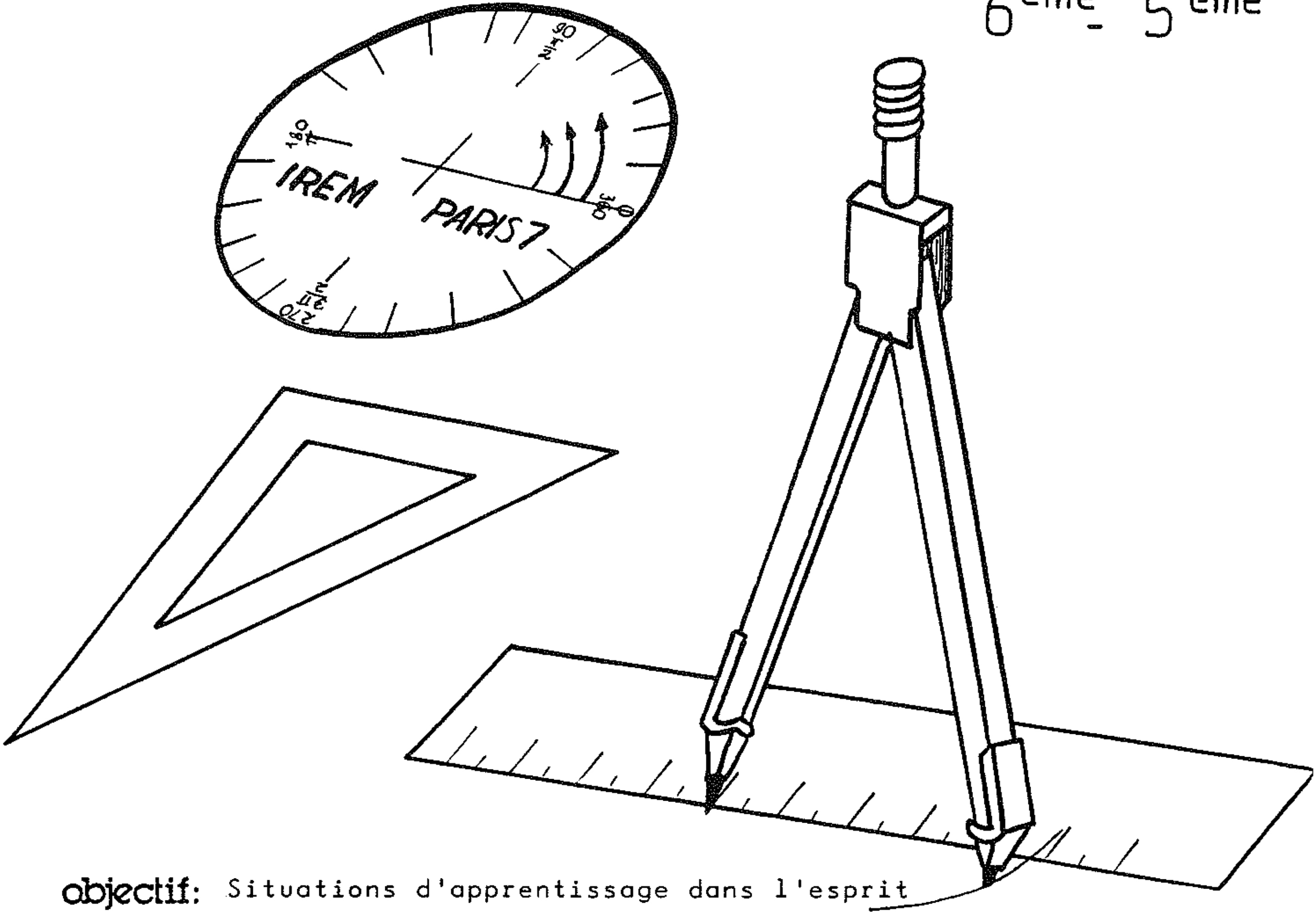
INSTITUT
DE RECHERCHE
POUR L'ENSEIGNEMENT
DES MATHEMATIQUES

69

AVRIL 1987

SITUATIONS D'APPRENTISSAGE en GEOMETRIE

6ème - 5ème



objectif: Situations d'apprentissage dans l'esprit des nouveaux programmes

sujet: GEOMETRIE

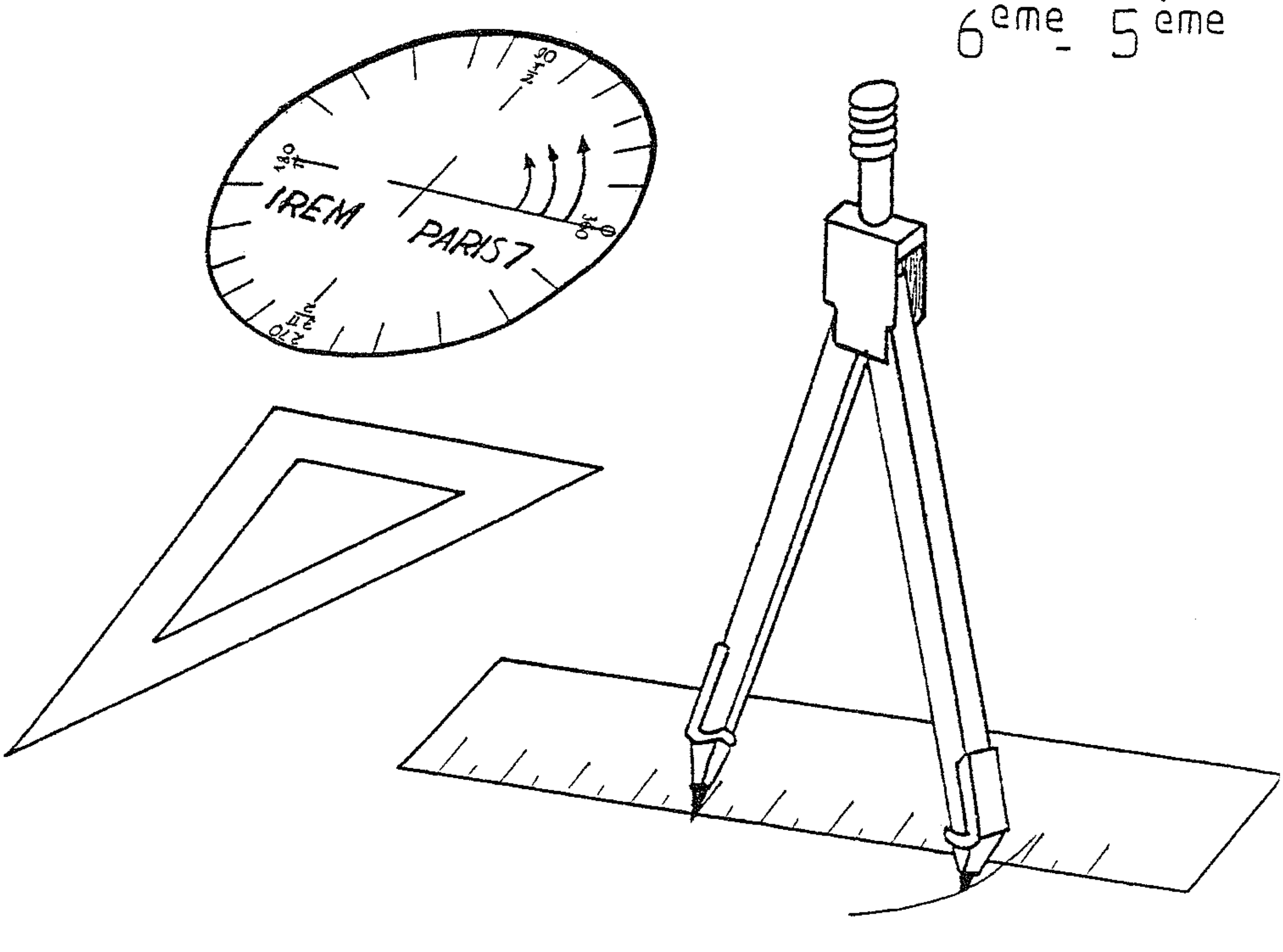
niveau: 6ème - 5ème

public: Professeurs de collège

UNIVERSITE - PARIS VII

SITUATIONS D'APPRENTISSAGE
en
GEOMETRIE

6ème - 5ème



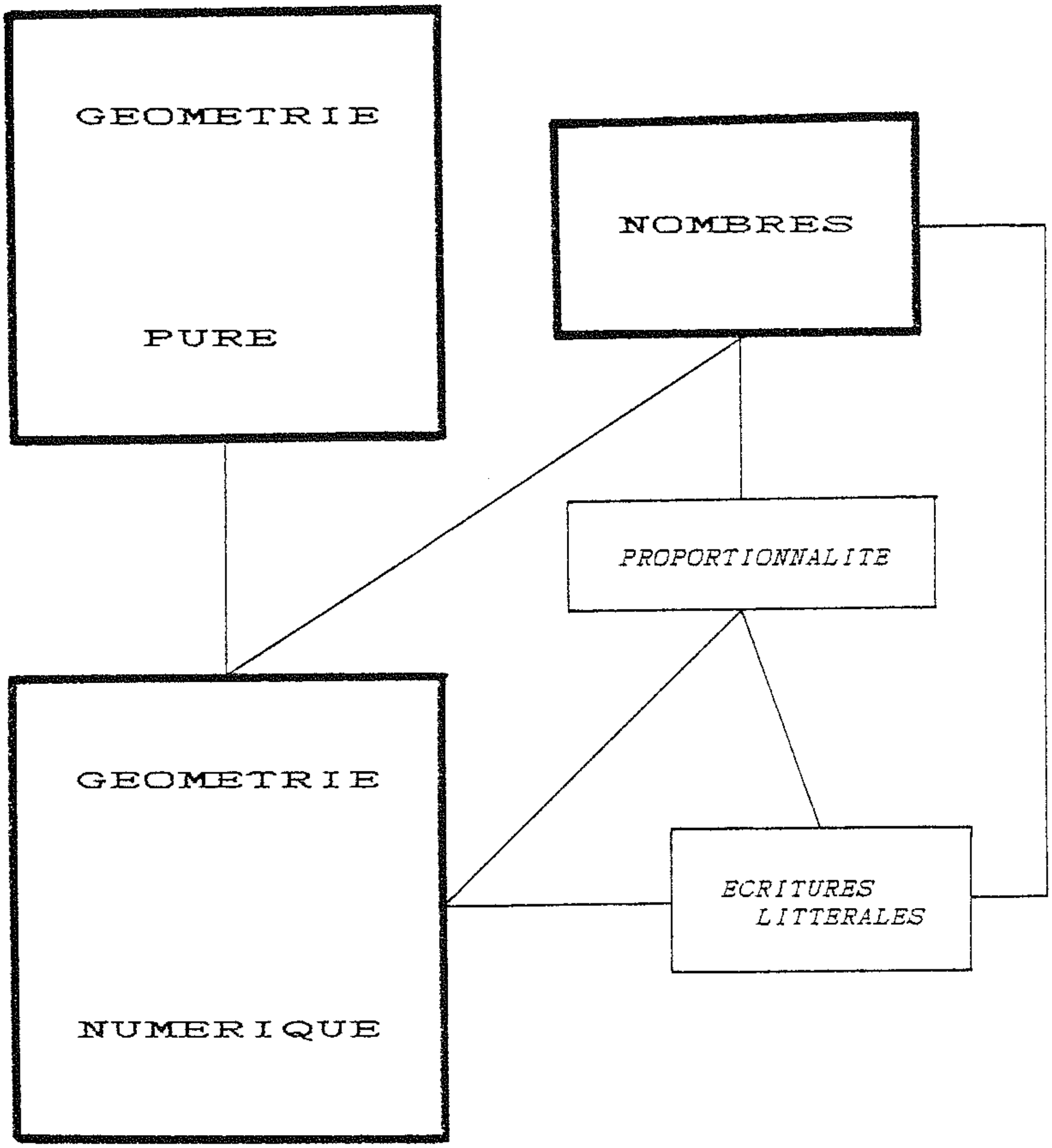

GEOMETRIE
PURE
NOMBRES
PROPORTIONNALITE
GEOMETRIE
NUMERIQUE
ECRITURES
LITTERALES

TABLEAU 1

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

Cette brochure s'adresse aux enseignants de Collège.

Son contenu couvre sensiblement la totalité de la partie de Géométrie plane du programme de 6ème (géométrie pure, géométrie numérique).

Elle rend compte de situations d'apprentissage, réalisées dans des classes, principalement de 6ème, certaines ont un prolongement en classe de 5ème. Ces situations ont été conçues dans l'esprit des programmes parus en 1986. Nous développons ci-dessous des principes d'apprentissage auxquels se réfèrent ces programmes.

Le contenu du programme de 6ème est présenté de façon schématique dans deux tableaux.

Cette présentation ne saurait être un modèle de déroulement du cours, elle correspond à des choix dans l'articulation des notions à traiter .

D'autres choix seraient possibles.

- *le premier tableau* fait ressortir les grandes parties du programme intitulées :

"Géométrie pure, Géométrie numérique, Nombres".

Il est toutefois fait mention des liens existant entre ces différentes parties, mettant ainsi en évidence :

- un pôle, celui de la proportionnalité,
- et une préoccupation permanente : sens, fonction et manipulation des écritures littérales.

- *le second tableau* fait ressortir dans chacune des grandes parties, les différents thèmes. Les liens existant entre ces différents thèmes ont été visualisés, permettant ainsi de mieux saisir la trame qui soustend le programme.

Les situations développées dans la brochure correspondent à certaines rubriques des tableaux, leur présentation ne répond pas à un souci d'ordre chronologique.

Le programme s'appuie sur un certain *rôle de l'activité mathématique dans l'apprentissage.*

En se référant aux instructions officielles (livre de poche n° 6177, p.79) on peut dire qu'un élève a acquis des connaissances en mathématiques si :

- elles ont pris du sens à partir des questions qu'il s'est posées et s'il sait les mobiliser pour résoudre des problèmes, que l'énoncé y réfère ou non *(point de vue "outil")*,
- elles peuvent être formalisées en s'appuyant sur les activités des élèves ce qui diminue les risques de dérapage *(point de vue "objet")*.

En reprenant la terminologie de R. DOUADY, "nous disons qu'un concept est "*outil*" lorsque nous focalisons notre intérêt sur l'usage qui en est fait pour résoudre un problème. Un même outil peut être adapté à plusieurs problèmes, plusieurs problèmes peuvent être adaptés à un même outil.

Par "*objet*" nous entendons : la notion mathématique telle qu'elle est présentée par le professeur, dans le cadre du cours, de façon formalisée dans une expression, réutilisable et reconnaissable à l'extérieur de la classe."

ACTIVITES : nous avons choisi, (cf. Instructions officielles), des activités pour :

- *permettre un démarrage* pour tous les élèves,
- *créer* rapidement *une situation assez riche* pour provoquer des *conjectures* (énoncés, vrais ou faux, produits par les élèves qui vont être mis en débat dans la classe),
- *rendre possible* la mise en jeu des *outils* visés par l'apprentissage.

A la fin de ces activités les élèves ont produit des documents, mais ils se sont investis de façon différente dans le problème. Ils ont sûrement acquis des connaissances, liées à différentes approches de la situation, ce qui constitue une connaissance globale de la classe. Le professeur ne sait pas exactement ce que chacun sait précisément et nous estimons que ça n'a pas d'importance, à ce moment là, nous reprenons la question plus tard.

INSTITUTIONNALISATION : la préoccupation du professeur est alors d'homogénéiser les connaissances de tous les élèves et de créer une référence commune qui pourra être utilisée par la suite.

Cette référence commune ne peut être la réunion de tout ce qui a été investi dans les activités. En bref c'est ce qu'on appelle *"le cours"*, mais ici il s'appuie sur les activités des élèves ; le cours ne reprend qu'une partie de ce qui a été investi dans les activités.Ce qui ne fait pas partie du cours constitue une référence précieuse pour de nouvelles activités.

REINVESTISSEMENT : ce qui a été institutionnalisé dans le cours doit faire l'objet d'exercices de familiarisation, portant en particulier sur ce que l'on veut que les élèves retiennent. Toutefois les élèves ne se sont vraiment appropriés les notions traitées que s'ils sont capables de les reinvestir dans des situations nouvelles. Nous en proposons des exemples dans la brochure.

La partie gauche des commentaires se rapporte aux contenus divers des activités, *la partie droite* est le minimum du cours exigible dans une évaluation.

Par ailleurs, nous pensons que le *travail en groupe* est efficace et joue un rôle important dans le processus d'apprentissage et en particulier dans les phases de recherche. Nous suggérons quelques pistes de réflexion sur ce sujet.

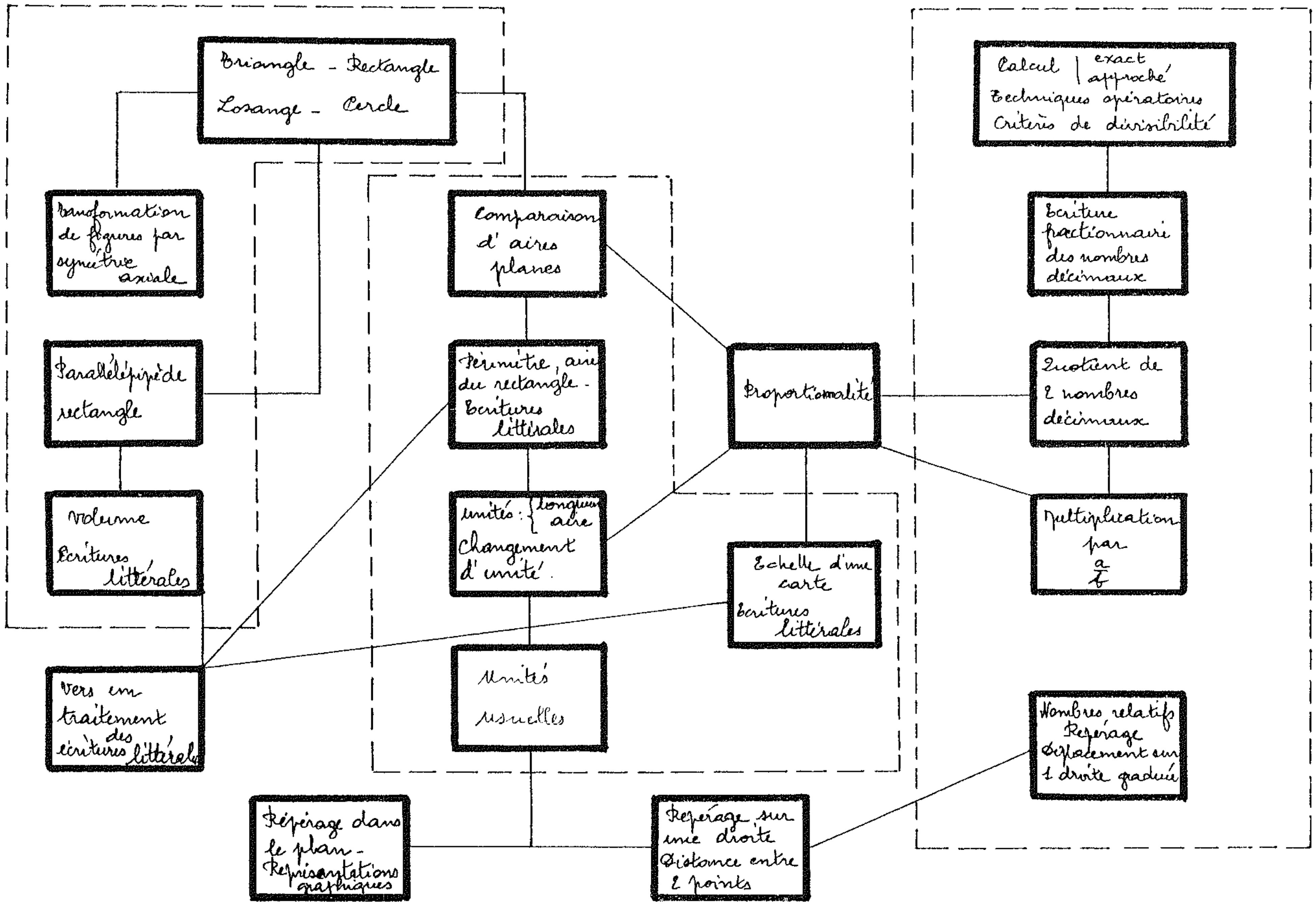

Triangle - Rectangle
Losange - Cercle
Transformation de figures par symétrie axiale
Parallélépipède rectangle
Volume
Ecritures littérales
Vers un traitement des écritures littérales
Comparaison d'aires planes
Périmètre, aire du rectangle - Ecritures littérales
Unités : longueur / aire
Changement d'unité.
Unités usuelles
Proportionnalité
Echelle d'une carte
Ecritures littérales
Repérage dans le plan - Représentations graphiques
Repérage sur une droite
Distance entre 2 points
Calcul | exact / approché
Techniques opératoires
Critères de divisibilité
Ecriture fractionnaire des nombres décimaux
Quotient de 2 nombres décimaux
Multiplication par a/b
Nombres relatifs
Repérage
Déplacement sur 1 droite graduée

TABLEAU 2

COMPLEMENTS AU PROGRAMME DE MATHEMATIQUES DE SIXIEME.

Les compléments de mathématiques ont pour objet de préciser les objectifs désignés dans le programme. Afin d'en faciliter la lecture, on trouvera ici un ensemble d'indications présentant les objectifs sous des formes différentes.

1. LES CORRESPONDANCES A ÉTABLIR ENTRE LES CONTENUS ET LES COMPÉTENCES EXIGIBLES DES ÉLÈVES

Pour chacune des trois rubriques du programme :

- les objectifs figurent en bandeau sur les deux pages, les dominantes de contenus et de travaux apparaissent en caractères gras ;
- en page gauche sont fixés le sens et les limites des contenus du programme ;
- en page droite sont fixées les compétences exigibles des élèves ;
- il s'agit pour l'élève d'acquérir des outils suffisamment efficaces pour l'étude des situations usuelles et de nature à servir de rapport à la formation mathématique.

2. DES PRÉCISIONS TERMINOLOGIQUES

La mention **«sur des exemples»** signifie que les travaux en jeu portent sur des notions en cours d'acquisition et visent à développer des compétences sans mise en forme de connaissances générales.

La mention **«non exigible»** concerne des travaux d'initiation, néanmoins indispensables pour la formation des élèves.

3. UN TABLEAU RÉCAPITULATIF

Ce tableau récapitule les contenus de l'enseignement des mathématiques dans le premier cycle et permet, pour chaque rubrique, d'apprécier la progressivité et la cohérence des acquisitions. Il est à compléter, en amont, par les objectifs et les contenus du programme de CM2.

EXPLICITATION DES CONNAISSANCES, DES MÉTHODES ET DES COMPÉTENCES EXIGIBLES DES ÉLÈVES

Il est rappelé que le professeur a toute liberté dans l'organisation de son enseignement à condition que soient atteints les objectifs visés par les programmes.

Remarque préliminaire

Les travaux mathématiques seront l'occasion de familiariser les élèves avec un nombre limité de notations courantes, telles que l'appartenance ou la non appartenance d'un point M à une droite D ($M \in D$, $M \notin D$), la longueur $\underline{AB}$ d'un segment d'extrémités A et B, l'angle $\widehat{AOB}$, et éventuellement le segment [AB], la droite (AB).

Les symboles $\subset$, $\cap$, $\cup$, sont hors programme, ainsi que toute notion sur les ensembles et les relations.

1. TRAVAUX GÉOMÉTRIQUES

De l'école élémentaire, les élèves apportent une expérience des figures les plus usuelles. **L'objectif fondamental en sixième est encore la description et le tracé de figures simples.** Au terme d'un processus progressif, le champ des figures étudiées est enrichi, le vocabulaire est précisé et les connaissances sont réorganisées à l'aide de nouveaux outils, notamment **la symétrie orthogonale par rapport à une droite** (symétrie axiale).

Les travaux géométriques prennent appui sur **l'usage des instruments de dessin et de mesure** et sont conduits en liaison étroite avec l'étude des autres rubriques. Ils constituent en particulier le support d'activités numériques conjointes (grandeurs et mesures) ou de notions en cours d'acquisition (repérage, proportionnalité).

1.1. FIGURES PLANES ET AIRES PLANES

1.1.1. Reproduction de figures planes simples

Il est conseillé l'usage du papier calque, du papier quadrillé, du papier «pointé» à réseau triangulaire.

Il s'agit de développer les connaissances du cours moyen en vue de :

- compléter et consolider l'usage d'instruments de mesure ou de dessin (règle graduée ou non, compas, équerre, rapporteur) ;
- tirer parti des travaux pour préciser le vocabulaire, en particulier celui concernant les figures planes ;
- reprendre les tracés fondamentaux (droites perpendiculaires, droites parallèles).

Les travaux de reproduction porteront sur la réalisation :

- soit d'une copie conforme d'un modèle concret ou d'un dessin ;
- soit d'un dessin à partir de données, et notamment de données numériques.

COMPÉTENCES EXIGIBLES DES ÉLÈVES

- Sur papier blanc et sans méthode imposée :
  . reporter une longueur ;
  . reproduire un angle, un arc de cercle de centre donné ;
  . tracer, par un point donné, la perpendiculaire ou la parallèle à une droite donnée.
- Utiliser correctement, dans une situation donnée, le vocabulaire suivant :
  . droite, cercle, disque, arc de cercle, angle, droites perpendiculaires, droites parallèles, demi-droite, segment, milieu.

- Décrire, tracer et reproduire sur papier blanc les figures suivantes : triangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle, losange, rectangle, carré, cercle.
Reconnaître ces figures dans un environnement plus complexe.

On profitera de ces travaux pour introduire prudemment l'usage de lettres pour désigner les points d'une figure.

Les travaux développeront les capacités à choisir les instruments adaptés à une situation donnée. Ils faciliteront aussi la mise en place de courtes séquences déductives s'appuyant, par exemple, sur la définition du cercle et les propriétés d'orthogonalité et de parallélisme. On prendra garde, à ce sujet, de ne pas demander aux élèves de prouver des propriétés perçues comme des évidences.

1.1.2. Comparaison d'aires planes

Il s'agit de déterminer des aires à l'aide, soit de reports, de décompositions, de découpages et de recollements, soit de quadrillages et d'encadrements.

Des travaux permettront de retenir, sous forme d'images mentales, le passage du rectangle au triangle rectangle ou au parallélogramme, et de mettre en place des calculs sur les aires à partir de l'aire du rectangle.

- Evaluer, à partir du rectangle, l'aire d'un triangle rectangle.

1.2. PARALLÉLÉPIPÈDE RECTANGLE

L'objectif est d'apprendre à voir dans l'espace.

L'usage d'une perspective (cavalière) et la fabrication d'un patron sont complémentaires ; à l'aide du patron, le lien sera établi avec le rectangle.

Des travaux permettront de retenir, sous la forme d'images mentales, des situations d'orthogonalité et de parallélisme extraites du parallélépipède rectangle en tant qu'objet de l'espace.

- Représenter un parallélépipède rectangle en perspective.
- Décrire, fabriquer un parallélépipède rectangle de dimensions données.

1.3. DANS LE PLAN, TRANSFORMATION DE FIGURES PAR SYMÉTRIE ORTHOGONALE PAR RAPPORT A UNE DROITE

1.3.1. Construction d'images, mise en évidence de conservations

L'effort portera d'abord sur un travail expérimental (pliage, papier calque) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles se dégageront de façon progressive les propriétés conservées par la symétrie axiale, ces propriétés prenant alors naturellement le relais dans les programmes de constructions.

- Construire le symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'une ligne polygonale, d'un cercle, que l'axe de la symétrie coupe ou non la figure.
- Tracer le ou les axes de symétrie des figures suivantes : triangle isocèle, triangle équilatéral, losange, rectangle, carré.

La symétrie axiale n'a ainsi, à aucun moment, à être présentée comme une application du plan dans lui-même. Suivant les cas, elle apparaîtra sous la forme :

- de l'action d'une symétrie axiale donnée sur une figure,
- de la présence d'un axe de symétrie dans une figure, c'est-à-dire d'une symétrie axiale la conservant.

1.3.2. Construction de figures symétriques élémentaires et énoncé de leurs propriétés

Ces constructions partent de notions acquises à l'école élémentaire et aboutissent à des définitions plus élaborées et plus efficaces : par exemple, on reconnaît qu'un triangle est isocèle à ce qu'il possède un axe de symétrie.

Des travaux permettront, sous la direction du professeur, de mettre en œuvre de brèves séquences déductives : ici aussi, on prendra garde de ne pas demander aux élèves de prouver des propriétés perçues comme évidentes.

A travers les problèmes de construction d'une figure, les élèves seront initiés à quelques propriétés la caractérisant, mais ces propriétés ne sont pas exigibles. En outre, elles seront formulées à l'aide de deux énoncés séparés, par exemple : dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires et ont même milieu ; si deux segments de même milieu sont perpendiculaires, ce sont les diagonales d'un losange. La locution «propriété caractéristique» n'a pas à être employée.

- Construire, par une méthode non imposée et sur papier blanc : la médiatrice d'un segment, la bissectrice d'un angle.
- Utiliser la symétrie axiale pour construire : un triangle isocèle, un losange, un rectangle, un carré.
- Relier les propriétés de la symétrie axiale à celles des figures du programme.

2. TRAVAUX NUMÉRIQUES

La résolution de problèmes concrets constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme ; l'activité de résolution ne fait pas l'objet d'une rubrique particulière puisque, constamment, elle doit sous-tendre l'ensemble des travaux numériques.

Outre leur intérêt propre, ces problèmes doivent permettre aux élèves, en continuité avec l'école élémentaire, d'associer à une situation concrète un travail numérique et de mieux saisir **le sens des opérations et des équations** figurant au programme.

Les travaux numériques prennent appui sur la pratique du calcul exact ou approché sous différentes formes : **le calcul mental** ; **le calcul à la main** (dans le cas de nombres courants et d'opérations techniquement simples), l'emploi d'une **calculatrice**.

2.1. TECHNIQUES OPÉRATOIRES, CALCUL APPROCHÉ

Les travaux consolideront le sens et les techniques d'exécution des opérations +, -, x sur les nombres entiers et les nombres décimaux. Ils compléteront les savoir-faire concernant la division euclidienne, la capacité à effectuer une telle opération étant, pour une proportion non négligeable d'élèves de CM2, en cours d'acquisition. En particulier, ces travaux permettront de lier la division à des problèmes d'encadrement d'un entier par des multiples d'un autre entier, et d'acquérir une bonne maîtrise de la technique manuelle de la division avec reste pour des nombres entiers simples.

COMPÉTENCES EXIGIBLES DES ÉLÈVES

Les compétences exigibles des élèves portent sur les trois formes de calcul mentionnées ci-dessus.

- Sans calculatrice :

. effectuer des additions, soustractions, multiplications sur des nombres décimaux courants ;
. diviser un décimal par 10, 100, 1 000 ou par 0,1, 0,01, 0,001 ;
. effectuer la division avec reste d'un nombre entier par un nombre entier d'un ou deux chiffres.

Les procédés de calcul approché trouveront un développement naturel dans le calcul mental et dans l'usage des calculatrices.

2.2. ÉCRITURE FRACTIONNAIRE DE DÉCIMAUX

Les travaux conduiront à l'écriture d'un nombre décimal sous diverses formes fractionnaires : initiation à la manipulation des fractions. Les techniques des opérations +, -, x ne seront exposées que dans le cas d'écritures fractionnaires : ayant pour dénominateurs des puissances de dix, et cela en liaison étroite avec les techniques opératoires en écriture décimale.

Les critères de divisibilité, que l'on ne justifiera pas, s'appliqueront à la simplification d'écritures fractionnaires et à des exercices de calcul mental.

2.3. QUOTIENT DE DEUX DÉCIMAUX

Il s'agit ici d'un simple jalon vers un élargissement des opérations. Dans ce paragraphe, on travaille uniquement sur des exemples numériques et au travers de problèmes. Ces travaux dégagent et utilisent les deux idées suivantes :

- le quotient $\frac{a}{b}$ de deux nombres décimaux est un nombre qui multiplié par b donne a ;
- on ne change pas le quotient quand on multiplie a et b par un même nombre non nul.

La multiplication d'un nombre décimal par un quotient intervient, en particulier, dans des problèmes de proportionnalité.

2.4. INITIATION AUX ÉCRITURES LITTÉRALES

Il s'agit, dans des situations concrètes, de schématiser un calcul (périmètre, aire...) en utilisant des lettres qui, à chaque usage, seront remplacées par des valeurs numériques.

2.5. RANGEMENT DE NOMBRES

Les travaux se limiteront à une pratique sur les nombres en écriture décimale.

2.6. ÉQUATIONS

Certains problèmes concrets se traduisent par la recherche d'un élément manquant dans une addition ou dans une multiplication : c'est ce qu'on appelle une équation, mais il n'est pas nécessaire de désigner par une lettre le nombre manquant.

La résolution des équations du type $\frac{2{,}05}{\boxed{}} = 8{,}2$ n'est pas exigible des élèves.

- Prendre la troncature ou l'arrondi à l'unité.
- Proposer des ordres de grandeur de deux nombres et les utiliser pour donner un ordre de grandeur de la somme de ces nombres et, éventuellement, pour contrôler un calcul sur machine.

- Sur des nombres décimaux courants :
  . passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire et vice-versa ;
  . effectuer des opérations techniquement simples en écriture fractionnaire, les dénominateurs étant des puissances de dix.

- Avec une calculatrice : donner une approximation décimale d'un quotient de deux décimaux.
- Sans calculatrice : multiplier un décimal par $\frac{a}{b}$ (a et b entiers) dans le cas d'une opération techniquement simple.
- Avec une calculatrice : donner des approximations décimales du produit d'un décimal par $\frac{a}{b}$ (a et b entiers).

- Appliquer les formules littérales au cercle et au rectangle.

- Ranger des nombres courants en écriture décimale.

- Résoudre une équation du type $12{,}8 + \boxed{} = 53{,}1$
- Résoudre une équation du type $23 \times \boxed{} = 471{,}5$

2.7. NOMBRES RELATIFS - REPÉRAGE

Les travaux proposeront des exemples variés de situations nécessitant l'introduction de «nouveaux nombres». Les règles d'addition ne sont pas au programme.

- Graduer régulièrement une droite
- Sur une droite graduée :

  . placer un point dont l'abscisse est un entier relatif ;
  . lire ou encadrer l'abscisse d'un point suivant que cette abscisse est, ou non, un entier relatif.

- Dans le plan en repère orthogonal :

  . placer un point dont les coordonnées sont des nombres entiers relatifs ;
  . lire les coordonnées (entiers relatifs) d'un point.

3. ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES - FONCTIONS

Cette rubrique a pour objectif d'initier **à la lecture, à l'interprétation** et à **l'utilisation** de diagrammes, tableaux et graphiques. Ces travaux ne peuvent se concevoir qu'à partir de situations concrètes ; ils pourront en particulier faire référence à l'enseignement des autres disciplines et aux six thèmes transversaux figurant au programme : la consommation, le développement, l'environnement et le patrimoine, l'information, la sécurité, la vie et la santé.

Certains travaux conduiront à décrire des situations qui mettent en jeu des fonctions. Toute définition de la notion de fonction sera évitée, mais des expressions telles que «en fonction de», «est fonction de» seront utilisées.

COMPÉTENCES EXIGIBLES DES ÉLÈVES

- Appliquer un taux de pourcentage.
- Effectuer, éventuellement avec une calculatrice, des calculs sur les mesures de grandeurs figurant au programme.
- Effectuer, pour les longueurs et les aires, des changements d'unités de mesure.

	CLASSE DE SIXIÈME	CLASSE DE CINQUIÈME	CLASSE DE QUATRIÈME	CLASSE DE TROISIÈME
GRANDEURS ET MESURES	- Périmètre et aire du carré, du rectangle - Longueur du cercle - Volume du parallélépipède rectangle - Unités usuelles : longueur, aire, volume, angle	- Aire du parallélogramme, du triangle, du disque - Aire et volume du cylindre de révolution, des prismes droits - Somme des angles d'un triangle - Unités usuelles : durées	- Aire de la sphère, volume de la boule	- Volume d'une pyramide, d'un cône de révolution - Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur longueur, aires et volumes, masses
			- Grandeurs quotients (vitesse en km/h et en m/s, débit...) - Grandeurs produits (voyageurs x km, kwh...)	
REPÉRAGE DISTANCES ET ANGLES	- Repérage sur une droite graduée par les nombres relatifs - Repérage dans un plan quadrillé (coordonnées)		- Inégalité triangulaire. Distance d'un point à une droite - Cosinus d'un angle, comme opérateur de projection orthogonale - Propriété de Pythagore et sa réciproque - Pente d'une droite	- Coordonnées d'un vecteur du plan ; somme vectorielle - Trigonométrie dans le triangle rectangle - Distance en repère orthonormal. Equation d'une droite sous la forme : $y = mx$; $y = mx + p$; $x = p$
CONFIGURATIONS CONSTRUCTIONS ET TRANSFORMATIONS	- Parallélépipède rectangle - Rectangle, losange - Triangle, triangle isocèle - Cercle - Transformation de figures par symétrie par rapport à une droite	- Prismes droits, cylindre de révolution - Parallélogramme - Triangle : les médiatrices sont concourantes - Transformation de figures par symétrie par rapport à un point	- Sphère ; section par des plans - Dans le plan, projection sur une droite selon une direction ; conservation du milieu - Triangle : «droites des milieux» ; concours des bissectrices, médianes et hauteurs - Triangle rectangle : cercle circonscrit - Transformation de figures par translation, par rotation ; polygones réguliers	- Pyramides, cônes de révolution ; section par des plans parallèles au plan de base - Angle inscrit dans un cercle et angle au centre associé - Enoncé de Thalès relatif au triangle - Construction de transformées de figures par composition de deux translations, de deux symétries centrales, de deux symétries par rapport à des droites parallèles ou perpendiculaires
NOMBRES ET CALCUL	- Ecriture fractionnaire des nombres décimaux positifs et opérations $+, -, \times$ - Quotient de deux décimaux positifs. Approximations de ce quotient - Critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 - Troncature et arrondi. Rangement de décimaux positifs	- Comparaison et addition de deux nombres positifs en écriture fractionnaire de même dénominateur, multiplication de deux nombres en écriture fractionnaire - Egalités $k(a+b) = ka + kb$ pour les décimaux positifs - Comparaison, addition et soustraction de nombres relatifs en écriture décimale - Equations numériques $a + x = b$ ou $ax = b$ $(a \neq 0)$	- Opérations ($+, -, \times, /$) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire - Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre - Puissances entières d'exposant positif ou négatif - Ecriture des nombres en notation scientifique et en notation ingénieur - Développement d'expressions de la forme $(a+b)(c+d)$ - Equations et inéquations du premier degré à une inconnue ; problèmes qui y conduisent	- Factorisation d'expressions de la forme : $a^2 - b^2$, $a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 - 2ab + b^2$ - Calculs élémentaires sur les radicaux - Système de deux équations du premier degré à deux inconnues ; problèmes qui y conduisent - Problèmes se ramenant au premier degré - Exemples élémentaires d'algorithmes ; application numérique sur ordinateur
REPRÉSENTATION ET ORGANISATION DE DONNÉES	- Lecture, interprétation et réalisation de tableaux et de graphiques		- Fréquences, expression en pourcentage - Effectifs cumulés, fréquences cumulées	- Moyenne, moyennes pondérées - Médiane
FONCTIONS NUMÉRIQUES	- Multiplication par une fraction $\frac{a}{b}$ - Application d'un pourcentage	- Vitesse moyenne - Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence, d'un taux	- Proportionnalité. Applications - Pourcentages, indices	- Applications affines
	- Changement d'unités de longueur, d'aire et de volume - Echelle d'une carte ; changements d'échelle . Quatrième proportionnelle			

L'ORIENTATION DES NOUVEAUX PROGRAMMES DES COLLEGES

Continuité avec l'école élémentaire.

Tant pour les contenus que pour les méthodes, une continuité doit être assurée entre l'école élémentaire et le collège.
Pour les contenus on pourra comparer, rubrique par rubrique, les tableaux de l'école élémentaire et ceux du collège. Les programmes de l'école élémentaire peuvent paraître comme plus ambitieux mais il ne faut pas oublier que les programmes indiquent les notions sur lesquelles il faut avoir travaillé à un niveau mais ce que nous savons des processus d'apprentissage met en évidence la différence entre " avoir travaillé sur une notion " et " avoir intégré une notion ". Nous savons que l'acquisition d'un savoir faire met en jeu des processus complexes et demande du temps. Mais même si les savoirs et savoir-faire de l'école demandent approfondissement et consolidation, ils n'en constituent pas moins une base solide que les enseignants de collège ne doivent pas ignorer: ni table rase, ni exigence exagérée.
Pour les méthodes: dans le programme de l'école élémentaire, il est dit que " lors de l'introduction de notions nouvelles, les élèves sont mis en situation d'apprentissage actif: ils découvrent les notions comme réponse à des problèmes" (cf. Ecole élémentaire, programme et instructions, CNDP ed. Page 40 pour une explicitation de la notion de "problème"). Ce point de vue est repris dans le programme de sixième sous la rubrique "lignes directrices". Par ailleurs, la rubrique "organisation et gestion de données, fonctions" change complètement l'esprit du programme.

Les différences entre le programme de 77 et le nouveau programme.

(cf. tableau de comparaison des programmes)
L'esprit a changé mais aussi les contenus, en particulier pour assurer une cohérence tout au long des quatre années du collège (cf. le tableau par rubriques), pour assurer aussi progressivement un approfondissement des contenus afin de constituer à l'issue du collège un bagage de savoirs et de savoir-faire permettant de continuer des types divers de formation

La mise en oeuvre fructueuse des nouveaux programmes nécessite:
- l'élaboration d'une banque de données de situations diverses accompagnées pour certaines au moins de scénarios de traitement de ces situations au niveau de classes, ces situations permettant d'introduire et d'utiliser les notions du programme.

Plus précisément, chaque situation comporte des problèmes dont la résolution nécessite la mise en oeuvre des notions prévues par l'apprentissage. Il s'agit de faire une analyse du problème et des conditions dans lesquelles les élèves vont se l'approprier et engager leurs recherches (scénario de traitement). Il s'agit en particulier de décrire les procédures possibles de résolution et leur domaine de validité, compte-tenu des connaissances des élèves concernés.
Cela doit permettre de choisir les données et les conditions favorisant les comportements souhaités.
- de préciser les critères d'évaluation afin d'aider les professeurs dans leurs divers contrôles.
- de faire un inventaire des méthodes disponibles en vue d'une différenciation de la pédagogie.

Il s'ensuit qu'une expérimentation est nécessaire en 85-86 dans un certain nombre de classes.

COMPARAISON DU PROGRAMME 77 ET DU NOUVEAU PROGRAMME

NOMBRES

programme 77

I. — NOMBRES DÉCIMAUX

Contrôle de l'acquisition du sens des opérations sur les nombres décimaux : addition, soustraction, multiplication, division (exacte ou approchée) ; techniques d'exécution de ces opérations, vérifications.

Pratique des symboles <, ≤, >, ≥.

Ordre de grandeur d'un résultat ; calcul mental, exercices simples sur des suites d'additions et de multiplications ; usage de parenthèses.
Suites finies proportionnelles (1) ; calculs de pourcentages, exercices de changements d'unité.

II. — NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

Exemples introduisant les nombres relatifs ; somme de deux ou plusieurs nombres ; différence de deux nombres. Exercice concernant le repérage d'un point sur une droite orientée, munie d'une origine et régulièrement graduée.

nouveau programme

Dans "lignes directrices"
"la pratique des activités proposées sera l'occasion :

...

- de développer le calcul mental et, conjointement, d'utiliser rationnellement des calculatrices de poche.

Dans "activités numériques" :

En dehors de 2.7., les nombres utilisés sont <u>positifs</u>.

2.1.- Techniques opératoires (mentales ou écrites) sur les nombres entiers et décimaux. Procédés de calcul approché : troncature et arrondi ; ordre de grandeur d'un résultat.

2.2.- Ecriture fractionnaire de décimaux et opérations +, -, x.

2.3.- Quotient de deux décimaux, écriture $\frac{a}{b}$; approximations de ce quotient. $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$

Critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9.

Multiplication d'un décimal par $\frac{a}{b}$, avec a et b entiers.

2.4.- Initiation aux écritures littérales (Exemples : formules d'aires...)

2.5.- Rangement de nombres

2.6.- Equations du type 23 x $\square$ = 471,5 ou $\frac{2,05}{\square} = 8,2$

2.7.- Exemples introduisant les nombres relatifs à partir de problèmes variés.
Somme et différence de deux entiers relatifs simples.
Exercices concernant le repérage d'un point sur une droite orientée munie d'une origine et régulièrement graduée.
Coordonnées d'un point du plan, en repère orthogonal.

Dans "Organisation et gestion de données, fonctions" :

Exemples issus d'activités :

3.1.- à base numérique :
application d'un pourcentage à une valeur ; relevés statistiques ; opérateurs, et en particulier usage des opérateurs constants d'une calculatrice.

commentaires.

- Pour le calcul, il n'importe pas uniquement de maîtriser les "techniques d'exécution des opérations" (pr. 77), il faut maîtriser l'organisation et le traitement des calculs : cette maîtrise ne peut être acquise que à partir de situations posant des questions pour lesquelles la réponse <u>nécessite</u> d'<u>organiser et de gérer des données</u> numériques : donc pas les opérations pour elles-mêmes mais parce qu'il est nécessaire qu'elles soient justes pour avoir la réponse à une question. Dans ce contexte, calcul mental, calcul papier-crayon, calcul machine ont des objectifs spécifiques : suivant la situation on aura recours à l'un ou l'autre.
Dans cet esprit, les signes <, ≤, >, ≥ (progr. 77) n'ont pas à être introduits pour eux-mêmes, ils interviennent comme nécessaires pour <u>noter des informations</u>
- les suites proportionnelles interviennent comme outil (une situation est-elle linéaire ou pas), elles n'ont pas à être introduites pour elles-mêmes, elles seront explicitées après coup.
- de même les <u>pourcentages</u> interviennent en situation : comment comparer des quotients ? d'où usage de la calculette, liaison avec l'écriture fractionnaire des décimaux, % est une convention sociale d'écriture
- <u>Relatifs</u> : les exercices de repérage ne prennent sens que dans le cadre de la <u>représentation</u> et du <u>traitement de données.</u>

- Le programme de 77 disait " exercices simples sur des suites d'additions et de multiplications, usage de parenthèses. On rencontre de telles suites dans des situations faisant intervenir des suites d'opérateurs (différence entre des exercices purement formels (77) et la nécessité de notations non ambiguës (86))

N.B. : Bien que les techniques opératoires soient au programme de l'école élémentaire, il est normal qu'un certain nombre d'élèves ne maîtrisent pas ces techniques, cela ne doit pas empêcher de traiter des situations faisant intervenir des calculs (usage des calculettes).
- le calcul mental sera l'occasion de faire expliciter des procédures, (propriétés des opérations

COMPARAISON DU PROGRAMME DE 77 ET DU NOUVEAU PROGRAMME

	programme 77	nouveau programme	commentaires
GÉOMÉTRIE	-- OBSERVATIONS D'OBJETS GÉOMÉTRIQUES ET PHYSIQUES Premières observations sur des solides, des surfaces, des lignes. Segment de droite, morceau de surface plane. Instruments de dessin dans le plan : double décimètre, équerre, parallélogramme articulé, compas, rapporteur, papier calque Vocabulaire de la géométrie plane : droite, plan, demi-plan, demi-droite ; cercle (longueur), arc de cercle, secteur angulaire. Unités usuelles de longueur, d'aire, d'angle. Droites parallèles, perpendiculaires (ou orthogonales) ; tangente à un cercle en l'un de ses points. Observation et tracé de figures usuelles, par exemple : triangle, trapèze, parallélogramme, rectangle, losange, carré. Quadrillage, repérage d'un point dans un plan quadrillé. Aires du rectangle, du triangle, du trapèze, du disque, du secteur circulaire.	dans la rubrique "<u>ACTIVITES GEOMETRIQUES</u>" 1.1.- Reproduction de figures planes simples. Comparaison d'aires planes 1.2.- Parallélépipède rectangle : description, représentation en perspective, patrons. Dans la rubrique "organisation et gestion de donnée, fonction activité" 3.2.- à base géométrique : calcul du périmètre et de l'aire d'un rectangle, du volume d'un parallélépipède rectangle, de la longueur d'un cercle.	pour ce qui ne concerne pas les transformations géométriques, le contenu ne change pas mais le mode de travail pour traiter ce contenu, il ne s'agit pas seulement d'observer, il s'agit aussi de construire et de décrire. Il faut donc créer des situations de communication qui nécessitent la recherche des éléments constitutifs, leur désignation, leur mise en relation (comment envoyer des informations pour reproduire "le même parallélépipède"), comment décrire le passage d'un parallélépipède à un de ses patrons, combien faut-il couper d'arêtes) le vocabulaire n'est pas inscrit au programme, il intervient comme moyen de communiquer
		1.3.- Dans le plan, transformation de figures planes par symétrie orthogonale par rapport à une droite, en exploitant des situations-problèmes nécessitant des manipulations, des dessins et des mesures : - construction de l'image : d'un point, d'une figure simple. Mise en évidence de la conservation des distances, de l'alignement des angles et des aires. Exemples d'utilisation de ces propriétés. - construction d'axes de symétrie (médiatrice, bissectrice...) construction de triangles isocèles, de quadrilatères possédant des axes de symétrie (rectangles, losanges...) énoncé et utilisation de quelques propriétés caractéristiques des figures précédentes.	Le travail sur les transformations géométriques est une nouveauté du programme 86. Il sera poursuivi et complété en 5e - 4e et 3ème. Il ne s'agit pas d'une construction formelle de la symétrie mais d'une approche expérimentale de recherches à partir de situations recherches conduisant à produire des justifications.
ORGANISATION DE DONNEES		3.- <u>ORGANISATION ET GESTION DE DONNEES - FONCTIONS</u> Exemples issus d'activités : 3.1.- à base numérique : application d'un pourcentage à une valeur ; relevés statistiques ; opérateurs, et en particulier usage des opérateurs constants d'une calculatrice. 3.2.- à base géométrique : calcul du périmètre et de l'aire d'un rectangle, du volume d'un parallélépipède rectangle, de la longueur d'un cercle. On se servira de ces exemples, selon les cas, pour : - décrire la situation par un tableau ou par des représentations graphiques. - reconnaître, s'il y a lieu, une proportionnalité. - déterminer une quatrième proportionnelle. - effectuer un changement d'unité.	Cette rubrique n'existait pas dans le programme de 77 Elle nécessite une articulation avec les autres disciplines en particulier la technologie et la géographie. Elle met en œuvre des savoirs et des savoir-faire en accord avec l'évolution de notre société (utilisation de relevés statistiques, représentations graphiques : comment un changement d'échelle peut modifier la perception des données d'une situation). Cette rubrique ne peut pas être traitée indépendamment des deux autres.

CLASSE DE CINQUIEME

EXPLICITATION DES CONTENUS, DES METHODES ET DES COMPETENCES EXIGIBLES

REMARQUES PRELIMINAIRES

Les travaux mathématiques de la classe de cinquième sont étroitement liés à ceux de la classe de sixième. Les commentaires des programmes de ces deux classes sont indissociables.

Les notations utilisées sont celles signalées en sixième, ainsi que les symboles de parallélisme et d'orthogonalité. Les symboles $\subset, \cap, \cup$ sont hors programme ainsi que toute notion sur les ensembles et les relations.

I - TRAVAUX GEOMETRIQUES

L'objectif fondamental demeure la description et la représentation d'objets géométriques usuels du plan et de l'espace.

Dans le plan, l'étude des figures se poursuit. Les outils déjà utilisés en sixième, notamment la symétrie orthogonale sont mis en oeuvre. De nouveaux outils, en particulier la symétrie centrale, enrichissent et réorganisent les connaissances.

Dans l'espace, les études expérimentales s'amplifient. Elles fournissent un terrain pour dégager quelques propriétés élémentaires du parallélisme et de l'orthogonalité.

1-Prismes droits et cylindre de révolution Parallélisme et orthogonalité

Comme en sixième, l'objectif est d'apprendre à voir dans l'espace et d'apprendre à calculer des aires, des volumes.

- Représenter à main levée et décrire un prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme, un cylindre de révolution.

L'usage d'une perspective (cavalière) et la fabrication d'un patron sont complémentaires.

- Fabriquer un prisme droit triangulaire ou un cylindre de révolution de dimensions données

Des activités sur le parallélépipède retangle ont permis de retenir, sous la forme d'images mentales, des situations de parallélisme et d'orthogonalité. Ce travail se poursuit grâce à l'étude de quelques autres prismes droits et du cylindre de révolution. L'expérience ainsi acquise permettra de dégager et de mettre en oeuvre sur des exemples simples les propriétés du parallélisme et de l'orthogonalité dans l'espace, mais aucune connaissance n'est exigible à ce sujet.

2-Dans le plan, transformation de figures par symétrie centrale

a-Construction d'images. Mise en évidence de conservations, caractérisations angulaires du parallélisme : Parallélogramme

Comme en sixième, l'effort portera sur un travail expérimental (demi-tour, pliages,...) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles se dégageront de façon progressive les propriétés conservées par symétrie centrale, ces propriétés prenant alors le relais dans les programmes de construction.

- Construire le symétrique : d'un point, d'une droite, d'une demi-droite, d'un segment, d'une ligne polygonale d'un cercle.

La symétrie centrale n'a à aucun moment à être présentée comme une application du plan dans lui-même. Suivant les cas, elle apparaîtra sous la forme:

- Reconnaître dans une figure simple un centre de symétrie, un axe de symétrie.

- de l 'action d'une symétrie centrale donnée sur une figure
- de la présence d'un centre de symétrie dans une figure.

Les élèves doivent connaître les propriétés élémentaires de la symétrie centrale :
- conservation des distances, de l'alignement, des angles,
- parallélisme d'une droite et de son image.

- Relier les propriétés du parallélogramme à celles de la symétrie centrale.

Ces propriétés sont à relier à la caractérisation du parallélogramme, aux caractérisations angulaires du parallélisme (angles formés par deux droites parallèles et une sécante) ; sur ces points aucune démonstration n'est exigible des élèves. Elles permettent aussi de relier l'aire du triangle et celle du parallélogramme.

- Utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux droites parallèles et une sécante.

- Evaluer à partir de l'aire du rectangle l'aire d'un parallélogramme, l'aire d'un triangle.

Pour les angles on utilisera le vocabulaire suivant :

angles complémentaires, angles supplémentaires angles adjacents, angles opposés par le sommet, angles alternes-internes, angles correspondants.

b - Figures simples ayant centre (s) ou axe (s) de symétrie.

Les problèmes de construction consolideront les connaissances relatives aux quadrilatères usuels. Ils permettront de mettre en oeuvre droites et cercles et de revenir sur la symétrie axiale et les axes de symétrie.

L'initiation à la caractérisation de figures se poursuit, mais une propriété caractéristique sera toujours formulée à l'aide de deux énoncés séparés (par exemple : si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales ont le même milieu ; si dans un quadrilatère les diagonales ont le même milieu, alors le quadrilatère est un parallélogramme).

Reproduire, sur papier quadrillé et sur papier blanc, un parallélogramme donné (et notamment les cas particuliers du rectangle, du losange, du carré) en utilisant les propriétés relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles.

Utiliser les propriétés (côtés et diagonales, angles, éléments de symétrie) :

- du parallélogramme
- du rectangle
- du losange
- du carré

3 - Triangle

Les activités se placeront dans le cadre des différentes rubriques du programme.

Elle permettront d'insister sur les notions d'angle et d'aire.

Le recours aux "cas d'égalité des triangles" pour l'étude des figures géométriques est exclu.

Les diverses activités de géométrie plane habitueront les élèves à expérimenter et à conjecturer. Elles permettront la mise en oeuvre de brèves séquences déductives mettant en jeu les outils mathématiques du programme.

On prendra garde de ne pas demander aux élèves de prouver des propriétés perçues comme évidentes.

- Utiliser dans une situation donnée, la somme des angles d'un triangle, les angles d'un triangle équilatéral ou d'un triangle isocèle.

- Tracer le cercle circonscrit à un triangle.
- Tracer un triangle connaissant :
  - les longueurs des trois côtés,
  - les longueurs des deux côtés et l'angle compris entre ces côtés,
  - la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents.

II - TRAVAUX NUMERIQUES

Comme en sixième, la résolution de problèmes concrets constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. Ces problèmes, en associant à une situation concrète une activité numérique, renforcent le sens des opérations et des équations figurant au programme et développent les qualités d'organisation et de gestion de données numériques. Il convient donc de ne pas multiplier les activités de technique pure.

L'initiation aux écritures littérales se poursuit, mais le calcul littéral ne figure pas au programme. Les travaux numériques prennent appui sur la pratique du calcul exact ou approché, sous différentes formes souvent complémentaires : le calcul mental, le calcul à la main (dans le cas de nombres courants et d'opérations techniquement simples), l'emploi d'un calculatrice.

1 - Nombres positifs

a - Nombres entiers et décimaux.

En sixième, les travaux numériques ont consolidé le sens et les techniques d'exécution des opérations sur les nombres décimaux. Les activités s'orienteront sur des situations plus complexes qui feront intervenir des enchaînements d'opérations.

Elles entraîneront les élèves :

- à l'usage des priorités opératoires et aux conventions usuelles d'écriture, par exemple : $a + bc$ pour $a + (b \times c)$.

- à l'organisation et à la gestion d'un programme de calcul, par exemple en apprenant à ouvrir ou à supprimer une parenthèse dans une expression correspondant à un calcul donné.

- Organiser et effectuer, uniquement sur des exemples numériques, les séquences de calculs déterminées par des expressions de la forme :

$a+bc$, $a+\frac{b}{c}$ $\frac{a}{b+c}$ $\frac{a+b}{c}$

ou celles obtenues en remplaçant le signe + par le signe -

- Ecrire, sur des exemples numériques, les expressions correspondant à un programme de calcul donné en utilisant correctement des parenthèses. Organiser et effectuer les séquences de calculs correspondantes.

- Enoncer sous leur formulation littérale et utiliser, uniquement sur des exemples numériques, les égalités :

$k(a+b) = ka + kb$

$k(a-b) = ka - kb$

b - Nombres en écriture fractionnaire

Les élèves apportent une expérience de l'écriture fractionnaire. Les activités consolideront la notion de quotient de deux nombres décimaux renforceront la pratique de l'écriture fractionnaire.

Les élèves doivent acquérir une bonne pratique de la comparaison et de l'addition de deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur, ainsi que de la multiplication de deux nombres en écriture fractionnaire.

- Comparer mentalement des nombres courants en écriture fractionnaire lorsque les dénominateurs sont les mêmes.

L'égalité $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$ $k \cdot 0$ où a, b, k sont des nombres décimaux, sera retenue sous sa forme littérale, et utilisée uniquement sur des exemples numériques.

- Sur des exemples numériques, utiliser en calcul mental, écrit ou à la calculatrice, les égalités :

$\frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k}$

$\frac{a}{k} - \frac{b}{k} = \frac{a-b}{k}$ où a, b, k sont des nombres décimaux

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ où a,b,c,d sont des nombres décimaux

Certaines situations créées par les opérations sur deux nombres en écriture fractionnaire conduiront à des simplifications d'écriture reposant sur l'emploi de diviseurs communs à deux entiers, mais la notion de P.G.C.D n'est pas au programme.

L'obtention d'écritures telles que $\frac{16}{5} = 3 + \frac{1}{5}$ mettra en oeuvre la division avec reste pour des nombres entiers.

Certaines situations peuvent conduire à comparer ou à additionner deux nombres en écriture fractionnaire de dénominateurs différents. Elles ne sont pas à exclure (par exemple, sachant que : $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, on peut effectuer $\frac{2}{3} + \frac{1}{12}$), mais la pratique systématique des techniques de comparaison ou d'addition ne figure pas au programme.

2 - Nomberes relatifs en écriture décimale

Les activités partiront de l'expérience acquise en sixième et pourront s'appuyer sur des interprétations graphiques (Cf. III a)). Elles mettront en place les techniques opératoires concernant l'addition et la soustraction ; on entraînera les élèves à organiser et à gérer un programme de calcul mettant en jeu des additions et des soustractions.

- Ranger, soit dans l'ordre croissant, soit dans l'ordre décroissant, des nombres relatifs courants en écriture décimale.

- Effectuer la somme de deux nombres relatifs dans les différents cas de signes qui peuvent se présenter.

- Transformer une soustraction en une addition, les nombres étant explicites, comme dans l'exemple :

$-3,7 - (-4,3) = -3,7 + 4,3 = 0,6$

- Calculer, sur des exemples numériques, une expression où interviennent uniquement les signes +, - et éventuellement des parenthèses.

- Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses un programme de calcul, portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs.

3- Equations numériques

Comme en sixième, les équations se présenteront sous la forme de la recherche d'un élément manquant dans une addition ou dans une multiplication. Le nombre manquant sera désormais désigné par une lettre.

- Résoudre une équation à coefficients numériques du type :

$a + x = b$, où a et b sont des nombres décimaux relatifs ou $ax \pm b$, $a \neq o$, où a et b sont des nombres décimaux positifs.

Il convient de ne pas multiplier les exercices de résolution d'équations numériques données à priori

- Mettre en équation un problème dont la résolution conduit à une équation à coefficients numériques de l'un des types précédents.

III - ORGANISATION ET GESTION DE DONNEES - FONCTIONS

Cette rubrique poursuit l'initiation à la lecture, et à l'interprétation et à l'utilisation de diagrammes, de tableaux, de graphiques. Les outils de représentation sont enrichis et les activités sont élargies à des situations combinant différents points de vue : numérique, graphique, géométrique. Comme en sixième, ces travaux s'appuieront le plus souvent possible sur des données issues des autres disciplines ou de la vie courante.

a - <u>Activités graphiques</u>.

Elles conduiront :

- à enrichir la correspondance entre nombres et points d'une droite, déjà graduée à l'aide de nombres entiers, en développant l'usage des nombres décimaux relatifs.

- à interpréter l'abscisse d'un point d'une droite graduée en termes de distance et de position par rapport à l'origine (la notion de valeur absolue n'est pas au programme).

- à repérer un point du plan dans un repère orthogonal.

Sur une droite graduée :

- lire l'abscisse d'un point donné.
- placer un point d'abscisse donnée.
- calculer la distance de deux points d'abscisses données.

b - <u>Exemples de fonctions . Proportionnalité</u>

Toute définition de la notion de fonction sera évitée, mais des expressions telles que "en fonction de", "est fonction de" seront utilisées.

Les élèves retiendront que dans une relation de proportionnalité, la correspondance est déterminée par la connaissance d'un couple de valeurs homologues non nulles.

On s'assurera que les élèves connaissent et savent utiliser les unités usuelles de durée.

Les activités pourront se référer aux thèmes suivants :

- Variation de l'aire d'un triangle ou d'un parallélogramme quand la mesare d'un côté est fixée. La variation de l'aire du disque en fonction du rayon pourra être présentée comme contre-exemple à la proportionnalité.

- Variation du volume d'un cylindre ou d'un prisme droit (de base triangulaire ou rectangulaire) en fonction de l'aire de la base quand la hauteur est fixée ou en fonction de la hauteur quand l'aire de la base est fixée.

- Variation de l'aire latérale d'un cylindre en fonction périmètre de la base quand la hauteur est fixée ou en fonction de la hauteur quand le périmètre de la base est fixé.

Les élèves seront familiarisés avec l'écriture littérale des formules d'aires et de volumes du programme :

- aire du parallélogramme $S = bh$

- aire du triangle $S = \frac{bh}{2}$

- aire du disque $S = \pi R^2$

- Volume d'un cylindre de révolution ou d'un prisme droit de base B et de hauteur h : $V = Bh$

- aire latérale d'un cylindre de révolution de périmètre de base p et de hauteur h : $A = ph$

- Reconnaître, s'il y a lieu, la proportionnalité sur un tableau complet de nombres ou sur un graphique.
- Compléter un tableau de nombres ou un graphique représentant une relation de proportionnalité dont les données sont fournies partiellement. En particulier, déterminer une quatrième proportionnelle.
- Calculer et utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin.
- Calculer une vitesse moyenne.
- Calculer un pourcentage.

Utiliser les formules d'aires et de volumes du programme.

C - <u>Relevés statistiques</u>

A partir d'exemples concrets (empruntés à la géographie, l'histoire, ou à des enquêtes par questionnaires...), la distribution des réponses à une question conduira à traduire les données sous la forme d'un tableau et à utiliser des représentations sous la forme d'un tableau et à utiliser des représentations sous la forme de diagrammes en bâtons, en barres, semi-circulaires ou circulaires.

- Lire des données statistiques présentées sous la forme de tableaux ou de représentations graphiques.

- Traduire des données statistiques sous la forme d'un diagramme en bâtons.

Nous récapitulons ci-dessous notre schéma didactique en l'illustrant par "l'activité triangle". Il comprend plusieurs phases où interviennent de façon didactique les aspects outil et objet des notions que l'on se propose d'enseigner.

Ancien: *première condition sur le problème, l'énoncé a du sens* pour tous les élèves, ceux-ci peuvent mobiliser des objets connus de savoir comme outils explicites pour engager une procédure de résolution ou résoudre effectivement une partie du problème.

Exemple de problème posé à des élèves de fin d'école primaire et début du collège: *"vous travaillez en situation de communication. Chaque émetteur dessine un triangle et envoie un message (écrit sans dessin) pour que le récepteur dessine un triangle superposable".*

Tous les élèves savent dessiner des triangles et mesurer des longueurs de segments. Ils savent tous contrôler par superposition en transparence si deux triangles coïncident. L'énoncé a du sens pour tous et ils peuvent démarrer.

Travailler en situation de communication, cela veut dire que chaque élève est émetteur vers un autre et récepteur d'un autre. Lorsqu'un message n'est pas compris par le récepteur celui-ci pose des questions par écrit. L'enseignant est facteur.

Recherche: *deuxième condition*, compte tenu des connaissances des élèves, le problème a peu de chance d'être entièrement résolu soit parce que sa stratégie est très coûteuse (en nombre d'opération, en risque d'erreurs, en incertitude sur le résultat), soit parce qu'elle ne fonctionne plus. *L'objet d'enseignement est l'outil adapté* pour résoudre le problème.

troisième condition, le problème mobilise au moins deux cadres ou deux points de vue différents.

Ici, dessiner un triangle sans aucune contrainte est une chose, en dessiner un répondant à des conditions fixées en est une autre. Selon le contenu des messages, la tâche sera plus ou moins difficile. L'émetteur peut avoir envoyé des informations suffisantes, par exemple les mesures des 3 côtés. Le récepteur peut les exploiter convenablement, ici en utilisant un compas. On attend peu cette construction. On attend plutôt un triangle obtenu en dessinant un premier segment puis, par approximation avec la règle graduée, en plaçant un point à distance imposée de 2 autres, sans avoir fait nécessairement la relation avec l'usage du compas, connu par ailleurs mais dans des circonstances différentes (dessins de frises ou autres). Le récepteur peut ne pas y arriver et demander des indications supplémentaires. L'émetteur peut avoir envoyé des indications insuffisantes, par exemple la mesure d'un côté (horizontal en général), ce qui fixe 2 sommets comme extrémités du segment dont on connait la longueur, et une indication d'altitude pour le 3ème sommet. Le récepteur peut fournir un triangle respectant le message et cependant non superposable, puisqu'il manque une donnée. L'attention est alors portée sur ce qui différencie les 2 triangles et qui peut s'exprimer en termes de longueur ou d'angle. Il peut aussi en fournir un superposable si l'émetteur a dessiné un triangle isocèle et si le récepteur a placé le 3ème sommet sur la verticale passant par le milieu du côté convenablement dessiné.

On reconnait là une phase d'action. Elle peut donner lieu à la formulation de conjectures. Elle permet en tout cas de mettre en oeuvre implicitement des outils nouveaux. Leur nouveauté réside soit dans l'extension ou le changement de domaine de validité, ici c'est le cas du compas pour sélectionner des points, du cercle comme ensemble de points, soit dans leur nature même, c'est le cas de la notion d'angle, de projection orthogonale d'un point sur une droite. Schématiquement, nous parlons dans cette étape de *nouveau implicite*.

Explicitation -*Institutionnalisation locale:* confrontation des productions et justification des déclarations. Certains éléments dans l'étape précédente ont joué un rôle important, et sont susceptibles d'être appropriés à ce moment là de l'apprentissage. Ils sont formulés soit en termes d'objets, soit en termes de pratiques avec leurs conditions d'emploi du moment. Dans l'exemple ci-dessus, il s'agit à partir de dessins particuliers d'examiner à quoi est dû qu'un dessin soit bien reproduit ou non et d'énoncer des conditions garantissant la bonne reproductibilité, quel que soit le dessin de départ: par exemple, la mesure des 3 côtés, ou la mesure d'un côté et la hauteur à laquelle se trouve le 3ème sommet par rapport à ce côté et la position sur ce côté du point à l'aplomb duquel il faut placer ce sommet. Sans cette dernière indication, on peut obtenir beaucoup de triangles respectant les autres indications en faisant varier les angles à la base. D'où une autre façon de sélectionner le triangle en indiquant: la mesure d'un côté et la mesure d'un des angles s'appuyant sur ce côté et la hauteur à laquelle se trouve la 3ème sommet.C'est l'occasion d'instituer la pratique du rapporteur pour mesurer des angles. Les élèves de la classe dans leur ensemble se mettent d'accord sur ces points. Mais chacun n'est pas concerné de la même façon par ces différents points de vue. Il faut homogénéiser les savoirs et se mettre d'accord sur ce qui va être la connaissance de la classe et à laquelle tous pourront se référer C'est une des fonctions de la phase qui suit.

Institutionnalisation: parmi les connaissances explicitées dans la phase précédente le maître en sélectionne certaines qu'il va présenter sous forme d'un cours et qu'il demande de retenir. Il s'agit de savoirs et savoir-faire de la culture mathématique, susceptibles de réemploi au sein de la classe ou à l'extérieur, avec les conventions et habitudes culturellement et socialement reconnues. Ce faisant, le maître leur donne un statut d'objet. Nous parlons de *nouveau explicite* , destiné à jouer plus tard le rôle d'ancien. Ici, l'usage du compas pour dessiner des segments de longueur imposée, la signification du cercle comme ensemble de points à une distance fixée d'un point marqué. Un théorème: un triangle est connu, à déplacement ou symétrie près, dès qu'on connait la mesure des 3 côtés. Ce peut être aussi la notion de hauteur d'un triangle issue d'un sommet, relative à un côté.

En donnant un statut d'objet à des connaissances qui jusque-là n'ont été que des outils, le maître constitue au sein de la classe une référence commune et permet à chacun de jalonner son savoir et par là-même d'en assurer la progression. Par ailleurs, la structuration personnelle, de première importance en mathématiques pour qu'il y ait effectivement savoir, a été bien engagée dans le processus développé jusque-là. Toutefois, pour l'assurer, chaque élève a encore besoin de mettre à l'épreuve éventuellement dans des essais renouvelés, tout seul, les connaissances qu'il croit avoir acquises et faire le point sur ce qu'il sait. C'est la fonction des phases qui suivent.

Familiarisation: l'enseignant propose aux élèves divers exercices réclamant comme <u>outil explicite</u> ce qui a été institutionnalisé. Par exemple, dans la situation précédente, il fournit plusieurs triplets de nombres et demande de construire des triangles dont les côtés ont pour mesures les 3 nombres d'un triplet. Il fixe la longueur de deux côtés d'un triangle et demande de choisir librement la longueur du 3ème côté. La question est d'étudier la relation numérique entre la mesure de l'angle déterminé par les côtés de longueur fixée et la mesure de la hauteur relative à l'un de ces côtés. Les mesures sont effectives, obtenues à l'aide du rapporteur et du double décimètre.

Réinvestissement dans une situation nouvelle: le nouvel objet va prendre place comme "ancien" pour un nouveau cycle de la dialectique outil-objet. Continuons avec notre exemple: a) on tire 3 nombres au hasard a , b , c compris entre 0 et 20. On voudrait construire un triangle dont les côtés aient pour mesures les trois nombres a, b, c. Est-ce toujours possible? Si oui, proposer une construction du triangle. Sinon, proposer un triplet auquel il n'est pas possible d'associer un triangle.

b) (à proposer dans une 2ème étape, à des élèves du collège) Trouver une méthode permettant de prévoir pour n'importe quel triplet de nombres si oui ou non on peut lui associer un triangle.

ACTIVITES

"TRAVAIL DE GROUPE"

La mise en place d'une activité sous la forme dite " de travail de groupe " nécessite un certain nombre d'éclaircissements sur le plan de :

- *la mise en place des différents groupes*, de leur constitution,
- *la mise en commun*,
- *l'évaluation* des différents travaux entrepris dans le cadre de cette *activité.*

MISE EN PLACE DES DIFFERENTS GROUPES

La mise en place des différents groupes peut être réalisée de deux façons :

1) Leur élaboration peut-être décidée par l'enseignant et dans ce cas de figure plusieurs types de groupes peuvent prévaloir :

-GROUPES HOMOGENES - GROUPES HETEROGENES

Les groupes peuvent être préstructurés et l'on peut imaginer que les critères retenus pour leur constitution soient :

- des critères de ***capacité*** exprimés sous la forme de "niveau" à l'écrit ou à l'oral, par exemple :

  - la capacité d'expression à l'oral pourra être mise en évidence par la présence d'un élève bilingue dans un groupe axé sur un travail linguistique,
  - la capacité d'expression à l'écrit pourra être mise en évidence par la présence d'un élève "bon" dans une certaine matière pour assurer une dynamique du groupe lors d'un travail écrit correspondant à la matière,

- des critères d'***aptitude*** exprimés sous la forme de "prédisposition naturelle à réaliser un travail donné" du type mise en page ou montage photo ou tout autre travail du même type,

- des critères ***affectifs***, l'enseignant prenant en compte les "affinités" des différents élèves constituant un groupe donné,

- des critères plus ***cognitifs*** exprimés sous la forme "de centres d'intérêt communs" aux différents élèves constituant un groupe donné.

GROUPES CONSTITUES A PARTIR D'UN SOUCI "SPATIO-TEMPOREL"

- Méthode "PHILIPS 6-6" :

on détermine dans la classe et ce **pour une durée de 6 mn** des groupes de 6 élèves :

la constitution des différents groupes est réalisée purement au hasard. La place d'un élève par rapport à l'autre dans la classe ou dans la rangée peut être déterminante pour la constitution des groupes.

Une tâche est ensuite assignée à chaque groupe avec pour consigne de la réaliser dans les 6 mn qui suivent.

- Le "PANEL" :

on détermine dans le groupe classe un sous-groupe de 8 élèves à qui l'on attribue une tâche.

Dans le groupe ainsi constitué un des participants est désigné comme *animateur du groupe*, les autres ayant pour mission de discuter de la tâche assignée au groupe, appelé "panel".

Tous les autres élèves de la classe sont alors répartis autour du groupe ainsi constitué avec pour mission d'observer. Ils observent en silence, mais leur rôle n'est pas un rôle purement passif : ils écrivent leurs *questions* et leur *remarques* sur des papiers de couleurs différentes.

Entre le groupe constitué et le reste de la classe un troisième pôle intervient : *le médiateur*.

Le rôle du mediateur est très important car :

- il lit les différents papiers qui lui sont transmis dans la plus grande discrétion afin de ne pas gêner la discussion du groupe,
- il transmet les questions et les remarques au fur et à mesure de leur opportunité dans le fil de la discussion en cours .

Ce rôle peut être tenu selon les classes ou le thème abordé par l'enseignant lui-même ou par un élève.

Le fonctionnement d'un "panel" est bien entendu **limité dans le temps** : on peut définir au début de son fonctionnement sa longévité, il est vivement recommandé de s'y conformer.

- Le critère ***spatial*** peut également être un critère déterminant dans la constitution des différents groupes, la disposition d'une classe permet en effet la mise en place d'un nombre maximal de groupes, tout comme sa taille permet de définir la taille des différents groupes.

2) Leur élaboration peut être <u>décidée par les élèves</u> :

- *GROUPES AUTONOMES*

Les groupes ainsi structurés sans intervention de l'enseignant assurent une gestion de leur autonomie dans la définition de leur fonctionnement :

<u>les responsabilités au sein du groupe</u> sont définies spontanément et sans intervention extérieure. Sont mis en place
- le *"leader" du groupe*
- le *rapporteur du groupe.*

Cette autonomie ne s'en tient pas seulement à une répartition des resposabilités, elle joue également sur <u>la répartition des tâches au sein du groupe</u> :
- les capacités
- les aptitudes, sont prises en compte dans un souci d'efficacité.

Dans ce mode de constitution des groupes <u>deux problèmes très aigus peuvent apparaître</u> :
- celui de *"l'élève rejeté"* par un groupe de ses camarades
- ou bien encore celui de *"l'élève s'excluant lui-même"* par refus du désir de participer à une activité "de groupe".

Dans chacun de ces cas de figure l'intervention de l'enseignant s'est toujours révélée souveraine pour régler ce genre de conflit.

LONGEVITE DES GROUPES

On ne saurait mettre en place des groupes de travail sans se préoccuper de la notion de temps, de leur espérance de vie. Doit-on envisager leur constitution pour un seul travail ou bien pour plusieurs travaux différents?

Sur ce plan les points de vue sont partagés.

- On peut vouloir préserver des groupes qui "tournent bien".
- On peut vouloir également, à partir d'un groupe qui a produit quelque chose de positif, constituer des noyaux porteurs d'une "dynamique de groupe" à l'exemple d'un ferment.

MISE EN COMMUN

Cette mise en commun qui va précéder une phase de bilan peut prendre plusieurs aspects :

- *ASPECT AUDIO-VISUEL*

Dans le cadre d'une exposition ce seront
- des panneaux
- des présentations d'objets
- des films, des diapositives ...

- *ASPECT ECRIT*

C'est l'un des aspects les plus courants : à la fin d'un "travail de groupe" il y a <u>production d'un document écrit</u>.

Ce document écrit, élaboré au sein du groupe peut faire l'objet d'une production collective ou individuelle selon l'objectif fixé par l'enseignant au début de l'activité.

L'un des objectifs fixés par l'enseignant peut par exemple être :

"*la prise de notes*" : la mise en commun mettra alors l'accent sur l'aspect
- cognitif
- méthodologique de la prise de notes.

"*l'analyse de documents*" : la mise en commun sera alors l'occasion d'une définition des liens qui peuvent exister avec le C.D.I.

- *ASPECT ORAL*

La mise en commun pourra alors se faire sous la forme :

- *D'un exposé par groupe*

- par un <u>rapporteur</u> désigné, avec ou sans intervention des autres membres du groupe, pendant l'exposé. Cette mise en commun est particulièrement efficace dans le cas où des études différentes ont été lancées dans les différents groupes.

- par un ensemble de "<u>questions-réponses</u>" avec le reste de la classe pour interlocuteur.

- *D'un "<u>panel</u>"* :

ce "panel" peut éventuellement être constitué à partir d'un représentant de chaque groupe : chaque représentant jouant alors le rôle d'ambassadeur du groupe. C'est là une des utilisations idéales de cette configuration.

EVALUATION DES TRAVAUX DES DIFFERENTS GROUPES

Les nombreuses études menées juqu'à ce jour en vue d'évaluer de façon comparative des travaux de groupes et des travaux individuels réalisés sur un même sujet, ont montré de façon très nette que :

LE GROUPE EST CONCU COMME MOYEN POUR FAIRE PROGRESSER L'ELEVE EN TANT QU'INDIVIDU.

La mise en place de toute évaluation, à la suite de travaux individuels ou de groupes, doit être précédée de la définition sans équivoque d' ***UN CONTRAT DIDACTIQUE***, présenté aux élèves en début d'activité.

Cette *"définition"*, je serais tenté de dire cette *"négociation"*, est absolument incontournable car son rejet peut être la source de conflits très violents :

- pour l'enseignant dont
- *les évaluations* perdent toute espèce de crédibilité,
- *les appréciations* peuvent se résumer de façon très caricaturale par des réactions du type "la classe est d'un niveau trop faible pour réussir quoi que ce soit..."

- pour l'élève qui peut adopter deux attitudes toutes aussi négatives l'une que l'autre :
- *un désintêret pour la matière* pour laquelle ses efforts deviennent trop peu évaluables ou pas assez reconnus.
- *une déconsidération de l'enseignant* dont les évaluations ne répondent pas à son attente.

Ce contrat didactique peut se définir à partir des attentes de l'enseignant, évidemment différentes selon que l'évaluation s'adresse :
- au groupe, à la classe,
- à l'élève.

LES ATTENTES RELATIVES AU GROUPE

Elles peuvent être centrées sur :

- le mode de fonctionnement
- les blocages éventuels qui peuvent se manifester au sein du groupe

LES ATTENTES RELATIVES A L'ELEVE

Elles peuvent être centrées sur l'évaluation des connaissances.

COMMENT EVALUER ?

On peut envisager deux grands types d'évaluation, l'une centrée sur la production du groupe en tant que tel, l'autre centrée sur l'élève en tant qu'individu.

L'EVALUATION DES GROUPES.

On peut proposer à chaque groupe une grille sur laquelle figure une analyse très fine de la tâche. Chacun des participants du groupe définit ainsi son apport dans le travail réalisé. Cette grille pourrait être qualifiée de "*grille scénario*" par allusion à un scénario de film dans lequel les différentes composantes de la réalisation sont mentionnées. Par exemple :

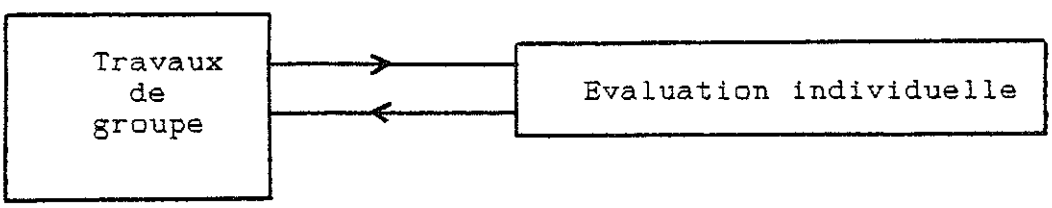
ACTIVITE	TEMPS PASSE	NOM
Documents Rédaction Recherche Mise en page et dessins		

Cette évaluation est globale, pour le groupe et ne saurait donner lieu à une évaluation individuelle : la production du groupe est examinée comme un ensemble insécable. Il s'agit de juger un produit fini sans introduire de hierarchisation des différentes composantes de la tâche entreprise.

L'EVALUATION DES CONNAISSANCES

L'évaluation des connaissances qui va etre mise en place à titre cette fois-ci individuelle peut être de deux types :

- *FORMATIVE* en corrélation très étroite avec les travaux de groupe dans la mesure où elle infléchit l'évolution des différents travaux par un schéma de fonctionnement du type :



-*SOMMATIVE* éminemment individuelle puisqu'elle est conçue comme un bilan des connaissances qui doivent être acquises.

A PROPOS D'UNE LEÇON

I- OBJECTIFS D'UNE LEÇON

APPRENTISSAGE

- d'une notion
- d'un langage
- d'une technique
- d'une forme de travail
- ...

1) Par une mise en situation-problème

- en début
- en cours de leçon

- En quoi la situation prévue est-elle une situation d'apprentissage ?
- Quels principes d'apprentissages met-elle en oeuvre ?
- Pour l'objectif d'apprentissage visé :
  - Est-elle bien adaptée ?
  - Est-elle efficace ?

2) Par apport d'information du maître

REINVESTISSEMENT

- en vue d'une familiarisation par des exercices simples d'application

- en vue d'une mise à l'épreuve dans un contexte nécessitant la coordination d'éléments de savoir déjà appris séparément ou impliquant une partie réellement nouvelle.

EVALUATION

II- COMMENT EST ORGANISEE LA LEÇON

III- COMMENT SE SITUE LA LEÇON DANS LA PROGRESSION A MOYEN TERME

- Evolution de *la notion*, à priori
- Evolution des *conceptions*, constatée

A-t-on envisagé des rectifications de parcours :

- si oui, lesquelles et pour quelles raisons ?
- si non, pourquoi
  - réalisations conformes aux prévisions
  - on ne sait pas comment tenir compte des élèves
  - ...

IV- PLACE DU MAITRE, PLACE DE L'ELEVE.

PLACE DU MAITRE

- Quelle part est réservée à l'apport du maître ?

- Quel est son rôle dans la validation du travail que fournit l'élève ?

PLACE DE L'ELEVE

- En quoi consiste sa tâche ?

- Est-il engagé dans une activité lui posant problème ? Quel problème ? Ce problème était-il prévu ?

- La réalisation représente-t-elle un progrès de savoir du point de vue du maitre ?

- Quel contrôle a-t-il sur la validité de ce qu'il fait ?

- Peut-il revenir en arrière et recommencer, est-ce licite de son point de vue ?

- Prend-il ses décisions en se référant au savoir, ou à un contrat passé entre le maître et les élèves ?
  - contrat explicite
  - contrat implicite

- Y a-t-il négociation entre le maître et l'élève pour la production par les élèves de ce qu'attend le maître ?
  Quelle négociation ? (*Maïeutique*)

- Est-il engagé dans une situation de communication.
  Y a-t-il débat de savoir ?

V - GESTION DU TEMPS

COMMENT EST ORGANISEE LA SEQUENCE

- Selon un seul objectif
- selon plusieurs sous-séquences d'objectifs différents.

REPARTITION DU TEMPS AU COURS DE LA SEQUENCE

- Quel est le temps du maître, comment l'occupe-t-il ?

- Quel est le temps des élèves, comment l'occupent-ils ?

- Quel est le temps collectif, comment est-il occupé ?

- Quelle est la gestion de ces différents temps ?
  - au cours de la séance observée
  - quelles variantes, en fonction de quoi dans d'autres séances.
  - incite-t-on les élèves à travailler vite ou les laisse-t-on libres d'utiliser le temps selon leur volonté ?

GEOMETRIE PURE

ACTIVITE : CONSTRUCTION DE TRIANGLES

Raison des choix :

. Démarrer la géométrie par des activités de construction amenant à utiliser les les instruments de la géométrie, (en particulier équerre, compas, rapporteur) à utiliser de la désignation, de points, segments...) à préciser le vocabulaire.

. Mettre les élèves en situation de communication sur un problème assez simple de façon à les inciter à la formulation, à les amener à argumenter : si le message n'est pas assez explicite, il n'est pas compris ; comment reconnaitre qu'un message contient ou non des informations suffisantes pour qu'on construise le triangle, par exemple y-a-t-il un seul triangle répondant à un message donné.

. Triangle isocèle : point de départ possible pour le travail sur la symétrie orthogonale.

a) Présentation de l'activité

L'activité est basée sur la reproduction de triangles en situation d'émetteur-récepteur. Elle s'inscrit dans le cadre des nouveaux programmes dans la rubrique "1.1. Reproductions de figures planes simples". Cette activité peut servir de point de départ aux leçons de géométrie de 6e.
Elle permet également, par la simplicité de son énoncé, le démarrage de tous les élèves sans exception. Elle est en même temps très riche en indications sur ce qui est acquis par les élèves en début de 6e, sur les modèles mathématiques qu'ils utilisent et qui peuvent éventuellement conduire à des erreurs.

b) Objectifs

Cette séquence a un double objectif :

+ Elle s'inscrit dans un processus d'apprentissage de la géométrie en 6eme, en particulier :

- utilisation des instruments
- construction de triangles : données suffisantes, données insuffisantes avec justification
- désignation par des lettres d'éléments caractéristiques d'une figure

...

- vocabulaire de la géométrie (droite, segment, hauteur, côté, sommet, angle...)

+ Elle permet de faire, en début d'année, un bilan des connaissances acquises relatives au triangle, et à la géométrie par exemple :

- quels sont les types de triangles couramment utilisés par les élèves.
- quels sont les éléments du triangle utilisés pour les construire (côté, hauteur, médiane, médiatrice, bissectrice...)
- quelles sont les grandeurs utilisées pour les construire (mesures de longueurs, mesures d'angles).
- quels sont les instruments couramment utilisés par un élève confronté à un problème de construction (règle, règle graduée, compas, rapporteur, équerre...)
- Parmi les termes utilisés par les élèves dans le langage relatif au triangle, quels sont les mieux connus, les plus confus.

c) <u>Présentation des classes</u>

Cette activité a été proposée à différentes classes :

- 3 classes de 6ème (dont une classe d'élèves faibles, effectifs normaux 25 élèves pour chacune).
- 1 classe de 3ème, aux spécificités suivantes :

  - les élèves qui la constituent ont à la fin de la 5eme refusé le redoublement qui leur était proposé.
  - l'effectif de la classe, constituée en 4eme, est resté sensiblement le même (17 élèves).
  - la pédagogie appliquée est qualifiée de différenciée (on pourrait dire très adaptée) avec une volonté commune aux enseignants d'adopter un même type d'approche dans les différentes disciplines.
  - l'objectif général pour cette classe est de remettre à niveau un maximum d'élèves (un cycle 4ème - 3ème en 3 ans n'est pas exclu pour certains d'entre eux).

d) <u>Organisation de la classe et consigne</u> :

La consigne donnée aux élèves a été la même, à tous les niveaux : "Construire un triangle de votre choix, puis rédiger un message pour que le récepteur puisse construire un triangle qui lui soit superposable".

Il est bon de régler à l'avance l'organisation des groupes. Les élèves travaillent par 2, situés hors de portée de "copiage" l'un de l'autre. Chacun d'eux est émetteur d'un triangle que l'autre (le récepteur) devra reproduire à partir d'une feuille navette de correspondance, contenant les indications de traçage de l'émetteur et les remarques éventuelles du récepteur. Si le nombre d'élèves n'est pas pair, on peut constituer un groupe de 3 qui travaillera "triangulairement".

Il faut demander aux élèves d'apporter leur matériel de géométrie et éventuellement prévoir quelques règles, compas et équerres pour les oublis.

<u>Remarques</u>

1° Il est précisé aux élèves que les membres d'un même binôme sont des partenaires et non des adversaires. (On évite ainsi tout souci pour un élève de vouloir coller son partenaire, mais on a voulu, bien au contraire, développer dans chaque binôme, le désir de voir l'autre réussir dans une tâche donnée).

2° Dans chaque binôme, chacun est à la fois émetteur et récepteur :

...

- émetteur d'un message pour son partenaire qui doit réaliser un triangle d'après le message produit.
- récepteur, et alors il reproduit le triangle décrit par le message reçu.

3° On peut utiliser toute sorte de matériel disponible sans aucune restriction quant à l'instrument utilisé et au nombre d'instruments utilisés (on demande aux élèves d'amener les instruments de géométrie).

4° Toute sorte de rédaction pour le message est permise, la seule chose importante est que le message soit suffisamment clair pour permettre une reproduction correcte du triangle initial.

5° Une dernière consigne est donnée aux élèves sous des formulations différentes suivant les classes :

- l'équipe émetteur récepteur qui a réussi à reproduire convenablement les 2 triangles correspondant aux messages a gagné.

- choisissez des triangles faciles.

Le but est, pour l'enseignant, de connaitre les conceptions des élèves. Cela permet aussi de souligner qu'il ne s'agit pas de compétition mais de collaboration entre émetteur et récepteur.

6° La séquence dure environ 45 à 50 minutes

. Conditions de réalisation :

- à chaque élève de 6eme, est proposé une feuille de papier blanc, non quadrillée, de même format pour tout le monde.

- En classe de 3eme, le choix du papier est laissé libre aux élèves. En fait ils ont tous écarté les feuilles de papier blanc non quadrillé au profit de papier quadrillé petit modèle.

. Déroulement de la séquence :

- Premier temps : réalisation d'un triangle et rédaction du message (temps d'éxécution et de rédaction environ à 10 - 15 mn).

- Deuxième temps : échange des messages et réalisation du triangle d'après les consignes écrites par le binôme avec éventuellement aller-retour de questions et réponses écrites. Une synthèse est prévue à la fin de cette séquence.

Remarque : si en 3ème cette séquence a été unique, en 6ème elle a été doublée. La 2ème séance a suivi immédiatement la première, dans les mêmes conditions de réalisation : émetteur récepteur.
Toutefois : dans 1 classe de 6ème on a réduit le temps à 30 mn
dans 2 classes de 6ème on a imposé :
. aucune des mesures de côté exprimées en cm ne doit être un entier,
. aucun côté ne doit être "horizontal".

e) Résultats : Reproduction d'un triangle (classes de 6ème)

	1ère séance		2ème séance	
	Sur 73	f en %	Sur 69	f en %
Triangle bien reproduit	29	39,7	37	53,6
Triangle mal reproduit	28	38,4	22	31,8
Triangle non achevé	16	21,9	10	14,6

Triangles utilisés à la 1ère séance	rectangles	isocèles	équilatéraux	quelconques
	12	17	4	40

éléments du triangle utilisés à la 1ère séance	côté	hauteur	côté et angle	sommets
	41	16	16	3
à la 2ème séance	51	6	12	0

Reproduction d'un triangle (classe de 3e, 17 élèves

	Rectangles	Isocèles	Equilatéraux	Quelconques
Triangles utilisés :	3	7	5	2

Eléments du triangle utilisés

Sommets	Bases	Hauteur	Côté	Angle	Côté et angle	Symétrie	Cercle
3	2	5	10	3	2	3	1

LE MESSAGE a. Langage utilisé :

	Courant	Formulation mixte (naturelle/math)	Total
cohérent, complet	2	8	10
cohérent, incomplet	4	2	6
incohérent	1	0	1
	7	10	17

b. Utilisation d'un repérage quelconque :

Gauche - droite.	Horizontale Verticale	carreaux de la feuille
1	2	1

DESSIN REPRODUIT

Correct	incorrect	incomplet	semblabe
10	6	0	1

Utilisation d'instruments de géométrie :

aucun	1 instrument			2 instruments	
	Règle graduée	compas	symétrie ou angle droit	compas + Règle	compas + quadrillage
1	10	0	1	2	3

f°) Commentaires

A l'issue de la mise en place de ces constructions, quelques remarques s'imposent :

1° le choix des triangles : En l'absence de consigne particulière, les élèves de 6e ont utilisé des triangles quelconques. En précisant d'aller vite et bien ou de choisir des triangles faciles. Le triangle isocèle et le triangle rectangle ont été utilisés.

Les synthèses, ont mis l'accent sur une utilisation plus systématique des instruments, règle, compas, équerre. La consigne donnée dans deux classes de 6ème, de ne pas utiliser de triangle avec "une base horizontale", a d'une part amplifié cette tendance, et d'autre part atténué l'importance de l'utilisation de la hauteur envisagée essentiellement comme verticale (élément naturel associé dans chaque utilisation à un côté horizontal).

2° Le choix des instruments

Le compas n'est pas utilisé de façon spontanée : seul ou associé à la règle graduée, ou l'équerre, il apparait peu lors de la 1ère séance (3 fois en 6e). Dans les classes de 6ème, après la séance de synthèse, son rôle a été nettement revalorisé puisqu'il est alors utilisé par 16 élèves. L'utilisation de la règle graduée, est prédominante. Le rapporteur quant à lui, est totalement absent à la 1ère séance. Ceci ne traduit pas que la notion d'angle soit absente : l'angle droit est le seul angle utilisé introduit à partir de l'équerre, ou à partir de la notion de verticale.

3° Le choix des éléments du triangle

Le choix des éléments du triangle est un reflet du choix des instruments : la notion longueur de côté est prédominante :

- utilisée seule : le nombre de côtés à choisir a été un problème lors de la 1ère séance (2 côtés semblaient suffisants dans la description d'un triangle, ce qui explique le nombre de triangles non reproduits ou mal reproduits. Cette tendance a été inversée après la séance de synthèse : la plupart des messages contiennent des informations suffisantes.

- utilisée avec une autre notion :

. Lors de la 1ère séance le côté de base a été le plus souvent placé horizontalement et associé à une hauteur verticale (qui représentait souvent un axe de symétrie pour la figure).

. Lors de la 2ème séance cette tendance a presque disparu,.

4° Les séances de synthèse ont surtout mis l'accent sur la précision du langage, des consignes. Il est cette fois apparu des messages surabondants.
Cette activité a permis de faire apparaitre un facteur insoupçonné : la réussite des binômes n'a pas été celle habituelle des élèves. Des élèves en échec scolaire ont réussi dans la 1ère séance aussi bien que les autres. Cette séance a permis de mettre en place une dynamique différente au cours de mathématiques, permettant à certains d'agir et de défendre leur point de vue.
Cette approche différente a éveillé une curiosité qui s'est poursuivie tout au long des activités géométriques (par exemple celles de la symétrie orthogonale).

EXEMPLE DE DEROULEMENT DANS DEUX CLASSES DE 6 EME

(avec le même professeur)

1ère Séance

1) Consignes pour la 1ère séance

- Les dessins sont à faire sur des feuilles non quadrillées.

- Il faut aller vite.

- L'activité se fait avec un partenaire et non un adversaire. Il faut donc émettre un triangle "facile" et donner de "bonnes" indications de traçage.

- On peut utiliser le matériel de son choix.

2) Objectifs visés

La donnée de ces consignes a une grande influence sur les triangles dessinés, et donc sur les objectifs visés.

Ici, on suppose que, bien qu'aucune leçon de géométrie n'ait encore eu lieu, tous les élèves savent ce qu'est un triangle, savent utiliser un compas, une règle, l'angle droit d'une équerre, et mesurer des longueurs simples.

Les objectifs visés par cette 1ère séance sont :

- vérifier ce qu'on a supposé connu à priori par les élèves,

- faire le point sur l'acquis en vocabulaire de géométrie, tel que droite, segment, angle, triangle isocèle,..., hauteur, médiane,...

- avoir une bonne idée des différences de niveau dans une même classe,

- obliger les élèves à s'exprimer par écrit pour mettre en évidence les carences ainsi que la nécessité d'utiliser un vocabulaire précis et surtout commun à tous,

- savoir s'il y a des triangles qui paraissent plus "faciles" que d'autres, et lesquels,

- utiliser les instruments de géométrie.

3) Déroulement, résultats, attitude des élèves

L'activité s'est déroulée parallèlement dans 2 classes de 6è dans les mêmes conditions. L'une est une "bonne" classe avec des élèves calmes et attentifs, l'autre de niveau plutôt faible, avec beaucoup d'élèves ayant des difficultés, et dont l'attention est en général très insuffisante.

La durée de cette 1ère séance fut de 50 minutes. Il faut 10 à 15 minutes de mise en place, et 25 mn de travail émetteur-récepteur. Le bilan qui suit dure 10 à 15 mn.

Suivant le niveau des élèves, les triangles dessinés et les indications de traçage sont différents.

L'émetteur de niveau faible a presque toujours dessiné un triangle "au hasard", puis a mesuré les 3 côtés qu'il a donnés comme seules indications de traçage.

Pour l'émetteur de niveau satisfaisant, il y a la volonté de suivre la consigne de facilité. Il essaye le plus souvent d'émettre un triangle "bien réfléchi", en ayant le souci de pouvoir expliquer le traçage au fur et à mesure qu'il le dessine lui-même. On arrive souvent à des triangles isocèles ou équilatéraux (à cause de l'association :
triangle "régulier" = triangle "facile", et aussi par économie de mesures à effectuer), et à des triangles rectangles. Les longueurs sont en général des nombres entiers de cm.

Certains utilisent et/ou indiquent l'utilisation du compas, de l'angle droit de l'équerre, et assez rarement du rapporteur. On voit parfois également l'utilisation de la base et de sa hauteur relative.

- Résultats : 5 triangles bien reproduits dans la classe faible, 11 triangles bien reproduits sur 22 dans la bonne classe. On voit bien la différence de niveau de ces 2 classes.

En ce qui concerne l'attitude des élèves, il semble que ceux qui "calaient" d'ordinaire dès le départ, devant les exercices donnés par le professeur, n'ont pas ici le découragement habituel. Ayant réussi à dessiner eux-mêmes un triangle à émettre, et ayant à reproduire un triangle dessiné par un élève peut-être aussi faible qu'eux, ils ne se posent pas la question de savoir ou ne pas savoir faire, mais essayent réellement. De plus, il y a toujours la possibilité de renvoyer la feuille de correspondance en y demandant plus d'explications. Il faut d'ailleurs noter à ce propos que les élèves écrivent souvent : "je ne comprends pas", sans dire ce qui leur manque pour réussir. Pour l'élève il est donc aussi difficile de formuler une question qu'une réponse.

4) Bilan à partir d'exemples

Le bilan peut se faire avec l'ensemble des élèves ou par exemple avec un élève au tableau qui devra reproduire un triangle à partir de la lecture de quelques feuilles de correspondance choisies parmi les plus intéressantes. Cette sélection peut se faire grâce aux groupes ayant terminé avant la fin. On a choisi des triangles bien reproduits, mais aussi des mal reproduits.

Il faut noter que dans la classe faible, les élèves ayant terminé la reproduction assez vite, ont du mal à rester calme, et gênent le reste de la classe. Ils rendent ainsi moins aisée la sélection des énoncés à utiliser pour le bilan.

On donne ici à titre d'exemple le bilan et les conclusions tirés dans une classe : 2 réussis et 1 raté. Un élève est envoyé au tableau. On lui fait la lecture d'un texte et il doit reproduire le triangle (10 cm pour 1 cm).

1er texte (raté) : "pour faire un triangle, il faut tracé un trait de 8 cm rejoint les 2 sommet grâce au compas".

Les commentaires sont faits oralement en commun. On peut déjà tracer le "trait" de 8 cm (horizontalement). Il semble admis sans aucune difficulté que la pointe du compas sera placée sur l'une, puis l'autre des extrémités du segment, et que l'écartement du compas sera également de 8 cm. Il y a donc accord implicite sur le fait que si on ne donne qu'une longueur sur 3, les 2 autres lui sont égales. "Heureusement", les 2 autres segments ne mesurent pas 8 cm sur le dessin de l'émetteur qui explique qu'il a oublié de donner les vraies longueurs.

Nous avons pu conclure sur cet exemple que si des longueurs sont égales, il faut absolument le préciser. De plus, ne pas donner une longueur, c'est en laisser le choix.

2è texte (réussi) : "C'est triangle régulier il a ses 3 côtés égaux il son de 5 cm".

Ici l'émetteur et le récepteur ont 2 triangles superposables, mais ils l'ont réalisé de façons très différentes.

L'émetteur explique qu'il a tracé un segment de 5 cm, puis a placé l'équerre (vers le haut) perpendiculairement à la base et en son milieu. La médiatrice (le mot n' est pas utilisé par l'élève) n'est pas tracée, mais un point y est marqué un peu au hasard. Puis il mesure la distance de ce point aux extrémités du segment. S'il y a moins de 5 cm, il marque alors un autre point plus haut sur la médiatrice. S'il y a plus de 5 cm, il marque un autre point plus bas, etc... Il a fallu 6 essais avant de trouver le bon point.

Le récepteur explique qu'il trace d'abord la base de 5 cm. Puis avec le compas (construction classique), il trouve le 3ème sommet et termine le triangle.

On constate que les 2 triangles sont bien superposables. Cela montre que deux descriptions différentes peuvent être utilisées pour le même objet. On souligne aussi que le compas a permis de trouver directement le 3ème sommet.

5) Quelques remarques

A partir des travaux de tous les élèves, on peut faire les remarques suivantes :

- les triangles rectangles et isocèles sont considérés comme étant les plus faciles,

- il est admis implicitement que le 1er segment est le plus souvent horizontal,

- la hauteur est assimilée à la verticale (altitude). Pour beaucoup d'élèves, il n'y a donc qu'une seule hauteur dans un triangle.

- de même le sommet est vu comme le point le plus haut,

- certains énoncés sont vraiment incomplets, mais ne posent aucun problème de reproduction tellement il y a d'implicites. Exemples : les longueurs sont a priori égales si on ne donne pas d'indication contraire. Lorsqu'il faut prendre un point sur un segment, c'est obligatoirement au milieu. La donnée "la base est de 4 cm et la hauteur de 3 cm" signifie hauteur relative à la base et en même temps médiane.

6) Institutionnalisation à la fin de cette 1ère séance

Pour reproduire un triangle, toute sa description n'est pas nécessaire, mais il nous faut au moins :

- la longueur des 3 côtés,

ou

- la longueur de 2 côtés et l'angle compris (le plus souvent quand il y a un angle droit),

ou

- 2 angles et la longueur comprise (pour ceux qui savent bien mesurer les angles).

Il faut utiliser le compas quand on ne sait pas dans quelle direction placer la règle.

2è SEANCE

Elle suit directement la précédente. Elle se déroule également en situation d'émetteur-récepteur. Mais cette fois, le triangle que l'émetteur doit faire reproduire est un triangle donné, quelconque, les mesures des côtés ne sont pas des nombres entiers de cm, aucun côté n'est horizontal.

1) Objectifs visés

En plus des objectifs de la 1ère séance on veut :

- vérifier que les institutionnalisations de la 1ère séance sont bien acquises,

- voir si le dialogue mathématique écrit est plus aisé.

2) Résultats

10 triangles bien reproduits sur 26 dans la classe faible et 12 triangles sur 23 dans la bonne classe.

Il semble que les,différences entre classes de niveaux différents s'atténuent. Peut-être parce que dans la bonne classe, les triangles de la séance précédente étaient rarement quelconques. Les élèves se retrouvent ainsi devant un exercice relativement différent.

Dans la classe faible, des progrès sensibles sont réalisés, et plus d'un tiers d'élèves indiquent l'utilisation du compas.

3) Bilan de cette 2è séance

A partir de 2 exemples des élèves, on tire à nouveau la conclusion que pour dessiner un triangle il faut par exemple les 3 longuers, en insistant particulièrement sur l'utilisation du compas.

On en conclut également qu'il faut utiliser un vocabulaire précis et admis au moins par tous les élèves de la classe.

4) Quelques remarques

La donnée du triangle où aucun côté n'est horizontal élimine chez la plupart des élèves la construction de la base et sa hauteur relative.

Du fait que cette séance suit directement la 1ère où tous les élèves se sont effectivement exprimés par écrit et ont dessiné des triangles, on remarque qu'il n'y a pas d'abandon direct pour les faibles (ce qui se serait très certainement produit dans une autre situation). C'est encore une séance où tous les élèves travaillent.

Le vocabulaire utilisé et les explications données dans les feuilles de correspondance sont plus précis. Les groupes étant constitués de la même manière que précédemment, les émetteurs font un effort pour adapter leur langage à leur propre récepteur, surtout lorsqu'ils n'ont pas été bien compris à la 1ère séance.

3è SEANCE

On ne travaille plus ici en situation d'émetteur-récepteur. On donne à chaque élève un triangle de nature quelconque qu'il lui faudra reproduire 3 fois avec :

- 1 sommet fixé.
- 1 côté fixé.
- 1 support d'un côté fixé.

1) Objectifs visés

- Vérifier les acquis des 2 premières séances.

- Obliger l'élève à construire un triangle en classant dans un certain ordre les données à utiliser (utiliser d'abord les côtés ayant pour extrémité le point fixé,...).

- Savoir gérer l'espace utilisable d'une feuille de papier.

2) Résultats

Dans la bonne classe, sur 23 élèves, 20 ont un bon triangle au moins, et 9 ont les 3 bons.

Dans la classe faible, sur 26 élèves, 21 ont au moins un bon triangle, et 11 élèves ont les 3 bons.

3) Quelques remarques

- Tout d'abord, on voit que les résultats obtenus dans les 2 classes de niveaux très différents sont à peu près les mêmes à la fin de la 3è séance.

- Même si plus de 80 % des élèves reproduisent bien au moins une fois le triangle donné, un peu moins de la moitié seulement le reproduisent correctement les 3 fois. Une hypothèse pour expliquer cela est que les élèves sont gênés par la non-unicité des solutions. En effet, pour eux, il faut trouver "la" bonne solution. Mais comme ils comprennent que leur triangle peut se dessiner "autrement", ils doutent de la justesse du leur. Il faut dire que la superposabilité des triangles orientés différemment est loin d'être évidente pour l'élève moyen de 6è.

On insistera donc sur le fait que dans les énoncés géométriques, on peut avoir plusieurs tracés possibles, pouvant tous aboutir à un même famille de réponses. On détruit ainsi en partie le modèle : "si on a un réponse bonne, c'est la seule, et tout le reste est faux".

QUELQUES IMPRESSIONS SUR LES 3 SEANCES

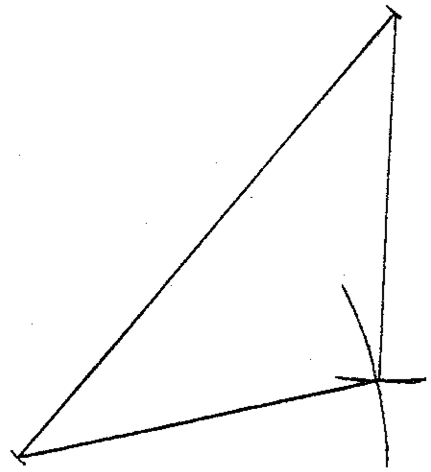
Pour la classe qui ne pose pas de problème de discipline, les 3 séances se sont déroulées dans une excellente ambiance de travail et dans le calme. Elèves et enseignant ont dans ce cas le désir de recommencer de telles activités.

Pour la classe plutôt faible, il se pose quelques problèmes de discipline. Bien que l'ensemble des élèves soit intéressé, il y a du bruit dans la classe, et il est assez difficile de tout contrôler. Il en résulte une impression mitigée sur l'intérêt de l'activité et on peut penser qu'elle n'aura pas servi à grand chose. C'est seulement à l'examen des résultats à la fin de la 3è séance, que l'on s'aperçoit que c'est aussi satisfaisant qu'avec la bonne classe. De plus, il faut souligner que la classe n'est pas moins agitée dans les leçons plus traditionnelles.

émeteur : Coudert
recepteur : Lombonie

17/10

Dessin reproduit



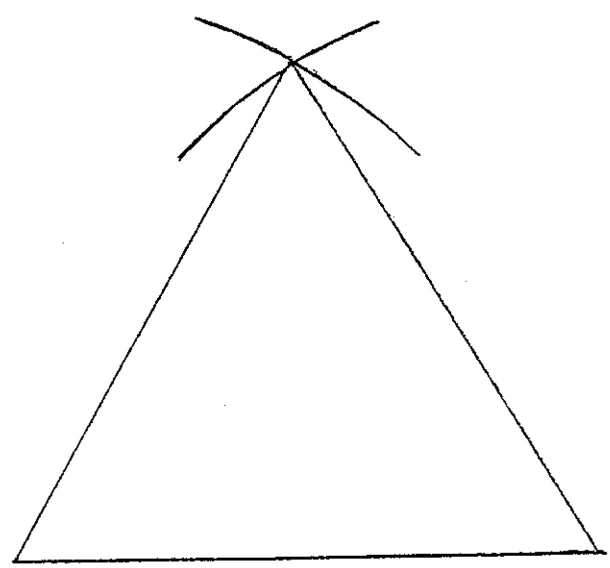
jeudi 17 octobre

Pour faire un triangle il faut tracé un trait de 8 cm rejoint les 2 sommet grâce au compas.

émetteur : Lomboni
récepteur : Couder

le jeudi 17-10

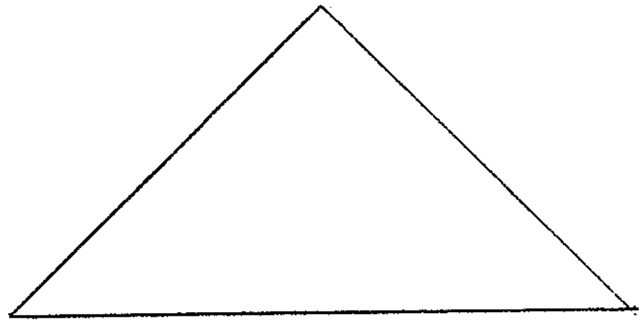
Dessin donné



Emetteur Grandclément
Récepteur : Ballut

Dessin Donné

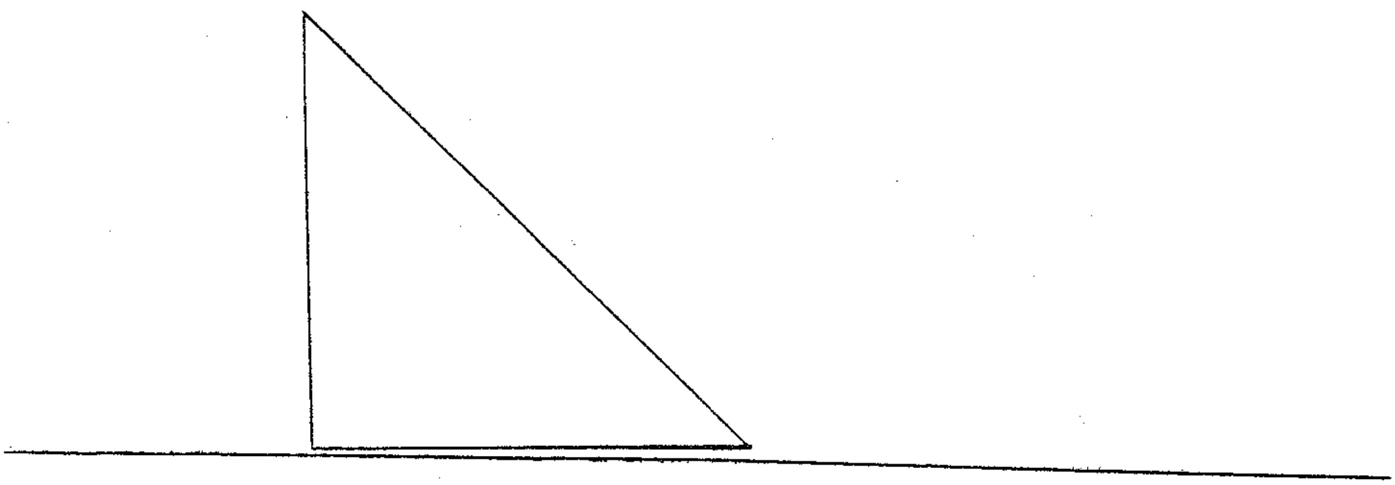
Jeudi 17/10



Emetteur Ballut
Récepteur : Grand-Clément

17/10

Dessin reproduit



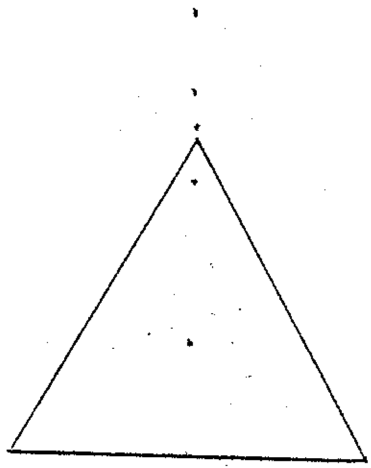
Emetteur : Grandclément
Récepteur : Ballut

Jeudi 17/10

Pour faire le triangle il faut que tu prennes une équerre et que tu trace un angle droit. Après mesure les cotés il faut qu'ils fassent 6 cm, le sommet doit avoir un angle droit après trasse la base elle fait 8,5 cm.

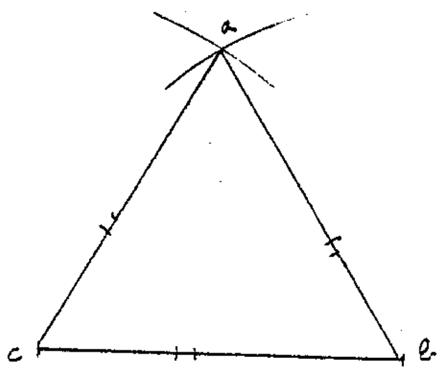
émetteur : LISIECKI 17/10
recepteur : BRISSE

Dessin donné.



17/10/85 17/10
Emetteur : Brisse
Recepteur = Lisceski

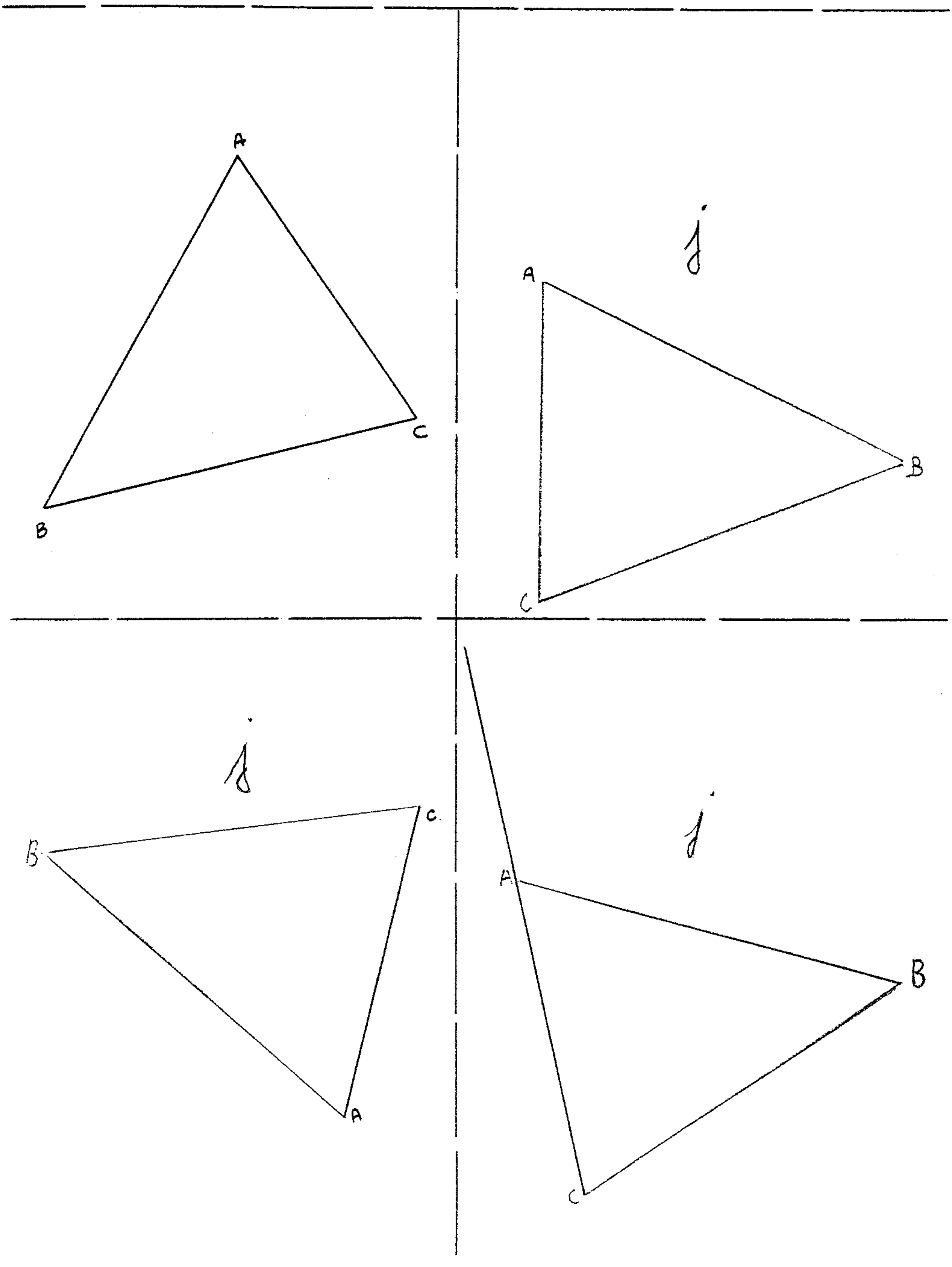
Dessin reproduit



émetteur : LISIECKI 17/10
récepteur : BRISSE

C'est un triangle régulier il a ses 3 côtés égaux il son de 5 cm.

MArot FABrICE 6|14 le 22/10



Tu trace un rond de 10,5 puis ~~appre~~ après tu traces le réctangle mais qui fait 7,5 de largeur mais tu prend la fin pour trouver le résultat tu ne prend pas le tout pointu. Et déppechetoi
P.S et tu prend la règle et le compas.

incompréhensible

~~pourquoi~~

question : pourquois un rectangle ? Bien

Réponse : par ce qu'il fait faire un réctangle ??

curieux

---

tirer un trait droit
mettre un trait sur le trait droit
écarter le compas de 10 cm le mettre sur le trait que tu a mis tracer
prende le compas le mettre ~~t~~ sur le premier trait tracer
un trait en haut le mettre sur l'autre et faire la même ~~chose~~ chose
tu doit obtenir de ligne ~~du~~ qui se croisent
tu les relies au point de départ et tu obtiens un triangle.
de 10 cm de côte pour les ~~trait~~ trois lignes. ?

?

je n'ai rien compris

EXEMPLE D'EVOLUTION DU LANGAGE AU COURS DE TROIS SEANCES

Passage d'un langage "concret" (imagé) à un langage "formel".

emetteur : Lemaine Arnaud
récepteur : Rui vittorino Tu as fait une faute a mon n

comme si c'etait une voile à bateau, la
pointe en haut apres la pointe a peu pres au mil
et l'autre en bas
Quelle est sa hauteur et sa base ?
haut : 4 cm
Base : 2, 8 cm
donnés insufisantes

1ère Séance

Emetteur LEMAINE Arnaud 6/10
recepteur : Christophe chicher

2e Séance

c'est comme un devant de tente camping (cam

Base = 2 cm
les 2 côté = 2 cm

Il est fini

emeteur : arnaud lemaine
respteur : chicha cristophe

3e Séance

6C10 F en haut
E à Gauche
D en bas

DE = 7,5 cm
EF = 8 cm
FD = 8,5 cm

EXPLOITATIONS POSSIBLES A PARTIR DE CETTE ACTIVITE

On se rend compte que cette activité sur 3 séances consécutives est très riche. On peut l'exploiter de beaucoup de façons différentes pour la suite des leçons de géométrie. Cela dépend en particulier des classes en présence, du professeur et surtout de la manière dont s'est déroulée l'activité.

A titre d'exemple, voici ce qui a été fait dans une des 2 classes citées :

On a défini de façon assez précise le vocabulaire qui semble essentiel à l'ensemble de la classe, et qui aurait du être utilisé :

- Tout d'abord droites, demi- droites, segments.

- Puis, il y a eu une classification des angles, en comparaison avec l'angle droit, qui a été souvant utilisé dans l'activité. Beaucoup d'exercices sur les constructions d'angles ont été proposés.

- Ensuite, toujours à partir de l'angle droit, on a défini la perpendicularité, ainsi que le parallélisme comme étant la "succession de 2 perpendicularités".

- Enfin, en partant de l'utilisation du compas dans la construction des triangles, on a précisé le vocabulaire usuel sur le cercle (arc de cercle, rayon, diamètre, centre).

Le vocabulaire de base était alors assimilé, mais surtout, le matériel usuel de géométrie (notamment équerre, règle et compas) commençait à être maîtrisé d'une façon assez satisfaisante. On a alors repris l'activité de départ pour faire une étude plus approfondie des triangles.

Un rappel des différents types de triangles dessinés par les élèves a été fait :

- Le triangle équilatéral qui semble pour les élèves le "plus régulier". Sur ce triangle, on cherche ce qui paraît intéressant à tracer. Grâce aux souvenirs du CM2, on obtient facilement :

- le tracé des 3 hauteurs-médianes-médiatrices sans les nommer toutefois.

- On remarque que ces 3 droites se coupent en un même point ; et il est entendu que cela servira de vérification pour les constructions analogues.

On constate également que ces droites coupent les côtés du triangle perpendiculairement en leur milieu.

Plusieurs élèves indiquent que l'on peut aussi tracer un cercle passant par les 3 sommets du triangle. Dans ce cas particulier, tous les élèves trouvent aisément le centre de ce cercle à l'intersection des 3 droites dessinées.

- Le <u>triangle isocèle</u> : on a demandé aux élèves de dessiner à nouveau le cercle passant par les 3 sommets de triangle. Il leur a semblé évident qu'il fallait procéder comme pour le triangle équilatéral. Il est donc nécessaire de tracer les droites 3 "intérieures".

Pour la hauteur-médiane, aucun problème ne se pose. En revanche, pour les 2 autres, un petit débat s'est engagé : "milieu du côté ou angle droit ?"

On en arrive ainsi à définir ce qu'est une médiane et une hauteur, en indiquant qu'elles peuvent être confondues dans certains triangles.

Un 2ème problème s'est posé quand la construction des médianes et des hauteurs a été réalisée : ni l'intersection des médianes, ni celle des hauteurs n'était le centre du cercle. Les élèves l'ont cependant trouvé en tâtonnant, et en le cherchant instinctivement sur la hauteur-médiane.

- Le <u>triangle rectangle</u> : on a vu que 2 des 3 hauteurs sont confondues avec les côtés du triangle. Cela crée des difficultés, car les élèves ont encore du mal à accepter que 2 droites de noms différents puissent être confondues. La construction des médianes n'a pas posé de problème.

Les élèves ont là encore trouvé le centre du cercle en tâtonnant, tout en constatant qu'il se trouvait au milieu de l'hypothénuse.

Le problème s'est alors déplacé de l'étude des différents types triangles vers, la recherche d'un cercle éventuel passant par les 3 sommets de chaque triangle.

De plus en plus, les élèves désiraient trouver un moyen rapide et précis qui permettrait de tracer ce cercle.

Il faut remarquer qu' à aucun moment, la question de l'existence d'un tel cercle ne s'est posée.

De même, il semble exclu que plusieurs cercles différents puissent être dessinés pour un triangle donné.

A ce stade, on aurait peut-être pu amener les élèves à trouver la position exacte du centre du cercle.

ILs avaient suffisamment de connaissances sur le cercle pour construire l'ensemble des points à égale distance de 2 sommets (la médiatrice aurait alors pu prendre du sens grâce à son rôle d'outil de recherche). Puis en recommençant avec un autre couple de sommets, le centre est localisé.

Si la médiatrice a déjà été étudiée, elle peut servir de preuve quant à l'existence et l'unicité du cercle circonscrit au triangle.

On a dans ce cas, une démonstration, ou tout au moins une formulation argumentée.

A la suite de cette activité, les prolongements suivants ont été mis en place :

- un test proposé en classe de 6ème, à 332 élèves,
- une activité dirigée traitant du thème "organisation, gestion de données et représentations graphiques",
- une "activité triangle" proposée en classe de 5ème.

1- *TEST PROPOSE en 6ème* à 332 élèves :

- 177 élèves ont réalisé l'activité "triangle" en début d'année.
- 155 élèves n'ont pas réalisé l'activité "triangle" en début d'année.

Ce test a été donné courant Mars, il ne fait donc pas suite à l'activité "triangle".

Objectif :

- réinvestissement des acquis de l'activité "triangle", notamment utilisation des instruments de géométrie, et particulier du *compas*, pour construire des figures simples.

Consignes :

I - Peux tu construire
1) un triangle dont les côtés mesurent 5cm, 3cm, 6cm ?
2) un triangle dont les côtés mesurent 4cm, 5cm, 10cm ?
Si tu peux le construire, explique ta construction.
Si tu ne peux pas, explique pourquoi. Pourrais-tu construire un triangle en modifiant seulement une des trois longueurs (en conservant les deux autres) ?

II- Peux-tu construire un quadrilatère ABCD tel que
AB = 6cm, BC = 4cm, CD = 5cm, AD = 9cm, et $\hat{A} = 60°$?
Si oui explique ta construction pour qu'un autre élève puisse le reproduire.
Peux-tu en construire d'autres ? Construis le plus possible de quadrilatères non superposables répondant aux conditions.

Intentions pédagogiques :

Le choix des dimensions des côtés des triangles correspond à un désir de l'enseignant de voir développer par l'élève une *argumentation*.

- pour le I-1 : organisation correcte du déroulement de la construction.
- pour le I-2 : qualité de la justification et de l'expression en mathématique.
- pour le II : agencement des données.

<u>Résultats de ce test et commentaires</u> :

A) <u>Resultats</u> :

<u>Tableau I-1</u> ("triangle 3, 5, 6"):

Effectif	177	155
Correct	90 %	74 %
Utilisation du Compas	85 %	63 %

<u>Tableau I-2</u> ("triangle 4, 5, 10"):

Effectif	177	155
Essais au Compas	56 %	58 %
Modification correcte	70 %	53 %

<u>Tableau II</u> :

Effectif	177	155
2 corrects	15 %	2 %
1 correct	41 %	41 %
Utilisation du Compas	56 %	32 %

B) <u>Commentaires</u> :

<u>Tableau I-1</u> :

- Cette construction semble plus aisée pour des élèves ayant déjà réalisé l'activité "triangle".

- Leur familiarisation avec des situations de communication s'est révélée bénéfique au niveau des explications.

- D'autre part l'utilisation du compas a été dans l'ensemble plus systématique pour ces élèves.

Tableau I-2 :

- Dans l'ensemble, l'impossibilité de réaliser un tel triangle a été constatée sans difficulté. Le tableau fait état des résultats à partir d'une telle constatation.

- Dans la rubrique "modification correcte" ont été prises en compte :
- *des modifications locales* telles qu'agrandissement ou réduction d'une seule dimension, qui rendent la construction possible.
-*des modifications globales* correspondant à l'inégalité triangulaire par la prise ne compte de deux côtés simultanément. La différence des mesures de 2 côtés n'a jamais été été utilisée.

- Au vu des résultats sur "la modification correcte" on peut supposer que le manque d'habitude des "*situations libres*" d'expression écrite, de confrontation sous forme de discussions écrites, de questions ouvertes, s'est fait sentir.

Tableau II :

- Alors que pour la réalisation d'un quadrilatère correct les résultats sont identiques, pour la réalisation de deux quadrilatères corrects un gros écart est apparu entre les deux échantillons. Ici encore la différence de réinvestissement des connaissances acquises reste constante.

- Le réinvestissement de l'utilisation du compas s'est révélé :

-*très important* dans des situations assez voisines de la "construction de triangles",

- *moindre* dans des situations plus complexes. La situation mise en place dans cette activité s'est révélée plus complexe car la notion d'angle est à prendre en compte dès le début de la contruction, avant l'utilisation du compas. Il est bon de remarquer que dans certaines classes la *moitié*des élèves n'a pas tenu compte de la donnée de l'angle.

- il est à noter qu'une très forte corrélation a été observée entre l'utilisation du compas et la réalisation de deux quadrilatères corrects, en ce sens où seuls les élèves utilisant le compas ont réalisé une construction correcte.

Remarque générale :

L'utilisation du compas sur le groupe témoin bien que globalement faible s'est révélée très inégale dans les différentes classes.Elle est certainement liée à la pratique préalable de constructions tout au long de l'année.

2°) ORGANISATION ET GESTION DE DONNEES : REPRESENTATION GRAPHIQUE

Aprés avoir réalisé les trois séances de l'activité triangle, effectué des travaux dirigés sur l'utilisation du rapporteur, du compas et de l'équerre, les séquences décrites ci-dessous ont été proposées.

A) CONTROLE (durée : 3/4 h)

OBJECTIFS

Contrôler : - la qualité des constructions et des mesures.
- la qualité de la présentation d'un ensemble relativement restreint de données.

CONSIGNES

texte du contrôle :

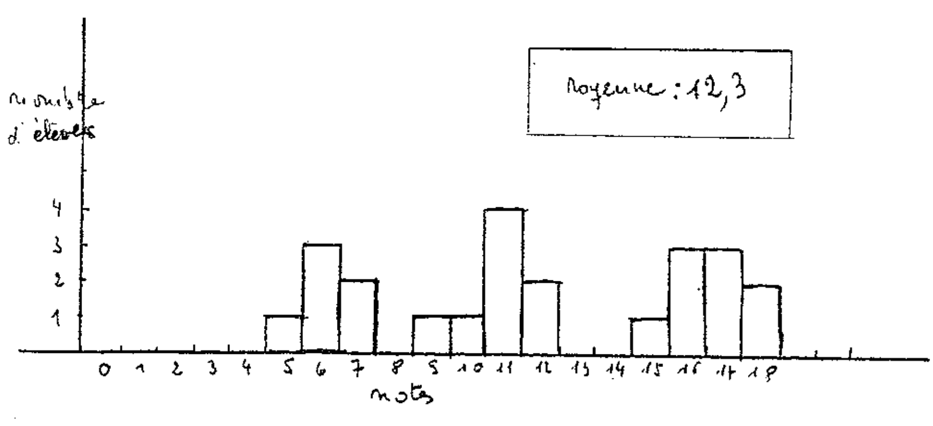
1°) Construire un triangle A B C tel que :
AB = 7cm $\widehat{A}$ = 60° AC = 4cm .
puis mesurer BC.

2°) Refaire des triangles A B C comme au 1°) avec :
AB =7cm et AC = 4cm mais l'angle $\widehat{A}$ varie de 0° à 180° de 30° en 30° c'est-à-dire que $\widehat{A}$ aura les mesures suivantes : 0°, 30°, ...150°, 180°.
Mesurer BC dans ces différentes figures.

3°) Présenter clairement les résultats du 1°) et du 2°) c'est-à-dire : pour chaque mesure de $\widehat{A}$ indiquer la longueur de BC qui correspond.

RESULTATS

L'ensemble est moyen. En évaluation chiffrée, on obtient l'histogramme suivant :



POUR LE 1°)

- Le côté [AB] est toujours horizontal.

- Les constructions sont correctes ainsi que les mesures de BC sauf pour 4 élèves qui confondent encore 120° et 60° malgré l'utilisation du rapporteur IREM qui ne comporte qu'une seule série de graduations correspondant à des mesures en degrés et où le sens de lecture (le sens trigonométrique) est indiqué par des flèches ; l'angle $\hat{A}$ avait été mesuré à partir de la graduation 180 (au lieu de la graduation 0) car le point A était à droite de B.

POUR LE 2°)

- Bonnes constructions pour les triangles dans lesquels $\widehat{A}$ ne mesure pas 0° ni 180° ; les élèves qui avaient confondu 60° avec 120° au 1°) ne refont pas l'erreur ici mais ne corrigent pas le 1°) donc la liaison entre les questions n'a pas été faite d'autant que 3 élèves parmi ces 4 ne feront pas en entier la synthèse demandée au 3°.

- 12 élèves ne refont pas la construction pour 60° disant qu'elle a déjà été faite au 1°).

- Pour les constructions où $\widehat{A}$ mesure 0° ou 180°, la majorité des élèves accepte mal de donner le nom de triangle à ces segments d'extrémités A, B ou C. L'enseignant est alors intervenu pour préciser qu'en fait on voulait des dessins représentant les points A, B et C et correspondant aux mesures indiquées ; dans ces deux cas, on pouvait considérer que A B C formait un triangle aplati. On peut éviter cette gène en formulant la consigne sans y intégrer le mot triangle ; par exemple : Représenter trois points A, B et C dans les cas suivants.....

POUR LE 3°)

- 3 élèves n'ont pas eu le temps de terminer.

- Parmi les 19 autres :

2 font un tableau à 2 lignes

2 font un tableau à 2 colonnes

les autres utilisent des phrases répétitives plus ou moins longues écrites les unes en dessous des autres ; l'élève qui avait une mauvaise construction au 1°) et une bonne au 2°) pour $\widehat{A}$ = 60° n'a utilisé ici que les résultats du 2°).

REMARQUES FAITES AU COURS DU CORRIGE :

- Les mesures de BC de 2,9cm ou de 11,1cm n'ont pas été acceptées par la majorité des élèves car "ce n'était pas possible" ; en effet, BC doit être compris entre 3cm et 11cm car 7 - 4 = 3 et 7 + 3 =11.

Ceux qui ont accepté ces mesures les justifient par le "droit à l'incertitude des mesures".

- Les élèves ont pointé le fait que plus $\widehat{A}$ etait grand plus BC était grand mais que, lorsque $\widehat{A}$ grandissait régulièrement de 30° en 30° alors BC grandissait irrégulièrement.

B) EXERCICE A LA MAISON PUIS TRAVAIL EN CLASSE

OBJECTIFS

_ Réinvestir le contenu du contrôle et les remarques faites au cours de la correction.
- Responsabiliser les élèves dans un travail collectif.
- Tavailler sur les arrondis.
- Collecter un très grand nombre d'informations.
- Gérer et ordonner toutes les informations afin de les rendre utilisables ; établir un tableau.

CONSIGNES

Texte de l'exercice:

> Refaire des constructions et des mesures analogues à celles du contrôle en faisant varier A de 0° à 180° de 5° en 5°.(ne pas reprendre les valeurs de $\widehat{A}$ déjà rencontrées).

La tâche est répartie par groupe de façon à ce que chaque élève n'ait que 4 ou 5 dessins à exécuter ; une mise en commun des résultats de tous les membres d'un même groupe sera réalisée en classe à la séance suivante.On demande aussi d'apporter du papier millimétré.

COLLECTE ET CONFRONTATION DES RESULTATS

Les élèves avaient leurs constructions et leurs mesures en cm au 10ème près sauf un élève qui n'avait pas de construction mais une page couverte de décimaux d'ordre 3 ; son père avait fait un petit programme sur ordinateur (une calculatrice aurait suffi) ce qui avait permis de calculer BC de façon précise pour toutes les valeurs de $\widehat{A}$ imposées.
Cette situation (imprévue) a eu l'avantage de :

- sentir les limites de la fiabilité des résultats obtenus par construction et mesure à l'aide de la règle graduée

- travailler sur les arrondis : on était en droit d'accepter telle mesure et de refuser telle autre puisque on connaissait un résultat plus précis et plus juste ; l'ordinateur avait donné le "presque" bon résultat ("presque" provenait des 3 chiffres après la virgule et de l'infaillibilité de la machine au niveau du calcul) ; donc, le décimal d'ordre 3 était la référence pour les arrondis d'ordre 1 ;

- comprendre certains résultats "choquants" et notemment de savoir pourquoi lorsque $\widehat{A}$ prend les valeurs 170°, 175°, 180° les mesures correspondantes de BC sont les mêmes (11cm, en arrondissant au 10ème de cm près) alors que l'ordinateur ne donne cette valeur que lorsque $\widehat{A}$ mesurait 180°.

ORGANISATION DE CES DONNEES

On a utilisé un tableau à 2 lignes sous la forme :

$\widehat{A}$ (en degré)	0	5	10	
BC (en cm)	3			

Les mêmes remarques sur la croissance de BC en fonction de A ont encore été mise en évidence.

C) CONSTITUTION D'UN GRAPHIQUE

OBJECTIFS

- Repérage dans le plan.
- Apprendre à transposer un tableau en graphique.
- Savoir choisir une échelle convenable et faire un dessin clair.

CONSIGNES

Travail dirigé sur du papier millimétré :

1) Graduer une demi-droite"horizontale" de façon à ce que tous les nombres de la première ligne du tableau y soient représentés (ces graduations correpondent à des degrés).

2) Graduer la demi-droite "verticale" passant par le 0 des degrés de façon à ce que tous les nombres de la deuxième ligne du tableau y figurent et que le 0 des degrés corresponde aussi au 0 des cm.

3) Repérer sur le papier millimétré les résultats du tableau par des petites croix.

4) Choisir des nombres compris entre 3 et 11 ; à l'aide du graphique peut-on trouver les valeurs de A (en degré) auquelles ces valeurs de BC correspondent(en cm) ?
(Cette partie ne sera traitée qu'après vérification des graphiques).

DEROULEMENT ET COMMENTAIRES

PARTIES 1) 2) et 3)

Après avoir laissé un certain temps aux élèves pour qu'ils s'approprient la consigne, on constate que quelques uns ont lu des graphiques en CM2, et que la plupart se souvient d'histogrammes en géographie ou sciences naturelles ; mais les notions de repérage de points dans le plan à l'aide de coordonnées et la fabrication de graphiques sont des nouveautés pour ces élèves.

graduation des deux axes :

Un soin particulier est demandé pour cette activité.

- Le travail sur l'axe horizontal ne pose pas de problème ; la graduation d'une demi-droite horizontale avait déjà été faite au moment de l'étude des fractions.

Le choix de l'échelle : 1cm pour 10° est unanime.

- le travail sur l'axe vertical pose problème car la consigne impose la place du 0 ; si on tourne la feuille pour graduer cet axe comme le précédent on est amené à graduer de droite à gauche ce qui contrarie les élèves ; l'enseignant impose alors de ne pas tourner la feuille et de graduer cet axe vertical "comme un thermomètre".

Le choix de l'échelle n'est pas le même pour tous : les uns prennent 1cm pour 1cm, les autres 2cm pour 1cm.

Placement des points:

Le travail commencé en classe sera terminé à la maison puis ramassé et corrigé par l'enseignant (et éventuellement donné à refaire en précisant ce qui ne convenait pas)

PARTIE 4)

L'observation du graphique débouche sur les remarques ou questions suivantes :

- Les dessins d'échelles différentes ont la même "allure".

- Doit-on relier les points?

  Non, disent quelques uns, le dessin est bien comme cela.

  Oui, disent les autres et les arguments sont les suivants :

  - C'est plus joli et on voit mieux les points.

- Les températures sont reliées.

- 3 élèves disent qu'entre 15° et 20° par exemple il y a d'autres degrés et même d'autres demi-degrés et même... donc comme BC grandit avec $\widehat{A}$ il y aura des BC qui correspondront à ces valeurs de A et il y aura des points en plus sur le dessin.

La classe conclue alors qu'entre deux petites croix qui représentent des points il y en a plein d'autres mais "bien rangées" et qui vont se toucher alors on relie.
On peut se servir du nanoréseau pour vérifier la façon de "relier".

- Comment BC grandit-il?

Irrégulièrement et parfois pas du tout à cause des arrondis.

- Entre quels nombres BC est-il compris?

Entre 3 (car 7 - 4 = 3) et 11 (car 7 + 4 = 11) donc BC dépend des longueurs de AB et de AC ; on remarque que dans un triangle la longueur d'un côté est comprise entre la différence et la somme des longueurs des deux autres côtés.

- A l'aide du graphique, pour une longueur de BC choisie peut-on trouver un A correspondant?

Les élèves sont persuadés de l'existence (et de l'unicité) de ce $\widehat{A}$ et disent que ce $\widehat{A}$ est peut-être en nombre pas "juste" de degrés...Des exemples sont alors pris et on découvre les techniques de lecture du graphique ; on remarque alors que lorsque l'échelle est plus grande la lecture est plus précise.

BILAN

Ce travail est très riche car il touche de nombreux problèmes, à savoir :

- Construction de triangles à l'aide des instruments de géométrie

- Nécessité de soigner dessins et mesures

- Inégalité triangulaire

- Arrondis d'un nombre

- Organisation et gestion de données

- Fabrication et lecture de tableaux

- Variation de "fonction" (non linéaire ici)

- Repérage dans le plan

- Représentations graphiques avec :

  les échelles

  la lecture du graphique

  la "continuité" (en fait dans R alors que les élèves pensent D)

et certainement d'autres problèmes qui n'ont pas été soulevés dans cette classe.

Il est évident que certains de ces problèmes ont été résolus d'une façon plus ou moins approfondie mais que d'autres ,dont l'étude nécessite des techniques mathémathiques qu'un élève de 6ème ne possède pas, ont simplement été soulevés.
Tous ces problèmes feront partie d'une "banque de vécus mathématiques" qui sera certainement utile un jour ou l'autre.

3 "une ACTIVITE TRIANGLE" en classe de 5ème

La classe:

Aucune leçon de géométrie n'a encore été proposée.
Aucun rappel sur l'utilisation du matériel non plus.

L'activité a été réalisée dans une classe de 5ème de niveau faible, de 24 élèves dont 10 redoublent et 2 triplent. C'est une classe qui pose de gros problèmes de discipline, et où les élèves ne font pas régulièrement le travail demandé à la maison. Tous n'ont pas le matériel complet de géométrie.

Objectifs pour l'activité "complète":

Faire l'étude des "3 cas d'égalité" des triangles.
Voir l'inégalité triangulaire.
Faire un rappel sur le vocabulaire de géométrie(segment, droite, arc de cercle,...).
Faire un rappel sur l'utilisation du rapporteur.
Voir que la somme des angles d'un triangle est de 180 degrés.

SEANCE 1

Objectifs:

Elle va servir d'introduction à la recherche des cas d'égalité des triangles.
Faire un rappel sur le vocabulaire usuel à propos des triangles.
Revoir les mesurages d'angles.

Consignes:

"Dessine un triangle pour lequel on donne les renseignements suivants": on donne les 3 longueurs et les 3 angles sans nommer les sommets. On a donné 3 séries de mesures différentes pour que 2 élèves voisins n'aient pas le même triangle.
"Tu devras expliquer ta construction pour qu'un autre élève puisse la reproduire".

Matériel:

Feuilles blanches non quadrillées (la moitié de la page pour le dessin, l'autre pour les explications).
Tout le matériel usuel de géométrie.

Remarques :

Les élèves sont assez perturbés par le grand nombre d'informations. Faut-il toutes les utiliser ? S'agit-il de plusieurs triangles ? Les données sont-elles "dans l'ordre" ?

Pour ceux qui utilisent 1 ou 2 angles, mais mal placés, le triangle est forcément "impossible". Ils ne sont convaincus du contraire que par d'autres élèves qui eux ont réussi à le dessiner. Ils comprennent seulement à ce moment-là qu'il ne faut pas placer les angles au hasard.

Ces difficultés sont sources à discussions pouvant être riches. On peut cependant les éviter en nommant les angles et les segments.

Résultats:

1 élève ne réussit pas à faire le triangle juste.
Pour les autres: 10 utilisent les 3 côtés(2 sans compas)
9 utilisent 2 côtés + 1 angle(le bon)
2 utilisent 1 côté + 2 angles
1 ? mais le triangle est juste

Bilan en classe à partir des productions d'élèves.

"Avez-vous utilisé toutes les données ou seulement une partie ?"

Un élève explique qu'il a utilisé les 3 longueurs et montre comment il a exécuté sa construction (on fait alors le point sur la construction au compas).

"Y a-t-il d'autres façons d'aboutir au même triangle ?"

Un autre élève ayant le même triangle à dessiner indique qu'il a procédé différemment(2 côtés + 1 angle) On en profite pour faire le point sur la construction d'un angle de mesure donnée.

"A quoi peuvent servir les autres renseignements?"
A la vérification.

Conclusion:

Pour dessiner un triangle donné, on peut procéder de plusieurs manières en utilisant certaines mesures telles que longueurs et angles.

Travail à la maison:

Dessine les 2 autres triangles en n'utilisant pas 2 fois la même construction.

Commentaires:

Un seul élève repère que le plus grand côté est en "face" du plus grand angle.

L'utilisation du rapporteur IREM a été d'un grand secours. Il a été adopté par tous les élèves (même ceux qui en avait un autre).

L'utililsation du compas pour les constructions avec les 3 longueurs n'est pas spontanée. La plupart des élèves ne l'ont utilisé qu'après avoir vu que d'autres s'en servaient (réaction en chaîne).

11 élèves sur 24 ont utilisé des lettres pour nommer les sommets.

Le vocabulaire est très limité et très incorrect: trait pour segment,... Les mots "base, gauche, droite" sont souvent utilisés. 2 utilisent l'expression "arc de cercle" et aucun le mot rayon.

SEANCE 2

Un rapide rappel de ce qui a été réalisé à la séance précédente est fait à partir de la correction des exercices à faire à la maison.

"On se propose maintenant de chercher toutes les manières possibles de reproduire un triangle. Pour travailler rigoureusement, on procèdera par ordre, en partant par exemple des côtés".

Pour cette séance, ce sera les 3 cotés.

1ère Partie:

Objectifs:

Trouver le premier cas d'égalité des triangles.

Vérifier si la construction au compas est réinvestie.

Voir l'évolution du vocabulaire.

Consignes:

"Dessine, si c'est possible, un ou plusieurs triangles dont on te donne les 3 dimensions suivantes": 3 séries de dimensions sont alors proposées.

"Tu décriras ta construction".

Bilan:

Un élève montre comment il a procédé. Un autre commence par un côté différent, mais aboutit au même résultat. On en conclut que la donnée des 3 dimensions d'un triangle permet de le reproduire et qu'on peut commencer par dessiner le côté de son choix.

Résultats:

Tous reproduisent bien leur triangle, mais 2 élèves n'utilisent toujours pas le compas. 19 emploient le mot segment.

2ème Partie

"Et si on prend 3 nombres, peut-on toujours dessiner un triangle dont les longueurs correspondent à ces 3 nombres ?"

Objectifs:

Voir l'inégalité triangulaire.

Consignes:

"Dessine, si c'est possible, le triangle correspondant aux 3 nombres suivants:" 3 séries de 2 triplets sont proposées. 1 triplet "marche", pas l'autre.

"Si non, explique pourquoi".

Bilan:

La deuxième série de 3 nombres ne peut être les dimensions d'un triangle, car une des dimensions serait alors plus grande que la somme des 2 autres. Si une mesure est juste la somme des 2 autres, le triangle est alors applati.

Résultats:

Tous les élèves ont trouvé que "c'est impossible".

5 élèves le justifient par le dessin en disant qu'il n'y a pas d'intersection des arcs de cercle.

5 indiquent que la somme des 2 petites longueurs est inférieure à la grande.

Les autres parlent de mesures trop petites ou trop grandes, mais sans laisser supposer de combien.

Travail à la maison:

Dessine les 2 autres triangles "possibles" et mesure leurs angles.

SEANCE 3

On se propose ici de dessiner un triangle à partir de 2 côtés.

Objectifs:

Etudier le second cas d'égalité des triangles.
Utiliser un tableau (gestion de données).
Utiliser un graphique représentant la situation.
Voir un cas de croissance sans proportionnalité.

Consignes:

"Dessine le triangle pour lequel on te donne les longueurs de 2 côtés suivantes :" 3 séries de 2 longueurs sont proposées.

Très vite, les élèves furent embarassés par la donnée unique des 2 longueurs. ILs commencèrent par dire que c'était impossible, puis qu'on pouvait dessiner beaucoup de triangles. Cela a amené la consigne complémentaire suivante:

"Choisis le ou les renseignements qui te semblent nécessaires pour ne dessiner qu'un triangle".

Il a été demandé aux élèves ayant fini en avance de mesurer tous les angles du triangle.

Bilan:

Avec seulement 2 côtés, on ne peut pas reproduire un triangle unique. Mais si on connait l'angle compris entre ces 2 côtés, cela devient possible.(dans ce bilan, il a fallu écarter le troisième côté déjà vu à la séance précédente. De plus, aucun angle non compris entre les 2 côtés n'étant apparu, le cas aurait pu être étudié à titre de remarque).

Gestion de données:

A partir d'une des 3 séries de 2 dimensions, on a construit un tableau qu'on a rempli avec les résultats des élèves.

angle en °	
3è côté en cm	

Travail à la maison:

Vérifier les valeurs inscrites dans le tableau, et y ajouter de nouvelles colonnes de manière à obtenir un éventail complet d'angles et de longueurs.

Commentaires:

Il a été oublié d'indiquer dans la consigne, de ne pas utiliser la troisième longueur pour exécuter la construction. Plusieurs élèves l'ont donc prise comme renseignement complémentaire, et n'ont mesuré les angles qu'à titre d'exercice.

Les élèves sont très gênés par la non unicité des solutions pour la consigne initiale. Il semble que pour eux, "impossible" peut signifier 2 choses : soit ne peut pas être fait du tout, soit ne peut pas être fait de manière unique. Leur solution serait alors comme tirée au hasard et donc certainement pas la bonne. Il faut reconnaître que les élèves sont depuis toujours habitués à des questions dont la seule bonne réponse est celle cachée du professeur. Je pense qu'il convient de donner aux élèves le goût de l'exploration mathématique en les plaçant le plus souvent possible devant des situations où plusieurs voies semblent possibles, et où la marche arrière ne soit pas vécue comme un échec.

SEANCE 4

C'est la suite du travail sur les 2 côtés.

A partir du tableau à complèter à la maison, on a regroupé toutes les valeurs trouvées.

Plusieurs notions ont été abordées sans que toutes ne soient écrites dans le cours qui a suivi.

Lorsque 2 élèves n'étaient pas d'accord sur la longueur correspondant au même angle, le dessin par un troisième élève (servant alors d'arbitre) permettait de les départager. Mais très vite, certains ont fait quelques remarques permettant de trancher sans le dessin. Par exemple : si avec 50° il y avait 12 cm, et que le litige portait sur "13 cm ou 11 cm pour 40° ?", la référence à l'idée de croissance de la longueur en fonction de l'angle a permis de rejeter 13 cm.

Si on double un angle, la longueur correspondante double-t-elle aussi ? On a là un exemple où il y a croissance, mais pas proportionnalité.

Quel est le plus grand angle possible ? 180°. On a également fait remarquer que les 2 autres angles étaient alors nuls, et que par conséquent, la somme des 3 angles est dans ce cas de 180°.

Quelle est la plus grande longueur qu'on peut avoir ? On revient ici sur l'inégalité triangulaire.

Graphique: Longueur = f(angle)

On a fait le point sur les raisons des choix des unités. Pour tracer la courbe, on a également discuté des erreurs "normales" dues aux relevés des mesures. On a appris aussi à lire directement sur la courbe (avec vérification sur le dessin du triangle).

Travail à la maison:

Faire une autre représentation graphique pour les mêmes valeurs, mais en changeant l'unité pour l'axe des angles ou celui des longueurs.

SEANCE 5

A partir d'un côté.

Objectifs:

Etudier le 3ème cas d'égalité des triangles.
Construire des angles.
Vérifier à nouveau que la somme des angles d'un triangle est de 180°.

Consignes:

"Dessine le triangle pour lequel un côté a pour longueur :" 3 données sont proposées.

"Si tu as besoin d'autres renseignements, choisis-les et indique lesquels en décrivant ta construction".

Bilan:

On peut reproduire un triangle si on connait la longueur d'un côté et 2 angles (le côté étant compris entre les 2 angles).

On a fait remarquer que si on connaissait 2 angles du triangle, on pouvait aussi connaître le troisième. Les 2 angles peuvent donc être quelconques.

INSTITUTIONNALISATION Sur fiches à complèter.

Fiche Triangle:

Inégalité triangulaire.
Cas d'égalité des triangles.
Angles d'un triangle.

Fiche Angles:

Quelques catégories d'angles :
Droit, Aigu, Obtus, Plat.

Suite possible à l'activité:

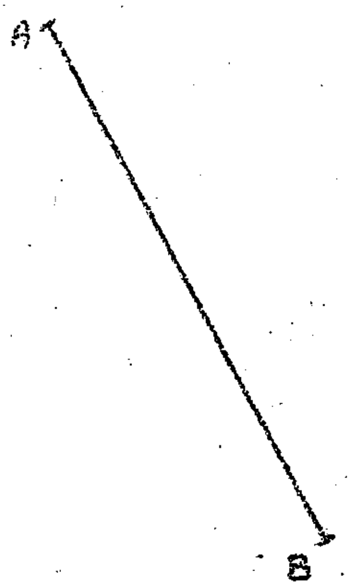
Les triangles particuliers en matière de longueurs et d'angles : isocèles, rectangle, équilatéral.

Contrôle possible:

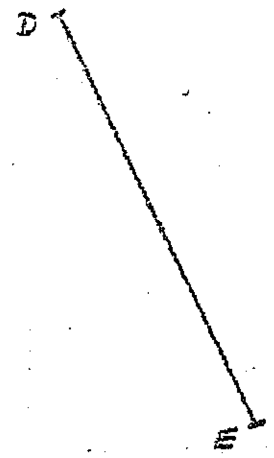
Voir contrôle joint.

nom :

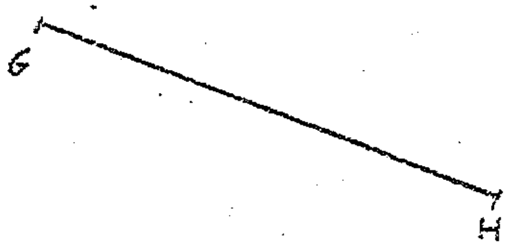
Termine le triangle ABC. AC = 6 cm
BC = 7,5 cm



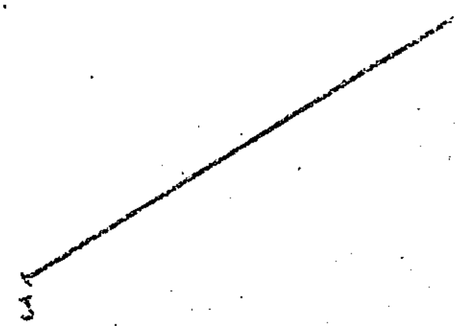
Termine le triangle DEF. $\hat{D} = 104°$
$\hat{E} = 40°$



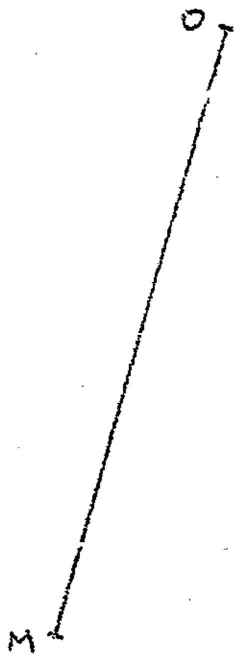
Termine le triangle GHI. $\hat{G} = 56°$
GI = 5,7 cm



Termine le triangle JKL. $\hat{K} = 65°$
$\hat{L} = 55°$

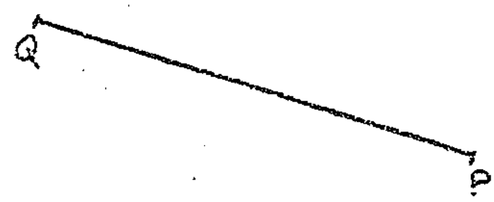


Termine le triangle MNO isocèle en O tel que MN=5,5 cm

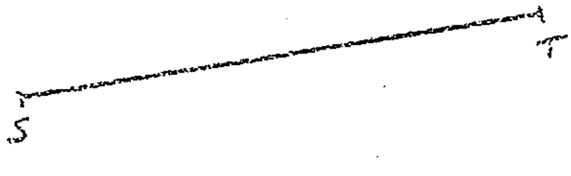


Termine le triangle PQR rectangle en (

$\hat{R} = 45°$

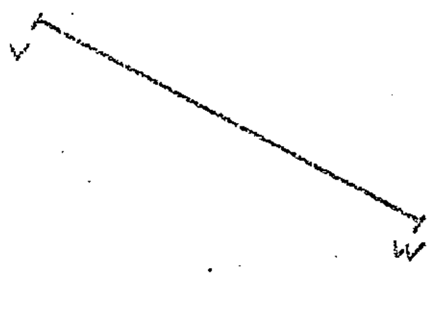


Termine le triangle équilatéral STU



Termine le triangle VWX rectangle en V

hypothénuse = 8 cm

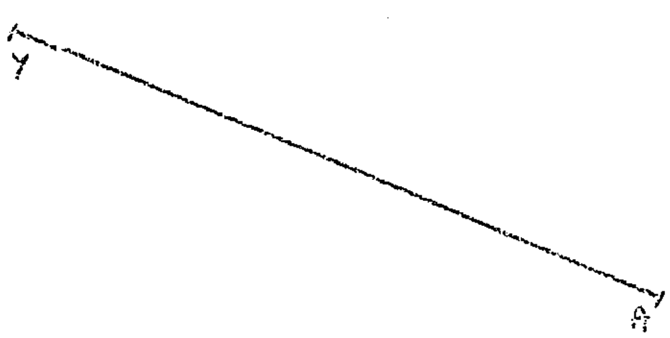


nom:

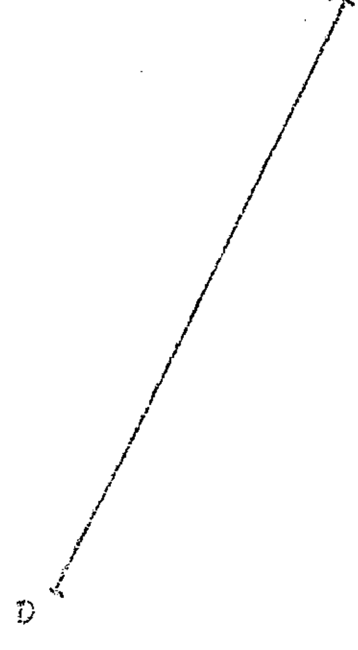
Dans chaque dessin de triangle, si tu utilises d'autres mesures que celles données, explique lesquelles et comment tu les as trouvées.

Si le dessin est impossible, explique pourquoi

Termine le triangle YZA rectangle isocèle en Z.



Termine le triangle BCD isocèle en B
$\hat{C} = 70°$



Réponse d'un enseignant à des critiques de parents relatives à la nouvelle approche du programme de 6ème

---

Le nouveau programme de mathématiques en 6e et l'"activité triangles"

L'esprit du programme, rentrée 86, demande une nouvelle approche de l'apprentissage des mathématiques en 6e. L'"activité triangles" répond à cet objectif.

Cette activité, portant sur plusieurs notions mathématiques, permet de constituer une "banque des données" de ce que "véhiculent" les élèves après le cours moyen. Cette activité permet également d'établir la progression des apprentissages, à partir du bilan de l'expérience, c'est-à-dire à partir du savoir perçu des élèves.

Elle permet de mettre en évidence : les acquis et les confusions les plus fréquentes sur des notions précises, le savoir-faire des élèves, leur préférence pour un instrument de mesure ou de tracé, les obstacles auxquels ils se heurtent le plus souvent.

Les élèves sont mis en situation de communication par écrit, afin de les inciter à formuler et à argumenter, en utilisant un vocabulaire précis et commun à toute la classe. Ils sont amenés à constater la nécessité de notions approfondies, à la nécessité d'une parfaite maîtrise d'un instrument (ex : compas, équerre, etc...)

Une notion mathématique importante, telle que "les droites perpendiculaires et leurs applications", sera étudiée ensuite, à partir de situations concrètes et variées (afin d'en entrevoir tous les aspects), plusieurs fois dans l'année.

Cette nouvelle démarche est appliquée progressivement. Elle se déroule en collaboration avec l'Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques de Paris (IREM). Les professeurs participent à 2 journées de stage.

Des difficultés existent :

- le stage d'information et d'échanges à l'IREM a une durée de 2 jours (non consécutifs) pour une année
- peu de manuels édités en 86 répondent à cette nouvelle pratique de l'enseignement des mathématiques

Une interrogation : la date de l'information sur les nouveaux programmes de 5e ?

GEOMETRIE NUMERIQUE

ACTIVITE : *" LE PUZZLE "*

A- Analyse de la situation

Objectifs : Reconnaissance et utilisation d'un modèle de proportionnalité.

1. Présentation du problème

a) description du matériel

. Le patron d'un puzzle dessiné assez gros à afficher au tableau.

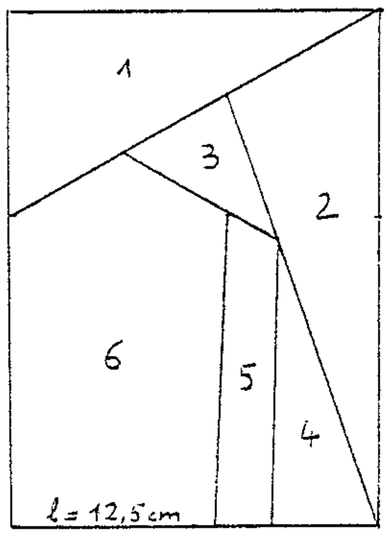
Le puzzle est constitué de pièces ayant une forme géométrique qu'on puisse construire avec les instruments habituels de géométrie. L'important est

+ qu'il y ait des triangles et des trapèzes.
+ qu'il y ait des angles droits et d'autres qui ne le soient pas.
+ qu'un côté d'une pièce coïncide avec la somme de deux autres, ou qu'un côté soit double d'un autre.
+ que sur les bords parallèles du puzzle il n'y ait pas le même nombre de pièces (cf. exemple 1 : bord gauche 2 pièces - bord droit une pièce ; bord haut 1 pièce - bord bas 3 pièces)

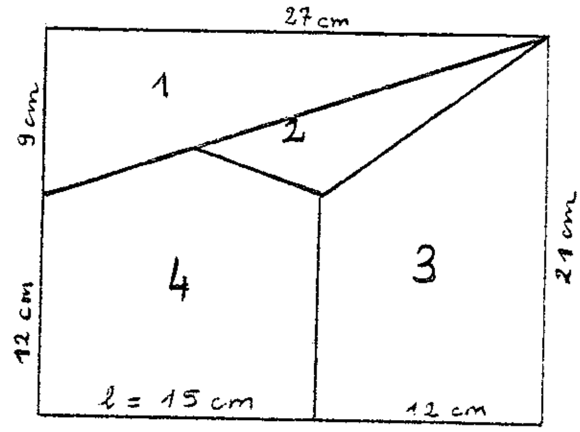
---

* Cette situation est inspirée d'une situation développée par G. Brousseau (I.R.E.M de Bordeaux).

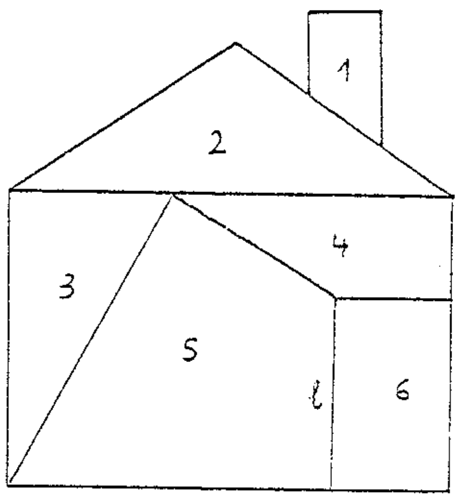
Exemples de choix possibles :



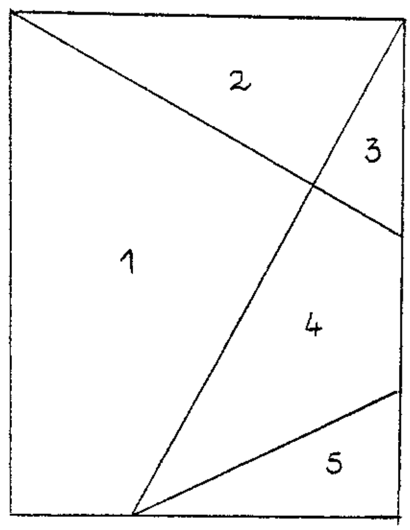
Exemple 1



Exemple 2



Exemple 3



Exemple 4

. Des exemplaires identiques du puzzle (tous de même taille) que le professeur a fabriqués et découpés, en nombre suffisant pour que chaque élève dispose d'une pièce du puzzle initial. On peut aussi distribuer à chaque élève un exemplaire du puzzle indiquant la pièce à reproduire.

. du papier de différentes couleurs en feuilles assez grandes.

b) <u>organisation de la classe et consigne</u>

L'enseignant affiche au tableau le patron du puzzle. Les élèves vont devoir reproduire des puzzles de même forme mais de tailles différentes. Pour cela ils vont se partager le travail par équipes (voir 3. Constitution des équipes). Chacun agrandira une pièce. En rassemblant les pièces d'une équipe, on aura un puzzle de même forme que le patron mais plus grand ou plus petit. Chaque équipe s'occupe d'une taille différente. Il y a une couleur par taille (et donc par équipe). Chaque élève d'une équipe reçoit une des pièces du puzzle initial de l'équipe et du papier de couleur. Tous les élèves de la même équipe ont la même couleur, les élèves de deux équipes différentes ont des couleurs différentes.

<u>consigne</u> : Vous allez fabriquer des puzzles de même forme que le modèle affiché au tableau mais de tailles différentes (plus grands ou plus petits). Vous allez vous partager le travail par équipes : chacun fabriquera une nouvelle pièce de même forme que celle dont il dispose en se servant du papier de couleur. Il y a une couleur par équipe. Quand toutes les pièces seront fabriquées, les membres d'une même équipe se réuniront pour reconstituer le nouveau puzzle.

Pour fabriquer votre pièce, on vous donne une des dimensions du nouveau puzzle.

<u>Exemples de données</u>

Exemple 1 : 4 équipes de 6 élèves

puzzle initial	rouge	vert	bleu	jaune
l = 12,5 cm	l = 25 cm	l = 10 cm	l = 6,25 cm	l = 20 cm

Exemple 4 : 5 équipes de 5 élèves

puzzle initial	violet	orange	jaune	vert	blanc
l = 9 cm	12 cm	10 cm	6 cm	7 cm	5 cm

Exemple 2 : 6 équipes de 4 élèves

puzzle initial	rouge	vert	bleu	jaune	rose	orange
l = 12 cm	24 cm	9 cm	6 cm	18 cm	20 cm	8 cm

Le choix du patron, du nombre d'élèves par équipes et des valeurs numériques est une des variables de la situation sur lesquelles le maître peut agir (cf. 2).

2. Analyse de la tâche. Comportements attendus

a) Construction des pièces.

Les élèves ont à reconnaître et à appliquer le modèle de proportionnalité. Ce modèle n'est pas indiqué du tout dans la consigne. Les propriétés suivantes sont à mettre en oeuvre :

- les angles sont conservés

- si une longueur l est somme de deux autres a et b, appelons l', a', b' les longueurs correspondant dans le nouveau puzzle à l, a, b respectivement, on doit avoir l' = a' + b'.

- à tout segment de longueur l dans le puzzle initial, il correspond un segment de longueur l' dans le nouveau puzzle.

- si un segment est obtenu par juxtaposition de k segments de longueur l, le segment correspondant est obtenu par juxtaposition de k segments de longueur l'.

Les observations que nous avons faites en CM nous permettent de prévoir que la plupart des élèves vont chercher à appliquer une règle commode du point de vue numérique (pour l'exemple 12 → 15 , la tendance majoritaire est d'ajouter 3 ; pour l'exemple 12 → 24, la tendance est de multiplier par 2). Les comportements sont analogues en 6ème s'il s'agit d'une première séance sur la proportionnalité.

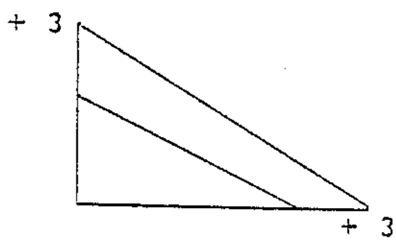
La pertinence (ou non) de leur règle apparaîtra aux élèves soit au moment de la construction de la pièce, soit au plus tard au moment de la reconstitution du puzzle : si un des élèves ne s'est pas servi de la proportionnalité, sa pièce n'a pas la même forme que la pièce de départ et le puzzle ne se reconstituera pas bien.

Influence de la forme des pièces

. On peut s'attendre à ce que les propriétés des figures ne soient pas également conservées :

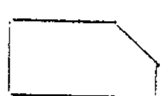
Les angles droits sont faciles à repérer et à reproduire et les élèves ont envie de les conserver. Pour les autres angles, la prise en compte explicite de leur conservation dépend du fait qu'on ait ou non abordé cette notion.

. Ainsi un triangle rectangle sera sûrement transformé en un triangle rectangle. Si les élèves appliquent une régle du type (+ 3) pour les 3 côtés en conservant l'angle droit, ils rencontrent une contradiction. Mais il se peut qu'ils se contentent de le faire pour les deux côtés de l'angle droit et joignent les points obtenus sans vérifier la longueur du troisième côté. Dans ce cas ils peuvent ne pas rencontrer de problème à la construction et ne pas s'apercevoir à ce moment là du changement de forme : il n'apparaîtra qu'à la phase de reconstitution.



. La même remarque est valable pour un trapèze rectangle ou pour un "rectangle tronqué" (Cf. figure)

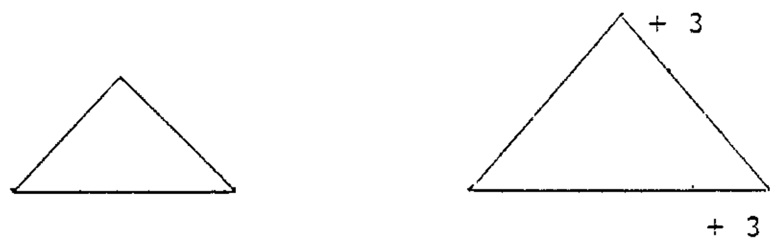
trapèze rectangle



rectangle tronqué

Cependant pour de telles pièces, l'allongement ou l'élargissement ou le changement de pente du biais se perçoivent mieux s'il y a une grande différence entre le "petit côté" et le "grand côté".

. Pour un triangle isocèle, les élèves conserveront l'égalité des côtés et ne rencontreront pas de problème à la construction en se servant d'une règle du type + 3.

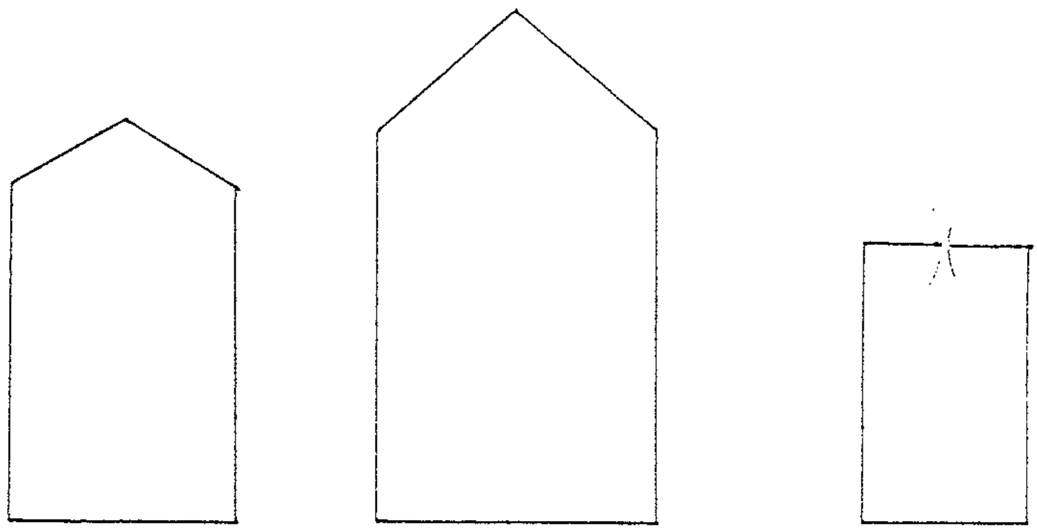


Toutefois si le décalage entre les mesures des côtés est suffisant ils peuvent s'apercevoir que le nouveau triangle "n'est pas pointu pareil".

. Pour un triangle quelconque, en connaissant les trois dimensions l'élève peut construire le triangle. Mais le changement de forme n'est pas toujours facile à repérer.

. Pour une pièce du type "petite maison". (Cf. figure), avec une procédure de type (+ 3), le changement de pente sera d'autant plus facile à repérer que la différence de longueur entre les "côtés penchés" et les côtés droits sera grande. Il se peut même que le toit ne se ferme plus.

Exemple :



12 — pièce initiale

12 → 15 — régle (+ 3) toit plus pointu

12 → 9 — régle (- 3) Le toit ne se ferme plus

<u>Influence du rapport choisi</u>. (Le rapport est choisi par le professeur mais n'est pas donné aux élèves).

Il est clair que si le rapport choisi est 2 on peut s'attendre à ce que les élèves concernés utilisent la multiplication par 2, et sans doute pour le rapport ½ la division par 2 : les doubles et les moitiés sont une référence familière des élèves. Ce rapport sera d'autant plus facile à reconnaître que les mesures données sont entières (par exemple 12 → 6 est plus facile que 12,5 → 6,25). Nous n'avons pas essayé de rapport entier autre que 2 pour une raison pratique : les pièces auraient été trop grandes.

Suivant le niveau des élèves, il peut être intéressant d'avoir recours aux rapports 2 ou $\frac{1}{2}$ pour garantir que le problème peut avoir des solutions. Mais même si les puzzles sont convenablement réalisés avec ces rapports (2, $\frac{1}{2}$), il n'est pas sûr que les élèves aient établi le lien entre le modèle proportionnel mis en oeuvre et la réussite du puzzle. D'où l'importance de faire intervenir des rapports non évidents posant le problème du choix du modèle. Pour s'assurer de l'existence de solutions au problème posé on peut aussi afficher au tableau un modèle réduit et/ou agrandi du puzzle (réalisés avec des rapports différents de ceux proposés aux élèves) et ne pas proposer les rapports 2 et $\frac{1}{2}$ qui ne posent pas vraiment de difficulté.

Pour les rapports non entiers et autres que $\frac{1}{2}$, il est à prévoir que la reconnaissance du modèle proportionnel sera beaucoup plus difficile et que les élèves auront tendance à se servir du modèle additif, quitte à tricher un peu au moment de la construction. La valeur du rapport est une variable sur laquelle l'enseignant peut agir pour adapter la difficulté du problème au degré de complexité que l'élève peut gérer.

b) <u>Reconstitution du puzzle</u>

Deux élèments interviennent dans le contrôle :

1) Si des élèves ont utilisé une règle du type (+ 3), les pièces n'ont pas gardé la même forme et le puzzle ne peut pas se reconstituer correctement. La conservation (ou non) de la forme n'est pas aisée à percevoir pour les triangles quelconques par

exemple, surtout qu'il y a souvent dans ce cas un doute sur le sens dans lequel il faut tenir la pièce.

2) Le puzzle total a une forme qu'il faut retrouver. Or nous n'avons pas le même nombre de pièces sur chaque bord : si les élèves ont appliqué un modèle additif, ils vont avoir un décalage : pour l'exemple 1, avec une règle (+ 3), le bord gauche a 3 cm de plus que le bord droit, le bas 6 cm de plus que le haut. En effet, le bord gauche est constitué de 2 segments de longueurs a et b et le bord droit d'un segment de longueur $l = a + b$; les longueurs correspondantes dans le puzzle construit sont $(a + 3\text{ cm}) + (b + 3\text{ cm}) = a + b + 6\text{ cm}$ pour le bord gauche et $l + 3\text{ cm} = a + b + 3\text{ cm}$ pour le bord droit. Cela devrait amener les élèves à prendre en compte les propriétés suivantes* :

Si une dimension d'une pièce est somme des dimensions de 2 ou plusieurs pièces dans le puzzle initial, cela doit se retrouver dans le puzzle fabriqué par l'équipe.

Si une dimension est double ou moitié d'une autre dans le puzzle initial, cela doit être vrai des dimensions correspondantes du puzzle transformé.

Il se peut que les élèves utilisent alors une procédure de "type scalaire" pour les rapports autres que 2 et $\frac{1}{2}$, laquelle met en oeuvre les propriétés ci-dessus.

Par exemple :

12 → 15
6 → 7,5
3 → 3,75
9 → 11,25
2 → 2,5
1 → 1,25

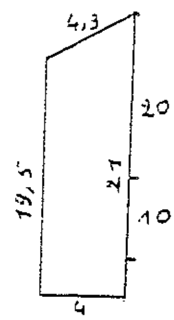
---

* Il est important de tenir compte de cette propriété au moment du choix du puzzle.

Exemple rencontré dans une classe

Un élève avait la consigne 12,5 → 20 et la pièce dessinée ci-contre.

Il a mesuré 12,5 cm sur sa pièce partout où c'était possible. Il a écrit 20 à côté, puis il a mesuré 6,25 cm et écrit 10, il lui restait à peu près 2 cm, alors il a voulu chercher ce que devenait 1 cm.



Ce qui l'a conduit à chercher le nombre qui, multiplié par 12,5 donne 20.

La recherche de l'image de 1 peut être motivée par une des mesures du puzzle initial : par exemple on connaît l'image de 12, on veut celle de 10, on cherche celle de 6, de 3, de 9, il reste à chercher l'image de 1. On peut ne pas avoir à chercher l'image de 1 pour la construction du puzzle, mais reconnaître le modèle de proportionnalité et la rechercher à ce moment là. C'est l'indice que les élèves passent à une procédure de "type fonction" : "quand on sait ce que devient 1 cm, on sait tout, il n'y a plus qu'à multiplier". C'est à ce moment que l'on peut dire que les élèves ont reconnu le modèle linéaire.

3. Constitution des équipes

On peut constituer les équipes de 2 manières :

2) Les élèves travaillant sur un même agrandissement sont dispersés dans la classe et deux élèves voisins travaillent sur des agrandissements différents.

De toute façon la première phase de construction d'une pièce donnée est une phase de travail individuel.

La première organisation devrait inciter les élèves à choisir une même règle de transformation pour toutes les longueurs : dans le cas où deux élèves ont à reproduire des pièces ayant une dimension commune.

Le contrôle est possible à l'intérieur de l'équipe dès qu'on essaie de reconstituer le puzzle, même non terminé. Ceci permettrait éventuellement de remettre en cause sans trop attendre un mauvais modèle, si les élèves ont le souci de confronter leurs propositions dans une perspective de production cohérente de l'équipe, ce qui n'est pas évident. Cette organisation peut inciter les élèves à "ajuster" les pièces par quelques coups de ciseaux judicieux.

La deuxième organisation valorise plutôt la conservation des angles : dans un premier temps, les élèves ne peuvent pas rassembler les pièces, leur réflexion et les discussions avec les voisins portent sur les relations numériques entre anciennes et nouvelles mesures et sur la conservation de la forme des pièces.

De toute façon la phase de confrontation finale est nécessaire dans les 2 cas.

4. Bilans - institutionnalisation

Un premier bilan permet de recenser les difficultés

- pour construire une pièce
- pour assembler les pièces

Il aboutit au rejet des modèles (+ a), (- a), fonction constante.

On procède à une première institutionnalisation :

1) les angles doivent être conservés

2) si dans le puzzle initial, on a $l = a + b$, dans le puzzle cherché, on aura $l' = a' + b'$.

Ce bilan est aussi l'occasion d'exposer les premiers succès ; par exemple :

- assemblage correct des pièces correspondant à la consigne $12,5 \rightarrow 25$
- assemblage partiel pour la consigne $12,5 \rightarrow 6,25$

Les élèves ne sont pas forcément en mesure d'expliquer les succès partiels, et par là même ils ne peuvent pas adapter la procédure aux autres consignes.

A ce stade, une intervention du maître peut être nécessaire pour faire repartir les élèves de ce dont ils sont sûrs. Par exemple avec la consigne $12 \rightarrow 15$, les élèves sont sûrs que chaque fois qu'on a 12 cm, il doit lui correspondre 15 cm. Il s'agit alors d'enrichir le stock des couples (a,b) dont on est sûr que b correspond à a.
Par exemple :

$12 \longrightarrow 15$
$6 \longrightarrow 7,5$
$24 \longrightarrow 30$
$30 \longrightarrow 37,5$
$18 \longrightarrow 22,5$

etc ...

Cet enrichissement peut conduire des élèves qui ont déjà travaillé avec la fonction linéaire à reconnaître qu'une telle fonction est à l'oeuvre ici et qu'il s'agit de chercher l'image de 1 pour déterminer la fonction, ou au moins les engager dans une nouvelle procédure.

Si les élèves ont une pratique de la représentation graphique, ils disposent alors d'assez de couples à reporter graphiquement. Le graphique (points alignés) peut leur permettre de reconnaître la fonction linéaire et leur donner le moyen de déterminer de nouveaux couples sans rechercher l'image de 1.

Ce premier bilan relance l'action de construction des autres puzzles.

Un autre bilan est l'occasion d'institutionnaliser le modèle linéaire comme modèle pertinent dans les agrandissements ou réductions. Plus précisément pour garder la forme d'une pièce, il faut garder les mêmes angles et prendre des dimensions proportionnelles.

B - ACTIVITE PUZZLE : Chonique dans 2 classes de 6 ème

1ère classe :

Nature de l'activité :

Reproduire un puzzle donné de 4 pièces, en agrandissement ou en réduction, par groupe de travail.

Objectifs visés :

Introduire les leçons sur la proportionnalité.

Suite aux autres activités géométriques (voir triangle), tester l'aptitude à dessiner des polygones simples quelconques, en utilisant les instruments usuels de géométrie(notamment le compas).

Un dernier objectif qui n'est pas seulement mathématique est de travailler en groupe. Cela permettra aux élèves d'apprendre à formuler entre eux des questions et des réponses. Cela permet aussi de développer chez eux l'idée de "solidarité" ainsi que de leur donner une première expérience d'exploitation des possibilités et aptitudes de chaque membre d'un groupe.

Remarque: Cette activité ne semble possible que si l'ensemble des élèves sait déjà dessiner des figures simples en utlisant la règle et le compas. En cela, l'activité sur le triangle a paru essentielle car elle a très certainement permis aux élèves de n'avoir aucune peur devant le dessin du puzzle et leur a permis également de se concentrer davantage sur les calculs du coefficient de proportionnalité et des dimensions du puzzle.

Organisation de l'activité :

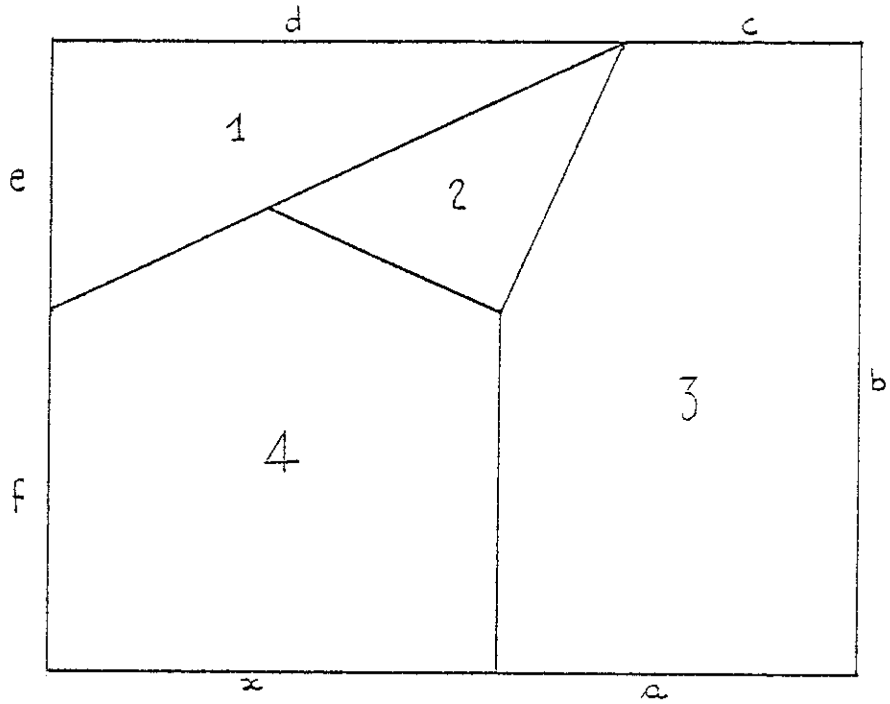
On a placé les élèves par groupes de 4 (mais on a du également constituer quelques groupes de 3).

On a donné à chaque élève un modèle complet du puzzle de départ,sur lequel ils pouvaient effectuer des mesures.

On a distribué à chaque élève une feuille blanche non quadrillée 21X29,7 , et on a tenu à disposition des élèves qui en formuleraient la demande, des feuilles de dimensions 24X34. L'idéal aurait été de ne distribuer directement que des feuilles 24X34 (mais problèmes de matériel...).

On a nommé les groupes: A, B, C, D, E et F.

On a donné les reproductions de puzzle les plus difficiles aux groupes les plus forts.



Consignes de travail:

Chaque groupe devra reproduire le puzzle dans des tailles différentes: certains groupes en agrandissement, les autres en réduction, à partir d'une dimension (ici x=12 cm) et de sa transformée.

mesures données à titre indicatif

	x	a	b	c	d	e	f
PUZZ. INIT.	12	9.6	16.8	6.4	15.2	7.2	9.6
Gr A(x0.75)	9	7.2	12.6	4.8	11.4	5.4	7.2
Gr B(x1.25)	15	12	21	8	19	9	12
Gr C (x2)	24	19.2	33.6	12.8	30.4	14.4	19.2
Gr D(x1.75)	21	16.8	29.4	11.2	26.6	12.6	16.8
Gr E (:2)	6	4.8	8.4	3.2	7.6	3.6	4.8
Gr F (x1.5)	18	14.4	25.2	9.6	22.8	10.8	14.4

Voici d'autres puzzles où toutes les longueurs ne "tombent pas juste".

(:1.2)	10	8	14	5,3...	12,6..	6	8
(:0.6)	20	16	28	10,6..	25,3..	12	16

Pour les groupes de 4 chaque élève devra faire une pièce (ici on a laissé à l'initiative des groupes la répartition des pièces).

Pour les groupes de 3, chaque élève fera une pièce, et le premier qui finira fera la 4è (ici, on a constitué les groupes de 3 avec des élèves pas trop lents).

On pourra utiliser le matériel de son choix et disposer, si c'est nécessaire, de feuilles 24X34.

On ne pourra faire appel au professeur qu'après que tous les membres d'un groupe n'aient pu résoudre un problème.

Pour une meilleure compréhension de l'activité, on a collé au tableau 3 puzzles côte à côte : un puzzle de départ, un puzzle réduit et un puzzle agrandi. On a alors remarqué que la "forme" du puzzle ne change pas. Cela nous servira de vérification pour les puzzles créés par les différents groupes.

Déroulement de l'activité :

La mise en place de l'activité a duré environ 15 minutes.

Les groupes ont ensuite travaillé 20 minutes.
Pendant ce temps, on a écrit au tableau un résumé du travail de toute la classe:

Groupe A :	12 cm 1--------->	9 cm
Groupe B :	12 cm 1--------->	15 cm
Groupe C :	12 cm 1--------->	24 cm
Groupe D :	12 cm 1--------->	21 cm
Groupe E :	12 cm 1--------->	6 cm
Groupe F :	12 cm 1--------->	18 cm

Chaque élève peut donc voir le travail à réaliser par tous les groupes.

Pendant les 20 mn d'activité, il est apparu pour toute la classe, qu'il faut trouver une règle permettant de transformer toutes les dimensions d'un même puzzle.

Les groupes A, B, D, et F ont opté pour les opérateurs (-3); (+3); (+9) et (+6). Bien entendu, ces groupes comprennent bien que leur puzzle est "faux". Il faut noter à ce sujet que les élèves qui ont fait les pièces 1 ou 2 n'ont pas eu l'impression que leur propre pièce était fausse. Néanmoins, ils ont constaté que le puzzle complet est faux, surtout à cause des pièces 3 et 4 (ils ont d'ailleurs repris les mesures et les calculs des pièces 3 et 4 pour s'assurer qu'il n'y avait pas de faute commise).

Pour les groupes C et E, les opérateurs (X2) et (:2) ont été trouvés très rapidement et ont abouti à des puzzles qui s'emboitent convenablement (le professeur a été assez vigilant sur les calculs et les mesures de ces 2 groupes, car des erreurs auraient certainement nui aux conclusions ultérieures).

Après ces 20 mn, on a arrêté le travail des groupes pour rassembler quelques résultats au tableau. On a obtenu:

Groupe A: 12 cm $\xrightarrow{(-3)}$ 9 cm. Puzzle FAUX

Groupe B: 12 cm $\xrightarrow{(+3)}$ 15 cm. Puzzle FAUX

Groupe C: 12 cm $\xrightarrow{(X2)}$ 24 cm. Puzzle BON

Groupe D: 12 cm $\xrightarrow{(+9)}$ 21 cm. Puzzle FAUX

Groupe E: 12 cm $\xrightarrow{(:2)}$ 6 cm. Puzzle BON

Groupe F: 12 cm $\xrightarrow{(+6)}$ 18 cm. Puzzle FAUX

Il apparait alors comme évident pour toute la classe que tous les opérateurs (+...) ou (-...) donnent un puzzle faux, alors que les opérateurs (X...) ou (:...) donnent un bon puzzle.

A partir de ces constatations, la suite de la séance, qui a duré environ 10 mn, consiste à trouver pour chaque reproduction l'opérateur (X...) ou (:...) qui convient.

Après quelques tâtonnements, 2 types de solutions ont été trouvées par les groupes.

<u>1ère solution:</u> l'opérateur est "multiplier" ou "diviser" par le résultat de la division des dimensions de départ et d'arrivée (ici les divisions tombaient "juste").

<u>2ème solution:</u> le groupe A a utilisé les opérateurs (:4) puis (X3). De là, on a essayé de trouver d'autres opérateurs doubles convenant pour d'autres groupes.

Pour le groupe F (12 cm ---> 18 cm) on a trouvé:
(:4) et (X6) ; (:2) et (X3) ; (:6) et (X9)
mais aussi (:12) et (X18).

Sur ces mêmes exemples, on a vérifié que l'ordre inverse des opérateurs donne les mêmes résultats.

Bilan:

Il a été tiré avec l'ensemble de la classe, en partie oralement.

On a d'abord donné un peu de vocabulaire: "dans une situation où des longueurs transformées conservent la forme d'un objet, on dit qu'il y a proportionnalité entre les longueurs de départ et les longueurs transformées".

On a ensuite résumé le travail sur les coefficients de proportionnalité: "dans une telle situation, pour calculer les longueurs transformées, on utilise un opérateur qui doit être: multiplier ou diviser par ...".

On peut aussi utiliser un opérateur "double" utilisant une multiplication et une division. Un opérateur double facile est:

ex: 12 ------------>15 qu'on note $X\frac{15}{12}$

:12. .X15

. 1 .

Quelques remarques sur l'activité :

Des problèmes concernant les mesures et les calculs se sont posés dans pratiquement tous les groupes: les mesures, faut-il les arrondir ou non ? Les élèves sont très inquiets sur la précision avec laquelle on doit faire les mesures.

Pour les calculs, faut-il également arrondir ? Les résultats du genre 15,685 cm posent de réels problèmes à tous les élèves qui ne sont pas encore à l'aise sur les nombres décimaux.

On a limité les questions en demandant aux élèves de résoudre leurs problèmes d'abord par le groupe. Il faut noter qu'aucune question sur la réalisation des pièces (lorsqu'on a déjà calculé les longueurs des côtés) n'a été posée. L'utilisation du compas a été spontanée dans tous les groupes (fruit de l'activité sur le triangle).

<u>Suite à l'activité :</u>

A partir d'exercices du même type (calculs des longueurs pour des reproductions d'objets ou de figures en agrandissement et réduction), on a écrit les résultats et les opérateurs sous forme de tableaux de proportionnalité. Bien entendu, on a donné des calculs sur les échelles. Puis, d'autres exercices plus généraux sur la proportionnalité ont été proposés, tout d'abord en tableaux à compléter. Aucun problème autre que les calculs à effectuer n'a semblé se poser. Pour éviter toute gêne, on a autorisé l'utilisation des calculatrices. On a privilégié l'écriture des opérateurs sous la forme xa/b (surtout quand les divisions a:b ou b:a ne tombent pas juste).

Par la suite, on a proposé des exercices où le premier travail sera de reécrire l'exercice sous forme de tableau. Sur l'ensemble de ces exercices, il est apparu comme "astuce" la propriété f(ax)=af(x). Pour les bons élèves, on a aussi utilisé la propriété f(x+y)=f(x)+f(y). Mais il faut dire que cette dernière règle a semé un peu la confusion dans certains esprits puisqu'on avait vu que les opérateurs (+...) ainsi que (-...) ne convenaient pas.

Comme autres applications sur la proportionnalité, on a ensuite travaillé sur les pourcentages (c'est aussi l'occasion d'apprendre les termes d'inflation, TVA, HT, TTC, ...).

<u>Remarque:</u> à aucun moment, on n'a encore donné d'exercice où il n'y avait pas proportionnalité.

L'activité sur le puzzle telle quelle a été réalisée est une façon possible d'introduire les coefficients de proportionnalité.

Mais on n'a pas assez insisté sur les propriétés fondamentales des applications linéaires :

$$F(x) + F(y) = F(x+y) \qquad \text{et} \qquad F(ax) = aF(x)$$

On est resté uniquement au niveau des constatations : tous les opérateurs " +..." et" -..." ne marchent pas, alors que les opérateurs " x..." et " :..." marchent. A aucun moment les élèves n'ont eu à argumenter sur le bien fondé de ces constatations.

Dans la suite des exercices réalisés, le savoir faire consistant à trouver une quatrième proportionnelle est acquis, mais les exercices proposés ne posent pas la question de savoir s'il y a ou non proportionnalité. Le fait qu'un tableau montrant des suites de nombres est à chaque fois donné dans les exercices, suffit à provoquer le calcul du coefficient de proportionnalité, ou éventuellement "d'astuces" permettant de calculer plus vite les termes manquants.

Et quand par la suite, on a trouvé des situations où des tableaux étaient présentés, mais où il n'y avait pas proportionnalité, un grand nombre d'élèves s'est mis à opérer des calculs de coefficient de proportionnalité. Ce qui a nécessité un retour en arrière pour expliquer la situation proposée, et il était alors clair que la non proportionnalité n'était pas saisie.

On aurait plutôt du s'appuyer sur les propriétés des applications linéaires. Tout d'abord sans orienter les recherches vers le coefficient de proportionnalité. Les élèves auraient alors certainement travaillé par "correspondances" de longueurs du type : "chaque fois que j'ai 3 cm, je dois le représenter par 5 cm" (avec toutes les questions qui ne manquent pas de se poser quand on n'a pas un multiple de 3 à représenter).

Ensuite, en laissant les élèves poursuivre assez loin leur travail sur leur puzzle, ils auraient aussi pu trouver des arguments pour prouver que certaines "transformations sont fausses", et ainsi retrouver les résultats sur le coefficient de proportionnalité. Bien entendu, on aurait passé plus de temps sur l'activité, mais avec ce type de travail, la proportionnalité commence très probablement à prendre du sens.

On n'a pas intérêt à trop écourter la phase d'action dans une activité pour gagner du temps, les élèves devant avancer assez loin dans leur projet, sous peine de passer à côté de l'essentiel.

Cela permettra d'avoir récolté suffisamment d'éléments pour que lors du bilan (indispensable) de fin de séance, il y ait matière à une discussion fructueuse et argumentée. L'organisation de ce bilan reste toutefois à la charge du professeur.

2è CLASSE

Antécédents

Le nouveau programme de 6ème était en cours d'expérimentation dans cette classe; les nombres proportionnels et les èchelles avaient été traités en Décembre et Janvier puis utilisés à diverses occasions par la suite.

Mise en place de l'activité par l'enseignant

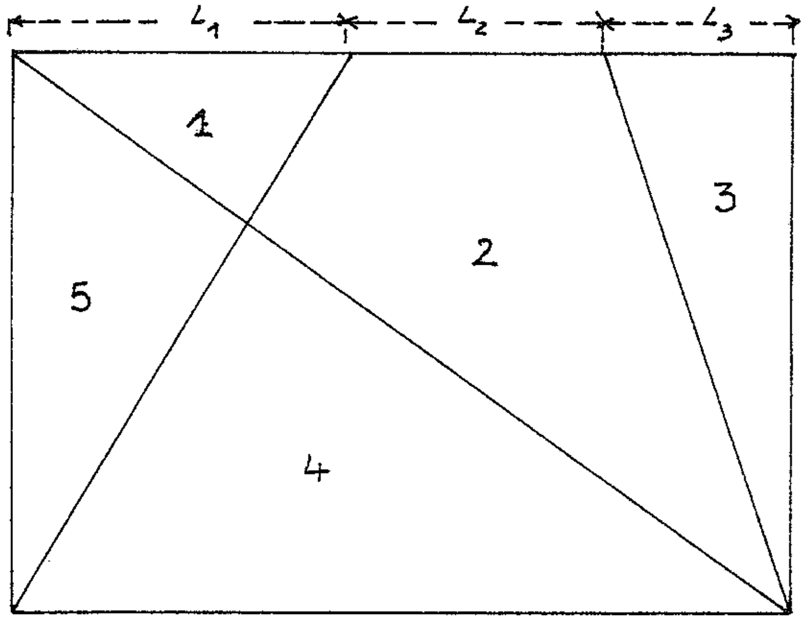
Les élèves sont à leur table habituelle dans la classe; ils ont leurs instruments de géometrie et des ciseaux. Ils reçoivent:

- une feuille de couleur qui correspond à la pièce à reproduire
- une feuille non quadrillée avec le dessin et la consigne écrite ci-dessous:

$\ell_1 = 9\,cm$

$\ell_2 = 7\,cm$

$\ell_3 = 5\,cm$



Par équipe vous allez fabriquer un nouveau puzzle de meme forme et de taille différente;
voici les dimensions du nouveau puzzle:
- pour ceux qui ont du papier violet l_2 =9cm
- pour ceux qui ont du papier orange l_3 =6cm
- pour ceux qui ont du papier jaune l_1 =6cm
- pour ceux qui ont du papier vert l_2 =5cm
- pour ceux qui ont du papier blanc l_3 =3,5cm

Consigne orale : chacun fabrique une pièce du puzzle ; ensuite, les élèves qui ont la même couleur de papier rassembleront leurs pièces pour reconstituer le puzzle.

<u>Reprise du problème par les élèves</u>

Pour tous les élèves, il s'agit bien d'agrandir ou réduire le puzzle ; on rappelle qu'ils possèdent tous un exemplaire du puzzle initial.
Suivant la pièce qu'un élève a à reproduire et l'information qu'elle contient il va pouvoir ou non engager une procédure.

3 éventualités se produisent:

1) la pièce à reproduire contient un segment de longueur l_i et la consigne se refère à cette même longueur ; par exemple : pièce 1 et puzzle jaune, pièce 2 et puzzle violet ou puzzle vert...
Les élèves construisent leur pièce sans poser de question.

2) la pièce à reproduire (pièce 4 ou pièce 5) ne comporte aucune indication de longueur ; dans la consigne ils ont privilégié la contrainte de couleur et ont interprèté la consigne au besoin au terme d'un échange avec l'enseignant ; par exemple : pour le puzzle jaune, une longueur de 9cm dans le puzzle initial doit mesurer 6cm dans le nouveau puzzle ; de même pour le puzzle vert, une longueur de 7cm dans le puzzle initial doit mesurer 5cm dans le nouveau puzzle.
Cette interprètation leur a permis de construire une nouvelle pièce.

3) la pièce à reproduire contient un segment de longueur l_i et la consigne se refère à une autre longueur ; par exemple : la pièce 2 dans laquelle l_2=7cm et le puzzle est ni violet ni vert.
Pour certains élèves il y avait contradiction dans les données : tout se passe comme si les l_i désignaient des segments et non des longueurs et les élèves concluent que si on dispose de la pièce 2 on peut construire une pièce violette ou une pièce verte mais non d'une autre couleur.
Pour ces élèves le problème a été reformulé à la suite d'une discution avec l'enseignant.

Bilan

1°) Après 3/4 d'heure de cette séance, ont obtient 15 bonnes pièces et 10 pièces mauvaises ou absentes

* Pour les 15 bonnes réalisations :

-11 élèves ont réussi leur pièce en procédant de la façon suivante :

.4 élèves ont calculé une échelle

.5 élèves ont calculé des quatrièmes proportionnelles ou ont fait un tableau de proportionnalité.

.2 élèves qui avaient les pièces 3 ou 4 se sont servis d'une dimension qui se transformait bien et de la conservation des angles.

Remarque :

Parmi ces 11 élèves, 4 se sont servis des angles pour fabriquer leur pièce, d'autres s'en sont servis pour vérifier que leur pièce etait bonne.

-3 élèves ont réussi leur pièce en procédant de la façon suivante : ils ont découpé leur longueur initiale en un nombre entier n de l_i puis ont reporté n fois le l' correspondant à leur couleur ; avec la longueur restante qui etait inferieure à l_i ils ont utilisé la proportionnalité.

-1 élève a fait une bonne construction sans donner d'explications ; il avait la pièce 3 orange (triangle rectangle dont les 2 côtés de l'angle droit mesuraient respectivement 5 et 15cm et on donnait la transformation de l_3=5cm).

* Pour les 10 autres cas :

-3 élèves ont réalisé une mauvaise pièce car ils ont employé une technique qui était bonne au départ mais incorrecte par la suite : ils ont reporté les l'_i autant de fois que l_i pouvait se reporter dans leur dimension initiale en nombre entier de fois mais le reste, inférieur à l_i, a été mal traduit :

a) soit ce reste était considéré comme"petit" ; il a alors été reporté tel quel.

b) soit ce reste n'etait considéré comme "quantité negligeable" ; les élèves ont alors respecté la consigne de réduction ou d'agrandissement de façon qualitative mais non quantitative.

Remarque :

Les angles n'ayant pas été pris explicitement en compte et les longueurs étant apprximatives, les pièces n'ont donc pas pu s'emboiter correctement.

-3 élèves ont fait une pièce fausse sans donner d'explications.

-2 élèves ont utilisé un modèle additif(on enlève ou on rajoute p cm suivant les données).

-2 élèves n'ont rien réalisé ; les dessins qu'ils ont tentés leur ont fourni des pièces déformées qu'ils n'ont pas osé découper.

2°) Autre séance de 3/4 d'heure

Les 15 élèves qui avaient de bonnes pièces font un travail autonome sur un sujet différent du puzzle et on redonne le travail à refaire aux 10 autres élèves sans explications complémentaires mais avec la possibilité d'en demander à l'enseignant. Les élèves ont pu aussi entre les deux séances discuter avec d'autres personnes des méthodes et des pièces obtenues.

On constate alors les résultats suivants :

-6 élèves réussissent en utilisant alternativement conservation des angles et proportionnalité des mesures.

-3 élèves tâtonnent et finissent par entrevoir une bonne solution ; ils ne donneront leur pièce qu'au cours suivant.

-1 élève ne s'en sort toujours pas contrairement aux attentes de l'enseignant.

Remarques d'ordre général

a) La formulation de la consigne telle qu'elle a été donnée n'est pas satisfaisante ; si on la donne sous la forme: 9cm --> 6cm ou sous la forme de tableau, compte tenu des habitudes des élèves le problème risque de se déplacer vers un traitement des écritures, oubliant ainsi la signification géométrique de départ.

On pourrait la donner sous la forme : une longueur de x cm dans le puzzle initial doit mesure y cm dans le nouveau puzzle, formulation qui,en attribuant des valeurs particulières à x et y, ont permis à certains élèves de démarrer leur travail ; l'objectif est de se convaincre que la donnée d'un couple particulier (x ,y) détermine pour chaque x connu, le y correspondant.

b) Le modèle proportionnel ou l'échelle n'a été perçu que par 12 élèves sur 25.

c) La conservation des angles n'a été utilisée que 8 fois (3 fois sur 5 pour la pièce 2).

d) 2 élèves seulement ont utilisé la méthode additive ; ils ont bien remarqué que la forme ne convenait pas...mais il fallait produire quelquechose !

CETTE ACTIVITE, PLACEE DANS UN CONTEXTE DIFFERENT DE CELUI DE LA 1ére CLASSE, EST TRES RICHE CAR :

-elle utilise la proportionnalité ou les échelles

-elle nécessite l'utilisation des instruments de géométrie sans l'intervention de l'enseignant

-elle impose le fait de savoir construire des figures géométriques dont les caractéristiques sont en partie choisies par l'élève d'où l' interêt pour eux de faire un choix judicieux.

-elle permet de constater qu'une valeur approchée doit être utilisée "avec précaution" c'est à dire qu'il faut juger avant toute approximation "l'erreur admissible".

-et aussi....elle peut se faire avec des élèves plus ou moins intéressés par les choses mathématiques étant donné que le résultat demandé est un "produit matériel fini adéquat"et non "un truc qui fera plaisir au prof parce que c'est comme ça..."

-... il y a certainement d'autres raisons que chacun découvrira suivant sa propre expérience.

C- ACTIVITE : *" LE PUZZLE "* Classe de 3 ème
(25 élèves ; Séance : 1 h.)

1) PRESENTATION DE L'ACTIVITE

Il s'agit de reproduire le puzzle de telle sorte que la juxtaposition soit possible, pour cela on essaiera de respecter la forme des pièces proposées. Dans la classe, des groupes de 4 élèves sont constitués sans intervention du professeur; dans chaque groupe chaque élève a pour tâche de reproduire une des pièces du puzzle.

Dans chaque groupe, à chaque élève on donne :

- une feuille sur laquelle figure le modèle du puzzle, ainsi que les conditions de réalisation du puzzle modifié
- une feuille de couleur qui va permettre le découpage.

Conditions de réalisation du puzzle modifié :

sur le modèle on a particularisé un segment, [AB]. Selon les couleurs proposées ce segment est associé à un segment dessiné sur la feuille " modèle ". Pour tout renseignement l'élève dispose d'une représentation du segment associé au segment choisi dans le modèle.

2) ANALYSE DE LA TACHE

Les moyens de résolution dont les élèves disposent à cette période de l'année sont de trois types :

- numérique :

1) à partir des mesures des segments pris pour base de la construction proposée, *construction d'une échelle* puis détermination des mesures de tous les autres segments du puzzle par utilisation de *suites proportionnelles.*
2) à partir des mesures des segments pris pour base de la construction proposée, et de la mesure systématique de tous les segments du puzzle *construction de suites proportionnelles sans évocation de la notion d'échelle.*

-géométrique :

utilisation systématique de la propiété de THALES à partir du report sur le puzzle initial du segment choisi pour base de la reproduction.

-"géométrico-numérique" :

à partir du report sur le puzzle initial du segment choisi pour base de la reproduction, évaluation du *rapport de projection* puis détermination des mesures des autres segments grâce à l'utilisation de cette notion.

3) OBSERVATIONS FAITES A LA SUITE DE CETTE MANIPULATION

1 - Tous les groupes disposant des instruments habituels de dessin (régle graduée, rapporteur, compas), sur les 6 groupes mis en place, 5 ont choisi un support numérique pour la reproduction des pièces du puzzle.

Au segment [AB] on a associé la mesure de sa longueur, puis on a mesuré la longueur du segment choisi comme modèle pour la reproduction du puzzle.

2 - Tous ces groupes se sont ensuite orientés vers l'utilisation de la proportionnalité, formulée de 2 façons :

- 3 groupes ont cherché à déterminer *" l'échelle de reproduction "*
- 2 groupes ont construit des tableaux de proportionnalité du type :

12	9	10	3
5	x	y	z

La détermination des valeurs de, x, y, z, s'est faite à partir de relations du type :

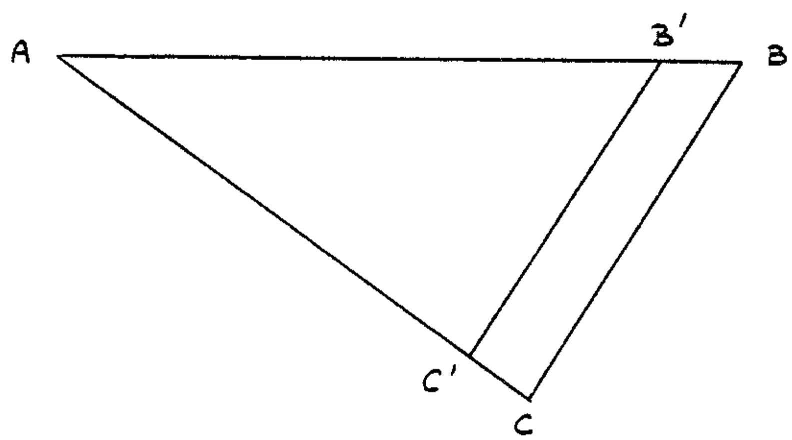
$$12*x = 9*5 \ ; \ 12*y = 10*5 \ ; \ 12*z = 3*5$$

3 - Un seul groupe n'a pas cherché à exploiter à partir de la proportionnalité les mesures des segments définis comme base de la reproduction proposée.

-Les segments [AB] et [A'B'] ont été superposés,

-de B' on a mené une parallèle au côté du triangle à reproduire

mes [AB] = 9 cm ; mes [A'B'] = 8



A ce niveau de la reproduction il semblait qu'une utilisation de la propriété de THALES allait être mise en place, en fait il n'en a rien été. Un des élèves du groupe a cru bon de faire remarquer :

" pour passer de la mesure du segment [AB] à celle du segment [A'B'], on retire 1cm, il suffit alors de retrancher 1cm, aux mesures des différents côtés du triangle."

Une confrontation a alors eu lieu entre cette règle qui semblait emporter l'adhésion des élèves du groupe, et la construction effectuée au début.

Cette confrontation a mis en évidence une contradiction entre les deux démarches, car la mesure du segment [CC'] n'était pas du tout de 1cm.

C'est le modèle additif qui l'a emporté.

Alors que les pièces construites à partir de cette règle ne convenaient pas du tout, la conviction a été tellement forte que les erreurs ont été attribuées à une mauvaise qualité du découpage, des mesures, mais à aucun moment la méthode employée n'a été mise en cause.

Dans ce cas précis, la règle numérique a pris tout de suite un statut de loi dont la véracité ne pouvait pas être mise en doute, même par un dessin construit avec soin.

4) PROCEDURES DE CONSTRUCTION - DE JUSTIFICATION

Pour les groupes ayant procédé à des déterminations des mesures des segments à partir de grandeurs proportionnelles les constructions se sont faites à partir :

- du *COMPAS* exclusivement pour la plupart d'entre eux.

  Dans ce cas certains se sont même imposés une vérification relative à la forme des pièces à l'aide du *RAPPORTEUR* : les élèves ont alors mesuré les angles des pièces du puzzle puis celles des angles correspondants des pièces reproduites.

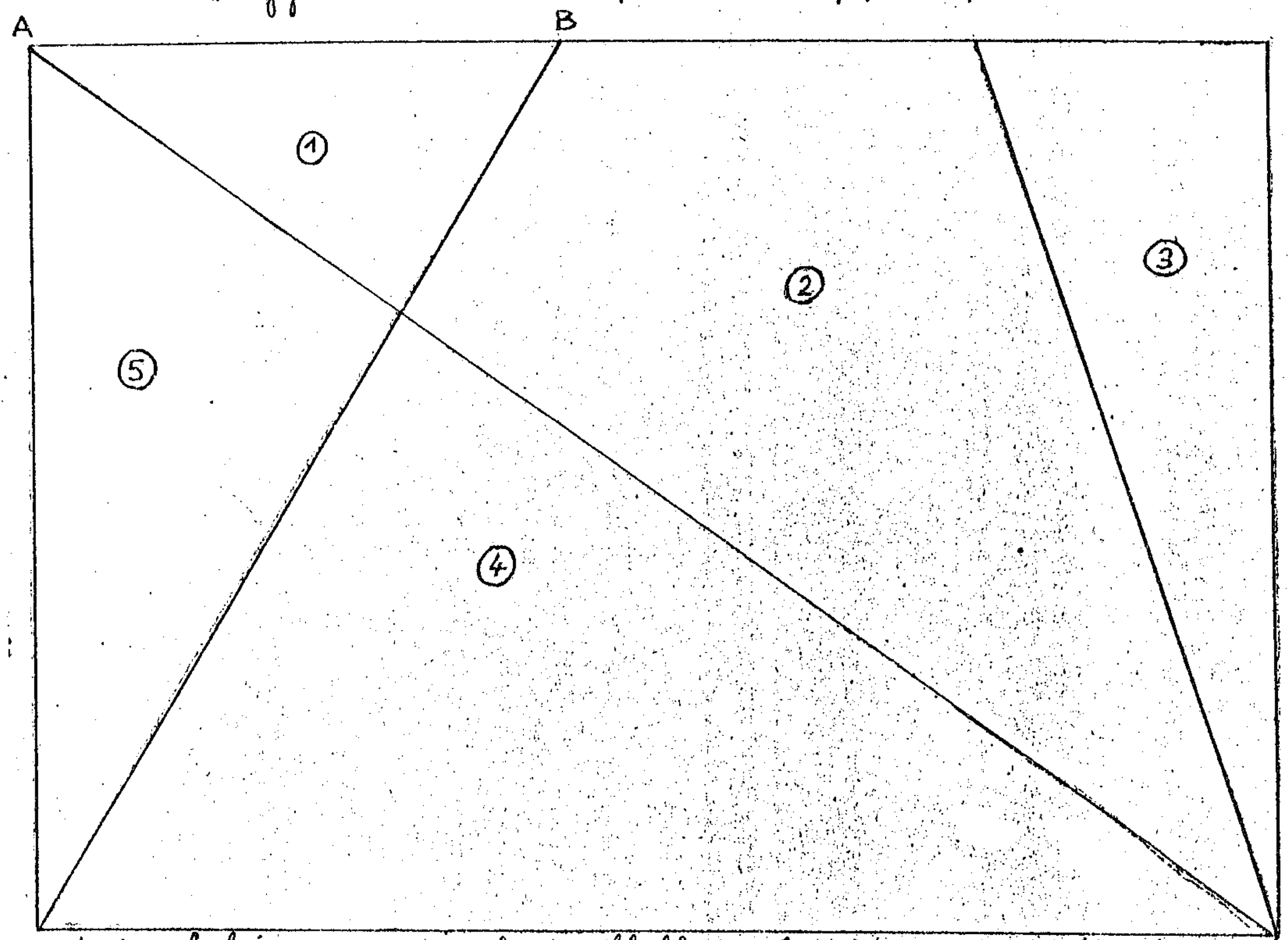
- du *COMPAS* et du *RAPPORTEUR* pour un seul groupe: un triangle a été construit en utilisant la mesure d'un angle et la longueur de deux côtés.

  Cette construction a d'ailleurs donné lieu également à une vérification à l'aide du rapporteur car l'un des côtés avait été mal reproduit par suite d'une erreur de dessin.

Dans tous les cas de reproduction deux procédures de justification sont apparues comme le plus communément répandues :

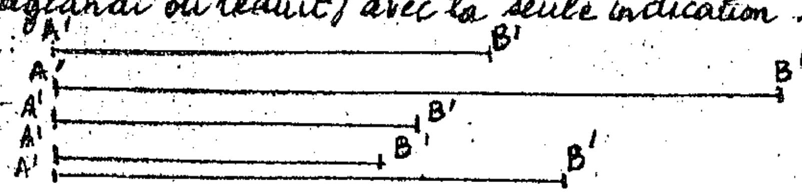
- la *JUXTAPOSITION*
- la *MESURE des ANGLES*
  - asściée à la juxtaposition afin de mettre en évidence les défauts de pièces ne permettant pas un assemblage correct du puzzle.
  - utilisée seule et dans ce cas évoquée avant la juxtaposition.

Voici un puzzle dont on a repéré les cinq pièces par leur numéro.



vous devez fabriquer un puzzle semblable à celui-ci (agrandi ou réduit) avec la seule indication suivante

- couleur rouge : [AB] du puzzle initial devient [A'B'] tel que :
- " grise :
- " bleue :
- " orange :
- " verte :



GEOMETRIE

SYMETRIE AXIALE

A- MISE EN PLACE

La mise en place de la symétrie axiale a été précédée de nombreuses activités qui ont permis :

- de prendre appui sur les connaissances antérieures des élèves,
- d'opérer une institutionnalisation précise et régulière des configurations qu'ils seront amenés à rencontrer,
- d'amener les élèves à avoir recours eux-mêmes, aux notations usuelles : la nécessité de désigner, un triangle par les noms des trois sommets, un ensemble par une lettre plutôt que par une périphrase, se fait sentir par exemple dans les situations de communication (sans intervention de l'enseignant)

L'organisation des activités a été faite à partir de règles qui ont été clairement definies aux élèves :

- ***la durée des activités*** a été fixée entre 30 et 40 mn, le reste de la séance étant consacré à une synthèse, sur le cahier de cours, des résultats obtenus.

- ***le matériel mis à la disposition des élèves*** est suffisamment important pour que chacun puisse disposer de l'instrument de son choix.

- ***l'évaluation*** porte sur deux points précis :
  - les représentations graphiques
  - les résultats ayant fait l'objet de synthèse sur le cahier de cours.

Ces activités ont permis de construire :

- ***des triangles particuliers*** : rectangle, isocèle, équilatéral. Sur le cahier de cours il a été écrit : "le triangle isocèle a un axe de symétrie" (i. e. si on plie suivant la hauteur relative à la base, les deux triangles obtenus sont superposables).

- ***la médiatrice d'un segment*** : sur un calque dessiner un segment, plier le calque afin que les extrémités du segment se superposent, dessiner la droite correspondant à la ligne de pliage : "c'est la médiatrice du segment".

Ces activités ont permis de mettre l'accent sur les notions de :

- milieu, perpendiculaire.
- comparaison entre les distances de points du plan aux extrémités du segment.
- construction à la règle et compas de la médiatrice d'un segment.
- définition et propiétés de la médiatrice d'un segment.

- *Exemples d'activités* :

> *Ex. 1* : Dessiner un triangle dont un axe de symétrie est imposé sur la feuille ainsi que la longueur d'un des côtés. Envoyer un message à un coéquipier afin qu'il puisse reproduire un triangle superposable au sien.

Remarque : il s'agit d'une situation de communication qui oblige l'élève à préciser son action, à la transmettre de façon complète et aussi avec une certaine concision.

> *Ex. 2* : Dessiner, sur une feuille blanche un cercle et une droite qui ne coupe pas le cercle. Représenter un cercle superposable au premier par pliage suivant la droite.
>
> Recommencer avec une droite qui coupe le cercle. *Le recours au calque est prohibé* : il faut construire le deuxième cercle.

Depuis le début de l'année jusqu'à la mise en place des activités relatives à la symétrie axiale,

- 15 h ont été consacrées à :

- *l'utilisation des instruments* tels que compas, équerre, rapporteur...
- *la construction et la reproduction de triangles*, triangles particuliers, triangles définis avec les hauteurs, les médiatrices...
- *la mise au net*, des définitions et des configurations à retenir sur cahier de cours.

- 13 h ont été consacrées à :

- *notion d'axe de symétrie*
- *symétrie axiale* : constructions, activités dirigées en classe, définitions, étude de quadrilatères particuliers, recherche de polygônes particuliers admettant un ou plusieurs axes de symétrie.

B- <u>REINVESTISSEMENT DES ACQUIS</u>

<u>Test sur feuille</u> *(réalisé après une longue période pendant laquelle on n'a parlé ni de symétrie, ni de médiatrice ; cette période peut s'évaluer à 3 mois)*

Ce test a été proposé à une classe de 25 élèves.

- I -

Sur une feuille, placer deux points, A et B. Dessiner en bleu les points du plan qui sont plus près de A que de B, et en rouge les points du plan qui sont plus près de B que A ; tous les points du plan doivent etre coloriés.

- II -

Sur une autre feuille :

1) Représenter le trapèze ABCD tel que
AB = 4 cm, mes $\widehat{A}$ = 90°, mes $\widehat{B}$ = 90°, AD = 5 cm, BC = 7 cm.

2) A l'aide des instruments de géométrie, construire les points A' et B' symétriques respectifs de A et B par rapport à la droite (DC).

3) Quelle est la forme de la figure ABB'A' ? Justifier la réponse à l'aide de résultats ou de propriétés vus dans le cours.

4) Comparer les aires des trapèzes ABCD et A'B'CD (on ne demande pas de les calculer)

BILAN de ce test :

- pour -I- (les feuilles utilisées sont celles des élèves, donc quadrillées)

- ***20 réussites :***

- les points A et B sont en général placés sur des lignes de la feuille (sauf 2 élèves qui les ont placés "de travers". Ils ont d'autre part bien mis en évidence la médiatrice, il aurait été préférable semble-t-il, de demander la réalisation de cette activité sur papier non quadrillé)
- la plupart des élèves commencent par placer des points autour de A et B, puis demandent discrètement l'autorisation de dessiner des hachures.
- ils dessinent alors la "séparation" au crayon puis hachurent les deux demi-plans.

- 5 echecs :

- 1 tracé incorrect de la médiatrice, décalage d'un carreau.

- 2 n'ont pas placé les points A et B et ont partagé le plan en s'inspirant, certainement des travaux des voisins. Ils ont toutefois colorié les deux demi-plans.

- 2 ont colorié par moitié le plan, les points A et B étant correctement placés, mais la frontière des deux demi-plans n'est pas la médiatrice.

- pour - II -

1) toutes les constructions de trapèzes sont correctes.

2) ***12 réussites*** parmi lesquelles :

- 2 élèves construisent les symétriques de A et B en reportant angle et longueur dans l'autre demi-plan de frontière (DC).

- 10 élèves construisent les symétriques de A et B à l'aide de la médiatrice.

- <u>pour la 3° question</u> parmi ces 12 élèves

- 8 répondent correctement mais de façon incomplète (on considère les côtés obliques du trapèze et l'on oublie de justifier le parallélisme de (AA') et (BB')).
- 2 donnent des réponses incomplètes
- 2 ne répondent pas.

- <u>pour la 4° question</u> parmi ces 12 élèves

- 10 répondent correctement en parlant de la superposabilité dûe à la symétrie
- 2 ne donnent pas de réponse.

3) ***13 echecs*** parmi lesquels

- 8 élèves reproduisent ABCD "à la suite" de ABCD c'est à dire qu'ils tracent dans l'autre demi-plan de frontière (DC), deux perpendiculaires à (DC) en D et en C puis reportent sur celles-ci les longueurs AD pour obtenir A' et CB pour obtenir D'.

Ces élèves ont encore en memoire le "pliage" et la superposition de points suivant ce pliage.

- 3 élèves n'ont rien fait.

- 1 élève construit un dessin symétrique par à la perpendiculaire en C à (BC).

- 1 élève dessine les deux trapèzes "tête-bêche" c'est à dire en formant avec ABB'A' un rectangle de 12 sur 4.

C- *TESTS ET CONTROLES PROPOSES LORS DE L'ETUDE DE LA SYMETRIE AXIALE*

On propose aux élèves une feuille blanche sur laquelle figure le texte suivant :

Voici un cercle ; à l'aide des instruments de géométrie, et éventuellement de votre cahier de cours, retrouver son centre. Expliquer et justifier votre méthode avec précision.

BILAN de ce test :

- ***20 reussites*** sur 24 élèves parmi lesquelles

  - 7 constructions d'un triangle inscrit et des 3 médiatrices des 3 côtes de ce triangle.
    (4 élèves justifient leur construction)

  - 6 constructions d'un triangle rectangle inscrit dans le cercle (à l'aide de l'équerre), puis recherche du milieu de l'hypoténuse à l'aide du double décimètre.
    (3 élèves justifient la position du centre par une phrase)

  - 4 construisent la médiatrice d'une corde et cherchent, en mesurant le milieu du segment limité par le cercle sur la médiatrice. (1 seul élève construit la médiatrice de nouveau segment pour en obtenir le milieu).
    (pas de justification)

  - 3 élèves construisent avec l'équerre un rectangle inscrit et trouvent le centre du cercle comme point d'intersection des deux diagonales.

- ***4 echecs*** parmi lesquels :

  - 2 élèves construisent une corde qui pour eux représente un diamètre puis déterminent son milieu à l'aide du double décimètre.

  - 1 élève donne une construction incorrecte des médiatrices d'un triangle inscrit dans le cercle.

  - 1 élève construit un rectangle circonscrit au cercle, mais sa construction n'aboutit pas.

On propose aux élèves une feuille blanche sur laquelle on lit le texte suivant :

> 1°) Construire un rectangle ABCD tel que
> AB = 5 cm, BC = 3 cm.
> Expliquer la construction. Quels sont les périmètre et aire de ABCD ?
> Calculer l'aire de BCD.
>
> 2°) Construire le point C' symétrique de C par rapport à (BD). Indiquer sur le dessin la construction.
> Quelle est la forme du triangle CDC' (justifier).
>
> 3°) Pour quels triangles ou quadrilatères la droite (BD) est-elle axe de symétrie ?
>
> 4°) Calculer le périmètre de BCDC' (en justifiant le calcul) et le comparer à celui de ABCD.
> Calculer l'aire de BCDC'(en justifiant le calcul) et la comparer à celle de ABCD.

BILAN de ce test

- Ce test a été évalué par une note chiffrée sur 20 :

  - 16 élèves ont obtenu une note entre 10 et 15 sur 20.
  - 8 élèves ont obtenu une note entre 6.5 et 9.5 "

- *Toutes les constructions sont* **bonnes**, mais les élèves ont encore des difficultés à expliquer une construction de façon "rentable". Les justifications attendues mettant en jeu la symétrie axiale sont absentes et les remarques relatives aux longueurs semblent plutôt inspirées par le double décimètre.

- Des confusions entre *"isocèle"* et *"équilatéral"*.

- Pour le 4° peu de calculs ont été justifiés :

  - 6 élèves traitent globalement la question par la symétrie
  - 2 élèves continuent à faire une confusion entre la notion d'aire et celle de périmètre, bien que les études de ces notions aient été faites au préalable ("puisque les deux rectangles ont la même aire, ils ont le même périmètre ! ")

D- AUTRES TESTS PROPOSES :

Soit [AB] un segment dont la longueur est 10 cm.

1°) Tracer à la règle et au compas, la médiatrice de [AB].
Placer un point C dans le demi-plan dont la frontière est la médiatrice de [AB] et qui contient le point A.
Placer le point D tel que la médiatrice de [AB] soit aussi la médiatrice de [CD].
Comparer les distances suivantes :
CA et CB, DA et DB, CA et DB.
Que peut-on dire des droites (AB) et (CD) ? Justifier.

2°)Soit M un point de la médiatrice de [AB]qui n'est ni sur [AB] ni sur [CD] ; que peut-on dire du triangle MAB, du triangle MCD ?

BILAN de ce test

Ensemble assez bien réussi :

- pour 5 élèves les points A,B,C,D, sont alignés , mais bien construits
- 7 élèves rappèlent les résultats de cours sur les comparaisons de longueurs.

Tracer deux droites sécantes non perpendiculaires (D) et Placer deux points distincts A et B sur
1°) Représenter à l'aide des instruments de géométrie les points A' et B', symétriques de A et B par rapport à (D).
2°) Représenter le symétrique de par rapport à (D). Justifier.
3°) Soit N un point de [A'B'] et N' son symétrique par rapport à (D). Donner deux constructions de N'.
4°) Existe-t-il sur la figure des points dont les symétriques sont confondus avec eux-mêmes ? Si oui lesquels ?

BILAN de ce test

9 bonnes constructions dont 2 implicites, 12 mauvaises, 2 non réalisées.

E- QUELQUES CONCLUSIONS TIREES DE CES TESTS :

- Il semble plus raisonnable de s'en tenir à des **tests courts** : 1/2 de travail effectif, afin que les élèves aient le temps matériel de soigner les figures et les constructions demandées.

- Il est aussi très important de laisser aux élèves, **le temps de réfléchir** pour se justifier.

En conséquence le travail demandé aux élèves à réaliser à la maison est souvent constitué de constructions . Ce travail se présente alors comme une phase introductive pour les notions qui sont ensuite étudiées en classe .

Exemple

Représenter autant de sortes de quadrilatères que vous voulez qui admettent au moins un axe de symétrie.
(minimum 5 sortes)

- Beaucoup de constructions ont été faites par tâtonnement, mais dans tous les cas elles ont conduit à de bons résultats.
L'impact du travail de préparation à la maison, de dessin à l'aide de papier calque, de reproduction de personnages de bandes dessinées et de leur symétrique s'est révélé très fort.
Il y a une grosse part d'**implicite** dans les constructions réalisées par les élèves qu'il ne faut pas ignorer, et qu'il est bon de prendre en compte.

- La notion d'axe de symétrie est en général mal perçue :

- *pour le triangle isocèle associé à son axe de symétrie*, l'ensemble est en général bien assimilé.

- *une figure quelconque qui possède un axe de symétrie* est en général visualisée comme deux moitiés qui se superposent par pliage, plutôt qu'une figure globalement invariante par symétrie axiale.

- Les élèves de 6ème sont confrontés à un problème de **langage** :

- les activités qui mettent en place des situations de "communication" ont été un révélateur de la distance qui peut exister entre *le langage écrit et la langage parlé.*

- les activités qui mettent en place des situations de "construction-justification" ont été quant à elles un révélateur de la distance qui peut exister entre :

- le langage véhiculé par les élèves que l'on pourrait qualifier de *"langage spontané"*

- le langage utilisé lors de la formulation d'une définition ou d'une propriété mathématique, que l'on pourrait qualifier de *"langage mathématique"*.

- L'introduction de nouveaux concepts est une activité qui ne peut se faire que de façon très progressive. Sa mise en place ne saurait être compromise par des évaluations prématurées.

Il est bon de s'assurer qu'une notion est maitrisée et peut être réinvestie dans un cadre autre que celui qui a permis son approche.

Afin de permettre cette appropriation des différents concepts par les élèves deux types d'évaluation peuvent être mis en place :

- une évaluation régulière des travaux effectués en classe, cette *évaluation formative* permettant d'apprécier le degré d'assimilation d'un concept.

- une évaluation beaucoup moins fréquente, une toutes les trois semaines, cette *évaluation sommative* permettant de dresser un bilan des connaissances.

Ces différentes remarques conduisent tout naturellement à la nécessité de définir un contrat didactique,

1) ***Apprentissage de la lecture d'énoncés*** au cours de séances d'exercices : l'enseignant peut définir ainsi ses exigences relatives au "sens des notions mathématiques utilisées".

2) ***Apprentissage de la rédaction d'une solution :*** l'enseignant peut ainsi définir ses exigences relatives à "la qualité de rédaction" (clarté, concision...)

3) ***Apprentissage de la présentation .***

SYMETRIE ORTHOGONALE ET NANORESEAU EN 6ème

L'enseignement concernant les symétries orthogonales a été pratiqué en alternance avec un travail traditionnel sur papier et un travail sur nanoréseau.
Les feuilles numérotées de 1 à 6 proviennent dù bulletin inter-IREM sur le suivi scientifique 85-86.
Les logiciels utilisés ont été les suivants :
-un logiciel IREM "point-jaune-point-rouge" qui provient de la Commission inter-IREM "Logiciels et Pédagogie" et qui est susceptible d'être amélioré après expérimentation ; il contient les activités 1 à 7.
-le logiciel "symétries, translations" provenant de la valise 2 (CEDIC NATHAN).
-le logiciel "cocottes" édité par le C.N.D.P. et faisant partie de la disquette "Ensembles logiques".
-le logiciel "Joligones" reçu par la valise 1.

Phase 1

Travail sur papier et avec le magnétoscope.

OBJECTIFS

Découvrir par l'image la notion d'axe de symétrie dans le plan, de plan de symétrie dans l'espace.

CONSIGNES

1) Sur papier

-Sur une feuille de calque dont les faces sont numérotées 1 et 2 faire un dessin sur la face 1 ; plier la feuille en deux ; on obtient une droite "de pliage" qu'on appelle D ; par transparence , reproduire ce dessin afin qu'en dépliant la feuille on obtienne sur la face 1 deux dessins identiques mais retournés, superposables par pliage suivant la droite D.

CONCLUSION:ON DIT QUE LA DROITE D EST UN AXE DE SYMETRIE POUR LES DESSINS DE LA FACE 1 DE LA FEUILLE DE CALQUE.

PUIS :DEFINITION DE LA NOTION D'AXE DE SYMETRIE D'UNE FIGURE.

2) Au magnétoscope

- Visionnement des films du C.N.D.P.: EFFETS MIROIR.
Les élèves notent leurs observations au sujet de ces films ; un bilan est fait en classe.

Phase 2

Travail sur papier.

OBJECTIFS

Faire reconnaître, en ayant la possibilité de vérifier par pliage ou à l'aide du papier calque, la présence d'un axe de symétrie dans une figure.

CONSIGNES

On donne la feuille n°1 et on demande de :
- découper chaque dessin suivant les pointillés
- classer ces dessins en deux catégories :
  1) avec axe(s) de symétrie
  2) sans axe de symétrie .

Phase 3

Travail sur nanoréseau.

OBJECTIFS

Recherche de la position de l'axe de symétrie qui agit comme "transformateur point par point" du dessin produit par l'élève ; cet axe aura des positions différentes suivant le n° de l'activité.

CONSIGNES

3 activités de même type :

L'élève pilote un point jaune à l'aide des touches directionnelles du clavier pour faire le dessin qu'il souhaite ; l'ordinateur dessine simultanément en rouge les symétriques des points jaunes par rapport à un certain axe ; il s'agit, en manipulant les points jaunes, de comprendre comment l'ordinateur place les points rouges. Les dessins sont sortis sur imprimante et l'élève doit tracer les axes de symétrie correspondants.

Activité 1 : l'axe est vertical
Activité 2 : l'axe est horizontal
Activité 3 : l'axe est oblique.

Phase 4

Travail sur papier.

OBJECTIFS

Reconnaître sans pliage et sans calque la présence d'un axe de symétrie.

CONSIGNES

En classe :
On donne aux élèves la feuille n°2 et la feuille n°3 ; il faut :
- mettre un S sous les figures qui ont un axe de symétrie et tracer l'axe.
- préciser pour les autres figures pourquoi il n'y a pas d'axe de symétrie.

A la maison :
Complèter la feuille 4 (jeu des erreurs).

Phase 5

Travail sur papier puis sur nanoréseau.

OBJECTIFS

Mise en évidence de l'axe de symétrie "MEDIATRICE".

CONSIGNES

1) Sur papier :

Complèter la feuille 5 à l'aide des instruments de géométrie et expliquer les constructions.

2) Sur nanoréseau:

- Logiciel "symétries et translation".
L'écran présente un quadrillage. Des carrés de ce

quadrillage sont coloriés en bleu, une des droites formant ce quadrillage est repérée en rouge. A l'aide du crayon optique l'élève doit pointer les carrés symétriques des carrés bleus par rapport à la droite rouge.

- Logiciel "Cocottes".
Parties 1 et 2 : on "regarde" la construction point par point du symétrique d'une cocotte en papier, puis on "constate" les effets produits sur cette cocotte par des symétries dont les axes sont choisis par les élèves ; l'éventail du choix est restreint à trois axes dont deux sont verticaux et l'autre est horizontal.

- Logiciel "IREM".
Activité 6 : un axe de symétrie est tracé sur l'écran ainsi qu'une cible coloriée en vert ; l'élève pilote un point jaune et l'ordinateur lui associe le symétrique rouge par rapport à l'axe ; le but est de piloter le point jaune de façon à ce que le symétrique rouge atteigne la cible verte.

Activité 7 : un triangle est sur l'écran ainsi qu'une cible ; l'élève pilote un point jaune qui ne peut pas sortir du triangle; il s'agit de choisir la position d'un axe de symétrie afin que le symétrique rouge du point jaune atteigne la cible.

INSTITUTIONNALISATION :

DEFINITION ET CONSTUCTION A L'AIDE DES INSTRUMENTS DE GEOMETRIE DU SYMETRIQUE D'UN POINT PAR RAPPORT A UNE DROITE.

Phase 6

Travail sur nanoréseau puis sur papier.

OBJECTIFS

Montrer la conservation des distances, des angles et des aires dans une symétrie orthogonale.

CONSIGNES

1) sur nanoréseau avec le logiciel IREM.

Activité 4 : un axe de symétrie est sur l'écran ainsi que deux points jaunes et leurs symétriques rouges. L'élève pilote un des points jaunes et lorsqu'il appuie sur la touche ENTREE le segment d'extrémités les points jaunes se dessine en jaune ainsi que son symétrique rouge. On peut obtenir autant de segments que l'on veut sur l'écran.

Activité 5 du logiciel IREM : un axe de symétrie est sur l'écran ainsi que trois points jaunes et leurs symétriques rouges ; deux de ces points se pilotent ; lorsque l'élève appuie sur ENTREE se dessinent le triangle jaune et le triangle rouge puis l'intérieur de chaque triangle se hachure dans sa couleur.

2) sur papier :

Travail de construction à l'aide des instruments de géométrie :

- construction de symétriques de points attachés à une figure particulière , ces symétriques forment eux aussi une figure particulière.

- construction de figures admettant un certain nombre d'axes de symétrie.Polygones réguliers.

INSTUTITIONNALISATION :
PROPRIETES DES SYMETRIES ORTHOGONALES : ELLES CONSERVENT LES DISTANCES, LES ANGLES ET LES AIRES.

Phase 7

Travail sur papier ou sur nanoréseau

OBJECTIFS

Réinvestissement des propriétés des symétries orthogonales dans différentes situations.

LES CONSIGNES SONT CELLES QUE L'ENSEIGNANT CHOISIT

1) sur papier

On est alors en mesure de demander des justifications ou des argumentations à propos de :

-recherche d'axes de symétrie dans des figures comme celles de la feuille 6 ; tracés de ces axes.
-constructions de figures à l'aide de symétriques
-égalités de distances, de mesures d'angles, d'aires lorsque la symétrie est en jeux

car les élèves ont maintenant la possibilité d'utiliser les propriétés des symétries orthogonales aussi bien dans le cadre géométrique que dans le cadre arithmétique.

Un exemple d'énoncé de test est proposé à la fin de cet exposé.

2) sur <u>nanoréseau</u> :

On peut tester le réinvestissement des nouvelles aquisitions avec les logiciels suivants :

- Logiciel "Cocottes".
Dans la partie 3 du logiciel, une cocotte verte (antécédent) et une cocotte rouge (image) sont dessinées ainsi que deux droites verticales et une droite horizontale ; l'élève doit indiquer la suite des symétries par rapport à chacune de ces droites qu'il est nécessaire d'effectuer afin que la cocotte verte se superpose à la cocotte rouge.

-logiciel "Joligones".
Utilisation des angles pour construire des polygones réguliers ayant un nombre de côtés fixé.

OBSERVATIONS FAITES PENDANT LE DEROULEMENT DE CES SEQUENCES

A) Les élèves étaient dans l'ensemble très <u>volontaires et très actifs</u> lors de cette suite d'apprentissage c'est à dire au cours des phases 1 à 5. En effet :

- ils avaient à effectuer un travail sur papier qui était à la portée de tous ; chaque élève était capable de s'approprier la la consigne et d'entreprendre les travaux demandés sans que l'enseignant ait besoin d'intervenir.

-le travail sur nanoréseau bénéficiait du label "jeux" donc les élèves se mettaient à leurs postes avec l'envie de bien faire "pour gagner".

Remarques :

1) les manipulations étaient simples : pilotages de points à l'aide des touches directionnelles sur un écran dépouillé (activités du logiciel IREM) ou utilisations du crayon optique dans un quadrillage (logiciel sur "symétrie et translation") ou désignations de droites par un chiffre afin de réaliser une symétrie par rapport à cette droite indicée (logiciel "cocottes").

2) l'activité 7 du logiciel IREM qui consitait à choisir un axe de symétrie afin que le symétrique rouge d'un point jaune atteigne une cible verte était un exercice difficile du fait que le point jaune ne pouvait être déplacé qu'à l'intérieur d'un triangle représenté sur l'écran. De nombreux essais furent nécessaires pour bien placer l'axe (presque toujours oblique) et réussir à atteindre la cible ; l'aspect jeux a donné, ici encore,

une surprenante persévérance aux élèves qui habituellement n'en n'avaient pas beaucoup...

3) Avec le logiciel "cocotte", l'implication des élèves était moins entière qu'avec les autres logiciels car on demandait plus d'observation et moins d'action ; l'élève se sentait plutôt spectateur qu'acteur.

B) La construction du symétrique d'un point sur papier blanc à l'aide des instruments de géométrie a été assez vite adoptée, peut-être à cause des IMAGES MENTALES qui venaient de se former au cours des différentes activités proposées:

- Image"PLIAGE" dûe au dessin sur calque de la phase 1

- Image"MIROIR" dûe au film de la phase 1

- Image"RETOURNEMENT" dûe, d'une part aux travaux sur feuille dans les phases 4 et 5 , en particulier le travail sur la feuille 4 du "jeu des erreurs", d'autre part à ce que l'on voyait sur les écrans lors des séquences de représentation de symétriques de figures ; ces représentatons étant commandées par l'élève (logiciel "Symétries et translations de la phase 5") ou commandées par l'ordinateur (logiciel"cocottes" parties 2 et 3 de ce logiciel).

BILAN

Après de nombreux exercices de construction de symétriques de figures réalisés en classe, à la maison puis en contrôle, il semblait que les élèves maîtrisaient au moins le dessin.
Les propriétés des symétries avaient été utilisées pour justifier des égalités de mesures ou pour éviter de faire deux fois la même mesure ; par exemple : lorsque la longueur d'un segment était connue, on utilisait la propriété de conservation de longueur pour exprimer la longueur du segment symétrique. L'utilisation de ces propriétés n'étaient pas encore familière à tous les élèves mais permettait à la majorité d'entre eux d'argumenter leurs réponses auprès des camarades ou de l'enseignant.

L'usage des symétries avait été volontairement abandonné pendant deux mois par l'enseignant. Le test suivant a alors été donné :

TEST

1)
Dessiner un quadrilatère A B C D sachant que :
$\widehat{A} = 90°$ $\widehat{D} = 90°$ AB = 5cm AD = 4cm DC = 9cm
- Expliquer rapidement la construction
- Quel est le périmètre de A B C D ? (on pourra mesurer si le texte ne donne pas suffisamment

d'indications). Dire comment vous trouvez ce périmètre.

2)
Construire les symétriques de A et de D par rapport à la droite (BC) ; on appelle A' et D' ces points.
Quelle est la forme du quadrilatère A'B C D'? Expliquer pourquoi on obtient cette figure.

3)
Donner, sans mesurer, le périmètre de la figure A B A'D'C D .Dire comment vous trouvez ce périmètre.

(Les aires n'avaient pas été assez travaillées et ne pouvaient, à cette date, faire l'objet d'une question 4).

<u>RESULTATS: Sur 22 élèves</u>

<u>Pour le 1)</u>

DESSIN :
- 20 bonnes constructions ; les explications sont en français plus ou moins correct mais la construction est bien faite.
- 2 constructions incorrectes car les angles $\hat{A}$ ou $\hat{D}$ ne mesurent pas 90° mais 87° ou 92° donc les bases du trapèze ne sont pas tout à fait parallèles.

PERIMETRE :
- Les mesures sont correctes mais les unités sont parfois oubliées dans les réponses.

<u>Pour le 2)</u>

DESSIN :
- 15 bonnes constructions des symétriques A' et D' à partir des 20 "bons" trapèzes ; elles sont faites à l'aide de :

<u>équerre et compas</u>(8 figures)

<u>pliage de la feuille</u>(6 figures) ; cette technique a dû être acceptée car elle n'était pas interdite par le texte

<u>rapporteur et règle graduée</u>(1 figure) ; l'élève a mesuré les angles $\hat{B}$ et $\hat{C}$ du trapèze initial, a reporté ces mesures de l'autre côté de (BC), puis a mesuré 5cm et 9cm pour obtenir les points A' et D'.

- 2 mauvaises figures dûes aux 2 dessins faux du trapèze initial ; mais les contructions des symétriques sont correctes par rapport au dessin initial (utilisation du report des angles et des longueurs dans l'un des dessins, utilisation de l'équerre et de la règle graduée dans l'autre).

On retrouve ici les images mentales du pliage, de l'effet miroir ou du retournement.

- 5 mauvaises constructions dont :

2 qui représentent en fait une symétrie centrale par rapport au milieu de [BC] sans que ce point soit dessiné, une grande droite (BC) est pourtant tracée.

1 où le symétrique de A est bien dessiné avec la règle et l'équerre mais on a voulu que (DD') passe par B. Le quadrilatère B A' D' C n'a pas été tracé.

1 où est construit un trapèze rectangle B C D' A' avec des angles droits en B et C ; l'élève s'est aperçu de son erreur car il a écrit sur sa copie : "j'ai dû me tromper car les trapèzes devraient être pareils".

1 qui est dûe à une mauvaise mesure de l'angle B dans le trapèze initial(95° au lieu de 135°) ; la figure obtenue est un trapèze rectangle en A' et D', non superposable à A B C D, dans laquelle BA' = 5cm, (CD') est parallèle à (BA'), mais CD' ne mesure pas 9cm.

On constate donc, à cette période de l'année, que l'image "symétrie orthogonale" ne s'est pas trop estompée car même dans les constructions incorrectes, on cherche au moins à obtenir une figure superposable à la figure de départ.

FORME ET PERIMETRE :
- 15 + 2 dessins corrects des symétriques, les réponses sont du style suivant :

> "A'B C D' est un trapèze parce que nous n'avons rien changé nous avons seulement fait son symétrique ."
>
> "Elle forme un trapèze rectangle car c'est la symétrie orthogonale du trapèze rectangle A B C D ", puis, "son périmètre est le même que le premier trapèze rectangle car c'est son symétrique et que le symétrique d'un trapèze ou de n'importe quelle figure a tout qui correspond avec l'autre (angle, longueur, aire, volume)"

Remarque : nous n'avions encore pas étudié de géométrie dans l'espace mais dans le film "Effets miroir", on rencontrait des images de symétriques de volumes par rapport à des plans.

On trouve des argumentations sous cette forme :

> "Le périmètre est le même que celui de la 1ère figure puisque c'est la symétrique de la 1ère figure."
>
> "...c'est pareil car c'est symétrique c'est superposable."

"Son périmètre est le même que celui de l'original."

Enfin, il y a aussi cette élève qui avait fait une très bonne construction "à la règle, à l'équerre et au compas" et qui mesure le périmètre de son trapèze A' B C D'; elle trouve 23,9cm alors que son résultat du 1° etait 23,5cm ; elle écrit : "ça devrait être pareil, j'ai dû bouger en dessinant ".

Pour le 3)

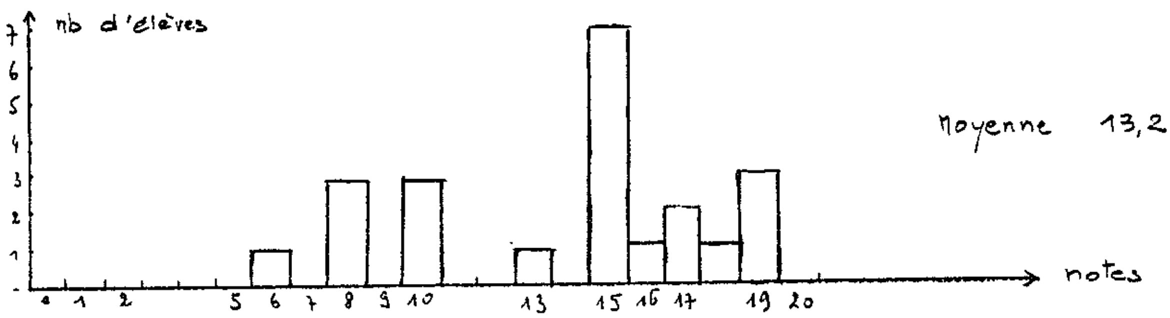
Parmi les 17 élèves qui avaient bien construit les symétriques :

- 7 résultats sont justes
- 7 résultats sont faux (périmètre de A B C D doublé)
- 1 résultat n'est pas donné car l'élève n'a pas compris de quelle figure il était question
- 2 copies ne traitent pas la question par manque de temps.

Quant aux 5 autres élèves, on relève :

- 2 calculs faits avec un bon raisonnement
- 2 calculs où le périmètre de A B C D est doublé
- 1 calcul non fait par manque de temps.

L'évaluation chiffrée correspond à l'histogramme suivant :

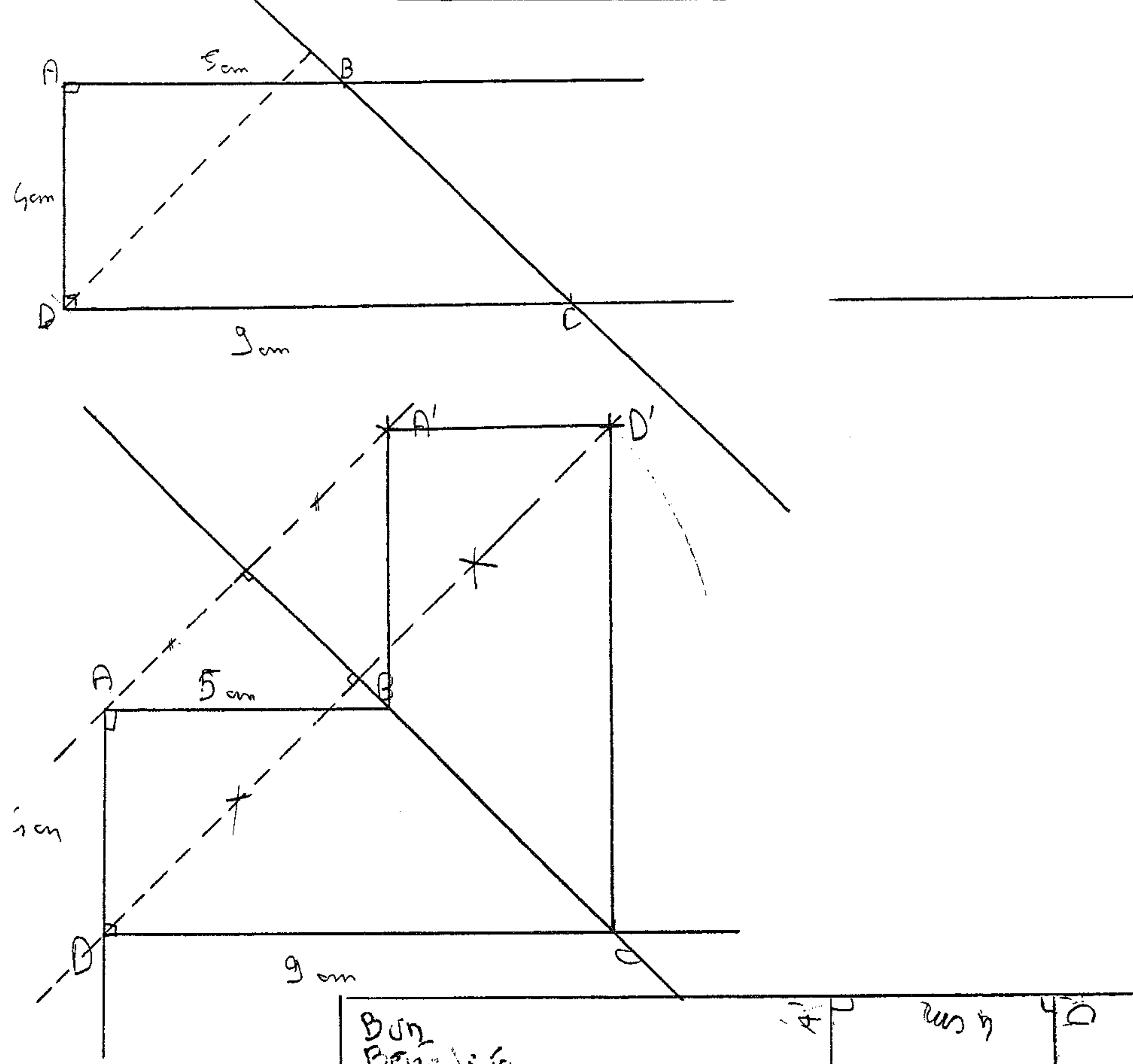


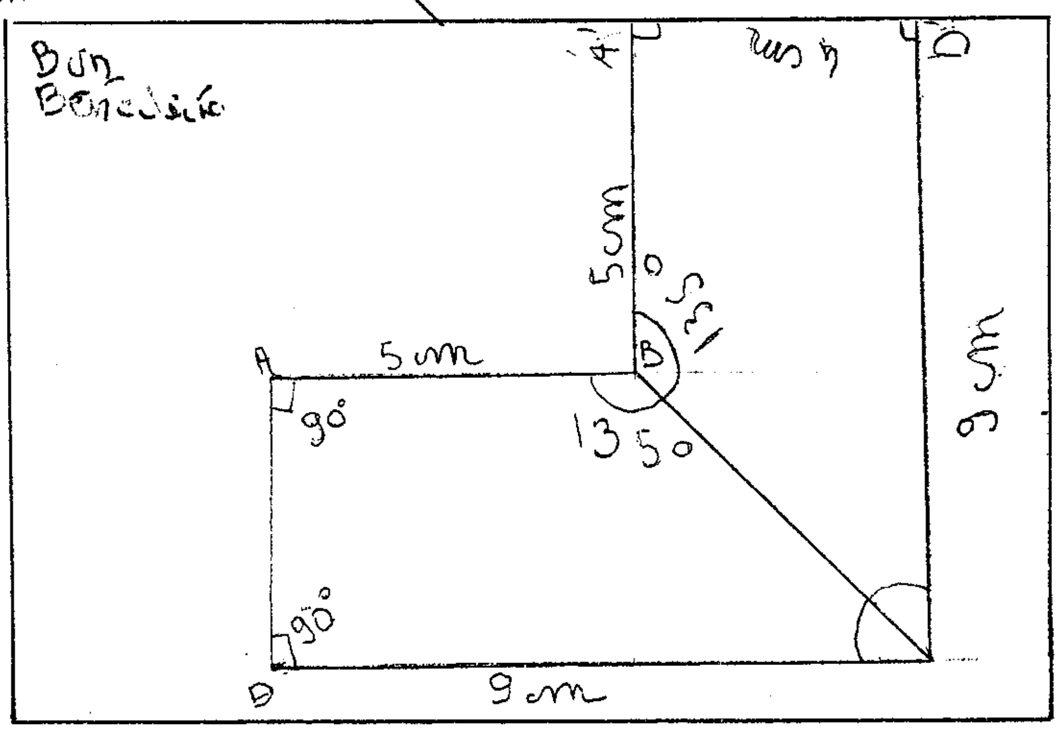
CONCLUSION

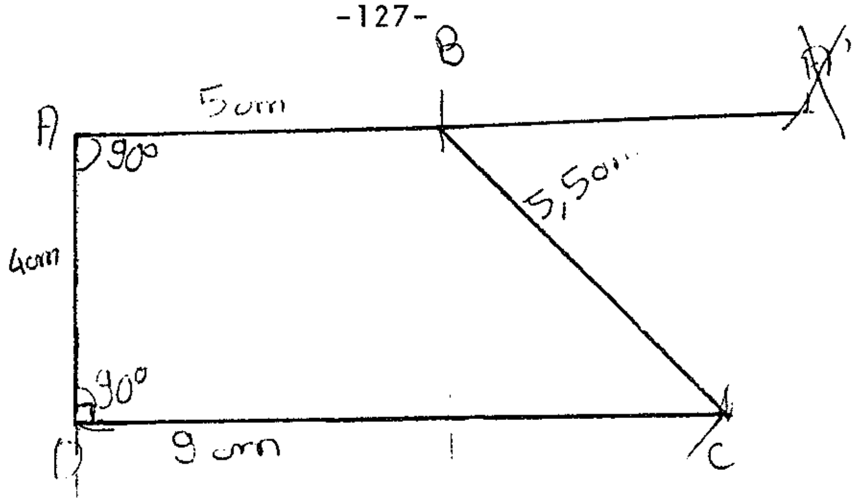
A cette époque de l'année, les résultats paraissent dans leur ensemble très satisfaisants. Ceux-ci peuvent s'expliquer par le fait que la classe est en général ouverte et réceptive ; cette aptitude a été développée tout au long de l'année par des "activités de communication" ; l'intérêt suscité par ces activités était le moteur d'un désir de prolongement sous forme de travail personnel à la maison.

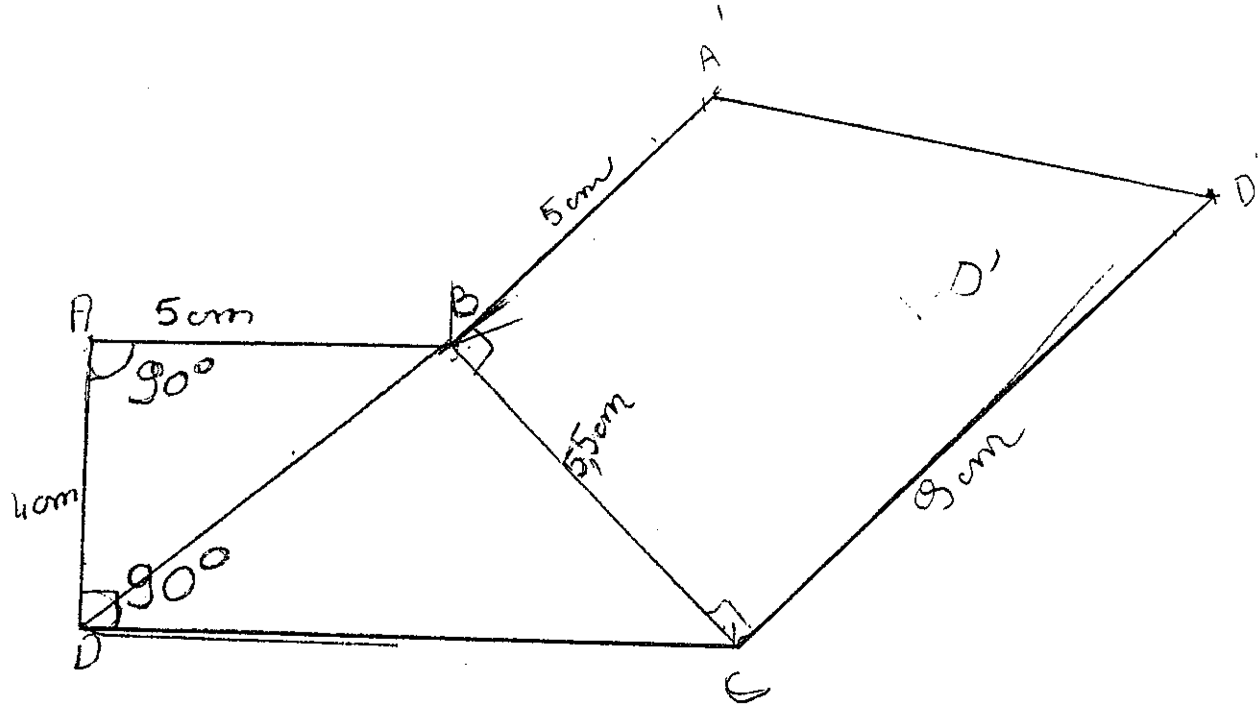
Exemples de travaux d'élèves

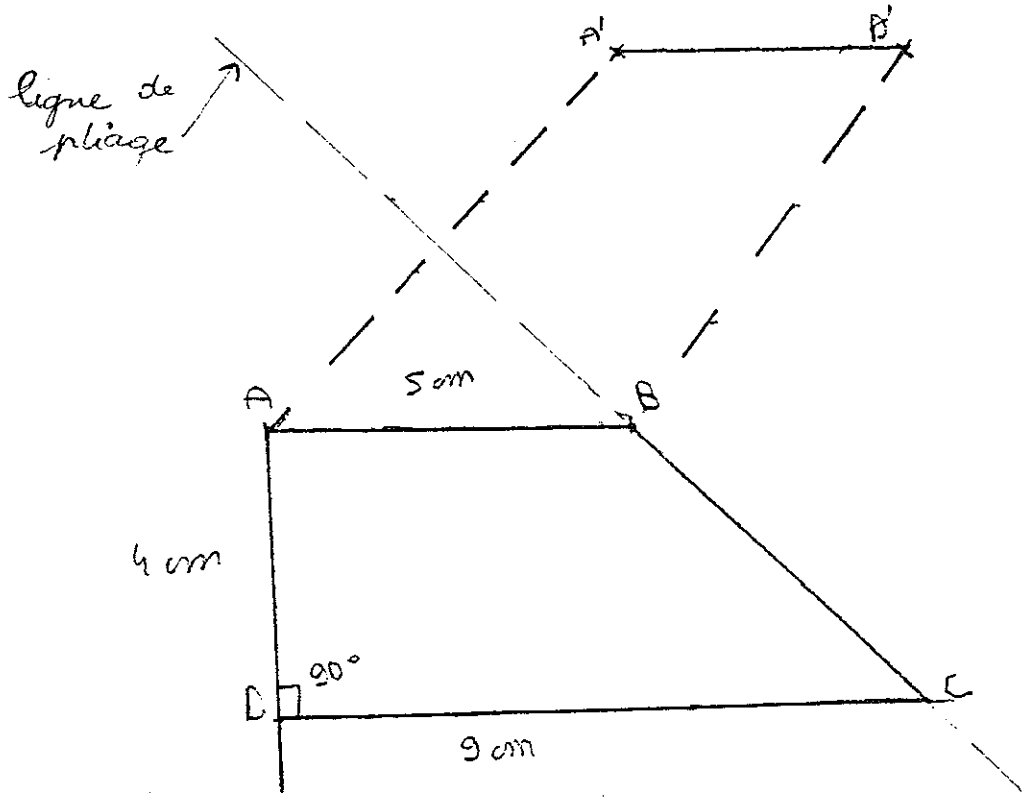
AB/Raphaël
24





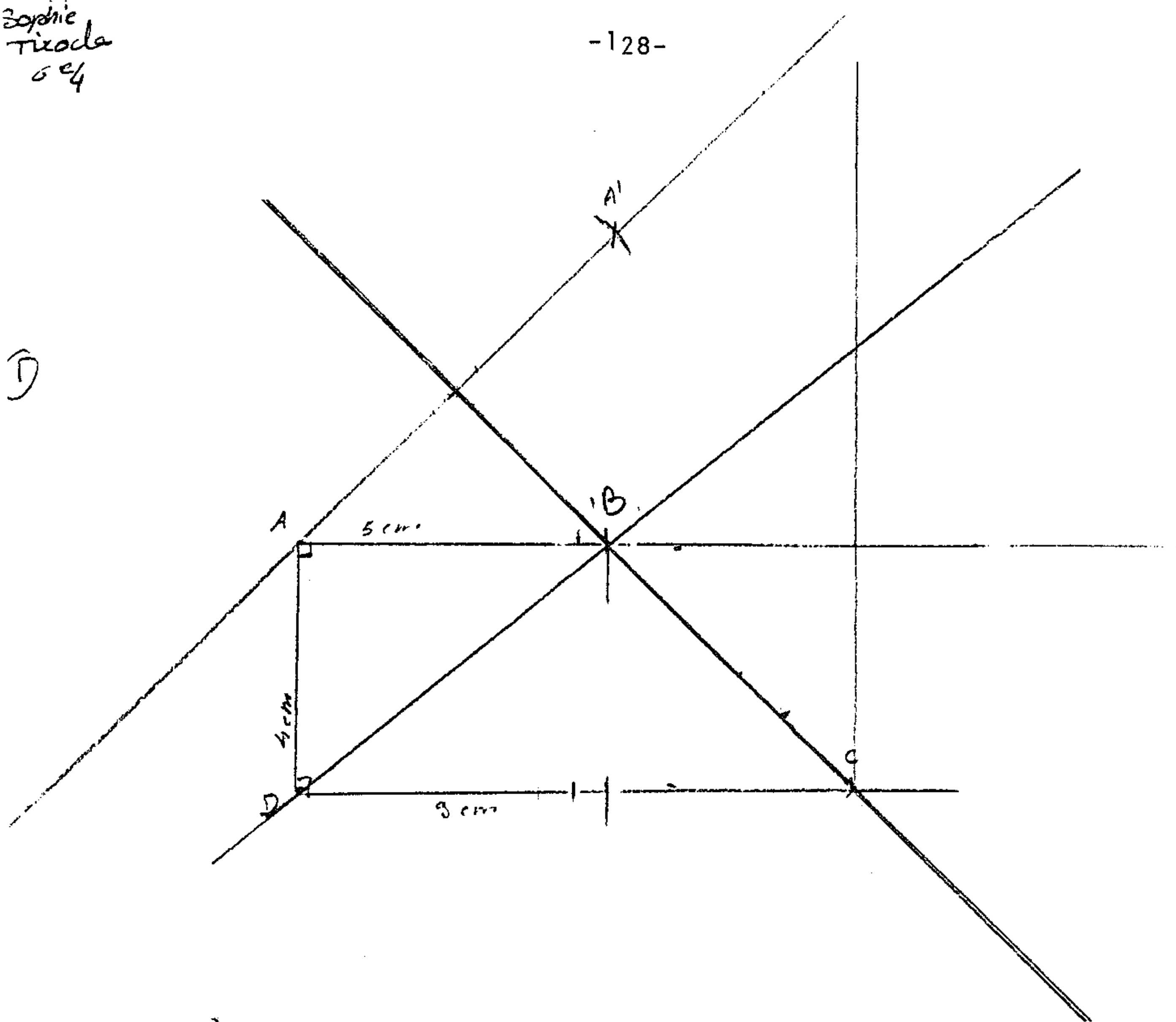

B
A
5cm
90°
5,5cm
4cm
90°
D
9 cm
C

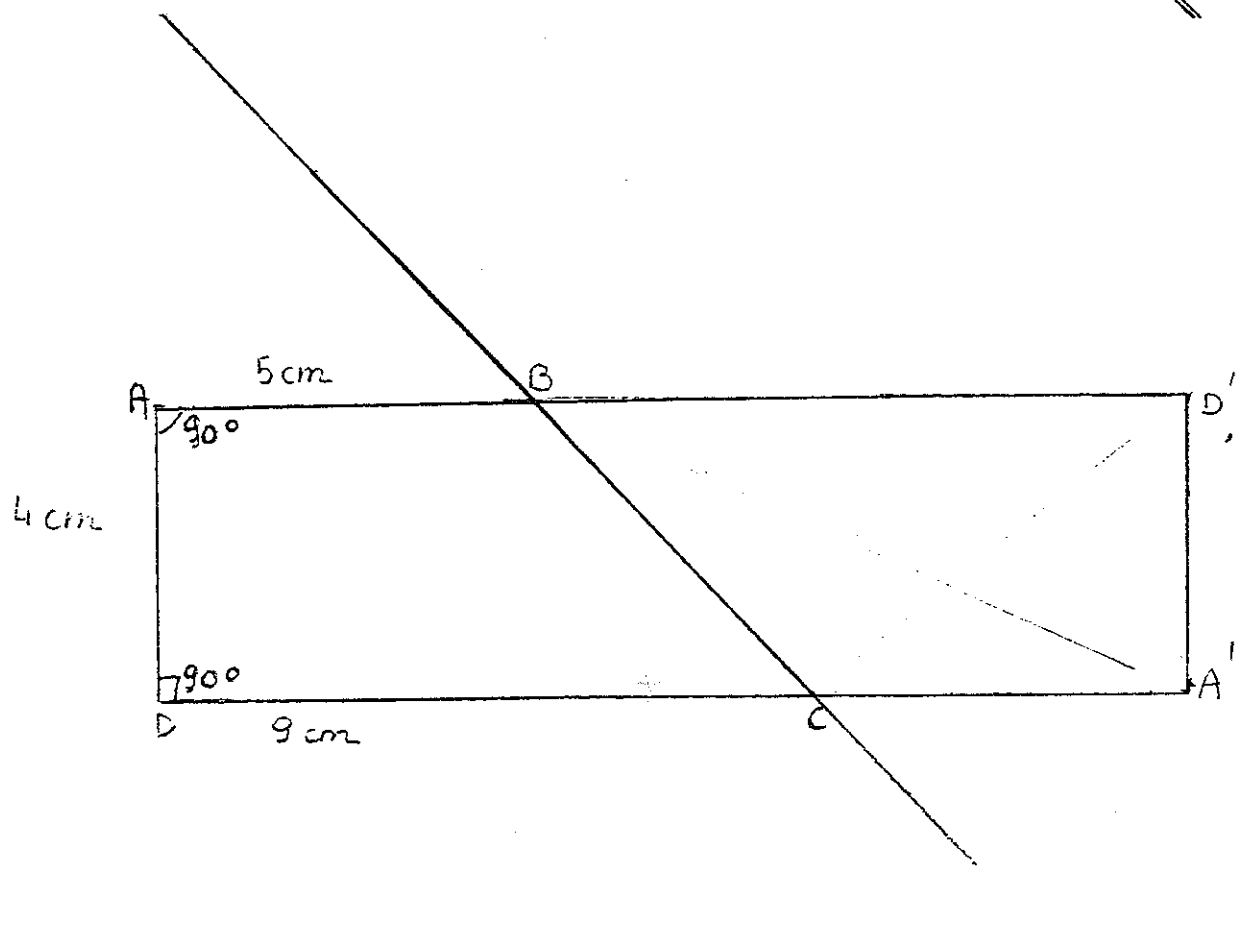

A'
5cm
D'
A
5cm
B
90°
D'
5,5cm
4cm
90°
9cm
D
C


ligne de pliage
A'
B'
A
5cm
B
4 cm
90°
D
C
9 cm

Sophie Tirode
6e4

D

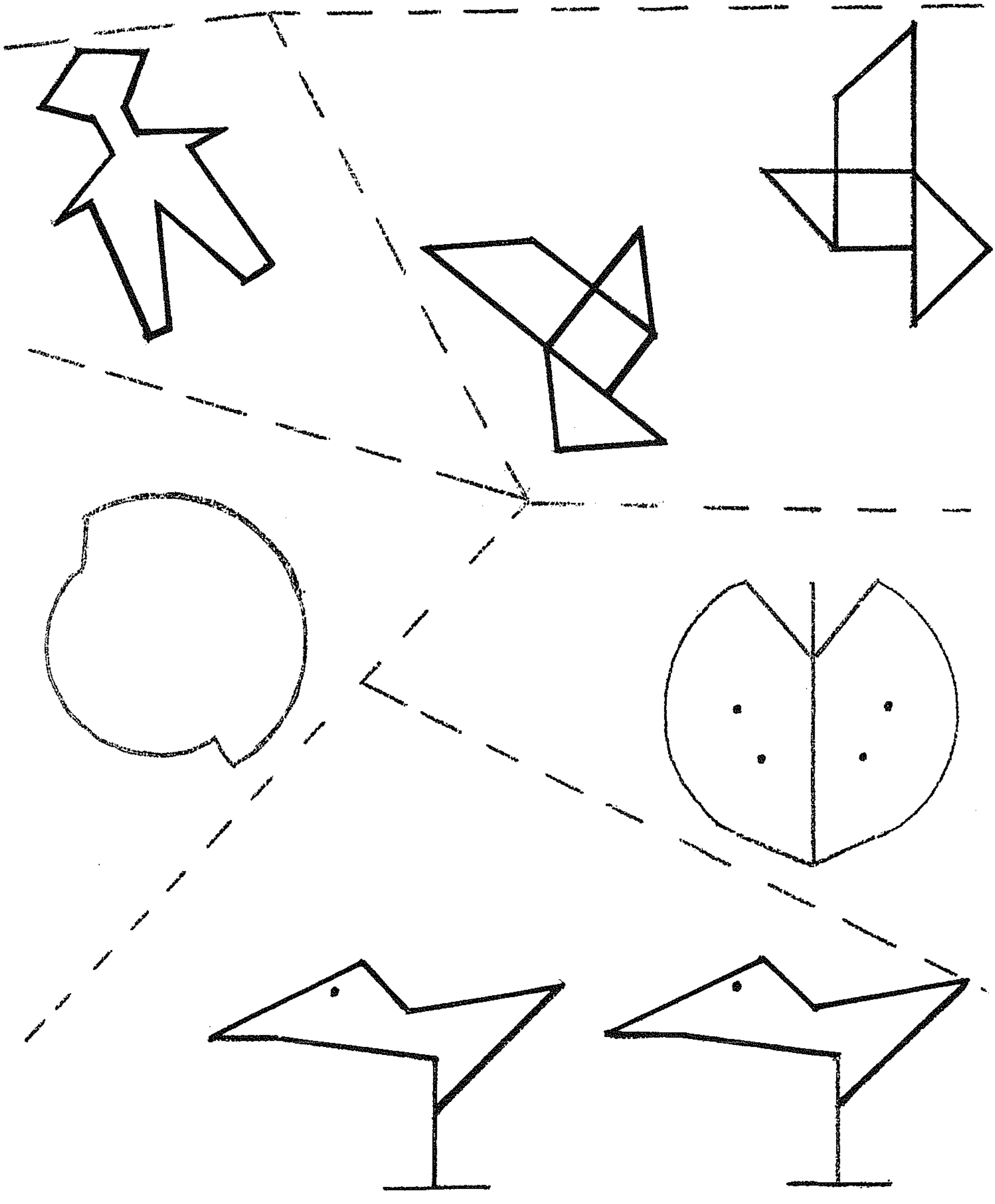


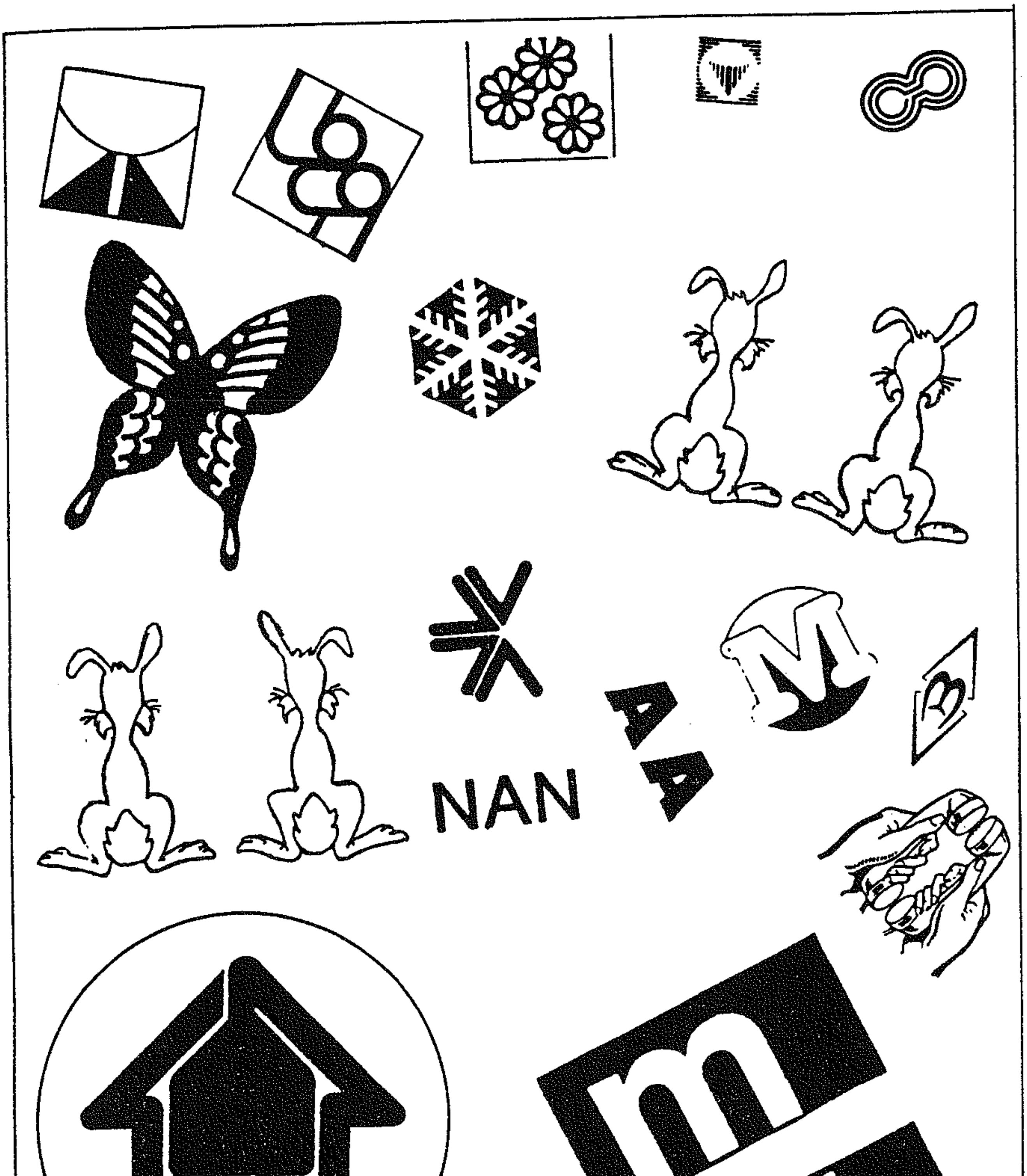


feuille n°1

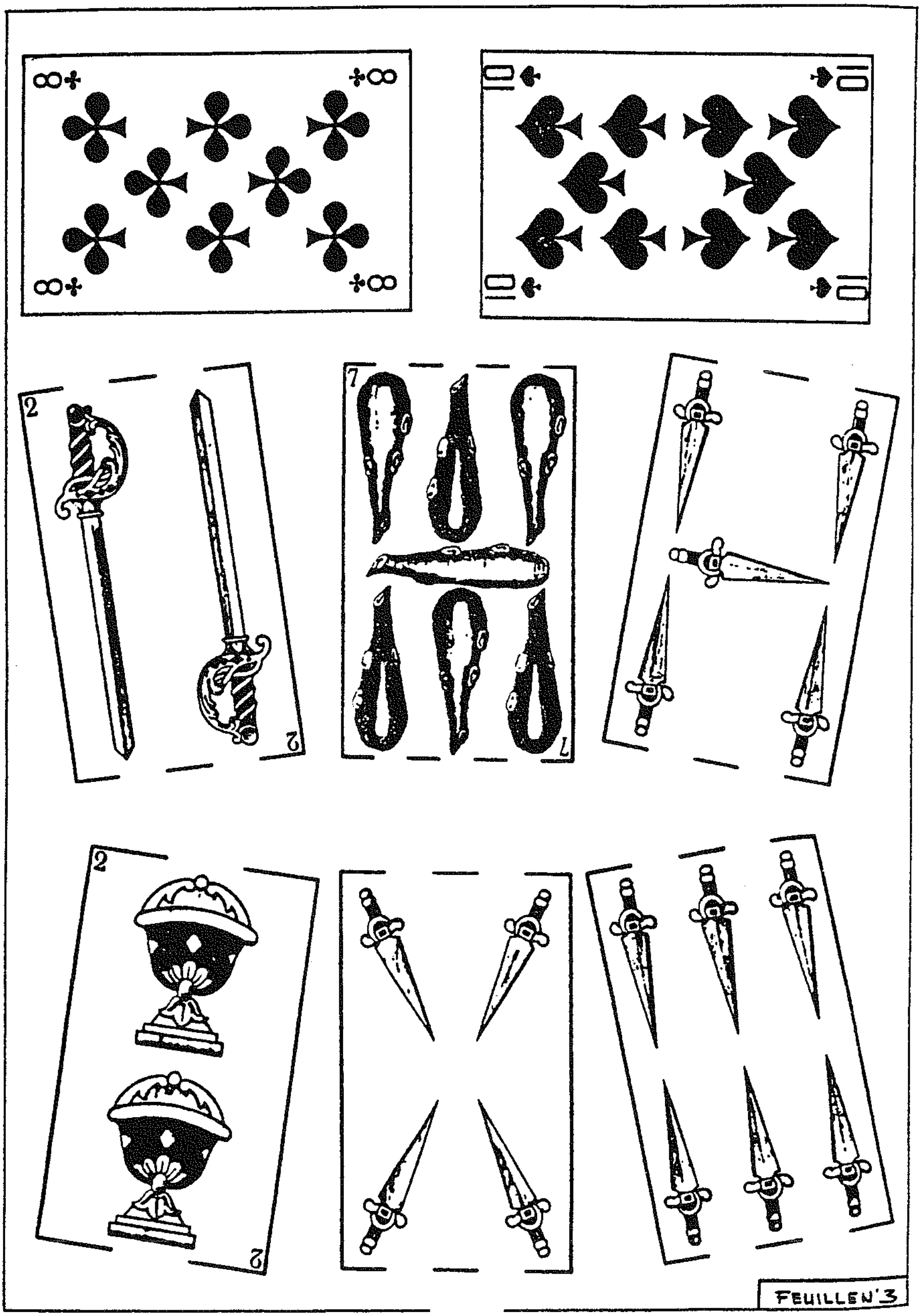
-Découper chaque dessin suivant le pointillé.

-Certaines figures ont un point commun ; classez-les en deux catégories : celles qui ont ce point commun et celles qui n'ont pas ce point commun.





FEUILLE N°2

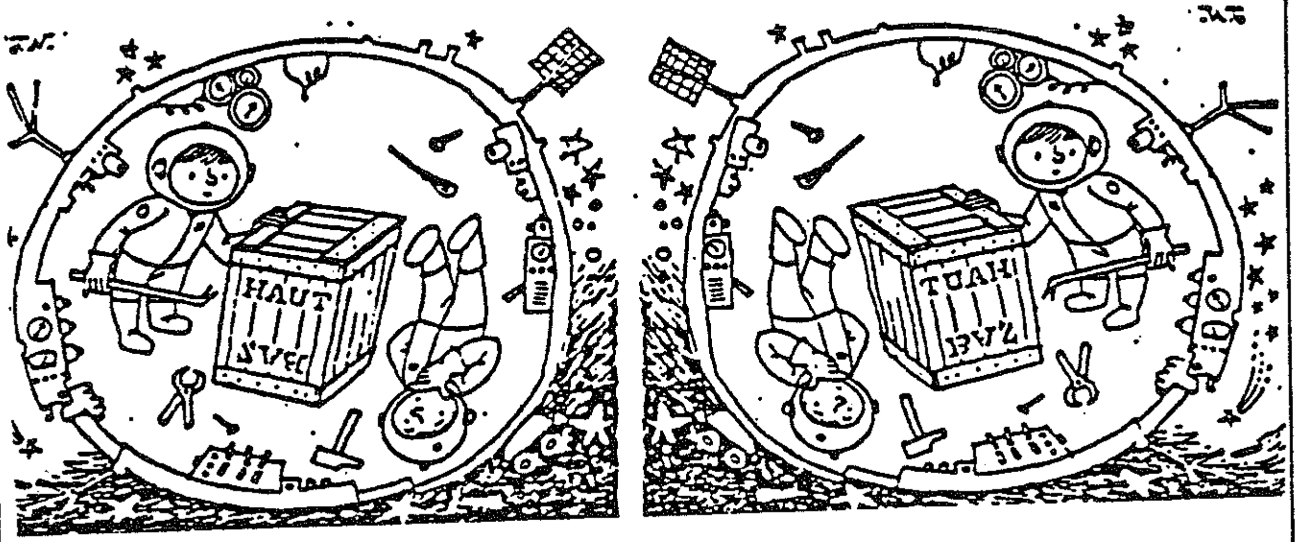

FEUILLE N°3

FEUILLE n° 4

LE JEU DES SEPT REFLETS

Vacances 2000

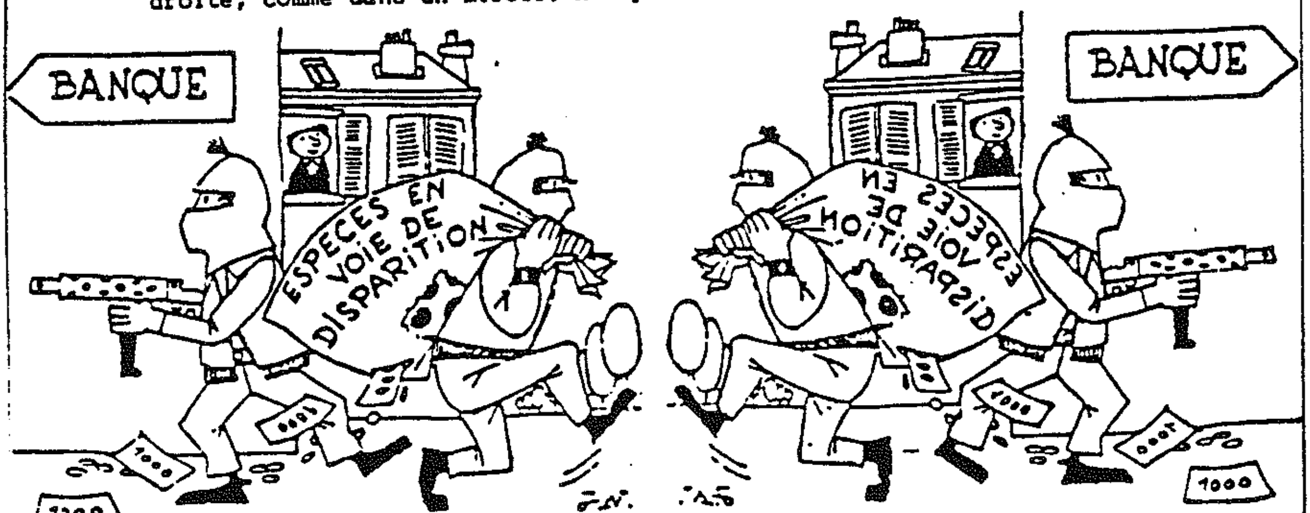
Les petits vacanciers de l'an 2000 ont reçu un colis SNCF (Société Nationale de Cosmonautique Futuriste). Mais où placerle haut et le bas en état d'apesanteur ? Au fait, ce n'est pas votre problème. Pour vous, il s'agit de trouver les sept détails qui ne collent pas, sachant que le dessin de droite devrait refléter celui de gauche, comme dans un miroir.



LE JEU DES SEPT REFLETS

Espèces en voie de disparition

Ces affreux gangsters et le reste du dessin de gauche se reflètent à droite, comme dans un miroir. A sept details près. Cherchez-les.



compléter pour que chaque figure soit symétrique.

FEUILLE N°5

GEOMETRIE PURE

REINVESTISSEMENT DE CERTAINS ACQUIS DE 6ème

Test proposé aux élèves de 5ème (le 6 Octobre)

Sur la feuille, il y a trois points ; construire à la règle et compas, en expliquant et en justifiant vos constructions, le (ou les) point(s) situé(s) à égale distance des trois points dessinés sur la feuille.

La classe à laquelle est proposé le test ci-dessus est une classe de 29 élèves. Parmi ces 29 élèves :

- 23 élèves ont en classe de 6ème suivi un enseignement dans lequel la géométrie a été exposée dans l'esprit des nouveaux programmes,
- 2 élèves ont en classe de 6ème suivi un enseignement que l'on pourrait qualifier de type "anciens programmes",
- 4 élèves sont des redoublants de la classe de 5ème.

Le bilan de ce test peut être fait en différenciant les élèves à partir de leur classe d'origine, bien que la classe puisse être considérée comme étant d'origine globalement homogène.

A) <u>Parmi les 23 élèves ayant suivi en 6ème un enseignement de la géométrie "type nouveaux programmes"</u> :

I- *UTILISATION DE LA NOTION DE MEDIATRICE :*

<u>1 élève</u> construit les médiatrices et affirme que le point de concours est le point cherché. La construction est effectuée à l'aide de la règle et du compas.

<u>1 élève</u> trace les médiatrices du triangle défini par les trois points proposés. Ces trois médiatrices sont concourantes. Cet élève vérifie que le point de concours est à égale distance des points non nommés. (cette vérification est effectuée sans utilisation du compas).

<u>4 élèves</u> construisent les médiatrices du triangle défini par les trois points proposés, mais n'utilisent pas le vocabulaire adéquat : confusion entre la notion de *hauteur* et celle de *médiatrice*. La construction est effectuée à l'aide de la règle et du compas.

<u>3 élèves</u> procèdent comme précédemment mais n'effectuent pas de vérification.

1 élève construit les médiatrices à la régle et au compas. Il vérifie l'égalite des distances du point de concours des trois médiatrices ainsi déterminées, et parle de *centre*.

1 élève construit les médiatrices sans le dire et n'explique pas, ne justifie pas.

1 élève construit les médiatrices sans le dire, et répond sans justification.

1 élève construit des "choses", qui sont de médiatrices, et ne donne pas de réponses . Les points sont nommés.

3 élèves construisent des "choses", qui sont des médiatrices, et disent que le point de concours ainsi défini convient, car *"on a pu tracer un rond"* : ce "rond" est d'ailleurs mis en évidence sur la feuille.

1 élève dit ce qu'il faut faire mais ne le fait pas. Ses affirmations ne sont pas justifiées.

II- *NON UTILISATION DE LA NOTION DE MEDIATRICE*

1 élève construit *de façon correcte*, à la règle et au compas, le centre de gravité, et ne vérifie pas si le point ainsi construit est bien le point demandé. Les points proposés sont toutefois nommés.

3 élèves font une symétrie centrale par rapport au point d'intersection d'un côté avec la médiatrice d'un autre côté, en se servant de distances et d'angles reportés. Les points sont nommés. La question est mal comprise.

1 élève dit qu'il n'existe pas de tels points, sans justifier son affirmation.

1 élève dit qu'il n'existe pas de tels points. Il a cependant effectué des constructions, qui n'ont abouti à aucun résultat probant.

B) Parmi les 2 élèves ayant suivi en 6ème un enseignement de type "anciens programmes" :

1 élève parle d'une médiatrice et de son milieu (la médiatrice est assimilée à un segment). Les points sont nommés.

1 élève trace les médiatrices en parlant de *traits* mais ne répond pas à la question posée. Les points sont nommés. On peut retenir ici le vocabulaire utilisé :

"traits" pour *"droites"*.

C) Parmi les 4 redoublants de 5ème :

1 élève construit des choses, sans donner aucune explication. Les points sont toutefois nommés.

1 élève utilise une symétrie du même type que celle décrite plus haut, sans donner la moindre justification ou la moindre explication. Les points sont nommés.

2 élèves disent "je ne vois pas...", cependant ils essaient de relier les points.

GEOMETRIE NUMERIQUE :

AIRES DE SURFACES PLANES

Point de vue généralement adopté dans l'enseignement

L'usage en mathématique est, grâce au choix d'une unité, de ne retenir que les deux pôles : surfaces et nombres. C'est le point de vue généralement adopté dans l'enseignement. Dans ces conditions, l'aire est un invariant non pas de la surface mais du couple (surface, unité) : pour une surface fixée, l'aire, considérée comme nombre dépend du choix de l'unité. C'est légitime quand on n'a pas l'intention de changer d'unité, mais c'est un point de vue difficile à tenir si on veut s'occuper de surfaces matérielles et si on veut que l'aire soit un invariant de la surface et d'elle seule.

La présentation standard consiste à recourir au pavage de surfaces, rapidement au pavage avec des carrés et à compter les carreaux pour déterminer l'aire de surfaces quadrillées ; ensuite, pour des rectangles ou carrés, à trouver des moyens économiques de comptage ; à introduire les unités légales avec multiples et sous multiples et selon le cas avant ou après cela, à établir les formules de calcul d'aire des rectangles en fonction des longueurs des côtés. On raccroche ensuite à ces formules celles relatives au triangle et à d'autres quadrilatéres (losange, parallélogramme, trapèze).

Dans la majorité des manuels de 6e conformes aux programmes de 1977 (éditions de 1977 ou de 1981) l'aire est définie comme un nombre, parfois même comme un nombre de carreaux. Dans certains manuels, on n'envisage pas la possibilité de changer d'unité sinon de prendre des carrés de dimensions multiples ou sous multiples du carré unité.

Les manuels qui ne veulent considérer que les deux pôles surfaces et nombres définissent l'aire comme un nombre mais utilisent l'expression "unité d'aire. Si l'aire est un nombre, que peut bien signifier une unité d'aire ? On peut aussi lire "le m^2 est <u>l'aire</u> d'un carré dont le côté mesure 1m". Si l'aire est un nombre, comment le m^2 peut-il être une aire ? Quand on arrive aux exercices tous les livres parlent d'une aire de 25 m^2. Ils sont ainsi amenés à adopter, à un moment ou à un autre, sans le dire, le point de vue "grandeur", adopté explicitement par d'autres manuels où le nombre est la mesure de l'aire.

Cette identification de l'aire et du nombre peut amener, si on pousse sa logique jusqu'au bout à quelque chose d'absurde : au cours d'une leçon sur l'aire dans un cours moyen, un maître a proposé l'exemple suivant à ses élèves : on a deux tablettes de chocolat, l'une est partagée en petits carrés et l'autre en grands carrés. Il y a plus de chocolat dans la tablette A que dans la tablette B, mais l'aire de la tablette A est plus petite que l'aire de la tablette B, puisque $6 < 12$.

tablette A tablette B

Ainsi, même en admettant que l'objectif de l'enseignement est bien la construction et l'utilisation d'une fonction mesure qui associe un nombre à n'importe quelle surface, il semble bien qu'il y ait un troisième terme en jeu que l'on aura du mal à évacuer dans l'enseignement parce qu'il faudra bien un jour ou l'autre donner un statut à ces 25 m^2 dont on aura besoin. Si on ne veut pas les identifier à la surface comme on le faisait autrefois, il va être aussi difficile de les identifier au nombre si on veut aussi que 25 m^2 puisse être égal à 2 500 dm^2. Ce troisième terme, c'est l'aire en tant que grandeur.

Ainsi qu'on vient de le voir, l'attention est essentiellement portée sur les deux pôles surfaces et nombres et ce d'un point de vue statique. On s'intéresse rarement à l'action des transformations, à la recherche d'invariants ou de modes de variations. Quand l'aire intervient c'est très vite comme produit de longueurs avec des expressions numériques après choix d'unités de mesure. Il y a en général très peu de travail sur l'aire comme grandeur autonome.

Quelques difficultés et erreurs observées chez les élèves

* La surface unité étant une surface avec une certaine forme, la mesure d'une surface S est tributaire de la possibilité de paver effectivement S avec cette forme. Ainsi des élèves rencontrent des difficultés pour exprimer l'aire d'un triangle en cm^2 puisqu'on ne peut pas le paver avec des carrés.

* L'aire est attachée à la surface et ne se dissocie pas d'autres caractéristiques de cette surface :

- si le périmètre d'une surface augmente, son aire aussi (et réciproquement)
- si deux surfaces ont le même périmètre, elles ont la même aire (et réciproquement).

* On étend des formules à des situations où elles ne sont pas valables : par exemple produit des "dimensions" pour un parallélogramme ou des "trois dimensions" d'un triangle.

* J. Rogalski a soulevé les problèmes posés par l'acquisition par les élèves de la "bidimensionalité" de l'aire (si les longueurs sont multipliées par k, l'aire est multipliée par k^2).

Hypothèses didactiques

Il nous semble qu'un certain nombre de difficultés sont liées au traitement par les élèves des problèmes d'aire, soit du point de vue des surfaces, soit du point de vue des nombres.

Par exemple, une diminution de l'aire est comprise comme une diminution de la surface avec sa forme et va de pair avec une diminution du périmètre : l'aire et le périmètre sont alors amalgamés à la surface et liés à sa forme : on agrandit ou diminue la surface en conservant sa forme ; le périmètre c'est le contour, l'aire c'est l'intérieur.

A l'autre extrême, l'aire est un nombre : on est sur le plan du calcul et on ne relève que des éléments pertinents pour le calcul, par exemple des mesures de longueur qui paraissent caractéristiques de la surface considérée et qu'on combine dans des formules plus ou moins fondées : par exemple ajouter les mesures de deux côtés d'un triangle et multiplier par la troisième, pour calculer l'aire du triangle en faisant le produit de deux longueurs.

Ainsi, au sujet de l'aire, les élèves développeraient une "conception forme" liée au cadre géométrique ou une "conception nombre" liée au cadre numérique, ou les deux, mais de façon indépendante l'une de l'autre et ils traiteraient les problèmes sans établir de relation entre les deux points de vue. Or les problèmes d'aire mettent de façon essentielle en relation les cadres numérique et géométrique. Le concept d'aire en tant que grandeur constitue à notre avis un relais entre les surfaces et les nombres. Ceci nous amène à faire notre première hypothèse didactique :

(1) Le développement dans l'enseignement du concept d'aire en tant que grandeur permet aux élèves d'établir les relations nécessaires entre les deux cadres (géométrique et numérique)

De plus, si l'objectif d'apprentissage est bien la construction et la manipulation d'une application mesure $F : \mathcal{S} \longrightarrow \mathbb{R}^{+}$, (où $\mathcal{S}$ est un ensemble de surfaces "assez régulières" qui contient toutes les surfaces dont on voudra mesurer l'aire au collège), il y a deux manières d'aborder la construction de cette application.

Pour un choix fixe d'une surface unité A, par exemple un carré, il est facile d'associer un nombre à toute une catégorie de surfaces : celles pavables avec un nombre fini de copies de A. Le problème est d'enrichir l'ensemble des surfaces mesurables avec l'unité A. Par exemple quel nombre associer à un triangle ou à un disque ?

Soit S une surface, on a deux façons de procéder :

1) on peut découper S, ou un certain nombre d'exemplaires de S, en un nombre fini k de pièces et recoller ces pièces sans chevauchement de manière à obtenir une surface S' pavable avec A.

Alors $F(S) = F(S')$, ou $k\,F(S) = F(S')$ selon le cas. On s'appuie sur l'additivité et l'invariance par déplacement.

2) on ne peut pas développer la procédure (1), on est alors conduit à une procédure d'encadrement de S par des surfaces pavables avec A ou des subdivisions de A et qui approximent S de mieux en mieux par l'intérieur et par l'extérieur.

La première procédure ne permet pas d'atteindre toutes les surfaces de $\mathcal{S}$. La deuxième procédure est suffisante pour atteindre n'importe quelle surface de $\mathcal{S}$ et elle ne nécessite pas d'utilisation d'autre surface unité que des carrés. Cependant, nous pensons que la seule considération du deuxième point de vue ne permet pas à l'élève d'échapper à la prégnance de la forme des pièces et peut expliquer certaines des difficultés rencontrées. L'utilisation du découpage - recollement permet l'élaboration du concept d'aire, étape-relais entre les surfaces et les nombres dans la construction de F, ce qui est conforme à notre première hypothèse didactique.

D'autre part, si on prend comme unité l'aire d'un carré, on pourra éviter de dénombrer les unités en calculant sur les mesures. On aura ainsi besoin, pour construire F, d'établir des relations entre les mesures de longueur et les mesures d'aire. Nous voulons par ailleurs éviter les confusions entre longueurs et aires, en particulier entre périmètre et aire, qui sont une des difficultés des élèves dans l'acquisition des mesures spatiales. Pour cela il nous paraît important de **développer des situations d'apprentissage dans lesquelles jouent de façon significative pour les unes les différences entre longueurs et aires, pour les autres les relations que ces grandeurs entretiennent.**

Or la mesure permet d'identifier chacune d'elles à $\mathbb{R}^{+}$. Ceci est précieux du point de vue de la modélisation mathématique. Toutefois une identification trop précoce nous semble favoriser l'amalgame des différentes grandeurs alors que l'objectif à cet âge est plutôt de les différencier, et c'est notre deuxième hypothèse. C'est pourquoi, dans notre ingénierie didactique, nous choisirons de dissocier les grandeurs (longueurs et aires) d'une part des objets (segments, surfaces), d'autre part des nombres, avant d'aborder la mesure en fonction d'une unité choisie et les relations entre mesures de ces grandeurs.

(2) Une identification trop précoce entre grandeurs et nombres favorise l'amalgame des différentes grandeurs (ici longueurs et aires)

Nos choix didactiques

L'analyse précédente nous amène à distinguer deux points dans l'apprentissage :

* construction de la notion d'aire comme grandeur autonome en faisant des comparaisons directes d'aires par inclusion, par découpage - recollement, et des mesures directes d'aire déduites du pavage à l'aide de pavés de formes variées.

Cela nous amène à poursuivre deux objectifs :

- dégager l'aire de la forme en différenciant aire et surface : deux surfaces de formes différentes peuvent avoir des aires égales.

- distinguer l'aire du nombre tout en contrôlant la correspondance : surfaces ---> nombres : à une même surface peuvent correspondre des nombres différents suivant l'unité choisie, mais l'aire, elle, ne change pas.

* établir des relations entre aires et longueurs en s'intéressant à diverses transformations : les unes sont choisies pour pointer qu'aires et longueurs peuvent varier indépendamment l'une de l'autre, et même en sens inverse (aire et périmètre par exemple) ; les autres pour établir des relations entre aires

et longueurs : calcul d'aires des surfaces usuelles, bidimensionalité. Ce faisant, on a pour objectif de

- différencier aire et longueur en même temps qu'aire et surface

Nous avons construit des séquences d'enseignement conformes à cette analyse. Elles ont été réalisées dans des classes de CM et dans des classes de 6ème. On peut en trouver une description dans la brochure n° 48 de l'IREM de Paris VII : "Mesure des longueurs et des aires" et dans deux articles de la revue "Petit x" n° 6 et n° 8. Le compte-rendu d'une réalisation dans une classe de 6ème se trouve dans la brochure interIREM "Suivi scientifique en classe de 6ème".

ELEMENTS DE BIBLIOGRAPHIE

Publications IREM :

BESANCON

* Suivi scientifique des programmes de 6ème
  Rapport complet
* Suivi scientifique des programmes de 6ème
  Fascicule professeur

CLERMONT-FERRAND

* Mathématiques au collège : différencier la pédagogie
  Tome 1 - Tome 2
* Symétrie orthogonale par rapport à une droite

DIJON

* Symétrie et transformations

GRENOBLE

* Mathématiques en 6ème - feuille de manipulation

LILLE

* Référentiel d'objectifs pour le programme de 6ème
  Mathémactives

MONTPELLIER

* Suivi scientifique en classe de 5ème

NANTES

* Suivi scientifique; A propos de la symétrie orthogonale
  en 6ème

ORLEANS

* Nouveaux programmes de 6ème

PARIS VII

* Mesure des longueurs et des aires (Brochure n° 48)
  Liaison école-collège : nombres décimaux (Brochure n° 62)

POITIERS

* Symétrie orthogonale
* Fractions en 6ème (volume 1)
* Reproduction de figures planes
* Fractions (volume 2)

RENNES

* Des activités mathématiques dans le cadre des nouveaux
  programmes

ROUEN

* Pédagogie différenciée en mathématiques, au collège

STRASBOURG

* Rapport sur l'expérimentation : pédagogie différenciée,
  conduite en mathématiques au collège d'Ostwald en 85-86

APMEP

* Brochure n° 46 (1982) - collection Mots Tome VI
  "Grandeur, Mesure"

Revue "Petit X"

* IREM de Grenoble
  B.P 41 - 38402 - Saint-Martin d'Hères Cédex
  (abonnement 3 nos par an - 105F)
  chèque à l'ordre de M. l'Agent Comptable de l'U.S.T.M.G

Autres références :

J. ROGALSKI

* L'acquisition des notions relatives à la dimensionnalité des mesures spatiales. (Recherches en Didactique des Mathématiques n° 3.3 1983 - La pensée sauvage)

R. DOUADY

* Jeux de cadres-dialectique outil objet (à paraître dans Recherches en Didactique des Mathématiques)

Pour tout renseignement sur les publications diffusées par notre IREM

Vous pouvez soit :

- Consulter notre site WEB

http://www.irem-paris7.fr.st/

- Demander notre catalogue en écrivant à

IREM Université Paris 7
Case 7018
2 Place Jussieu
75251 Paris cedex 05

TITRE :

Situations d'apprentissage en géométrie 6ème - 5ème

AUTEUR S):

Cohen Pierre
Douady Régine
Mathiaud Michèle
Perrin Marie-Jeanne
Touaty Serge

RESUME :

Cette brochure s'adresse aux enseignants de collège, son contenu couvre sensiblement la totalité du programme de géométrie plane de 6ème, géométrie pure, géométrie numérique. Elle rend compte de situations d'apprentissage réalisées dans les classes principalement de 6ème. Ces situations ont été conçues dans l'esprit des programmes de 1986. Certaines ont un prolongement en classe de 5ème. Pour chacune, on trouvera :
- une description de la situation,
- une analyse faisant ressortir des objectifs et les résultats obtenus
- des chroniques du vécu de classe.

MOTS CLES :

pratique-enseignants-didactique-angle-géométrie-longueur-médiatrice-opérateur-orthogonalité-pliage-proportionnalité-représentation graphique-symétrie-triangle

Editeur : IREM
Université PARIS 7-Denis Diderot
Directeur responsable de la publication : R. CORI
Case 7018 - 2 Place Jussieu
75251 PARIS Cedex 05
Dépôt légal :1987
ISBN : 2-86612-044-2