

## LA NOTION DE NOMBRE CHEZ LES PYTHAGORICIENS

Marie Françoise JOZEAU :

Essai de réflexion sur la façon dont la notion de nombre s'est mise en place chez les Pythagoriciens

L' école pythagoricienne, très vaste, s'étend sur 9 ou 10 générations. Cependant elle est mal connue car on n' en possède aucun écrit .

Le premier à en parler est Hérodote ( Vème s. avant J.C.)

Platon ne l'évoque qu'une fois ( ≈ 428 - 347 av. J.C.)

Quant aux écrits d'Aristote ( ≈ 384 - 322 av. J.C.) qui nous sont parvenus, ils renferment quelques 35 passages qui font allusion à Pythagore.

Il faut ensuite attendre le III ème siècle après J.C. pour que Pythagore soit à nouveau mentionné.

C'est donc toujours en tenant compte du Platonisme et de la philosophie d'Aristote qu'il faudra interpréter les écrits . Nombreux sont les résultats attribués à Pythagore mais une polémique demeure : l'enseignement de Pythagore fut-il purement oral ou non?

*"On s'accorde à reconnaître que Pythagore n'a laissé aucun traité de sa main ; mais nombreux sont ceux qui ont rapporté ses faits et gestes. " (Flavius Josèphe) (1)*

*"Quand Posidonius parle de Pythagore, étant donné qu'il ne nous est pas parvenu d'écrit de sa main, c'est à travers les écrits de quelques-uns de ses disciples qu'il témoigne. (Galien)*

• Pythagore introduit le mot philosophie; mais il n'y a pas alors de distinction entre philosophie et sciences et ce terme sous entend un souci religieux et un rôle politique.

*"Pythagore se rendit en Egypte , ....., et fut le premier à introduire en Grèce la philosophie ; et particulièrement pour tout ce qui est rites ...." (Isocrate)*

• Il inaugure et développe une méthode déductive en mathématiques. *"Pythagore qui a donné à la philosophie géométrique la forme d'une culture libérale, en reprenant les choses au commencement pour découvrir les principes , par un examen des théorèmes mettant en oeuvre une méthode non empirique et purement intellectuelle ; c'est lui qui précisément découvrit la théorie des proportions..." (Proclus)*

• Par le témoignage de Jamblique on constate l'importance en nombre de cette école et on y remarque la présence de femmes .

---

(1)L'ouvrage de référence utilisé pour cet exposé est :

Les Présocratiques Ed. La Pléiade Textes réunis par H. Diels (Berlin 1903)  
et traduits par J.P. Dumont et D. Delattre. .

## Chronologie relative à l'école pythagoricienne :

(les dates qui figurent indiquent approximativement l'acmé c'est à dire la période à laquelle on peut présumer que la personne a accompli le principal de son oeuvre.)

Pythagore de Samos		525
Les Pythagoriciens anciens :	Hippase	?
Les Pythagoriciens moyens :	Alcméon de Crotoné	450
	Zénon d'Elée	445
Les Pythagoriciens récents	Ion de Chio	?
	Damon (Damonidés d'OEÉ)	?
	Polyclète d'Argos	?
	Hippocrate de Chio	430
	Théodore de Cyrène	405
	Philolaos de Crotoné	410
	Archytas de Tarente	385

### Pour en savoir plus:

#### Les Pythagoriciens anciens :

**Hippase :** Les adeptes de la philosophie pythagoricienne constituaient deux groupes : les acousmaticiens ("ceux qui avaient à écouter.") et les mathématiciens. Hippase avait en charge les premiers tandis que Pythagore enseignait aux seconds.

*"A l'époque de Pythagore et des mathématiciens qui lui sont contemporains , il n'existait que trois médiétés; l'arithmétique, la géométrie et ....l'harmonique." (Jamblique) .*

Le feu constitue le principe unique et l'âme "ignée" est le nombre. Ainsi le nombre fait son apparition. *"Le nombre est le modèle premier de la création de l'univers, et encore il est l'instrument de décision du dieu artisan de l'ordre du monde. ( - cité par Nicomaque de Gérase-). Ceci évoluera ensuite. Mais, selon Aristote: " Les pythagoriciens, eux aussi, affirmant l'existence d'un seul nombre, le nombre mathématique ; mais celui ci, loin d'exister séparément constitue pour eux les substances sensibles mêmes".*

#### Les Pythagoriciens moyens :

• **Alcméon** : l'essentiel de son oeuvre est d'ordre médical. Il fixe le nombre de principes à dix , rangés en deux séries parallèles. Il fait ainsi apparaître un certain dualisme.

limité	illimité	en repos	en mouvement
impair	pair	droit	courbe
un	multiple	lumière	ténèbres
droite	gauche	bon	mauvais
mâle	femelle	carré	oblong

C'est la première fois que les opposés sont les principes des êtres; les trois premiers jouant un rôle essentiel pour le mathématicien.

• **Zénon d'Elée** passe pour l'inventeur de la dialectique. Il met en évidence des paradoxes qui "tournent" autour du limité et de l'illimité. "Les paradoxes ( Achille et la tortue est l'un des plus connus ) ... se présentent sous la forme d'un dilemme c'est-à-dire que si l'on accepte une chose ou bien son contraire on aboutit deans les deux cas à une contradiction....Pour le paradoxe d'Achille, si un segment ne contient qu'un nombre fini de points, il y a bien une impossibilité mais cette impossibilité se maintient s'il y en a une infinité, du moins en étendant au nombre infini les résultats du fini. ...Le coeur du problème est l'infini opposé au fini, le continu opposé au discret. (J. Dhombres Nombre, mesure et continu. Cédic Nathan 1980)

## Les Pythagoriciens récents :

• **Ion de Chio** est l'auteur d'un traité : La Triade " *Toutes choses sont trois et rien n'est ni plus ni moins que ces trois. Ce qui fait la valeur de chaque être particulier, c'est la triade formée de l'intelligence, de la force et de la fortune*".  
Ses préoccupations portent sur l'astronomie et la musique.

• **Damon** le musicien. L'idée d'harmonie est présente ainsi que celle de rythme. Selon Platon : "*Il existe en effet trois genres (de rythmes) qu'on entrelace pour composer les mesures, de la même manière qu'il y a quatre voix d'où l'on tire toutes les harmonies.*"

• **Polyclète** le sculpteur. L'idée d'harmonie est également présente et liée à la notion de rapport. "*Je songe en particulier à une statue fort admirée de Polyclète, qu'on appelle le Canon et qui tire cette appellation de la parfaite harmonie de toutes ses parties entre elles.*" (Galien)

• **Hippocrate de Chio** acquit sa célébrité comme géomètre et astronome. Il découvrit la quadrature du ménisque (ou de la lunule) ce qui revient au calcul de l'aire du segment de cercle. Il établit également que le problème de la duplication du cube se ramène à un problème de proportions. " En notations modernes,  $a$  étant le côté du cube initial il s'agit de résoudre  $x^3 = 2a^3$ . il suffit alors de trouver deux nombres  $x$  et  $y$  de sorte que  $(a, x ; x, y)$  soit une proportion comme  $(x, y ; y, 2a)$  " (J. Dhombres)  
"*Il est le premier, parmi ceux dont on a gardé le nom, à avoir composé, entre autres, un ouvrage intitulé Eléments.*"

• **Théodore de Cyrène** est géomètre. Il s'intéresse aux irrationnels mais "on ignore comment Théodore démontrait l'irrationalité de  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ , jusqu'à  $\sqrt{17}$ ... Il fut pourtant assez célèbre en son temps pour donner des leçons à Platon - pas seulement de géométrie mais aussi d'arithmétique, d'astronomie, de musique, toutes sciences fort en honneur chez les pythagoriciens.."

• **Philolaos** : privilégie la paire "limité - illimité"  
Jusqu'alors la vision du nombre était pratique. Les pythagoriciens semblent les premiers à ne plus lier le nombre à un usage. "...au lieu de s'en tenir à l'utilisation qu'en font les marchands ils vont jusqu'à assimiler toutes les choses à des nombres. En effet le nombre contient tout ce qui n'est pas lui, et il y a un rapport de tous les nombres entre eux." (Stobée) Parmi les nombres 10 joue un rôle particulier : " *La tétractys est le garant préféré des pythagoriciens ..., parce qu'elle réalise le nombre 10 qui est pour eux un nombre parfait* " ( $1+2+3+4=10$ ) "*dans le nombre 10 sont contenus tous les rapports .. ainsi que les nombres linéaires, plans, cubiques; en effet 1 est le point, 2 la ligne, 3 le triangle, 4 la pyramide...*" (Pseudo Jamblique)

C'est à l'école pythagoricienne que l'on doit la distinction entre nombre pair et nombre impair.

Toutefois certaines questions restent sans réponse, par exemple le sens de l'"Un" et de la monade "Philolaos donne indifféremment à l'Un le nom de monade et le nom de l'Un à la monade. (Théon de Smyrne). Archytas fera de même.

• **Archytas** : il semble être le premier à considérer que Un est un nombre (cette discussion est toujours présente au XVIème!) Auparavant "Un" engendrait les nombres. Voici ce qui est rapporté à ce sujet : " *...l'Un participe à la nature des deux (nombres) En effet, ajouté à nombre pair, il produit un impair, et, ajouté à un impair, il produit un pair : cela serait impossible s'il ne participait à la nature des deux. C'est pour cela précisément qu'on appelle l'Un pair-impair.*" Il demeure quand même de nombreuses hésitations : le un sert à engendrer les nombres mais "(les pythagoriciens) construisent en effet la totalité du ciel à partir de nombres mais ces nombres ne sont pas composés d'unités (arithmétiques abstraites) car ils partent de l'hypothèse que les unités sont des grandeurs spatiales. Néanmoins, comme il se fait que le premier Un possède de par sa construction l'étendue, ils sont incapables semble-t-il de l'expliquer." Aristote

• Eurytos : "Il affirmait qu'à chaque être correspond un nombre particulier: tel nombre à l'homme , tel autre nombre au cheval et tel autre à autre chose." (Théophraste) .  
 Quant à Aristote, il s'exprimait en ces termes: "Il s'aidait de jetons pour reproduire les formes comme on ramène les nombres aux figures du triangle et du carré". Il faisait ainsi allusion à l'association que faisaient les grecs entre certains nombres et des figures géométriques - ce que l'on désigne couramment par "nombres figurés ". On parle aussi de nombres triangulaires, carrés etc.....

Mais déjà s'amorçait la grande mutation liée à Platon.

"Les pythagoriciens furent les premiers à s'engager sur la voie des mathématiques et firent progresser cette discipline; leur familiarité avec elle les conduisit à penser que ses principes étaient les principes de toutes choses . Mais parmi ces principes , les nombres sont par nature les premiers, et ils crurent apercevoir dans les nombres beaucoup de traits de ressemblance avec les choses qui sont et qui viennent à être — plus que dans le feu , la terre et l'eau—...ils supposèrent que les éléments des nombres étaient les éléments de toutes choses. " Aristote

(Les débuts de la science grecque Lloyd - ed. la découverte.)

- Les auteurs cités :
- Aristote: IVème siècle avant J.C.
  - Flavius Josephe : historien environ — 37 ; 66
  - Galien : médecin de Pergame IIème siècle
  - Isocrate IV ème avant J.C.
  - Il dirige une école qui est une sorte d'établissement d'enseignement supérieur
  - Jamblique IVème siècle, auteur d'une vie pythagorique
  - Nicomaque de Gérase: IIème siècle mathématicien.
  - Proclus: Philosophe néoplatonicien Vème siècle
  - Stobée: Vème siècle.
  - Théon de Smyrne: mathématicien et philosophe platonicien du IIème siècle

