**FORMATION EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES,
UNE EXPÉRIENCE EN CPR INTERNE**

Par

A. ROBERT

DOCUMENT DE TRAVAIL POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS

UNIVERSITÉ PARIS 7

DOCUMENT DE TRAVAIL (destiné aux formateurs)

Formation en didactique des mathématiques,
une expérience en CPR Interne.

par A. Robert

Plan du document

Introduction : le déroulement de la formation

I La première présentation (orale) du sujet : la didactique des mathématiques, un champ de recherche ; des problèmes de formation

II Les petits travaux à faire faire aux stagiaires : mode d'emploi, liste

III A propos d'observation : macro et micro-didactique, différentes variables dans le déroulement d'une classe de mathématiques.

Conclusion : didactique et pédagogie

Annexe : les travaux effectifs des stagiaires et les interventions sur les sujets abordés sur une année de formation.

Bibliographie succincte.

Introduction : le déroulement de la formation

Nos expériences de formation en didactique des mathématiques en dehors d'un DEA de didactique (donc essentiellement en direction d'un public d'enseignants) nous ont amené à mettre au point une stratégie de formation qui s'est peu à peu stabilisée lorsqu'il s'agit d'enseignants du second degré non débutants.

Nous essayons de développer une formation "en spirale".

Nous commençons par demander aux stagiaires ce qu'ils attendent de la formation et nous expliquons ce que nous pensons pouvoir donner (établissement d'une sorte de contrat de formation)

Ceci nous amène à une première présentation rapide de la didactique des mathématiques et de la formation envisagée. C'est cette présentation que nous livrons dans la première partie (I).

Soulignons qu'il ne s'agit que d'une amorce de la formation, orale de surcroît, donc volontairement sommaire. Nous y insistons plus sur certaines précautions nécessaires à la bonne écoute de notre propos que sur les avantages d'une telle formation (plus dégagés dans la conclusion).

Puis la formation est organisée autour d'exposés faits par les stagiaires et correspondants à des petits travaux (dont la liste fait l'objet du II) choisis par eux et effectués dans leur cadre scolaire.

Ces exposés sont suivis d'une discussion collective, puis d'une synthèse faite par le didacticien, qui indique les points de vue didactiques sur les questions abordées et donne des pistes bibliographiques (si c'est possible).

Ces petits travaux portent sur des sujets très variés, mais ont toujours un lien direct avec la classe de mathématiques. Ils sont réalisés en un temps assez limité. Les résultats obtenus ne satisfont pas en général leurs auteurs mais ont le mérite de bien enclencher les réflexions. Ils révèlent en particulier toutes les limites d'une observation trop restreinte, mal préparée, et cela nous permet de revenir, vers la fin de l'année, sur l'illusion de la transparence qui peut exister chez certains enseignants en ce qui concerne l'observation en classe (partie III).

Nous concluons l'année par un retour sur la didactique et ce qu'elle peut apporter aux enseignants (conclusion).

Nous terminons ce document par la présentation succincte, en annexe, des travaux effectivement réalisés dans une formation pour stagiaires CPR reçus au Capes interne, en indiquant brièvement au fur et à mesure les directions des interventions de didactique.

Signalons que cette année-là, on a mis un petit enjeu sur la réalisation des petits travaux : si l'auteur du travail le désire, sa production est signalée et peut être prise en compte (mais cela n'est pas plus précisé) au moment de l'épreuve pratique du Capes.

Nous joignons les "bonnes adresses" de la didactique et une bibliographie succincte, deux documents distribués aux stagiaires.

I Présentation de la didactique des mathématiques et de la formation

a) La didactique des mathématiques : d'abord un champ de recherches mais par là même un certain point de vue...

Dans les recherches en didactique, on étudie des problèmes liés à l'enseignement des mathématiques et à leur apprentissage. Cependant, dans ces travaux, on adopte un certain point de vue, on considère certains facteurs comme fixes, on en fait varier d'autres.

Il faut bien réaliser en effet deux choses : d'abord il existe des questions sur l'enseignement des mathématiques qui ne relèvent pas du seul champ du didactique, ou même où ce point de vue n'est pas premier.

Exemple : l'échec en mathématiques des élèves non francophones.

Ensuite, il existe des questions qui sont difficilement abordables par une recherche didactique, dans l'état actuel de nos connaissances et de nos méthodes.

Exemple : l'évaluation CM2/6ème (questions d'évaluation longue, avec interprétations).

Ceci dit, les recherches en didactique se définissent à la fois par une certaine démarche et par une certaine approche de la réalité, par un certain point de vue adopté sur cette réalité.

Lorsque nous abordons un (nouveau) problème, en effet, nous essayons de transformer des questions brutes en questions abordables par une recherche, nous précisons d'où nous partons, dans quel cadre théorique nous nous plaçons, ce qui a déjà été obtenu sur le sujet (avec sa portée et ses limites), ce que nous cherchons à montrer, nous réfléchissons à une méthodologie, et ceci peut être très difficile, puis nous mettons en oeuvre les expériences nécessaires avec les observations prévues.

Le recueil des données permet les analyses, les interprétations et le retour aux questions initiales.

Mais ceci est fait d'un certain point de vue, et nous allons maintenant préciser à quel découpage de la réalité s'arrête en général le didacticien dans son travail.

Nous pouvons dire, en première approximation, que les didacticiens étudient essentiellement les régularités provoquées chez les élèves par

l'enseignement d'un contenu donné (bien précisé, bien caractérisé), cet enseignement étant ou non conçu par eux selon les cas.

Etudier signifie bien sûr interpréter les résultats obtenus, voire les généraliser s'il y a lieu et, dans tous les cas, se donner les moyens de prouver ce qu'on avance.

L'unité de base est dans ce cas la classe et un contenu mathématique, ce sont les acquisitions des élèves qui sont étudiées, les variables sur lesquelles on joue sont les divers choix possibles de l'enseignant, à court et à plus long terme.

C'est donc principalement des informations à cette échelle que peut donner une formation en didactique.

Cependant, il faut bien connaître ces contenus, pouvoir le cas échéant proposer des activités supposées adéquates à leur apprentissage.

C'est en ce sens que la didactique se situe en aval de l'épistémologie, celle-ci aide le didacticien à repérer les caractéristiques mathématiques des contenus étudiés et à mettre en évidence les contraintes mathématiques. On a souvent besoin par exemple d'avoir une idée précise des différents ordres possibles de présentation des notions, avec leurs avantages et leurs inconvénients. On doit connaître les différents cadres d'interventions des notions, leurs imbrications avec d'autres notions, on est à la recherche de problèmes "riches". On peut donc ajouter qu'une formation en didactique permet de faire fonctionner des connaissances sur les mathématiques, de type épistémologique ou historique.

Mais pour pouvoir comprendre les résultats obtenus, il faut aussi bien connaître les contraintes liées aux élèves et aux enseignants.

Là plusieurs aspects s'entremêlent : du purement cognitif au social, de nombreuses connaissances de psychologie (génétique, sociale, cognitive ...) et de sociologie contribuent à la fois aux interprétations des didacticiens, à la conception de leurs projets de séquences s'il y a lieu, à leur transmission le cas échéant. C'est en ce sens que la didactique se situe en aval de ces sciences, elle en utilise des résultats, des méthodes éventuellement.

b) Des exemples de recherches

* recherches de type "ingénierie" (centrées sur l'enseignement d'un contenu

donné à un niveau donné) :

Elles comprennent le balisage d'un champ conceptuel, y compris épistémologique, le diagnostic de l'enseignement existant (s'il existe), des propositions de séquences avec prévisions d'observations, les observations, un retour (voire une modification des séquences) et des interprétations. Il peut être intéressant de reproduire l'expérience ensuite.

Travaux récents : acquisition de l'algèbre linéaire en Deug, symétrie orthogonale en 6ème, enseignement des probabilités en terminale, utilisation explicite d'un environnement informatique.

*** recherches sur les représentations (plus centrées sur les acteurs) :**

Elles peuvent être menées du côté des élèves (élèves en 6ème en difficultés, étudiants en sections expérimentales), ou du côté enseignants (représentations et pratiques pour des élèves faibles, dans quelle mesure des pratiques comparables sont associées à des représentations identiques ?)

*** recherches transversales (centrées sur un type de scénario, sur une activité particulière des élèves ou de l'enseignant, sur des élèves particuliers) :**

Association d'un enseignement de métaconnaissances et de situations où les étudiants peuvent (doivent) les faire fonctionner)

Fonctionnement de la mémoire de la classe

Analyse de discours d'enseignants

Enseignement technique, professionnel, post-obligatoire.

c) sur la formation des enseignants à la didactique des mathématiques : des mises en garde

La formation des enseignants de mathématiques à la didactique pose a priori quelques problèmes, que nous tenons à signaler avant même d'aborder le vif du sujet pour prévenir des déceptions ou des contre-sens.

* d'abord parce que la didactique est pour une grande part à l'heure actuelle un champ de recherches, avec des connaissances, des acquis qui ne sont pas toujours généralisables, "décontextualisables", dont on ne connaît

pas encore le domaine de validité. De plus ces connaissances, ces acquis ne sont pas du même type que les connaissances de mathématiques, et ne sont même pas toujours perçues comme des connaissances dans la mesure où les démarches de recherche et de preuves sont totalement inhabituelles pour des mathématiciens.

Cela nous amène à être prudent, à prévenir les enseignants, qui ne s'attendent pas toujours à un tel type d'informations.

Et même, lorsque c'est possible, cela nous amène à utiliser la recherche faite par les enseignants pour transmettre des acquis de didactique, avec l'idée qu'en restituant les conditions de production de la connaissance, on a une certaine garantie de la transmission de sa portée et de ses limites.

* ensuite parce qu'une partie de ces acquis, de ces connaissances n'est pas toujours utilisable telle quelle, dans la pratique quotidienne de l'enseignant, même si d'autres produits didactiques peuvent servir plus directement.

Ainsi y a-t-il, ou risque-t-il d'y avoir, un décalage entre la demande des enseignants, qui tourne souvent autour de moyens assez "ponctuels", conçus au quotidien, pour améliorer telle ou telle partie de leur pratique (que ce soient le déroulement en classe des cours et les choix d'activités, la réussite des élèves, leur apprentissage réel ou le "confort" dans la classe) et l'offre de la didactique.

Beaucoup d'éléments qu'on peut tirer de ces recherches en effet s'avèrent en grande partie globaux, à plusieurs niveaux de globalité d'ailleurs, puisqu'ils concernent soit l'organisation globale de la classe et les marges de manoeuvre globales des enseignants, soit des "variables" sur lesquelles on peut jouer, en toute généralité, soit les conséquences globales de certains choix. Il peut rester à l'enseignant, sur le terrain, non seulement à s'appropriier ces informations, à les adapter à son propre style, mais encore à les traiter pour un usage quotidien.

Pour ne prendre qu'un exemple, on dit et on démontre en didactique qu'une des variables importantes pour comprendre et interpréter ce qui se passe pendant les activités des élèves est le "contrat didactique", implicite ou explicite, entre le professeur et les élèves (c'est à dire les attentes des uns envers les autres, explicitées pour une part seulement en général) ;

encore faut-il, même si on en est convaincu, si on veut utiliser cette information pour obtenir certaines réactions ou certains comportements dans la classe, trouver dans chaque situation, en particulier compte-tenu de la composition de la classe, de la répartition des activités qu'on a choisies pour l'année, des contenus étudiés, etc..., des contrats appropriés et des explicitations convenables.

On peut donner ici un exemple précis tiré des recherches de I. Tenaud sur l'enseignement des méthodes en géométrie, montrant qu'il y a un contrat qui amène plus que les autres contrats (y compris celui où on ne dit rien) à ce que les élèves travaillent de la façon visée, mais qu'on ne peut instituer ce contrat que après quelques semaines...

* enfin parce que tout discours sur l'enseignement est entendu avec les conceptions propres de celui qui écoute et qu'il peut y avoir, à l'insu des uns et des autres, des implicites, des sous-entendus qui faussent une bonne "réception".

L'exemple banal ici est celui de la différence d'interprétation de la consigne "laisser chercher les élèves", qui peut être entendue comme aider les élèves à chercher ou comme laisser vraiment les élèves seuls chercher, y compris s'il y a des erreurs ou du temps où il ne se passe rien.

Un autre exemple est celui de la différence entre ce que les enseignants disent en classe, à côté de l'exposition stricte des connaissances, qui elle aussi peut d'ailleurs varier ; des recherches très récentes ont montré que là encore, sous une même étiquette, c'est à dire pour un même cours et une même activité au sein de ce cours, les choix des enseignants en matière de discours d'accompagnement sont très divers (et peu aléatoires pour un enseignant donné).

C'est un problème difficile, car même si nous nous expliquons sur nos conceptions, en particulier sur les mathématiques, la manière de les pratiquer, de les enseigner, de les apprendre, nous ne pouvons pas tout expliciter à chaque fois.

De plus, souvent les conceptions sont si profondes, si stables, mettent tellement en jeu la personnalité de l'enseignant, qu'une explicitation ne suffit ni à faire percevoir les vraies différences (s'il y en a), ou les similitudes sous les apparences de différences, ni a fortiori à faire

accepter ces différences, à rentrer donc dans le jeu de celui qui parle, au moins le temps de son discours, et encore moins à amener à des enrichissements, voire à certaines remises en cause qui pourraient résulter d'une adaptation réciproque des conceptions.

C'est là encore par la pratique de la recherche individuelle, menée par les enseignants en formation que nous pensons que le problème se résoud le mieux.

II Petits travaux : de quelques contraintes et de quelques marges de manoeuvre des enseignants de mathématiques.

Mode d'emploi :

A) On demande à chaque groupe de stagiaires de rédiger de façon très concise le petit travail expérimental choisi dans la liste ci-dessous ou non.

Ainsi, après en avoir donné un intitulé, on précisera avec un maximum de détails significatifs, les conditions de l'expérience choisie. Par exemple, chaque fois qu'il est question d'élèves, on citera la classe, le nombre d'élèves, le type d'élèves s'il y a lieu, l'établissement, le cas échéant le(s) texte(s) des exercices analysés, et/ou les conditions de production des travaux analysés (durée impartie, place par rapport au déroulement du cours, statut pour les élèves, contrat en vigueur dans la classe...), même chose s'il s'agit d'enseignants...

Dans les analyses de textes d'exercices on sera amené à caractériser ce que les élèves ont effectivement à faire fonctionner (quels outils et quelles propriétés (évoqués ou non dans l'énoncé), quel(s) cadre(s), quels changements de cadres, explicites ou non, avec feedback ou gratuits, quels types de raisonnements, quelles étapes, quelles interprétations (ou changements de points de vue) ...). On essaiera de déterminer en particulier ce qui est effectivement à la charge des élèves (avec les moyens correspondants), s'ils ont à faire des conjectures (au démarrage), à se poser des questions et à faire des choix (les quels, quels rôles ils ont), et les moyens de contrôle dont ils disposent.

Dans les analyses de discours de professeurs, on sera amené à distinguer ce qui est purement mathématique de ce qui relève du "métamathématique". On pourra en particulier étudier s'il y a des indications de méthodes explicites (sur quoi et à quel niveau de généralité), s'il y a des appels à la mémoire, regarder la nature des questions (et leur portée), s'il y a des vérifications de ce que les élèves comprennent et lesquelles, etc...

On relatara ensuite le déroulement de l'expérience ou on décrira le matériel recueilli. A chaque fois que c'est possible, un récit critique des commentaires des enseignants concernés par l'expérience sera le

bienvenu.

S'il y a à faire des comparaisons quantitatives, on rappelle que dans l'utilisation d'un tableau de données on doit toujours comparer les pourcentages (lignes ou colonnes) au pourcentage global correspondant.

On exposera alors de façon synthétique les conclusions (ou une synthèse des constats).

Enfin, en quelques phrases on situera ces conclusions par rapport à la question des marges de manoeuvre et des contraintes, et plus particulièrement par rapport aux objectifs précisés ci-dessous pour chaque thème.

L'utilisation du vocabulaire didactique est souhaitée, à condition que ce soit à bon escient...

B) D'autre part chaque groupe sera amené à raconter aux autres dans un temps très bref ce qu'il a vu dans son petit travail. Un travail de résumé, et en particulier une réflexion sur ce qu'il y a à retenir à la fois pour être compris et pour intéresser son auditoire, est donc demandé.

C) Enfin, si on a choisi un travail comportant la lecture d'un texte de référence, on en prévoira un mini-exposé oral (avec le même contrat qu'en B).

Dans tous les cas on préférera un petit travail court mais bien étudié à une masse d'expériences ou d'analyses non maîtrisées.

Voici la liste des travaux proposés (on choisit un seul travail dans cette liste).

4) A propos d'évaluation

Il s'agit de prendre conscience de la relativité des notes, du rôle potentiel des différentes évaluations (formative, normative) sur les

élèves, et aussi de ce que les modes de contrôle influencent et les enseignants (qui préparent les élèves) et les élèves (qui travaillent en fonction de cela).

On propose soit :

* la lecture critique d'un texte sur l'évaluation, avec miniexpérimentation en classe (choisir un travail parmi la liste suivante) :

- comparaison des notes mises par des enseignants différents (dont les auteurs du travail) sur un même paquet de copies

- échelles des notes de différents professeurs de l'établissement (ou de deux établissements), au moins 5 enseignants doivent être interrogés et répondre sur toutes leurs classes, leurs commentaires sont les bienvenus...

- analyse de la façon dont sont rendus les travaux écrits des élèves (commentaires individuels et collectifs, intervalle entre passation et retour des copies, exploitation éventuelle de ce qui a été constaté dans les copies, attitude des élèves quand on leur rend leur problème ...).

soit :

** un essai de différents modes de contrôle : mettre au point deux modes de contrôle supposés différents et les expérimenter dans une classe.

2) Analyses comparées de chapitres de manuels, programmes, textes d'exercices, textes d'examen, cours effectifs ...

Il s'agit de percevoir, sur le cas particulier choisi, dans quelle mesure ce qu'on étudie varie (et ce qui est susceptible de varier). Les comparaisons devront toujours porter sur ... au moins deux manuels, ou chapitres, ou cours, ou etc...

Ces comparaisons, une fois réunies, ont pour objectif de faire mieux connaître les différences constatées entre les sections, les niveaux, etc... et d'illustrer le cas échéant différentes manières de concevoir les activités des élèves.

On choisira une analyse comparée dans la liste suivante :

- travaux pratiques proposés dans les manuels en première S (dans au moins deux manuels).

- présentation d'une même notion dans les programmes (ou les manuels, ou les textes d'examen...) de différentes sections (G, F, E, D, C, B, A) à un ou plusieurs niveaux.

- textes d'exercices (ou de textes de cours, ...) de différents manuels sur un même chapitre, ou de différents chapitres d'un même manuel

- pratiques effectives en classe (comparaisons de deux cours sur le même sujet par deux enseignants différents, par exemple deux des membres du groupe de stagiaires concernés, comparaisons de deux séances d'exercices, comparaisons de deux séances où on rend les copies, etc...)

- temps consacré à un même chapitre dans des classes parallèles (on peut utiliser les cahiers de textes, ou interroger les enseignants).

3) De l'énoncé à l'activité : expériences en classe

Il s'agit de percevoir les liens entre les énoncés des exercices et les activités effectives des élèves, voire les apprentissages souhaités.

Par exemple, on cherche deux ou trois textes d'exercices faisant fonctionner comme "outil" (mais de façon différente) une notion dont l'apprentissage est visé, on analyse éventuellement les exercices sur le même thème dans un manuel, puis on expérimente en travail écrit individuel en classe deux présentations du même exercice, les deux versions étant supposées provoquer des solutions différentes chez les élèves. On peut par exemple distribuer à un élève sur deux une des deux versions, ou jouer sur les diverses classes des membres du groupe.

L'analyse des copies, et même des comportements des élèves pendant la séance (il se peut que l'on admette des questions de la part des élèves) permet de valider si les prévisions étaient ou non correctes.

4) Représentations métacognitives des enseignants ou des élèves

Il s'agit de percevoir certaines représentations des différents acteurs de la relation éducative en ce qui concerne les mathématiques, la manière de les enseigner, la manière de les apprendre, et peut-être, en même temps de réfléchir à ses propres représentations ...

Les questions qui se posent à ce propos sont celles des diversités éventuelles, et des liens possibles avec les pratiques.

Attention, ne poser que très peu de questions (oralement ou par écrit), sinon cela sera trop long à dépouiller ! Attention aussi à l'intitulé des questions (danger d'induire les réponses par la forme des questions ...).

Par contre, sur un seul sujet, essayer de faire préciser au maximum ce que votre interlocuteur veut dire, par un jeu de questions serrées.

Penser à caractériser vos interlocuteurs, pour éventuellement pouvoir dégager certaines corrélations.

On peut choisir un thème parmi les thèmes suivants, concernant un niveau donné, (questions à poser aux enseignants et/ou aux élèves) :

- qu'est ce qui est difficile à enseigner ?
- pour les élèves qu'est ce qui est dur à apprendre ?
- quand une classe est "faible", que peut-on (doit-on) faire de spécial (en plus ou en moins) ?
- quel intérêt y a-t-il à utiliser des textes historiques dans l'enseignement (préciser quelle utilisation) - on pourra comparer avec les séances de formation du premier trimestre.
- quel intérêt y a-t-il à utiliser des logiciels dans l'enseignement (préciser quelle utilisation) ?
- y a-t-il des différences entre l'oral et l'écrit en mathématiques, lesquelles ?

- quels changements peut-on introduire dans son enseignement d'une année sur l'autre ?

- y a-t-il plusieurs manières d'enseigner un même contenu en mathématiques (avec ou non des effets différents) ?

- comment choisir la série d'exercices à proposer aux élèves sur un chapitre donné ?

- que penser du travail en petits groupes (faire préciser le mode de pratique effectif de ce travail s'il y a lieu) ?

- quelles sont les contraintes les plus fortes qui pèsent sur l'enseignement ?

- les trois premiers voeux à propos d'enseignement des math ... si une fée avait le pouvoir

5) Des "activités" à l'institutionnalisation

Il s'agit de comprendre comment des activités (bien choisies) peuvent efficacement précéder un cours, en déterminant en particulier d'une part quelle exploitation peut (doit ?) faire l'enseignant de ce qui a été effectivement fait par les élèves en situation et d'autre part ce que peut vouloir dire efficacement.

Il s'agit donc d'une part d'observer l'utilisation réelle par les enseignants des activités des élèves, tout en essayant de saisir ce qu'il en est du côté élèves.

Une autre partie du travail consisterait à analyser (voire à sélectionner ensuite) des activités propices à précéder efficacement le cours : qu'est ce que cela veut dire ? dans quelle mesure le rapport entre l'activité et le cours peut être fait dans tous les cas de figures (côté élèves) ? comment gérer le passage entre l'activité et le cours ?

III Macro et micro-didactique : différentes variables dans le déroulement de la classe de mathématiques, et problèmes méthodologiques liés.

Pour nous, le déroulement d'une classe de mathématiques met en jeu pour son analyse plusieurs niveaux, qui ne sont pas toujours perceptibles dans la seule analyse du déroulement, mais qui nous semblent indispensables à prendre en compte cependant pour cette analyse (d'où une difficulté de taille).

Nous partons en effet de l'hypothèse (pas nécessairement triviale) qu'un enseignant n'improvise pas dans sa classe, que ses comportements résultent en partie au moins de ses conceptions sur les mathématiques et leur enseignement, et que ces conceptions (appelées encore représentations métacognitives) sont assez stables.

En conséquence nous considérons le déroulement en classe comme la résultante de deux composantes (au moins), un certain nombre de choix antérieurs de l'enseignant (explicites ou non), et un certain nombre de décisions plus conjoncturelles, cependant influencées en partie aussi par les conceptions.

Seulement il n'est pas toujours facile ni possible de démêler ce qui relève des conceptions et ce qui est vraiment improvisé, et il n'est pas non plus facile de "remonter" du local au global.

Par exemple la seule prise en compte des consignes données au début de la séance est insuffisante à faire percevoir le contrat en vigueur dans la classe, et donc l'interprétation que professeur et élèves donnent aux consignes, par delà les mots.

Rien ne peut transparaître a priori du fait que le maître ne vérifie jamais tel type d'exercices qu'il donne soigneusement à chercher tous les jeudis...

Cela nous amène à essayer de prendre en compte plusieurs niveaux pour analyser le déroulement en classe, et à être très prudent sur les interprétations.

En particulier les inférences entre des consignes et des comportements d'élèves doivent être nuancées par la prise en compte du contrat habituel

de la classe, pas toujours transparent (en tout cas en une seule fois), par la prise en compte des conceptions globales de l'enseignant, dont on a montré qu'elles influencent beaucoup les élèves, même si elles ne sont pas exprimées en tant que telles, et par les conceptions des élèves eux-mêmes, souvent étonnantes en matière de mathématiques...

Le niveau global, d'abord.

Les choix du professeur, actualisés dans la séquence analysée, ne peuvent être limités selon nous à cette seule séquence (sauf séance hors-cursus, nous y reviendrons).

La séance analysée s'inscrit en général en effet dans un ensemble, avec un certain projet global d'enseignement (plus ou moins explicite), notamment en ce qui concerne

- l'ordre de présentation des notions
- l'ordre de présentation de la notion envisagée (cours, exercices, contrôles, reprises, ...)
- pour cette notion la répartition des activités entre enseignant et élèves
- pour les activités réservées aux élèves, la progression choisie

Cette dernière progression met en jeu l'analyse des tâches proposées aux élèves, notamment en ce qui concerne les problèmes (découpage des questions, qu'est ce qui reste à faire à l'élève, y a-t-il des jeux de cadres, quelle est l'articulation dans le connu, quels sont les enjeux...)

- le choix des modes d'évaluation et en particulier le rapport avec les activités proposées aux élèves.

Ces choix sont eux-mêmes sous-tendus par d'autres encore plus globaux, notamment sur les objectifs qu'on se donne sur l'année (en termes d'acquisition d'outils mobilisables, disponibles, ou de simple bagage culturel, ou d'objets ou encore plus prosaïquement en termes de réussites à tel ou tel examen). Ils révèlent et traduisent aussi la manière de s'adapter aux diverses contraintes incontournables (temps, programme, ...), choix à mettre en relation avec ce que l'enseignant veut privilégier dans son année (compréhension, mises en fonctionnement efficaces, "confort"...).

On pourrait espérer tourner en partie la difficulté en s'intéressant à des séances "hors-cursus", mais il reste un danger : les élèves ne vont pas

alors nécessairement mettre le même enjeu que d'habitude à leurs activités, et leur attitude (même très positive) ne sera pas nécessairement la même que quand il y a une intention plus perceptible d'apprentissage. Cependant c'est sans doute un bon moyen (mais limité) pour diminuer les paramètres à considérer et pour rentrer dans le problème.

Le temps du déroulement

Différentes catégorisations peuvent être adoptées.

On peut centrer les observations sur la chronologie et la répartition des activités/discours.

On peut aussi regrouper les informations en

- analyses des tâches successives (au sens large) : résolutions d'exercices individuelles, collectives, par petits groupes, cours, corrections d'exercices, discussions, ...)

sur chaque tâche on peut étudier les éléments suivants :

- discours professeur

* nature du discours d'accompagnement : ce qui relève de la communication (consignes et autres), ce qui relève des commentaires sur les mathématiques (méthodes, heuristiques, synthèses, comparaisons et autres commentaires), ce qui relève de l'évaluation (traitement des erreurs), ce qui relève des conseils généraux sur le travail...

* articulation, imbrication des discours mathématique et non mathématique

* gestion des échanges avec les élèves : questions et leur exploitation, temps du silence, ...

- formes de travail des élèves

La mise en fonctionnement des deux modes de description permet sans doute de ne pas laisser échapper trop de choses, et de se rendre compte au mieux, nous semble-t-il, de la gestion par le maître de ses marges de manoeuvre (au niveau de la répartition des activités, des tâches dévolues aux élèves avec la forme de travail correspondante et de son discours).

Conclusion : didactique et pédagogie, ou ce qu'une formation en didactique peut apporter à un enseignant

Nous présentons schématiquement un certain nombre d'éléments positifs, qui nous semblent justifier une telle formation (moyennant les préalables dégagés au début). Il ne s'agit pas de les donner tels quels, mais de les faire trouver ou au moins de les illustrer, selon les publics, par des exemples pris dans les petits travaux ou dans ses propres classes ou ...

1) Des points de repères utiles (il y a en a d'autres bien entendu), et en particulier une connaissance précise d'un certain nombre de variables servant à mieux spécifier les classes où on enseigne

Ainsi il est intéressant de connaître des données

* sur le public

- acquis antérieurs (mais en termes de "remplissages" de cadres, pas seulement par items) et cadres préférentiels, permettant de détecter une hétérogénéité éventuelle de manière directement utilisable dans l'enseignement

- age (avec l'existence de possibilités métacognitives ou non)

- motivations (hétérogènes, liens avec un certain concret, ou littéraires, ou carrières...), contrats possibles, spécificités éventuelles (échec, intérêts spécifiques ou connaissances spécifiques)

* sur les contenus

En termes d'outils, d'objets, de cadres, de mises en fonctionnement de ces concepts, d'organisation globale.

Cela permet des analyses d'exercices, de programmes, de manuels, cela amène à caractériser des tâches, à construire des progressions.

On peut aussi réfléchir aux questions suivantes, pour un contenu consistant,

- quels types de concepts sont en jeu

- existences de méthodes pour certains secteurs (plus ou moins développables)

- grands types de problèmes, questions générales
- quelles ressources côté histoire
- quelles ressources côté informatique

*** sur les contraintes**

- le temps (présence scolaire, durée et découpage, travail individuel à la maison ou non)
- locaux (amphithéâtre, salles...)
- l'évaluation (de qui elle dépend, latitudes)
- dans quel cursus s'insère l'enseignement en question (demandes des suivants, examens ultérieurs...)

*** sur les objectifs généraux**

Ce qu'on veut obtenir à la fin, en termes d'

- outils disponibles
- outils mobilisables
- situations familières, situations de références, "herbiers" ...
- bagage culturel ...
- questions et méthodes disponibles (y compris en ce qui concerne l'environnement informatique), moyens de contrôle...

2) Une certaine connaissance des marges de manoeuvre dans une classe donnée (et donc aussi des contraintes) et une certaine connaissances des choix possibles avec leurs conséquences.

Exemples : caractéristiques et conséquences des organisations de type "j'apprends, j'applique" ou de type dialectique outil/objet ; importance et variabilité des contrats.

Voici d'autre part une liste de choix globaux, contribuant à concevoir un enseignement sur un contenu consistant (dans une perspective de (re)construction des connaissances, avec une utilisation des ressources du travail collectif et des possibilités de réflexion des élèves sur les mathématiques) :

*** sur les contenus et la conception des activités**

- appui sur du connu
- organisation globale (ordre ...)

- cours comme réponse à des questions déjà rencontrées par les étudiants
- changements de cadres dans les problèmes
- problèmes riches ou/et récurrents

*** sur ce qui est dit par l'enseignant**

- sur les contenus (épistémologie)
- sur les méthodes (plus ou moins particulières)
- sur les contrats (partie explicitée)
- pendant les cours proprement dit (structuration et commentaires métamathématiques)

*** sur les activités des étudiants**

- travail en petits groupes (à quel moment, sur quoi)
- utilisation de logiciels ou de tout autre document intéressant
- évaluation (correspondant à ce qui est demandé en séances de travail, non classique si c'est possible, travail en temps non limité, à plusieurs, etc...)

3) Une plus grande facilité d'adaptation, par compréhension des "dessous" (c'est à dire des choix) sous-tendant des commentaires officiels par exemple.

4) Une plus grande possibilité de communication par dépersonnalisation (possibilité d'utiliser un vocabulaire précis, possibilité de pointer les phénomènes et de pas de sentir "coupable"...)

Annexe : petits travaux choisis par des stagiaires CPR internes.

De manière générale, chaque exposé dure de un quart d'heure à une demi heure, le reste de l'heure étant consacré à la discussion et à la synthèse.

Au fur et à mesure de l'année, les synthèses peuvent être plus décontextualisées.

I Analyse de la façon dont sont rendus les travaux écrits des élèves

L'auteur a observé et décrit deux manières très différentes de rendre les devoirs, dans une quatrième et dans une troisième (par deux enseignants différents).

La discussion a permis d'élargir le débat, d'autres pratiques ont été citées.

On a donc fait un constat : les enseignants se posent très fort ce problème. On a examiné les tentatives de résolution évoquées, en essayant de dégager ce sur quoi on joue à chaque fois.

La synthèse a porté sur

- * le traitement des erreurs
- * la détermination du rôle qu'on peut donner aux devoirs à la maison (et à leur correction) dans l'ensemble de l'apprentissage, et la nécessité d'envisager ce problème dans cette globalité
- * l'évaluation.

II Énoncés et activités en classe de sixième

L'auteur a présenté à ses élèves deux modalités différentes d'un même exercice (les différences portent surtout sur le détail plus ou moins grand des questions) et a comparé les performances (étude des copies).

La discussion a porté sur le problème de la compréhension des énoncés par les élèves, et sur les problèmes éventuels de langue.

La synthèse a permis de dégager

- * des difficultés de lecture (vocabulaire, longueur, structure des phrases, codages)

- * un certain nombre de méthodes supposées garantir un minimum de "lisibilité" pour tout le monde (ou presque)

Les travaux de C. Laborde et ceux de l'IREM de Grenoble sur l'apprentissage du raisonnement mathématique ont été recommandés.

III Comparaison des notes mises par différents enseignants à des copies d'élèves.

L'auteur a présenté à six enseignants de son établissement une dizaine de copies et leur a demandé de les corriger.

Succès garanti !

La discussion a porté sur l'évaluation, les objectifs, les barèmes...

la synthèse a consisté à souligner les diverses relativités des évaluations et à présenter la bibliographie disponible, notamment

- * travaux de A. Bodin et évaluations APM

- * texte de Y. Chevallard

IV Analyse comparée de textes d'exercices sur un même chapitre dans deux manuels différents.

L'auteur a comparé les exercices sur le théorème de Thalès en seconde dans le livre de Belin (collection spirale) et dans le livre de la collection Dimathède (Didier).

Divers tableaux, s'inspirant des axes d'analyse des cahiers de didactique des mathématiques n°51 et n° 4 (nouvelle collection) ont permis de se faire une idée des différences. E, l'occurrence c'est plutôt à une analogie des choix des auteurs de manuels que l'auteur a conclu.

La synthèse a porté sur une réflexion sur le théorème d'abord, et sur divers exercices le faisant fonctionner, puis sur une réflexion plus large sur les manières de classer les exercices suivant divers axes (évaluation

ou apprentissage, mises en fonctionnement comme outil ou comme objet, dans quels cadres, avec quelles indications, avec quels types d'activités...).

Les cahiers de didactique n°51 et n°4 (nouvelle collection) ont été recommandés.

V Comparaison de deux cours portant sur un même chapitre

L'auteur a comparé deux cours sur l'introduction en première S du produit scalaire de deux vecteurs du plan et de l'espace, un cours qu'elle a observé et le sien.

La discussion a porté sur tout ce qu'on peut faire varier selon les classes qu'on a.

La synthèse a permis d'aborder l'idée de marge de manoeuvre de l'enseignant pour faire un cours et d'indiquer quelques variables (répartition des activités prof/élèves en particulier).

VI Travail en petits groupes

L'auteur s'est livré à une petite enquête chez les élèves des classes de troisième de son établissement et a décrit différentes réactions d'élèves (66 sur 79 déclarent y être favorables).

La discussion a porté sur différentes modalités de travail en petits groupes et leurs avantages et leurs inconvénients.

La synthèse a permis de dégager plusieurs types de variables attachées à cette pratique

* le contrat

* les types d'activités concernées

* l'insertion de ce type de travail dans l'ensemble du travail de la classe.

On a évoqué la différence de leviers éventuelle entre des élèves du premier cycle et des élèves plus âgés. On signale les travaux de A. Robert et de I. Tenaud sur l'enseignement de la géométrie en terminale C associant un

enseignement de méthodes et un travail régulier en petits groupes.

VII A propos des classes faibles

L'auteur présente des expériences très concluantes de "classe palier" (quatrième en deux ans).

Elle détaille les choix et la façon de préparer le terrain pour rejoindre le niveau des autres élèves (travail préalable sur du concret).

La synthèse permet de dégager divers facteurs spécifiques de ces classes, côté élèves, mais aussi côté professeurs.

On aborde en particulier les représentations des enseignants sur ce type d'élèves, en dégagant le cercle vicieux éventuel : élèves faibles d'où simplifications et explications répétées, d'où privations du sens ...

Le cahier de didactique des mathématiques n°5 (nouvelle collection), portant sur une expérience dans une classe de sixième en grande difficulté a été recommandé.

VIII De plusieurs manières d'enseigner un même contenu

L'auteur étudie différentes manières de présenter le théorème de Pythagore en quatrième à travers un questionnaire proposé à 11 enseignants.

Sont dégagées trois types de réponses :

* on admet

* on présente un contexte historique, on fait une activité de découverte, on énonce

* on fait faire des activités de découverte (numérique ou autre), puis démonstration

Comme on avait déjà abordé un exposé proche, la synthèse permet de revenir sur divers types d'activités pour les élèves (action, formulation, validation, institutionnalisation, dialectique outil/objet ...).

On a recommandé aux stagiaires intéressés des lectures de G. Brousseau et de R. Douady.

IX Evaluation : échelles de notes

L'auteur a exposé un texte classique sur l'évaluation (Bodin in bulletin APM) puis a montré les résultats d'un petit questionnaire auprès des enseignants sur les échelles de note qu'ils pratiquent.

On est revenu sur les questions de relativité des évaluations.

X Transformations géométriques de la sixième à la terminale.

Les auteurs ont fait une étude (rapide) des programmes et des objectifs affichés de la sixième à la terminale.

La synthèse a permis de revenir sur l'histoire de la géométrie, puis d'en dégager certaines spécificités (les trois cadres ponctuel, numérique, vectoriel, l'aspect modélisation, l'aspect démonstration, etc...)

Une importante bibliographie est donnée.

On signale en particulier la réflexion synthétique de G. Arzac sur la démonstration (dans la revue Recherches en didactique des mathématiques).

XI Qu'est-ce qui est dur pour les élèves ?

L'auteur s'est livrée à une enquête auprès de ses élèves de cinquième (47 élèves) et de troisième (47 élèves). Elle a listé les réponses, par rapport aux titres du programme et par rapport aux activités (démonstrations ne particulier).

La synthèse a permis de revenir sur le rôle des changements de cadres et de points de vue dans l'enseignement.

On signale ici l'article de R. Douady sur les jeux de cadres dans la revue Recherches en didactique des mathématiques.

XII Comment des élèves de C traitent-ils des sujets "concrets" (séries A1, B) ?

Contrairement à ce que l'auteur supposait, ce n'est pas si mal fait s'il n'y a pas une trop grande rupture de contrat !

C'est sur ces questions de contrat qu'a porté la synthèse.

XIII Traitements des nombres complexes en Terminale F

L'auteur a proposé à des collègues un questionnaire leur demandant d'apprécier divers types d'exercices à proposer aux élèves. On a pu constater que les catégories des enseignants pour différencier les exercices sont peu nombreuses et on est revenu sur les notions d'outil, objet, cadres, indications, conjectures...

Pour terminer nous joignons les documents que nous avons distribués aux stagiaires, pour leur faciliter un suivi éventuel de cette formation (demandé d'ailleurs par certains).

Didactique des mathématiques : les bonnes adresses

En ce qui concerne l'écrit :

Une revue : Recherche en didactique des mathématiques, éditée par *La pensée sauvage* (Grenoble), se trouve à la bibliothèque de l'IREM Jussieu couloir 55-56, 3^{me} étage. On peut s'abonner, ou abonner son établissement ...

Des articles de didactique des mathématiques paraissent dans des revues moins spécialisées comme le bulletin de l'APM, ou la Revue Française de Pédagogie, ou des revues en langue anglaise.

On peut aussi trouver des articles de didactique des mathématiques dans des brochures ou des cahiers, édités par différents IREM ou commissions InterIrem (Grenoble, Bordeaux, Strasbourg, Marseille, Paris...) que l'on peut consulter à la bibliothèque de l'IREM ou commander par correspondance. En particulier les cahiers de didactique des mathématiques édités par l'IREM Paris 7 sont disponibles au secrétariat de l'IREM, couloir 55-56, 3^{me}.

Plus ardu : des thèses, des congrès ou colloques, les actes des écoles d'Eté de didactique des mathématiques (à consulter en bibliothèque).

En ce qui concerne le suivi de la formation (y compris vers la recherche), signalons l'existence dans un certain nombre d'universités (Paris, Lyon-Grenoble, Marseille, Bordeaux, Strasbourg,...) d'un DEA de didactique des mathématiques, pouvant déboucher sur une thèse de doctorat de didactique des mathématiques. Cela correspond à l'existence sur place d'une équipe de recherche de didacticiens. Sur le plan national, il existe un GR (CNRS) regroupant ces chercheurs et ceux des didactiques des autres disciplines scientifiques.

D'autre part des universités d'Eté (s'adressant aux enseignants) sont organisées régulièrement à Paris et Lyon, et une école d'Eté nationale a lieu tous les deux ans. De plus un certain nombre de stages (inscrits au PAF) permettent aussi de compléter la formation.

En ce qui concerne le suivi de la recherche, un séminaire national a lieu trois par an à Paris, et un certain nombre de congrès ou colloques plus ou moins spécialisés ont lieu régulièrement.

Bibliographie succincte

On indique ici les références générales, et non les articles ou brochures portant plus spécifiquement sur un thème mathématique particulier, qui sont eux indiqués au fur et à mesure de la formation et en relation avec les travaux choisis par les stagiaires

Artigue M. et Douady R. (1986) La didactique des mathématiques, note de synthèse R.F.P. n°76

Arsac G. (1990) Les recherches actuelles sur l'apprentissage de la démonstration et les phénomènes de validation en France Recherches en didactique des mathématiques Vol 9.3

Balacheff N. (1982) Preuve et démonstration, Recherches en didactique des mathématiques, Vol. 3.3

Bautier-Castaing E. et Robert A. (1988) Réflexions sur le rôle des représentations métacognitives dans l'apprentissage des mathématiques Revue française de Pédagogie n°84

Brousseau G.* (1983) Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, Recherches en didactique des mathématiques, Vol 4.2

Brousseau G. * (1980) Problème de l'enseignement des décimaux, Recherches en didactique des mathématiques Vol 1.1

Brousseau G. * (1981) Problèmes de didactique des décimaux, Recherches en didactique des mathématiques Vol 2.1

Brousseau G. * (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques Recherches en didactique des mathématiques Vol 7.2

Brun (et Saada)(1987) Formulations écrites et résolution de problèmes additifs Interactions didactiques, Recherche n° 5, Genève-Neuchâtel

Chauveau G. et Chauveau Rogovas E. (1985) Les processus d'acquisition ou d'échec en lecture au cours préparatoire R.F.P. n°70

Chevalard Y. (1985) La transposition didactique, La pensée sauvage (1985)

De la Garranderie(1982) Les profils pédagogiques, Le centurion (1982)

Doise (et Mugny)(1981) Le développement social de l'intelligence, Interéditions (1981)

Douady R. (1984) Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques, une réalisation dans tout le cursus primaire, Thèse (1984) Université Paris VII

Douady R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet, Recherches en

didactique des mathématiques Vol 7.2 (1986)

Laborde C. (1982) Deux cadres en interaction dans l'enseignement des mathématiques: Langue naturelle et écriture symbolique, Thèse (1982)
Université de Grenoble

Lautrey J. *(1980) Classe sociale, milieu familial, intelligence, PUF (1980)

Lautrey J. *(1984) Diversité comportementale et développement cognitif, Psychologie française 1984 Vol 29, 1

Marc P. (1985) Autour de la notion pédagogique d'attente, Peter Lang (1985)

Nimier J. (1985) Les mathématiques, le français, les langues, à quoi ça me sert ? Cedic (1985)

Navarro C. (1982) In "Perspectives piagétiennes" sous la direction de L. Not Théorie opératoire de l'intelligence et analyse des processus cognitifs de l'adulte ... Privat (1982)

Ovaert J.L. (1985) Quelle philosophie et quelle vision des mathématiques transmet-on aux futurs enseignants? CIEM Grenoble (1975)

Perret-Clermont N. * (1980) (et Schubauer-Leoni) Interactions sociales et représentations symboliques, Recherches en didactique des mathématiques Vol 1.3

Perrin Glorian M.J. (1987) Eléments de bibliographie sur la relation entre origine sociale et réussite ou échec scolaires, Cahier de didactique des mathématiques n°36, Irem Paris7

Plaisance E. (1985) L'échec scolaire, nouvelles approches, Editions du CNRS (1985)

Piaget (1975) L'équilibration des structures cognitives, problème central du développement, PUF (1975)

Robert A. (1987) De quelques spécificités de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement post-obligatoire, Cahier de didactique des mathématiques n°47

Robert A. Introduction à la didactique des mathématiques Cahier de didactique des mathématiques n°50 (1988)

Robert A. et Tenaud I. (1990) Une expérience d'enseignement de la géométrie en terminale C Recherches en didactique des mathématiques Vol 9.1

Robinet J. *(1984) Ingénierie didactique de l'élémentaire au supérieur,

Thèse (1984) Université Paris VII

Schubauer-Leoni M.L. * (1986) Le contrat didactique dans l'élaboration d'écritures symboliques par des élèves de 8-9ans Interactions Didactiques, Recherches n°7, Universités de Neuchatel et Genève

Tréhard F. (1987) Logiciels pouvant impliquer des activités mathématiques à l'école élémentaire : typologie et enjeux didactiques, thèse de doctorat Université Paris 7

Vergnaud G. (1981) Quelques orientations théoriques et méthodiques des recherches françaises en didactique des mathématiques, Recherches en didactique des mathématiques Vol 2.2

Vermersch P. (1979) Peut-on utiliser les données de la psychologie génétique pour analyser le fonctionnement cognitif des adultes? Théorie opératoire de l'intelligence et registres de fonctionnement, Cahiers de psychologie (1979) 22 1/2

Irem de Grenoble (1986) * Apprentissage du raisonnement

Pour tout renseignement sur les publications diffusées par notre IREM

Vous pouvez soit :

- Consulter notre site WEB

<http://www.irem-paris7.fr.st/>

- Demander notre catalogue en écrivant à

**IREM Université Paris 7
Case 7018
2 Place Jussieu
75251 Paris cedex 05**

TITRE :

Formation en didactique des mathématiques, une expérience en CPR interne

AUTEUR :

ROBERT Aline

RESUME :

L'auteur décrit une année de formation à la didactique en direction d'enseignants du second degré non débutants (basée sur des exposés et des petits travaux).

MOTS CLES :

Formation des enseignants de mathématiques du secondaire

Didactique des mathématiques

Editeur : IREM

Université PARIS 7-Denis Diderot

**Directeur responsable de la
publication : M.ARTIGUE**

Case 7018 - 2 Place Jussieu

75251 PARIS CEDEX 05

Dépôt légal : 1991

ISBN : 2-86612-154-6