ai fait (MQ) parallèle à (M'Q'), donc j'ai fait la même chose pour les autres." Mais il insiste sur la différence de situation malgré l'analogie de la méthode : "on a déjà fait ça tout à l'heure, mais vous avez vu que ce n'est pas la même situation".
- * Ce professeur n'en appelle jamais au doute dans cette séquence, et même l'écarte : "Y-a un problème ? Où as-tu vu un problème ?". Il faudrait des transcriptions d'autres séances pour savoir si c'est un invariant pour ce professeur, lié par exemple à une représentation (ainsi le doute ne pourrait-il pas se manifester en classe de mathématique), ou imposé par la conception qu'il a du niveau de sa classe (par exemple, la crainte de déstabiliser certains élèves).
- * Le professeur connaît la suite, mais ne semble pas le montrer aux élèves. La seule perception qu'on peut avoir d'une anticipation est celle que nous avons évoquée plus haut, "en creux" en quelque sorte, qui se manifeste par une certaine inquiétude.
- * Le traitement des erreurs est assez variable : au niveau des dessins, le professeur donne des indications pour corriger ce qui ne va pas : "il en manque, là, ce n'est pas fini" ; "t'as pas dû respecter ce qu'on t'avait demandé de faire" ; "toi, c'est bizarre, hein, doit y avoir un coin qui n'est pas très bien dessiné, hein ?". On note aussi au passage la correction individuelle d'une erreur antérieure : "Ah ! c'est nouveau, parce que tout à l'heure, tu voulais absolument me mettre AA', tu vois ?" mais dont il n'est pas sûr que l'intéressé fasse son profit, tant cette remarque est allusive.
Nous avons vu précédemment que certaines formulations du professeur écartaient la simple expression du doute, et une phrase telle que : "où voyez-vous un problème ?" est suivie du silence des élèves. Tout se passe comme si l'erreur ne pouvait pas être dite, comme s'il n'était donc pas nécessaire de la traiter. Une autre fois, malgré sa stupeur, le professeur explique : "ça donne pas un carré, bon, maintenant ! Qu'est-ce qu'on a démontré, quand même ? Que c'en était un ! Dans la mesure où j'ai montré que c'était un rectangle, et que deux côtés consécutifs étaient égaux", mais cela ne suffit pas

pour convaincre les élèves : "oui, par le calcul ! mais ensuite, sur le dessin...". Le professeur répond en évoquant l'imprécision des tracés, mais n'approfondit pas davantage. La difficulté réapparaît alors, lorsque le professeur dit : "je vais reprendre la démonstration dans le deuxième dessin". Un élève, peut-être le même (la transcription ne permet pas de le dire), s'entête : "non, mais la démonstration, ça va, c'est..." ; le maître persiste et l'interrompt : "oui, mais on va essayer de l'écrire un peu mieux, cette démonstration." Les deux discours, celui des élèves, celui du professeur, semblent se dérouler sur des longueurs d'onde différentes.

- * Peut-être est-ce la pression du temps qui détermine ce dysfonctionnement que nous venons de signaler, bien que le mot "temps" n'apparaisse pas dans le discours du professeur à ce moment-là, au contraire de ce qui se passe au début de la séance. Nous avons indiqué alors, combien les appels du type : "allons, pressez-vous un peu !" ou "tâchez de ne pas mettre une heure et demie pour faire ça !" étaient nombreux. Tout se passe comme si, dans cette phase où les élèves "dessinent", le professeur avait l'impression d'une perte de temps, eu égard à l'importance et au volume du texte mathématique qu'il doit transmettre aux élèves. La tâche apparaît comme mineure, et ne devrait pas prendre trop de temps. C'est le seul moment de la séance où le professeur exprime explicitement cette importance du temps, mais il ne nous semble pas impossible du tout qu'elle soit aussi responsable de la perte de valeur du questionnement que nous avons remarquée précédemment. Le questionnement ne subsiste alors que formellement, témoin extérieur d'une participation active des élèves, qui serait la norme d'un bon fonctionnement de classe.

2 - Document 2

A - Comme pour l'étude de l'autre document, commençons par regarder comment les choses se passent dans chacune des unités de la description linéaire.

- * Mise en route et correction d'une construction.

En donnant la consigne, le professeur mêle l'impersonnel "on trace" à l'injonctif caché, mais personnalisé quand il reprend : "vous prenez un point M et vous construisez ...", comme si c'était plus facile à comprendre. Après avoir laissé les élèves effectuer la construction, il continue à utiliser l'impersonnel en commentant le corrigé de la construction qu'un élève fait au tableau : "on prend le milieu ..., - on trace ..., - on n'a plus qu'à joindre ...", le "on" ayant ici une visée d'universalité. Il y a un appel à la mémoire, personnalisé vis-à-vis de l'élève au tableau : "vous savez comment on pourrait ...?", puis repris vis-à-vis de la classe entière sous forme d'appel au consensus : "tout le monde est d'accord avec cette construction ?". On peut penser que cette fausse question ne vise qu'à renforcer auprès des élèves la nécessité, pour eux aussi, de "savoir", comme il l'avait demandé à l'élève au tableau.

Dans la recherche des points qui mettent la construction en défaut, on remarque un appel au doute : "vous croyez ?" qui vise à susciter un approfondissement de la réflexion. Signalons aussi qu'une erreur de formulation d'un élève attire une correction pour toute la classe, le professeur insistant sur le fait qu'il rencontre trop souvent cette faute de français, même dans les devoirs écrits.

- * Utilisation de la procédure précédente et correction.

En distribuant les feuilles polycopiées aux élèves, le professeur parle, comme s'il avait peur du silence : c'est un discours personnalisé d'accompagnement : "je suis obligé de..., vous n'avez pas la même feuille que votre voisin". Puis il lance le travail avec de l'injonctif camouflé : "vous mettez votre nom dessus, et vous construisez ...".

Après une phase de travail silencieux, le professeur parcourt la classe, donne des réponses individuelles, parfois reprises pour la classe entière : "Voilà, la même construction, vous remplacez M par N", mais il doit insister en ajoutant : "Ben, le point M, je peux mettre n'importe quoi à la place du point M. Vous remplacez le carré jaune par M à chaque fois". C'est le problème de la quantification laissée implicite qui se traduit par cette insistance.

Apparaît alors explicitement le facteur temps : "Vous avez bientôt fini ? Y en a qui n'ont pas encore commencé !", puis un peu après : "Qui a terminé?...Bon, je laisse une minute aux autres." "... sinon, on va y passer trop de temps ! " Et ensuite pour la correction : "On va envoyer quelqu'un de rapide, ...".

En vérifiant les constructions des élèves, le professeur émet des doutes pour les inciter à prendre du recul par rapport à leur propre production : "les constructions, il y en a qui sont bizarres!" en utilisant une certaine ironie : "vraiment ?...C'est bien ça qui me fait peur !".

* Appel à conjectures.

L'unité commence par un questionnement assez vague : "est-ce qu'on peut en dire quelque chose, enfin, ça vous fait penser à quoi?", légèrement précisé par : "qu'est-ce que vous pensez des quadrilatères MNPQ et M'N'P'Q' ?". Ensuite le questionnement est plus nettement dirigé pour formuler des conjectures "utiles", par exemple : "si c'était un carré, le deuxième, le grand M'N'P'Q', est-ce que ce serait un carré ?" ensuite : "est-ce qu'il est placé n'importe comment par rapport au premier ? ", puis "c'est en fait dans le même rapport".

Remarquons que le professeur est obligé d'insister, en dehors du déroulement prévu, pour expliquer pourquoi MNPQ n'apparaît pas comme un carré à tout le monde : "on a voulu faire un carré, mais étant donnée l'imprécision du trait, c'est pas forcément ce que vous avez joint." On rencontre ici la difficulté liée à la "figure" en géométrie : si elle est "exacte", on n'a plus envie de démontrer, si elle est "fausse", on ne peut plus "y croire". Il faut une situation comme celle-ci pour que cette difficulté apparaisse, dans une "bonne" classe.

* Recherche de preuves.

Le professeur pose à nouveau le problème, en insistant par des tournures de renforcement telles que : "le problème qu'on se pose, c'est le suivant ..." ou "est-ce que, par ce procédé-là ...?" répété deux fois, ou bien "ça, c'est pour l'instant une question qu'on se pose ". Il relance la recherche de preuves par "Comment est-ce qu'on pourrait s'assurer que ...?". Après quelques "oui" qui s'adressent à des remarques d'élèves (dont on peut penser qu'elles lui semblent peu intéressantes par rapport au but fixé), le professeur semble vouloir leur ménager un temps de calme et de réflexion : "Bon, alors, je vais recommencer une construction ; si il y a quelque chose qui vous vient à l'idée, vous levez la main." Mais, comme s'il craignait que le silence ne s'instaure, il continue à parler, pour finalement reprendre le questionnement par "ça ne vous fait penser à rien pour l'instant ?" A nouveau, il semble vouloir temporiser "attendez une seconde" puis "pour l'instant, ça se passe dans votre tête"... "réfléchissez, quand vous pensez à quelque chose, vous le gardez et après...".

On assiste ensuite à une réflexion dialoguée, au cours de laquelle le professeur reprend les propositions des élèves, et les énonce différemment "c'est à dire qu'en fait, pour vous, le procédé qu'on a utilisé, ça reviendrait simplement à ..." ou en précise les insuffisances : "seulement, ça n'explique pas pourquoi ..." ou insiste : "ah, oui ! mais tout le problème est là, pourquoi voulez-vous que ce soit le même ?". Après la pause, le professeur reprend une figure en couleurs, et relance le questionnement : " qu'est-ce qu'on peut dire, ici, encore une fois, de cette figure ?" qui aboutit à l'énoncé, par un élève, du nom "Thalès".

* Enoncé de Thalès.

Le professeur énonce alors le théorème de Thalès sous forme vectorielle et anticipe sur l'intérêt de cette forme : "Ca, c'est beaucoup plus facilement utilisable" et il enchaîne : "Est-ce que ça vous aide pour la démonstration que l'on veut ?" Devant le silence, il ajoute : "Alors, peut-être qu'il serait bon qu'on note ça, sous la nouvelle forme, si vous voulez, de Thalès". Et il dicte l'énoncé, en le ponctuant de remarques telles que : "c'est en même temps le rappel de la démonstration" et "à l'usage, vous verrez que c'est plus performant que Thalès, c'est démontré à partir de Thalès." Et il insiste sur l'idée "Ca marche aussi bien sur les sécantes que sur les parallèles, même rapport pour les trois cas, toujours le même coefficient k ". Remarquons que le professeur pose la question aux élèves avec l'impersonnel "qu'est-ce qu'on peut en déduire tant qu'on y est ?" Ce choix de l'impersonnel semble ici correspondre à une sorte de dévolution de la question aux élèves, un peu comme s'il leur disait : "le "on" c'est vous et moi, alors à vous de chercher, puisque moi, je connais la réponse", mais ensuite il complète la démonstration en tant qu'acteur : "je sais que ... je mets k en facteur..."

* Démonstration.

Le professeur, au tableau, dirige la démonstration en reformulant ou critiquant les propositions des élèves, sous une forme très personnalisée: "Ah ! ça, j'en sais rien, j'en sais rien du tout !" "Ah ! non, qu'est-ce que je sais ?". Mais "d'après ce théorème qu'on vient de démontrer, qu'est-ce que je peux dire ?" et en conclusion "on a quand même démontré une petite chose, un petit bout de ce qu'on espérait." Toute cette phase de travail présente cette alternance constante entre le "je" qui accompagne le déroulement de la démonstration en langage courant, et précise bien le rôle de meneur de jeu du professeur, et le "on" qui figure dans toutes les formulations "officielles" pourrait-on dire, ou bien chaque fois que le professeur souhaite impliquer les élèves.

Une erreur sur la nature du quadrilatère suscite l'horreur : "oh ! non, un rectangle !", puis une justification "ben, j'ai quatre angles droits, ça s'appelle un rectangle" qui sans doute ne convainc pas les élèves puisque la même erreur sera formulée à nouveau un peu plus tard. A ce moment-là, le professeur la traitera à l'aide d'un contre-exemple. Il utilise aussi parfois l'ironie pour traiter les erreurs : "C'est un peu osé, hein ! Trois fois, je veux bien, mais -3 fois ?" Cette ironie lui sert aussi pour anticiper des erreurs possibles : "Méfiez-vous, hein, parce que, quand on a un rapport négatif, on aboutit parfois à des choses bizarres !".

Remarquons enfin dans cette unité l'insistance apportée par le professeur à des phrases du style : "en fait, il y a tout ça, dans le fait, quand on dit que c'est un parallélogramme. Il y a cette histoire de parallèles, il y a cette histoire de même longueur et il y a cette histoire de sens." ou bien des développements introduits par : "l'idée de la démonstration qu'on va terminer maintenant, c'est que ...". On peut interpréter cette insistance comme un moyen donné aux élèves pour réfléchir davantage, et ancrer les résultats de cette réflexion dans la mémoire. Le professeur détend ensuite l'atmosphère, après cette longue démonstration : "Voyez, on y est arrivé quand même ! Ouf !"

* Institutionnalisation.

Un "imaginez qu'on ait caché A et A' !" incite les élèves à changer de point de vue, et à utiliser le résultat vectoriel précédemment obtenu. A partir de là, le professeur énonce les consignes portant sur une reprise des dessins avec cette nouvelle règle de construction ; le discours est essentiellement injonctif, même s'il est parfois camouflé : "vous contrôlez, vous déplacez..." Le professeur fait ensuite le point "ce qu'on vient d'étudier, c'est" et passe à la mise en forme que les élèves notent sur leurs cahiers. Mais entre-temps, il questionne, pour rappeler en mémoire ce qui vient d'être fait, mais pas de manière explicite. Par exemple, il procède à une construction et demande "est-ce que je peux obtenir le point B' sans faire de mesure ?" C'est la construction initiale, mais le professeur laisse le soin aux élèves d'en prendre conscience, et ce n'est

qu'après coup qu'il annonce : "ben, là c'est la figure de tout à l'heure, hein !". La séance se termine par l'énoncé d'un exercice à chercher.

B - Comme nous l'avons fait pour l'autre document, reprenons chacun des aspects qui sont apparus à travers cette séance.
Et commençons par les formes du discours.

- * C'est sous une forme injonctive camouflée que sont la plupart du temps données les consignes : "vous mettez votre nom" et non "mettez votre nom !" De même, "vous faites la construction" "vous remplacez" ...
- * Le professeur s'adresse beaucoup aux élèves individuellement (dans la transcription, l'élève est alors indiqué par l'initiale de son prénom). Par exemple, lors de la recherche de conjectures, il s'adresse successivement à P, J, C, puis, après le référendum, à L, F, J. Quant à son discours personnel, il est fortement personnalisé. L'enseignant utilise beaucoup le "je" pour accompagner ce qu'il fait au tableau, mais aussi pour insister sur la progression des connaissances dans le déroulement du raisonnement : "Qu'est-ce que je sais ?" "Qu'est-ce que je peux en dire ?" "Donc, je peux dire que ..., puis, d'après le théorème qu'on vient de citer, je peux dire que..." Mais, et nous l'avons déjà remarqué, il passe à l'impersonnel pour énoncer le programme de construction, comme s'il voulait insister sur le fait que chacun fait la même chose : "on prend le milieu, ... on trace, ... on n'a plus qu'à joindre ..." mais aussi, ailleurs, pour donner le statut de "chose à retenir".
- * Les répétitions ont ici pour but de bien montrer la nécessité de mettre en mémoire un résultat après s'être convaincu de son évidence : "il y a tout ça quand on dit que c'est un parallélogramme. Il y a cette histoire de parallèles, il y a cette histoire de même longueur, et il y a cette histoire de sens."
- * Les insistances, qui apparaissent comme un retour en arrière, semblent liées à un non-traitement de certaines difficultés de fond : nous l'avons vu pour la quantification et pour le statut de la figure en géométrie. Mais un tel retour peut aussi être imposé lorsque le traitement d'une erreur n'a pas été assez explicite : c'était le cas du carré, que les élèves avaient cru caractériser par les quatre angles droits ; le professeur avait réagi et donné une justification de sa réaction, mais ceci n'a pas suffi aux élèves, puisque l'un d'entre eux a refait la même erreur.
- * Le questionnement, au début de l'appel à conjectures, est assez vague : "qu'est-ce qu'on peut en dire ?", mais se précise ensuite, surtout quand le professeur veut obtenir à la fois la nature, la position, et la taille du quadrilatère $M'N'P'Q'$. Il y a aussi un grand nombre de fausses questions, qui n'appellent pas de réponse, d'autant que le professeur entame une justification immédiate : "Tout le monde voit pourquoi, hein ? Puisque ...". Dans d'autres cas, il est moins clair que c'est une fausse question, mais c'est un appel au consensus : "Tout le monde est d'accord avec cette construction ?" dont on a vu qu'on pouvait le considérer comme insistant sur la nécessité de retenir le résultat.
- * Les formes du travail sont souvent assez explicites : "On veut démontrer...", "vous faites la construction", "vous réfléchissez", mais alors que toute une phase du travail est la recherche de conjectures, le mot n'est pas prononcé.

De même que pour l'autre document, nous allons étudier comment sont utilisés les différents points que nous avons répertoriés comme invariants éventuels du discours.

- * Le recours à la mémoire apparaît peu explicitement ; le professeur semble en appeler plutôt au savoir-faire, quand il demande à l'élève au tableau : "Vous savez comment on pourrait ..." et qu'il fait confirmer aux autres : "Tout le monde est d'accord avec cette

construction ?". De même, lorsqu'un élève prononce le nom de Thalès, le professeur demande : "Que dit Thalès ?" Par contre, on a repéré plusieurs fois des artifices de langage ou de présentation qui ont pour but de faire "entrer en mémoire" des choses qui paraissent importantes : ne signaler qu'après avoir laissé les élèves chercher, que c'était "la figure de tout à l'heure", ou répéter trois fois "cette histoire de ...".

- * Le recours à l'analogie est ici interne à la leçon : "M, ça me donne M' ... Bon, alors, pour N, voilà N'. Bon, je vais arrêter là, le reste, c'est la même chose". Mais à chaque fois, le professeur insiste aussi sur les différences locales qui existent, malgré l'analogie générale de fonctionnement : "est-ce que ça va être la même chose, au fait, ici ?" ou "ça, c'est toujours positif, $\Omega A'/\Omega A$, tandis qu'ici ...".
- * La forme la plus fréquemment utilisée du recours au doute dans les dialogues entre le professeur et un élève est l'ironie : "Ah ! non, c'est pas normal du tout !" ou "ça, c'est bizarre, bizarre !" ou encore "c'est bien ça qui me fait peur !". Mais dans les échanges avec la classe entière, la forme est plus classique : "qui est-ce qui pense que c'est un parallélogramme ? ... Et personne ne pense que c'est un carré ?" ou "Et pourquoi voulez-vous que ce soit le même ?" ou encore "Vous croyez ?".
- * L'anticipation est un procédé que ce professeur utilise souvent, il prévient à l'avance ses élèves des avantages et des écueils qu'ils rencontreront : avantage pour la formulation vectorielle du théorème de Thalès "A l'usage, vous verrez que c'est plus performant que Thalès", mais aussi écueil de certaines traductions d'une égalité vectorielle "Méfiez-vous, hein, parce que, quand on a un rapport négatif, on aboutit parfois à des choses bizarres".
- * Le traitement des erreurs est assez varié : nous avons vu le recours au doute par l'ironie, face aux dessins erronés des élèves. Ironie aussi pour susciter un retour sur ce qui a été fait ou dit : "hum ! un peu osé, hein ?..." Le professeur aussi utilise, au passage, une formulation erronée d'un élève pour corriger l'erreur analogue qu'il a rencontrée dans les devoirs écrits de plusieurs d'entre eux.
Une autre fois, il s'exclame, horrifié "Ah ! non ! un rectangle !" Il semblerait que les élèves n'aient pas compris, car le professeur entame une brève justification : "Ben, j'ai quatre angles droits, ça s'appelle un rectangle", mais cela non plus ne suffit pas, car un peu plus tard, il doit reprendre par un contre-exemple : "Ah ! ben, non, regardez, si je construis un quadrilatère comme ça, il a bien ses côtés parallèles à ceux du carré, et c'est pas un carré !". Semble subsister le "non-traitement" par le professeur face à la manifestation de l'incompréhension de la quantification, qui intervient plusieurs fois, et face aussi, nous l'avons vu au passage, à la difficulté du statut de la figure.
- * La pression du temps ne se fait sentir explicitement que dans l'unité 2, comme si le professeur pensait que pour faire cette construction, analogue à la précédente, il n'était pas nécessaire de passer trop de temps. Pour le reste de la séance, il semble au contraire laisser les choses se dérouler avec calme, prenant le temps de faire des mises au point "hors déroulement" : c'est le cas de l'explication concernant MNPQ, qui aurait dû être un carré, mais n'apparaît pas nécessairement comme tel aux élèves ; de l'interruption pour donner l'énoncé vectoriel du théorème de Thalès ; de la réflexion sur toutes les traductions et conséquences de l'égalité entre les vecteurs $\overrightarrow{XY}$ et $\overrightarrow{ZT}$. C'est aussi le cas lorsque le professeur prend le temps de redonner "l'idée de la démonstration" en une formulation plus courante, ou d'insister sur la configuration de référence : "si j'ai cette figure-là, avec deux sécantes et deux parallèles, alors ..."
- * Un mot-clef ?
Il semble qu'à certains moments du discours, la fréquence du mot "dire" dépasse la moyenne d'utilisation. Quels sont ces moments ? D'une part, l'unité 5, consacrée à l'énoncé de Thalès : "Que dit Thalès ? ... Thalès dit que ... Autrement dit, pour dire Thalès, il suffit de dire que ... Je peux dire, d'après Thalès ... Dire Thalès, c'est dire

simplement ... On peut dire que les points sont alignés, alors qu'est-ce qu'on peut dire vectoriellement ?" etc. D'autre part, au cours de l'unité 6, lors du retour sur l'égalité vectorielle: "ça veut dire quoi ? Si j'ai une égalité entre deux vecteurs, ça veut dire ...? Qu'est-ce que je peux dire des points ...? Bon, je peux dire que la droiteet qu'est-ce que je peux dire du point de vue des longueurs? et est-ce que c'est tout ce que je peux dire?... il y a tout ça quand on dit que c'est un parallélogramme." Tout se passe ici comme si faire des mathématiques, c'était alors les dire, c'est à dire énoncer la vérité, le reste étant sans grande importance, ou peut-être indicible?...

3 - Comparaison

Pour chacun des aspects rencontrés, nous allons tenter de préciser si les utilisations qu'en font nos deux professeurs sont analogues, ou au contraire assez différentes.

3.1 - Les formes du discours

- * Une première remarque, qui ne nous surprend guère, est que les consignes de travail et de régulation se font dans les deux cas sous forme injonctive, même si celle-ci est camouflée sous l'indicatif par le professeur 2.
- * Dans les deux cas, la personnalisation du discours est utilisée de manière assez analogue, comme pour impliquer davantage les élèves : "qu'est-ce que tu trouves ?", mais aussi pour donner une certaine force aux affirmations : "qu'est-ce que je sais ?". La réponse de l'élève, si elle n'est pas infirmée, aura plus de poids, puisqu'elle sera considérée comme la connaissance du professeur, donc la vérité. Toutefois cette dernière question peut aussi s'interpréter comme la formulation par le professeur d'une question que chaque élève devrait se poser, et viserait alors aussi à une meilleure implication des élèves dans la recherche. La personnalisation du discours apparaît aussi, nous l'avons remarqué, comme un moyen d'opérer la dévolution de la question aux élèves. L'impersonnel, lui, sert plutôt, soit à accompagner une action faite par chacun, soit à énoncer les propriétés mathématiques et ce qu'il faut retenir, c'est à dire apparaît comme un moyen de décontextualisation et de dépersonnalisation .
- * Pour les deux professeurs, il semble important de bien préciser les formes du travail : il est toujours dit explicitement s'il s'agit de dessin, de mesure, de recherche d'idées (le mot conjecture n'est pas utilisé) ou à d'autres moments, de démonstration. Tous deux insistent bien sur la distinction entre ces diverses activités, peut-être parce qu'ils y attachent une hiérarchie implicite, qui est apparue dans les remarques sur le temps consacré au dessin.
- * Les répétitions, mises à part celles qui meublent le silence, semblent avoir un rôle un peu différent chez les deux professeurs: pour le premier, c'est plutôt pour faire bien préciser ce dont les élèves parlent, (et peut-être lié à une certaine angoisse de ne pas parvenir à son but), pour l'autre, c'est plutôt un artifice de langage pour améliorer la mémorisation. Quant aux insistances, qui sont plutôt des retours en arrière, pour les deux professeurs, elles s'avèrent nécessaires quand un aspect difficile n'a pas été suffisamment explicité : c'était le cas pour la quantification, le statut de la figure en géométrie, le statut de la démonstration.
- * Le questionnement, particulièrement sensible dans la phase de recherche de conjectures, présente la même évolution dans les deux cas : il est d'abord très large, presque flou, puis se rétrécit plus ou moins, mais de manière différente dans les deux classes. Dans la classe 1, il devient d'abord très directif : "on pourrait regarder ..." puis se transforme en un système de relance où l'élève n'a plus qu'à répondre par un seul mot, pour faire avancer le ..."schmilblick". Dans la classe 2, le questionnement parvient à focaliser vers les réponses attendues, mais c'est le professeur lui-même qui utilise les termes de "carré", de "rapport", et la question posée est : "est-ce qu'il est

placé n'importe comment ?", c'est à dire que le professeur prononce les mots-clefs attendus, qui correspondent à nature, position et taille du quadrilatère obtenu. Ce traitement du questionnement est donc assez ressemblant pour les deux professeurs : cette analogie est-elle due au respect d'instructions officielles, ou de normes moins explicites ? ou au fait qu'ils ont préparé la séance en commun ? Les légères différences dans la mise en oeuvre sont-elles liées aux personnalités différentes, ou à l'idée que chaque professeur se fait de la démonstration qu'il entend conduire, ou de la perception qu'il a du niveau de sa classe, ou d'un changement de stratégie en cours de route ?

3.2 - Le recours à la mémoire

Nous avons vu que, dans les deux cas, il est assez rare. On a remarqué que, pour le professeur 1, c'était plutôt un appel à la mémoire à court terme, sur ce qui vient de se passer, avec cependant une occurrence d'appel à la mémoire à long terme, à propos des vecteurs : "vous savez quand même ce que ça veut dire?", qui semble être un appel à énoncé. Pour le professeur 2, c'est plutôt un appel à l'action qui apparaît quand il demande : "vous savez comment on pourrait construire ...". Nous avons aussi remarqué qu'il s'intéressait plutôt à la mise en mémoire, en insistant par exemple sur la configuration de Thalès et les modes d'utilisation, ou bien sur la figure associée à l'homothétie.

3.3 - Le recours à l'analogie

Il est ici imposé par le sujet. Aussi les deux professeurs l'utilisent-ils, en insistant tous deux sur les différences dues aux deux cas de figure, bien que ce soit le même principe de démonstration. Cependant, il semblerait que ni l'un ni l'autre n'explique suffisamment cette analogie, le procédé reste trop allusif, et chacun doit y revenir : "le reste, c'est la même chose" ou "il faudrait faire la même chose pour (MN) " ou encore "j'ai fait pareil pour les autres", répété sous plusieurs formes.

3.4 - Le recours au doute

Il est quasiment évacué par le professeur 1, alors que le professeur 2 l'utilise beaucoup plus, associé à l'ironie dans les dialogues. L'objectif semble être de provoquer une réflexion de l'élève sur la chose dite ou faite. Pourquoi l'un des professeurs l'utilise-t-il, et pas l'autre ? Le professeur 1 craindrait-il qu'une telle réflexion ne provoque une déstabilisation chez ses élèves ?

3.5 - L'anticipation

Nous avons vu que l'utilisation en est très différente chez les deux professeurs : quasi inexistante à l'intention des élèves pour le professeur 1, peut-être présente dans son esprit par la crainte de ne pas atteindre ses objectifs ; très explicite au contraire chez le professeur 2, sous ses deux aspects : en positif : "vous verrez que ...", mais aussi en négatif : "méfiez-vous ...". De telles remarques peuvent-elles servir ? Si le professeur les fait, c'est qu'il pense sans doute que oui. A qui ? Le fait que le professeur 1 n'en fasse pas nous ramène à l'idée qu'il se fait de sa classe : peut-être pense-t-il que ce serait totalement inutile, alors que le professeur 2, lui, pense que certains élèves, au moins, auront repéré ces remarques et en feront leur profit.

3.6 - Le traitement des erreurs

Il ne pose pas de problème, semble-t-il, tant qu'il s'agit de rectifier un tracé, un rapport de longueurs, etc, mais devient extrêmement difficile, et pour les deux professeurs, dès lors qu'entrent en jeu des notions plus délicates, telles que quantification, statut de la démonstration, statut de la figure, etc . On a pu remarquer qu'alors, tout se passait comme si le professeur et les élèves ne pouvaient pas s'entendre ; et l'on constate que le

débat "démonstration pour prouver ou pour convaincre" n'est pas qu'une vaine querelle de spécialistes !

3.7 - La pression du temps

Elle apparaît de manière analogue et explicite pour les deux professeurs dans les phases "dessin-construction". Tous deux souhaiteraient que les élèves travaillent beaucoup plus vite : cela pourrait correspondre à la hiérarchie attribuée aux diverses activités, à laquelle on a déjà fait allusion ; cette activité serait "facile", et il ne faudrait pas y "perdre" trop de temps.

Dans la suite de la séquence, le professeur 1 semble beaucoup plus inquiet que le professeur 2 devant le temps qui passe, même si cela reste implicite. Nous avons remarqué que c'était peut-être l'un des facteurs qui causaient la perte de valeur du questionnement, qui rendaient le professeur moins attentif aux remarques des élèves,...

IV / Croisement des trois études.

Comme nous l'avons indiqué dans la méthode, on croise les trois études précédentes : on note donc, par unité, ce qui, dans l'analyse longitudinale relève de chaque aspect du discours d'accompagnement, on comparera ensuite les résultats .

1 - Document 1

*Mise en route et déroulement du travail de construction.

Sous la rubrique *communication*, figurent des consignes concernant le déroulement de la séance : "vous recopiez ..." ou les façons de se comporter : "oui, dis-le tout fort, pour tout le monde". Est aussi extrêmement sensible la pression du temps : "Tâchez de ne pas mettre une heure et demie pour faire ça !" "Allons, pressons-nous un peu !"

Sous la rubrique *étiquetage*, on trouve un repérage de tout ce qu'il y a à faire : "on vous demande ..." "C'est l'algorithme de construction" et des procédés qui marquent l'insistance : "oui, redis-moi la phrase en changeant." "Oui, la phrase avec P maintenant !"

Sous la rubrique *réflexion*, ne figurent que des évaluations commentées de dessins.

* Appel à conjectures.

Pour la *communication*, on trouve des rappels à l'ordre, c'est à dire au calme pendant cette unité de questionnement : "Chut, s'il vous plaît !" "Bon, écoutez, quand quelqu'un parle, écoutez ce qu'il dit !". On trouve aussi tout le questionnement un peu flou du début: "Qu'est-ce que vous en pensez, alors ?" et parfois un appel au consensus : "Tout le monde est d'accord ?".

L'*étiquetage* met en évidence quelques anticipations à très court terme : "Ca serait peut-être intéressant ..." "Il y a peut-être quelque chose à tirer de ça !", d'autres à un peu plus long terme : "On va voir ça tout à l'heure, si ça marche, ou ...", et des demandes de précision sur la nature de ce dont on parle : " MN, c'est quoi, heu, la droite, le segment, une longueur ?"

Sous la rubrique *réflexion*, on note quelques retours sur les méthodes qu'ont pu utiliser les élèves : "Comment tu as fait ça, d'abord, pour trouver ...?"

*Démonstration du parallélisme.

Le discours de *communication* est seulement ici un accompagnement du dessin au tableau : "ça, c'était le premier dessin, les autres ont autre chose" ou du dialogue : "Bon, reprends ta phrase !".

L'*étiquetage* insiste sur la nature du travail et son but : "Pour clarifier les idées, je vais refaire un dessin", précise les analogies : "même chose ici, bien entendu, même algorithme de construction", en appelle à la mémoire des élèves : "Alors, vous m'aviez dit Thalès ?", et donne des repères sur le travail fait : "Qu'est ce qu'on voulait finir de démontrer ?", "On a dit que ...".

La *réflexion* porte dans cette unité essentiellement sur le théorème de Thalès, par un appel à la mémoire structurée : "Thalès ? J'allais dire où, quand, pourquoi, comment ?" et par l'insistance sur l'énoncé : "Et c'est pour ça que ma réciproque du théorème de Thalès, ici, me donne tout de suite ...".

*Autres conjectures.

Ici encore le discours de *communication* est simplement lié au dialogue avec les élèves : "Oui, va-z-y ! tu me dis ..." "T'as levé la main, et tu ne réponds plus rien !".

L'*étiquetage* insiste sur les repères concernant ce qui est fait, ce qui reste à faire, et le déroulement temporel : "Est-ce que je pourrais obtenir autre chose ?", "Qu'est ce que je voudrais trouver, maintenant ?". Il comporte aussi des appels au consensus : "Est-ce que tout le monde est d'accord ?".

La *réflexion* se traduit par quelques appels à l'intérêt éventuel d'une remarque : "Bon, ça paraît pas très intéressant, tout ça, si?" ou des jugements qui risquent, par leur formulation, d'écarter le doute : "Où voyez-vous un problème ?".

*Démonstration de la relation sur les longueurs.

Ici encore, l'accompagnement oral est le seul objet du discours de *communication*.

L'*étiquetage* apparaît comme un appel à l'analogie entre les deux dessins : "Pour le dessin numéro 1, oui, et pour l'autre ?", un appel à la mémoire de l'activité : "Est-ce qu'on n'a pas déjà écrit ...?", et bien sûr, encore comme un repérage de ce qu'on sait et de ce qui reste.

L'aspect *réflexion* du discours est ici très léger, se résumant au traitement d'une erreur antérieure d'un élève, mais qui n'est guère plus qu'un étiquetage : "Ah! c'est nouveau, parce que tout à l'heure, tu voulais absolument me mettre AA', tu vois !". De plus, cette remarque est très individualisée, et ne s'adresse pas à la classe.

*Autres démonstrations

L'unité est ponctuée de quelques fausses questions, d'appels au consensus "d'accord?" qui permettent aux élèves de souffler un peu, c'est le seul aspect *communication* dans cette unité où le professeur a pris les choses en mains pour avancer.

L'*étiquetage* fait bien sûr très largement appel à l'analogie, ici interne à la situation : "Il faudrait faire pareil pour ...", "On refait exactement la même démonstration ...", mais en insistant aussi sur les différences : "Mais vous avez vu que c'est pas la même situation que tout à l'heure ?". Il y a aussi des mises en évidence de repères temporels: "Maintenant, on va ..." ou repères liés au plan : "Alors, deuxième partie de la démonstration." Remarquons aussi l'étiquetage de l'erreur : "ça donne pas un carré, bon maintenant !", traitée par l'énoncé du théorème, mais qui nécessitera un retour.

L'appel à la *réflexion*, au "retour sur" se fait quasi exclusivement sur les erreurs de dessin : "Toi, c'est bizarre, hein, doit y avoir un coin qui n'est pas très bien dessiné, hein ?".

*Conclusion de la séance.

Ici encore, la *communication* se réduit à des techniques d'oral : quelques "d'accord ?", qui semblent n'avoir pour seul objectif que l'aération du discours, et la conclusion effective de la séance : "Bon, on va s'arrêter là pour aujourd'hui."

L'*étiquetage* focalise l'attention sur les relations écrites : "ces relations, est-ce qu'on peut les écrire autrement ?", et en appelle à la mémoire des élèves : "Vous savez quand

même ce que ça veut dire ? Qu'est-ce que ça veut dire ?", puis insiste sur ce qui restera à faire : "Ce qu'on va démontrer la prochaine fois ...".

Il y a enfin un appel à la mémoire à court terme : "Je suis parti de..." "On a montré ainsi que ..." "Ce qu'on a vu, c'est que ...". Ces remarques, qui visent sans doute à un meilleur ancrage en mémoire apparaissent donc dans la rubrique *réflexion*.

On peut résumer ce croisement des trois types d'analyse - linéaire, catégorielle, longitudinale - dans le tableau suivant. Les numéros de lignes indiquent celui de l'unité dans la description linéaire, et les colonnes désignent les trois catégories de discours d'accompagnement que nous avons retenues.

Unité	Communication	Étiquetage	Réflexion
1	consignes <i>pression du temps</i>	<i>nature du travail</i> insistance-retour	évaluation des dessins
2	rappel à l'ordre oral	méthodologie <i>nature du travail</i>	<i>méthode</i>
3	oral	<i>nature du travail</i> <u>analogie</u> <u>mémoire</u> ce qui est fait	<i>mémoire</i> (appel et ancrage)
4	dialogue	<i>nature des objets</i> <u>repérage de ce qui</u> <u>reste à faire</u>	évaluation
5	dialogue	<u>repérage</u> <u>analogie</u> <u>mémoire</u>	évaluation individualisée
6	questions pour aérer le discours	<u>analogie</u> <u>plan</u> <u>repérage dans le</u> <u>temps</u> <i>nature des objets</i> insistance-retour	évaluations des dessins
7	oral	<u>ce qui reste à faire</u> <u>mémoire</u>	<i>canavas de la</i> <i>démonstration</i>
Legende par colonne	oral/consignes <i>le reste</i>	<i>nature du travail ou</i> <i>des objets</i> <u>repérages</u> insistance-retour	évaluations <i>le reste</i>

Ce tableau fait apparaître que le discours de *communication* consiste soit en techniques d'oral (fausses questions pour aérer le discours, par exemple), soit en régulations de fonctionnement (consignes, rappels à l'ordre). Ceci mis à part, seule apparaît explicitement la pression du temps.

Pour les *étiquetages* apparaissent trois types différents de contenu :

- les consignes sur la nature du travail à effectuer, la précision de ce dont on parle,
- les repères à donner aux élèves :

le plan ;

les repères sur ce qu'on vient de faire, ce qu'on commence, ce qu'on sait, ce qu'on veut démontrer, etc. ;

les analogies et différences ;

ce qui doit être su (repéré par les appels à la mémoire) etc...

-des remarques qui insistent sur des points déjà rencontrés au cours de la séance, mais qui gênent les élèves, ces insistances-retours dont on a vu qu'ils étaient liés à des implicites, ou qui anticipent quelque peu sur l'intérêt de telle ou telle démonstration.

Dans la rubrique *réflexion*, on trouve deux types de contenu :

- des évaluations, portant sur les dessins effectués ou les méthodes utilisées,
- des remarques qui soit en appellent à la mémoire structurée, soit visent à faciliter la mise en mémoire en insistant sur les énoncés, les conditions d'utilisation, etc...

On peut aussi remarquer que les différents thèmes que nous avons répertoriés n'interviennent en général que dans une catégorie : ainsi en est-il de l'analogie, des rares anticipations ou du repérage des erreurs. Seul, l'appel à la mémoire fonctionne dans deux registres, essentiellement dans E sous forme d'appel à énoncé, mais aussi parfois dans R en tant qu'appel à mise en oeuvre.

2 - Document 2

On procède de la même manière que pour l'étude du document 1, en reprenant dans l'ordre, les unités de la description linéaire.

* Mise en oeuvre d'une procédure de construction.

Dans la *communication* figurent les rappels à l'ordre, les consignes telles que : "Prenez une nouvelle page.", "Faites-le sur votre feuille non quadrillée." et une incidente sur l'incorrection de la formulation "symétrique à", qui figure pourtant dans les devoirs écrits.

L'*étiquetage* porte sur le plan de travail : "on va commencer par étudier...", et comporte un appel au savoir-faire mémorisé : "vous savez comment on pourrait la tracer ...?".

Un "Vous croyez ?" dubitatif et un appel au consensus "Tout le monde est d'accord avec cette construction ?" (qui insiste sur la nécessité de la connaître) incitent les élèves à la *réflexion*.

* Utilisation de la procédure précédente.

L'unité débute par un discours de "remplissage" qui accompagne la distribution des feuilles photocopiées, émaillé de quelques consignes : "gardez vos feuilles", "mettez votre nom dessus"; puis après un temps de silence consacré à la construction, le discours de *communication* est nourri de nombreuses références au temps : "Vous avez bientôt fini ?" ou "on va envoyer quelqu'un de rapide".

L'*étiquetage*, lui, est consacré au plan : "première chose à faire", à l'analogie : "Voilà, la même construction !" et à une insistance : "Ben ! Je peux mettre n'importe quoi à la place de M. Voilà ! Vous remplacez le carré jaune par M..." Quant aux dessins et à leurs erreurs, c'est avec ironie que le professeur les aborde : "ah ! non, c'est pas normal du tout !" "ça, c'est bizarre, bizarre !"

Il n'y a pas d'appel à *réflexion* dans cette unité, autre que cet étiquetage des erreurs.

* Appel à conjectures.

Le discours de *communication* est essentiellement constitué par des rappels à l'ordre : "s'il vous plaît, s'il vous plaît !" "est-ce que vous le laissez parler ?" et quelques appels au consensus (ou à réaction) "Tout le monde est d'accord avec ça, c'est un quadrilatère quelconque ?".

L'*étiquetage* est ici fortement lié au questionnement sur la nature, la position et la taille des quadrilatères et la recherche de "quelque chose qu'il serait intéressant de savoir".

La *réflexion*, elle, porte sur les raisons pour lesquelles MNPQ n'apparaît pas comme un carré sur tous les dessins, et est par ailleurs une évaluation de la qualité de certains de ces dessins.

* Recherche de méthodes.

La *communication*, ici encore, comporte des rappels à l'ordre et apparaît comme une technique de l'oral : "je n'ai pas de craies de couleurs !" accompagne une constatation, et un peu plus tard "j'ai de la couleur, maintenant, ça va être magnifique !" vise à détendre l'atmosphère.

L'*étiquetage* commence par la mise en exergue du nouvel énoncé du problème utilisant les conjectures trouvées précédemment : "le problème qu'on peut se poser, c'est le suivant", insiste sur l'analogie : "je refais la même chose pour ...", et continue par un questionnement qui vise à donner des repères, en précisant ce qu'on sait, ce qu'on fait, ce qu'on veut : "ça ne vous fait penser à rien pour l'instant ?" "ça voudrait dire quoi ?"

Il y a dans cette unité nombre d'appels à la *réflexion* des élèves par le questionnement associé à la prise en compte ou non de leurs réponses : "oui, seulement ça n'explique pas pourquoi ..." ou bien : "est-ce que ça va être la même chose, au fait, ici ?"

* Énoncé de Thalès.

La *communication* se réduit dans cette unité aux consignes : "vous notez sur votre cahier, là ..." ou encore : "Ce n'est pas la peine d'écrire ça".

L'*étiquetage* est celui d'un cas particulier, de la distinction entre ancienne et nouvelle forme et du repérage de "ce qu'on sait".

La *réflexion* est due essentiellement à la forte anticipation qui apparaît à la fois à court terme : "est-ce que ça nous aide pour la démonstration que l'on veut ?" et à long terme : "à l'usage, vous verrez que c'est plus performant que Thalès". L'insistance sur la figure de référence est aussi une invite à la réflexion, qui devrait permettre un meilleur ancrage en mémoire.

* Démonstration.

Le discours de *communication*, bien que relativement peu important dans cette unité, porte sur plusieurs points : l'explicitation des règles de fonctionnement "je varie un peu les gens, pour que ce ne soient pas toujours les mêmes qui parlent" ; une méthode de contrôle "là, c'est pas sur mon dessin !" ; des consignes "bon, on va tâcher de rédiger ça un petit peu " et enfin des remarques qui relèvent des techniques de l'oral : "Voyez, on y est arrivé quand même ! Ouf !"

L'*étiquetage*, ici encore, porte sur "ce qu'on sait", reprend le plan de ce qui est fait, insiste sur les énoncés susceptibles de traiter les erreurs : "j'ai quatre angles droits, ça s'appelle un rectangle !"

Il y a appel à la *réflexion* par le questionnement qui se veut structurant : "on a quand même démontré un petit bout de ce qu'on espérait. Est-ce que ça peut nous aider à...?", par des remarques ironiques et/ou dubitatives : "C'est un peu osé, hein, trois fois, je veux bien, mais moins trois fois ?...". Il y a aussi des procédés d'ancrage en mémoire : "il y a tout ça, quand on dit que c'est un parallélogramme, il y a cette histoire de parallèles,..." ; des anticipations : "méfiez-vous, hein,..." ; un long détour sur "l'idée de la démonstration" et enfin le traitement d'une erreur récurrente par un contre exemple.

* Institutionnalisation.

Le discours de *communication* comporte uniquement des consignes : "Ne notez rien pour l'instant !" "Vous avez laissé de la place pour le titre, vous pouvez le mettre maintenant."

L'*étiquetage* concerne l'explicitation du changement de point de vue, l'existence de ce double point de vue, et le plan de ce qu'il faut noter et par suite retenir.

L'appel à *réflexion* se fait par le questionnement : "on a besoin de quoi pour définir l'homothétie ?" "Pourquoi est-ce qu'on va le supposer non nul ?" qui vise à un ancrage

en mémoire. On trouve aussi des remarques méthodologiques telles que "si on peut l'utiliser souvent, c'est intéressant".

Ici aussi, on peut résumer les résultats de ce croisement dans un tableau, avec les mêmes rubriques.

Unité	Communication	Etiquetage	Réflexion
1	consignes rappel à l'ordre <i>erreurs</i>	<u>plan de travail</u> <u>mémoire</u>	recours doute mémoire
2	consignes remplissage <i>temps</i>	<u>plan de travail</u> <u>analogie</u> erreur insistance-retour	erreur
3	rappel à l'ordre <i>consensus</i>	<i>questionnement</i>	<i>évaluation</i> <u>monologue</u>
4	rappel à l'ordre technique oral	énoncé nouveau <u>repérage de ce qu'on</u> <u>sait</u> <u>analogie</u>	questionnement structurant
5	consignes	cas particuliers <u>repérage de ce qu'on</u> <u>sait</u> nouveau/ancien	<u>anticipation</u> <u>ancrage en</u> <u>mémoire</u> anticipation
6	fonctionnement techniques oral	<u>repérage de ce qu'on</u> <u>sait</u> <u>analogie</u> correction d'une erreur par un énoncé <u>plan</u>	questionnement structurant erreur par contre-ex <u>anticipation</u> ancrage <u>monologue</u>
7	consignes techniques oral	<u>plan</u> changement de point de vue	<u>remarques</u> <u>méthodologiques</u> questionnement structurant
Légende Par colonne	oral/consignes <i>le reste</i>	<i>nature du travail ou</i> <i>des objets</i> <u>repérage</u> explicitations	<i>évaluations</i> réflexion à court terme <u>réflexion à long</u> <u>terme</u>

On peut remarquer que, comme dans le document 1, le discours de *communication* ne sert guère qu'à donner les consignes et rappeler à l'ordre. Mise à part la mention de la pression du temps lors des activités de dessin-construction, il s'impose comme une technique de l'oral.

Le discours d'*étiquetage* concerne beaucoup le plan de travail, la délimitation entre ce qu'on sait, ce qu'on voudrait démontrer, et donne un certain nombre d'explicitations qui ne se contentent pas de mettre des étiquettes, mais s'intéressent largement à la fonction des objets.

Le discours de *réflexion* est très varié, associant, à côté de remarques d'évaluation classiques, des moments où le professeur prend de la hauteur (pourquoi MNPQ n'est pas un carré sur les dessins, l'idée de la démonstration, etc.), un questionnement à visée structurante, l'anticipation, le recours au doute, et des techniques d'ancrage en mémoire.

Comme dans l'autre cas, il y a peu de thèmes qu'on retrouve dans deux catégories, mais ce n'est pas totalement exclu : il y a par exemple repérage puis correction par énoncé d'une erreur, c'est à dire dans la catégorie E, puis, à un deuxième niveau, correction par appel à la réflexion par présentation d'un contre-exemple.

3 - Comparaison.

Comme nous l'avons signalé lors de la conclusion après le tableau précédent, les discours de *communication* présentent de grandes similitudes : ils sont essentiellement consacrés aux consignes, aux rappels à l'ordre, à des remarques destinées à détendre l'atmosphère ; en un mot ils sont associés aux techniques générales de l'oral. Toutefois, c'est dans cette partie du discours du professeur que l'on trouve mentionnée la pression du temps, liée à l'activité dessin-construction.

En ce qui concerne l'*étiquetage*, les deux transcriptions ont une partie commune, tout ce qui concerne les points de repère donnés aux élèves : repères dans le temps, mises en évidence de ce qu'on sait, de ce qu'on veut démontrer, du plan, des analogies, etc..., mais aussi les "insistances-retours" liés aux implicites.

Mais pour le reste, leurs discours d'*étiquetage* se différencient. Tout se passe comme si, pour le professeur 1, étiqueter, c'était nommer : "de quoi tu parles, droite, longueur, vecteur ?" ou "voici l'algorithme de construction" ; de même, l'appel à la mémoire se présente souvent comme un appel à l'énoncé d'un théorème. Pour le professeur 2, c'est comme si étiqueter, c'était expliciter : il insiste sur le nouvel énoncé du problème après la formulation des conjectures, sur la différence entre ancienne et nouvelle forme du théorème de Thalès, il fait reconnaître un cas particulier, il annonce un changement de point de vue.

Les différences sont plus marquées encore dans le discours de *réflexion*. Il est relativement peu important pour le professeur 1, et si on y trouve principalement des évaluations, il y a aussi quelques appels à la mémoire autre que formelle (malgré la remarque précédente) et quelques essais de facilitation de la mise en mémoire par les élèves (mais le retour sur le théorème de Thalès insiste encore beaucoup sur les énoncés). Pour le professeur 2, les évaluations incitent peut-être plus les élèves à la réflexion, dans la mesure où il a recours au doute et à l'ironie pour repérer les erreurs. Il fait aussi beaucoup appel au questionnement, et les techniques utilisées pour la mise en mémoire sont un peu plus élaborées. Mais peut-être pourrait-on dire que ce qui le différencie le plus, c'est qu'il y a, en plus de l'incitation à la réflexion "à court terme" - celle qui concerne la démonstration ou le travail en cours - un appel à une réflexion "à long terme", qui aurait un plus grand niveau de généralité : on mettrait dans cette catégorie les anticipations qui placent la situation dans un contexte plus vaste, les remarques méthodologiques qui visent à une certaine généralité, et les monologues où le professeur prend "de la hauteur" pour exposer pourquoi, malgré les apparences, MNPQ est un carré, ou pour revenir sur "l'idée de la démonstration".

Pour chacun des professeurs, chaque thème est en général utilisé de manière privilégiée dans l'une des catégories, même si on le rencontre parfois dans un autre registre. Mais le même thème peut être utilisé par l'un essentiellement dans le registre E, par l'autre dans le registre R. C'est donc un choix, délibéré ou non, de l'enseignant qui privilégie le registre d'utilisation, ce n'est pas un caractère inhérent au thème.

CONCLUSION

I/ Les constats

La description linéaire donne lieu à un découpage qui est, certes, fait *a posteriori*, mais en fonction de l'activité des élèves : il traduit donc une réalité. Ce qu'il y a d'intéressant ici, c'est que la préparation avait été commune aux deux professeurs, et qu'apparaissent des différences, liées sans doute majoritairement au vécu de la classe, où le professeur a dû prendre des décisions qui ont infléchi la trame initiale ; et ces décisions sont différentes : on conserve k dans sa généralité, ou on prend valeur absolue de k égale à 3 ; le professeur laisse à la classe la charge de trouver les moyens de démontrer, ou bien il suggère la méthode ; on reste sur la recherche d'une conjecture globale, ou bien on restreint à un élément de la figure. L'initialisation de la séquence présente aussi une différence, qui, elle, avait sans doute été voulue : il y a décomposition du travail de construction dans l'une des classes, celle justement où on reste dans l'étude globale de la situation.

L'étude catégorielle montre, malgré une répartition globale assez analogue des deux types de discours, mathématique et accompagnement, des différences importantes à l'intérieur de ce dernier. Et la différence la plus notable est sans doute l'extrême importance accordée par le professeur 1 à la fonction d'étiquetage, qui est dominante quasiment dans chaque unité ; et simultanément le faible poids de la fonction réflexion.

L'étude longitudinale, elle, contrairement à ce qu'on pouvait peut-être penser, fait apparaître de nombreuses ressemblances dans la forme du discours, le recours à l'analogie, etc. Cependant, malgré une grande analogie de fonctionnement, on peut repérer des différences de détail dans la mise en oeuvre du questionnement, ou du traitement des erreurs : par exemple, le champ du questionnement diminue dans les deux cas, pour obtenir la réponse attendue, mais la focalisation de ce questionnement ne prend pas la même forme.

Par contre, les deux professeurs n'utilisent pas du tout de la même façon le recours à la mémoire (qui est une mémoire d'énoncé dans la classe 1 et une mémoire de savoir-faire dans la classe 2), le recours à l'analogie, au doute ou à l'anticipation ; et la pression du temps se fait moins sentir dans la classe 2.

Enfin, comme nous l'avons déjà remarqué, l'étude croisée montre une grande similitude des discours de communication, une partie commune dans le discours d'étiquetage, à côté de notables différences, et enfin des différences plus importantes encore dans le discours de réflexion.

II/ Interprétation : un pas vers les représentations en présence

La différence d'initialisation de la séquence (avec ou sans décomposition) a sans doute été prévue par chaque professeur avant la séance, sans qu'ils en aient parlé lors de la préparation commune. On peut donc penser que la différence observée est liée aux représentations du professeur, ou à l'idée qu'il se fait de la classe, ou aux deux à la fois.

Le professeur 2, qui décompose la phase de tracé-construction, permet ainsi aux élèves de bien saisir la signification de l'algorithme de construction avant de l'appliquer aux points M, N, P, Q ; mais c'est aussi lui qui laisse ses élèves chercher la conjecture globale. Ne penserait-il donc pas que la situation globale est plus porteuse de sens que la décomposition du travail, et ne fait-il pas primer cette prise de sens ? On pourrait lui

opposer le choix du professeur 1, qui a conscience de disposer de moins de temps : aussi demande-t-il aux élèves de faire les quatre constructions à la suite. Il a conscience aussi, d'avoir une classe plus faible. N'est-il pas alors préférable d'attaquer le problème par une question plus focalisée, plutôt que d'affoler les élèves par une situation trop riche ? De plus, nous ne savons pas si la simplification de la situation était "préméditée" ou s'il y a eu un changement de stratégie.

Nous voyons ici à quel point il est difficile pour nous de délimiter dans les décisions la part de l'influence des conceptions de l'enseignant sur l'apprentissage, de l'idée qu'il se fait de sa classe et de son niveau. Le problème se pose de la même manière pour savoir ce qui est le plus déterminant, du professeur ou de sa classe, pour qu'ait été accordée une telle importance à l'étiquetage. Nous voyons fonctionner ici l'étiquetage de deux manières différentes : *stricto sensu*, en quelque sorte, pour le professeur 1 qui met des étiquettes, alors que le professeur 2 tente d'explicitier, de mettre en évidence des particularités. Cette différence dans l'étiquetage, associée à un discours R plus riche, nous donne l'impression que, pour le professeur 2, faire des mathématiques, ce serait raisonner, faire fonctionner ; alors que pour le professeur 1, ce serait plutôt retenir. Mais doit-on attribuer ces différences à des conceptions différentes des professeurs sur l'apprentissage, ou sur ce qu'il convient de faire avec une classe faible ?

Nous avons vu tout au long de l'étude qu'un des facteurs d'interprétation possible était justement l'idée ou la connaissance que le professeur a du niveau de sa classe. Nous nous proposons d'étudier par ailleurs le discours d'un même professeur devant deux classes différentes. Si nous constatons alors que l'étiquetage est significativement plus important dans la classe la plus faible, cela nous confirmera l'importance de ce facteur "niveau de la classe". On pourrait alors parler de ce "cercle vicieux" qu'on voit ici en acte : la classe est de faible niveau, on élague les situations trop riches, celles qui donnent du sens ; on étiquette beaucoup, on fait moins réfléchir, on anticipe moins, on donne aux élèves moins de moyens de progresser... On peut alors se demander si c'est par référence à un modèle implicite que le professeur réagit ainsi ; si cette attitude est inéluctable ; si des modifications structurelles (et lesquelles) ne permettraient pas de faire cesser ce manège infernal.

III/ Des avantages de la méthode

Comme nous l'avons indiqué au début, cette méthode est très coûteuse en temps. Essayons de répertorier ce qu'elle apporte.

Il y a un certain nombre de points qu'on n'aurait sans doute pas remarqués par une simple lecture des transcriptions, et surtout, la comparaison ne peut pas se faire à simple lecture !

La décomposition du travail de construction est apparue clairement lors du découpage linéaire : à première lecture, il y avait simplement une phase de construction. De même, cette description linéaire a mis en évidence le double aller-retour conjecture / démonstration dans l'une des classes, opposé au déroulement prévu conjecture / recherche de méthode / démonstration de l'autre classe.

Les poids relatifs des discours d'étiquetage chez chacun des professeurs auraient pu être modifiés par l'impression très prégnante que donne la fréquence du verbe "dire" dans le document 2, si on n'avait pas fait l'étude catégorielle.

Quant à l'étude longitudinale, elle a surtout fait apparaître des ressemblances : les formes de travail sont dans les deux cas explicitement repérées ; les consignes de travail et la régulation se font sous forme injonctive, même si elle est parfois camouflée ; la personnalisation du discours a en général pour but d'impliquer davantage les élèves, les formes impersonnelles traduisent, elles, le texte du savoir et ce qui relève de l'universalité ; nos professeurs semblent tous deux, craindre le silence ; tous deux souhaitent que la phase dessin/construction ne fasse pas perdre trop de temps ; le

recours à l'analogie qui ici, était interne à la situation, s'impose tellement aux deux professeurs qu'ils n'éprouvent ni l'un ni l'autre le besoin de l'explicitier pour leurs élèves.

L'étude croisée, elle, fait mieux percevoir les contenus différents à l'intérieur de chaque catégorie : ceci apparaît surtout dans les deux catégories étiquetage et réflexion, car les discours communication sont plus ressemblants. Elle montre aussi que, s'il y a de notables différences dans l'importance relative des différents types de discours, c'est peut-être aussi parce que des interventions de contenu analogue se font, selon le professeur, dans l'un ou l'autre registre : ce qui, chez le professeur 1, est un simple repérage de ce qui est fait, devient, chez le professeur 2, un questionnement structurant, c'est à dire qui vise à faire trouver ces repères par les élèves eux-mêmes. Nous avons déjà fait quelques remarques en ce sens dans la comparaison catégorielle initiale.

Il semblerait maintenant que ces deux discours E et R ont de nombreux contenus communs, mais qu'ils n'en appellent pas aux mêmes références :

- E ferait référence à ce qu'on doit savoir, c'est à dire ferait appel au dogme, au texte officiel.

- R ferait plus référence à ce qu'on peut reconnaître et faire fonctionner, c'est à dire ferait plus appel à la raison.

Un exemple est celui de l'appel à la mémoire, qui peut être un simple appel à énoncé, du style stimulus-réponse, ou un appel à mise en fonctionnement, après réflexion sur la situation et reconnaissance des conditions d'utilisation. Mais le besoin d'étiquetage est peut-être variable au cours de l'apprentissage : on pourrait penser qu'il est indispensable en début d'apprentissage, qu'il peut être supplanté par R en cours d'apprentissage, et qu'il peut être suffisant en fin d'apprentissage, sans qu'il soit nécessaire de faire appel au discours R.

Une autre hypothèse qui semble apparaître à la suite de cette étude serait celle de l'existence implicite d'un modèle de référence du discours du maître, modèle renforcé par le fait que les élèves l'attendent en quelque sorte. Il apparaît ici quelques traits qui sont indépendants du professeur, et qu'on peut penser assez largement répandus. Même si les élèves n'entendent pas tout ce qu'on a repéré dans cette étude, ils sont vraisemblablement atteints par certaines permanences, qui fonctionnent comme des indices. Par exemple, "le dessin, c'est pas très important, pas question d'y passer trop de temps" ou "tant que je ne suis pas interrogé personnellement, je laisse courir ; mais, attention, si le prof utilise l'impersonnel, ça devient important, il faut savoir". Et, dans la forme, ce modèle implicite résiste aux différences des classes. Mais, dans une "mauvaise" classe, on n'a pas le temps, on restreint très vite le champ du questionnement, on tend la perche aux élèves, l'effet Topaze joue à plein, on ne revient pas non plus en arrière, on ne réfléchit pas sur ce qui vient d'être fait, il faut avancer. Dans une "bonne" classe, au contraire, le professeur ne se censure pas, il laisse aller les choses, il prend le temps de redire quelle était l'idée de la démonstration, d'insister sur la figure de référence, etc.

LA METHODE

Une méthode d'analyse de discours d'enseignant en classe de mathématiques (C. Chiocca, E. Josse, A. Robert)

Introduction

L'enseignant de mathématiques a une marge de manoeuvre importante en ce qui concerne ce qu'il dit en classe, notamment en accompagnement de tout ce qui est strictement mathématique.

Or, c'est sans doute en partie ce discours qui différencie un cours oral des autres modes d'enseignement, cours écrit, logiciel, manuel... Bien entendu entrent aussi en ligne de compte des facteurs non verbaux, gestes, sourires, expressions, silences. Mais c'est par l'intermédiaire de son discours que l'enseignant peut personnaliser ce qu'il veut exprimer, plaisanter, contextualiser son propos de façon différente selon les jours ou le public, structurer les connaissances, rectifier ses erreurs : autrement dit le discours peut servir à adapter à différents publics un même contenu mathématique, et à introduire des éléments de différents niveaux, qui ne figurent pas dans le texte strict du savoir à transmettre mais qui peuvent contribuer à sa transmission, d'ordre affectif ou heuristique par exemple.

Il nous apparaît que les fonctions des discours non strictement mathématiques sont les suivantes

- * forcer l'écoute des élèves, rendre agréable le moment passé ensemble...
- * aider à la compréhension - en donnant des points de repère
 - en donnant des arguments
 - en donnant des exemples partiels, des justifications ou des traductions
- ou des interprétations en français, plus ou moins qualitatives
 - en donnant des recettes

* corriger

La question qui se pose à nous, dans ces conditions, par delà la variabilité des discours tenus en classe, est celle de l'effet des différentes gestions possibles des discours sur les apprentissages. Cependant, pour s'attaquer à ce problème, il est, nous semble-t-il, indispensable de pouvoir caractériser assez finement ces différences de gestion, au moins partiellement. C'est dans cet esprit que nous avons mis au point une méthode d'analyse des discours. Nous nous sommes inspirées des travaux des linguistes, mais nous avons dû les adapter à notre questionnement spécifique. Nous allons donc maintenant développer cette méthode, qui comporte trois volets successifs, suivis d'une analyse croisée systématique des différentes informations relevées. Les trois premiers types d'analyse sont les suivants :

- * découpage des discours selon le contenu des activités des élèves (description linéaire)
- * repérage et relevé des grandes fonctions du discours non strictement mathématique (analyse catégorielle)
- * étiquetage des formes langagières et des thèmes transversaux évoqués (sur l'apprentissage, sur les mathématiques ...) (analyses longitudinales)

La description linéaire

Notre méthode est basée essentiellement sur les significations des phrases (ou groupes de mots) prononcées, même si nous prenons en compte certaines formes langagières (dans le troisième volet).

Un premier temps est donc consacré à découper les transcriptions étudiées en unités : une unité correspond à une même activité pour les élèves et le professeur, du type correction d'exercice, recherche d'une démonstration, d'un exercice, cours, bilan...

La caractérisation de la suite des unités mises en évidence dans une séance est précisément ce que nous appelons la description linéaire. Elle permet d'avoir une idée précise des contenus traités et de la forme des activités (répartition, ordre). Elle est indispensable si on veut faire des comparaisons entre enseignants, car nous pensons qu'il faut alors comparer des unités analogues.

Cependant ce niveau de description, s'il renseigne déjà sur des choix fondamentaux de l'enseignant sur la gestion des activités dans sa classe, ne permet pas d'avoir accès à des choix plus fins et notamment ne permettrait pas de différencier deux enseignants qui suivraient exactement le même ordre avec les mêmes activités mais qui ne diraient pas les mêmes choses.

La description catégorielle

Pour préciser le discours utilisé aux différents moments de la classe, nous nous sommes appuyées sur les fonctions que nous, lecteurs, pensons pouvoir attribuer aux phrases produites. Nous avons ainsi regroupé trois types de fonctions pour repérer les phrases non strictement mathématiques, ces fonctions étant non exclusives mais relativement disjointes : communication, étiquetage, réflexion.

Nous avons ainsi distingué (ce choix étant en partie arbitraire) ce qui relève de la gestion non mathématique de la classe de tout ce qui a un rapport avec les mathématiques, puis dans ces derniers discours, nous avons distingué ce qui est argumenté de ce qui est seulement déclaré.

Il nous a semblé en effet intéressant de distinguer dans le discours ayant rapport avec les contenus mais non strictement mathématique, les étiquetages (type points de repère, points d'appui, balises en quelque sorte), qui peuvent faire appel à la mémoire, ou qui se réfèrent au contrat, ou qui sont imposés par des choix de l'enseignant, qui, en quelque sorte, n'ont pas à être discutés mais doivent être reconnus ou sus, et les justifications, qui font appel en revanche à une certaine raison, qui sollicitent plus la réflexion.

Autrement dit nous nous donnons les moyens de regarder dans cette analyse si les enseignants utilisent ou non dans des proportions comparables les discours de discipline et de confort et les autres discours, puis si la part qu'ils donnent aux discours de balisages par rapport aux discours argumentés diffère ou non.

Voici donc plus précisément les définitions des trois catégories retenues.

** Communication*

Nous attribuons cette étiquette aux phrases qui semblent avoir comme but de régler un certain

fonctionnement général de la classe, indépendamment du contenu précis en jeu.

On trouve ainsi sous cette étiquette des phrases ou groupes de mots visant à aérer le discours, des consignes générales, conseils, précisions, pour la suite des opérations (faites moins de bruit, sortez vos cahiers...), ou encore des encouragements, des menaces, des relances (réveillez-vous, qu'en pensez-vous ?...).

De ce type de discours, on peut inférer certaines habitudes de la classe, peut-être spécifiques de tel ou tel enseignant.

* Etiquetage, informations (sans commentaires)

Il s'agit de relever là les phrases qui annoncent quelque chose, ce qui revient en quelque sorte à mettre un titre à ce qu'on fait, ou à ce qui est produit, ou à ce qu'on va dire, ou à donner un plan, mais on convient de ne retenir que les phrases où ne figurent pas de justification de ces titres.

Par exemple on met sous cette étiquette les affirmations donnant une évaluation (c'est bien, c'est juste, c'est difficile, vous devez savoir, vous vous rappelez,...), ou les définitions comme "on appelle ça...", ou des annonces de ce qui va être fait, ou des rappels, dans la mesure où aucun commentaire n'accompagne la phrase correspondante. De même des informations ou des indications, les précisions sur ce qu'il y a à retenir, ou bien des réponses non justifiées relèvent de cette catégorie, ainsi que des demandes d'information.

* Réflexion, informations, évaluation avec commentaires

On groupe sous cette étiquette des phrases qui nous semblent susciter une réflexion, en donnant des commentaires (même partiels) ou des éléments de preuve. C'est donc ici qu'on trouve les phrases métamathématiques.

On y trouve des justifications, des liaisons et des mises en relation commentées, c'est là qu'on range les réflexions sur ce qui reste à faire, sur les avantages ou les inconvénients de telle ou telle méthode, sur les choix, les anticipations, les généralisations... Le recours (explicité) aux exemples ou aux contre-exemples, les retours en arrière, les ajouts, dans la mesure où ils sont accompagnés d'une argumentation, ou d'un commentaire, relèvent encore de cette catégorie, tout comme les évaluations si elles sont justifiées.

Cette analyse permet d'entrer plus dans la spécificité du discours de l'enseignant. En effet elle donne accès à la gestion de ce qui différencie effectivement les discours : la décision de donner un plan, de justifier tel ou tel théorème, d'expliquer telle ou telle erreur n'est pas automatique, n'est pas imposée par le strict déroulement mathématique du cours. Cependant, bien des décisions sont naturelles, et on peut se demander si les différences que l'on constatera sont dues à une régulation que tout enseignant ferait devant tels ou tels élèves ou si elles dépendent vraiment de l'enseignant.

Les analyses longitudinales

Ce dernier volet de notre méthode permet d'affiner encore la recherche de la singularité de chaque discours. Il s'agit de préciser de quoi sont faits les repères et les arguments, sur quoi ils reposent. Notamment quels leviers l'enseignant utilise-t-il (et donc transmet-il) pour aider les élèves à faire des mathématiques, à en retenir, à réfléchir, à comprendre, à apprendre ?

Il s'agit en effet maintenant de repérer, tout au long du discours mais compte tenu des contextes, des invariants ; cela peut concerner aussi bien les formes langagières utilisées que le traitement d'un certain nombre de thèmes transversaux, éventuellement récurrents, qu'on peut rencontrer dans le discours d'un professeur de mathématiques, les deux catégories pouvant se recouvrir partiellement.

A) Gestion interne du discours (formes du langage, mots-clefs...), en rapport avec les contenus

En ce qui concerne les formes langagières, nous retenons le temps des verbes et le sujet (nous, on vous, je...), et nous regardons les phrases injonctives. Nous notons la présence de phrases non terminées.

Nous étudions aussi les répétitions (si elles sont rapprochées), ce que l'enseignant souligne, et surtout la gestion des questions. Quelle est la "portée" de la question, s'agit-il de fausses questions, y a-t-il réponses, quelles questions sont retenues, qu'est-ce que l'enseignant fait des réponses ?... Ici on ne se restreint pas strictement au côté langagier.

Nous notons aussi

- * les métaphores
- * les occurrences de quelques mots clefs (mathématiques, sens, intérêt...), et des mots relevant des thèmes transversaux ci-dessous
- * les mots qui nous semblent très utilisés dans le discours (souvent dans la gamme de voir, faire, ou dire ...)

Ces relevés sont faits tout au long du discours, dans leurs contextes.

B) Synthèse

Nous regroupons les indications concernant les formes utilisées par l'enseignant dans son discours (personnalisation, temps des verbes, injonctions, répétitions, questions, etc...), les contextes étant indiqués brièvement.

Nous regroupons d'autre part les allusions aux thèmes transversaux suivants, retenus après l'analyse d'un certain nombre de discours. Nous notons leurs émergences dans le discours, en étudiant selon

les cas le contexte où ils apparaissent, leurs environnements, s'il y a des associations fréquentes entre thèmes :

- * l'évaluation et notamment les erreurs (nous analysons comment l'enseignant les traite, le cas échéant)
- * la mémoire (nous regardons quels appels à la mémoire sont pratiqués)
- * le doute (nous étudions comment il intervient dans le discours, le cas échéant)
- * l'analogie (nous regardons comment l'enseignant y fait allusion)
- * les anticipations (dans quelle mesure l'enseignant y a-t-il recours explicitement)
- * le dessin, le calcul, les techniques (en classe, à la maison, quelles consignes sont données,...)
- * l'écrit (est-il évoqué en classe, est-il différencié de l'oral, comment ?)
- * les commentaires heuristiques, historiques...,
- * les méthodes présentées comme telles, les idées générales.

Croisement des trois types d'analyses

La mise en regard systématique des deux dernières analyses par unité nous permet de préciser encore certaines régularités concernant les formes langagières ou les thèmes auxquels ont recours les enseignants dans les diverses parties de leurs discours (communication, étiquetage, réflexion). Ceci peut aider à éclaircir comment les fonctions du discours sont mises en oeuvre, et à mettre en évidence des différences.

Le croisement permet aussi d'inférer, le cas échéant, et de manière souvent complémentaire,

- * ce qui est valorisé ou dévalorisé par l'enseignant (sans que ce soit toujours déclaré)
- * le rôle du temps (notamment à travers les accélérations des discours, ou l'interruption du dialogue avec les élèves)
- * certains implicites (souvent signalés par des répétitions, des insistances sur un point voisin)
- * certains éléments du contrat (notamment à travers les étiquetages)

Si par exemple un enseignant fait toujours accélérer les phases où les élèves doivent calculer ou dessiner, on peut penser qu'il n'attache pas beaucoup de valeur à la réalisation de ce type d'activités en classe, qu'il ne leur donne pas un poids déterminant dans l'apprentissage... Cela apparaîtra indirectement dans le discours, par le constat de l'association dessin-se dépêcher, ou parce que le dessin n'apparaît jamais dans ce que l'enseignant valorise...

C'est ainsi que nous essayons de percevoir ce qui transparait du discours de l'enseignant par delà le contexte de la leçon, sans être nécessairement entièrement exprimé explicitement.

Enfin, une recombinaison de toutes ces indications peut amener à élaborer des hypothèses sur les représentations des enseignants concernés. Une grande prudence s'impose. Cependant les régularités avérées, comme les associations d'une fonction et d'un type de discours, les usages répétés d'un mode d'argumentation, les absences, peuvent apparaître comme des traces des conceptions de l'enseignant.

De même ces régularités sont sans doute en partie perçues par les élèves, et contribuent à ce titre à l'établissement d'habitudes ou du contrat, et c'est à ce titre que nous essayons de les regrouper, de les pointer, voire de donner un début d'interprétation.

Conclusion

L'efficacité de cette méthode se mesure au fait qu'elle permet de débusquer des éléments non transparents dans une lecture directe, et que, malgré la part d'arbitraire initial des découpages choisis et des thèmes transversaux retenus, elle nous donne suffisamment d'informations nouvelles et pertinentes.

Une analyse réflexive et critique à chaque utilisation de la méthode est donc nécessaire pour en confirmer la validité.

Cependant, reste une interrogation que la méthode ne peut lever à elle seule, notamment est ce que les variations éventuelles relevées dépendent du moment de l'apprentissage, de l'enseignant, de la classe, du niveau ?

Reste enfin un problème de fond, celui de la reconstitution de toutes les informations que reçoivent les élèves, par leurs activités en classe, à la maison, à travers l'écoute de l'enseignant, et par suite la pertinence de se restreindre à l'analyse du discours tenu devant les élèves (et non toujours reçu)...

L'étude du seul apport oral d'informations pendant la classe est sans doute beaucoup trop partiel pour être mis directement en rapport avec les apprentissages. Toutefois, elle se justifie d'autant mieux qu'elle n'a pas de prétention explicative mais plutôt descriptive, ou encore comparative. C'est ce qui explique que nous essayons essentiellement de travailler par comparaison : pour un même enseignant, comparer les discours selon les activités des élèves, puis selon les classes, et, pour des unités d'activités analogues, comparer à des fins "naturalistes", de description, les discours de plusieurs enseignants.

ANNEXES

Vous allez recopier sur une feuille de papier à part,

mmmm

Alors je mets ici la consigne c'est à dire vous recopiez quand même sur votre feuille pas sur celle que je vous ai donnée pour qu'il y ait de la place de faire le dessin,

On se donne trois points Ω, A, A' alignés. Si M est un point du plan n'appartient pas à la droite (AA') , on construit le point M' comme étant le point d'intersection de la droite (ΩM) avec la parallèle à la droite (AM) passant par A' .

Voilà le programme de construction, d'accord ?

Alors on vous demande sur la feuille que vous avez là d'appliquer ce programme de construction aux points M, N, P et Q qui sont dessinés donc de construire M', N', P', Q' . D'accord ?

mmmmmm

Allez, Tâchez de ne pas mettre une heure et demi pour faire ça et tâchez de me faire des parallèles qui soient des parallèles,

mmmm

Vous avez bien vu qu'il faut mettre quand même les images de tous les points, hein ?

Je vous ai dit construire M' c'est bien et puis N' aussi et puis P' et puis Q' . Ah oui quand même !

mmmm

un algorithme de construction

dialogues particuliers avec les élèves

Est-ce que, je sais pas, y en a qui ont des problèmes, on dirait ? Bon est-ce que tu peux, dis-moi la phrase en changeant, oui dis le tout fort pour tout le monde parce que y en a qui ont pas encore ...

l'élève lit avec N et N'

AN, oui (AN) passant par, par A', oui

mmmm

Bon, alors, lis moi, lis moi la phrase avec P maintenant, allez, vas-y lis la moi avec P tout fort pour que tout le monde entende

Si plus fort on n'entend pas

l'élève lit avec P et P'

oui

mmmm

(AP)

mmmm

passant par A'

mmmmmm

Il en manque là, c'est pas fini

mmmm

Allez, pressons nous un peu, y en a qui ont fini alors je voudrais bien que tout le monde ait fini.

mmmm

Pardon ? ça sort du ... je pense pas, t'as pas dû respecter ce qu'on t'avait demandé de faire.

mmmmmm

De quelle droite parles-tu ? De quelles droites parles-tu qui se coupent en dehors de la feuille

de (AP) et de

Oui, oui forcément si elle est parallèle, elles se coupent en dehors de la feuille.

Si elles étaient pas parallèles, elles se couperaient

Allez, pressons-nous là, les retardataires

Allez dépêchons nous

mmmmmm

Bon, alors vous vous dépêchez un petit peu

Ceux qui ont, ceux qui ont fini leur construction, vous essayez de regarder ce que vous avez obtenu c'est à dire quelle était la figure de départ et qu'est ce que vous avez obtenu à l'arrivée

mmmmmmmm

Bon, qu'est ce que qu'est ce que vous pensez alors ?
 J'aimerais bien que vous me disiez quelle figure vous ai-je donnée et
 quelle figure avez vous obtenu après le dessin, Alors
 Allez (ter) au début on avait ... on avait un carré, tout le monde est
 d'accord MNPQ hein
pas vraiment
grosso modo
 et à l'arrivée on a quasiment un carré trois fois plus grand, hein ?
 Toi t'as pas de carré, y en a qui ont pas de carré
mmmm trois fois, neuf fois plus grand
 Qu'est ce qu'il y a ? Qu'est ce que tu disais ? Ben si, chut, s'il vous
 plaît, (bis), vous
 Ecoutez ce qu'il dit
 MN trois fois plus grand, M'N' implique le carré est neuf fois plus
 grand , brouhaha
 Il est neuf fois plus grand
discussion là-dessus
 Bon, mais il faudrait vous mettre d'accord, peut-être parce que certains
 disent
9 fois
 "j'ai pas obtenu un carré"
brouhaha (c'est vrai)
 Pardon ?
Il y a 4mm de différence
 Il y a 4mm de différence entre les côtés c'est ça ?
ouais
 C'est la précision, c'est pas tout à fait, oui
Il y a quelques mm de différence
 Bon quel résultat je vais obtenir est-ce que
probablement un carré
 Probablement
mmmm
 Ca serait peut-être intéressant effectivement
mmmm, c'est pas un carré
 Oui lequel aussi ça serait mieux, oui
mmmm
 Trois fois plus grand, Qu'est ce qu'il y a, y a une ?
mmmm
 oui
mmmm $3PQ = 2P'Q$
 Ah, $3PQ = 2P'Q$... c'est ça que vous avez vous ?
mmmm
 Hein ? non ?
mmmm
 Bon, ça fait pareil pour les autres dit-il
 Quand même il faudrait essayer de savoir si vous avez raison ou pas,
 est-ce que si MNPQ ets un carré est ce que l'autre est un carré ou pas,
 vous est-ce que on pourrait regarder déjà ce qui se passe pour un de
 segments ?
 Qu'est ce que vous pensez du segment [MN] ?
mmmm
 il est devenu
 M'N'
 [M'N']
 Et comment est [M'N'] ... Tu dis
 // (MN)
 il est parallèle à (MN),
ouais

Tout le monde est d'accord ?
ouais
Ouf, ça fait souffler on dirait
Alors qu'est ce que vous avez vous sur le dessin ?
mmmmmm
J'ai parlé ici du segment [MN], qu'est devenu [M'N'], comment est M'N'
par rapport MN
parallèle
parallèle c'est sûr ou ?
ouais, ouais
Ben, on pourrait peut-être quand même essayer de le démontrer non ? ça
serait bien !
Hein, parce que c'est peut-être pas évident tout à fait, du moins c'est
pas évident sur toutes vos feuilles
mmmm
Qu'est ce que tu dis ?
J'ai trouvé
T'as trouvé quoi ?
 $AM' = \text{deux fois } AM$
 $AM' = \text{deux fois } AM$ et pareil pour ..., discussion
Avant que je refasse un dessin, qu'est ce que tu voulais dire en disant
 AM' , c'est quoi, heu, la droite, le segment, une longueur, c'est quoi,
qu'est-ce que tu veux dire ?
ben pour moi c'est une mesure
un segment, alors un segment tu me dis il est deux fois plus grand qu'un
autre segment
ben non
alors ce serait la
longueur
longueur
bon donc tu as trouvé que la longueur AM' serait vas-y
deux fois AM
deux fois AM
Bon, on va voir ça tout à l'heure, on va voir si ça marche cette
histoire ou si c'est autre chose je ne sais pas bon, vous êtes tous ...
Comment tu as fait ça d'abord comment tu as fait pour trouver ce 2
en prenant la règle
en prenant ta règle, et qu'est ce que tu as trouvé en prenant ta règle
ben j'ai mesuré
oui t'as mesuré quoi
 AM, AN, AP, AQ
et tu as trouvé -bon- on se contente de M et de n, hein
Qu'est ce que tu as trouvé $AM =$ combien
 $AM = 2,8$ (2,9 disent les autres) et AM' j'ai trouvé $AM' = 12,6$
Combien ?
Ah non non ce n'est pas ça
Je sais pas tu dis que tu as mesuré, donne moi ce que tu as trouvé
vas-y
c'est $AM' = 2\text{fois } AM$, c'est
 $AM' = 2 \text{ fois } AM$, c'est ce que t'avais dit
T'as trouvé combien pour AM' , tu peux me le donner
 $AM' = 5,6$
Pour AM' t'as trouvé 5,6, Ah
 AM

Ah alors attends tu dis au départ que c'est $\Omega A A'$

Bon, écoutez, quand quelqu'un parle vous écoutez ce qu'il dit parce que je crois que c'est important, hein, il y a peut-être des choses à tirer de ça, alors

$\Omega A' = 3\Omega A$

oui, alors de quelle chose tu parles ? Comment j'écris ça ? De quels êtres tu parles ? Tu parles de quoi, de segments, tu parles de longueurs, tu parles de ...

longueurs

tu parles de longueurs c'est ça ?

Bon, alors tu as trouvé que Ω

$\Omega A'$

oui, égal trois fois ΩA . Après ?

On peut appliquer Thalès

Après on peut appliquer Thalès

Y a une proportionnalité entre, à chaque fois c'est trois

A chaque fois c'est trois

A chaque fois heu les // ...

Bon alors on va essayer de refaire effectivement ce dessin puis on va démontrer

puisque, qu'est ce qu'on voudrait démontrer?

ben que c'est des droites // appliquer Thalès

Oui

Bon alors on va peut-être essayer pour clarifier les idées de refaire le dessin du moins un dessin analogue à celui que vous avez sur vos feuilles dans les deux situations, hein, je vais simplement refaire un dessin ressemblant à celui-là pour chacun

D'accord ?

alors j'ai un point Ω

mmmmmm

Alors certains ont ce dessin-là

J'ai pris, j'ai pris M et Q parce qu'ils sont ... bon ils sont à peu près comme ça et c'était plus facile, si vous voulez, de faire leur dessin, ça c'était le premier dessin et les autres ont autre chose

mmmmmm

C'est pas N, c'est peut-être Q

mmmmmm

Bien. Alors vous m'avez dit, je vais appliquer ... Thalès, où, j'allais dire où, quand, pourquoi, comment ?

mmmmmm

Je vous écoute

J'ai, en fait, refais simplement au tableau, là, le dessin de construction qui vous était demandé à propos de deux des points (du point M et du point Q) les images M' et Q'. Pour M, on vous avait dit, hein, le point M' est obtenu en traçant la // à AM passant par A' et la droite ΩM . D'accord le point Q' de même parallèle à (AQ) passant par A' et la droite (ΩQ). Bien même chose ici, bien entendu, même algorithme de construction. Alors vous m'aviez dit Thalès ?

mmmm

alors pourquoi ?

on a deux //

On a

deux //

lesquelles ?

(AQ) et (A'Q')

(AQ) et

et A'Q'

Bon oui

on a AA' et QQ' sécantes) mmmm

Bien, heu. Quand tu me dis quelque chose j'aimerais bien que tu dises de quoi tu parles, AA' c'est quoi ?

c'est la droite

Ah bon reprends ta phrase

la droite (AA') est sécante à la droite

Bien la droite (AA') et la droite (QQ'), alors

Oui je t'écoute, bien, puisque, moi je

alors donc

FIN BANDE

Trois droites parallèles pour écrire le théorème de Thalès et dans sa réciproque, il faut supposer que deux d'entre elles sont déjà parallèles pour écrire que la troisième l'est aussi.

Ici j'utilise le point d'intersection de ces deux droites c'est pour ça que ma réciproque du théorème de Thalès ici me donne tout de suite que les droites (Q'M') et (QM) sont parallèles d'accord ?

Alors j'écris réciproque du théorème de Thalès implique que les droites (QM) et (Q'M') sont parallèles

Bien

mmmm

il faut faire pareil tu dis

mmm pour les points mmmm (silence) M'

Qu'est ce qu'on voulait finir de démontrer ? On a dit qu'on partait du carré MNPQ, j'avais isolé simplement le segment [MN] pour l'instant ou [MQ]. J'ai obtenu que [M'Q'] était un segment parallèle au segment [MQ] ou la droite (M'Q') était parallèle à la droite (MQ).

Est-ce que je pourrais obtenir autre chose ?

mmm on pourrait aussi obtenir les rapports

Obtenir les rapports, oui, vas-y,

avec ce qu'on sait que $AA' = 3 A\Omega$

De quoi tu parles d'abord ?

Des longueurs

Des longueurs ?

Ah des longueurs ! $AA' =$

La longueur AA' c'est trois fois la longueur $A\Omega$.

3 fois

Hein ? qu'est ce que tu as obtenu ?

Donne moi des noms puisque tu as pris manifestement ton double décimètre.

Donc la longueur

$A\Omega = 3\text{cm}$

$A\Omega$ t'as trouvé

3

Oui

Longueur AA' t'as trouvé

12cm

AA' t'as trouvé 12

mmm

Ça a pas d'importance

Ah pardon tu as la feuille 2 oh ben j'ai mis devant la feuille 1
 Alors AA' tu m'as dit
 3
 3cm et AA'
 12
 oui donc
 on a un rapport
 on a un rapport entre quelles longueurs ?
 $AA' = 4AA$
 longueur $AA' =$ quatre fois longueur AA
 Mais pour la feuille n°1 c'est différent
 c'est mmmmm
 Hein ?
 c'est pas la même chose AA' c'est 6
 Sur l'autre dessin ici oui
 $AA' = 6$
 longueur AA'
 6
 6cm
 longueur AA
 3
 oui
 donc $AA' = 2AA$
 Donc AA' deux fois longueur AA oui, Bon ça paraît pas très intéressant
 tout ça si ?
 Est-ce qu'on pourrait maintenant essayer de comparer les longueurs de MQ
 et de $M'Q'$?
 Hein ?
 Pour chacun des deux dessins ?
 Alors quel dessin tu as M.? T'as le 2 ici ?
 La distance de M à Q c'est
 2
 2 oui
 et $M'Q'$ 6
 6 oui
 Donc $M'Q'$ longueur = trois fois trois fois MQ (longueur) oui
 Dans le dessin n°1 vous avez mesuré
 vous êtes n°1, qui me dit combien il a trouvé ?
 Oui vas-y tu me dis
 heu MQ ça fait
 t'as levé la main et tu réponds plus rien
 MQ ça fait deux
 deux oui
 6
 et $M'Q'$?
 6
 6 oui
 6,6
 Donc $M'Q' =$ trois fois la longueur MQ
 La longueur $M'Q'$ est donc égale à trois fois la longueur MQ
 Alors pour MQ ça semble être le même coefficient, Qu'est-ce que vous en
 pensez ?
 mmmmm
 Y a quelque chose de bizarre où ?...

Hein ? Allez !
léger problème
 Il y a un léger problème ! Où as-tu vu un problème ?
non, non
 Où voyez-vous un problème ?
(silence)
 Ça serait intéressant de faire quoi ?
le rapport entre $\Omega Q'$ et QQ'
 Entre $\Omega Q'$ et
 QQ'
 Est-ce que ici j'ai des rapports comme tu dis $\Omega Q'/QQ'$?
 Là tu vois des choses écrites de
ah non non
 Et si on essayait quand-même de trouver la valeur de ces rapports là de
 longueurs
on peut rappeler ce qu'on est en train de chercher là
 Oui, ça serait bien qu'est-ce que je suis en train d'essayer de faire ?
Montrer que le quadrilatère $MNPQ$ donne $M'N'P'Q'$
 Bon tu voudrais trouver un rapport effectivement entre les deux
 Qu'est-ce que je sais pour l'instant déjà ?
 Qu'est-ce qu'on sait sur ces deux quadrilatères ?
 Qu'est-ce que je viens de faire ?
(QM) // (Q'M')
 J'ai fait $(QM) // (Q'M')$ donc j'ai fait la même chose pour les autres
 côtés, d'accord, donc si $MNPQ$ est un carré $M'N'P'Q'$ sera donc quoi ?
 Un parallélogramme est-ce que tout le monde est d'accord ? est-ce qu'on
 peut pas faire mieux un carré tout de suite ,
 mais oui un quadrilatère dont les côtés sont parallèles aux côtés d'un
 carré qu'est ce que ça donne ?
 Un rectangle d'accord ,
 Donc $M'N'P'Q'$ est un rectangle.
 Qu'est ce que je voudrais trouver maintenant ?
un rapport pour dire que c'est un carré
 Voilà, un rapport pour dire que c'est un carré.
 C'est à dire
Si jamais $MmmnN =$
 Oui alors tu me dis ce que tu voudrais bien faire, vas-y
distance $MN =$ distance $M'N'$
 oui, oui
prendre un autre
 prendre un autre, oui, ou bien prendre PQ . Il est déjà //, si on dit que
 c'est un rectangle on veut les côtés opposés
 MQ
 Longueur $MQ = 4$ fois longueur $M'Q'$
 Il faudrait démontrer que c'est le même
le même rapport
 Donc pour l'instant j'en ai un autre hein, et il faudrait montrer que k
 $= k'$
mmmm
 Alors D, a demandé qu'est-ce qu'on était en train de faire. Il serait
 intéressant de savoir si on a ça. D'accord ?
 Alors le meilleur moyen effectivement ça serait de trouver ce rapport k
ben oui
 Si on pouvait le ramener à un rapport de longueurs connu

$k = MN/M'N'$

k c'est ?

$k = MN/M'N'$

Certainement oui, c'est la longueur MN sur longueur M'N', c'est aussi, si on pouvait démontrer que c'est aussi longueur MQ sur longueur M'Q', Mais pour l'instant tout ça ce sont des lettres que j'ai mis en plus (si vous voulez) sur le dessin,

Qu'est ce qui était donné au départ ?

ΩA

Bon, les données c'est les trois points Ω , A et A'.

Est-ce qu'on n'a pas déjà écrit des rapports $\Omega A'/\Omega A$, longueur $\Omega A'$ sur longueur ΩA , oui et ça fait combien ce rapport là ?

mmmm

Alors sur le dessin n°1

3

9 pour celui là et l'autre, donc je pense que ça doit faire 3 ? ça c'est pour le dessin n°1.

mmmm

dessin n°2

$A\Omega = 3$

longueur $A\Omega$ c'est 3 oui, c'est 9

Donc on a, on a le même rapport

Ah, c'est nouveau parce que tout à l'heure tu voulais absolument me mettre AA' tu vois.

Si je mets Ω (hein ?).

Bien donc dans les deux dessins que j'ai ici les rapports des longueurs $\Omega A'$ et ΩA est égal à trois. Est-ce que je peux compléter certaines nombre de choses maintenant dans ce qui est écrit au tableau ?

là

là, ben heu, bien sûr ici première égalité de rapports $\Omega A'/\Omega A = \Omega Q'/\Omega Q$ est donc égal à trois ; en bas aussi donc ici, ici aussi.

Bien.

Est-ce que vous avez la possibilité ici d'écrire un autre rapport de longueurs qui lui soit égal ? Dans le dernier ici, dans la dernière égalité est-ce que vous pouviez trouver un autre rapport de longueurs qui soit aussi égal à 3 ?

mmm

Bon, alors on sait que les droites sont //.

J'ai écrit $\Omega Q'$ sur ΩQ , longueur $\Omega Q'$ sur longueur ΩQ = longueur $\Omega M'$ sur longueur ΩM est aussi égal à Q'M' sur

QM

longueur Q'M' sur longueur QM.

Donc Q'M' = longueur Q'M' = trois fois

QM

exactement

D'accord ?

Bon

Est-ce que on faut faire pareil pour les autres

pour $\Omega M'/\Omega M$

Alors ici il faudrait faire pareil pour mmmmm MQ, c'est fait il faudrait faire la même chose pour MN.

Est-ce qu'il y a beaucoup de choses à re, refaire ?

mmmm

Si je prenais le point M ici que je le mette

mmmmmm

Qu'est ce qui se passerait ?

mmmm, faudrait changer Q

Oui remplacer le point Q par le point

N

N et le point Q'

par N'

par le point N'

et on refait exactement la même démonstration, d'accord ?

Bon, Dans ce dessin là on obtient danc également le même résultat

ça donne pas un carré

Ca donne pas un carré, bon maintenant, Qu'est-ce qu'on a démontré quand même que c'en était un !

Dans la mesure où j'ai démontré que c'était un rectangle et que deux côtés consécutifs étaient égaux.

oui mais par le calcul mais ensuite sur le dessin

Bon, alors peut-être y a -t-il des imprécisions sur ton dessin, non, tu es sûr de tes parallèles

(brouhaha) on a tous un parallélogramme

Ah bon ? C'est vraiment pas du tout un carré

si, si (brouhaha)

Oui, oh c'est pas si méchant

Toi c'est bizarre, hein, doit y avoir un coin qui n'est pas très bien dessiné hein ?

Je vais reprendre la, je vais reprendre la démonstration dans le deuxième dessin,

non mais la démonstration ça va, c'est

Oui mais on va essayer de l'écrire un peu mieux cette démonstration, dans le deuxième dessin la donnée c'était quoi ?

La donnée c'était les trois points Ω , A et A'. D'accord ? Bon.

Quand on mesure (bis) la longueur ΩA , vous avez trouvé, on a déjà fait tout à l'heure mais je remets ça proprement. Quand on mesure la longueur ΩA , on a trouvé 3cm. C'est ça ?

ouais

Quand on mesure $\Omega A'$ on trouve 9cm. Bon, Qu'est ce que vous pouvez dire ici des points A et A' ?

mmmmmm

De quoi tu parles ?

mmmm

Tu m'as dit $\Omega A'$, j'ai entendu

distance

La distance $\Omega A'$ c'est

trois fois la distance ΩA

Bien, Mais vous avez vu que c'est pas la même situation que tout à l'heure. Puisqu'ici les deux points A et A' sont de part et d'autre de Ω de Ω . Bon. Est-ce qu'on pourrait écrire cette relation en mesures algébriques ? C'est à dire en d'autres termes sur la droite (AA'), je vais comparer ΩA et $\Omega A'$ et donner le renseignement pour savoir que A et A' sont de part et d'autre de Ω . Comment vais-je écrire cette relation ?

mmmmmm

Comment je vais l'écrire ?

avec Thalès

Non, non je veux simplement l'écrire sur la droite (AA').

Je peux écrire que quoi la mesure algébrique de $\Omega A'$ c'est égal à quoi

3A Ω

Trois fois mesure algébrique de

A Ω

Bon si je voulais que les mesures algébriques commencent par la même lettre Ω

mmmm

Trois mesure algébrique de ΩA , D'accord, bon,

Maintenant je vais réécrire donc les rapports de mesures algébriques cette fois-ci, hein, puisque vous savez que Thalès donne aussi des rapports de mesures algébriques. Alors où sont mes droites parallèles, on les réécrit

(AQ) et (A'Q')

Les droites (AQ) et (A'Q') sont parallèles, et les sécantes

(AA') et (QQ')

Les droites (AA') et (QQ') sécantes en Ω

J'écris

la distance

Non, non on n'est plus en distance, on va écrire en mesures algébriques

mesure algébrique de $\Omega A'$

mesure algébrique de $\Omega A'$ sur ΩA = mesure algébrique de $\Omega Q'$ sur Ω et ça vaut combien (-3) moins trois, D'accord ?

mesure algébrique $\Omega A'$ sur ΩA = mesure algébrique $\Omega Q'$ sur ΩQ = -3

Bon, deuxième partie de la démonstration, Où sont mes deux autres // ?

(AM) et (A'M') (A'M')

Droites (AM) et (A'M') parallèles,

Les droites (AA') et (MM') sécantes en Ω

sécantes

Alors

valeur algébrique de $\Omega A'$ sur ΩA

mesure algébrique de $\Omega A'$ sur mesure algébrique ΩA oui, égal -3

Conclusion, à l'aide de ces deux là

$\Omega Q'$

mesure algébrique hein $\Omega Q'$ sur mesure algébrique ΩQ = $\Omega M'$ sur ΩM est aussi égal à -3. D'accord ? Bon,

Qu'allons nous faire avec tout ça ? Quelle conclusion en tout cas ?

(QM) // (Q'M') la droite

Oui, Droite Q'M' parallèle à la droite QM. Bon,

Conclusion supplémentaire, puisque c'est deux droites parallèles on peut comparer des mesures algébriques de bipoins sur des droites parallèles, et qu'est-ce qu'on a comme rapport en plus ?

-3

Moins trois oui, c'est quoi -3 ?

mesure algébrique de

alors mesure algébrique

mmm

mesure algébrique de Q'M' = -3 fois la mesure algébrique de QM

D'accord ?

Alors vous voyez sur ce dessin, le dessin n°2, tout à l'heure on a entendu que certains disaient ce ne va pas être un carré sur ce dessin là. Qu'est ce qu'on est arrivé à quoi ? on est arrivé à QM //, la droite QM parallèle à la droite Q'M'. D'accord ? Et mesure algébrique de Q'M' et mesure algébrique de QM sont comment, sont de signes

opposés

Oui de signes opposés. D'accord, bon? Est-ce qu'on traduit maintenant, ces relations en mesure algébrique est-ce qu'on peut les traduire autrement?

La relation par exemple, $\Omega A'$, mesure algébrique de $\Omega A' = -$ fois mesure algébrique de ΩA

mmmmmm

Est-ce que vous avez une autre façon de traduire ça?

Bon en distance, on l'a fait tout à l'heure, à ce moment là c'est pas -3, la distance de $\Omega A'$, à ce moment là, c'est 3 fois la distance de ΩA .

Comment?

en vecteurs

En vecteurs, qu'est ce que je peux écrire?

Vecteurs $\Omega A'$ $\Omega A' =$ quoi? $-3\Omega A$ -3 fois vecteur ΩA

Vecteur $\Omega A' =$ fois ΩA

Vous savez quand même ce que ça veut dire? Qu'est-ce que ça veut dire?

Le vecteur $\Omega A'$ il est comment par rapport à ΩA ?

mmmm

Qui Qui sont alignés? Ah les trois points, les points Ω , A , A' sont alignés. Qu'est ce qu'on dit, oui, vecteur $\Omega A'$ est colinéaire au vecteur ΩA . D'accord. Puisque le coefficient ici est négatif, ça veut dire que les points A et A' , comment, de part et d'autre de Ω . Dans la situation n°1 j'avais la relation vectorielle vecteur $\Omega A' = 3$ fois vecteur ΩA

ce qui voulait dire encore que le vecteur $\Omega A'$ était colinéaire au vecteur ΩA mais que A et A' étaient du même côté de ... de Ω , hein, les trois points étaient encore alignés mais A et A' du même côté de Ω . d'accord?

Donc ici je suis parti, hein, hypothèses sur mon dessin c'était vecteur $\Omega A' = -3$ fois vecteur ΩA dans la feuille n°2, d'accord?

Et je me suis aperçu de quelle conclusion?

FIN DE BANDE

Bon, alors attention hein, pour l'instant ce qu'on a vu c'est quoi?

J'ai dit tout à l'heure on a regardé des points hein, on a dit que l'image du segment MN par la construction que je vous ai donnée était un segment $M'N'$ parallèle. On a montré aussi que la longueur de ce segment était dans un certain rapport, d'accord. Ce qu'on va démontrer, la prochaine fois, c'est tout point du segment MQ a une image qui est située sur le segment $M'Q'$. Ça pour l'instant je l'ai pas fait, ça va, d'accord. Bon On va s'arrêter là pour aujourd'hui.

On va commencer par étudier une transformation particulière que je vais vous indiquer tout de suite. Vous prenez une feuille de papier non quadrillée pour faire les dessins

brouhaha

j'ai demandé de ranger les

Vous y êtes

non (bruits divers)

Bon vous allez écrire quand même

Prenez une nouvelle page et vous laisserez de la place pour le titre

Alors on considère trois points non heu alignés Ω A A'. bon trois points alignés Ω , A, A'. Alors la transformation c'est la suivante à tout point M je vais associer le point M'

nnnn

oui

nnnn

obtenu ainsi

nnnn

On trace la parallèle à (AM) passant par A' la droite AM passant par A'

nnnnnn

On trace la droite (AM)

nnnn

M' est le point d'intersection de ces deux droites

nnnnnn

Donc vous prenez un point M et vous construisez le point M' par ce procédé et ça c'est la transformation qu'on va étudier? à tout point M, enfin à un point quelconque, on fait correspondre le point défini par cette construction.

nnnn

Faites le sur votre feuille non quadrillée et ensuite j'enverrai quelqu'un le faire au tableau.

C., faites la construction au tableau, allez-y, oui, eh ben oui, oui, ben la construction c'est on trace la // à (AM) passant par A'.

Donc on a besoin de tracer la droite (AM) la parallèle. Alors là vous l'avez tracé à main levée, vous savez comment on pourrait la tracer

Comment est-ce qu'on pourrait la tracer si on ne peut pas le faire à main levée ?

un parallélogramme

oui, avec le parallélogramme, allez-y, comment vous feriez ?

Voilà le milieu de [MA']?

on se tait s'il vous plait là,

on prend le milieu de [MA'] et on prend le symétrique (oui) du point A par rapport au milieu de [MA'], et ensuite on n'a plus qu'à joindre pour avoir la parallèle. Bon, ça on l'a fait une fois ici simplement pour savoir si vous savez toujours le faire. On ne le refera pas à chaque fois. Et le point M' le voilà. Tout le monde est d'accord avec cette construction ?

nnnnnn

Bien, je vous remercie.

C'est ce que vous avez sur vos cahiers ?

Eh bien alors on va, je vais distribuer une feuille, ah non je voudrais savoir d'abord est-ce qu'il est toujours possible j'ai dit à tout point

M on associe M' est-ce que c'est toujours possible d'obtenir le point M' , pour n'importe quel point M du plan ?

oui, ben non, sauf s'il est sur la droite

sauf si M est sur la droite, quelle droite $\Omega A A'$? Si le point M est là-dessus, ah regardez un petit peu je vais refaire un dessin $\Omega A A'$ et le point M étant là-dessus. Alors on trace la parallèle à (AM) passant par A' . Ben la droite (AM) qu'est ce que c'est

c'est $\Omega A'$ c'est la même droite

la droite AM c'est la droite qu'on a déjà tracée, ça sera la même on trace la droite ΩM , bon là-dessus

elles sont confondues, ben le vecteur...

Vous croyez ? Ah ben non vous croyez que c'est vrai

non, non, les points

Ben non ça ne marche pas déjà. Donc oui, mais écoutez, pour le point on a trois droites confondues on ne peut pas le trouver justement, c'est ce que disait C., si le point M est sur la droite AA' , la droite passant par Ω , A , A' on ne peut pas avoir cette image

Si A est confondu

Si A est, oui ben il est aussi sur la droite, je veux dire ça rentre dans notre cas

non, non, M en dehors et A confondu à Ω

J'ai trouvé ça beaucoup dans les devoirs, confondu à tel point, on ne dit pas confondu à tel point, on dit confondu avec. Je vous dit ça parce que c'est pas grave mais je l'ai trouvé un certain nombre de fois. Alors vous dites si le point M est en Ω

non A en Ω

Ah, mais non, on les donne distincts, non mais on va pas commencer à

Si A confondu avec Ω , non, non, on se donne trois points au départ.

Bien donc pour cela on verra après pour l'instant (hein) on n'en sait rien, on tâchera que le cas ne se pose pas, sinon on essaiera de trouver quelque chose.

Alors je vais vous distribuer une feuille, puis y aura justement des images de points, alors ne faites rien pour l'instant

mmmm

alors attention, il y a deux feuilles, gardez bien vos feuilles je suis obligé de les distribuer une par une, ça va prendre un peu de temps, vous n'avez pas la même feuille que votre voisin, c'est simplement c'est pas pour vous empêcher de copier, ça n'a rien à voir c'est pour qu'il y ait deux choses différentes. Vous n'avez pas eu de feuille, mais ça va venir, donc vous mettez votre nom dessus (bis) et il y a simplement une construction que je vais vous demander de faire. Alors pour ceux qui ont déjà la feuille, ben, vous voyez qu'il y a trois points Ω , A , A' exactement comme là il y a quatre points M , N , P , Q . Eh bien vous allez tracer par ce procédé les images des quatre points M , N , P , Q sur la feuille.

mmmm

Donc construisez les images des quatre points M , N , P , Q .

vous les appelez M' , N' , P' , Q' .

appartés

Bien, donc vous avez votre feuille, vous mettez votre nom dessus, et vous construisez les images M' , N' , P' , Q' des points M , N , P , Q par le procédé qui est indiqué au tableau. Première chose à faire

mmmm

Tracez léger, hein, pas la peine d'appuyer comme un sourd, faites les traits au crayon, qu'on les voit mais, une possibilité de faire des traits plus forts après

travail individuel de construction

vous avez bientôt fini
y en a qui n'ont pas encore commencé, c'est le problème hein, c'est le problème

discussion privée

Voilà la même construction, vous remplacez M par N. Hein, si vous voulez comment est, ce que je peux, y en a qui ont des problèmes ici pour savoir qu'est ce qu'il faut faire une fois qu'ils ont l'image du point M. Ben le point M je peux mettre n'importe quoi à la place du point M. Voilà vous remplacez le carré jaune par M à chaque fois

mmmm

L. d'accord, bon vous mettez N, à tout point N enfin au point N on associe N' etc...

Qui a terminé ?

moi, moi

Bon, je laisse une minute aux autres, hein

Quand vous aurez fini, vous joindrez les points MNPQ d'une part, MNPQM et puis M'N'P'Q'M'.

En traits plus épais, c'est pour ça que j'ai parlé de traits fins tout à l'heure une possibilité d'avoir des traits un peu plus épais

c'est normal ?

Ah non, c'est pas normal du tout !

regardez essayez

c'est pas ça

Bon, je vais contrôler un petit peu les constructions, parce qu'il y en a qui sont bizarres

Qui est-ce qui a des problèmes pour ? Qui est ce qui a des problèmes ?

Qui ne sait pas comment construire les images des 4 points ?

Presque le même, pas tout à fait

ça me donne quelque chose comme ça

C'est différent

Ouais bon d'accord, d'accord, ça c'est bizarre, c'est bizarre, parallèle à (AM) oui, parallèle à (AN), // (AN), hein pour le point N c'est la parallèle à (AN)

brouhaha

c'est pas normal qu'est ce que ça donne ? alors , ça va ?

Alors ?
 Vous reliez MNPQM, vous faites un polygone, un polygone MNPQ
 et après
 Vous faites la même chose pour M'N'P'Q', MNPQ et M'N'P'Q'
 Mettez votre nom pour ne pas confondre avec celui d'un voisin
 vous les relevez ?
 non, non, non, vous les gardez
 moi ça me fait ça
 ouais
 oui
 vraiment, c'est bien ça qui me fait peur
 bon, on va envoyer quelqu'un de rapide
 vous avez fini, oui, vous venez au tableau, parce que y en a encore plein
 qui ont pas fini
 faites des traits légers, hein
 n'appuyez pas, faites les parallèles à main levée, sinon on va y passer
 trop de temps, bon voilà ΩM
 voilà le point M' ; même chose pour N (AN) alors vous complétez
 voilà N'
 Bon ensuite point P, ouais la parallèle, on joint ΩP (rires) ça fait
 rien (bis) (trapèze) P' et pour finir le point Q' et on joint ΩQ . Bon
 vous posez la craie (pour celle-là),
 je vous remercie bon je vous avais dit ensuite
 Est-ce que tout le monde a fini maintenant ? Qui n'a pas fini encore ?
 Je vous avais dit de joindre MNPQ et alors
 Ici il faut savoir où c'est hein MQ en dessous là
 Bien vous avez fait ça
 D'après vous P. les quadrilatères MNPQ, M'N'P'Q' est-ce qu'on peut en
 dire quelque chose enfin ça vous fait penser à quoi ? Non mais pas ceux-
 là, ceux-là ils sont faits rapidement, les vôtres qui sont bien faits
 comment (mmmmm)
 vous le laissez, est-ce que vous le laissez parler c'est quand même
 malheureux, je dis ça pour un certain nombre d'entre vous qui se
 reconnaîtront, que je ne puisse pas parler avec un élève sans qu'il y en
 ait tout de suite une dizaine qui se mettent à mener leur propre
 conversation, c'est quand même malheureux depuis le temps.
 Alors j'étais en train de m'adresser à P., ça peut intéresser tout le
 monde puisque tout le monde a une figure du même type
 Qu'est-ce que vous pensez des quadrilatères MNPQ, M'N'P'Q' que vous avez
 tracés sur vos feuilles ?
 mmmmm
 ce sont des parallélogrammes
 oui J. carré oui ...oui...
 c'est carré qui a été gonflé le premier c'est un carré c'est ça que vous
 dites non
 c'est quoi un quadrilatère quelconque il était déformé gonflé vous dites
 c'est vrai pour tout le monde même pour P. oui gonflé
 ben regardez un petit peu j'ai la feuille de C. là
 trapèzes oui
 trapèze
 mmm
 bon alors on va voir on va passer en revue

qui est-ce qui pense que c'est un quadrilatère enfin que c'est c'est un trapèze?

mmmm

bon baissez les bras qui est-ce qui pense que c'est un parallélogramme puisque j'ai entendu parallélogramme tout à l'heure, personne? personne ne pense que c'est un rectangle? et personne ne pense que c'est un carré MNPQ

oui MNPQ heu le premier le petit *un losange losange oui mais losange*

MNPQ d'abord carré brouhaha

s'il vous plaît, s'il vous plaît C; qu'est-ce que vous pensez de MNPQ?

il est quelconque il est quelconque

tout le monde est d'accord avec ça c'est un quadrilatère quelconque? le petit hein MNPQ

c'est un carré

alors je vais vous dire la vérité (bis) chut ça a été construit pour être un carré (*protestation*)

seulement vous allez comprendre tout de suite pourquoi c'est pas vraiment le cas sur vos dessins parce que si je dessine un carré, ça c'est un carré mmmmm comme ça vous voyez, bien alors, si je mets des croix comme ça et si je vous demande de joindre les sommets y a plusieurs possibilités c'est à dire ça peut aussi bien faire un truc comme ça

autrement dit on a voulu faire un carré mais étant donné l'imprécision du trait c'est pas forcément ce que vous avez joint, c'est pas forcément un carré. Bon,

Si c'était un carré mmm et le deuxième le grand M'N'P'Q' est ce que ce serait un carré? *ben oui*

est-ce qu'il y en a pour qui c'est voisin d'un carré comme résultat

ah moi complètement hein c'est pratiquement un carré

bon y en a quand même c'est assez ressemblant hein

regardez, regardez

bon

par contre le deuxième pas du tout

Et ce carré est-ce qu'il est n'importe comment, ceux qui ont à peu près un carré?

mmm

comment?

nous allons mesurer pour voir

L. M'N'P'Q' est-ce qu'il est placé n'importe comment par rapport au premier ou? mmmmm

F. mmm F. mmmmm

ben justement

mmmm

il est décalé oui

mmmmmm

dans le même alignement oui bien sûr puisque tu as construit des ... mais les côtés *monsieur si on traçait les diagonales eh ben les deux points d'intersection seraient alignés avec O*

Si on traçait les diagonales les deux points d'intersection seraient alignés avec O

mmmm

c'est un problème effectivement

si on prend OM on la multiplie par deux

pas deux forcément, parce que ça doit pas être deux

normalement

alors c'est à dire que c'est en fait (construit) dans le même rapport

mmmm

oui bon alors dites ça comme ça

alors quand même il y a quelque chose qui serait intéressant de savoir me semble-t-il J,

ΩQ c'est

oui d'accord ça a été fait à main levée

il faut surtout pas regarder cette figure là comme un modèle, bien ça a été fait xxxxx le modèle c'est ce que vous vous avez fait sur votre feuille

bourré d'erreurs

ah ben les erreurs c'est un problème

il aurait fallu dès le début c'est de faire MNPQ carré

voilà justement on n'a pas voulu, donc

le problème qu'on peut se poser c'est le suivant ; supposons que MNPQ est un carré. Est-ce que par ce procédé là (bis) MNPQ que vous avez tracé le quadrilatère qu'on obtient M'N'P'Q' est aussi un carré, ou pas forcément ?

mmmmmm

ça c'est pour l'instant une question qu'on se pose. Comment est-ce qu'on pourrait s'en assurer ?

mmmmmm

comment est-ce qu'on pourrait s'assurer du fait que M'N'P'Q' est un carré ou pas ?

apparemment vous avez l'air de penser que si MNPQ est un carré ben l'image sera plutôt un carré

mmmmmmmm

oui mmm ça c'est vrai oui *donc les distances mmmmm*

bon, alors, je vais recommencer une construction, ici, je vais pas tout faire, si il y a quelque chose qui vous vient à l'idée vous levez la main. Alors je refais une construction. Ben tiens je vais faire l'autre pour changer. Ah oui mmmmmmm

alors je vais la mettre plus bas vous avez raison comment c'est sur la deuxième feuille A Ω

alors c'est Ω A A' Bon je vais tracer ... je vais prendre simplement MN bon je vais je vais tracer simplement l'image du point M et l'image du point N. Je vais tâcher de le faire à peu près bien à la main, on va voir. Donc je joins AM, je mène la parallèle par A', je joins MΩ et comme intersection j'ai le point M'. Tout le monde est d'accord avec cette construction ? mmmmm

Bien je refais la même chose pour le point N, c'est à dire que je joins AN, je mène la parallèle par A' et je joins ΩN, ah ben ici c'est la deuxième sur cette feuille là bien donc c'est des parallèles là qui sont tracées ... ça ne vous fait penser à rien pour l'instant ?

parallélogramme si

qu'est ce qui est un parallélogramme ?

mmmm

attendez une seconde

mmmm

une seconde

M'N'MP

MPM'N

mais non mais non
 regardez chez vous si c'est un parallélogramme
 $M'N' = MN$
 alors C. dit que c'est un trapèze ça voudrait dire quoi ?
 $(M'N') \parallel (MN)$
 est ce que $(M'N')$ est parallèle à (MN) ça serait déjà quelque chose ?
 ben oui, ben oui évidemment
 ben évidemment j'attends une démonstration évidente,
 mmmmm
 pour l'instant ça se passe dans votre tête, dans votre tête pour
 l'instant
 (mesure) donc Ω mmmmm mmmmm
 alors pour l'instant réfléchissez quand vous pensez à quelque chose
 vous le gardez et après ..., bien
 alors C. semble avoir une idée
 ben heu l'image de $M\Omega$ multiplie
 la droite $M\Omega$ on l'a multiplié par la distance oui on l'a multiplié par
 un nombre on aurait alors donc ΩM nombre vecteur et ΩN le même nombre
 c'est à dire qu'en fait pour vous le procédé qu'on a utilisé ça
 reviendrait simplement à multiplier les distances de Ω des points à Ω
 par un nombre le même pour tous les points c'est ça bon
 seulement ça n'explique pas pourquoi $M'N'$ serait $\parallel$ à MN
 ..., puis parce que
 oui
 heu parce que $M\Omega$ est égal à $1/3$ de MM'
 $M\Omega$, enfin $1/3$, je sais pas, j'ai pris des points comme ça, n'importe où, $A\Omega A'$
 alignés et c'est tout,
 mais ça on peut peut-être le démontrer parce on a quand même deux
 choses qui peuvent servir il y a les deux //
 oh le parasite ça hein ?
 on sait déjà qu'il y a deux parallèles on a $(AM) \parallel (A'M')$
 Ah bon ce que dit A. on a déjà des droites parallèles, même si on fait
 rien sur celles-là, on a des droites parallèles
 alors allez-y
 $(AM) \parallel (A'M')$
 bon je mets des, je n'ai pas de couleurs #, je vais la faire ici vous avez
 cette droite (AM) qui est parallèle à $(A'M')$. Ça c'est par construction
 oui on a les deux //
 et y a $(AN) \parallel (A'N')$
 oui et $(AN) \parallel (A'N')$
 bon si ça j'avais arrêté la construction au point M si on construit
 uniquement le point M
 oui $AMN\Omega$
 $AMN\Omega$ est un parallélogramme, vous croyez sur votre figure est-ce que ça
 marche ? N. ?
 puisque $M \Delta M'$ sont alignés le vecteur $\Omega M = k \times$ le vecteur $\Omega M'$
 ah oui c'est vrai, par construction ce serait un, ça serait un, F. vous
 permettez que je termine, vous aurez quelque chose à dire, je vous
 laisserai la parole mais tant que vous parlez n'importe quand je ne vous
 laisserai pas la parole, c'est un contrat hein, Bien N.
 et vecteur $N\Omega = k$ vecteur
 C'est vrai puisque les points , hein puisque les points Ω, M, M' sont
 alignés il existe un nombre réel k tel que vecteur $\Omega M' = k$ fois ΩM c'est
 ça que vous voulez dire ?

et pareil pour vecteur $N\Omega =$
 ah et de même il existe un nombre k tel que vecteur $\Omega N' = k$ vecteur ΩN
 le k c'est le même
 ah oui mais tout le problème est là, (bis) pourquoi voulez-vous que ce
 soit le même ? ah, ah ...
 parce que
 voilà
 monsieur on a le même
 Alors F.
 moi je dis qu'on doit prouver que c'est le même nombre k
 Ben oui tout à fait d'accord
 c'est ce que je voulais dire
 Ah ben non parce que vous ne l'avez pas dit au bon moment. Bon donc ici
 ce qu'on ne sait pas en fait on a un nombre k on aimerait bien dire $k =$
 k'
 monsieur
 oui J.
 on a un triangle $M\Omega N$
 $M\Omega N$ oui
 on a une droite // à
 celle-là c'est ce qu'on veut démontrer, ben non y a un point
 d'interrogation
 y a un point d'interrogation
 ah oui
 monsieur (AN) // mmmm
 oui
 et donc les droites ... sont les diagonales
 les diagonales d'un trapèze se coupent en leur milieu hein
 donc le point se trouve
 ah non mais il n'y a pas de $1/3$ là dedans où voyez vous des tiers là
 dedans il a jamais été question de tiers ni de quart d'ailleurs
 le nombre ...
 ah oui le rapport
 m'sieur
 Ben y a des // (AN) et (A'N') oui J.
 quelles sont les parallèles qu'on sait ?
 Ah ben
 mmmmm
 y a (AN) qui est // à (A'N') (bis)
 au fait vous pouvez pas mmmmm
 J. Je ne t'ai pas entendu alors je vais me mettre là bas pour entendre
 mieux
 (AN) // (A'N') on a vecteur $AN = k$ A'N' et AM mmmm
 oui et c'est le même problème pourquoi voulez vous que ce soit le même
 k ? N. ? Ah là
 si vecteur $AN = k$ vecteur A'N'
 oui oui oui
 on peut dire que vecteurs $\Omega N' - \Omega N$ $M\Omega = k$ mmmm et le même k
 ben écrivez le écrivez le sortez S' et écrivez le sur votre mur
 (brouhaha) FIN DE BANDE

Allez oui d'accord
 bon je vais arrêter là, Même chose pour l'autre euh ben F, tiens comment
 ouais je vais placer mes points A et A' pour avoir
 A et A'
 là on a dit que A A' c'était deux points
 m'sieur
 Attendez F, qui mesure
 M'sieur $AA = 4$ fois $AA' = 3$ fois
 Dans quel ordre d'abord
 c'est A et A' et oui $AA' = 3$ AA
 AA' c'est 3 fois AA
 non non non 4 fois
 4 fois bon
 voilà comme ça ? bon alors
 bon alors allons-y (AM) la parallèle les points, pardon , c'est pas ça,
 si c'est ça deux points ici, si c'est ça, M' ça me donne M' c'est ça la
 construction de M'
 mmm
 Bon alors pour N voilà N' bon je vais arrêter là le reste c'est la même
 chose
 Ici alors (AN) (A'N') // le point [xxx] voilà hein ce que j'obtiens et
 puis on continue bien sûr
 Bien
 Alors qu'est-ce qu'on peut dire ici encore une fois de cette figure ?
 mmm
 et ; dans le triangle $AA'M'$ AA' est // $AA'M'$
 alors attendez j'ai de la couleur maintenant j'ai pu avoir tout à
 l'heure à la récréation ça va être magnifique
 c'est joli
 Alors dans le triangle $AA'M'$ j'ai (AM) qui est // à (A'M') oui c'est par
 construction
 donc AM est et AM
 qu'est ce que ça veut dire ça
 ça veut dire que Thalès
 Ah oui c'est Thalès alors
 oui
 alors qu'est-ce qu'il dit Thalès
 2 mmm AA / AM
 $AA/AM = AA'/AM'$ ou alors AA sur AA'
 bon si j'ai vecteur $\vec{AA'} = k$ fois vecteur $\vec{AA}$ qu'est ce je peux en déduire
 d'après Thalès
 c'est égal à
 qu'est ce c'est que k
 AA'/AA
 Bon une seconde
 Bien alors F, dit que le rapport k c'est AA'/AA le rapport des longueurs
 ici ça va fier combien 3 AA'/AA 3 et ici parce que ça va être la même
 chose est-ce que ça va être la même chose au fait ici ?
 non
 toujours dans le triangle $AA'M'$
 c'est moins 3
 c'est -3 Alors F, ça c'est toujours positif AA'/AA oui tandis qu'ici
 ben évidemment vous avez mis des

des longueurs

ça

oui qu'est ce qu'il faut mettre

des mesures algébriques

des mesures algébriques bon oui des mesures algébriques et que dit alors

si j'ai $\Omega M' = k \Omega M$, à quoi va être égal k'

mesure algébrique de $\Omega M' /$ mesure algébrique de ΩM

m, a, $\Omega M' / \Omega M$ ah oui donc et que dit Thalès

que les deux rapports sont égaux

Thalès dit que les deux rapports sont égaux. Autrement dit ben pour dire Thalès il suffit de dire que c'est le même rapport de colinéarité entre les deux vecteurs là, les deux vecteurs. Hum ? Thalès dit que le rapport des mesures algébriques $\Omega A' / \Omega A$ est égal au rapport des mesures algébriques $\Omega M' / \Omega M$.

Or ce rapport c'est justement comme dit F, le rapport de colinéarité des deux vecteurs puisqu'ils sont égaux, je peux dire que d'après Thalès dire Thalès c'est dire simplement que si

$\Omega A'$, vecteur $\Omega A' = k$ vecteur ΩA alors vecteur $\Omega M' = k$ fois (avec le même k) vecteur ΩM . Ça c'est beaucoup plus facilement utilisable que Thalès

Bon alors je sais donc que j'ai ça maintenant avec le même k . Est-ce que ça vous aide pour la démonstration que l'on veut c'est à dire démontrer que le vecteur $M'N'$ est parallèle au vecteur MN ?

silence

Alors peut-être qu'il serait bon qu'on note ça sous forme de, sous la nouvelle forme si vous voulez de Thalès mmmm Comment ? Ben la forme habituelle c'est celle là, c'est l'égalité des rapports, la nouvelle forme c'est celle là. Bon alors on pourrait noter, ben, on peut noter sous forme moderne de Thalès : c'est à dire que soit - vous notez sur votre cahier là -

c'est en fait un cas particulier

Soit deux droites (on marque) qui non, vous notez sous forme de Thalès Soit deux droites D et D' sécantes en I et deux parallèles Δ et Δ' , Δ coupe D en A et D' en B Δ' coupe D en A' et D' en B' (c'est le dessin qui est là tout simplement expliquer le dessin) Alors...

les points, on peut dire que les points $I A A'$ sont alignés donc qu'est ce qu'on peut dire vectoriellement mmmm

c'est à dire colinéaires plus précisément donc il existe k réel tel que vecteur $IA' = k$ fois vecteur IA

c'est en même temps le rappel de la démonstration. Ce n'est pas la peine d'écrire ça.

On a aussi, on a aussi quoi

vecteur $IB' = k$ vecteur IB avec le même coefficient k , c'est ça qui est important que ce soit le même rapport k entre des vecteurs colinéaires

Ah je vous dis

A l'usage vous verrez que c'est plus performant que Thalès c'est démontré à partir de Thalès

Tiens et qu'est ce qu'on peut en déduire tant qu'on y est ?

On peut encore en déduire une égalité entre vecteurs

AB

Oui. Alors qu'est ce qu'on peut dire du vecteur AB' ?

$= k AB$

Oui pourquoi ?

c'est la différence

dis-le oui alors comment on peut écrire N.?

vecteur $AB = mmmmm$

vecteur $A'B' = \text{vecteur } IB' - \text{vecteur } IA'$

je sais que vecteur IB' c'est k fois vecteur IB , que vecteur IA' c'est k fois vecteur IA je mets k en facteur, ça fait $k(IB - IA)$ et ça fait donc kAB

Autrement dit quand j'ai cette figure là avec deux sécantes et deux parallèles ben j'ai le même rapport de colinéarité entre les vecteurs IA , IA' , IB , IB' et AB et $A'B'$.

Ca marche aussi bien sur les sécantes que sur les parallèles. Même rapport pour les trois cas, toujours le même coefficient k

mmmmm

Comment ?

pour démontrer que les vecteurs

oui c'est le même rapport de colinéarité entre deux vecteurs le même que je prenne IA et IA' , IB et IB' ou AB et $A'B'$

Bon ça c'est noté savoir si ça va nous servir pour ce qu'on veut faire démontrer c'est à dire démontrer que $M'N'$ était parallèle à MN hein

Voilà $M'N'$ est parallèle à MN pas de

mmmm les triangles

Attendez C,

je varie un peu les gens pour que ce ne soit pas toujours les mêmes qui parlent oui

dans le triangle $M'ON$

$M'ON$

non N'

N'

c'est la même chose

eh non eh la même chose si je savais que c'était parallèle

le rapport

oui le rapport de colinéarité, le rapport k entre quoi et quoi entre ON et ON'

oui il est égal à quoi ?

c'est le même qu'entre ON et ON'

Ah ça j'en sais rien, j'en sais rien du tout ça

m'sieur

Ah non qu'est ce que je sais ? Regardez un petit peu qu'est ce que j'ai fait c'est construire deux parallèles (AN) et ($A'N'$)

D'après ce théorème qu'on vient de démontrer qu'est ce que je peux dire?

Si vous voulez absolument comparer les vecteurs ON' et ON le rapport de colinéarité entre les deux c'est le même que lequel ?

que OA et OA'

oui que OA et OA'

donc je peux dire que O a A' sont alignés donc vecteur $OA' = k$ fois vecteur OA et j'ai en plus je sais que $A'M'$ la droite ($A'M'$) est parallèle à la droite (AM) donc d'après le théorème qu'on vient de citer je peux dire que le vecteur OM' c'est k vecteur OM avec le même nombre k . Ici sur le dessin, ben ici ce serait combien ? dans le cas de figure là OA' par rapport à OA ?

ce serait 3 fois et ici ce serait combien, OA' par rapport à OA , OA' par rapport à OA

mmmmm

ben 3 fois

dans c'est le même rapport dans les deux cas ça c'est ce que je peux dire

Bien, Pour l'instant ce que je voudrais dire c'est des choses sur MN et M'N',

m'sieur, oui

là mmm

Ca c'est le cas à part, Ca n'a rien à voir avec cette figure là hein ?

Ca c'est le théorème c'était pour le théorème c'est pas l'exercice qu'on est en train de faire, N,

la droite (AN) est // (A'N')

la droite (A'N') est parallèle à la droite (AN)

c'est pareil

Bien oui c'est pareil on refait la même chose, C'est ça que vous voulez dire ?

donc

$\Omega N = k$ mmm

donc Ω le vecteur $\Omega N'$ est égal à k fois le vecteur ΩN avec le même nombre k puisque c'est le rapport encore une fois entre les vecteurs ΩA et $\Omega A'$ c'est le même nombre k ça j'en suis sûr maintenant hein N.?

Bon ben qu'est ce que je vais déduire de ça ?

mmmmmmmm $N'm = kmm$

pourquoi ?

parce que $M'N'$ c'est $\Omega M' - \Omega N'$

Alors oui

mmmm

c'est $\Omega N' - \Omega M'$ c'est à dire $k\Omega N - k\Omega M$ ce qui fait k vecteur $(\Omega N - \Omega M)$ ce vecteur $\Omega N - \Omega M$ c'est le vecteur , Bon,

Qu'est ce que j'ai démontré, que les vecteurs MN et M'N' étaient colinéaires, par conséquent ben oui les droites (MN) et (M'N') sont //

Eh ben on a quand même démontré une petite chose un petit bout de ce qu'on espérait on sait quand même que (M'N') est parallèle à (MN) est ce que ça peut nous aider pour essayer de montrer démontrer que M'N'P'Q' est un carré

mmmm

On fait ça pour les quatre côtés c'est à dire ce qu'on a fait pour (MN) on le fait pour quoi

mmm

pour (MP) ? Bon si je fais pour (MP) qu'est ce que je vais démontrer ? que ? mmmmm (bis)

(MP) // (M'P')

que la droite (M'P') est parallèle à la droite (MP') et puis ensuite ?

mmmmmm MN perpendiculaire MP

oui j'aurais un deuxième qui sera //

perpendiculaire

perpendiculaire, Ah oui puisqu'ici ce sont deux droites // à deux droites perpendiculaires elles sont perpendiculaires oui

mmmmmmmmmm et après pareil avec PQ

Pareil avec PQ, bon si je continue avec PQ là c'est pas sûr mon dessin si je fais pareil avec PQ je vais avoir encore une fois un angle droit bon donc j'aurais ça

et avec QM

et on fait QM et donc j'aurais encore une fois un côté // et j'aurais encore un angle droit , Qu'est ce que j'aurais obtenu comme quadrilatère ?

un carré
 ah non un rectangle
 mmm
 Ben j'ai quatre angles droits ça s'appelle un rectangle
 mmmmm
 Alors si on recommence
 mmmmm
 oui, alors, oui faut me démontrer que les quatre côtés ont même longueur, N.
 vecteurs $M'N' = k MN$ la distance $M'N' = k MN$
 oui ah N, dit que si vecteur $M'N' = k$ fois le vecteur MN alors la distance $M'N'$ est égale à quoi ? à k à k fois la distance MN dixit N., Je regarde au dessus là j'ai le vecteur M' ici quel est le rapport k ?
 -3
 Moins trois donc la distance $M'N'$ ce serait -3 fois la distance MN hein on peut pas dire que la distance $M'N'$ c'est -3 fois la distance MN, C'est un peu osé hein, trois fois je veux bien mais -3 fois ?
 mmmmm
 Ben oui alors effectivement ça veut dire quoi ? Ben si les , ça veut dire si j'ai une égalité entre deux vecteurs ça veut dire que prenons un exemple
 vecteur XY = vecteur ZT
 Ben qu'est-ce que je peux dire des points X,Y,Z,T ?
 Ben je peux dire que la droite (XY) est // à la droite (ZT) et qu'est ce que je peux dire du point de vue des longueurs ?
 même mmmmm
 oui, c'est ça je peux dire que la distance XY c'est la même que la distance ZT est ce que c'est tout ce que je peux dire ?
 mmmmm
 En plus que
 mmm
 Cette histoire de sens
 mmm
 ce qu'on traduit tout simplement en disant que XYTZ est un parallélogramme en fait il y a tout ça dans le fait quand on dit que c'est un parallélogramme , il y a cette histoire de //, il y a cette histoire de même longueur et il y a cette histoire de sens. Donc ici eh bien puisque j'ai une égalité entre deux vecteurs heu la distance MN multipliée non pas par k mais par la valeur absolue de k donc ce qu'il faut bien voir c'est que k n'est pas toujours positif à ce moment là pour ne pas avoir d'ennui eh bien on prend la valeur absolue de k . D'accord pour ça ?
 Méfiez-vous hein parce que quand on a un rapport négatif on aboutit parfois à des choses bizarres.
 mmm
 les distances égales, distances égales entre non
 pour montrer que $MN = M'N'$
 c'est pas les distances MN et $M'N'$ qui sont égales, je dis que si on a ceci ça veut dire que la distance $M'N'$ s'écrit $|k|$ multiplié par la distance MN mais pas la distance MN elle-même.
 Bien alors alors on est toujours à cette histoire N, ça voulait vous servir à quoi ça ?
 ben pour mmmmm les distances sont égales

Ah oui bon donc on aurait la même chose pour M'P' etc... donc les distances sont égales. Bon on va tâcher de rédiger ça un petit peu maintenant parce que les idées sont là. Hein ? bon
L'idée de la démonstration qu'on va terminer maintenant c'est que les, on obtient à chaque fois des droites // donc le quadrilatère M'N'P'Q' va avoir ses côtés parallèles à ceux du quadrilatère MNPQ. Comme j'ai des angles droits si je mène des // j'aurais des angles droits aussi. En plus je multiplie les distances, ici les côtés, les longueurs des côtés par un même nombre qui est $|k|$. Donc toutes les distances vont être multipliées par un même nombre donc les côtés vont rester égaux.

mmmm

Voilà, comme elles sont égales au départ en multipliant par un même nombre j'aurais des distances égales à l'arrivée.

Par conséquent j'aurais un quadrilatère qui aura 4 angles droits et des côtés de même longueur. Ça répond à la définition du carré normalement constitué. Donc on termine ceci.

Donc je reprends à cet endroit-là.

Alors de même on démontre que ... ah tiens F. va nous dire les autres égalités qui vont nous servir. La première qu'on a démontrée c'est celle-ci, quelles sont les autres qui vont nous servir ?

heu mmmmm

très bien

$MQ \parallel M'Q'$

non mais l'égalité du même genre que celle-là si on change au lieu de prendre les points M et N

$N'Q'$

M ou N

non M

M comme Marcel oui $M'Q' = k$ fois MQ oui

ensuite y en a d'autres

$M'P' = k MP$, $P'Q' = k PQ$

voilà bon donc à partir de ceci qu'est-ce qu'on peut dire alors on en déduit que le quadrilatère M'N'P'Q' a ses côtés // à ceux du quadrilatère MNPQ.

Tout le monde voit pourquoi puisque des égalités vectorielles on déduit le parallélisme des droites.

Bon si ils sont parallèles à ceux de MNPQ ça veut dire quoi plus précisément, qu'est ce qu'on peut en dire (xxxx la tête) Allez là

K, non non mais

je sais que MNPQ est un carré et un quadrilatère qui a ses côtés parallèles à ceux d'un carré qu'est ce que c'est ?

non mmmmm un carré

Ah ben non regardez si je construis un quadrilatère comme ça il a bien ses côtés parallèles à ceux du carré et c'est pas un carré

c'est un rectangle

c'est un rectangle puisque je trace les // à deux droites perpendiculaires, les // à deux droites perpendiculaires c'est des perpendiculaires Bon. C'est donc un rectangle, ses côtés // à des droites perpendiculaires

Si vous voulez on peut faire un petit coup de, entrer un petit peu dans le détail. Par exemple je sais que la droite (M'N') est parallèle (est // pardon) à la droite (MN), la droite (M'P') est parallèle à la droite (MP) et je sais en plus que la droite (MN) est perpendiculaire à la droite (MP).

Qu'est ce que je peux déduire de ceci ?
Des droites respectivement // à des droites perpendiculaires donc je
peux en déduire que (M'N') est perpendiculaire à (M'P'). On fait la même
chose pour les autres. Donc c'est un rectangle.
Bon pour finir la démonstration qu'est ce qu'on va dire ?

mmmm

oui

mmmm

alors la distance M'N' qu'est ce que c'est ?

ben

lkl fois la distance MN

N'P' lkl fois avec le même nombre k NP

Pour P'Q' même chose avec PQ et pour M'Q' même chose avec MQ

mmmmmm

Voilà alors or $MN = NP = PQ = MQ$

donc mmmmm

$M'N' = N'P' = P'Q' = M'Q'$

et enfin on peut conclure que le quadrilatère M'N'P'Q' est un carré.
Bien.

Voyez on y est arrivé quand-même.

OUF

Ah ça a été dur mais on n'est pas là pour faire des choses faciles hein.
Bien alors maintenant je vais, on va poser enfin le problème
différemment.

Imaginez, je vais prendre un cas de figure, que sur le dessin que vous
avez eu on ait (pas) ait caché, on cache maintenant les points A et A',
ne notez rien pour l'instant, bon vous avez votre dessin

mmm

Alors y avait $\Omega AA'$ mettons y avait MNPQ

mmm

et heu l'image du point M, du point N etc...

mmm

oui si on efface les points A et A' est-ce qu'il est encore possible de
construire M'N'P'Q' ?

avec Ω

Avec Ω comment ?

ben Ω c'est mmmmm

je suis content que vous ayez des idées mais

$\Omega M' = k \Omega M$

oui

et donc

oui c'est l'histoire que les distances sont multipliées par k (quoi?)

C'est ça que vous vouliez dire aussi?

alors c'est à dire ici une fois il suffisait de savoir non pas on
pourrait y arriver hein ce qu'ils disent, c'est qu'on pourrait y arriver
une fois les points A et A' cachés à condition de savoir quelle est la
valeur du nombre k. Alors ici on avait $k = 3$. Alors comment je ferais
pour avoir le point M'?

je multiplie par 3

Bon je reporte 3 fois, eh bien vous allez essayer de refaire maintenant
la construction sur votre feuille mais en utilisant ce procédé-là c'est
à dire vous avez remarqué que nous, vous n'effacez pas tout mais, vous
contrôlez votre résultat c'est à dire que si il y a des points qui sont
pas bien placés vous les déplacez. C'est à dire qu'on pourrait avoir

ceci simplement en remarquant que vecteur $\Omega M'$ c'est k fois vecteur ΩM et même chose pour les autres , Ca se trouve ça devrait vous donner

mmm

vous contrôlez et si les points ne sont pas bien placés vous les déplacez

mmmm

en utilisant l'égalité vecteur $\Omega M' = k$ fois vecteur ΩM

(brouhaha)

suivant votre feuille ce sera k sera égal à 3 ou à -3

Moi ça fait pas vraiment ça

Oui bon on vient de démontrer que c'était un carré. Voilà vous les placez bien maintenant. Vous verrez si ça permet d'avoir plus facilement un carré ou pas ... Vous p'têtre une petite calculatrice si vous savez pas multiplier par 3 ?

Ah mais oui ça le fait moi regarde un mmm

Ben oui hé, hé, hé,

(brouhaha) mmm

$\Omega M' = -3$ fois ΩM (bis) aligné, si ça fait 1,8, 1,9 p.e. vous multipliez par " donc ça fait 4,25 donc ça fait 4,25 vous mettez au bon endroit

Le dessin que vous...

Y en a qui n'ont pas encore compris. Le dessin que vous avez fait tout à l'heure vous allez le contrôler c'est à dire si els points que vous avez placé ne sont pas bien à la bonne place par rapport à cette égalité là, vous els mettez pour qu'ils soient à la bonne place et normalement si, c'est bien fait on doit obtenir un carré à peu près parce que y en a chez lesquels c'était pas vraiment un carré

euh oui attendez ... en plus carré

brouhaha on remarque que mmm

oui Lequel a la meilleure tête le deuxième ou le premier ?

le deuxième

Le deuxième ! Ah bon !

c'est déjà parti au départ

mmmm

vous avez mesuré ΩQ 3 multiplié par 48 ça fait 134 et ici ... oui 3 fois 55

mmmmmm

Bon maintenant on va pouvoir

Alors vous voyez que cette transformation vous avez fini vos dessins on va pouvoir continuer

Je vous laisse une minute hein

Comment $\Omega M \Omega A' \Omega A' = 3$ fois ΩA

Vous arrêtez si ça n'est pas fini c'est pas grave, vous arrêtez vous terminerez ça chez vous . Alors ce qu'on vient de voir ce qu'on vient d'étudier c'est une transformation qu'on peut définir ou bien de la première façon, c'est à dire en traçant une parallèle etc... ou bine de la deuxième façon qui consiste tout simplement à obtenir le point comme ça. Alors cette transformation ben elle est bien connue on va l'étudier en détail maintenant elle porte un nom particulier on l'appelle l'homothétie y en a qui connaissent peut-être donc vous mettez en titre Homothéties

Vous avez laissé de la place pour le titre vous pouvez le mettre maintenant donc définition (xxxx)

B, vous savez dans l'enregistrement tout ce que pouvez dire sera retenu contre vous

Bon alors on va donner une définition de l'homothétie

oui vous la notez

Définition

Bien on va utiliser ceci, c'est à dire on a besoin de quoi pour définir l'homothétie ici ? Qu'est ce qu'on se donne au départ ?

Mais non mais M et M'

4 points, trois points A, A', M,

Je vais construire M' à partir du point M donc le point M il est n'importe où c'est pas un point qui est donné, c'est un point quelconque mais pour construire M' grâce à ce procédé là c'est à dire celui que vous venez d'utiliser vous avez besoin de quoi ?

trois points, deux points

un réel k et deux points, lesquels ?

Ω et M' Ω et M

Donc on n'a besoin finalement que du point Ω et ensuite on se donne un point M et on a son image

Soit un point Ω et un réel k qu'on va supposer $\neq 0$. Pourquoi est-ce qu'on va le supposer non nul ?

parce que si non tous les points

Ah oui si je fais $k = 0$, $\Omega M' =$ vecteur nul à chaque fois, donc tous les points images sont au point Ω c'est sans intérêt.

On appelle homothétie de centre Ω (Ω s'appelle le centre de l'homothétie) et de rapport k la transformation du plan définie par vecteur $\Omega Q' = k$ fois vecteur ΩQ

Bien,

mmmm

Alors maintenant je veux construire l'image d'un point M

mmmm

je vais prendre un exemple, bon, l'homothétie de centre Ω et de rapport -1,8, allez

mmmm

Je prends le point Ω , je me donne le point Ω , sur la feuille quadrillée prenez un point A, quelle est son image A' ? (bis)

mmmm

Alors on joint $A\Omega$ et on multiplie la distance

m'sieur y a marqué quoi devant la parenthèse ?

Homothétie, oui je l'appelle h

mmmm

Alors le point A' va se trouver où ?

côté opposé

bon, en -dessous c'est à dire du côté opposé à A

mmmm

je la multiplie par 1,8, c'est à dire voilà,

Donc le signe vous donne la demi-droite sur laquelle il faut prendre le point A' et la valeur absolue vous donne la distance.

Bon maintenant je prends un point B qui aura pour image B'. Comment est-ce que je vais construire son image ? (bis)

mmmm

Oui, on peut faire la même chose, ou bien on fait la même chose, ou bien qu'est ce qu'on peut faire d'autre ? Est-ce que je peux obtenir le point B' sans faire de mesure ?

mmmm

Ben oui

on construit la // à (AB) passant par A'

Voilà tracer la parallèle à (Aab) passant par A' et on joint ΩB . Une fois que j'ai un point, pour obtenir l'image de n'importe quel point sans faire de mesure simplement en construisant des parallèles

on peut faire la fin

Ben là c'est la figure de tout à l'heure hen

mmmm

Si on peut l'utiliser souvent c'est intéressant mais M. tu te rappelles ce que je t'ai dit tout à l'heure c'est à dire que si on a $\vec{\Omega A'} = k \vec{\Omega A}$ on a aussi $\vec{\Omega B'} = k \vec{\Omega B}$

mmmmmm

Bien deux procédés pour construire l'image d'un point quelconque

mmmm

Alors pour la prochaine fois vous construisez sur une feuille de papier blanc deux triangles enfin un triangle quelconque ABC et construisez A'B'C' un triangle dont les côtés sont respectivement // parallèles à ceux de ABC, c'est à dire (A'B') // (AB), (A'C') // (AC), (B'C') // (BC). La question c'est que peut-on dire des droites (AA'), (BB') et (CC') ?

TITRE :

Une expérience d'enseignement des mathématiques à des élèves de 6ème en difficulté

AUTEUR (S) :

Perrin-Glorian Marie-Jeanne - Butlen Denis - Lagrange Michèle

RESUME :

Cet article est un rapport provisoire de recherche sur une expérimentation qui a eu lieu en 1988/89, en première année d'un cycle 6ème-5ème en trois ans (et qui s'est poursuivie). L'environnement de la recherche est décrit: Équipe, projets de départ, conditions de réalisation, objectifs et méthodologie et réalisation. Les auteurs dressent ensuite un bilan : les questions sur la composition de la classe et la nature de l'évaluation restent posées, un diagnostic sur les acquis limités des élèves est présenté mais surtout une liste exhaustive des difficultés persistantes est donnée. De nouvelles pistes et méthodes de recherche sont proposées en vue d'améliorer les procédures et les compétences des élèves.

MOTS CLES :

didactique – mathématiques – recherche 6ème - élèves en difficulté – expérimentation - méthodologie – diagnostic – entretiens – méthodes – évaluation - formulation – sens - mémoire de classe – interdisciplinarité - jeux de cadre -métier d'élève

Editeur : IREM

Université PARIS 7-Denis Diderot

**Directeur responsable de la
publication : M. ARTIGUE**

Case 7018 - 2 Place Jussieu

75251 PARIS Cedex 05

Dépôt légal : 1989

ISBN : 2-86612-098-1