

REPRESENTATIONS DES ENSEIGNANTS DE MATHÉMATIQUES
SUR LES MATHÉMATIQUES ET LEUR ENSEIGNEMENT

PAR A. ROBERT ET J. ROBINET

DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

UNIVERSITÉ-PARIS VII

Introduction : Qu'est-ce qu'on étudie, et pourquoi ?

Plusieurs motifs nous ont amenées à quitter le strict domaine de la didactique et à aborder ce sujet difficile (car très complexe), et même délicat (puisque que nous touchons au fonctionnement des individus et que nous sommes tous concernés).

Des expériences difficiles

D'une part, au cours d'expérimentations de séquences d'enseignement transmises à des enseignants, nous avons pu constater des modifications, pratiquées en toute bonne foi, mais pouvant aller jusqu'à des dénaturations du projet initial.

Par exemple, si le "mode d'emploi" suggère de laisser travailler les étudiants, on constate que l'enseignant intervient constamment pour les aiguiller, les aider, voire rectifier leurs erreurs...

Nous en avons déduit qu'il y avait, "en amont" de telle situation de classe particulière, et chez tout enseignant, implicitement ou explicitement, des conceptions sur l'enseignement, en relation avec ses conduites (sortes de théorèmes en acte du professeur), sur ce qu'il faut faire (resp. dire) ou ne pas faire (resp. dire) en classe, sur ce que veut dire tel indice dans la conduite des élèves, sur ce qu'il faut avant tout favoriser ou empêcher chez les élèves, en somme sur la "bonne" manière d'enseigner les mathématiques...

Et nous avons estimé que ces conceptions étaient en partie responsables des attitudes locales des enseignants, et qu'elles conditionnaient, en particulier, leur interprétation des séquences qui leur étaient fournies, quels qu'en soient les détails donnés par les auteurs.

Un essai de compréhension des phénomènes qui se passent en classe

Plus généralement, il n'y a pas que la transmission de séquences aux enseignants qui nous intéresse, il y a la compréhension de ce qui se passe en classe et le désir d'amélioration éventuelle.

Or on sait que les marges de manoeuvre des professeurs portent (schématiquement) sur l'organisation des contenus et des activités sur ces contenus d'une part, et sur le discours tenu pendant la classe, et

en particulier tout ce qui est métamathématique d'autre part (discours sur les mathématiques, la façon d'en faire, de les apprendre ...).

Il y a sans doute ainsi un rapport direct entre leurs conceptions sur les mathématiques et la "bonne" manière de les apprendre (et de les faire apprendre) et leurs choix en ce qui concerne ces divers points.

Donc pour comprendre ce qui se passe en classe, il faut tenir compte de ces conceptions, responsables des choix globaux, faits a priori. Cela nous semble d'autant plus important que les élèves entendent très bien le message implicite qui correspond à ces choix et sont grandement influencés par eux (cf cahier 41), que ces choix soient ou non explicités par l'enseignant, qu'ils soient même perçus ou non par lui.

Ceci dit, il y a sans doute plusieurs systèmes de décision qui interagissent chez un enseignant pendant la classe, un système plutôt global, assez explicite, qui peut expliquer un certain nombre de choix faits avant la classe et appliqués pendant la classe, et d'autres systèmes qui pourraient intervenir dans certaines autres décisions instantanées (non préparées) pendant la classe, sortes d'adaptations locales des conceptions ci-dessus plus ou moins liées d'ailleurs à des composantes très personnelles (et pas toujours explicitables).

Des inerties du système d'éducation

Plus généralement encore, on peut se demander si, par delà les problèmes strictement financiers, les échecs successifs et répétés de certaines expériences de formation des maîtres ou de changements dans l'enseignement, précédées de textes qui nous paraissent excellents, toujours actuels (mais toujours pas appliqués), ne sont pas aussi à relier à des problèmes de discordance de "longueurs d'onde" entre les émetteurs et les récepteurs, que ce soit au niveau de l'institution ou des individus : une partie des "malentendus" nous semble se placer précisément au niveau des conceptions sur les mathématiques et leur apprentissage, notamment en ce qui concerne les réponses (explicités ou explicitables) à des questions comme : qu'est ce que les mathématiques, à quoi elles servent, comment les faire apprendre et même que veut dire apprendre des mathématiques...

Dans cette perspective, ce qu'on peut appeler une résistance à certains changements pourrait alors être attribuée au fait que les conceptions

d'un individu sont souvent assez stables, pour de simples raisons d'équilibre personnel, et aussi parce qu'une partie des conceptions correspond quelquefois à des convictions (éventuellement implicites, non perçues comme des réponses à des questions mais plutôt admises sans qu'on ait conscience du phénomène ou sans qu'on puisse argumenter dessus ce qui les rend très difficiles à atteindre).

Ces conceptions nous apparaissent d'ailleurs datées socialement, révélatrices d'un certain contexte et d'une certaine époque, on pourrait dire d'une certaine "ambiance". Elles sont peut-être renforcées par le simple fait d'être partagées par beaucoup d'enseignants, et par la précarité de la situation de ceux qui vont contre le courant.

Notons tout de suite que ces conceptions sont dues vraisemblablement aux expériences personnelles, à l'environnement socio-culturel présent et passé de l'individu, à ses connaissances individuelles, à l'ambiance culturelle du moment et de la période de ses études et à des caractéristiques encore plus personnelles...

A priori, ces conceptions ne sont pas nécessairement cohérentes ni nécessairement définitives pour un même individu, en tout cas ce que nous venons d'évoquer prouve qu'elles peuvent être éminemment variables d'un individu à l'autre... en particulier ce qui est conviction pour l'un peut être "représentation" argumentée pour l'autre.

Mais que veut dire représentation ?

Vu la polysémie du mot, utilisé même en mathématiques (représentations graphiques, représentations d'objets mathématiques au sens d'image mentale...), il est indispensable de préciser l'usage qu'on en fait.

Or en psychologie sociale les représentations sont étudiées spécifiquement, mais lesquelles ?

Nous avons repris à ce sujet une présentation du cadre théorique des représentations faite par Abric (dans un ouvrage présenté ci-dessous) : s'il nous apparaît qu'effectivement c'est bien aux mêmes choses que nous nous intéressons, il y aura peut-être lieu de faire des emprunts conceptuels à ce champ scientifique. C'est ce que nous allons illustrer dans les parties 2 et 3 de ce travail, réservant les parties suivantes à une mise en fonctionnement plus pratique des analyses obtenues.

Il s'agit d'un ouvrage paru en 1987, de J. C. ABRIC, Coopération, compétition et représentations sociales (Editions DelVal).

Nous allons citer de grands passages du paragraphe du livre consacré aux définitions des représentations (p. 64 à 77). En effet, non seulement nous nous appuierons sur ces définitions pour identifier ce qui nous intéresse, mais nous les utiliserons aussi pour caractériser ensuite avec précision, et dans les termes mêmes de l'auteur, ces représentations.

L'auteur commence par poser la définition suivante (citant Moscovici) :

La représentation est le produit et le processus d'une activité mentale par laquelle un individu ou un groupe reconstitue le réel auquel il est confronté, et lui attribue une signification spécifique.

Il ajoute

Cette signification résulte directement des attitudes et des opinions, conscientes ou non-conscientes, développées par l'individu ou le groupe. La représentation est donc un reflet non pas de l'objet lui-même *mais des relations* complexes, réelles et imaginaires, objectives et symboliques, que le sujet entretient avec cet objet. Ces relations font de la représentation *un système symbolique organisé et structuré* dont la fonction essentielle est l'appréhension et le contrôle du monde par le sujet, en lui permettant de le comprendre et de l'interpréter. Par là la représentation permet l'adaptation du sujet et elle sera un élément essentiel pour guider ses comportements.

Il développe ensuite les deux aspects représentation comme produit et comme processus, avant d'en donner les caractéristiques et d'en évoquer les évolutions.

De la description de la représentation produit, nous retiendrons d'une part les éléments constitutifs (informations du sujet, attitudes et opinions) et d'autre part la structure interne. Ainsi l'auteur écrit-il :

Cet ensemble d'informations, d'attitudes et d'opinions est par ailleurs organisé et chaque élément de l'ensemble ne prend de signification qu'en fonction de sa place dans la structure, et des éléments qui sont en relation avec lui. L'analyse de la représentation nécessite donc le repérage des *éléments centraux de la représentation*.

Nous appelons élément central tout élément qui joue un rôle privilégié dans la représentation en ce sens que les autres éléments en dépendent directement car c'est par rapport à lui que se définissent leur poids et leur valeur pour le sujet. Cet élément central peut être par exemple une attitude fortement marquée du sujet par rapport à l'objet de la représentation, attitude qui donne dès lors une signification particulière à toutes les informations que le sujet reçoit et intègre.

Il poursuit en empruntant à Moscovici "son schéma explicatif de la dynamique de la constitution d'une représentation" en 4 phases. Les voici, telles que l'auteur l'écrit lui-même :

- Première phase : de l'objet au modèle figuratif (sélection et décontextualisation des informations)
 - Deuxième phase : du modèle figuratif à l'instrument de catégorisation (le modèle prend un statut d'évidence)
 - Troisième phase de la catégorisation au modèle actif (du statut d'évidence au contenu actif servant à diriger la conduite et à donner un sens aux événements)
 - Quatrième phase : la représentation
- Citons l'auteur

Au terme de ce processus la représentation apparaît comme constituée. Elle est un système cohérent et hiérarchisé, organisé autour du noyau imageant, elle est une vision du monde. Mais une vision fonctionnelle et normative permettant à l'individu de donner un sens à ses conduites, de comprendre la réalité à travers son propre système de référence, et de développer une activité d'assimilation et d'appropriation de cette réalité.

Les éléments essentiels qui vont permettre le maintien de la fonctionnalité du système sont les outils fondamentaux produits et intimement liés à la représentation :

- *un système d'interprétation* dont découlent les significations attribuées aux informations mais également les attentes et anticipations développées par le sujet. Le décodage dans la représentation est à la fois inductif et déductif.
- *un système de catégorisation* qui aboutit à la constitution pour le sujet d'une typologie des personnes ou des événements, instrument essentiel de la représentation, marqué par sa signification centrale, et permettant d'organiser et de structurer l'environnement dans un cadre cognitif et idéologique cohérent et non-contradictoire avec celui du sujet.
- *un langage spécifique* ou "langage thématique" (Moscovici, 1961) : la représentation appelle et nécessite la mise en oeuvre d'un langage qui lui est propre et qui vise "*à répondre aux exigences du changement et de la remise en ordre de l'état des choses*" (Moscovici, op. cit., p. 335). La nature et le type de mots utilisés, le vocabulaire et son étendue sont également des symptômes de la représentation et un moyen de la consolider.

Tout naturellement, sont dégagées ensuite les caractéristiques suivantes des représentations :

Toute représentation est constituée de trois éléments fondamentaux : un noyau central, un ensemble d'informations, d'attitudes et de croyances organisé autour de ce noyau central, et un système de catégorisation.

Revenons brièvement sur chacune d'elles.

En ce qui concerne le noyau central, l'auteur esquisse diverses analyses depuis 1927, et conclut

Il nous semble pour notre part que la nature du noyau central dépend à la fois :

- a) des caractéristiques individuelles du sujet et en particulier de la nature de son implication avec l'objet de la représentation et de ses attentes,
- b) des caractéristiques plus proprement sociales de l'objet, c'est-à-dire sa relation avec les normes et valeurs du système social dans lequel il baigne,
- c) de la finalité de la situation dans laquelle s'inscrivent le sujet et l'objet, et des objectifs explicites ou implicites du sujet qui élabore la représentation.

On peut distinguer deux dimensions fondamentales de ce noyau central, qui seront d'ailleurs les dimensions de la représentation :

Une dimension fonctionnelle : qui, si elle est prépondérante, privilégie dans la représentation les éléments directement perçus comme pertinents pour l'efficacité dans l'action.

Une dimension normative : susceptible de privilégier des jugements, stéréotypes, opinions admis par le sujet ou le groupe dans lequel il s'insère.

Il passe ensuite en revue les autres éléments de la représentation et insiste plus sur

« le système de catégorisation mis en oeuvre dans la représentation dans la mesure où il nous semble être l'outil essentiel de la dynamique de constitution, de maintien ou d'évolution de cette représentation. »

Ainsi

La fonction centrale de la catégorisation est de permettre la découverte, la compréhension et l'organisation de la réalité.

L'environnement de l'individu est trop complexe pour être assimilé et perçu directement. La première fonction de la catégorisation est donc la *réduction* de cet environnement, par son découpage et son regroupement en grandes catégories dont le maniement est plus simple, le nombre moins étendu.

Cette réduction permet par ailleurs une *systématisation* de l'environnement. Le système de catégories instaure en effet un ordre dans la réalité. La catégorisation découpe et organise le réel, et par là lui donne une certaine structure facilitant la prise de connaissance et le contrôle des phénomènes. Cette systématisation garantit par ailleurs les possibilités de *communications* et leur efficacité. Instrument de communication la catégorisation est parallèlement un instrument *d'orientation*, un guide directeur pour le comportement.

Enfin la catégorisation permet la *cohérence interne* de la représentation, et surtout le maintien dans le temps de cette cohérence. Car l'existence de catégories produit une nécessaire activité du sujet : cette activité d'appropriation du réel à travers un système pré-établi entraîne un processus de filtrage des informations, ou même une réinterprétation d'informations apparemment contradictoires et qui doivent donc être transformées pour trouver leur place dans le système cognitif du sujet.

Quant aux processus mis en oeuvre dans cette catégorisation, ce sont les suivants (en reprenant les termes mêmes de l'auteur) :

- analogie (avec économie éventuelle d'information et fonction d'organisation)
- inférence (avec accentuation des similitudes/différences, aboutissant à un remodelage de l'objet)
- anticipation ... " L'anticipation actualise la catégorisation, comme la catégorisation facilite et détermine le type d'anticipations que le sujet produit. "
- compensation ... " Le processus de compensation est un processus qui vise le maintien du système existant, en évitant ou limitant les contradictions, et la cohérence cognitive du sujet. "

Enfin ces représentations, qui correspondent à une "activité de reconstruction mentale de la réalité (de l'objet) par un individu", sont très stables (d'où leur intérêt pour nous).

Ainsi, s'intéressant à leur évolution, l'auteur écrit

Il nous reste à dire quelques mots sur les processus d'évolution et de transformation des représentations. Dans la mesure où ces représentations sont des états organisés, stables et relativement équilibrés, toute transformation de l'un des éléments de la relation -sujet ou environnement- entraîne une transformation de la représentation dans le sens du rétablissement de l'équilibre ainsi compromis. C'est pourquoi, toute transformation de la représentation portera prioritairement sur la *transformation des éléments périphériques*, sans que le noyau central soit remis en cause. Car la remise en cause du noyau central entraînerait une transformation complète de tout le système, un bouleversement complet de l'univers d'opinions du sujet. L'évitement de cette remise en cause, comme le principe d'économie qui régit la plupart des phénomènes cognitifs, interdisent donc une transformation du noyau central tant que les éléments nouveaux peuvent être intégrés au prix d'une transformation mineure des éléments périphériques.

Nous allons donc nous livrer à une étude des représentations des enseignants sur les mathématiques et ce qui se rapporte à leur apprentissage (au sens ci-dessus), en recherchant d'une part ce qui correspondrait au noyau central, évoqué ci-dessus, et d'autre part ce qui correspondrait à l'organisation du reste de l'information et des activités, en fonction de ce noyau central. Pour la commodité de l'exposition et en particulier pour ne pas repréciser toujours notre objet d'étude, nous appellerons ces représentations "métacognitives". Et si cette étude s'avère fructueuse, c'est que la démarche était licite.

Pour terminer cette introduction, précisons encore une fois que notre objectif en nous livrant à ce type de recherche est d'abord d'améliorer la possibilité de transmission des résultats de didactique des mathématiques (et en particulier de séquences), ne serait ce que par une explicitation des différentes représentations (et convictions) en présence et du pointage de leurs incompatibilités éventuelles. Nous ne ferons qu'évoquer brièvement le problème des moyens pour changer les représentations, dans la mesure où nous n'avons pas du tout encore exploré leurs conséquences sur l'apprentissage des élèves, même si nous avons certaines hypothèses à ce sujet.

Ainsi, les deux premières parties de ce travail sont consacrées à une présentation méthodologique de nos investigations et à la grille générale retenue pour étudier les représentations métacognitives des enseignants, compte-tenu du cadre théorique rappelé ci-dessus. Dans la troisième partie nous avons étudié les émergences éventuelles de ces représentations dans le bulletin de l'APMEP (entre 1968 et 1988). La quatrième partie est consacrée à l'analyse et à la critique des réponses à un premier questionnaire global sur les représentations des enseignants. En dernière partie nous présentons un essai d'analyse de conduites de professeurs en classe, étudiées en fonction des représentations qu'elles permettent (ou non) de cerner.

En conclusion, nous reviendrons sur le bilan de ce travail, sur sa pertinence, et sur ce qui reste à faire.

I Présentation méthodologique : comment étudier (amorcer l'étude) des représentations métacognitives des enseignants de mathématiques.

1) Traces directes (dans des expressions écrites ou orales, provoquées, globales)

Les représentations métacognitives ont une composante assez globale, et exprimable de surcroît, on peut donc d'abord essayer d'en avoir des expressions globales (par questionnaires et interviews).

Mais, on se heurte aux inconvénients classiques attachés à ce type de matériel :

- * toute expression est réductrice, aussi bonnes que soient les questions
- * il est difficile de cerner, suite à un seul questionnement direct, l'ensemble des représentations cherchées
- * la personne interviewée est nécessairement influencée par le type de questions et donc par le chercheur qui fait l'investigation
- * enfin les conséquences locales, en situation, ne sont pas nécessairement en accord direct avec les représentations exprimées. Ceci tient à beaucoup de facteurs, dont les contraintes de la situation d'enseignement, les rapports entre le conscient et l'inconscient, ...

Ces restrictions nous amènent à relativiser les résultats d'un questionnement direct qui a tout de même un intérêt, comme révélateur de la représentation dans son ensemble, et telle que l'enseignant a bien voulu la montrer, permettant en tout cas au moins certaines comparaisons.

2) Traces indirectes (spontanées, locales ou globales)

a) On peut penser qu'une analyse (bibliographique) du matériel professionnel (avec par exemple les déclarations d'intention professionnelles (APM, SMF), les documents officiels et commentaires des programmes, les journaux professionnels...) peut être une source de renseignements sur les représentations (et mêmes les convictions) de divers partenaires de la sphère éducative et leur évolution.

Une comparaison des divers programmes en fonction des présupposées attachés à chaque filière peut par exemple être révélatrice de qu'on estime être "plus facile" (pour des élèves moins bons)...

b) On peut aussi étudier les comportements en classe des enseignants en essayant de traquer ce qui est du ressort de leurs représentations ou convictions plus générales, avec possibilité de référence à leur déclarations générales (cf. article dans ESM cité en référence).

Il y a là une difficulté certaine à inférer du "local" au "global" : en effet quel est le rapport entre ce que l'on perçoit pendant la classe et les représentations des enseignants ? Dans quelle mesure l'enseignant décide de ce qu'il fait, de ce qu'il dit, dans quelle mesure ces décisions dépendent de ce qui nous intéresse ?

c) Un autre élément d'étude est l'analyse des dysfonctionnements, soit dans la classe, soit dans la transmission, comme révélateurs de "longueurs d'onde" différentes, qui proviennent peut-être de représentations différentes.

3) Notre méthode de travail est la suivante : nous faisons fonctionner simultanément les quatre modes d'investigations ci-dessus, en dépouillant les documents obtenus suivant des grandes lignes communes définies ci-dessous (en référence aux pôles que nous dégageons, soit pour les renforcer soit pour les infirmer).

4) Il existe d'autres possibilités pour étudier ce qui nous intéresse, c'est l'analyse du discours au niveau psycho-linguistique (cf Bronckart) ou même psychanalytique (cf. Laville) : nous nous réservons cette possibilité éventuellement en collaboration avec des spécialistes.

II Quelques pistes servant de points de départ au dépouillement des divers discours sur les représentations.

Chaque professeur a donc une certaine représentation de ce qui doit se jouer dans sa classe, de son rôle et du rôle des élèves, compte-tenu du produit final (apprentissage mathématique) à obtenir en fin d'année. Divers points de vue peuvent être distingués si on veut rendre compte des discours (ou déclarations) sur ces représentations : nous avons retenu (par un classement sémantique empirique) diverses "entrées" que nous avons repérées (il n'y a aucune hiérarchie entre elles).

Chacune de ces entrées peut être utilisée dans une lecture plus centrée sur l'élève ou sur le maître.

Ceci dit, dans les discours il y a souvent une imbrication des divers points de vue. Nous nous attacherons donc aussi à repérer ce qui exprime une articulation entre deux types de point de vue, du côté des élèves et/ou du maître et qui nous apparaît comme une organisation de l'information autour d'un noyau central.

Nous faisons en effet l'hypothèse que le noyau central est formé des conceptions sur les mathématiques, sur l'apprentissage (assez généralement), du point de vue social global de l'enseignant sur l'école, ces conceptions se ramifiant et se précisant en fonction de ce qui est envisagé (les élèves, l'enseignant, les mathématiques à faire pour les uns ou les autres...).

1) Quelques entrées pour aborder les représentations exprimées dans des déclarations globales écrites (ou orales).

Entrée épistémologique : de quel savoir parle-t-on ?

Et que veut-on transmettre aux élèves ? que veut-on qu'ils "sachent" à la fin de l'année (doivent ils savoir des textes de théorèmes, ou résoudre des problèmes, ou raisonner "juste"...)?

Tout cela traduit la conception des mathématiques de l'enseignant.

Nous retiendrons donc dans cette entrée tout ce qui correspond aux représentations du savoir en jeu (et chez les élèves et de façon générale).

Entrée pédagogique :

On distingue plusieurs niveaux dans les réponses, non exclusifs les uns des autres, mais éventuellement hiérarchisés dans les discours, ne serait-ce que par l'ordre dans lequel ils sont énoncés et par le fait qu'ils figurent tous ou non :

on peut distinguer deux lectures dans les réponses, le côté élèves (comment obtenir cela chez les élèves, quels leviers utiliser) et le côté maître (que doit faire ou dire le maître)

* entrée psycho-affective : elle caractérise les réponses où sont évoquées la motivation (le plaisir, le goût) des élèves, la confiance en soi ou l'insécurité ou encore la qualité de la relation avec le professeur, ou bien l'importance de l'encouragement (resp. des récompenses) et/ou de la collaboration (resp. compétition), avec les corollaires côté maître (envie de faire apprendre ...).

* entrée psychologique : elle caractérise les réponses où sont évoquées la rapidité, l'attention, la réflexion, la curiosité, la rigueur, et plus généralement ce qui ressemble à des aptitudes des élèves, voire des dons (et éventuellement le corollaire côté maître).

* entrée cognitive (niveau individuel) : elle caractérise les réponses évoquant comment les élèves sont censés apprendre individuellement. On trouve en particulier toutes les réponses en terme de travail des élèves, que soient donnés des éléments qualitatifs (précisant un mode travail, en groupes, sur des problèmes d'un certain type...) ou purement quantitatifs, avec le côté du maître qui donne à faire tel ou tel type de travail, ou qui prodigue tel ou tel type de conseil.

* entrée pédagogique (niveau général) : elle caractérise les réponses évoquant une théorie générale de l'apprentissage, comme par exemple l'apprentissage par les problèmes ou encore par les exemples génériques.

Entrée sociale :

C'est le point de vue que nous attribuons à des réponses évoquant des facteurs sociaux, comme les effectifs des classes ou l'origine sociale des élèves, ou encore le rôle social de l'enseignant par rapport à la sélection, ou bien le fait que tout le monde peut ou non apprendre.

Il y a une autre entrée, l'entrée personnelle, qui caractériserait dans les réponses des caractéristiques individuelles, mais nous ne l'avons pas retenue ici.

Comme nous l'avions annoncé, il apparaît clairement à la simple définition de ces entrées qu'une même réponse relève le plus souvent de plusieurs entrées, voire de presque toutes.

Cependant l'intérêt de cette classification est de caractériser à la fois divers points de vue dans les réponses et diverses structurations des réponses. De plus elle permet aussi de repérer l'organisation entre les différents points de vue, selon les différents partenaires.

2) Représentations usuelles d'ordre épistémologique, pédagogique général, social et points de vue à l'articulation de plusieurs entrées.

Les pôles que nous dégageons ici, qui d'ailleurs souvent se recoupent, sont tirés d'une première revue bibliographique et d'une réflexion à partir de (dys)fonctionnements repérés. Nous les avons retenus soit parce qu'ils correspondent à une conception assez globale (éléments du noyau central), soit parce qu'ils apparaissent souvent, éventuellement ainsi que leur "contraires", soit parce que nous jugeons qu'ils peuvent avoir des conséquences sur ce qui nous intéresse, en particulier lorsqu'ils s'opposent à nos propres convictions ou représentations sur la même chose.

Ceci dit, le caractère schématique des descriptions que nous en donnons tient au fait qu'il s'agit de pôles dans les déclarations, dont une réponse réelle d'enseignant par exemple est plus ou moins loin.

On peut remarquer que les conceptions ne sont pas toujours spécifiques des mathématiques.

* En ce qui concerne l'épistémologique (quel savoir en jeu), le pédagogique général (quelle théorie générale de l'apprentissage) et le social (quel rôle de l'école) on trouve les grands pôles suivants :

Les mathématiques sont conçues comme théorie, outils pour résoudre des problèmes, langage, outils de calcul ou école de rigueur...

L'apprentissage résulte ou de l'écoute et de l'imitation (par "imbibation", cf courant sensual-empiriste) ou des seules activités (cf pédagogies actives) ou d'une dialectique activités (bien choisies)/interventions magistrales (point de vue plus "didactique"). Le plus important ce sont les relations qui se nouent dans la classe ou au contraire les activités (cognitives) proposées.

Dans le point de vue social, on trouve l'opinion que tout le monde peut (voire doit) réussir à l'école (au moins jusqu'en 3^{me}) et l'inverse, c'est à dire l'idée que l'école a un rôle de sélection des meilleurs et de formation (de qualité) de ceux-ci.

* En ce qui concerne des expressions plus précises correspondant à des articulations entre divers points de vue (et éventuellement entre les partenaires) on a distingué les pôles suivants : place et rôle des acteurs dans la classe de math, quelle aide apporter quand il y a une difficulté, apprentissage des élèves en mathématiques, rôle social de l'enseignant dans la classe de mathématiques, maître et savoir mathématique, savoir et enseignement mathématiques.

Premier pôle (correspondant à une articulation maître/élève) : places et rôle des acteurs dans la classe de math.

- description * le rôle de l'enseignant est d'abord de parler, d'expliquer, de répéter même, (éventuellement en variant les explications), les élèves apprennent en écoutant, par imitation, et en faisant des exercices d'application après le cours qui leur a permis de comprendre.

Nous opposons cette conception (qui apparaît souvent comme une conviction) à l'inverse qui caractérise l'enseignant comme quelqu'un qui organise les activités pour les élèves, et qui passe donc une partie de son temps à se taire, les élèves apprenant par l'"action", la résolution de problèmes en l'occurrence.

Deuxième pôle : quelle aide apporter aux élèves quand il y a une difficulté ?

Il s'agit encore de conceptions apparaissant à l'articulation maître/élèves/savoir.

- description * plus c'est difficile pour les élèves, et en particulier plus les élèves sont faibles, plus il faut simplifier, décomposer, ne pas mélanger plusieurs choses, (et expliquer)... Si les élèves sont trop "mauvais", il n'y a qu'à leur donner des recettes à appliquer.

Cela s'oppose à la conviction inverse, qui est de ne pas laisser perdre le sens des concepts et en particulier de ne pas priver les élèves des divers cadres d'intervention d'un concept en simplifiant et décomposant trop, mais au contraire de mettre les élèves au coeur des obstacles par des problèmes appropriés.

Troisième pôle : sur l'apprentissage des élèves en mathématiques (à l'articulation cognitif (individuel)/social, niveau élève)

- description * l'apprentissage est un phénomène essentiellement individuel (qui demande un minimum d'effort d'ailleurs) ; les découvertes de l'élève doivent être le fait d'un élève seul si on veut qu'elles soient efficaces à relier avec le fait que tout le monde peut (ne peut pas) apprendre des mathématiques.

Ceux qui ont une conviction différente pensent que l'apprentissage des mathématiques peut (voire doit) avoir une phase collective, introduisant une dimension sociale dans la construction des connaissances.

On trouve aussi dans le même ordre d'idées la conviction que l'élève en train de chercher un problème est comparable (en partie) au chercheur professionnel.

Quatrième pôle : sur le rôle social du maître

- description : Le professeur a le rôle de détecter et de former en priorité les bons élèves en mathématiques.

A l'inverse, le professeur a le rôle de favoriser l'apprentissage de toute la classe, quitte à diminuer certaines exigences et à moins en faire aux bons.

Il est clair que cette conception dépend des élèves concernés.

Cinquième pôle : maître et savoir

- description : le maître est le véritable, (le seul), détenteur du savoir dans la classe.

A l'inverse on peut penser que beaucoup de choses peuvent être (re)trouvées par les élèves seuls, et même des démonstrations, des points de vue auxquels le maître n'avait pas pensé.

Sixième pôle : savoir et enseignement : quelles mathématiques pour les élèves ?

- description : s'agit-il d'enseigner des théorèmes, des savoir-faire, un langage ou des recettes de calcul ?

Les représentations des mathématiques très formelles, où on retrouve l'influence d'un bourbakisme (peut-être déformé) s'opposent à celles plus problématiques des mathématiques pour résoudre des problèmes et poser des questions. L'idée qu'il faut enseigner des techniques avant tout, dans n'importe quelles conditions, s'oppose à celle qu'on ne peut faire utiliser correctement une technique que si le sens du concept qu'il y a derrière est perçu.

Il s'avère donc qu'on a pu utiliser la caractérisation présentée par Abric pour déchiffrer certaines de nos données, et même les ordonner.

Après ce premier résultat positif, il reste à faire fonctionner cette grille a priori, et à vérifier que l'on obtient des résultats intéressants.

Nous allons donc dépouiller quelques traces directes et indirectes des représentations en suivant cette grille, c'est à dire en les étudiant systématiquement selon les trois entrées successives et en pointant les prises de position par rapport à chaque "pôle" (si possible). Les oublis qui pourraient alors apparaître nous permettront le cas échéant d'enrichir nos analyses.

III Utilisation de la typologie pour une étude clinique : Etude de la revue de l'association des professeurs de mathématiques

Nous avons pensé que les représentations des professeurs étaient le reflet d'une certaine "ambiance" qui évoluait dans le temps; pour cerner cette "ambiance", il nous avait paru pertinent de dépouiller la revue de l'APMEP de 1968 à 1988. En fait, ce travail nous a montré la grande constance dans les conceptions des mathématiques et de leur enseignement exprimées dans cette revue pendant ce laps de temps (cf. Charte de Caen). Ce n'est donc pas l'évolution des conceptions chez les enseignants que nous avons repérée, mais plutôt les conceptions extrêmement stables (entre 1968 et 1988) d'une petite communauté formée des militants de l'APM; c'est donc presque une étude clinique que nous avons faite en examinant les représentations affirmées dans cette revue.

Les articles qui livrent des renseignements sur les conceptions sont très souvent idéologiques et prennent l'apparence de professions de foi. Ils se présentent principalement sous deux formes:

-l'article décrit les mathématiques et/ou comment on les enseigne.

-l'article critique les méthodes d'enseignement en vogue à certaines époques et les conceptions qu'elles sous-entendent.

Les textes ont tous en commun de ne s'appuyer que sur l'expérience et le bon sens de leur auteur, et presque jamais sur une expérimentation (sauf chez les didacticiens) et ne sont surtout jamais fondés sur une quelconque évaluation (très souvent absente même chez les didacticiens).

En utilisant la typologie décrite plus haut, nous allons essayer de mettre à jour les "représentations" des mathématiques qu'ont les militants de l'APM durant cette période.

1) A propos de l'épistémologie

Articles critiques, ou "ce que les mathématiques ne sont pas":

- "Une croyance trop répandue consiste à assimiler les mathématiques modernes à un langage un peu pédant réservé à quelques initiés..." E. Dehamme (n°269-270, juillet 1969).

- "Je souhaite que notre réflexion permette de définir, pour les élèves, des activités qui n'induisent pas cette image négative et scandaleuse des mathématiques, image qui est sans doute liée à une conception de l'enseignement des mathématiques qui les réduit à un discours." C. Zehren (n°319 juin 1979).

- "Nous savons tous que les mathématiques ne sont pas un jeu. Nous sommes tous convaincus qu'elles décrivent ou cherchent à décrire une certaine réalité qui nous est extérieure. (...). Les mathématiques sont autre chose que règles, théorèmes, définitions, démonstrations, axiomes et interdits." Mendes-France (n°322 février 80).

- "...les mathématiciens --de la maternelle au Collège de France! (ô, usage révélateur des majuscules!-- ont intériorisé l'idée que, "quelque part", existent "les" mathématiques et que celles-ci

irradient, mais perdent en pureté au fur et à mesure que --du Collège de France à la maternelle!-- on s'éloigne de ce "quelque part." D. Nordon et B. Rousseau (n°324 juin 1980).

- "L'image de l'enseignement des mathématiques qui transparait dans les manuels, dans les propos de tel inspecteur ou tel autre, dans les réunions sur tel ou tel programme, ne laisse-t-elle pas à penser que pour nombre d'enseignants 'faire des mathématiques' c'est exposer un édifice tout construit, décrire des objets figés détachés de leur fonctionnement et des problèmes qu'ils permettent de résoudre?" C. Lassave (n°325 septembre 1980).

- "...C'est donc réaliser que les mathématiques sont bien autre chose que l'exposition d'une théorie achevée, qu'elles sont recherches de vrais problèmes, tâtonnement expérimental, expression d'observation ou de résultats, nécessité de communiquer à d'autres et de les convaincre...; elles sont aussi apprentissage d'un certain nombre de techniques et connaissance d'un certain nombre de résultats et de définitions... et aussi savoir traduire, savoir s'organiser, savoir présenter un travail écrit ou oral... savoir qu'en mathématiques on démontre d'une certaine manière, ce n'est pas identifier les mathématiques à cette seule activité de démonstration." C. Lassave (n°329 juin 1981).

- "L'activité mathématique n'est pas regard et dévoilement, mais création, production, fabrication. Les concepts mathématiques ne sont pas un bien culturel transmis héréditairement comme don ou socialement comme capital mais le résultat du travail de la pensée, celle des mathématiciens à travers l'histoire, celle de l'enfant à travers son apprentissage." B. Charlot (n°359 juin 1987).

Il est assez clair que les divers auteurs affirment avec force que les mathématiques ne sont pas une théorie achevée, un texte existant quelque part à découvrir, un langage sophistiqué, un ensemble de règles de jeu, un moyen de démonstration... Dans d'autres textes, les considérations sont plus positives:

Articles positifs, ou "ce que sont les mathématiques":

- "...le bel et important édifice, qui ne sera jamais achevé, a été construit lentement, laborieusement avec des contributions venues de tous les azimuts, se dégageant progressivement de l'expérience sensible, tendant toujours vers plus de généralité, plus d'unité, plus d'harmonie." (n°262 mai juin 1968).

- "Les mathématiques ne s'apprennent pas, elles se font, l'oublier c'est dénaturer complètement l'esprit même de cette discipline qui est à base de recherches." M. Dumont (n°269-270 juillet 1969).

- "Quand explique-t-on aux élèves que les "grands mathématiciens" ont parfois cherché, tâtonné, échoué avant de découvrir un résultat qui n'a pas toujours un grand intérêt?" Centre de recherche et d'action pédagogique (n°319 juin 1979).

- "Les idées mathématiques naissent dans l'empirique même, c'est souvent le cas, quand la généalogie est longue et obscure." J. Von Neuman (n°322 février 1980).

- "...pour la grande majorité, la mathématique est toute faite ; elle est venue de l'extérieur; peu d'entre eux imaginent que, depuis ce vénérable Pythagore qui fait plutôt figure de légende, les hommes sont intervenus pour la faire avancer. (...) Il ne leur vient pas à l'esprit que la mathématique est une science qui vit: des bourgeons naissent, des rameaux grandissent et des branches meurent. (...) Il n'en reste pas moins vrai que c'est trop souvent par manque d'imagination et parfois par paresse d'esprit que nous nous contentons de présenter aux étudiants une mathématique totalement achevée et desincarnée (...). Quelle sera alors la révélation des quelques élus de découvrir bien plus tard qu'il existe des questions ouvertes, et que la mathématique est oeuvre humaine et, pourquoi ne pas l'avouer, qu'elle peut être source de plaisir et même de jouissance?" M. Glaymann (n°323 avril 1980).

- "Lorsqu'on dit que les mathématiques sont une science expérimentale, cela engage autant notre conception des mathématiques que celle des sciences expérimentales. Ces dernières ne se réduisent pas à un empirisme, à une accumulation plus ou moins bien ordonnée d'observations ou d'expériences; toute expérimentation scientifique présuppose une théorie qui lui donne un sens à la fois dans son objet, dans sa méthode et dans la lecture de ses résultats: en ce sens une expérimentation est aussi "abstraite qu'un raisonnement". " R. Bkouche (n°328 avril 1981).

- "Faire des maths, c'est un travail de la pensée, qui construit des concepts pour résoudre des problèmes, qui pose de nouveaux problèmes à partir des concepts ainsi construits, qui rectifie ces concepts pour résoudre ces nouveaux problèmes, qui généralise et unifie peu à peu ces concepts dans des univers mathématiques qui s'articulent entre eux, se structurent, se déstructurent et se restructurent sans cesse." B. Charlot (n°359 juin 1987).

- "Arrivons-nous à situer notre enseignement mathématique au coeur même du paysage des élèves, des notions qui leur sont familières et qu'ils puisent dans le quotidien ou leur apprentissage mathématique antérieur?(...)Proposons-nous aux élèves assez de problèmes qui remettent leur savoir en cause et les obligent à théoriser? Ou au contraire leur enseignons-nous souvent des théories qui, à défaut d'un contexte problématique substantiel, ne peuvent être qu'illustrées et non appliquées?" N. Rouche (n°362 février 1988).

Les conceptions concernant les mathématiques se sont petit à petit affinées au cours du temps : les mathématiques sont une oeuvre humaine, elles sont construites petit à petit et laborieusement et elles sont en perpétuelle évolution. On trouve de plus en plus de précisions sur le fait que les mathématiques sont construites en réponse à des problèmes, et cela a pour conséquence que l'enseignement des mathématiques "suppose notamment une mutation profonde dans la façon d'aborder les concepts: leur construction doit s'appuyer sur une problématique fondée sur l'étude de quelques grands problèmes jouant un rôle central dans le secteur considéré" (Extrait des principes généraux concernant l'enseignement des mathématiques dans les lycées (n°323 avril 1980)).

2) A propos de la pédagogie générale

Plusieurs thèses sont défendues dans l'APM, mais elles relèvent toutes d'un point de vue constructiviste: l'apprentissage est fondé sur les activités; ce qui va au cours du temps différencier les thèses, ce sont les précisions apportées au mot activité. Au début, il s'agit d'activités de toutes sortes, y compris manuelles, plus ou moins dirigées, solitaires ou en groupes, avec ou sans l'enseignant; mais la notion s'affine pour n'être plus (à partir de 1978) que l'activité de résolution de problèmes choisis par l'enseignant à résoudre seul ou en groupes.

* L'activité.

- "L'enfant ne peut aller d'emblée droit vers l'abstraction: il a besoin de manipuler les objets..." M. Dumont citant la Nuffield foundation (n°265 décembre 1968).

- "Apprendre sans discuter conduit généralement à l'échec et seule une participation active des élèves peut conduire à une compréhension vraie." M. Chartier (n°267 mars-avril 1969).

- "L'évolution dans le contenu de notre enseignement doit en effet aller de pair avec une évolution des méthodes, une part de plus en plus grande laissée à l'activité des élèves." Waluzinski (n°269_270 juillet-octobre 1969).

- "En résumé, je propose à l'examen et à la discussion la méthode pédagogique suivante: 1^e agir, 2^e raconter l'action, 3^e élaborer une proposition générale (définition), 4^e appliquer à de nouvelles actions." Clopeau (n°269-270 juillet-octobre 1969).

- "L'enseignement des mathématiques pour être utile au plus grand nombre doit être un enseignement dynamique, de découverte par l'enfant, un enseignement ne conditionnant pas à un seul mode de pensée et développant de pair réflexion et action." A. Brailly (n°280 automne 1971).

- "On semble s'accorder à vouloir privilégier un enseignement à base d'activités..." C. Zehren (n°322 février 1980).

- "... (La réforme des mathématiques) laissait espérer une remise à jour d'un enseignement sclérosé, déjà très sélectif, en tout cas trop passif et mal accepté. (...). Si bien que depuis quelques années la sélection par les mathématiques, l'abstraction du contenu enseigné, le dogmatisme n'ont fait que croître." M. Chouchan (n°322 février 1980).

- "S'il est exact que le manque de temps et le poids des programmes est source de sclérose, il n'en reste pas moins vrai que c'est trop souvent par manque d'imagination et parfois par paresse d'esprit que nous nous contentons de présenter aux étudiants une mathématique totalement achevée et désincarnée ne laissant à l'initiative des apprentis que l'apprentissage scrupuleux de la belle leçon du maître." M. Glaymann (n°323 avril 1980).

On peut voir à travers toutes ces citations la même profession de foi, l'élève apprend en étant actif, mais on ne trouve guère de précision sur la nature de cette activité. À partir de 1978, on commence à trouver des commentaires sur ce point :

*Les problèmes:

- "Détecter, poser et résoudre des problèmes constituent l'activité essentielle des mathématiques. Or l'éducation mathématique n'est rien d'autre que le développement de l'activité mathématique de l'élève et il n'y a pas d'activité sans problèmes" (A. Krygowska). Les problèmes (au sens strict qui inclut toujours une recherche) doivent donc imprégner tout l'enseignement et non apparaître comme une simple application du cours." Extrait des "Impératifs généraux dont devrait relever un programme de mathématiques du 1^{er} Cycle (n°316 avril 1978).

- "L'essentiel est de développer l'activité mathématique de l'élève. Cette activité doit être fondée sur une appropriation progressive des concepts à travers leur fonctionnement au sein de problèmes. Les problèmes, qui incluent toujours une recherche, doivent donc imprégner tout l'enseignement et non apparaître comme de simples applications d'un cours qui tendrait à reconstruire une théorie ex-nihilo." Extrait des principes généraux concernant l'enseignement des mathématiques dans les lycées (n°323 avril 1980).

- "Mais il (le cours) serait à coup sûr plus efficace si l'enseignant, au lieu de présenter des contenus mathématiques, partait au moins de problèmes et introduisait les concepts comme instruments pour résoudre ces problèmes." B. Charlot (n°359 juin 1987).

En plus des problèmes on trouve des allusions à des activités pluridisciplinaires ou plus récemment à l'histoire:

- "Proposer des activités ayant un caractère interdisciplinaire avec le double objectif suivant:

- Stimuler l'intérêt de l'élève pour une question purement mathématique et en retour mettre en évidence l'efficacité des résultats mathématiques obtenus pour la résolution de problèmes posés ailleurs.

- Aider l'élève à organiser une synthèse de ses connaissances et à réinvestir ses connaissances dans des domaines variés. Ce point est tout à fait essentiel, car la maîtrise d'un concept mathématique passe par celle de son fonctionnement dans tous ses champs d'intervention." Extrait des projets de commentaires APMEP pour la classe de seconde (n°323 avril 1980).

- "L'enseignement des mathématiques est à relier à celui d'autres disciplines sous deux aspects principaux: étude de situations issues de ces disciplines comprenant une phase de mathématisation et une phase d'interprétation des résultats; organisation concertée des activités d'enseignement. De même, les aspects culturels ne doivent pas être négligés: en particulier, l'introduction d'une perspective historique doit permettre aux élèves de mieux saisir le sens et la portée des notions et des problèmes étudiés, et de mieux comprendre les ressorts du développement scientifique." Propositions de l'inspection générale pour les programmes de première S et E (n°349 juin 85).

La conclusion est facile: on apprend en agissant, et agir en mathématiques, c'est résoudre des problèmes.

3) Du côté de l'élève

En fait, on peut classer les opinions à ce sujet en deux grandes classes, la première relève de la psychologie cognitive et l'autre du domaine psycho-affectif.

*Psychologie cognitive:

Sur ce point, on a déjà largement répondu à la question : l'élève apprend en agissant même si ce concept ne recouvre pas exactement la même chose pour tous ceux qui l'utilisent. Ce que l'on peut rajouter, ce sont les opinions à propos du travail en groupes, opinions éparpillées mais qui reviennent régulièrement pour en vanter les mérites et se désoler qu'il n'est pas plus d'adeptes.

Travail en groupes

- "Le travail en groupes est sécurisant: devant une tâche même difficile, aucune équipe qui se sente découragée; les enfants apprennent donc à persévérer dans la recherche, à tâtonner sans se décourager. Or c'est bien souvent l'impossibilité de prendre ces deux attitudes qui laisse nos élèves inertes devant un problème.

Il en résulte qu'on peut confier à l'équipe des tâches plus difficiles et moins atomisées que celles qu'on peut proposer pour un travail strictement individuel. Or la présence de ces tâches dans nos classes est indispensable pour un véritable apprentissage des mathématiques comme Z.P. Dienes et G. Polya l'ont souligné. A mon avis, l'enfant de 11 ans tel qu'il nous arrive actuellement de l'école primaire tire plus de profit de ces tâches affrontées en équipes que d'un dialogue avec le professeur en travail dirigé." M. Motte (n°269-270 juillet-octobre 1969).

- "Les élèves n'ont pas à s'approprier un contenu préfabriqué dont le maître guide peu à peu la reconstruction. Ils ne sont pas soumis au savoir. Chacun, avec l'aide du groupe, construit son propre savoir." Groupe GFEN (n°322 février 1980).

*L'autre grande classe concerne le domaine psycho-affectif:

Ces opinions sont beaucoup moins fréquentes que les autres et elles interviennent assez fréquemment au début d'un article présentant une innovation (pour la justifier à l'avance, en quelque sorte).

- "Quels que soient l'âge et la formation antérieure d'un être humain, il ne progressera que s'il est mû par une motivation assez forte et s'il fait un effort personnel assez grand." A. Revuz (n°268 mai-juin 1969).

- "Il témoigne qu'à partir du milieu dans lequel vit l'élève et de ses motivations personnelles, on peut faire des mathématiques." C. Lassave (n°319 juin 1979).

4) Du côté du professeur

On trouve une constante critique du maître, unique détenteur du savoir, auquel on oppose le maître animateur, fournisseur de "bons" problèmes.

- "La vieille opposition de l'adulte qui sait et qui détermine les normes et de l'enfant qui apprend et qui doit accepter les normes subsiste encore inconsciemment dans l'esprit de ceux-là mêmes qui la dénoncent." A. Revuz (n°228 mai-juin 1969).

- "Que fait donc le professeur? Son rôle est alors celui d'un animateur. Il intervient à la demande et surtout n'apporte jamais directement la réponse mais à l'aide de questions et de précisions supplémentaires permet aux élèves de trouver la solution. Il doit "dialoguer" un maximum avec chaque élève ou chaque groupe." M. Puygrenier (n°269-270 juillet-octobre 1969).

On peut reconnaître dans cette description d'un enseignement par maieutique une illustration de la citation d'A. Revuz.

- "En résumé, tout est fait pour que chaque élève ne voit que le professeur, considéré comme un soleil resplendissant qui doit capter toutes les attentions et toutes les énergies (...). Au point de vue de la pédagogie, on attend du professeur une émission et des élèves une réception. Toute la pédagogie classique se borne à organiser une bonne émission-réception ..." M. Kerjean (n°269-270 Juillet-octobre 1969).

L'auteur stigmatise ici la situation habituelle et l'attitude traditionnelle du professeur.

- "Le maître est un animateur qui renvoie au groupe, sans y répondre, les questions que les enfants se posent." Groupe GFEN (n°322 février 1980).

- "... libérant le professeur d'un certain nombre de ses fonctions, pour qu'il en remplisse d'autres et en particulier celles d'organisateur, d'animateur, de soutien." C. Lassave (n°329 juin 1981).

En conclusion notre typologie nous a permis de mettre en évidence un certain profil des "représentations" des mathématiques que l'on trouve dans la revue de l'APMEP :

Pour les divers auteurs, les mathématiques ne sont pas une théorie achevée, un texte existant quelque part à découvrir, un langage sophistiqué, un ensemble de règles de jeu, un moyen de démonstration... Les mathématiques sont une œuvre humaine, elles sont construites petit à petit et laborieusement, elles sont en perpétuelle évolution, et surtout, elles sont construites en réponse à des problèmes.

Les auteurs pensent qu'on apprend en agissant, et agir en mathématiques, c'est résoudre des problèmes. On peut apprendre dans certains cas en travaillant en groupes.

Le maître n'est pas seul détenteur du savoir et son rôle doit être celui d'un animateur, fournissant les problèmes à résoudre.

Les élèves ne peuvent apprendre que s'ils sont motivés de manière interne ou par le choix des activités que l'on peut choisir interdisciplinaires ou à base historique...

Bien que le même discours soit tenu depuis très longtemps dans les bulletins de l'APM, il ne semble pas que les représentations majoritaires se soient beaucoup rapprochées de celles de l'APM (sauf peut-être à l'inspection générale si l'on en croit les "Propositions de l'inspection générale pour les programmes de première S et E" (n°349 juin 85)). On peut peut-être en inférer qu'il y a une trop grande distance entre les conceptions de l'APM et les conceptions majoritaires pour que les premières fassent évoluer les secondes à l'aide seulement d'un discours aussi persuasif soit-il.

Il reste maintenant à trouver des moyens pour atteindre les représentations individuelles en utilisant la même typologie.

IV Un questionnaire global sur les représentations métacognitives des professeurs de mathématiques.

Nous avons demandé à un certain nombre d'enseignants de remplir le questionnaire ci-joint, soit par écrit, soit oralement (interviews). Un premier questionnaire, un peu moins précis que celui-ci, avait reçu 11 réponses, nous permettant certaines modifications nous ayant amenées au texte présenté ici.

Nous avons recueilli une quinzaine de questionnaires écrits et enregistré une dizaine d'interviews (soit un total de 26 réponses analysées). La répartition de ces professeurs n'est pas exhaustive, ni même représentative : c'est notre réseau personnel qui a été utilisé (il y a 5 enseignants d'université, un de classe préparatoire, 7 de lycée, 7 de collège, et 8 de divers établissements techniques).

Nous ne voulions en effet dans un premier temps que tester nos analyses précédentes et pour dépouiller ce matériel et pour nous faire une idée des représentations qu'on pouvait ainsi recueillir, dans l'idée d'améliorer ensuite questionnaire et grille avant de lancer une investigation plus exhaustive. De ce fait, c'est seulement un catalogue (sûrement incomplet) des représentations exprimées que nous présentons ici, catalogue établi conformément à la méthode exposée dans le paragraphe précédent, puis nous donnons une synthèse critique des résultats constatés.

1) Etude qualitative

1) Entrée épistémologique (en particulier questions 17, 18, 1 et 14)

* En ce qui concerne les mathématiques elles-mêmes (question 17), certains enseignants gardent tous les qualificatifs ; toutefois le plus cité est le caractère "outil pour résoudre des problèmes". Certains ont rajouté les mathématiques comme école de rigueur...

* L'histoire des mathématiques quant à elle, est plus souvent valorisée que rejetée, soit parce qu'elle peut permettre aux élèves de se rendre compte des évolutions, des démarches ou de l'origine des notions, soit parce qu'elle permet de démythifier les mathématiques (cf erreurs), de les humaniser dit quelqu'un.

QUESTIONNAIRE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Indiquez sur quelle(s) classe(s) vous vous basez pour répondre (quitte à remplir plusieurs questionnaires).

- 1) Qu'entendez-vous par avoir des connaissances en mathématiques (pour un professionnel, pour un élève) ?
- 2) Qu'est-ce qui manque à votre avis aux enfants en échec en maths ?
- 3) Que doit faire un élève (en classe, à la maison) pour progresser en mathématiques ?
- 4) Est-ce que selon vous tous les enfants peuvent acquérir les notions des programmes de maths jusqu'en 3^e ? Jusqu'au niveau terminale B ?
- 5) Le travail collectif en petits groupes peut-il améliorer les résultats a) sur un exercice cherché en groupe ?
b) sur l'apprentissage individuel ?
- 6) Quelle partie du temps pensez-vous qu'il faille consacrer à la résolution des exercices et des problèmes en classe (précisez le cas échéant si vous distinguez différents types de problèmes) ?
- 7) Quel travail à la maison donnez-vous aux élèves ?
- 8) Quels types de devoirs à la maison donnez-vous (annales, réflexion...) ?
- 9) Quels types de contrôle donnez-vous ?
- 10) Quelles sont les principales qualités que vous cherchez à évaluer à l'écrit ?
- 11) Qu'est-ce que vous appréciez le plus chez les élèves (individuellement) ? Dans une classe ?
- 12) Qu'est-ce que vous essayez de valoriser le plus chez les élèves, dans la classe ?
- 13) Attribuez-vous un rôle important à la mémoire ? Pourquoi ?
- 14) Faites-vous un enseignement de méthodes (précisez) ?
- 15) Quels sont les conseils que vous donnez le plus souvent aux élèves, pendant la classe (en distinguant cours et exercices) ? pour le travail à la maison ?
- 16) De quoi dépend un apprentissage efficace des mathématiques ?
- 17) Si vous deviez "caractériser" les maths, que choisiriez-vous dans la liste suivante : théorie, outils pour résoudre des problèmes, langage, outils de calcul, formalisme, texte de savoir, autre ?
- 18) Êtes-vous partisan d'un enseignement d'histoire des maths ? Pourquoi ?
- 19) Qu'est-ce que les nouveaux programmes changent dans l'attitude des professeurs et des élèves (y compris par rapport à l'évaluation) ?
- 20) Que pensez-vous des groupes de niveau ?

Quelles questions importantes manquent-elles à ce questionnaire à votre avis ?

* Un autre indice des conceptions mathématiques des enseignants est leur réponse sur les méthodes (question 14).

Il n'y a en général pas d'enseignement de méthodes (il y a même souvent un point d'interrogation sur cette question traduisant une méconnaissance), sauf pour les méthodes générales comme l'abord des exercices, (indépendamment des contenus) ou la façon de travailler. C'est d'ailleurs ce qui fait l'objet de la plupart des interventions métamathématiques des professeurs (conseils).

* En ce qui concerne les connaissances en mathématiques des élèves (question 1), les réponses sont assez différentes.

Certains privilégient le fait de savoir des théorèmes ou de savoir raisonner et d'autres évoquent plus les savoir-faire (de différentes natures, méthodes ou mises en fonctionnement de concepts ou techniques ou automatismes), et la résolution des problèmes (d'ailleurs éventuellement externes aux mathématiques). Mais les réponses sont souvent imbriquées et les mots savoir, connaître, dominer, connaissances ... sont souvent utilisés sans précision, ce qui ne se laisse pas interpréter.

Quelques enseignants évoquent l'acquisition de représentations des objets mathématiques.

* Il est peu répondu à la question des connaissances mathématiques des professionnels.

* Il y a deux endroits où on trouve encore des traces de ces conceptions des mathématiques, c'est dans les descriptions de ce qui est valorisé à l'écrit et dans les distinctions éventuelles entre différents types d'exercices. A l'écrit en particulier, tout le monde ou presque valorise le raisonnement, sa clarté, sa rigueur...

Nous n'avons pas vu de régularités dans les différentes répartitions individuelles des réponses à ces diverses questions.

ii) Entrée pédagogique (réponses aux questions 3, 6, 7, 11, 12, 14, 16)

A travers l'ensemble des réponses aux questions 2, 3, 16, on peut esquisser un certain nombre de traits des représentations en présence.

Si on lit ces réponses au niveau d'une éventuelle théorie générale de l'apprentissage (*niveau général*), on remarque que certaines réponses sont centrées sur la compréhension, l'apprentissage étant vu comme conséquence de celle-ci. L'équation principale est :

"comprendre → apprendre"

Dans ce cas, cette compréhension semble souvent résulter de l'écoute (active, critique, attentive, réfléchie, en posant des questions...) du cours, ou/et des mises en fonctionnement dans des exercices d'application.

D'autres enseignants retiennent d'abord l'aspect

"apprendre = retenir quelque chose"

que ce soit les principes, les méthodes, la façon de retrouver les théorèmes, ou le cours lui-même.

Pour l'entrée *cognitive* (*niveau individuel*), presque tous les professeurs interrogés font faire beaucoup d'exercices (pendant au moins la moitié et au plus les trois-quarts du temps) mais faut-il attribuer une même signification à toutes ces déclarations ? En tout cas tous attribuent aux exercices un grand rôle (non précisé) dans l'apprentissage.

Un bon tiers de ceux qui ont répondu insiste, à un moment ou à un autre, sur la nécessité pour les élèves de refaire les exercices déjà vus, ce qui pourrait dénoter l'idée quelque part d'un apprentissage par répétition. Ce sont souvent d'ailleurs ceux qui insistent sur la compréhension préalable.

La mémoire est considérée plutôt comme un palliatif par les premiers, et souvent moins dévalorisée par les autres.

Plus généralement sont cités (du côté des élèves) le travail, sa régularité, les exercices, les activités et la richesse des situations proposées aux élèves, et leurs représentations.

Lorsqu'il s'agit des manques d'ordre cognitif, on trouve cités ou le travail, ou "les bases", ou des méthodes de travail, ou de savoir ce que c'est qu'une démonstration ou enfin de réussir à utiliser des

connaissances alors même qu'elles ne sont pas explicitement appelées dans le problème cherché et de mettre en relation divers éléments du cours.

Enfin, on trouve souvent dans les réponses (peu différenciées) sur ce que doit faire l'élève pour progresser à la fois des éléments liés aux contenus (à la maison l'élève doit (re)faire des exercices (et des problèmes), et, éventuellement, apprendre son cours) et des éléments plus liés à des attitudes (en classe il doit se concentrer, et être actif, y compris dans l'écoute, en posant des questions par exemple). D'ailleurs presque tous les enseignants disent dans les questions 11 et 12 valoriser les attitudes correspondantes (initiative, curiosité, esprit critique, activité opposée à passivité en classe...).

On comprend que des élèves à qui manque ce qui sous-tend ces attitudes soient en échec sauf si on estime que la seule valorisation (explicite ou non) par l'enseignant peut suffire à y remédier.

En fait un bon apprentissage dépend donc souvent dans les réponses de plusieurs facteurs. On retrouve chez certains des éléments *psycho-affectifs* (également évoqués dans ce qui manque aux élèves en échec), notamment la motivation, le goût, l'encouragement, la mise en confiance à tout prix, la qualité des relations avec les enseignants.

Pour d'autres, c'est la clarté du cours qui est déterminante.

Dans cet ordre d'idées, du côté du maître on trouve soit l'ambiance de la classe (facteur psycho-affectif), soit la clarté de l'exposition (facteur cognitif classique), soit la richesse des situations d'apprentissage mathématique proposées (référence à la didactique).

Lorsqu'il s'agit des manques, rares sont ceux qui ne retiennent pas des manques du domaine psycho-affectif chez les élèves en échec : manques de confiance en soi, ou de motivation principalement...

On trouve aussi beaucoup de manques plus psychologiques (rapidité, attention, concentration, réflexion, curiosité, esprit critique, rigueur, courage de poser des questions, capacité de comprendre (une fois)...).

Quelquefois sont évoqués l'ambiance sociale, et également les enseignants de l'élève.

Il est frappant de constater que l'enseignant est souvent seulement indirectement en cause dans les manques, qui ne sont pas imputables aux activités organisées en classe sur les contenus, ni à ce qu'on dit aux élèves mais bien plus à des caractéristiques individuelles et/ou cognitives de l'élève ou au mieux aux relations maîtres-élèves.

Cela traduit peut-être une conception assez déterministe de l'apprentissage, relativement indépendante de l'enseignement (côté contenus), d'autant plus compréhensible qu'on ne perçoit pas tellement de marges de manoeuvre au niveau de la gestion des contenus dans ce qui précède...

Nous n'avons pas vu de rapport flagrant entre ces réponses et les réponses précédentes sur les mathématiques.

iii) Entrée sociale (questions 20, 4 et 5)

D'abord, le travail en petits groupes divise les enseignants. Il y a les partisans du travail "avec le voisin" quand c'est difficile, les partisans du travail en petits groupes vraiment organisé, et ceux qui sont carrément contre, essentiellement parce que les leaders font tout et que les autres ne font rien (d'où aucun transfert possible à l'apprentissage individuel). N'y a-t-il pas là des traces des convictions divergentes sur le côté exclusivement individuel de l'acquisition des connaissances et même sur le rôle de l'enseignant?

La question sur les groupes de niveau a reçu très peu de réponses, la plupart du temps les enseignants déclarent ne pas les pratiquer donc ne s'expriment pas dessus (prudence est mère de sûreté...).

Il en est d'ailleurs de même de la question 19.

Par contre la plupart se sont exprimés sur la continuation des études jusqu'à la troisième, et la majorité pense, avec ou sans restriction, que c'est de l'ordre du possible pour tous. Les restrictions mettent cette fois-ci en cause l'enseignement plus que l'élève, et une seule fois le social... Ceux qui déclarent que certains élèves ne peuvent acquérir les notions de mathématiques jusqu'en troisième, évoquent soit

le niveau intellectuel (jugé insuffisant pour ces élèves...), soit la difficulté des contenus type calcul algébrique et démonstrations de géométrie.

Atteindre la terminale B, à en croire nos enseignants, est quand même plus problématique, en tout cas il y a moins de réponses, et elles sont plus nuancées... Là, c'est plutôt l'élève qui est en cause, non pas à cause d'un manque de "capacités" mais d'un manque de "motivations".

2) Synthèse critique

1) Sur la répartition des différentes réponses

Il apparaît que les déclarations des divers enseignants sont peu différentes sur certains points : sur ce que doivent faire les élèves, sur l'importance du raisonnement dans les appréciations à l'écrit, sur l'agrément d'élèves actifs, vivants et sur l'importance des activités de type exercices par rapport au cours. Elles sont plus contrastées sur d'autres sujets : travail en groupe, rôle de la mémoire, histoire des mathématiques, et surtout levier principal évoqué pour interpréter ce qui manque aux élèves en échec et même ce qui est important pour l'apprentissage en général.

Il faut souligner que ce qui divise les enseignants tient peut-être effectivement à des conceptions profondes différentes (en rapport avec le vécu), comme en témoignent les réponses sur le travail en groupes mais aussi à des situations différentes, voire opposées.

Par exemple, il y a les professeurs apparemment centrés sur les "relations" et les professeurs plus attentifs aux seuls "contenus" pour schématiser. On pourrait penser qu'ils diffèrent dans leur appréciation sur les leviers profonds de l'apprentissage (l'élève apprend pour le professeur ou pour savoir quelque chose). Mais on peut aussi penser qu'un enseignant du technique, ayant affaire à des élèves réputés en échec, ou qu'un enseignant ayant affaire à des "littéraires" n'a pas d'autres moyens pour faire "marcher" ses élèves, au moins au début. De même au collège, il est difficile de penser que les élèves apprennent pour apprendre... Par contre au lycée il est possible qu'on aiderait les élèves si on leur apprenait plus à prendre en main leur apprentissage.

Il y a donc lieu d'être très prudent, et ce mode de questionnement nous semble très grossier dans la mesure où on ne peut pas cerner ce qui est susceptible de varier (en fonction des élèves par exemple) du reste.

ii) critiques a posteriori

D'abord le domaine de validité des déclarations, comme nous l'avons dit juste au-dessus n'est pas précisé, et plus généralement ce qui peut varier dans les réponses (malgré la question liminaire, peu répondue et insuffisante en fait car il faudrait presque connaître tout l'itinéraire de l'enseignant).

Ensuite, nous avons vérifié l'importance de l'"ambiance" et des attentes des interrogateurs (la conception des mathématiques comme outils pour résoudre des problèmes s'est avérée beaucoup plus largement répandue que dans la réalité à notre avis...).

De plus, certaines affirmations apparemment semblables peuvent signifier des choses complètement différentes dans la pratique.

Par exemple la valorisation unanime des exercices peut très bien ne recouvrir pas du tout les mêmes réalités dans les classes, sans que, encore une fois, le reste du questionnaire permette d'en juger.

Pour certains cela peut signifier qu'on laisse chercher longtemps des exercices aux élèves, en les laissant se débrouiller, pour d'autres qu'on leur laisse 5' et qu'on donne la solution ou qu'on envoie un "bon" élève corriger alors que beaucoup d'élèves n'ont même pas réalisé de quoi il est question... Or à notre avis cette différence est tout à fait fondamentale pour l'apprentissage des élèves.

Nous pourrions poser des questions plus précises, sur le temps laissé aux élèves par exemple, mais même alors des biais interviennent, comme le fait que le professeur intervient ou non pendant ce temps. On est souvent étonné de constater sur un enregistrement de séance en classe qu'il est difficile de laisser passer plus d'une minute en classe sans parler...

Tel enseignant déclare valoriser l'activité des élèves et les bloque en réalité par des déclarations qu'il croit stimulantes (vous êtes des idiots, réveillez-vous, qu'est ce qui vous arrive ...) ou encore par des échelles de note si basses que les élèves s'attachent d'abord au

contrat, à des indices extérieurs au savoir pour grappiller quelques points au prochain contrôle... mais l'enseignant peut rester convaincu que le plus important c'est de valoriser l'activité des élèves.

Tel autre qui valorise la même chose s'arrange pour faire répondre les élèves, à n'importe quel prix. Il réussit ainsi à ce que les élèves parlent, mais pas de ce qu'il croit, ils sont dépossédés du savoir et n'ont accès qu'à un découpage (excessif) ayant perdu tout sens...

Ces représentations globales sont peut-être trop globales justement, et en particulier laissent passer (sauf exceptions criantes) ce que nous cherchons, par exemple ce qui fait obstacle dans la transmission. N'oublions pas que ce que nous cherchons à transmettre concerne la classe !

C'est justement pour essayer d'avancer sur ce niveau de la classe, que nous appellerons "local", que nous avons cherché à analyser des conduites d'enseignants pendant la classe (discours, non-dits ...).

IV Essai de mise en relation des représentations globales et de certaines caractéristiques du comportement quotidien des enseignants : analyses d'enregistrements.

1) Une proposition méthodologique

Il y a deux types de difficultés : analyser un discours alors que plusieurs dimensions sont en jeu et remonter d'expressions locales, en situation (contextualisées) à des représentations globales.

Pour tourner ces difficultés, nous proposons la méthodologie suivante.

L'idée est d'analyser chaque intervention de l'enseignant (phrase ou groupe de phrases ou morceau de phrase suivant les cas) de plusieurs manières mais simultanément.

L'unité à analyser retenue correspond à une unité sémantique dans le discours du professeur (une idée et une seule), si des variations syntaxiques ont lieu dans la même phrase (ou groupe de phrases relevant de la même unité sémantique), elles apparaissent dans l'analyse.

On dispose alors l'information en colonnes juxtaposées, placées (à gauche ou à droite) du texte analysé.

La première colonne, la plus proche du texte topologiquement (et dans l'analyse) indique la **nature de la phrase** (interrogative, affirmative ou négative, ordre, exclamative ...).

La deuxième colonne indique le **rapport de la phrase au contenu mathématique ou métamathématique**, et aussi s'il s'agit d'une reprise ou d'un élément nouveau.

La troisième colonne indique la nature de l'intervention dans l'**interaction professeur/élèves** (si c'est une réponse, est-ce une réponse d'élève reprise ; si c'est une question, est-ce qu'il y a un temps d'attente ; si le professeur joue le rôle de relais entré deux élèves, ou vis-à-vis de la classe ...).

La quatrième colonne indique si il y a dans l'intervention du professeur des **éléments d'anticipation** pour des interventions à venir (à condition que ces interventions apparaissent effectivement dans la suite).

La cinquième colonne est réservée à ce qui peut jouer le rôle de règles de **communication**, ou à des éléments de contrat explicite ou encore à

tout ce qui est d'ordre psychoaffectif, appréciations ... dans le discours (le "méta" non méthodologique).

La sixième colonne est réservée à l'indication des **grandes étapes** du travail (on donne la consigne, on cherche telle question, on corrige telle question, on démontre tel point, on expose tel théorème ...).

La dernière colonne correspond aux **inférences** que l'on a envie de faire sur ce qui se joue et n'est pas dit pendant les interventions analysées. Une fois l'analyse en colonne faite, on étudie à la fois chaque colonne et les rapports entre colonnes, en cherchant des régularités, et en introduisant trois grandes variables dans les textes analysés : la nature de la tâche pour un même professeur avec les mêmes élèves, les élèves pour un même professeur avec des tâches identiques ou comparables (si c'est possible), et le professeur (sur des tâches identiques).

2) Quelques résultats

Nous n'avons fait fonctionner cette méthode que sur quelques enregistrements de séquences en classe (classes de seconde, troisième, et terminale A). Nous ne donnerons pas ici le détail de l'étude, qui a fait l'objet en particulier de deux mémoires de DEA passés en 1987-1988 à l'université Paris VII, nous nous contentons d'indiquer quelques "résultats", à prendre avec toutes les précautions possibles vu la précarité des expériences.

i) globaux

A priori, ce qui nous a paru différencier beaucoup les enseignants, ce sont les deux choses suivantes (en second cycle) :

- a) le fait de se taire longtemps, de ne pas intervenir lorsque les élèves cherchent même si il y a des erreurs (donc à la fois de leur faire confiance, y compris collectivement, et de se départir du rôle de seul détenteur du savoir dans la classe)
- b) le fait d'intervenir en donnant des "clefs" d'ordre métamathématique sur l'apprentissage et sur les contenus (comment on apprend, méthodes ...).

ii) premiers éléments d'analyse locale

Dans la colonne "méta non méthodologique", on trouve des remarques sur le bruit, le soin, et le temps, quelques appréciations (ouf ! par exemple) et des jugements (évaluations). On retrouve l'importance du

temps dans le discours du professeur, et sans doute dans sa perception des impératifs à respecter dans la gestion de la classe.

Des colonnes 1, 2, et 4 on peut déduire certaines dynamiques de gestion de la classe, qui dans la mesure où elles se reproduisent à plusieurs reprises peuvent être prises comme bases pour en inférer certaines représentations des enseignants.

Par exemple, on a rencontré la dynamique suivante, dans une phase de correction collective d'une construction précédant un cours : il y a plusieurs petites questions du professeur, suivies de réponses d'élèves, le professeur fait l'écho, jusqu'à ce qu'il reprenne une réponse en lui adjoignant un élément nouveau, puis ça recommence.

Des élèves participent mais il n'y a dévolution ni des questions ni des démonstrations, car le professeur souffle et décompose trop.

Que peut-on inférer de cette dynamique ?

Localement, on perçoit des décisions liées au temps passé sur une question, cela correspond au moment où le professeur fait une reprise avec nouveau.

On est obligé de faire une inférence à partir de ces inférences pour se demander à quelle représentation cette gestion de la classe peut bien être liée. On peut supposer par exemple que l'enseignant valorise d'abord la participation, quelle qu'elle soit, et pense que c'est le moteur de l'apprentissage. S'il y a dévolution locale, tant mieux, si non on espère que joueront répétition et imitation...

On a rencontré une autre dynamique, où le professeur pose les questions et après un très court temps montre, expose ou fait corriger au tableau. Une double inférence conduit à se demander si le schéma de cet enseignant n'est pas de laisser chercher les bons (et même les rapides), ce qui ne prend pas de temps et de procéder par ostension pour les autres, autrement dit on apprend en écoutant et imitant si on est moyen, si on est bon on peut profiter de phases plus actives.

Ainsi, il apparaît des régularités, et un travail plus approfondi mérite d'être tenté.

Conclusions

1) Retour sur le questionnaire initial : origine des représentations

i) A la fin de ce travail, il nous apparaît que le cadre théorique utilisé nous a permis d'identifier plus précisément ce qui nous interpelait. Donnons un dernier exemple d'un fonctionnement bien décrit par Abric : celui de la création de "l'écoute active" qui, toute paradoxale qu'elle puisse paraître est citée par de nombreux professeurs. Pour nous il s'agit là d'un phénomène de récupération de la valorisation actuelle extrême de l'activité, dans un noyau central comportant la conviction que c'est quand-même, en dernière analyse, en écoutant le professeur qu'on apprend.

C'est donc un bilan positif que nous tirons, mais beaucoup de travail reste à faire sur ces représentations, même si maintenant leur étiquette de représentations est devenue licite...

ii) Une des premières questions à élucider nous semble celle de leur origine, dans notre cas particulier des mathématiques.

Et d'abord quelle est la part personnelle, quelle est la part de la communauté dans la genèse des représentations ?

Les représentations sociales, dont parle Abric, sont définies ainsi : "elles ont pour caractéristiques d'être collectivement produites ou engendrées". Mais comme l'auteur reconnaît que toute représentation est (partiellement) sociale, il explicite qu'il réserve cette catégorie à celles dont "la fonction essentielle est de contribuer aux processus formateurs et aux processus d'orientation des communications et des comportements sociaux". En ce sens, c'est plutôt des représentations sociales que nous avons décrites en III, et on pressent la difficulté à démêler ici l'individuel du social...

iii) Ceci dit, même individuellement l'enseignant est soumis à des contraintes sociales très fortes. La situation de l'enseignant est même paradoxale d'un certain point de vue : il est seul dans sa classe, il est libre de dire ce qu'il veut et pourtant énormément de contraintes pèsent sur lui.

Au delà des contraintes perçues, programmes, parents, administrations, élèves, il y a des contraintes plus subtiles comme l'appréciation des

professeurs de la même matière qui vont recevoir la classe l'année suivante, ou encore les performances des différentes classes aux examens blancs... Mais il y en a d'autres encore plus cachées, et pourtant dont les enseignants doivent tenir compte, peut-être à leur insu (cf Bourdieu) : ce sont les contraintes économiques et sociales qui font que tous les élèves ne peuvent pas passer dans la classe supérieure et qu'il faut des futurs "manuels" et des futurs "intellectuels"...

Nous pensons que ces diverses contraintes pèsent lourd dans l'origine des représentations des enseignants puisqu'elles doivent leur permettre d'organiser autour du noyau central toutes ces informations, en quelque sorte de les "récupérer" dans le système initial...

iv) Entre son histoire personnelle, son inscription sociale générale et son appartenance (plus étroite) au groupe des professeurs de mathématiques, l'enseignant de mathématiques arrive donc à se forger ses représentations, et il est bien compréhensible que d'un individu à l'autre il y ait à la fois des fortes convergences et des différences. Cela étant, deuxième question, peut-on, doit-on avoir une influence sur les représentations des (futurs) enseignants ?

2) Peut-on avoir une influence sur les représentations des enseignants ?

Il y a certainement lieu de distinguer dans ce domaine formation initiale et continue puisque, lorsque l'enseignant a déjà enseigné, ses représentations fonctionnent pour réguler le système et sont moins susceptibles de changer.

Ceci dit, vu l'âge des intéressés on peut penser à la possibilité d'écoute et de transmission sur le plan des métaconnaissances.

Pourtant il y a là un obstacle sur lequel je voudrais revenir en prenant l'exemple de Galilée.

Jusqu'à Galilée, les hommes étaient persuadés que le soleil tournait autour de la terre, cette conviction était basée sur le bon sens perceptif et les connaissances et les techniques de l'époque (en particulier le manque de lunettes performantes). Ils étaient tellement sûrs qu'ils ne se posaient même pas (à part quelques savants) la question correspondante : le cas échéant ils s'appuyaient sur cette conviction pour en déduire autre chose mais ils ne remettaient jamais en

question cette idée là, ou plus exactement le fait qu'il y avait là (implicitement) une réponse à une question (non formulée), réponse qui pouvait être fausse.

Peut-être autant que le résultat lui-même (la terre tourne autour du soleil), c'est le fait de revenir sur ce qu'on avait ainsi admis implicitement, sans réaliser qu'on avait admis quelque chose qui n'était pas certain, auquel ont résisté les gens de l'époque (autres que les gens d'Eglise).

Autrement dit, il est très désagréable, *nous* semble-t-il, de réaliser qu'on a admis à son insu quelque chose qui en fait est problématique.

Aujourd'hui, cependant, les enfants ont en général intégré la conviction inverse, renforcée par un apprentissage assez précoce (école primaire) et n'ont aucun problème avec leur perception : il n'y a pas d'obstacle à proprement parler. Donc les convictions les plus fermes sont relatives et peuvent être changées.

Mais dans le cas de la terre et du soleil, les convictions ont été changées en particulier grâce à une démonstration scientifique de la chose (calculs de Copernic avérés par les observations plus précises de Galilée).

Malheureusement, il y a des domaines, relatifs aux sciences humaines ou sociales, où la notion même de démonstration est problématique. En particulier, les mathématiciens, habitués à leur système de preuve, ou bien pensent qu'il n'y a que ce système possible et réduisent alors les preuves en sciences humaines à des vérifications de type quantitatif et statistique, évidemment insuffisantes à leurs yeux - et aux nôtres -, ou bien déniaient même à ces sciences, faute de démonstrations de type mathématique, la possibilité de prouver (nous pensons au contraire qu'il y a des méthodes de preuve en sciences humaines, par convergences de preuves de diverses natures en particulier).

Dans ces conditions, leurs convictions basées sur des implicites pourtant éventuellement problématiques auront beaucoup de mal à être ébranlées...

Dans ces conditions, et alors que les évaluations, même si elles pouvaient être efficaces pour convaincre, ce qui n'est pas le cas, sont si difficiles à faire, il nous semble qu'il y a un accès privilégié aux

représentations des futurs enseignants, c'est l'accès par l'activité mathématique elle-même.

En effet si on admet que c'est sur le noyau central des représentations qu'il faut agir (et en particulier au moment de sa formation, donc de la décontextualisation du réel), et si on admet que ce noyau a une composante personnelle et une composante sociale inaccessibles pour nous, il ne reste qu'à intervenir sur les composantes pédagogique générale ou épistémologique. On a souligné ci-dessus la difficulté théorique d'interventions de type discours et on l'a vérifiée pratiquement par la revue de l'APM, restent donc les interventions de type "mises en situation et action".

Nous pensons donc qu'il devrait être très efficace, pour que s'établissent des représentations métacognitives compatibles avec les nôtres, d'engager les étudiants (futurs enseignants) dans une activité mathématique "authentique", avec un enseignement du type de celui que nous préconisons et une institutionnalisation de type didactique après l'expérience (cf. cahier de didactique n°50).

Il y a d'ailleurs une preuve de ce que nous avançons, c'est que les étudiants ayant reçu un enseignement "classique" le plus souvent le reproduisent.

Reste de nombreux problèmes (outre celui des preuves justement !), et en particulier celui du seuil d'enseignants "enseignant autrement" nécessaire pour établir effectivement une autre représentation des étudiants....

3) Doit-on avoir une influence sur les représentations des futurs enseignants ?

Et si des représentations différentes engendraient des apprentissages analogues (par suite d'un jeu d'"action/réaction" entre professeur et élèves par exemple) ?

Il nous semble que s'il y a lieu d'éclaircir les représentations en présence, ne serait-ce que pour permettre une communication efficace entre "émetteurs et récepteurs", il est non moins important de dépasser ce stade "naturaliste" et d'explorer les conséquences sur les

apprentissages des élèves des diverses représentations et des conduites qu'elles engendrent.

C'est pourquoi nos recherches s'orientent maintenant dans deux directions : d'une part nous continuons nos investigations sur les représentations, en particulier par l'analyse de traces indirectes (questionnaires sur la pratique du travail en groupe, sur les contraintes de l'enseignement ...).

D'autre part, nous essayons de comprendre les liens de ces représentations non seulement avec les comportements des enseignants en classe mais encore avec les conséquences sur les apprentissages des élèves.

A cet effet en particulier, nous essayons encore de comparer des cours analogues par différents enseignants mais en plus, nous les avons questionné sur leurs choix à propos de ces cours, avant et pendant, et nous évaluons, dans la mesure du possible, les performances et procédures correspondantes des élèves (sur le sujet traité).

Bibliographie sommaire

ABRIC J.C., Coopération, compétition et représentations sociales, Editions DelVal, Suisse, 1987.

BAUTIER E. et ROBERT A. * Apprendre des mathématiques et comment apprendre des mathématiques : premiers éléments pour une étude des représentations des élèves de l'enseignement post-obligatoire de l'accès au savoir mathématique, Cahier de didactique des mathématiques n°41, IREM Paris Sud, Avril 1987.

* Réflexions sur le rôle des représentations métacognitives dans l'apprentissage des mathématiques, Revue Française de Pédagogie, n°84, p.13-20, 1988.

DOUADY R. Jeux de cadre et dialectique outil-objet, Recherches en didactique des mathématiques, Vol 7, n°2, p.5-32, 1987.

ROBERT A. Une introduction à la didactique des mathématiques (à l'usage des enseignants), Cahier de didactique des mathématiques n°50, IREM Paris Sud, Février 1988.

ROBINET J. Ingénierie didactique de l'élémentaire au supérieur, Thèse d'Etat, Université Paris 7, 1984.

THOMSON A.G., The relationship of teacher's conception of mathematics and mathematics teaching to instructional practice, Educational Studies of mathematics, Vol 15, n°2, 1986.

Pour tout renseignement sur les publications diffusées par notre IREM

Vous pouvez soit :

- Consulter notre site WEB

<http://www.irem-paris7.fr.st/>

- Demander notre catalogue en écrivant à

**IREM Université Paris 7
Case 7018
2 Place Jussieu
75251 Paris cedex 05**

TITRE :

Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement

AUTEUR (S) :

Robert Aline

Robinet Jacqueline

RESUME :

Les auteurs présentent la notion de représentation, en précisant des apports de divers sociologues. Elles exposent en particulier le cadre développé autour de Moscovi (représentations sociales) par Jodelet et Abric. Elles expliquent l'importation de la notion en didactique des mathématiques, qui concerne les conceptions générales de l'enseignement et l'apprentissage de la discipline (représentations appelées métacognitives). Elles donnent quelques résultats d'enquêtes sur les représentations de diverses catégories d'enseignants (auteurs de la revue professionnelle de l'APMEP, enseignants du second degré ...). Elles concluent en posant des questions sur les rapports représentations/pratiques.

MOTS CLES :

Représentations – conceptions – métacognitif – enseignant - auteur d'article

Editeur : IREM

Université PARIS 7-Denis Diderot

Directeur responsable de la

publication : M. ARTIGUE

Case 7018 - 2 Place Jussieu

75251 PARIS Cedex 05

Dépôt légal : 1989

ISBN : 2-86612-094-9