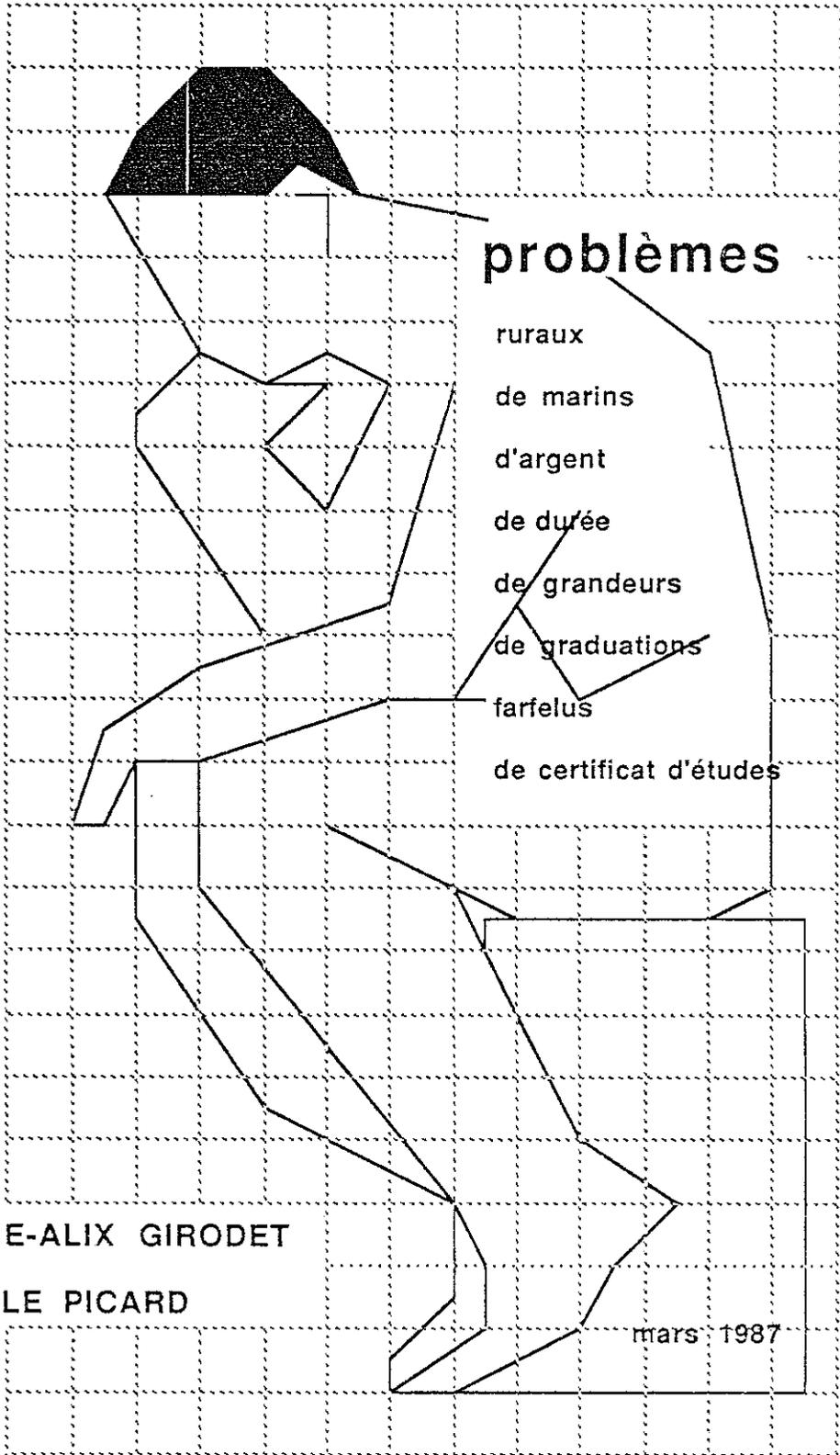


objectifs: fournir des situations où les mathématiques interviennent comme discipline de service, analyse des solutions pour une recension des savoirs et savoir-faire minimaux à la sortie de l'école obligatoire .  
public: ceux qui s'intéressent à l'utilisation de problèmes dans l'enseignement des mathématiques au collège, pour la formation des instituteurs, d'adultes et en autoformation.





# problèmes

ruraux  
de marins  
d'argent  
de durée  
de grandeurs  
de graduations  
farfelus  
de certificat d'études

MARIE-ALIX GIRODET

NICOLE PICARD

mars 1987



## A QUI S'ADRESSE CE FASCICULE?

Ce fascicule s'adresse à tous ceux qui s'intéressent à l'utilisation de problèmes dans l'enseignement des mathématiques, particulièrement au niveau du collège, de la formation des instituteurs et en formation permanente. Il est évident que les situations proposées ne sont pas forcément adaptées aux intérêts de ces différents niveaux mais la façon de travailler est transposable. Des situations intéressantes pour les élèves et pour les mathématiques, on en trouve partout. Il suffit d'avoir l'esprit attentif, l'oreille ouverte et l'oeil qui traîne.

## NOS INTENTIONS.

Dans ce fascicule, nous avons voulu faire d'une pierre deux coups:

- \* donner des idées de situations où les mathématiques interviennent comme discipline de service.
- \* analyser des solutions afin de mettre en évidence les savoirs et savoir-faire utilisés. Il est bien évident que les solutions que nous proposons sont nos solutions, il y en a d'autres, il y a d'autres présentations possibles, néanmoins, quelques soient les solutions proposées, ce sont globalement les mêmes outils qui sont employés.

**1° LES SITUATIONS PROPOSEES** n'ont pas été recherchées pour la rédaction de ce fascicule, elles ont été présentées dans divers groupes de formation permanente et initiale. A dessein, nous ne les avons pas triées ni en raison du niveau, ni en raison du bagage requis, ni en raison des mathématiques utilisées pour les résoudre. En effet, dans la vie courante, les situations que nous devons résoudre ne se préoccupent ni de notre niveau ni de notre bagage. Nous les avons donc classées arbitrairement sur des critères de ressemblance quant au contenu. *Problèmes ruraux, de marins, d'argent* ont été présentés dans des stages de formation d'adultes. Plusieurs ont été proposés par des participants. *Problèmes de durée, de grandeurs, de changement de graduation* ont été traités d'une part en formation initiale d'instituteurs et d'autre part au "club de math" de l'IREM de PARIS VII dont la plupart des participants sont des instituteurs. Ils correspondent au programme actuel des collèges.

**Les nouveaux programmes des collèges** incitent les professeurs à utiliser des situations dans lesquelles les mathématiques apparaissent comme discipline de service pour d'autres domaines. D'autre part, ils comportent une rubrique "*organisation de données*" qui a pour objectif *d'initier à la lecture, à l'interprétation et à l'utilisation des moyens de représentation de données que sont les diagrammes, les tableaux, les graphiques*. Ils précisent que ces activités ne peuvent se concevoir qu'à partir de situations concrètes et qu'elles pourront en particulier faire référence aux thèmes transversaux figurant au programme: *la consommation, le développement, l'environnement et le patrimoine, la sécurité, la vie et la santé*. Certaines des situations présentées dans ce fascicule se rapportent à ces thèmes.

Les *problèmes farfelus* et les *vieux problèmes de certificat d'études* sont évidemment d'un autre genre: ils ne présentent pas des situations réelles. Si nous les mettons dans le même sac, c'est que les uns comme les autres nous apparaissent comme gratuits même si les problèmes de certificats d'études ont un habillage qui voudrait faire croire qu'il s'agit de situations réelles: les uns comme les autres ont pour objectif d'organiser des données pour résoudre un problème indépendamment de la pertinence ou de la vraisemblance des données: il s'agit de problèmes à résoudre pour le plaisir (!) de résoudre un problème, les enjeux d'avoir une solution juste ne peuvent être que d'avoir une bonne note à l'école ou d'être content d'être arrivé au bout. Néanmoins, il ne nous semble pas que ces problèmes soient totalement à rejeter car apprendre à résoudre un problème, même indépendamment d'un usage de la solution est une activité formatrice pour l'esprit. Dans cette perspective, pour les problèmes de certificat d'études, ce ne sont pas toujours les textes qui ne sont pas pertinents mais la façon dont ils étaient traditionnellement résolus (cf. *la confiture d'Alice*). Toutefois, ces problèmes sont souvent perturbateurs pour les élèves qui n'ont pas le goût de résoudre les problèmes pour le plaisir, justement parce qu'ils font intervenir des données qui ne correspondent pas à des situations qui ne se présentent pas réellement (ex: "un avion décolle à telle heure de telle ville, à quelle heure arrivera-t-il dans telle autre ville qui est à tant de km de la ville de départ s'il fait tant de km à l'heure" est un problème qui ne se pose qu'à l'école, le problème qui se pose dans la vie est de savoir utiliser un horaire). Un autre type de difficulté est lié à l'irréalité des données numériques (ex: un carnet de timbres à 0,50 F dans un manuel pour l'école élémentaire en 1985): l'enjeu d'avoir un résultat juste est supprimé: des données non exactes justifient un résultat faux. Toutefois, malgré les critiques justifiées qu'on peut leur faire, des problèmes de ce type font intervenir des notions mathématiques importantes et peuvent constituer de bonnes situations de mise en oeuvre ou

d'apprentissage de savoir-faire mais aussi, pour les professeurs, d'analyse de solutions.

Ces problèmes ont été étudiés au *Club de Math.* de l'IREM de PARIS VII dans le but de réfléchir sur les savoir-faire mis en jeu spontanément dans la résolution des problèmes. En effet, les participants instituteurs, parce que ces problèmes étaient familiers avaient tendance à utiliser, pour les résoudre, les modes de solution "traditionnels" qu'ils avaient utilisés dans leur formation initiale alors que la réflexion qu'ils ont menée depuis bien des années aurait dû les conduire à des solutions plus performantes: en fait, ils utilisaient de vieilles heuristiques parfaitement intégrées. Cette observation a été très importante pour une réflexion sur l'acquisition et l'intégration des heuristiques : en effet, dans la résolution des problèmes, ce ne sont pas seulement les savoirs qui sont en jeu mais aussi la façon de les mobiliser pour les mettre en oeuvre.

**2°. L'ANALYSE DES SOLUTIONS** conduit à une recension des savoirs et savoir-faire utilisés qui met en évidence un bagage minimum que tout élève sortant de l'école obligatoire devrait posséder. Nous sommes à l'heure actuelle loin du compte. Nous le constatons dans les groupes de formation permanente. (voir pages 134 et suivantes).

## sommaire

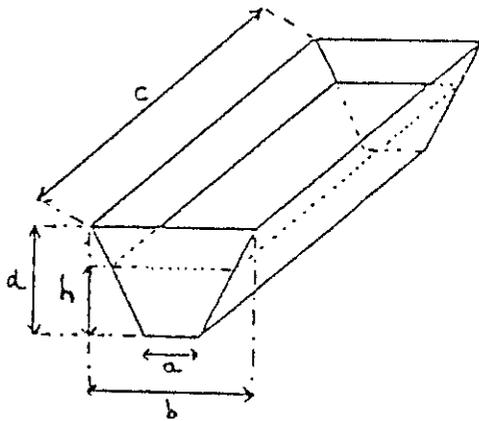
<b>problèmes ruraux</b>	1
Un abreuvoir	2
Rations alimentaires des vaches laitières	3
Solutions	5
<b>problèmes de marins</b>	11
La marée	13
I. hauteur d'eau	13
II. vitesse du courant et coefficient des marées	19
<b>problèmes d'argent</b>	21
Impôts	22
I. calcul de l'impôt	22
II. évolution des tranches	25
III. inégalité des familles devant l'impôt	27
Augmentations de salaire	29
Comprendre le calcul des prix et des marges	30
Solutions	35
<b>problèmes de durée</b>	49
Problème de date	50
Durée d'une tâche	50
Les quinze milliards d'années qui nous ont faits ce que nous sommes	50
I. graphique	50
II. les temps géologiques	50
III. les temps préhistoriques et historiques	50
Solutions	62
<b>problèmes de grandeurs</b>	71
Le Système International de Mesure	72
Relations entre grandeurs, équations aux dimensions	74
I. vitesse et accélération	74
II. masse volumique, volume massique, densité	74
III. masse et poids	74
IV. longueur d'onde et fréquence	75
V. grandeurs intervenant en électricité	75
VI. tension électrique et intensité sonore	75
VII. créer des relations inattendues	76
VIII. formules et cohérence des systèmes d'unités	76
Unités produits: surface et volume	77
Unités quotients	79
I. masse volumique	79
II. vitesse	79
Quelques problèmes de physique et de chimie	81
I. gaz parfaits	81
II. pression au sein d'un fluide	82
III. indice de réfraction	84
IV. utilisation d'équations chimiques	85
Solutions	86

<b>changement de graduation</b>	103
Décomposition d'un changement de graduation	104
Deux exemples de changement de graduation	105
Températures: Réaumur, Celsius, Fahrenheit	107
Solutions	108
<b>problèmes farfelus</b>	113
Plus d'eau ou plus de vin?	114
Histoire de poule et d'oeuf	114
Le poids d'une brique	114
Problème de change	114
Le fainéant et le diable	115
Une histoire de champignons	116
Solutions	117
<b>et pourquoi pas les vieux problèmes de certificat d'études?</b>	123
Cycliste et automobiliste	124
Le boucher	124
Le libraire	124
Moteur à essence ou moteur électrique	125
La confiture d'Alice	126
Solutions	127
<b>savoirs et savoir-faire utilisés</b>	134
<b>commentaires</b>	136

# **problèmes ruraux**

## un abreuvoir

Voici un problème proposé par un jeune élève d'une Maison Familiale Rurale.  
On utilise chez lui un abreuvoir dont il fournit le schéma.



Longueur en centimètres :

$$a = 40$$

$$b = 80$$

$$c = 200$$

$$d = 60$$

Il veut savoir combien l'abreuvoir contient d'eau en fonction de la hauteur "h" de l'eau.

On désigne par  $V$  le volume d'eau en litres.

## ractions alimentaires des vaches laitières

Voici trois types de problèmes que se posent les producteurs de lait.

Notons que les données suivantes ont été fournies par différents organismes, ce qui explique des divergences entre les données numériques (problème 1 et données 2).

1. Les besoins journaliers d'une vache laitière sont de  
10 UF et 1 000 MAD .  
On dispose de ray grass et de maïs.

Déterminer les rations de ray grass et de maïs en kilogrammes.

2. On veut composer un concentré de tourteau et d'orge équilibré à 1 UF et 150 g de MAD (ce qui est nécessaire à une vache pour obtenir 2,5 litres de lait).

Déterminer la ration d'orge et la ration de tourteau en kilogrammes.

3. Le "poids"(\*)moyen d'une vache laitière d'un troupeau est 600 kg .  
La production journalière varie entre 5 et 20 litres de lait.

On donne à ce troupeau une ration de base composée de

40 kg de maïs ensilé

20 kg de colza

1 kg de foin .

On a en réserve de l'orge et du soja.

Déterminer la complémentation de ration pour chaque vache laitière.

(\*) Dans la langue courante, on utilise souvent le mot "poids" pour désigner la masse.

Données :

MS = matière sèche.

MAD = matière azotée disponible.

UF = unité fourragère.

1. La ration minimale est de 13 kg de MS.
2. Quantités de MAD et de UF nécessaires à une vache de 600 kg :

	UF	MAD
Entretien	4,4	360
Production de 1 l de lait	0,4	60

## 3. Tableau d'équivalences :

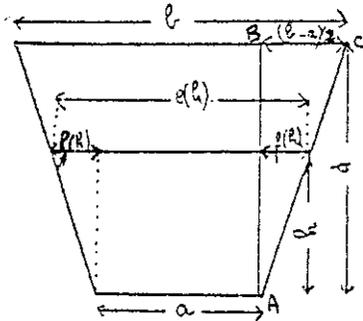
Nature du fourrage	équivalence des fourrages en MS		quantité d'UF par rapport à la MS		quantité de MAD par rapport à la MS	
	ration en kg	MS en kg	MS en kg	UF	MS en kg	MAD en g
colza	<input type="text"/>	$\times 0,6$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	$\times 0,3$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	$\times 110$ <input type="text"/>
pois	<input type="text"/>	$\times 0,9$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	$\times 0,45$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	$\times 45$ <input type="text"/>
orge	<input type="text"/>	$\times 0,9$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	$\times 1$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	$\times 60$ <input type="text"/>
soja	<input type="text"/>	$\times 0,9$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	$\times 1$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	$\times 80$ <input type="text"/>
tourteau	<input type="text"/>	$\times 0,9$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	$\times 1$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	$\times 440$ <input type="text"/>
ray grass	<input type="text"/>	$\times 0,2$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	$\times 0,6$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	$\times 80$ <input type="text"/>
maïs	<input type="text"/>	$\times 0,25$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	$\times 0,75$ <input type="text"/>	<input type="text"/>	$\times 50$ <input type="text"/>

## solutions

UN ABREUVOIR (solution de la page 2 ).

Cet abreuvoir est un prisme droit de base trapézoïdale.

Entre le volume  $V$  d'un prisme, sa longueur  $L$ , et l'aire  $A$  de sa base, on a la relation :  $V = A \times L$ .



Les désignations dont nous avons besoin sont indiquées sur le schéma ci-contre.

Pour le problème posé, nous connaissons  $L$  (désigné ici par  $c$ ) ; il faut calculer  $A$ .

Nous désignons par  $A(h)$  l'aire du trapèze, une hauteur  $h$  de l'eau.

Nous désignons par  $e(h)$  le côté du trapèze correspondant à  $h$  ; dans le triangle  $ABC$  :

$$\begin{aligned}
 f(h) / \frac{b-a}{2} &= h/d \\
 \Downarrow \\
 f(h) &= h \times \frac{b-a}{2} / d \\
 \Downarrow \\
 e(h) &= a + h \times (b-a) / d
 \end{aligned}
 \quad \begin{array}{l}
 e(h) = a + 2 f(h) \\
 \hline
 \end{array}$$

d'où l'aire  $A(h)$  du trapèze :

$$\begin{aligned}
 A(h) &= \frac{a + e(h)}{2} \times h \\
 &= \frac{2a + h(b-a)/d}{2} \times h \\
 &= \frac{b-a}{2d} \times h^2 + ah,
 \end{aligned}$$

d'où le volume :

$$V(h) = \left( \frac{b-a}{2d} h^2 + ah \right) \times c.$$

La valeur de  $V(h)$  est donnée par un polynôme du 2e degré en  $h$ . Pour les valeurs numériques fournies :

$$V(h) = \frac{200}{3} h^2 + 8\,000 h \quad \text{en cm}^3$$

$$\Downarrow \\ V(h) = \frac{2}{30} h^2 + 8 h \quad \text{en litres} \quad (h \text{ est exprimé en cm}).$$

Remarquons que pour traiter ce problème dont les données sont numériques, nous avons jugé préférable de traiter un problème dont les données ne sont pas des nombres particuliers, mais des désignations. Ce traitement a l'avantage de ne pas faire disparaître des significations derrière des nombres.

Dans le déroulement des calculs, nous pouvons suivre la façon dont les différentes variables du problème interviennent (comment  $a$  et  $b$  se différencient de  $h$  par exemple), ce qui serait impossible si  $a$ ,  $b$  et  $h$  étaient remplacées dès que possible par leur valeur numérique.

Il est, par ailleurs, beaucoup plus facile de déceler une erreur dans une succession de calculs littéraux que dans une succession de calculs numériques, par exemple en testant l'homogénéité (une surface est de degré 2 par rapport aux longueurs, un volume de degré 3).

Même si les données du problème avaient comporté la valeur numérique de  $h$ , il aurait été plus intéressant de passer par le calcul littéral.

- 
1. Affichage et traitement formel des données.
  2. Calcul numérique et littéral.
  3. Valeur numérique d'une formule.
  4. Désignation.
  5. Relations formelles entre les variables.
  6. Mise en équation.
  7. Calcul d'aires et de volumes.
  8. Organisation de calculs.
  9. Utilisation de la relation de Thalès.

RATIONS ALIMENTAIRES DES VACHES LAITIÈRES : (solution de la page 3 ).

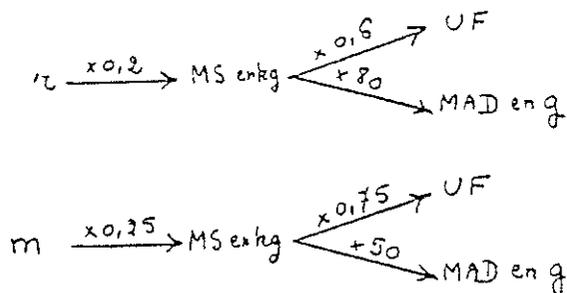
Problème 1.

On désigne par :

$r$  la ration de ray grass en kg,

$m$  la ration de maïs en kg.

Les données peuvent se schématiser ainsi :



d'où, en tenant compte des besoins journaliers d'une vache,

en MAD,  $r \times 0,2 \times 80 + m \times 0,25 \times 50 = 1000$  ,

en UF,  $r \times 0,2 \times 0,6 + m \times 0,25 \times 0,75 = 10$  .

Ce système est équivalent au système suivant, où les deux membres de la deuxième équation ont été multipliés par 100 :

$16r + 12,5m = 1000$  ,

$12r + 18,75m = 1000$  ,

d'où (voir "résolution des systèmes d'équations linéaires", p. ) :

$r = 41,6$        $m = 26,6$  .

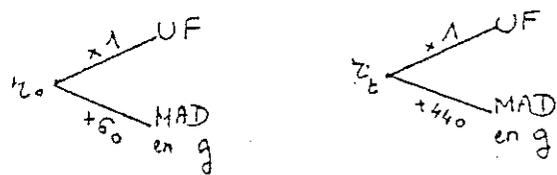
Problème 2.

On désigne par :

$r_o$  la ration d'orge en kg,

$r_t$  la ration de tourteau en kg.

Les apports d'orge et de tourteau peuvent être schématisés de la façon suivante :



On obtient le système :

$$\left. \begin{array}{l} \text{pour les UF, } r_o + r_t = 1 \\ \text{pour les MAD, } 60r_o + 440r_t = 150 \end{array} \right\}$$

Ce système est équivalent au suivant :

$$\left. \begin{array}{l} r_o + r_t = 1 \\ 6r_o + 44r_t = 15 \end{array} \right\} ,$$

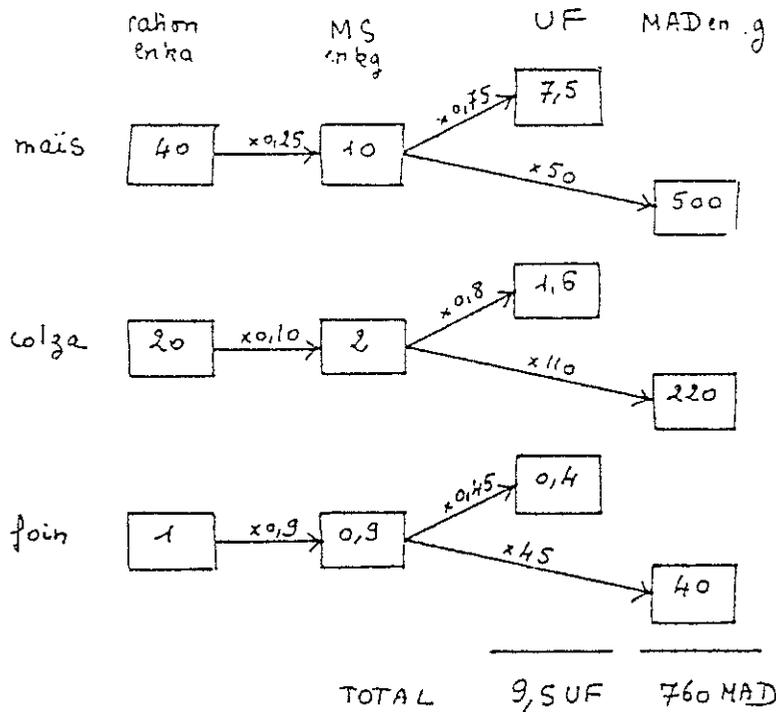
d'où

$r_o = 0,24$  ,       $r_t = 0,76$  .

1. Affichage des données à l'aide d'un schéma et en utilisant des opérateurs numériques.
2. Utilisation d'une notation indicée.
3. Résolution de systèmes de deux équations linéaires.

Problème 3.

1. Valeur de la ration de base (RB) en UF et en MAD.



2. Production de lait (en litres) permise par la RB.

On utilise les données (2) de la page 4.

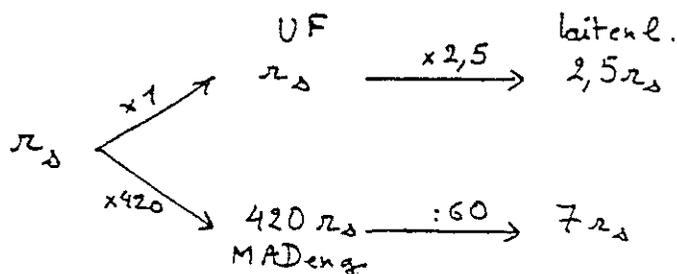
	entretien	production de lait en litres
UF	9,5 $\xrightarrow{-4,4}$ 5,1 $\xrightarrow{:0,4}$	13
MAD	760 $\xrightarrow{-360}$ 400 $\xrightarrow{:60}$	6,5

On constate un déséquilibre entre la quantité de lait produite par les UF et celle produite par les MAD. Il faut corriger ce déséquilibre par un concentré riche en MAD. On a le choix entre de l'orge et du soja ; le tableau d'équivalences (3) de la page 4 indique qu'il faut choisir le soja.

1. Affichage de données à l'aide d'un schéma utilisant des opérateurs numériques.
  2. Utilisation d'une notation indiquée.
  3. Résolution de systèmes de deux équations linéaires.
- (pp. 7, 8, 9)

### 3. Equilibrage de la ration.

On désigne par  $r_s$  la ration de soja en kg nécessaire à l'équilibrage :



On désigne par  $P$  la production de lait lorsque la ration est équilibrée :

Production de lait en litres

	permise par la RB	obtenue par $r_s$	
UF	13	$2,5r_s$	$\implies 13 + 2,5r_s = P$
MAD	6,5	$7r_s$	$\implies 6,5 + 7r_s = P$

On doit donc résoudre un système de 2 équations linéaires à 2 inconnues  $r_s$  et  $P$ . On trouve :  $r_s = 1,5$ .

Il faut donc donner une ration complémentaire de soja de 1,5 kg ; la production de lait  $P$  sera alors : 16,5 litres.

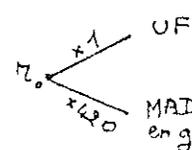
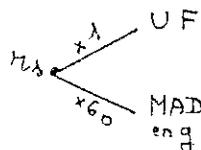
### 4. Equilibrage si la production de lait est supérieure à 16,5 litres.

Si la production de lait est supérieure à 16,5 litres, il faut la compléter par un concentré de soja et d'orge. La pratique courante est de calculer le concentré pour des tranches de 2,5 l de lait. Le problème se traite comme précédemment.

On désigne par :

$r_s$  la ration de soja en kg,

$r_0$  la ration d'orge en kg.



$$\left. \begin{array}{l} \text{pour les UF,} \quad r_s + r_0 = 1 \\ \text{pour les MAD,} \quad 60r_s + 420r_0 = 150 \end{array} \right\} \text{d'où } r_s = 0,25, \quad r_0 = 0,75$$

Il faut donc 1 kg de concentré contenant  $1/4$  de soja et  $3/4$  d'orge pour produire 2,5 l de lait.

Donc, si la production de lait est supérieure à 16,5 l, la ration journalière sera composée de :

la ration de base,

1,5 kg de soja,

1 kg de concentré par 2,5 l de lait produit au-dessus de 16,5 l.



## **problèmes de marins**

# la marée

## I. hauteur d'eau

En première approximation, sur les côtes européennes, la hauteur d'eau suit une courbe sinusoïdale en fonction du temps. Diverses méthodes permettent de simplifier les calculs.

Exemple: données (almanach du marin breton, ci-contre):

On veut savoir:

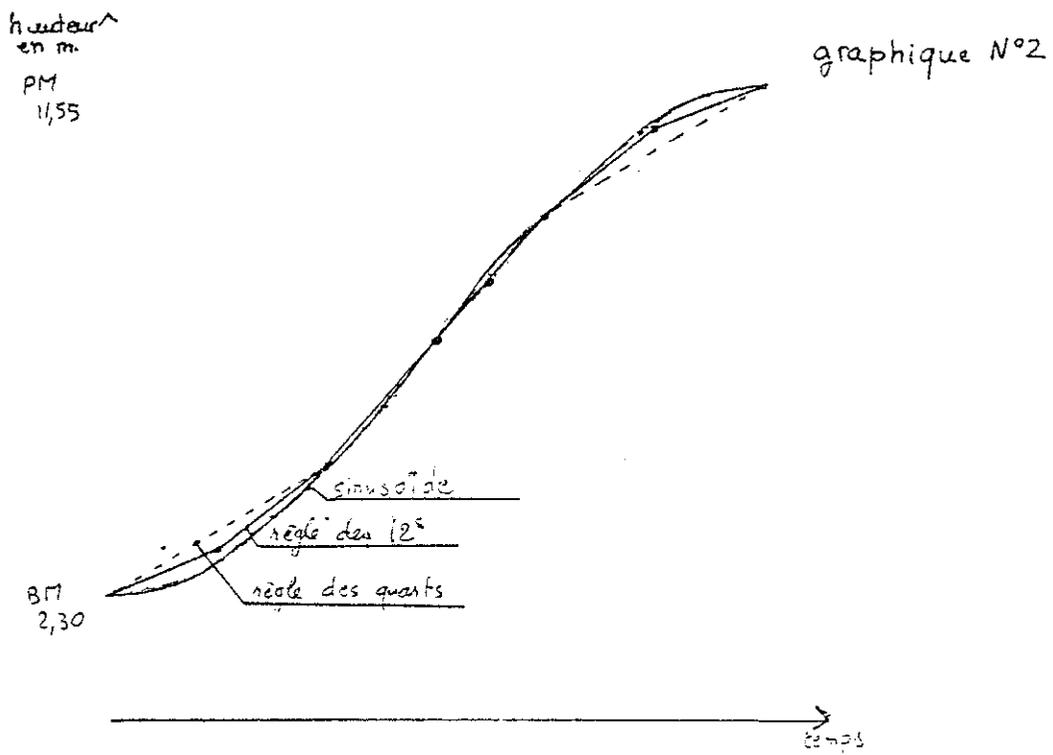
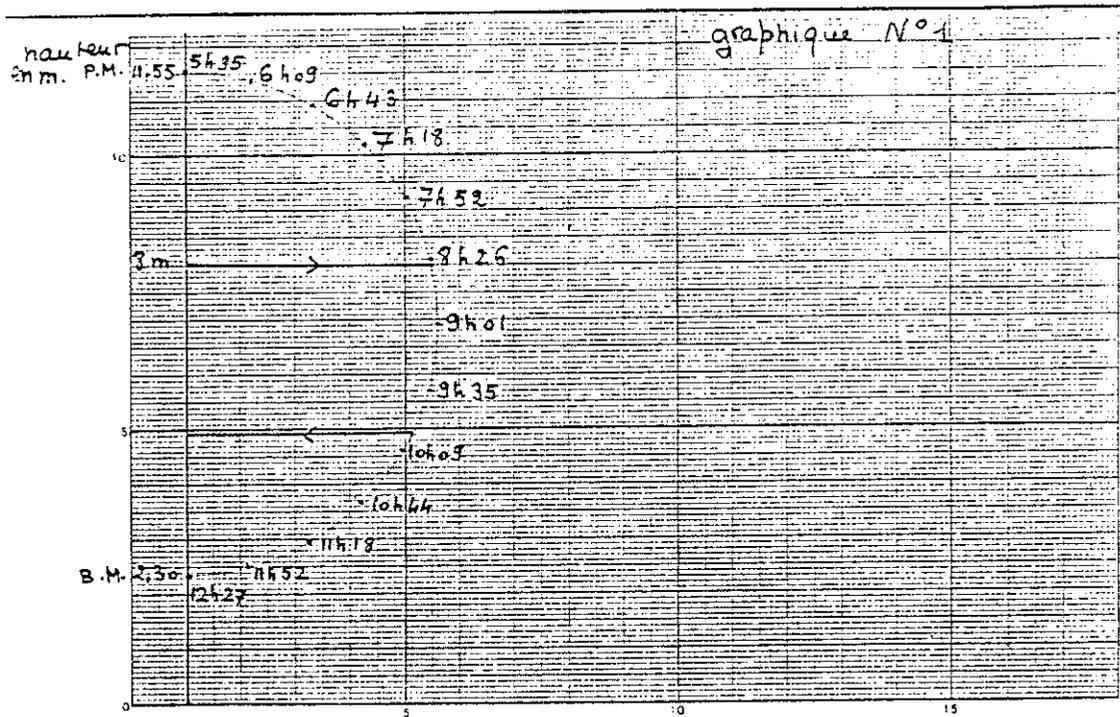
le 18 novembre 1975 à Saint Malo:  
 pleine mer à 5h35 : 11,55m  
 basse mer à 12h27 : 2,30m

1° la hauteur d'eau à 10h  
 2° à quelle heure on aura 8m d'eau

NOVEMBRE	BOULOGNE						LE HAVRE						CHERBOURG						SAINT-MALO							
	BASSES MERS			PLEINES MERS			BASSES MERS			PLEINES MERS			BASSES MERS			PLEINES MERS			BASSES MERS			PLEINES MERS				
	Matin	Soir	Hau- teurs	Matin	Soir	Hau- teurs	Matin	Soir	Hau- teurs	Matin	Soir	Hau- teurs	Matin	Soir	Hau- teurs	Matin	Soir	Hau- teurs	Matin	Soir	Hau- teurs	Matin	Soir	Hau- teurs		
	h. m.	h. m.	m.	h. m.	h. m.	m.	h. m.	h. m.	m.	h. m.	h. m.	m.	h. m.	h. m.	m.	h. m.	h. m.	m.	h. m.	h. m.	m.	h. m.	h. m.	m.		
1 S.	8 42	86	21 00	08	9 30	13	16 59	11	7 35	71	20 01	77	4 51	16	14 20	14	6 33	60	17 46	08	..	..	..	..	..	..
2 D.	0 37	80	23 09	01	4 25	09	16 50	08	8 27	78	20 51	70	3 48	12	15 11	10	6 23	53	18 46	09	..	..	..	..	..	..
3 L.	10 30	93	23 51	02	6 16	06	17 38	08	9 10	80	21 40	60	3 41	00	16 00	08	7 00	60	19 39	07	..	..	..	..	..	..
4 M.	11 10	03	23 41	03	6 03	06	18 26	06	10 03	81	22 33	50	4 32	08	16 48	07	7 51	67	20 19	07	..	..	..	..	..	..
5 M.	..	..	..	..	6 49	09	19 13	06	10 50	80	23 14	70	5 21	08	17 43	09	8 30	67	21 01	06	..	..	..	..	..	..
6 J.	0 25	86	23 55	04	7 31	08	20 57	07	11 39	70	..	..	6 06	10	18 28	11	9 28	65	21 45	02	..	..	..	..	..	..
7 V.	1 05	88	23 56	04	8 10	12	20 00	13	0 00	77	13 18	76	6 47	14	19 06	15	10 05	62	22 27	00	..	..	..	..	..	..
8 S.	1 40	81	24 07	04	9 00	16	21 21	17	0 37	73	12 56	71	7 26	18	19 44	10	10 45	59	23 11	56	..	..	..	..	..	..
9 D.	2 20	80	24 16	04	9 43	21	22 05	21	1 16	70	13 37	70	8 04	23	20 25	24	11 35	66	..	..	..	..	..	..	..	..
10 L.	3 20	76	24 19	04	10 31	25	22 09	23	1 59	63	14 37	67	8 48	27	21 16	28	0 01	61	12 30	..	..	..	..	..	..	..
11 M.	4 21	71	24 16	04	11 32	28	..	..	2 59	61	15 38	65	9 49	30	22 26	30	1 02	49	13 37	50	..	..	..	..	..	..
12 M.	5 31	70	24 08	04	12 31	31	..	..	4 16	63	16 36	64	11 04	31	23 42	29	2 16	48	14 57	50	..	..	..	..	..	..
13 J.	6 42	71	23 51	04	1 23	27	13 58	27	5 34	64	18 08	66	..	..	..	..	3 36	49	16 08	51	..	..	..	..	..	..
14 V.	7 44	71	23 41	04	2 31	26	15 00	24	6 38	65	19 03	68	0 51	37	19 20	26	4 38	61	17 01	53	..	..	..	..	..	..
15 S.	8 36	76	23 29	04	3 26	32	16 51	21	7 30	68	19 53	70	1 47	24	14 12	23	5 28	63	17 49	56	..	..	..	..	..	..
16 D.	9 31	81	23 13	04	4 13	39	18 33	16	8 11	71	20 33	75	2 34	23	11 56	20	6 09	66	18 38	57	..	..	..	..	..	..
17 L.	10 03	83	22 53	04	4 53	47	17 42	15	8 54	78	21 00	73	3 17	19	16 38	18	6 46	68	19 03	59	..	..	..	..	..	..
18 M.	10 31	80	22 30	04	5 30	50	16 42	14	9 37	71	21 16	71	3 57	17	15 16	16	7 20	60	19 37	60	..	..	..	..	..	..
19 M.	11 10	87	23 36	06	6 06	54	18 24	12	10 33	76	22 21	76	4 35	16	13 51	15	7 51	61	20 11	60	..	..	..	..	..	..
20 J.	11 53	87	..	..	6 41	59	18 24	12	10 30	73	23 00	75	5 13	16	13 31	14	8 20	62	20 47	61	..	..	..	..	..	..
21 V.	0 10	86	12 37	07	7 18	53	19 36	12	11 18	70	23 38	76	5 59	16	13 07	16	9 06	63	21 22	60	..	..	..	..	..	..
22 S.	0 44	86	13 01	06	7 55	54	20 14	13	11 57	76	..	..	6 28	16	13 43	16	9 41	61	22 00	60	..	..	..	..	..	..
23 D.	1 20	84	13 39	06	8 33	56	20 53	15	0 14	73	12 30	80	7 01	18	14 19	18	10 19	59	23 41	57	..	..	..	..	..	..
24 L.	1 59	83	14 22	06	9 14	58	21 35	18	0 49	72	13 09	72	7 38	20	15 08	20	11 01	68	23 28	55	..	..	..	..	..	..
25 M.	2 48	70	15 13	06	9 59	23	22 35	20	1 30	70	13 53	70	8 19	22	20 42	22	11 51	66	..	..	..	..	..	..	..	..
26 M.	3 32	77	16 14	07	10 53	32	23 35	21	2 20	68	14 52	60	9 10	21	21 22	23	1 33	63	12 55	54	..	..	..	..	..	..
27 J.	4 10	76	17 24	08	11 38	39	24 00	23	3 09	67	16 07	69	10 17	24	22 06	23	2 11	63	14 08	64	..	..	..	..	..	..
28 V.	6 00	78	18 34	08	12 24	46	24 30	24	4 03	68	17 20	70	11 33	25	23 06	23	2 49	63	16 28	65	..	..	..	..	..	..
29 S.	7 08	80	19 41	08	13 10	51	25 00	25	5 08	70	18 36	72	0 11	21	19 46	20	4 02	66	18 55	68	..	..	..	..	..	..
30 D.	8 12	81	20 43	08	14 00	56	25 30	26	6 06	73	19 36	76	1 19	19	19 51	17	5 05	68	17 34	60	..	..	..	..	..	..

ATTENTION ! Ce tableau ne tient pas compte de l'avance de l'heure. (Voir avis important page 22.)  
 Pour obtenir l'heure en usage en France, ajouter une heure à l'heure du tableau





4e méthode : Utilisation de l'abaque SH4 du service hydrographique de la marine.

Cette méthode est la plus simple. On lit :

1° à 10h, hauteur d'eau : 4,90 m ;

2° on aura 8 m à 8h 30mn.

Mode d'emploi.

On suppose connues les heures et les hauteurs de la pleine mer et de la basse mer les plus voisines de l'instant considéré.

Exemple : Calculer la hauteur du niveau de la mer à 1h 30 du soir, avec les données suivantes :

Pleine mer : heure  $Xh$  58mn M , hauteur 6 m 20 ;

Basse mer : heure  $Vh$  25mn S , hauteur 2 m 40 .

Solution :

1ère opération.

Sur l'abaque n° 1, porter au crayon, sur l'horizontale supérieure, un point A correspondant à l'heure  $Xh$  58mn, et sur l'horizontale inférieure, un point B (à droite du point A) correspondant à l'heure  $Vh$  25mn. Tracer la droite AB .

Sur l'abaque n° 2, figurer de la même façon au crayon le point a correspondant à la hauteur 6 m 20 sur l'échelle supérieure, et le point b correspondant à la hauteur 2 m 40 sur l'échelle inférieure. Tracer ab .

2e opération.

Marquer, sur l'abaque n° 1, le point M d'intersection de l'abscisse 1h 30mn et de la droite AB , et lire sur l'échelle verticale graduée de 0 à 100 la division correspondant au point M , soit 39 .

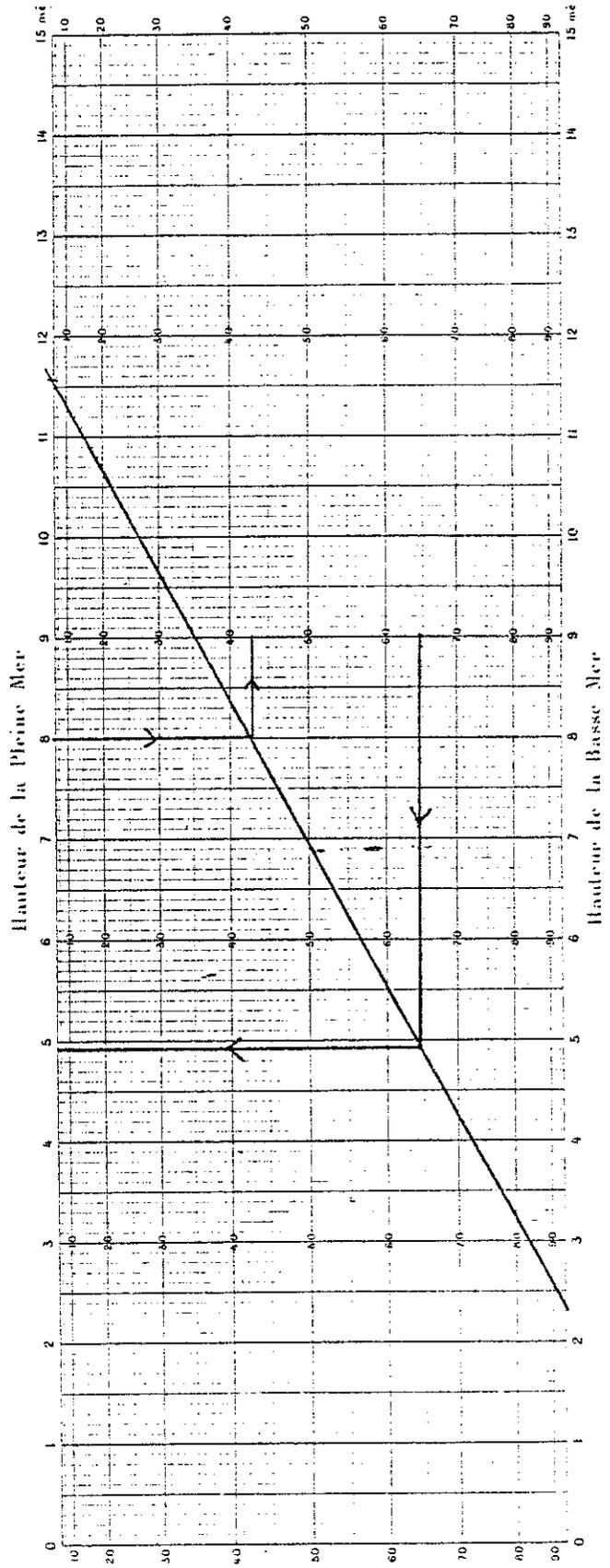
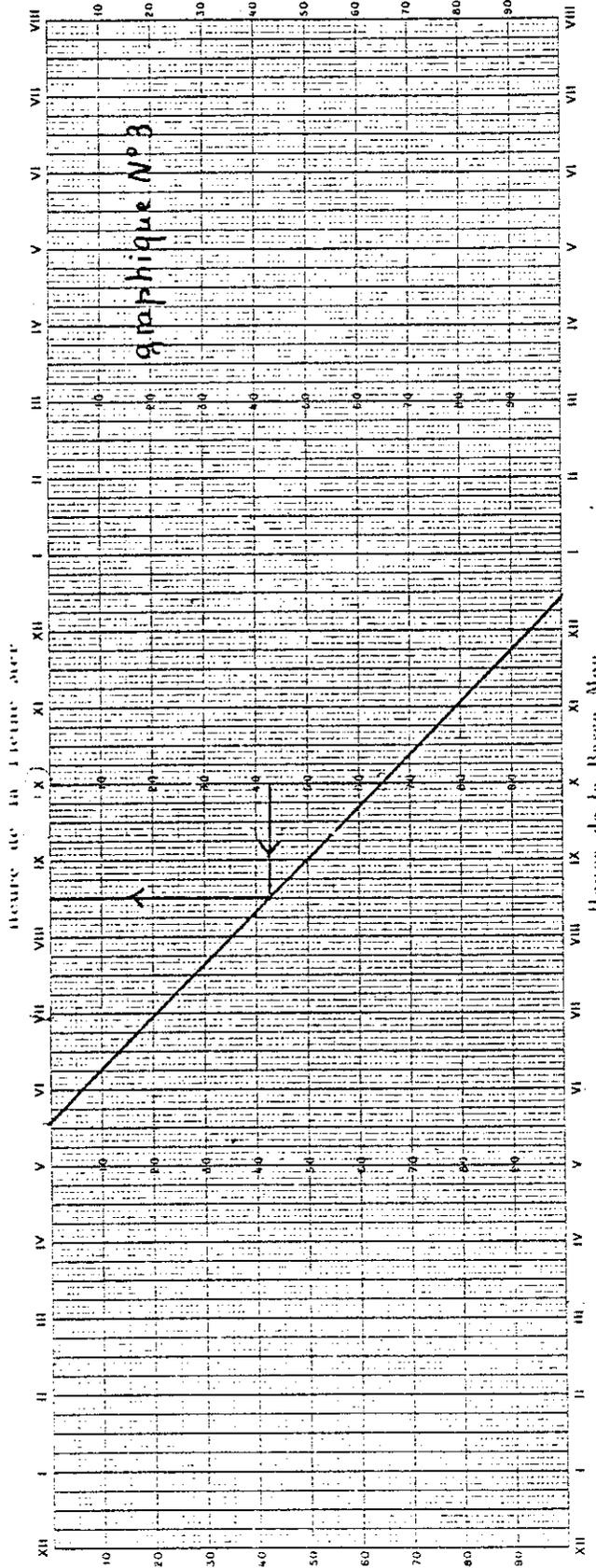
Marquer, sur l'abaque n° 2, l'intersection m de l'horizontale correspondant à l'ordonnée 39 et de la droite ab . La verticale du point m correspondant à l'abscisse 4 m 95 est la hauteur cherchée.

Nota :

I. On peut, à l'aide de ces abaques, résoudre le problème inverse, c'est-à-dire trouver à quelle heure la mer atteint un niveau donné. La méthode est la même, mais on effectue la 2e opération en commençant par l'abaque n° 2.

II. Ces abaques ont été établis en supposant que la courbe des marées est une sinusoïde.

Pour les ports où il n'en est pas ainsi, on obtiendra plus de précision en se servant du tableau de corrections publié dans les annales hydrographiques de 1899, page 51.



Utilisation d'un abaque.

5e méthode : Vous trouverez ci-dessous un extrait de l'"almanach du marin breton".

1° Choisissez une date, et calculez les hauteurs d'eau à midi à Boulogne, Le Havre, Cherbourg et St Malo.

2° Choisissez un port, et calculez les hauteurs d'eau à midi pendant une semaine.

FEBVRIER	BOULOGNE						LE HAVRE						CHERBOURG						SAINT-MALO													
	PLEINES MERES			BASSES MERES			PLEINES MERES			BASSES MERES			PLEINES MERES			BASSES MERES			PLEINES MERES			BASSES MERES										
	T. U.	Haut.	Soir	T. U.	Haut.	Soir	T. U.	Haut.	Soir	T. U.	Haut.	Soir	T. U.	Haut.	Soir	T. U.	Haut.	Soir	T. U.	Haut.	Soir	T. U.	Haut.	Soir								
1 S. D.	2 07	89	14 27	89	0 20	08	51 40	09	0 66	77	19 14	78	7 18	10	20 08	12	11 09	63	23 31	60	6 39	10	47 56	11	9 14	122	21 33	115	8 52	13	16 09	15
2 D. L.	2 40	85	15 12	85	10 00	12	22 22	15	1 38	74	18 62	74	8 20	15	20 10	17	11 53	63	23 31	60	6 17	14	48 41	10	9 52	116	22 15	106	8 27	21	16 47	16
3 L. M.	3 16	81	16 02	79	10 45	18	23 11	20	2 15	71	14 40	69	8 50	20	22 28	23	1 18	62	13 46	54	8 07	18	49 26	11	10 38	109	23 00	97	8 57	30	17 30	17
4 M. M.	4 12	76	17 04	74	11 40	23	23 58	23	3 01	67	15 46	66	9 07	26	23 24	28	1 18	62	13 46	54	8 07	23	50 45	12	11 50	104	23 44	90	9 57	39	18 13	18
5 J. M.	5 41	72	18 28	70	12 58	25	24 37	25	3 56	64	17 11	63	11 16	28	24 11	31	2 27	49	16 12	48	8 28	26	51 22	13	12 41	98	24 29	82	10 58	48	18 56	25
6 V. M.	7 05	71	19 47	71	14 33	27	25 37	26	4 56	61	18 41	60	12 25	30	24 58	34	3 58	51	16 51	40	10 66	27	52 05	14	13 30	96	25 16	74	11 44	57	19 39	26
7 V. J.	8 27	74	21 02	74	16 30	29	26 42	27	6 02	58	19 56	56	13 34	32	25 40	37	5 09	51	17 52	34	1 09	28	52 48	15	14 18	101	26 03	66	12 31	66	20 26	27
8 S. J.	9 33	78	22 01	77	18 14	31	27 49	29	7 21	55	21 10	53	14 42	34	26 28	40	6 28	53	18 44	31	1 39	29	53 29	16	15 05	107	26 50	58	13 18	75	21 13	28
9 D. L.	10 23	81	22 57	80	19 54	33	29 06	31	8 41	52	22 33	50	15 50	36	27 16	43	7 48	50	19 26	28	2 07	30	54 08	17	15 54	112	27 37	50	14 04	84	22 00	29
10 L. M.	11 06	84	23 26	83	21 30	35	30 21	33	9 61	49	23 52	48	16 58	38	28 00	45	8 48	48	20 02	25	2 41	31	54 47	18	16 42	118	28 14	41	14 51	93	22 47	30
11 M. M.	11 41	88	23 56	84	23 19	37	31 34	35	10 26	46	25 16	46	18 06	40	28 47	48	9 48	46	20 42	22	3 14	32	55 26	19	17 29	124	29 01	33	15 38	102	23 34	31
12 J. M.	0 26	85	18 06	87	7 02	19	18 18	10	11 32	43	26 47	44	19 14	42	29 36	50	10 57	44	21 31	19	3 41	33	56 03	20	18 16	130	29 48	36	16 25	110	24 21	32
13 V. M.	0 52	85	18 06	87	8 01	11	18 46	11	0 43	40	27 47	44	20 22	43	30 25	51	11 56	44	22 27	18	4 00	34	56 44	21	19 04	136	30 35	39	17 12	118	25 08	33
14 J. J.	1 40	85	13 32	86	8 30	13	19 43	12	0 43	37	28 56	45	21 30	44	31 14	52	12 59	45	23 27	17	4 40	35	57 21	22	19 54	142	31 42	42	18 00	126	25 55	34
15 S. S.	1 40	85	13 32	86	8 30	13	19 43	12	0 43	37	28 56	45	21 30	44	31 14	52	12 59	45	23 27	17	4 40	35	57 21	22	19 54	142	31 42	42	18 00	126	25 55	34
16 D. L.	1 40	85	13 32	86	8 30	13	19 43	12	0 43	37	28 56	45	21 30	44	31 14	52	12 59	45	23 27	17	4 40	35	57 21	22	19 54	142	31 42	42	18 00	126	25 55	34
17 L. M.	2 16	81	14 31	84	9 26	16	21 42	13	0 37	34	30 06	46	22 38	46	32 02	54	14 08	46	24 16	16	5 00	36	58 04	23	20 42	148	32 29	45	18 48	134	26 42	35
18 M. M.	2 49	78	15 08	77	9 58	18	22 18	14	1 08	31	31 17	47	23 50	48	32 50	56	15 24	47	25 03	15	5 15	37	58 47	24	21 30	154	33 16	46	19 36	142	27 29	36
19 J. M.	3 30	75	15 55	78	10 50	20	23 04	16	1 38	28	32 30	48	25 22	50	33 38	58	16 41	48	26 10	14	5 30	38	59 30	25	22 18	164	34 03	47	20 24	150	28 16	37
20 V. M.	4 26	71	17 01	70	11 57	22	23 51	18	2 09	25	33 04	48	26 54	52	34 46	60	18 00	49	27 00	13	5 45	39	60 13	26	23 06	176	34 50	48	21 12	158	29 04	38
21 J. J.	5 18	70	18 27	68	13 01	25	24 37	20	3 06	22	33 37	48	27 46	54	35 34	62	19 18	50	27 50	12	6 00	40	61 26	27	23 54	192	35 37	49	22 00	166	29 52	39
22 D. L.	6 12	72	19 49	73	14 38	28	25 34	22	4 06	19	34 08	48	28 58	56	36 22	64	20 36	51	28 50	11	6 15	41	62 39	28	24 42	208	36 24	50	22 48	174	30 40	40
23 L. M.	7 11	78	21 03	79	15 54	31	26 21	24	5 06	16	34 39	48	30 08	58	37 10	66	21 54	52	29 38	10	6 30	42	63 52	29	25 30	224	37 11	51	23 36	182	31 28	41
24 J. M.	8 12	78	22 07	86	1 23	33	27 08	26	6 06	13	35 10	48	31 18	60	38 18	74	23 00	53	30 26	9	6 45	43	64 65	30	26 22	240	37 52	52	24 34	190	32 16	42
25 V. M.	9 17	84	22 57	86	1 23	33	27 08	26	6 06	13	35 10	48	31 18	60	38 18	74	23 00	53	30 26	9	6 45	43	64 65	30	26 22	240	37 52	52	24 34	190	32 16	42
26 M. M.	10 33	88	23 46	92	0 19	36	28 01	28	7 20	10	35 41	48	32 28	62	39 26	80	24 00	54	31 34	8	7 00	44	65 78	31	27 10	256	38 23	53	25 32	200	33 04	43
27 J. J.	11 31	89	24 36	92	0 08	39	28 54	30	8 20	8	36 12	48	33 36	64	40 14	88	24 58	55	32 42	7	7 15	45	66 91	32	28 02	272	39 04	54	26 20	208	33 52	44
28 V. J.	0 37	89	13 47	94	7 87	08	29 48	32	9 20	5	36 43	48	34 44	66	41 06	92	25 56	56	33 50	6	7 30	46	67 04	33	28 54	288	39 45	55	27 08	216	34 40	45

ATTENTION ! Ce tableau ne tient pas compte de l'avance de l'heure. (Voir avis important page 22.)  
Pour obtenir l'heure en usage en France, ajouter une heure à l'heure du tableau

1. Utilisation d'un tableau à double entrée.
2. Représentation graphique en repère cartésien.

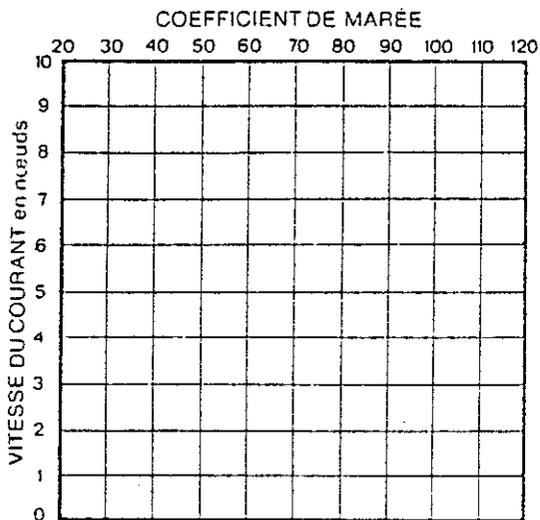
## II. vitesse du courant et coefficient des marées

Voici des documents permettant de résoudre des problèmes concernant la vitesse des courants et le coefficient des marées (tirés de "Navigation, le cap, la route, le point", Alain GREE, Voile, Gallimard).

### Principe de la règle des sixièmes

- A l'étalement, le courant est nul.
- 1 heure après, il atteint les  $\frac{3}{6}$  de sa valeur maximale.
- 2 heures après, il atteint les  $\frac{5}{6}$  de sa valeur maximale.
- 3 heures après, il atteint les  $\frac{6}{6}$  de sa valeur maximale.
- 2 heures avant l'étalement suivante, il atteint les  $\frac{5}{6}$  de sa valeur maxi.
- 1 heure avant l'étalement suivante, il atteint les  $\frac{3}{6}$  de sa valeur maxi.
- A l'étalement, le courant est nul.

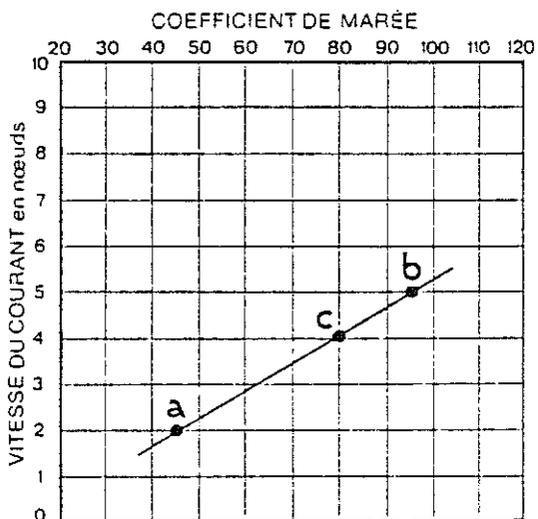
### Graphique donnant la vitesse du courant pour les coefficients de marée intermédiaires



Les documents nautiques fournissent généralement la force du courant, en un point donné, pour des coefficients de morte-eau ou de vive-eau. Ce graphique permet d'obtenir les indications intermédiaires.

Exemple : On sait que le courant dans une certaine zone est de 2 nœuds en morte-eau (coefficient 45), et de 5 nœuds en vive-eau (coefficient 95).

#### Exemple d'utilisation du graphique



Quelle sera sa force lors d'une marée de coefficient 80 ? On reporte sur le graphique ces données (points A et B), que l'on relie par un trait. Il suffit d'abaisser une ligne depuis le coefficient 80 pour connaître la force atteinte par le courant. Sur cet exemple : 4 nœuds, lus face au point C.

Les tableaux des ouvrages nautiques, les cartouches des cartes du Service hydrographique ou les indications directes des cartes de courant mentionnent, pour un point géographique donné, une certaine force de courant. Cette valeur correspond à la force maximale atteinte par le courant de marée au cours de chaque période, c'est-à-dire soit pendant le flot, soit pendant le jusant. Nous savons qu'à l'étalement, elle sera nulle, mais comment déterminer — même approximativement — la force du courant à un instant quelconque ?

Nous avons vu qu'il existe, pour le calcul des variations de niveau relevées au cours d'une marée, une règle permettant de déterminer la hauteur d'eau à tout moment. Un procédé analogue est applicable aux variations de vitesse du courant provoquées par le rythme respiratoire des marées. Il s'agit de la règle des sixièmes, établie à partir d'une sinusoïde pour des marées de type semi-diurne.

Exemple : sachant que la vitesse maximale du courant fournie par les documents nautiques est de trois nœuds, quelle est sa force deux heures après le début du flot ?

Le tableau indique que le courant atteint les  $\frac{5}{6}$  de sa force à ce moment. Règle de trois :

$$\frac{3 \times 5}{6} = 2,5 \text{ nœuds.}$$

1. Compréhension d'un texte scientifique.
2. Proportionnalité.
3. Résolution graphique d'une équation linéaire.

## **problèmes d'argent**

impôts

I. calcul de l'impôt

A l'aide de la "Fiche de calculs facultatifs" (1984), établir un programme de calcul des impôts en fonction du quotient familial (solution page 37).

# FICHE DE CALCULS FACULTATIFS

Si vous désirez calculer votre revenu imposable, le montant de votre impôt (et de l'allègement de ce dernier par rapport à l'an dernier) à partir des sommes portées sur votre déclaration, suivez l'ordre des opérations 1 à 8 de la fiche de calculs.



**ATTENTION** Vous ne devez pas reporter les résultats déterminés ci-après sur votre déclaration : l'impôt est calculé par l'ordinateur.

Les limites qui ont été relevées cette année sont signalées en caractères blancs sur fond noir.

**1** Déterminez votre revenu brut global (ou déficit global).

(revenu + ; déficit -)

1 REVENUS DES VALEURS ET CAPITAUX MOBILIERS (lignes S à Y, • 1 de la déclaration) ... 1.....

L'abattement de 3 000 F sur la somme déclarée ligne W (actions) est supprimé si votre revenu net global excède **310 000 F** ou si vous déduisez des achats d'actions (• 6 - ligne CA) pour au moins 3 000 F (voir notice n° 2041 A).  
 Sur les sommes déclarées lignes U et V (obligations) l'abattement s'applique comme suit :  
 - si le revenu déclaré ligne U ne dépasse pas 1 000 F, cette somme ne sera pas retenue par l'Administration ; la somme V bénéficiera alors d'un abattement maximum de 5 000 F ;  
 - si le revenu déclaré ligne U excède 1 000 F, le total U + V bénéficiera d'un abattement maximum de 6 000 F.

2 REVENUS FONCIERS Les déficits fonciers ne sont en principe pas déductibles (voir notice n° 2044 bis, page 4) ... 2.....

3 REVENUS DES PROFESSIONS NON SALARIÉES (lignes K à W, abattements ligne S déduits) ... 3.....

Abattement de 20 % « centre de gestion » : la limite de 165.000 F est portée à **182.000 F**.  
 Régime spécial des loueurs en meublés : abattement de 50 % sur recettes portées col D avec minimum de 1 500 F.  
 Revenus non commerciaux accessoires : abattement de 25 % sur recettes portées col E avec minimum de 2 000 F.

REVENUS DES LOCATIONS MEUBLÉES ET ACTIVITÉS LUCRATIVES (ligne XC et XD). Les lignes YC et YD ne sont pas déductibles.

Calculez à part l'impôt sur les avances aux cultures (XA) taxables au taux moyen de l'impôt sur les autres revenus.

4 PLUS-VALUES A COURT TERME ET PROFITS DE CONSTRUCTION ... 5.....

NB : calculez à part les plus-values et gains taxables à taux proportionnel • pour les plus-values bénéficiant du système du quotient reportez-vous à la notice n° 2049 bis pour calculer l'impôt correspondant.

5 TRAITEMENTS, SALAIRES, PENSIONS ET RENTES

■ Salaires + avantages + indemnités journalières ...

Les indemnités journalières de sécurité sociale ne seront pas prises en compte par l'ordinateur si votre revenu net global ligne 13 n'excède pas **30 930 F**

Déduction 10 %, minimum de 1 800 F (maxi. **54 706 F**) ou frais réels

Déduction supplémentaire (limitée à 50 000 F sur les salaires et à 50 000 F sur les droits d'auteur) (à calculer sur a - 10 %) ...

Reste net (ligne a - lignes b + d) ...

■ Pensions, retraites, rentes à titre gratuit (col. A + B) moins abattement de 10 % limité à **237 004 F** pour l'ensemble du foyer (si ce plafond est applicable, le répartir au prorata entre les membres du foyer). Minimum 1 800 F par bénéficiaire ...

■ Abattement de 20 % : lignes (f + g) x 20 % limité à **98 000 F**

Salaires versés par les sociétés dans lesquelles vous détenez plus de 35 % des droits sociaux : l'abattement de 20 % est ramené à 10 % pour la fraction comprise entre **795 000 F**

Reste net (lignes f + g - h) ...

■ Rentes viagères à titre onéreux (voir notice p. 4) ...

SOMMES A AJOUTER AU REVENU IMPOSABLE (lignes AR et CB du • 6 p. 4 de votre déclaration) ... 8.....

REVENU TOTAL ou DÉFICIT TOTAL (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) ... 9.....

Déficits des 5 années antérieures : 1979..... + 1980..... + 1981..... + 1982..... + 1983..... = 10.....

REVENU BRUT GLOBAL (9 - 10) ou DÉFICIT GLOBAL (10 - 9 ou si 9 est négatif : 9 + 10) ... 11.....

\* S'il y a plusieurs personnes à charge, procédez à un calcul séparé pour chacune d'entre elles.

(à reporter page 7)

	Vous	Conjoint	Personnes à charge
a.....			
b.....			
d.....			
f.....			
g.....			
h.....			
i.....	+	+	= 6.....
.....	+	+	= 7.....

## 2 Déduez les charges suivantes de votre revenu.

### Frais de garde (ligne AA)

Déduction limitée à **4.310 F** par enfant sans pouvoir excéder le montant de vos revenus professionnels.

### Pensions alimentaires (lignes AB et AE) :

Pensions portées ligne AB : déduction limitée à **15.430 F** par enfant, **30.860 F** si l'enfant est marié ou chargé de famille quand vous subvenez seul à son entretien.

### Détaxation du revenu investi en actions (ligne CA) :

Déduction limitée à 5.000 F + 500 F pour chacun des 2 premiers enfants à charge + 1.000 F par enfant à charge à partir du 3<sup>e</sup> (limite de 5.000 F portée à 6.000 F si vous avez bénéficié d'une déduction en 1978, 1979 ou 1980).

### Frais d'accueil sous votre toit d'une personne de plus de 75 ans (ligne CR) :

Déduction limitée par bénéficiaire à **12.310 F** pour l'année complète.

TOTAL (j à m) . . . . .

### Investissements dans les D.O.M. - T.O.M. (ligne AP) :

Déduction limitée à 25.000F si le revenu (ligne 11 - p) est inférieur à 100.000 F ou à 1/4 de ce revenu dans le cas contraire.

### Déductions diverses (ligne BA) :

### Dons aux œuvres (lignes BB et BE) :

Déduction limitée à 1 % du revenu (ligne 11 - ligne p) pour les dons aux œuvres d'intérêt général et de 4 % supplémentaires pour ceux aux œuvres reconnues d'utilité publique (ou 5 % si tous vos dons sont effectués à ces dernières).

### Primes d'assurance décès (ligne BR) :

Déduction limitée à 10 % du revenu (ligne 11 - ligne p) avec un maximum de 400 F + 100 F par enfant à charge.

TOTAL (p à v) . . . . .

REVENU NET GLOBAL (11 - 12) . . . . .

ABATTEMENTS SPÉCIAUX (personnes âgées ou invalides p. 6 de la notice - enfants mariés à charge p. 2 de la notice)

MONTANT DU REVENU NET IMPOSABLE (13 - 14) arrondi à la dizaine de francs inférieure . . . . .

k.....  
l.....  
m.....  
p.....  
r.....  
s.....  
t.....  
v.....  
= 12.....  
13.....  
14.....  
R = .....

### ATTENTION

Vous n'avez pas d'impôt à acquitter lorsque (\*) :

- votre revenu net de frais professionnels n'excède pas **31.800 F** (ou **34.700 F** si vous avez plus de 65 ans (\*\*)) ;
- ou bien votre revenu global (ligne 13), augmenté de l'abattement de 20 % ligne h, p. 6, n'excède pas **26.545 F** (\*\*);
- ou bien votre revenu imposable (R) est inférieur aux limites du tableau ci-dessous (\*\*);

Pour	Vous	Pour	Vous	Pour	Vous	Pour	Vous	Pour	Vous
	revenu (R)		revenu (R)		revenu (R)		revenu (R)		revenu (R)
	est inférieur à :		est inférieur à :		est inférieur à :		est inférieur à :		est inférieur à :
1 part	<b>30.230</b>	2 parts	<b>33.680</b>	3 parts	<b>37.130</b>	4 parts	<b>63.990</b>	5 parts	<b>79.140</b>
1,5 part	<b>30.800</b>	2,5 parts	<b>34.260</b>	3,5 parts	<b>37.710</b>	4,5 parts	<b>71.570</b>	5,5 parts	<b>86.720</b>

(\*) En l'absence de plus-values à un taux proportionnel.

(\*\*) Ces limites peuvent être supérieures si vous avez droit à une réduction d'impôt.

## 3 Déterminez votre nombre de parts (N) utilisé pour l'application du barème de l'impôt sur le revenu.

vous êtes	vous avez		nombre d'enfants à charge (1) (2)										et ainsi de suite en ajoutant une demi-part (entourez votre nombre de parts)
	aucune pers. à charge												
	cas général	cas particuliers (3)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Mariés (4)	2	•	2,5	3	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	
Célibataire (6) Div. (6) Veuf (5)(6)	1	1,5	2	2,5	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	

(1) Si vous avez à votre charge une personne invalide, autre qu'un enfant, ajoutez 1 part par personne au nombre de parts ci-dessus.

(2) Le nombre de parts est augmenté de 1/2 part par enfant à charge titulaire de la carte d'invalidité.

(3) Vous avez coché une ou plusieurs des cases P, E, K, S, W p. 2 de la déclaration.

(4) Ajoutez 1/2 part lorsque vous ou votre conjoint êtes invalide (1 part si chacun est invalide).

(5) Vous avez coché la case L p. 2 : ajoutez 1/2 part. Votre conjoint est décédé en 1984 : vous bénéficiez du nombre de parts indiqué ligne "mariés".

(6) Si vous avez coché la case P de la page 2 de la déclaration, ajoutez 1/2 part lorsque vous avez des charges de famille.

## 4 Calculez le quotient "QF" (quotient familial = $\frac{R \text{ (revenu imposable)}}{N \text{ (nombre de parts)}}$ ) =

.....

## 5 Calculez votre impôt « I » à l'aide du barème suivant : (les tranches ont été relevées de 7,6%)

Si QF n'excède pas 14 820 F	.....	vous	impôt sera égal à :	0
Si QF est supérieur à 14 820 F et inférieur ou égal à 15 490 F	.....	vous	impôt sera égal à :	(R × 0,05) - ( 741 F × N)
Si QF est supérieur à 15 490 F et inférieur ou égal à 18 370 F	.....	vous	impôt sera égal à :	(R × 0,10) - ( 1 515,5 F × N)
Si QF est supérieur à 18 370 F et inférieur ou égal à 29 050 F	.....	vous	impôt sera égal à :	(R × 0,15) - ( 2 434 F × N)
Si QF est supérieur à 29 050 F et inférieur ou égal à 37 340 F	.....	vous	impôt sera égal à :	(R × 0,20) - ( 3 886,5 F × N)
Si QF est supérieur à 37 340 F et inférieur ou égal à 46 920 F	.....	vous	impôt sera égal à :	(R × 0,25) - ( 5 753,5 F × N)
Si QF est supérieur à 46 920 F et inférieur ou égal à 56 770 F	.....	vous	impôt sera égal à :	(R × 0,30) - ( 8 099,5 F × N)
Si QF est supérieur à 56 770 F et inférieur ou égal à 65 500 F	.....	vous	impôt sera égal à :	(R × 0,35) - ( 10 938 F × N)
Si QF est supérieur à 65 500 F et inférieur ou égal à 109 140 F	.....	vous	impôt sera égal à :	(R × 0,40) - ( 14 213 F × N)
Si QF est supérieur à 109 140 F et inférieur ou égal à 150 100 F	.....	vous	impôt sera égal à :	(R × 0,45) - ( 19 670 F × N)
Si QF est supérieur à 150 100 F et inférieur ou égal à 177 550 F	.....	vous	impôt sera égal à :	(R × 0,50) - ( 27 175 F × N)
Si QF est supérieur à 177 550 F et inférieur ou égal à 201 970 F	.....	vous	impôt sera égal à :	(R × 0,55) - ( 36 052,5 F × N)
Si QF est supérieur à 201 970 F et inférieur ou égal à 228 920 F	.....	vous	impôt sera égal à :	(R × 0,60) - ( 46 151 F × N)
Si QF est supérieur à 228 920 F	.....	vous	impôt sera égal à :	(R × 0,65) - ( 57 597 F × N)

Vous n'avez pas d'impôt à payer s'il est inférieur à **320 F**. Dans le cas contraire, reportez l'impôt « I » en haut de la p. 8

**6** Corrections à apporter à l'impôt résultant du barème, soit (report de la p. 7, somme I)

■ **ABATTEMENT POUR LES CONTRIBUABLES DOMICILIÉS DANS LES D.O.M.** (à déduire de I pour obtenir l'impôt ID)

30 % pour la Guadeloupe, la Martinique et la Réunion (plafonné à **27.230 F**), 40 % pour la Guyane (plafonné à **36.050 F**).

■ **PLAFONNEMENT DU QUOTIENT FAMILIAL.** La réduction d'impôt pour chaque 1/2 part s'ajoutant à 1 part (personne seule) ou à 2 parts (mariés) ne peut excéder **9.960 F** : si vous n'êtes pas domicilié dans les D.O.M. et si votre revenu imposable R atteint ou excède le seuil ci-dessous, calculez votre impôt sur 1 part (non marié(e)) ou 2 parts (mariés) et déduisez une somme égale au produit de **9.960 F** par le nombre de demi-parts excédant 1 part (non marié(e)) ou 2 (mariés).

Situation	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
Célibataire, veuf(ve), divorcé(e), séparé(e)	158.170	183.650	202.500	216.770	230.610	245.360	260.330	276.520	293.410	310.290	327.180	344.070
Mariés			302.720	316.320	344.860	367.290	386.320	404.990	419.260	433.530	447.800	461.220

Si vous êtes domicilié dans les D.O.M. ou si votre nombre de parts est supérieur à 7, calculez votre impôt I ou ID avec votre nombre de parts, puis une 2<sup>e</sup> fois (A) avec 1 part (non marié(e)) ou 2 parts (mariés). Si la différence entre les deux excède le produit (B) de **9.960 F** par le nombre de 1/2 parts s'ajoutant à 1 ou 2 parts, votre impôt est égal à A - B (dans le cas contraire il est égal, selon votre cas, à I ou ID).

■ **RÉDUCTIONS D'IMPÔT :**

• Intérêts d'emprunts, ravalement (lignes GA, GB et GE) : .....

**25 %** pour les dépenses portées lignes GE et GB de votre déclaration et 20 % pour les dépenses inscrites ligne GA, le total GA à GE étant globalement limité à 9.000 F + 1.500 F par personne à charge.

• Dépenses d'économie d'énergie (ligne GP) : .....

25 % des dépenses, celles-ci étant limitées à un plafond de 8.000 F + 1.000 F par personne à charge pour l'ensemble des dépenses effectuées du 1/1/1982 au 31/12/1986.

• Assurance-vie et rente survie (lignes HA et HB) : .....

**25 %** de la part d'épargne des primes d'assurance-vie (base de calcul limitée à 4.000 F + 1.000 F par enfant à charge) et 25 % des primes de rente survie (base de calcul limitée à 7.000 F + 1.500 F par enfant à charge).

• Frais de comptabilité et d'adhésion à un C.G.A. ou A.A. (ligne HE) : .....

Maximum 2.000 F par bénéficiaire.

• Compte d'épargne en actions (ligne HP) : .....

25 % des achats nets limités à 14.000 F pour un couple marié, et à 7.000 F dans les autres cas.

• Versements à un fonds salarial (lignes JA et JB) : .....

**25 %** des versements limités à **5.000 F** par salarié.

Impôt après plafonnement éventuel ▶

- a.....
  - b.....
  - c.....
  - d.....
  - e.....
  - f.....
- Inscrivez le total à f ci-contre

IP.....  
(si le plafonnement ne s'applique pas, IP = I ou ID)

Impôt après réductions (IP - C) ▶

■ **DÉCOTE :** si vous avez 1 part ou 1,5 part et si le montant de votre impôt « D » est inférieur à :

**4.000 F** — si vous avez 1 part : déduisez une décote égale à 4.000 F - D

**1.600 F** — si vous avez 1,5 part : déduisez une décote égale à 1.600 F - D

■ **IMPÔT SUR LES PLUS-VALUES A TAUX PROPORTIONNELS.** ~~Taux habituels majorés d'un point~~ .....

■ **REPRISES D'IMPÔT :** ajoutez les reprises « CEA » (ligne HR du • 7), ou sur « dépenses de recherche » ou « d'économie d'énergie » (suite au remboursement par votre propriétaire des dépenses déduites en 1983) (ligne XR du • 7)

Impôt après corrections (D - E + F + K) ▶

- C.....
- D.....
- E.....
- F.....
- K.....
- G..... (1)

**7** Impôt à payer :

■ **Mesure Nouvelle** Vous bénéficiez soit d'une minoration, soit de l'abandon de la majoration, soit d'une réduction de la majoration.

<p>Votre impôt G est inférieur ou égal à 21.520 F</p> <p>Minoration MI = G x 5 % = ..... Impôt IR = G - MI = ..... (1)</p>	<p>Votre impôt G est compris entre 21.521 F et 26.900 F</p> <p>Minoration = 4 [1345 - (G x 5 %)] Soit MI = ..... Impôt IR = G - MI = .....</p>	<p>Votre impôt G est compris entre 26.901 F et 32.280 F</p> <p>Vous n'êtes plus redevable de la majoration de 5 % de G Impôt IR = G</p>	<p>Votre impôt G est supérieur à 32.280 F</p> <p>Majoration 3 % au lieu de 8 % Soit MA = G x 3 % = ..... Impôt IR = G + MA = .....</p>
--	--	---	--

(1) Vous n'avez pas d'impôt à acquitter s'il est inférieur à **320 F**

■ **IMPÔT COMPLEMENTAIRE DE 1% SUR LES PROFITS DE CONSTRUCTION ET REVENUS DE CAPITAUX MOBILIERS SI VOTRE IMPÔT EST AU MOINS EGAL A 320 F** (1 % de la ligne YA du • 0 et du montant imposable des revenus du • 1)

■ **IMPUTATIONS :** déduisez les crédits d'impôt, avoirs fiscaux, prélèvements ou retenues non libératoires

Impôt dû (IR + H - J) ▶

- H.....
- J.....

**8** Calculez vous-même l'allègement dont vous allez bénéficier cette année

<p>1) <b>IMPÔT SUR LE REVENU :</b> l'allègement dont vous bénéficiez est égal à G x 5 % .....</p> <p>2) Vous n'êtes plus redevable de la CONTRIBUTION SOCIALE « S » qui se serait élevée à [R (p. 7) + plus-values taxées à taux proportionnel + autres plus-values] x 1 % = .....</p> <p>Si S n'excède pas T = 380 F + 330 F par enfant à charge (ou 660 F s'il est titulaire de la carte d'invalidité), S est réduit de D = T - S - L'allègement au titre de cette suppression est donc égal à S - D ; si vous avez rempli la ligne H, il est égal à [(S - D) - H]</p>	<p>1.....</p> <p>2.....</p> <p>Total 1+2 = .....</p>
--	--

## II. évolution des tranches

D'après les barèmes suivants fournis par la direction des impôts, calculer l'évolution des tranches, et comparer à la moyenne annuelle de hausse de l'indice des prix :

Année	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85
Moyenne annuelle de l'indice des prix en %	13,7	11,8	9,6	9,4	9,1	10,8	13,6	13,4	11,8	9,6	7,4	5,6	

année	Votre quotient familial « QF » 1	Formule applicable
1973	Supérieur à 4 950 F et inférieur ou égal à 5 200 F Supérieur à 5 200 F et inférieur ou égal à 6 250 F Supérieur à 6 250 F et inférieur ou égal à 9 900 F Supérieur à 9 900 F et inférieur ou égal à 14 900 F Supérieur à 14 900 F et inférieur ou égal à 22 000 F Supérieur à 22 000 F et inférieur ou égal à 46 325 F Supérieur à 46 325 F et inférieur ou égal à 92 125 F Supérieur à 92 125 F	$I = (R \times 0,05) - (247,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,10) - (507,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,15) - (820,00 F \times N)$ $I = (R \times 0,20) - (1\,315,00 F \times N)$ $I = (R \times 0,30) - (2\,805,00 F \times N)$ $I = (R \times 0,40) - (5\,005,00 F \times N)$ $I = (R \times 0,50) - (9\,637,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,60) - (18\,850,00 F \times N)$
1974	Supérieur à 5 500 F et inférieur ou égal à 5 825 F Supérieur à 5 825 F et inférieur ou égal à 7 000 F Supérieur à 7 000 F et inférieur ou égal à 11 100 F Supérieur à 11 100 F et inférieur ou égal à 15 050 F Supérieur à 15 050 F et inférieur ou égal à 19 000 F Supérieur à 19 000 F et inférieur ou égal à 22 950 F Supérieur à 22 950 F et inférieur ou égal à 26 475 F Supérieur à 26 475 F et inférieur ou égal à 45 825 F Supérieur à 45 825 F et inférieur ou égal à 64 900 F Supérieur à 64 900 F et inférieur ou égal à 84 000 F Supérieur à 84 000 F et inférieur ou égal à 103 150 F Supérieur à 103 150 F	$I = (R \times 0,05) - (277,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,10) - (568,75 F \times N)$ $I = (R \times 0,15) - (918,75 F \times N)$ $I = (R \times 0,20) - (1\,473,75 F \times N)$ $I = (R \times 0,25) - (2\,226,25 F \times N)$ $I = (R \times 0,30) - (3\,176,25 F \times N)$ $I = (R \times 0,35) - (4\,323,75 F \times N)$ $I = (R \times 0,40) - (5\,647,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,45) - (7\,938,75 F \times N)$ $I = (R \times 0,50) - (11\,183,75 F \times N)$ $I = (R \times 0,55) - (15\,383,75 F \times N)$ $I = (R \times 0,60) - (20\,541,25 F \times N)$
1975	Supérieur à 6 125 F et inférieur ou égal à 6 425 F Supérieur à 6 425 F et inférieur ou égal à 7 700 F Supérieur à 7 700 F et inférieur ou égal à 12 225 F Supérieur à 12 225 F et inférieur ou égal à 16 575 F Supérieur à 16 575 F et inférieur ou égal à 20 900 F Supérieur à 20 900 F et inférieur ou égal à 25 250 F Supérieur à 25 250 F et inférieur ou égal à 29 125 F Supérieur à 29 125 F et inférieur ou égal à 50 400 F Supérieur à 50 400 F et inférieur ou égal à 71 375 F Supérieur à 71 375 F et inférieur ou égal à 92 400 F Supérieur à 92 400 F et inférieur ou égal à 113 450 F Supérieur à 113 450 F	$I = (R \times 0,05) - (306,25 F \times N)$ $I = (R \times 0,10) - (627,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,15) - (1\,012,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,20) - (1\,623,75 F \times N)$ $I = (R \times 0,25) - (2\,452,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,30) - (3\,497,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,35) - (4\,760,00 F \times N)$ $I = (R \times 0,40) - (6\,216,25 F \times N)$ $I = (R \times 0,45) - (8\,736,25 F \times N)$ $I = (R \times 0,50) - (12\,305,00 F \times N)$ $I = (R \times 0,55) - (16\,925,00 F \times N)$ $I = (R \times 0,60) - (22\,597,50 F \times N)$
1976	Supérieur à 6 725 F et inférieur ou égal à 7 050 F Supérieur à 7 050 F et inférieur ou égal à 8 450 F Supérieur à 8 450 F et inférieur ou égal à 13 400 F Supérieur à 13 400 F et inférieur ou égal à 17 575 F Supérieur à 17 575 F et inférieur ou égal à 22 150 F Supérieur à 22 150 F et inférieur ou égal à 26 775 F Supérieur à 26 775 F et inférieur ou égal à 30 875 F Supérieur à 30 875 F et inférieur ou égal à 53 425 F Supérieur à 53 425 F et inférieur ou égal à 73 525 F Supérieur à 73 525 F et inférieur ou égal à 95 175 F Supérieur à 95 175 F et inférieur ou égal à 113 450 F Supérieur à 113 450 F	$I = (R \times 0,05) - (336,25 F \times N)$ $I = (R \times 0,10) - (688,75 F \times N)$ $I = (R \times 0,15) - (1\,111,25 F \times N)$ $I = (R \times 0,20) - (1\,781,25 F \times N)$ $I = (R \times 0,25) - (2\,660,00 F \times N)$ $I = (R \times 0,30) - (3\,767,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,35) - (5\,106,25 F \times N)$ $I = (R \times 0,40) - (6\,650,00 F \times N)$ $I = (R \times 0,45) - (9\,321,25 F \times N)$ $I = (R \times 0,50) - (12\,997,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,55) - (17\,756,25 F \times N)$ $I = (R \times 0,60) - (23\,428,75 F \times N)$
1977	Inférieur ou égal à 7 250 F Supérieur à 7 250 F et inférieur ou égal à 7 600 F Supérieur à 7 600 F et inférieur ou égal à 9 100 F Supérieur à 9 100 F et inférieur ou égal à 14 400 F Supérieur à 14 400 F et inférieur ou égal à 18 900 F Supérieur à 18 900 F et inférieur ou égal à 23 800 F Supérieur à 23 800 F et inférieur ou égal à 28 775 F Supérieur à 28 775 F et inférieur ou égal à 33 200 F Supérieur à 33 200 F et inférieur ou égal à 57 425 F Supérieur à 57 425 F et inférieur ou égal à 79 025 F Supérieur à 79 025 F et inférieur ou égal à 100 900 F Supérieur à 100 900 F et inférieur ou égal à 119 100 F Supérieur à 119 100 F	$I = 0$ $I = (R \times 0,05) - (362,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,10) - (742,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,15) - (1\,197,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,20) - (1\,917,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,25) - (2\,862,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,30) - (4\,052,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,35) - (5\,491,25 F \times N)$ $I = (R \times 0,40) - (7\,151,25 F \times N)$ $I = (R \times 0,45) - (10\,022,50 F \times N)$ $I = (R \times 0,50) - (13\,973,75 F \times N)$ $I = (R \times 0,55) - (19\,018,75 F \times N)$ $I = (R \times 0,60) - (24\,973,75 F \times N)$

solution  
page 38

Voire quotient familial « QF » :

Formule applicable

I = 0

Si QF est inférieur ou égal à 7 925 F  
 Si QF est supérieur à 7 925 F et inférieur ou égal à 8 300 F  
 Si QF est supérieur à 8 300 F et inférieur ou égal à 9 925 F  
 Si QF est supérieur à 9 925 F et inférieur ou égal à 15 700 F  
 Si QF est supérieur à 15 700 F et inférieur ou égal à 20 625 F  
 Si QF est supérieur à 20 625 F et inférieur ou égal à 25 925 F  
 Si QF est supérieur à 25 925 F et inférieur ou égal à 31 350 F  
 Si QF est supérieur à 31 350 F et inférieur ou égal à 36 175 F  
 Si QF est supérieur à 36 175 F et inférieur ou égal à 62 600 F  
 Si QF est supérieur à 62 600 F et inférieur ou égal à 86 125 F  
 Si QF est supérieur à 86 125 F et inférieur ou égal à 105 950 F  
 Si QF est supérieur à 105 950 F et inférieur ou égal à 125 050 F  
 Si QF est supérieur à 125 050 F

Formule applicable

I = 0  
 I = (R x 0,05) - ( 396,25 F x N)  
 I = (R x 0,10) - ( 811,75 F x N)  
 I = (R x 0,15) - ( 1 307,50 F x N)  
 I = (R x 0,20) - ( 2 092,50 F x N)  
 I = (R x 0,25) - ( 3 123,75 F x N)  
 I = (R x 0,30) - ( 4 420 F x N)  
 I = (R x 0,35) - ( 5 987,50 F x N)  
 I = (R x 0,40) - ( 7 796,25 F x N)  
 I = (R x 0,45) - ( 10 926,25 F x N)  
 I = (R x 0,50) - ( 15 232,5 F x N)  
 I = (R x 0,55) - (20 530 F x N)  
 I = (R x 0,60) - (26 782,50 F x N)

78

Si QF est inférieur ou égal à 8 725 F

Si QF est supérieur à 8 725 F et inférieur ou égal à 9 125 F  
 Si QF est supérieur à 9 125 F et inférieur ou égal à 10 825 F  
 Si QF est supérieur à 10 825 F et inférieur ou égal à 17 125 F  
 Si QF est supérieur à 17 125 F et inférieur ou égal à 22 275 F  
 Si QF est supérieur à 22 275 F et inférieur ou égal à 28 000 F  
 Si QF est supérieur à 28 000 F et inférieur ou égal à 33 875 F  
 Si QF est supérieur à 33 875 F et inférieur ou égal à 39 075 F  
 Si QF est supérieur à 39 075 F et inférieur ou égal à 66 125 F  
 Si QF est supérieur à 66 125 F et inférieur ou égal à 89 575 F  
 Si QF est supérieur à 89 575 F et inférieur ou égal à 105 950 F  
 Si QF est supérieur à 105 950 F et inférieur ou égal à 125 050 F

Si QF est supérieur à 125 050 F

Formule applicable

I = 0  
 I = (R x 0,05) - ( 436,25 F x N)  
 I = (R x 0,10) - ( 892,50 F x N)  
 I = (R x 0,15) - ( 1 433,75 F x N)  
 I = (R x 0,20) - ( 2 290 F x N)  
 I = (R x 0,25) - ( 3 403,75 F x N)  
 I = (R x 0,30) - ( 4 803,75 F x N)  
 I = (R x 0,35) - ( 6 497,50 F x N)  
 I = (R x 0,40) - ( 8 451,25 F x N)  
 I = (R x 0,45) - ( 11 707,50 F x N)  
 I = (R x 0,50) - ( 16 186,25 F x N)  
 I = (R x 0,55) - (21 483,75 F x N)  
 I = (R x 0,60) - (27 736,25 F x N)

79

Si QF est inférieur ou égal à 9 890 F

Si QF est supérieur à 9 890 F et inférieur ou égal à 10 340 F  
 Si QF est supérieur à 10 340 F et inférieur ou égal à 12 270 F  
 Si QF est supérieur à 12 270 F et inférieur ou égal à 19 410 F  
 Si QF est supérieur à 19 410 F et inférieur ou égal à 24 950 F  
 Si QF est supérieur à 24 950 F et inférieur ou égal à 31 360 F  
 Si QF est supérieur à 31 360 F et inférieur ou égal à 37 940 F  
 Si QF est supérieur à 37 940 F et inférieur ou égal à 43 770 F  
 Si QF est supérieur à 43 770 F et inférieur ou égal à 72 940 F  
 Si QF est supérieur à 72 940 F et inférieur ou égal à 100 320 F  
 Si QF est supérieur à 100 320 F et inférieur ou égal à 118 660 F  
 Si QF est supérieur à 118 660 F et inférieur ou égal à 135 000 F

Si QF est supérieur à 135 000 F

Formule applicable

I = 0  
 I = (R x 0,05) - ( 494,5 F x N)  
 I = (R x 0,10) - ( 1 011,5 F x N)  
 I = (R x 0,15) - ( 1 625 F x N)  
 I = (R x 0,20) - ( 2 595,5 F x N)  
 I = (R x 0,25) - ( 3 843 F x N)  
 I = (R x 0,30) - ( 5 411 F x N)  
 I = (R x 0,35) - ( 7 308 F x N)  
 I = (R x 0,40) - ( 9 496,5 F x N)  
 I = (R x 0,45) - ( 13 143,5 F x N)  
 I = (R x 0,50) - ( 18 159,5 F x N)  
 I = (R x 0,55) - (24 092,5 F x N)  
 I = (R x 0,60) - (30 842,5 F x N)

80

Si QF est inférieur ou égal à 11 230 F

Si QF est supérieur à 11 230 F et inférieur ou égal à 11 740 F  
 Si QF est supérieur à 11 740 F et inférieur ou égal à 13 930 F  
 Si QF est supérieur à 13 930 F et inférieur ou égal à 22 030 F  
 Si QF est supérieur à 22 030 F et inférieur ou égal à 28 320 F  
 Si QF est supérieur à 28 320 F et inférieur ou égal à 35 590 F  
 Si QF est supérieur à 35 590 F et inférieur ou égal à 43 060 F  
 Si QF est supérieur à 43 060 F et inférieur ou égal à 49 680 F  
 Si QF est supérieur à 49 680 F et inférieur ou égal à 82 790 F  
 Si QF est supérieur à 82 790 F et inférieur ou égal à 113 860 F  
 Si QF est supérieur à 113 860 F et inférieur ou égal à 134 680 F  
 Si QF est supérieur à 134 680 F et inférieur ou égal à 153 200 F

Si QF est supérieur à 153 200 F

Formule applicable

I = 0  
 I = (R x 0,05) - ( 561,5 F x N)  
 I = (R x 0,10) - ( 1 148,5 F x N)  
 I = (R x 0,15) - ( 1 845 F x N)  
 I = (R x 0,20) - ( 2 946,5 F x N)  
 I = (R x 0,25) - ( 4 362,5 F x N)  
 I = (R x 0,30) - ( 6 142 F x N)  
 I = (R x 0,35) - ( 8 295 F x N)  
 I = (R x 0,40) - ( 10 779 F x N)  
 I = (R x 0,45) - ( 14 918,5 F x N)  
 I = (R x 0,50) - (20 611,5 F x N)  
 I = (R x 0,55) - (27 345,5 F x N)  
 I = (R x 0,60) - (35 005,5 F x N)

81

Voire quotient familial « QF » :

Formule applicable

I = 0

inférieur ou égal à 12 620 F  
 supérieur à 12 620 F et inférieur ou égal à 13 190 F  
 supérieur à 13 190 F et inférieur ou égal à 15 840 F  
 supérieur à 15 840 F et inférieur ou égal à 24 740 F  
 supérieur à 24 740 F et inférieur ou égal à 31 610 F  
 supérieur à 31 610 F et inférieur ou égal à 39 970 F  
 supérieur à 39 970 F et inférieur ou égal à 49 360 F  
 supérieur à 49 360 F et inférieur ou égal à 55 790 F  
 supérieur à 55 790 F et inférieur ou égal à 92 370 F  
 supérieur à 92 370 F et inférieur ou égal à 127 860 F  
 supérieur à 127 860 F et inférieur ou égal à 151 250 F  
 supérieur à 151 250 F et inférieur ou égal à 172 040 F  
 supérieur à 172 040 F et inférieur ou égal à 195 000 F  
 supérieur à 195 000 F

Formule applicable

I = 0  
 I = (R x 0,05) - ( 631 F x N)  
 I = (R x 0,10) - ( 1 290,5 F x N)  
 I = (R x 0,15) - ( 2 072,5 F x N)  
 I = (R x 0,20) - ( 3 309,5 F x N)  
 I = (R x 0,25) - ( 4 900 F x N)  
 I = (R x 0,30) - ( 6 898,5 F x N)  
 I = (R x 0,35) - ( 9 216,5 F x N)  
 I = (R x 0,40) - ( 12 116,5 F x N)  
 I = (R x 0,45) - ( 16 754,5 F x N)  
 I = (R x 0,50) - ( 23 147,5 F x N)  
 I = (R x 0,55) - (30 312 F x N)  
 I = (R x 0,60) - (39 062 F x N)

inférieur ou égal à 14 820 F  
 supérieur à 14 820 F et inférieur ou égal à 15 470 F  
 supérieur à 15 470 F et inférieur ou égal à 18 370 F  
 supérieur à 18 370 F et inférieur ou égal à 29 040 F  
 supérieur à 29 040 F et inférieur ou égal à 37 340 F  
 supérieur à 37 340 F et inférieur ou égal à 46 920 F  
 supérieur à 46 920 F et inférieur ou égal à 56 770 F  
 supérieur à 56 770 F et inférieur ou égal à 65 300 F  
 supérieur à 65 300 F et inférieur ou égal à 109 140 F  
 supérieur à 109 140 F et inférieur ou égal à 150 100 F  
 supérieur à 150 100 F et inférieur ou égal à 177 580 F  
 supérieur à 177 580 F et inférieur ou égal à 201 970 F  
 supérieur à 201 970 F et inférieur ou égal à 228 920 F  
 supérieur à 228 920 F

Formule applicable

I = 0  
 I = (R x 0,05) - ( 741 F x N)  
 I = (R x 0,10) - ( 1 515,5 F x N)  
 I = (R x 0,15) - ( 2 411 F x N)  
 I = (R x 0,20) - ( 3 806,5 F x N)  
 I = (R x 0,25) - ( 5 751,5 F x N)  
 I = (R x 0,30) - ( 8 099,5 F x N)  
 I = (R x 0,35) - ( 10 918 F x N)  
 I = (R x 0,40) - ( 14 213 F x N)  
 I = (R x 0,45) - ( 19 670 F x N)  
 I = (R x 0,50) - ( 27 175 F x N)  
 I = (R x 0,55) - (36 052,5 F x N)  
 I = (R x 0,60) - (46 151 F x N)  
 I = (R x 0,65) - (57 597 F x N)

inférieur ou égal à 13 770 F  
 supérieur à 13 770 F et inférieur ou égal à 14 390 F  
 supérieur à 14 390 F et inférieur ou égal à 17 070 F  
 supérieur à 17 070 F et inférieur ou égal à 26 990 F  
 supérieur à 26 990 F et inférieur ou égal à 34 700 F  
 supérieur à 34 700 F et inférieur ou égal à 43 610 F  
 supérieur à 43 610 F et inférieur ou égal à 52 760 F  
 supérieur à 52 760 F et inférieur ou égal à 60 870 F  
 supérieur à 60 870 F et inférieur ou égal à 101 430 F  
 supérieur à 101 430 F et inférieur ou égal à 139 500 F  
 supérieur à 139 500 F et inférieur ou égal à 165 010 F  
 supérieur à 165 010 F et inférieur ou égal à 187 700 F  
 supérieur à 187 700 F et inférieur ou égal à 212 750 F  
 supérieur à 212 750 F

Formule applicable

I = 0  
 I = (R x 0,05) - ( 688,5 F x N)  
 I = (R x 0,10) - ( 1 408 F x N)  
 I = (R x 0,15) - ( 2 261,5 F x N)  
 I = (R x 0,20) - ( 3 611 F x N)  
 I = (R x 0,25) - ( 5 346 F x N)  
 I = (R x 0,30) - ( 7 526,5 F x N)  
 I = (R x 0,35) - ( 10 164,5 F x N)  
 I = (R x 0,40) - ( 13 208 F x N)  
 I = (R x 0,45) - ( 18 279,5 F x N)  
 I = (R x 0,50) - (25 254,5 F x N)  
 I = (R x 0,55) - (33 505 F x N)  
 I = (R x 0,60) - (42 890 F x N)  
 I = (R x 0,65) - (53 527,5 F x N)

excède pas 15 650 F  
 est supérieur à 15 650 F et inférieur ou égal à 16 360 F  
 est supérieur à 16 360 F et inférieur ou égal à 19 400 F  
 est supérieur à 19 400 F et inférieur ou égal à 30 680 F  
 est supérieur à 30 680 F et inférieur ou égal à 39 440 F  
 est supérieur à 39 440 F et inférieur ou égal à 49 550 F  
 est supérieur à 49 550 F et inférieur ou égal à 59 950 F  
 est supérieur à 59 950 F et inférieur ou égal à 69 170 F  
 est supérieur à 69 170 F et inférieur ou égal à 115 250 F  
 est supérieur à 115 250 F et inférieur ou égal à 158 510 F  
 est supérieur à 158 510 F et inférieur ou égal à 187 490 F  
 est supérieur à 187 490 F et inférieur ou égal à 213 280 F  
 est supérieur à 213 280 F et inférieur ou égal à 241 740 F  
 est supérieur à 241 740 F

Formule applicable

I = 0  
 I = (R x 0,05) - ( 782,5 F x N)  
 I = (R x 0,10) - ( 1 600,5 F x N)  
 I = (R x 0,15) - ( 2 570,5 F x N)  
 I = (R x 0,20) - ( 4 104,5 F x N)  
 I = (R x 0,25) - ( 6 076,5 F x N)  
 I = (R x 0,30) - ( 8 554 F x N)  
 I = (R x 0,35) - ( 11 551,5 F x N)  
 I = (R x 0,40) - ( 15 010 F x N)  
 I = (R x 0,45) - (20 772,5 F x N)  
 I = (R x 0,50) - (28 687,5 F x N)  
 I = (R x 0,55) - (38 072,5 F x N)  
 I = (R x 0,60) - (48 736,5 F x N)  
 I = (R x 0,65) - (60 222,5 F x N)

82

83

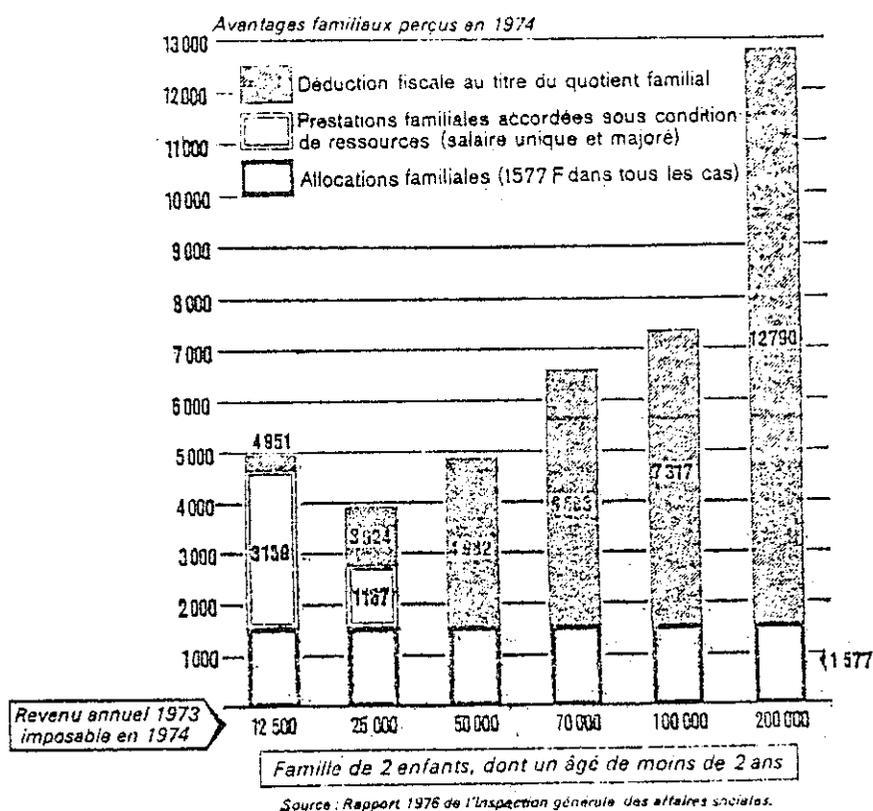
84

85

### III. inégalité devant l'impôt

Ce graphique établi en 74 met en évidence l'inégalité sociale devant l'impôt.

## Les ménages aisés sont avantagés



Le tableau de la page suivante montre que cette inégalité subsiste en 77.

Qu'en est-il en 84, en prenant en compte :

- le plafonnement du quotient familial,
- le fait que le 3e enfant est compté pour 1 part.

Nous proposons de faire correspondre aux tranches successives les salaires mensuels suivants calculés en fonction du SMIG en 77 et 84 :

3 350 ; 3 700 ; 4 630 ; 5 555 ; 6 710 ; 7 520 ; 8 450 ; 9 375 ;  
 11 225 ; 13 080 ; 15 045 ; 16 780 ; 18 520 ; 22 570 ; 26 040 ;  
 30 090 ; 33 560 ; 46 300 .

(Voir solution page 39.)

.../...

L'INEQUALITE FISCALE DES FAMILLES (barème 77)

Revenu mensuel moyen F <sup>m</sup>	1800	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000	6000	7000	8000	9000	10000	12000	14000	16000	18000	25000	
Revenu net imposable R	15552	17280	21600	25920	30240	34560	38880	43200	51840	60480	69120	77760	86400	103680	120960	138240	155520	216000	
nombre parts																			
2	impôt $i_2$	178	368	1016	1164	2484	3350	4400	5480	8016	10956	14348	17804	21260	28172	35700	43476	51764	83288
2,5	impôt $i_{2,5}$	0	23	462	1110	1757	2457	3322	4187	6310	8725	11425	14480	17935	24847	31757	38792	46567	75505
	ce que rapporte le 1er enfant $i_2 - i_{2,5}$	178	345	554	554	727	893	1078	1293	1706	2231	2923	3324	3325	3325	3943	4684	5197	7783
3	impôt $i_3$	0	0	93	555	1203	1851	2499	3297	5022	7140	9435	12027	14922	21522	28434	35346	42258	69101
	ce que rapporte le 2ème enfant $i_3 - i_{2,5}$	0	23	369	555	554	606	823	896	1288	1585	1990	2453	3013	3325	3323	3346	4310	6404
3,5	impôt $i_{3,5}$	0	0	0	182	647	1295	1942	2590	4133	5862	7969	10141	12734	18416	25109	32021	38934	64418
	ce que rapporte le 3ème enfant $i_{3,5} - i_3$	0	0	93	373	556	556	556	507	889	1278	1466	1884	2188	3106	3325	3325	3324	4684
4	impôt	0	0	0	0	268	740	1388	2036	3332	4972	6700	8800	10960	16032	21911	28696	35608	59736
	ce que rapporte le 4ème enfant $i_4 - i_{3,5}$	0	0	0	182	379	554	554	801	890	1269	1343	1774	2384	3198	3925	3326	4682	

On constate que les familles de revenus modestes sont désavantagées par rapport aux familles de hauts revenus : ainsi un 4ème enfant ne procure aucun avantage fiscal pour une famille de revenu moyen mensuel de 2500 F alors qu'il procure un avantage fiscal de 4682 F à la famille de revenu mensuel moyen de 25 000 F

## augmentation de salaire

Cas 1

Dans la fonction publique, des accords salariaux ont été négociés ; voici l'évolution de la valeur indiciaire du point d'un employé :

1.1.84	245,53
1.4.84	247,99
1.11.84	252,90
1.2.85	256,69
1.7.85	260,49
1.11.85	264,29

D'après ces chiffres, explicitez la négociation.

Cas 2

Dans une entreprise, les accords salariaux ont été négociés sur la base suivante : en 84, une augmentation globale de 4 % du salaire par rapport au salaire perçu en 83 ; en 85, 3 augmentations de 1 % aux 1<sup>er</sup> février, 1<sup>er</sup> juillet, 1<sup>er</sup> novembre, calculées sur le salaire de référence du 1.1.85.

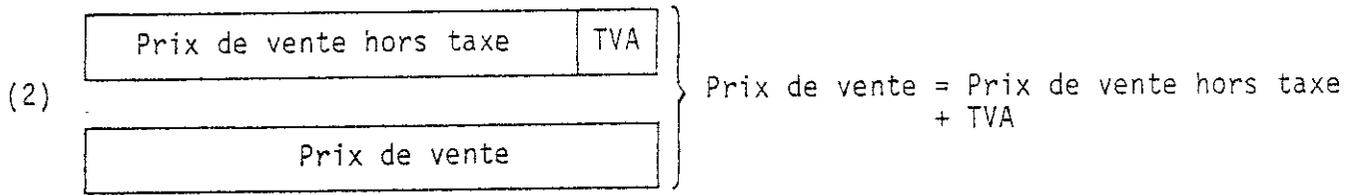
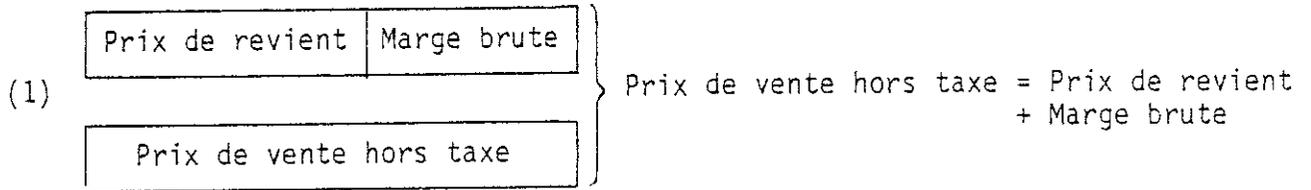
D'après ces chiffres, explicitez la négociation.

Comparez les 2 cas dans l'hypothèse d'un salaire global de 60 000 F pour 83 et d'un salaire mensuel de 5 100 F en janvier 84.

(Solution page 40.)

**comprendre le calcul des prix et des marges**

Voici des définitions fournies aux commerçants :



(3) Taux de marque =  $\frac{\text{Marge brute}}{\text{Prix de vente hors taxe}}$

(4) Taux de TVA =  $\frac{\text{TVA}}{\text{Prix de vente hors taxe}}$

Désignations :

Prix de revient =  $P_R$

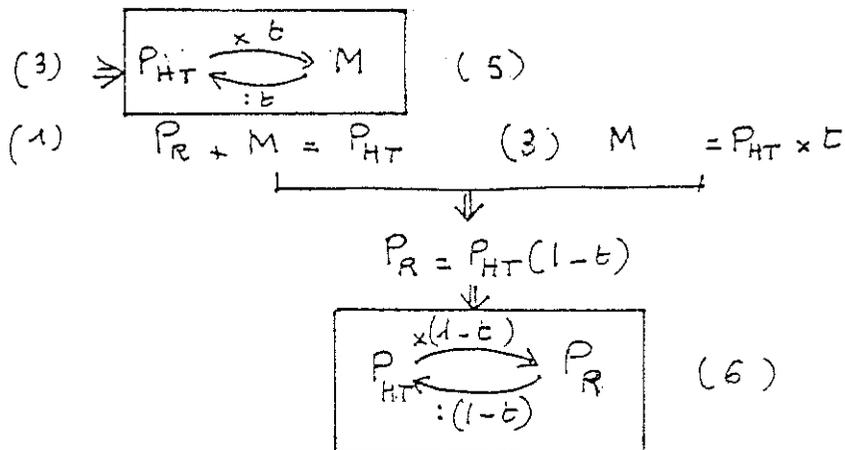
Marge brute =  $M$

Prix de vente hors taxe =  $P_{HT}$

Prix de vente toutes taxes comprises =  $P_{TTC}$

Taux de marque =  $t$

Taux de TVA =  $T$



$$(2) P_{HT} + TVA = P_{TTC} \quad T = \frac{TVA}{P_{HT}} \quad (4)$$

$$P_{HT} \cdot (1+T) = P_{TTC}$$

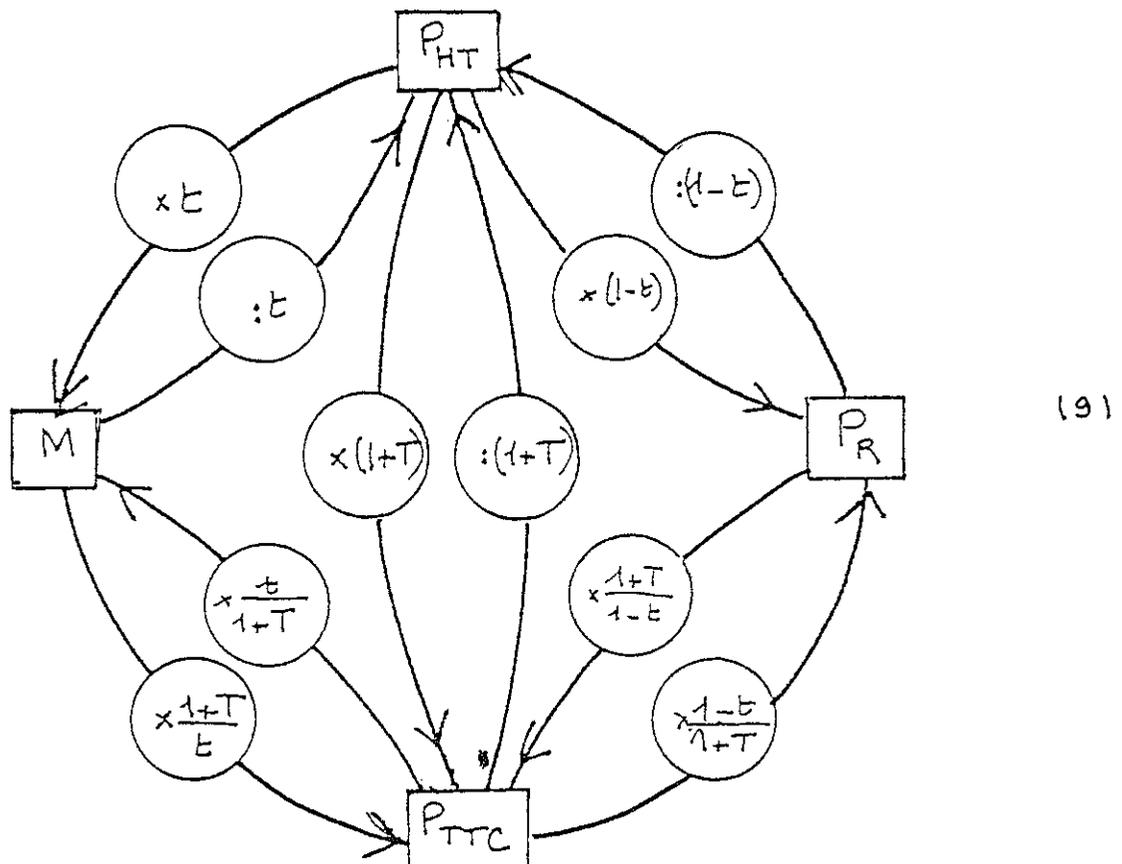
$$\boxed{P_{HT} \xrightarrow{x(1+T)} P_{TTC} \quad (7)}$$

On peut assembler les schémas (5), (6), (7) :

$$M \begin{array}{c} \xleftarrow{x \cdot \epsilon} \\ \xrightarrow{\quad \quad \quad} \\ \xrightarrow{\quad \quad \quad} \\ \xrightarrow{\quad \quad \quad} \end{array} P_{HT} \begin{array}{c} \xrightarrow{x(1-\epsilon)} \\ \xleftarrow{\quad \quad \quad} \\ \xleftarrow{\quad \quad \quad} \\ \xleftarrow{\quad \quad \quad} \end{array} P_R$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ P_{TTC} \end{array} \quad (8)$$

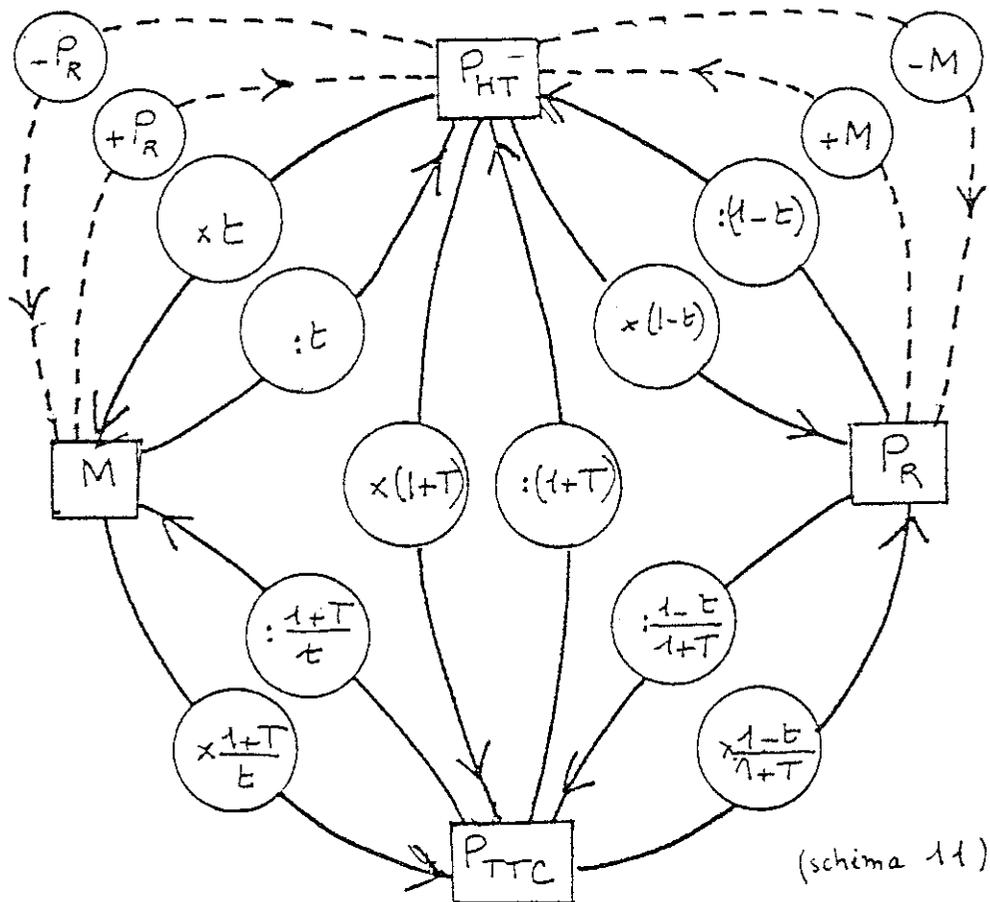
Des chaînes d'opérateurs permettent de passer de  $P_{TTC}$  à  $M$  ou  $P_R$ , d'où le schéma global permettant de résoudre tous les problèmes de prix et de marges :



L'égalité (1) de la page précédente peut être schématisée ainsi :



On peut mettre sur un même schéma les schémas (9), (10) et (10') :



Ce schéma résume 23 pages du fascicule "Comment calculer ses prix et ses marges", guide pratique de gestion n° 1, Chambre de commerce et d'industrie de Paris.

1. Affichage des données utilisant une notation indicée et des opérateurs formels.
2. Calcul littéral.
- 2'. Calcul sur des opérateurs.
3. Désignation des données par des lettres.
4. Formalisation des données : relations entre les variables.
5. Graphe des relations entre les variables.
6. Organisation de calculs.
7. Résolution d'équations linéaires.

Utilisation du schéma (11) pour résoudre des problèmes :

Résoudre un problème revient à énumérer les données connues et les inconnues, puis à chercher sur le schéma un chemin dont le départ est une donnée fournie et l'arrivée l'inconnue cherchée, et passant par des arêtes dont la valeur est connue ou peut être calculée.

Les arêtes  $\longrightarrow$  correspondent à des opérateurs de type multiplicatif.

Les arêtes  $\dashrightarrow$  correspondent à des opérateurs de type additif.

Si la valeur d'une arête n'est pas connue, on peut la calculer en fonction de son départ et de son arrivée :

$$\textcircled{d} \xrightarrow{\times x} \textcircled{a}$$

$$x = a \div d$$

$$\textcircled{d} \xrightarrow{+ x} \textcircled{a}$$

$$x = a - d$$

1 ● Calcul du prix de vente H.T. et de la T.V.A. correspondante (op.cit p.7)

Situation concernée Information recherchée	Éléments dont on dispose
Vous vendez à une autre entreprise et vous devez calculer le prix de vente H.T. ainsi que le montant de la T.V.A.	Vous connaissez : - Le prix de revient H.T. : 140 F ; - Le pourcentage de marge brute sur vente : 30 % ; - Le taux de T.V.A. : 18,60 %

2 ● Calcul de la marge brute à partir d'un prix de revient H.T. et d'un prix de vente T.T.C. (p.11)

Situation concernée Information recherchée	Éléments dont on dispose
Vous souhaitez connaître le pourcentage de marge brute que vous laisse un article.	Vous connaissez : - Le prix de revient H.T. : 140 F ; - Le prix de vente T.T.C. : 237,20 F ; - Le taux de T.V.A. : 18,60 %

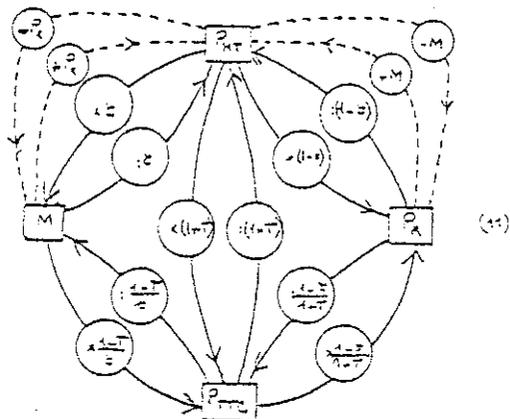
● Calcul du prix de revient H.T. à partir d'un prix de vente T.T.C. et d'un pourcentage de marge brute (op.cit p.9)

Situation concernée Information recherchée	Éléments dont on dispose
Vous voulez déterminer le prix de revient de vos ventes pour pouvoir calculer votre marge brute ou votre stock en valeur.	Vous connaissez : - Le prix de vente T.T.C. : 237,20 F ; - Le pourcentage de marge brute sur vente : 30 % ; - Le taux de T.V.A. : 18,60 %

Utilisez vous-même le schéma pour résoudre ces problèmes :

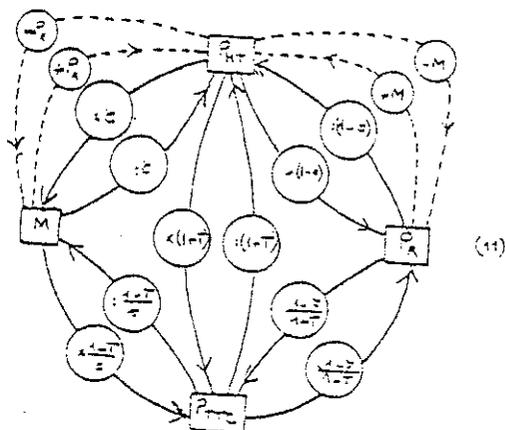
► Calcul du prix de vente T.T.C. à partir d'un objectif de marge brute en pourcentage (ou P.C.T.P.C.)

Situation concernée Information recherchée	Éléments dont on dispose
<p>Vous venez de recevoir un article d'un fournisseur.</p> <p>Vous voulez déterminer son prix de vente T.T.C.</p>	<p>Vous connaissez :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Le prix de revient H.T. : 140 F ;</li> <li>- L'objectif de marge brute en pourcentage : 30 % ;</li> <li>- Le taux de T.V.A. concerné : 18,60 %</li> </ul>



Calcul de la marge brute à partir d'un prix de revient T.T.C. et d'un prix de vente T.T.C.

Situation concernée Information recherchée	Éléments dont on dispose
<p>Vous souhaitez connaître le pourcentage de marge brute que vous laisse un article.</p>	<p>Vous connaissez :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Le prix de revient T.T.C. : 166,04 F ;</li> <li>- Le prix de vente T.T.C. : 237,20 F</li> </ul>



(Solution page 46.)

## solutions

IMPOTS.I. Calcul de l'impôt (solution de la page 22).

## IMPOTS 1984 : CALCUL DE I

Tableau permettant de calculer l'impôt en cumulant les tranches inférieures à celles où se trouve le quotient familial.

d	t	a
14 820	$+ 670 \xrightarrow{\times 0,05} + 33,50$	0
15 490	$+ 2 880 \xrightarrow{\times 0,10} + 288$	33,50
18 370	$+ 10 680 \xrightarrow{\times 0,15} + 1 602$	321,50
29 050	$+ 8 290 \xrightarrow{\times 0,20} + 1 658$	1 923,50
37 340	$+ 9 580 \xrightarrow{\times 0,25} + 2 395$	3 581,50
46 920	$+ 9 850 \xrightarrow{\times 0,30} + 2 955$	5 976,50
56 770	$+ 8 730 \xrightarrow{\times 0,35} + 3 055,5$	8 931,50
65 500	$+ 43 640 \xrightarrow{\times 0,40} + 17 456$	11 987
109 140	$+ 40 960 \xrightarrow{\times 0,45} + 18 432$	29 443
150 100	$+ 27 450 \xrightarrow{\times 0,50} + 13 725$	47 875
177 550	$+ 23 720 \xrightarrow{\times 0,55} + 13 046$	61 600
201 970	$+ 26 950 \xrightarrow{\times 0,60} + 16 170$	74 646
228 920	$+ \dots \xrightarrow{\times 0,65} + \dots$	90 816
.....		.....

1. Affichage des données à l'aide d'opérateurs numériques.
2. Pourcentages.

Q = quotient familial

d = début de la tranche dans laquelle se trouve le quotient familial Q

n = nombre de parts

t = taux d'impôt de la tranche

a = valeur cumulée de l'impôt due aux tranches précédentes

R = revenu net imposable ( $R = Q \times n$ )

$$I = [a + (Q - d) \times t] \times n .$$

La relation précédente peut s'écrire d'une autre façon :

$$I = an + Qnt - dnt ,$$

$$I = Rt - (dt - a) \times n$$

Cette formule permet d'établir le barème 5 de la page 23.

- 
1. Désignation des données.
  2. Traduction formelle du processus de constitution d'un tableau (celui de la page 23) : mise en équation.
  3. Calcul de la valeur numérique d'une formule.

"Organigramme" de calcul de l'impôt 84  
(données des paragraphes 3 à 8 du formulaire de la déclaration des revenus)

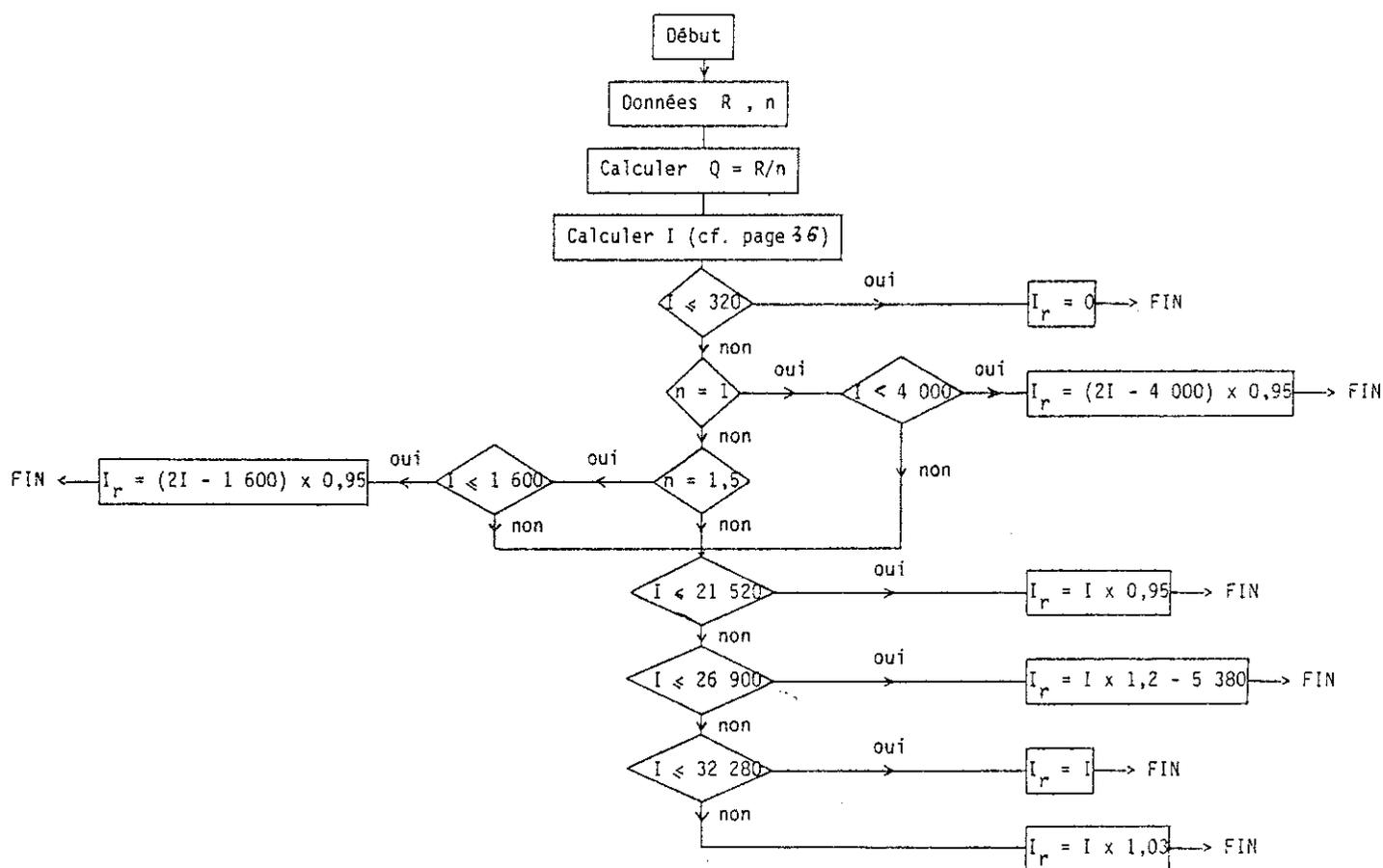
R = revenu net imposable

n = nombre de parts

Q = quotient familial

I = impôt donné par le barème

$I_r$  = impôt réel



0. Réorganisation des données dans le but d'établir un schéma de calcul faisant intervenir des tests.

1. Dans le document fourni par la direction des impôts, comprendre : "déduire une décote égale à 4 000 F - D".

2. Désignation des données par des lettres. Calcul numérique d'une formule.

3. Augmentation et diminution en pourcentage.

4. Organisation de calculs : décomposition d'un problème en sous-problèmes.

II. Evolution des tranches (solution de la page 25).

Impôts (%)	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85
0	4 950 11,1	5 500 11,4	6 125 9,8	6 725 7,8	7 250 9,3	7 925 10,1	8 725 13,4	9 890 19,5	11 230 12,4	12 620 9,1	13 770 7,6	14 820 5,6	15 650
5	5 200 12,0	5 825 10,3	6 425 9,7	7 050 7,8	7 600 9,2	8 300 9,9	9 125 13,3	10 340 13,5	11 740 12,4	13 190 9,1	14 390 7,6	15 490 5,6	16 360
10	6 250 12,0	7 000 10,0	7 700 9,7	8 450 7,7	9 100 9,1	9 925 9,1	10 825 13,3	12 270 13,5	13 930 12,3	15 640 9,1	17 070 7,6	18 370 5,6	19 400
15	9 900 12,1	11 100 10,1	12 225 9,6	13 400 7,7	14 400 9,0	15 700 9,1	17 125 13,3	19 410 13,5	22 030 12,3	24 740 9,1	26 990 7,6	29 050 5,6	30 680
20	14 900 1,0	15 050 10,1	16 575 6,0	17 575 7,5	18 900 9,1	20 625 8,0	22 275 12,0	24 950 13,5	28 320 12,3	31 810 9,1	34 700 7,6	37 340 5,6	39 440
25		19 000 10,0	20 900 6,0	22 150 7,4	23 800 8,9	25 925 8,0	28 000 12,0	31 360 13,5	35 590 12,3	39 970 9,1	43 610 7,6	46 960 5,6	49 550
30	22 000 4,3	22 950 10,0	25 250 6,0	26 775 7,5	28 775 8,9	31 350 8,1	33 875 12,0	37 940 13,5	43 060 12,3	48 360 9,1	52 760 7,6	56 770 5,6	59 950
35		26 475 10,0	29 125 6,0	30 875 7,5	33 200 9,0	36 175 8,0	39 075 12,0	43 770 13,5	49 680 12,3	55 790 9,1	60 870 7,6	65 500 5,6	69 170
40	46 325 - 1,1	45 825 10,0	50 400 6,0	53 425 7,5	57 425 9,0	62 600 4,0	65 125 12,0	72 940 13,5	82 790 12,3	92 970 9,1	101 430 7,6	109 140 5,6	115 250
45		64 900 10,0	71 375 3,0	73 525 7,5	79 025 9,0	86 125 4,0	89 575 12,0	100 320 13,5	113 860 12,3	127 860 9,1	139 500 7,6	150 100 5,6	158 510
50	92 125 - 8,8	84 000 10,0	92 400 3,0	95 175 6,0	100 900 5,0	105 950	105 950 12,0	118 660 13,5	134 680 12,3	151 250 9,1	165 010 7,6	177 550 5,6	187 490
55		103 150 10,0	113 450 0	113 450 5,0	119 100 5,0	125 050	125 050 8,0	135 000 13,5	153 200 12,3	172 040 9,1	187 700 7,6	201 970 5,6	213 280
60										195 000 9,1	212 750 7,6	228 920 5,6	241 740
65													
Moyenne annuelle de l'indice des prix (%)	13,7	11,8	9,6	9,4	9,1	10,8	13,6	13,4	11,8	9,6	7,4	5,6	

On constate que jusqu'en 1980, les tranches sont relevées suivant un taux inférieur à celui de l'augmentation de l'indice des prix (donc augmentation relative de l'impôt). Par ailleurs, les tranches élevées sont sous-relevées par rapport aux tranches faibles (augmentation négative entre 73 et 74). A partir de 1981, les tranches sont relevées de façon uniforme, et le taux est celui de l'indice des prix.

III. Inégalité des familles devant l'impôt (barème 84) (solution de la page 27).

$x (12 \times 0,72) \left( \frac{r}{R} \right)$	n	Revenu mensuel moyen																		
		3 350	3 700	4 630	5 555	6 710	7 520	8 450	9 375	11 225	13 080	15 045	16 780	18 520	22 570	26 040	30 090	33 560	46 300	
		29 000	32 000	40 000	48 000	58 000	65 000	73 000	81 000	97 000	113 000	130 000	145 000	160 000	195 000	225 000	260 000	290 000	400 000	
	2	Revenu net imposable																		
		Nombre de parts																		
		Impôt $i_2$																		
	2,5	Ce que rapporte le 1er enfant $i_2 - i_{2,5}$																		
	3	Impôt $i_3$																		
		Ce que rapporte le 2e enfant $i_3 - i_{2,5}$																		
	4	Impôt $i_4$																		
		Ce que rapporte le 3e enfant $i_4 - i_3$																		
	4,5	Impôt $i_{4,5}$																		
		Ce que rapporte le 4e enfant $i_{4,5} - i_4$																		
		Gain pour 4 enfants																		
		Gain / 1 mois de salaire																		
		(idem en 1977)																		

L'inégalité fiscale ne s'est pas réduite.

Le plafonnement du quotient familial n'intervient que pour les très hauts salaires.

1. Utilisation d'un tableau à double entrée.

2. Notation indicée.

3. Valeur numérique d'une formule

4. Chaînes de pourcentages.

AUGMENTATIONS DE SALAIRES (solution de la page 29).

Cas 1

Comme nous n'avons aucune autre information sur la négociation, nous ne pouvons procéder que par expérimentation pour trouver le mode de calcul des augmentations.

1ère hypothèse : Les augmentations sont calculées sur le salaire de référence du mois précédent :

1.1.84	245,53	}	$\times 1,010019 \approx 1,01$
1.4.84	247,99		
		}	$\times 1,019799 \approx 1,02$
1.11.84	252,90		
		}	$\times 1,014986 \approx 1,015$
1.2.85	256,69		
		}	$\times 1,014804 \approx 1,015$
1.7.85	260,49		
		}	$\times 1,014588 \approx 1,015$
1.11.85	264,29		

Peut-on considérer que les pourcentages d'augmentation ont été respectivement 1 % , 2 % , 1,5 % , 1,5 % , 1,5 % , les augmentations étant calculées sur le salaire de référence du mois précédent ?

Testons cette hypothèse : Nous partons de la valeur indiciaire du point au 1.1.84 :

$$84 : 245,53 \xrightarrow{\times 1,01} 247,9853 \xrightarrow{\times 1,02} 252,945$$

$$85 : 252,945 \xrightarrow{\times 1,015} 256,739 \xrightarrow{\times 1,015} 260,590 \xrightarrow{\times 1,015} 264,499$$

Les différences avec les valeurs indiciaires réelles ne peuvent pas être attribuées à des calculs d'arrondi. L'hypothèse est donc fausse.

2e hypothèse : Les augmentations sont calculées sur le salaire de référence du mois de janvier de l'année en cours :

1.1.84	245,53	}	$+ 2,46 \approx 245,53 \times \frac{1}{100}$
1.4.84	247,99		
		}	$+ 4,91 = 2 \times 2,46$
1.11.84	252,90		
		}	$+ 3,79$
1.2.85	256,69		
		}	$+ 3,80$
1.7.85	260,49		
		}	$+ 3,80$
1.11.85	264,29		

} égalité des augmentations

Nous pouvons expliciter la négociation, les différences sur les centimes pouvant être attribuées aux arrondis :

- En 84 : en avril, une augmentation de 1 % calculée sur le salaire de référence de janvier 84 ; en novembre, une augmentation de 2 % calculée également sur le salaire de janvier 84.

- En 85 : en février, juillet et novembre, une augmentation de 1,5 % calculée sur le salaire de janvier 85.

Cas 2

La négociation n'est pas complètement précisée, puisque nous ne savons ni le nombre, ni les dates des augmentations réparties au cours de l'année 84 ; nous devons donc faire des hypothèses :

Nous désignons par  $S$  le salaire global de 1983, et par  $s$  le salaire de janvier 84.

1ère hypothèse : 2 augmentations au 1er mars et au 1er juin calculées par rapport au mois précédent, augmentation au 1er mars de 2 % , augmentation au 1er juin à calculer.

Affichage des données :

- Salaire global de 83  $S$   $\xrightarrow{\times 1,04}$  Salaire global de 84  $S \times 1,04$

- Evolution du salaire au cours de l'année 84 :

janvier février	mars à mai	juin à décembre	$s_i$ est le salaire de janvier 85 qui servira de référence pour les augmentations de 85
$s$	$s \times 1,02$	$s_i$	

Traitement des données :

- $2s + 3 \times s \times 1,02 + 7s_i = S \times 1,04$

$$s_i = \frac{1,04 \times S - 5,06 \times s}{7}$$

- Salaire de décembre 85 :  $s_i \times 1,03$

- Taux d'augmentation  $t_i$  au 1.1.84

$$s \times 1,02 \xrightarrow{\times \left(1 + \frac{t_i}{100}\right)} s_i$$

$$\frac{t_i}{100} = \frac{S}{s} \times 0,1456 - 1,7087$$

2e hypothèse : 2 augmentations au 1er mars et au 1er novembre calculées par rapport au mois précédent, augmentation au 1er mars de 2 % , augmentation au 1er novembre à calculer.

On désigne par  $s_2$  le salaire de janvier 85 qui servira de référence pour les augmentations de 85.

Des calculs analogues à ceux faits dans l'hypothèse 1 donnent les résultats suivants :

- $s_2 = \frac{1,04 \times S - 10,16 \times s}{2}$  .
- Salaire de décembre 85 :  $s_2 \times 1,03$  .
- Taux d'augmentation  $t_2$  au 1.1.84 :

$$\frac{t_2}{100} = \frac{S}{s} \times 0,5098 - 5,9804 \quad .$$

Comparaison des hypothèses 1 et 2 pour  $S = 60\ 000$  ,  $s = 5\ 100$  .

$$\begin{array}{ll} s_1 = 5\ 228 & s_2 = 5\ 292 \\ t_1 = 0,4 \% & t_2 = 1,7 \% \end{array}$$

La 2e hypothèse est plus avantageuse, puisque le salaire au 1.1.85 sert de base pour les augmentations de 85.

### Comparaison des cas 1 et 2

#### Cas 1.

##### 1. Salaire en niveau.

Salaire au 1.1.84	→	Salaire au 1.1.85	→	Salaire au 1.12.85
5 100	$\times 1,03$	5 253	$\times 1,045$	5 489

##### 2. Salaire en masse.

$$\underbrace{5\ 100 [3 + 7 \times 1,01 + 2 \times 1,02]}_{\text{en 84}} + \underbrace{5\ 253 [1 + 5 \times 1,015 + 4 \times 1,03 + 2 \times 1,045]}_{\text{en 85}}$$

$$61\ 863 + 64\ 533$$

soit

$$126\ 396 \text{ F} \quad \text{pour 84 et 85} \quad .$$

Cas 2, hypothèse 1.1. Salaire en niveau.

Salaire au 1.1.84	Salaire au 1.1.85	Salaire au 1.12.85
5 100	$\xrightarrow{\times 1,025}$	5 228
		$\xrightarrow{\times 1,03}$
		5 385

Le salaire au 1.12.85 est inférieur à celui du cas 1.

2. Salaire en masse.

$$\begin{array}{l} \text{en 84} \quad \text{en 85} \\ \overbrace{60\,000 \times 1,04} + \overbrace{5\,228 \times [1 + 5 \times 1,01 + 4 \times 1,02 + 2 \times 1,03]} \\ 62\,400 + 63\,729 \end{array}$$

soit

126 129 F      pour 84 et 85 .

En masse salariale, on a gagné plus en 84, mais moins en 85, que dans le cas 1. Globalement, on a perdu.

Si on observe uniquement l'année 84, en masse le salaire est plus important que dans le cas 1, mais le niveau de salaire étant inférieur, ceci se reporte comme une perte sur l'année 85 en masse et en niveau.

Cas 2, hypothèse 2.1. Salaire en niveau.

Salaire au 1.1.84	Salaire au 1.1.85	Salaire au 1.12.85
5 100	$\xrightarrow{\times 1,038}$	5 292
		$\xrightarrow{\times 1,03}$
		5 451

Le salaire au 1.1.85 est supérieur à celui du cas 1.

2. Salaire en masse.

$$\begin{array}{l} \text{en 84} \quad \text{en 85} \\ \overbrace{60\,000 \times 1,04} + \overbrace{5\,292 \times [1 + 5 \times 1,01 + 4 \times 1,02 + 2 \times 1,03]} \\ 62\,400 + 64\,509 \end{array}$$

soit

126 909 F      pour 84 et 85 .

En masse salariale, on a gagné plus en 84, mais moins en 85, que dans le cas 1. Globalement, on a néanmoins gagné, et de plus le salaire au 1.12.85 est plus élevé en niveau.

En conclusion.

1° Toute négociation salariale devrait porter sur 2 ans si on veut tenir compte des effets possibles de report.

2° Il est important de préciser sur quel salaire de référence porte l'augmentation.

En effet, dans tout ce qui concerne les augmentations de salaire, les choses sont assez subtiles, il est impossible de dire a priori quel est le système le plus avantageux.

PRENONS UN EXEMPLE PARADOXAL :

Monsieur X a gagné en 83 :

janvier à mars	4 800 F
avril à août	5 000 F
septembre à novembre	5 100 F
décembre	5 300 F .

Il est satisfait de cette augmentation inattendue en décembre, qui récompense en effet les bons services de cet employé.

Reprenons les deux hypothèses du cas 2 avec les données concernant Monsieur X :  $S = 60\ 000$  ,  $s = 5\ 300$  .

1ère hypothèse (voir p. 42) :

$$s'_1 = \frac{1,04S - 5,06s}{7}$$

$$s'_1 = 5\ 083 \quad \text{baisse de salaire !}$$

Il y a bien une augmentation en masse de 2 400 F , mais elle se traduit par une baisse en niveau qui se reportera sur 85.

Il aurait été plus avantageux pour cet employé de toucher en décembre 83 une prime de 200 F , plutôt que d'avoir une augmentation de salaire de la même somme ; en effet, pour  $s = 5\ 100$  F ,  $s'_1 = 5\ 228$  F .

2e hypothèse (voir p. 43) :

$$s'_2 = \frac{1,04S - 10,16s}{2}$$

$$s'_2 = 4\ 276 \quad .$$

La baisse de salaire est encore plus spectaculaire ! S'il avait eu une prime de 200 F en décembre 83 :

$$s'_2 = 5\ 292 \text{ F} \quad ,$$

donc une augmentation en niveau.

Le chef du personnel aurait certainement trouvé étrange que Monsieur X vienne lui demander une diminution de salaire de 100 F en décembre 83, et pourtant !

Dans ce cas,  $S = 59\,700$  ,  $s = 5\,000$  .

Première hypothèse :  $s_1^1 = 5\,255$  .

Deuxième hypothèse :  $s_2^1 = 5\,644$  .

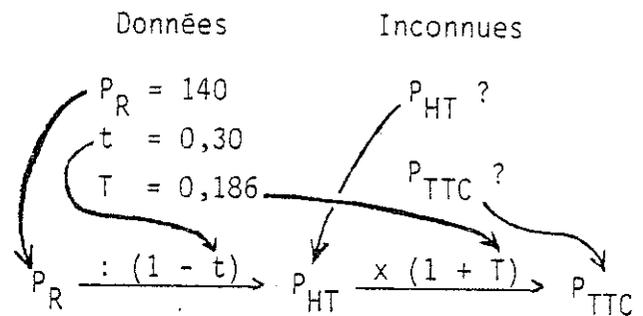
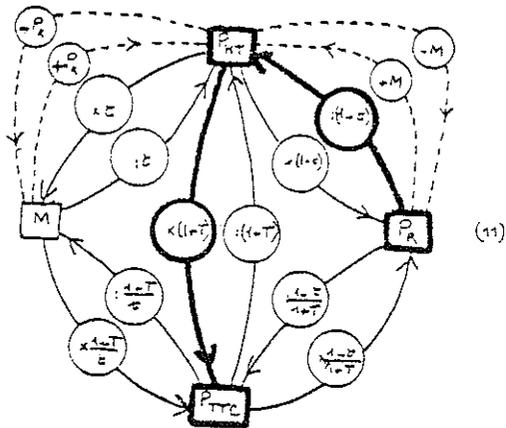
Or, c'est sur ces salaires que seront calculées les augmentations de 85.

- 
1. Affichage des données utilisant des opérateurs numériques.
  2. Affichage des données utilisant la notation indicée.
  3. Arrondis.
  4. Désignation des données par des lettres.
  5. Recherche d'une augmentation en pourcentage.
  6. Calcul numérique sur des chaînes d'augmentations en pourcentage.
  7. Résolution numérique d'équations linéaires.
  8. Dans le but de la compréhension d'une situation, on est conduit à se poser un nouveau problème sur un cas limite (p.44).

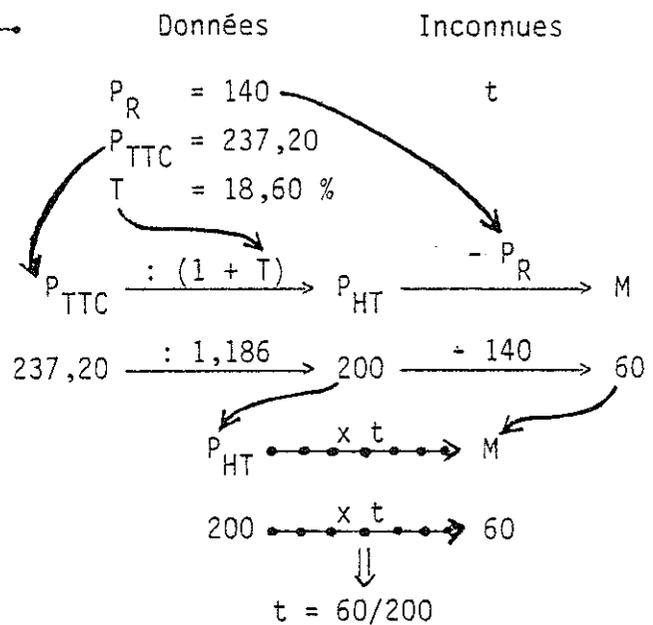
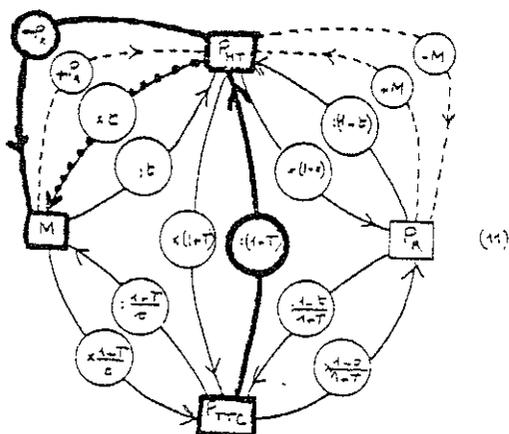


COMPRENDRE LE CALCUL DES PRIX ET DES MARGES (solution de la page 33).

1.



2. On utilise successivement le chemin — et le chemin —••• sur le schéma.



3.

Données

$$P_{TTC}$$

$$t$$

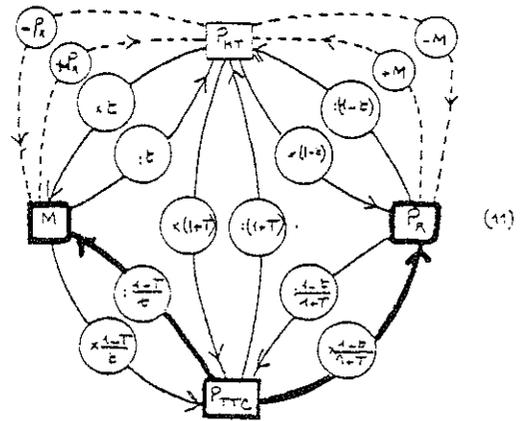
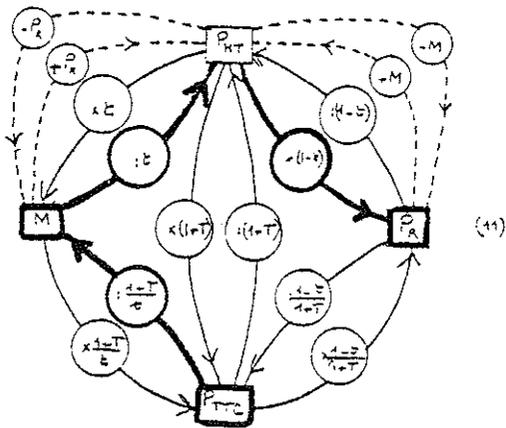
$$T$$

Inconnues

$$P_R$$

$$M$$

2 chemins pour résoudre ce problème :



$$\begin{array}{ccccc}
 P_{TTC} & \xrightarrow{\frac{1+T}{t}} & M & \xrightarrow{t} & x(1-t) & \rightarrow & P_R \\
 237,20 & \xrightarrow{\frac{1,186}{0,3}} & 60 & \xrightarrow{0,3} & \times 0,7 & \rightarrow & 140
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc}
 M & \xleftarrow{\frac{1+T}{t}} & P_{TTC} & \xrightarrow{x \frac{1-t}{1+T}} & P_R \\
 60 & \xleftarrow{\frac{1,186}{0,3}} & 237,20 & \xrightarrow{\times \frac{0,7}{1,186}} & 140
 \end{array}$$

1. Affichage des données dans un tableau.
2. Affichage des données utilisant des opérateurs formels.
3. Attribution de valeurs numériques à des variables.
4. Augmentation et diminution en pourcentages.
5. Graphe de relations entre variables : Résolution du problème particulier par sélection d'une partie du schéma.

## **problèmes de durée**

### problème de date

Aujourd'hui, c'est le 7 novembre ; il y a 3 semaines, c'était le combien ?

(Solution page 62.)

### durée d'une tâche

Monsieur X a commencé le carrelage d'une pièce à 8 heures, il a pris 1 heure pour déjeuner. Il est maintenant 16h 20, et il a fait en gros les  $\frac{3}{4}$  du travail. Il se demande s'il aura terminé pour 18 heures.

(Solution page 63.)

### les quinze milliards d'années qui nous ont faits ce que nous sommes

#### I. graphique

Faire un graphique permettant de placer les périodes et dates fournies aux pages 51 et suivantes.

(Solution page 64.)

#### II. les temps géologiques

On imagine de représenter la vie du globe par 1 année de 365 jours ; calculer en jours la durée de chaque ère (données pages 51 et suivantes).

(Solution page 68.)

#### III. les temps préhistoriques ou historiques

On imagine de représenter l'ensemble des temps préhistoriques et historiques par un ruban de longueur égale à la distance Paris-Marseille (777 km) . Calculer la distance correspondant aux temps préhistoriques, et celle correspondant aux temps historiques (données pages 51 et suivantes).

(Solution page 63.)

#### Chronologie.

La chronologie ci-dessous a été établie par Hervé VIEILLARD-BARON. Volontairement, les dates ponctuelles ont été privilégiées au dépend des périodes. Pour la période historique, on a choisi les repères les plus importants de l'histoire mondiale, et pas seulement de l'histoire française, bien que cette

chronologie soit faite dans une optique de culture française. On a privilégié par ailleurs les éléments politiques au détriment des événements économiques, sociaux ou culturels. C'est évidemment un choix discutable, mais il fallait choisir un critère pour se limiter.

Les périodes ou événements de la chronologie ont été numérotés. On reportera ces numéros sur le graphique demandé dans la question 1.

- ① - 15 Milliards d'années : *Origine supposée de l'univers.*
- ② - 4,5 Milliards : *Origine supposée de la terre.*
- ③ De - 4,5 Milliards à - 570 Millions av. J. Christ
- Période anté-cambrienne, mal connue  
 { Formation de la terre.  
 { Dérive des continents, etc...
- ④ - 570 Millions à - 225 Millions environ
- Ere Primaire ou "Paléozoïque"  
 (apparition des premiers fossiles identifiables).
- ⑤ - 225 Millions à - 65 Millions
- Ere Secondaire  
 (- passage du cycle hercynien au cycle alpin  
 - apogée des Reptiles et des Ammonites).
- ⑥ - 65 Millions à - 1,5 Millions
- Ere Tertiaire  
 (- formation des chaînes alpines  
 - apparition des Nummulites, protozoaires à carapace calcaire compartimentée).
- Entre - 3,5 Millions }  
 et - 2,5 Millions } Apparition supposée de l'homme  
 (famille des australopithèques).
- ⑦ - 1,5 Millions à - 10 000
- Ere Quaternaire  
 (- grandes glaciations et interglaciations  
 - développement de l'homme).
- ⑧ { Paléolithique ou âge de la pierre taillée : - 1 Million à - 6 000 environ
- homo habilis  
 - découverte du feu : vers - 800 000
- homo erectus
- homo sapiens  
 - Cro-Magnon
- homo sapiens sapiens : depuis - 35 000  
 (Lascaux : - 17 000)
- ⑨ Néolithique ou âge de la pierre polie : - 6 000 à - 600 environ  
 (en Europe)

- (10) - 4 500 = à - 3 000 : Age du cuivre. Expansion agraire progressive du Moyen-Orient à l'Europe de l'Ouest.
- (11) - 3 000 à - 1 500 : - Age du bronze (Mésopotamie - Egypte - Chine - Europe Centrale).  
- Pénétration des peuples indo-européens en Europe.
- (12) Vers - 2 000 = : - Empire pharaonique et premiers hiéroglyphes.  
- Développement en Inde des textes védiques.  
- Départ de la migration du père d'Abraham.  
- Début de la civilisation minoenne en Crète, et de l'Empire hittite en Anatolie.
- (13) - 1 298 à - 1 235 ? : Ramsès II, pharaon, contemporain probable de Moïse.
- (14) Vers - 1 000 : Premier alphabet phénicien.
- (15) - 753 : - Fondation légendaire de Rome par Romulus et Rémus.  
= - Début des jeux olympiques.
- (16) Vers - 660 : Fondation d'un Empire japonais.
- (17) - 587 : Prise de Jérusalem par le roi de Babylone, Nabuchodonosor II (- 605 à - 562), et captivité du peuple juif.
- (18) - 560 : Naissance de Bouddha (- 560 à - 480).
- (19) - 551 : Naissance de Confucius (- 551 à - 479).
- (20) Vers - 500 : Civilisation de Nok au Nigeria (900 à 200 av. J. Christ).
- (21) - 450 : Apogée d'Athènes. Périclès stratège.
- (22) - 336 à - 323 : Conquêtes d'Alexandre le Grand, roi de Macédoine.
- (23) - 273 à - 236 : Règne d'Açoka sur toute l'Inde.
- (24) - 221 à - 206 : Unification des royaumes chinois par la dynastie des Ts'in, et construction de la grande muraille.
- (25) - 146 : Destruction de Carthage.
- (26) - 44 : Mort de Jules César (- 101 à - 44), vainqueur des Gaulois.

- (27) - 27 : Octave devient "Auguste" (règne de - 27 av. J. Christ à 14 ap. J. Christ).
- (28) Vers 30 : Mort de Jésus-Christ.  
70 : Destruction de Jérusalem, et diaspora juive.
- (29) 1er-2e Siècle : Grande paix romaine (avec Trajan, Hadrien, Marc Aurèle).
- (30) 330 : Fondation de Constantinople par Constantin (306-337).
- (31) 395 : Partage entre l'Empire d'Occident et l'Empire d'Orient.
- (32) 453 : Mort d'Attila, roi des Huns.
- (33) 476 : Fin de l'empire romain d'Occident.
- (34) 511 : Mort de Clovis, roi des Francs, converti au christianisme.
- (35) 622 : Hégire (début de l'ère musulmane) ; fuite à Médine de Mahomet.
- (36) Vers 700 : - Développement des invasions arabes.  
- Apogée de la civilisation maya.
- (37) 800 : Charlemagne empereur.  
- Règne d'Haroun al-Rachid à Bagdad.  
- Apogée du royaume du Ghâna.
- (38) 843 : Traité de Verdun.
- (39) 962 : Fondation du Saint Empire romain germanique.  
Othon 1er (912-973), empereur.
- (40) 987 : Hugues Capet élu roi.
- (41) 1054 : Grand schisme (rupture entre Rome et l'Eglise grecque).
- (42) 1066 : Victoire d'Hastings ; Guillaume le Conquérant, roi d'Angleterre.
- (43) Vers 1070 : Arrivée des premiers Turcs Seldjoukides en Anatolie.
- (44) 1099 : Prise de Jérusalem par Les Croisés.
- (45) 1187 : Reprise de Jérusalem par Saladin, premier sultan ayyubide.
- (46) 1227 : Mort de Gengis Khan.
- (47) 1228 : Début du règne de Saint-Louis (1228-1270)  
Croisade des Albigeois.

- (48) 1271 : Début du voyage de Marco Polo.
- (49) 1292 : Perte de la Terre Sainte par les Croisés.
- (50) 1302 : Premiers Etats Généraux du Royaume de France.
- (51) 1325 : Arrivée des Aztèques aux environs de Mexico.
- (52) 1337 : Début de la guerre de Cent ans.
- (53) 1348 : La grande peste.
- (54) 1402 : Victoire de Tamerlan (1336-1405) sur les Ottomans.
- (55) 1413 : Mort de Jean-Huss, réformateur tchèque.
- (56) 1422 : Premier Dalai-Lama au Tibet.
- (57) 1431 : Mort de Jeanne d'Arc.
- (58) 1453 : Prise de Constantinople par les Turcs.  
Début de l'imprimerie.
- (59) 1469 : Laurent le Magnifique (1449-1492) dirige Florence,  
capitale de la Renaissance.
- (60) Vers 1470 = : - Apogée de l'Empire du Mali.  
15e Siècle - Apogée de l'Empire inca.
- (61) 1483 : Mort de Louis XI (1461-1483). Fin de la grande féodalité.
- (62) 1492 : - Découverte de l'Amérique par Christophe Colomb.  
- Prise de Grenade par Ferdinand d'Aragon.
- (63) 1515 : Début du règne de François 1er.  
Victoire de Marignan.
- (64) 1520 : Voyage de Magellan autour du monde.
- (65) 1534 : - Henri VIII fonde l'Eglise anglicane.  
- Début du règne d'Ivan le Terrible (1533-1584).  
- Nouvelle traduction de la Bible par Luther (1483-1546).
- (66) 1564 : Mort de Calvin (1509-1564).
- (67) 1566 : Mort de Soliman le Magnifique (1520-1566).
- (68) 1571 : Victoire de Lépante sur les Turcs.
- (69) 1572 : Saint-Barthélémy (massacre des Protestants).
- (70) 1598 : Edit de Nantes.

- (71) 1605 : Mort d'Akbar, empereur moghol de l'Inde.  
Début de la traite des noirs.
- (72) 1610 : Assassinat d'Henri IV.
- (73) 1643 : Mort de Louis XIII, et début du règne de Louis XIV.
- (74) 1648 : - Fin de la guerre de 30 ans.  
- Les Provinces-Unies deviennent une République indépendante.
- (75) 1661 : Mort de Mazarin, et début du règne personnel de Louis XIV.
- (76) 1682 : Début du règne de Pierre Le Grand en Russie.
- (77) 1685 : Révocation de l'Edit de Nantes.
- (78) 1715 : Mort de Louis XIV, et avènement de Louis XV.
- (79) 1763 : Traité de Paris.  
Catherine II, tsarine de Russie.
- (80) 1772 : Premier partage de la Pologne.
- (81) 1774 : Mort de Louis XV. Avènement de Louis XVI.
- (82) 1782 : Indépendance des colonies d'Amérique du Nord.  
Formation des Etats-Unis.
- (83) 1789 : Réunion des Etats-Généraux.  
14 juillet → prise de la Bastille.
- (84) 1792 : Proclamation de la 1ère République française.
- (85) 1793 : Exécution de Louis XVI. Terreur.
- (86) 1798 : Expédition française d'Egypte.
- (87) 1804 : Napoléon Ier empereur. Trafalgar.
- (88) 1806 : Fin du Saint Empire romain germanique.
- (89) 1815 : Restauration des Bourbons. Avènement de Louis XVIII (1815-1824).  
Traité de Vienne.
- (90) 1822 : - Guerre d'indépendance de la Grèce contre les Turcs.  
- Rôle de Bolivar (1783-1830) dans la lutte pour l'indépendance en Amérique latine.
- (91) 1830 : Louis Philippe d'Orléans, roi des Français.  
Conquête de l'Algérie.

- (92) 1848 : - *Fin de la monarchie de juillet.*  
 - Mouvements révolutionnaires dans toute l'Europe.  
 - *Abolition du servage dans les colonies françaises.*
- (93) 1852 : *Restauration de l'Empire en France. Napoléon III, empereur.*
- (94) 1861 : - Abolition du servage en Russie par Alexandre II.  
 - *Proclamation du royaume d'Italie* sous l'impulsion de Cavour.
- (95) 1865 : Fin de la guerre de Sécession aux USA. *Abolition de l'esclavage au Sud.*
- (96) 1867 : *Monarchie austro-hongroise dualiste.*
- (97) 1868 : *Début de l'ère du Meiji au Japon ; ouverture vers l'occident.*
- (98) 1869 : *Inauguration du canal de Suez.*
- (99) 1871 : - *Fin de la guerre franco-prussienne. Perte de l'Alsace-Lorraine.*  
 - *Unité allemande, et formation du IIe Reich grâce à Bismarck (1815-1898).*  
 - *Commune, et début de la 3e République en France. Etats du pape réduits au Vatican.*
- (100) 1877 : , *Apogée de l'Empire britannique.*  
 . Victoria (1837-1901), *impératrice des Indes.*
- (101) 1893 : *Alliance franco-russe.*
- (102) 1904 : *Entente cordiale entre la France et la Grande-Bretagne.*
- (103) 1908 : *Révolution "jeunes Turcs" dans l'Empire ottoman.*
- (104) 1912 : Proclamation de la République chinoise.
- (105) 1914 : *Sarajevo, et début de la 1ère guerre mondiale (1914-1918).*
- (106) 1915 : *Guerre des tranchées.*  
*Génocide arménien en Turquie.*
- (107) 1917 : Révolution russe. *Arrivée des bolcheviques au pouvoir avec Lénine (1870-1924).*
- (108) 1918 : Victoire des Alliés.  
*Les USA deviennent la 1ère puissance mondiale.*
- (109) 1919 : Traité de Versailles. *Institution de la SDN (Société des Nations).*

- (110) 1922 : *Marche sur Rome, et début du fascisme en Italie avec Mussolini.*
- (111) 1923 : - *Traité de Lausanne. Proclamation de la République turque grâce à Mustapha Kemal.*  
- *Constitution de l'URSS.*
- (112) 1929 : *Début d'une crise économique mondiale.*
- (113) 1931 : *Formation du Commonwealth.*
- (114) 1932 : *Avènement de Salazar au Portugal.*
- (115) 1933 : *Avènement légal de Hitler en Allemagne.*
- (116) 1936 : - *Front Populaire en France et en Espagne.*  
- *Début de la guerre civile espagnole avec Franco.*
- (117) 1939 : *Début de la 2e guerre mondiale. Anéantissement de la Pologne.*
- (118) 1940 : • *Défaite française, et formation de l'Etat Français avec Pétain.*  
• *Début de la Résistance à Londres avec De Gaulle (France Libre).*
- (119) 1942 : *Début de la "solution finale" ; extermination du peuple juif dans des camps.*
- (120) 1943 : *Echec allemand à Stalingrad.*
- (121) 1944 : *Débarquements, et libération de la France.*
- (122) 1945 : • *Février : Conférence de Yalta sur le partage du monde.*  
• *7-8 mai : Fin de la guerre en Europe. Capitulation allemande.*  
• *6 août : Emploi de la 1ère bombe atomique sur Hiroshima.*  
• *Formation de l'ONU.*
- (123) 1946 : • *Naissance de la 4e République en France. Départ de De Gaulle.*  
• *Développement de la ligue arabe.*  
*Péron, président d'Argentine.*  
• *Début de la guerre d'Indochine (Français-Vietminh).*  
*Guerre civile en Chine.*
- (124) 1947 : - *Indépendance des Indes grâce à Gandhi (1869-1948).*  
- *Constitution des Républiques populaires à l'Est de l'Europe.*  
- *Plan Marshall.*  
- *Création du Kominform en URSS.*

- (125) 1947 : Début de la guerre froide.
- (126) 1948 : - Proclamation de l'Etat d'Israël.  
- Formation du Conseil de l'Europe (Strasbourg).  
- "Coup de Prague" en Tchécoslovaquie.
- (127) 1949 : - Formation de l'OTAN et du Comecon. 1ère Bombe H.  
- Victoire de Mao Tsé Toung à Pékin. République Populaire de Chine.  
- Indépendance de l'Indonésie (par les Pays-Bas).
- (128) 1950 : CECA, puis Conseil de l'Europe.
- (129) 1953 : Fin de la guerre de Corée.  
Mort de Staline.
- (130) 1954 : Accord de Genève sur le Vietnam.  
Début de la guerre d'Algérie.
- (131) 1955 : Pacte de Varsovie.  
Conférence de Bandung des non-alignés.
- (132) 1956 : - XXe Congrès du PCUS.  
- Maroc et Tunisie indépendants.  
Expédition de Suez. Popularité de Nasser.  
- Tragédie de Budapest.
- (133) 1957 : Traité de Rome. Formation de la CEE.  
1er Spoutnik.
- (134) 1958 : Emeute à Alger ; retour de De Gaulle. Formation de la RAU.  
Jean XXIII, pape.
- (135) 1959 : Victoire de Fidel Castro à Cuba.
- (136) 1960 : Indépendance des colonies françaises d'Afrique noire, de Madagascar et du Congo belge. Création de l'OPEP.  
Kennedy élu président.
- (137) 1961 : Gagarine dans l'espace.  
Mur de Berlin.  
Départ de l'Afrique du Sud du Commonwealth.
- (138) 1962 : Accords d'Evian. Indépendance de l'Algérie.  
Crise des fusées à Cuba.  
Ouverture du concile Vatican II.

- (139) 1963 : *Assassinat de Kennedy.*  
*Création de l'OUA.*
- (140) 1964 : *Chute de Khrouchtchev.*  
*Mort de Nehru.*  
*Fondation de l'OLP.*
- (141) 1965 : *Election de De Gaulle au suffrage universel.*  
*Intensification de l'intervention américaine au Vietnam.*
- (142) 1966 : *La France quitte l'OTAN.*  
*Début de la révolution culturelle en Chine.*
- (143) 1967 : *Guerre des Six Jours entre Israël et l'Egypte.*  
*Régime des colonels en Grèce.*  
*Exécution de Che Guevara.*
- (144) 1968 : *Evènements de "mai 68".*  
*Printemps de Prague, et intervention soviétique.*
- (145) 1969 : *Deux Américains sur la lune.*  
*Départ de De Gaulle. Pompidou président.*  
*Kadhafi proclame la république libyenne.*
- (146) 1970 : *Traité de Varsovie (reconnaissance des frontières RFA-RDA garanties par la Pologne). Emeutes de Gdansk.*  
*Victoire de l'Union Populaire au Chili.*
- (147) 1971 : *Crise du dollar.*  
*Chine populaire à l'ONU.*  
*Indépendance du Bangla Desh.*
- (148) 1972 : *Accords SALT-Nixon-Brejnev.*  
*Développement du terrorisme palestinien.*
- (149) 1973 : *Europe des "Neuf".*  
*Guerre du Kippour.*  
*1er embargo pétrolier de l'OPEP.*  
*Début de crise économique mondiale.*  
*Putsch de Pinochet ; mort d'Allende.*
- (150) 1974 : *Affaire du Watergate.*  
*Révolution des ceilllets au Portugal.*  
*Renversement d'Haïlé Sélassié en Ethiopie.*  
*Chute des colonels en Grèce.*  
*Giscard président.*

- (151) 1975 : Mort de Franco ; Juan Carlos président.  
*Chute de Saïgon, et réunification du Vietnam. "Khmers rouges" maîtres du Cambodge.*  
*Angola indépendant.*  
*Accords d'Helsinki sur les droits de l'homme.*
- (152) 1976 : Carter président.  
*Mort de Mao.*  
*Partage du Sahara espagnol entre Maroc et Mauritanie.*  
*Développement de l'insurrection sahraoui.*  
*Séisme en Chine.*
- (153) 1977 : Sadate à Jérusalem.  
*Campagne contre la "bande des 4" en Chine.*
- (154) 1978 : Accords de Camp David.  
*Guerre civile au Liban.*  
*Jean-Paul II, pape.*
- (155) 1979 : Renversement du shah. Khomeiny au pouvoir.  
*Somoza renversé au Nicaragua.*  
*Interventions vietnamienne au Cambodge et soviétique en Afghanistan.*  
*2e crise du pétrole.*
- (156) 1980 : Affaire des otages US en Iran.  
*Carter battu par Reagan.*  
*Mort de Tito.*
- (157) 1981 : Mitterand président.  
*Naissance de Solidarité, et répression en Pologne.*  
*Assassinat de Sadate par les intégristes.*  
*Guerre civile au Salvador.*
- (158) 1982 : Invasion israélienne au Liban ("Paix en Galilée"). Bombardement de Beyrouth.  
*Brejnev remplacé par Andropov.*  
*Guerre des Malouines.*
- (159) 1983 : Raoul Alfonsin, président civil en Argentine.  
*Affrontements Tchad-Libye.*  
*Assassinat de B. Aquino aux Philippines. Démission de Begin.*  
*Attentats de Beyrouth (voitures "suicides").*  
*Combats OLP-Syrie.*

- (160) 1984 : *Dégradation de la situation au Liban.*  
*Ouverture de la Chine à l'Occident avec Zhao Zi Yang.*  
*Tchernenko succède à Andropov.*  
*Affrontements sikhs-indous. Assassinat d'Indira Gandhi.*
- (161) 1985 : - *Gorbatchev au pouvoir en URSS.*  
*Ouverture capitaliste en Chine.*  
- *Endettement insupportable du Tiers-Monde (accords avec le FMI).*
- (162) 1986 : *Europe des "Douze".*
- (163) 1986 : *Fin des dictatures en Haïti et aux Philippines.*
- (164) 1986 : *Explosion de Challenger.*
- (165) 1986 : *Victoire électorale de la droite en France.*
- (166) 1986 : *Lutte contre le terrorisme ; bombardement américain sur la Libye.*
- (167) 1986 : *Incendie de la centrale nucléaire de Tchernobyl.*
- (168) 1986 : *Sommet de Tokyo.*

52

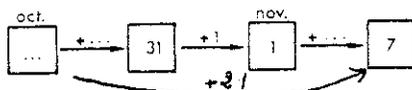
## solutions

## PROBLEME DE DATE (solution de la page 50).

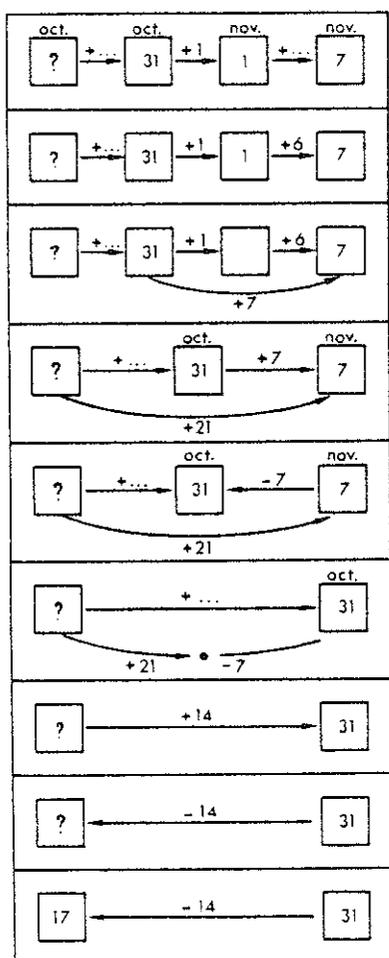
Ce problème est un problème simple (niveau CE) si on affiche les données en utilisant des opérateurs. Les connaissances permettant le traitement de ces données sont :

- savoir associer des opérateurs additifs ;
- savoir trouver l'inverse d'un opérateur additif.

Voici le schéma détaillé du processus de résolution :



Voici le film du traitement de cette situation :



Justifications

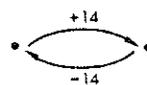
le chemin  $\xrightarrow{+1} \xrightarrow{+6}$   
est équivalent au chemin  $\xrightarrow{+7}$

Il s'est écoulé 21 jours entre  
le ? oct. et le 7 nov.

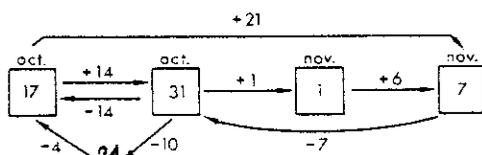
SI  $\begin{array}{ccc} \text{oct.} & & \text{nov.} \\ \boxed{31} & \xrightarrow{+7} & \boxed{7} \end{array}$   
ALORS  $\begin{array}{ccc} \boxed{31} & \xleftarrow{-7} & \boxed{7} \end{array}$

Pour aller de  $\boxed{?}$  à  $\boxed{31}$   
on prend le chemin  $\xrightarrow{+21} \xrightarrow{-7}$

$\xrightarrow{+21} \xrightarrow{-7}$  est équivalent à  $\xrightarrow{+14}$



Dans la pratique, on n'écrira pas tel qu'il est présenté ci-dessus le déroulement du calcul, tout peut apparaître sur le même schéma de calcul complété au fur et à mesure de l'activité mentale.



1. Affichage des données à l'aide d'un schéma utilisant des opérateurs numériques.
2. Calcul sur des opérateurs numériques.

## LA DUREE D'UNE TACHE (solution de la page 50).

Remarquons qu'il est plus commode, en général, d'écrire l'heure en temps décimal suivant le tableau ci-dessous :

minutes		heure décimale
1	: 60 ↓	0,0166..
2		0,033
3		0,05
4		0,066..
5		0,0833..
6		0,1
7		0,1166..
8		0,133..
9		0,15
10		0,166
20		0,33..

En heures décimales 16 heures 20 = 16,33.

2. On va désigner, pour simplifier l'écriture, les données qui interviennent dans le problème.

Ce sont des données concernant :

	le temps	le travail
temps de présence	$t_p$	travail fait : a
temps de travail	$t_t$	
le temps qu'il reste jusqu'à 6 heures	$t_r$	travail à faire : b
le temps nécessaire pour finir le travail	$t_f$	

3. On schématise les relations entre ces données

$$\begin{aligned} \bullet \text{ le temps } & 8 \xrightarrow{+ t_p} 16,33 \Rightarrow t_p = 16,33 - 8 = 8,33 \\ & t_p \xrightarrow{- 1} t_t \Rightarrow t_t = 8,33 - 1 = 7,33 \\ & 16,33 \xrightarrow{+ t_r} 18 \Rightarrow t_r = 18 - 16,33 = 1,67 \end{aligned}$$

✳ temps travail

travail	temps
a	$t_t = 7,33$
:3 ↓	↓ :3 ↓ :3
b	$t_r = 2,44$

Il faut 2 heures  $\frac{1}{3}$  pour finir le travail or jusqu'à 18 heures il ne reste que 1,67 heures.  
X n'aura pas fini à 18 heures.

1. Affichage de données utilisant un tableau.
2. Calcul sur des opérateurs numériques.
3. Proportionnalité.
4. Temps décimal, temps sexagésimal.
5. Notation indicée.

LES QUINZE MILLIARDS D'ANNEES QUI NOUS ONT FAIT CE QUE NOUS SOMMES (solution de la page 50).

Le problème est difficile :

- parce que les périodes ne sont pas du tout du même ordre de grandeur ;
- à des périodes de même longueur peuvent correspondre des nombres d'évènements très différents.

Il est évident que la représentation ne pourra pas être linéaire.

Nous avons choisi le parti suivant :

1. Nous avons découpé le temps écoulé depuis le big bang initial en périodes qui correspondent respectivement à des parties des temps géologique, préhistorique, historique. Ces périodes étant d'ordre de grandeur très différent, nous travaillons donc sur les logarithmes des durées de ces périodes.
2. Malgré la représentation logarithmique des durées, la vie de la terre étant très longue, la représentation sur une droite conduirait à utiliser une bande très longue ; nous avons donc décidé de placer les évènements sur une spirale.
3. Le logarithme des durées des périodes sera exprimé en spires, ainsi les périodes longues comportant peu d'évènements se verront attribuer des petites spires, les périodes historiques plus courtes mais comportant un grand nombre d'évènements auront des spires longues.

#### I. Choix des périodes, et calcul des logarithmes des durées.

	Durée approximative	Logarithme à base dix	Nombre de spires*	Nombre d'évène- ments retenus
Big bang - $1,5 \cdot 10^{10}$	} $1 \cdot 10^{10}$	10	2	1
Formation de la terre - $4,5 \cdot 10^9$				
- $5,7 \cdot 10^8$	} $4 \cdot 10^9$	9,6	2	1
Ere primaire - $2,2 \cdot 10^8$				
Ere secondaire - $6,5 \cdot 10^7$				
Ere tertiaire - $1,5 \cdot 10^6$	} $5 \cdot 10^8$	8,7	$1 + \frac{1}{2}$	2
Ere quaternaire - $1 \cdot 10^4$				
	} $6,3 \cdot 10^7$	7,8	$1 + \frac{1}{2}$	1
	} $1,5 \cdot 10^6$	6,2	$1 + \frac{1}{4}$	1

		Durée approximative	Logarithme à base dix	Nombre de spires*	Nombre d'évène- ments retenus
Paléolithique	- 1.10 <sup>4</sup>	7.10 <sup>3</sup>	3,8	3/4	3
	- 6.10 <sup>3</sup>				
Néolithique	- 4,5.10 <sup>3</sup>	3,2.10 <sup>3</sup>	3,5	3/4	5
	- 3.10 <sup>3</sup>				
	- 1,5.10 <sup>3</sup>				
Fondation de Rome	- 753	7.10 <sup>2</sup>	2,8	1/2	12
Octave devient Auguste	- 27	5.10 <sup>2</sup>	2,7	1/2	6
Fin de l'empire romain	476	5.10 <sup>2</sup>	2,7	1/2	7
Hugues Capet	987	5.10 <sup>2</sup>	2,7	1/2	18
Imprimerie	1453	335	2,5	1/2	25
Révolution	1789	125	2,1	2/5	22
1ère guerre mondiale	1914	31	1,5	1/3	17
Fin de la 2e guerre mondiale	1945	41	1,6	1/3	40
Janvier	1986	5/12			6
Mai	1986				

\* Le nombre de spires pour une période est proportionnel au logarithme à base dix de la durée de cette période. Nous avons choisi 1 spire pour  $1/5 \log 10$ . Le nombre de spires ainsi calculé pour chaque période a été approché par des fractions de dénominateur  $\leq 5$ . A l'intérieur de chaque période, les événements ont été répartis approximativement de façon linéaire.

Remarquons que pour une période que l'on est en train de vivre, les événements paraissent se bousculer : c'est pourquoi nous avons décidé de représenter 1 mois de 1986 comme une année antérieure à 1986 (ce texte a été rédigé en mai 86).

Si cette représentation était utilisée dans une classe, chaque élève pourrait marquer les événements importants de sa vie et ceux de sa famille jusqu'à deux générations.

Sur le graphique, nous avons noté quelques dates repères, et identifié les événements par les numéros de la chronologie.

- 
1. Calculs utilisant la notation scientifique.
  2. Nombres décimaux, fractions, calcul dans  $\mathbb{Z}$ .
  3. Arrondi.
  4. Logarithmes (utilisation d'une calculatrice scientifique).
  5. Repérage sur une ligne courbe.





## II. Les temps géologiques (solution de la page 50).

Vie de la terre	Date de début de période	Durée réelle en années	Durée ramenée à 1 année	Dates ramenées à 1 année
Naissance de la terre	$4,5 \cdot 10^9$			1er janvier
Précambrien -		$+ 3,93 \cdot 10^9$	$\xrightarrow{\times a} + 319$	
Ere primaire	$5,7 \cdot 10^8$			15 novembre
Ere secondaire	$2,2 \cdot 10^8$	$+ 3,5 \cdot 10^8$	$\xrightarrow{\times a} + 28$	13 décembre
Ere tertiaire	$6,5 \cdot 10^7$	$+ 1,55 \cdot 10^8$	$\xrightarrow{\times a} + 13$	26 décembre
Ere quaternaire	$1,5 \cdot 10^6$	$+ 6,3 \cdot 10^7$	$\xrightarrow{\times a} + 5$	31 décembre à 21 heures
Aujourd'hui		$+ 1,5 \cdot 10^6$	$\xrightarrow{\times a} + 0,12$	31 décembre à 24 heures

\*  $4,5 \cdot 10^9$  années sont représentées par 365 jours. L'opérateur de proportionnalité est donc :  $a = \frac{365}{4,5} \cdot 10^{-9}$  jours/années.

### III. Temps préhistorique, temps historique (solution de la page 50).

Les temps préhistoriques correspondent aux temps sans écriture, ils commencent vers  $- 3.10^6$  ; les temps historiques commencent à  $- 2000$  ; respectivement, apparitions supposées de l'homme et des premiers hiéroglyphes.

$$\begin{array}{ccc}
 & \xrightarrow{\text{représentée par}} & \\
 \text{Durée en année} & & \text{Distance en km} \\
 \\
 \left. \begin{array}{l} - 3.10^6 \\ + 3002.10^3 \\ - 2000 \\ 1986 \end{array} \right\} & \begin{array}{l} + 2998.10^3 \xrightarrow{\times a} + 775,96 \\ + 3986 \xrightarrow{\times a} + 1,04 \end{array} & \left. \begin{array}{l} 0 \\ 775,96 \\ 777 \end{array} \right\} + 777
 \end{array}$$

L'opérateur de proportionnalité est :  $a = \frac{777}{3002} \cdot 10^{-3}$  km/années.

Les temps historiques sont très peu de choses par rapport aux temps préhistoriques, de même que les temps préhistoriques et historiques sont très peu de choses par rapport aux temps géologiques.

- 
1. Notation scientifique.
  2. Proportionnalité, aspect fonction.
  3. Organisation de calculs.
  4. Opérateurs, opérateurs grandeurs.
  5. Utilisation d'un tableau.



## **problèmes de grandeurs**

## le système international de mesure

### 1. Sept unités de base.

Grandeur	Unité	Symbole
Longueur.....	mètre	m
Masse.....	kilogramme	kg
Temps.....	seconde	s
Intensité de courant électrique	ampère	A
Température thermodynamique....	kelvin	K
Quantité de matière.....	mole	mol
Intensité lumineuse.....	candela	cd

### 2. Deux unités supplémentaires.

Angle plan	radian	rad
Angle solide	stéradian	sr

### 3. Unités produits ou quotients des unités de base.

Exemples :

Grandeur	Unité	Symbole
Superficie.....	mètre carré	m <sup>2</sup>
Volume.....	mètre cube	m <sup>3</sup>
Vitesse.....	mètre par seconde	m s <sup>-1</sup>
Accélération.....	mètre par seconde carrée	m s <sup>-2</sup>
Nombre d'ondes.....	1 par mètre	m <sup>-1</sup>
Masse volumique.....	kilogramme par mètre cube	kg m <sup>-3</sup>
Densité de courant.....	ampère par mètre carré	A m <sup>-2</sup>
Champ magnétique.....	ampère par mètre	A m <sup>-1</sup>
Concentration (de quantité de matière).....	mole par mètre cube	mol m <sup>-3</sup>
Volume massique.....	mètre cube par kilogramme	m <sup>3</sup> kg <sup>-1</sup>
Luminance lumineuse.....	candela par mètre carré	cd m <sup>-2</sup>

Faire un tableau à double entrée permettant de calculer des unités quotients des unités de base ou des unités produits des unités de base (solution p.86).

4. Unités dérivées ayant un nom spécial.

Compléter ce tableau en exprimant les unités de grandeur en fonction des unités de base. On utilisera la notation des puissances négatives.

Grandeur	Unité SI			
	Nom (*)	Symbole	Expression en d'autres unités SI	Expression en unités SI de base
Fréquence	hertz	Hz	$s^{-1}$	
Force	newton	N	$kg \cdot m/s^2$	
Pression, contrainte	pascal	Pa	$N/m^2$	
Energie, travail, quantité de chaleur	joule	J	$N \cdot m$	
Puissance, flux énergétique	watt	W	$J/s$	
Quantité d'électricité, charge électrique	coulomb	C	$s \cdot A$	
Potentiel électrique, tension électrique, force électromotrice	volt	V	$W/A$	
Capacité électrique	farad	F	$C/V$	
Résistance électrique	ohm	$\Omega$	$V/A$	
Conductance	siemens	S	$A/V$	
Flux d'induction magnétique	weber	Wb	$V \cdot s$	
Induction magnétique	tesla	T	$Wb/m^2$	
Inductance	henry	H	$Wb/A$	
Flux lumineux	lumen	lm	$cd \cdot sr$	
Eclairement lumineux	lux	lx	$lm/m^2$	
Activité (radioactive)	becquerel	Bq	$s^{-1}$	
Dose absorbée	gray	Gy	$J/kg$	

(Solution page 86.)

5. Unités dérivées des précédentes.

Grandeur	Unité SI		
	Nom	Symbole	Expression en unités SI de base
Viscosité dynamique	pascal-seconde	Pa·s	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-1}$
Moment d'une force	mètre-newton	N·m	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Tension superficielle	newton par mètre	N/m	$kg \cdot s^{-2}$
Densité de flux thermique, éclairage énergétique	watt par mètre carré	W/m <sup>2</sup>	$kg \cdot s^{-3}$
Capacité thermique, entropie	joule par kelvin	J/K	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
Chaleur massique, entropie massique	joule par kilogramme kelvin	J/(kg·K)	$m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
Energie massique	joule par kilogramme	J/kg	$m^2 \cdot s^{-2}$
Conductivité thermique	watt par mètre kelvin	W/(m·K)	$m \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot K^{-1}$
Energie volumique	joule par mètre cube	J/m <sup>3</sup>	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Champ électrique	volt par mètre	V/m	$m \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Charge (électrique) volumique	coulomb par mètre cube	C/m <sup>3</sup>	$m^{-3} \cdot s \cdot A$
Déplacement électrique	coulomb par mètre carré	C/m <sup>2</sup>	$m^{-2} \cdot s \cdot A$
Permittivité	farad par mètre	F/m	$m^{-3} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
Perméabilité	henry par mètre	H/m	$m \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Energie molaire	joule par mole	J/mol	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot mol^{-1}$
Entropie molaire, chaleur molaire	joule par mole kelvin	J/(mol·K)	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

La colonne où les unités de grandeur sont exprimées en fonction des unités de base doit vous permettre de faire quelques remarques (voir page 86).

## relations entre grandeurs, équations aux dimensions

### I. vitesse et accélération

Il apparait facilement des relations entre les différentes grandeurs.

Exemple : vitesse =  $m \times s^{-1}$   
accélération =  $m \times s^{-2}$  ]  $\Rightarrow$  accélération = vitesse/temps .

### II. masse volumique, volume massique, densité

masse volumique =  $kg \times m^{-3}$   
volume massique =  $m^3 \times kg^{-1}$  ]  $\Rightarrow$  masse volumique x volume massique = 1

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ \text{masse volumique} = \frac{1}{\text{volume massique}} & & \text{volume massique} = \frac{1}{\text{masse volumique}} \end{array}$$

On parle souvent dans le langage courant de la densité d'un corps. Quel rapport y a-t-il entre densité et masse volumique ?

$$\text{densité (A)} = \frac{\text{masse volumique (A)}}{\text{masse volumique de l'eau à } 4^{\circ}\text{C}} ,$$

or

$$\text{masse volumique de l'eau à } 4^{\circ}\text{C} = 1 \times kg \times dm^{-3} ,$$

donc

$$\text{masse volumique (A)} = \text{densité (A)} \times kg \times dm^{-3} ,$$

$$\text{en SI, masse volumique} = \frac{\text{densité}}{1\,000} \times kg \times m^{-3}$$

La densité est un nombre.

La masse volumique est une grandeur.

### III. masse et poids

Le poids est une force. On lit sur le tableau 4 de la page 73 :

$$\begin{array}{ccc} \text{masse} & & \text{force} \\ kg & \xrightarrow{\quad \times m \, s^{-2} \quad} & m \, kg \, s^{-2} \end{array}$$

donc

$$\text{masse} \times \text{accélération} = \text{force} ,$$

et

$$\begin{array}{l} \text{masse} \times \text{accélération de la pesanteur} = \text{poids} , \\ \text{accélération de la pesanteur} = 9,81 \, m \, s^{-2} ; \end{array}$$

le poids d'une masse de 1 kg est donc  $9,81 \, m \, kg \, s^{-2}$  .

#### IV. longueur d'onde et fréquence

En utilisant le tableau 3 de la page 72, expliquer la relation entre la longueur d'onde d'une station et sa fréquence (solution page 88).

#### RESEAU O.M.

Longueurs d'ondes : Paris : 347 m (864 kHz). Ajaccio, Brest, Dijon, Grenoble, Pau 214 m (1 404 kHz). Bastia, Bayonne, Besançon, Clermont-Ferrand 201 m (1 494 kHz). Bordeaux 249 m (1 206 kHz). Lille 218 m (1 377 kHz). Limoges 379 m (792 kHz). Lyon 498 m (603 kHz). Marseille 242 m (1 242 kHz). Nancy 358 m (837 kHz). Nice 193 m (1 557 kHz). Rennes 422 m (711 kHz). Strasbourg 235 m (1 278 kHz). Toulouse 317 m (945 kHz).

#### V. grandeurs intervenant en électricité

Utiliser le tableau n° 4 de la page 73 pour exprimer quelques relations entre grandeurs (solution page 83).

#### VI. tension électrique et intensité sonore

1. On désigne par  $P_1$  la puissance à l'entrée d'un amplificateur, par  $P_2$  la puissance recueillie à la sortie ( $P$  est mesuré en W). On appelle gain en puissance de l'ampli le rapport  $P_2/P_1$ .

Equation aux dimensions :

$$\left. \begin{aligned} W &= VA \\ \Omega &= VA^{-1} \end{aligned} \right\} \implies W = V^2 \Omega^{-1}$$

Pour une puissance donnée, la puissance est donc proportionnelle au carré de la tension. Pour un ampli :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2^2}{V_1^2}$$

$V_2$  et  $V_1$  désignant les tensions à la sortie et à l'entrée.

On exprime le gain en unité logarithmique pour éviter de manier des nombres trop grands. On choisit pour unité de mesure le décibel dB :

$$\begin{aligned} \text{Nombre de dB} &= 10 \log_{10} P_2/P_1 \\ &= 10 \log_{10} \frac{V_2^2}{V_1^2} \\ &= 20 \log_{10} \frac{V_2}{V_1} \end{aligned}$$

2. Si deux ondes acoustiques ont des intensités absolues  $I_1$  et  $I_2$ , on dit que la différence de leur niveau d'intensité sonore est exprimée en décibels avec

$$\text{Nombre de dB} = 10 \log_{10} \frac{I_2}{I_1} .$$

Pour  $I_1$  donné (donc  $V_1$  donné), on pourra mesurer l'intensité sonore  $I_2$  à l'aide d'un appareil gradué en volts.

### VII. créer des relations inattendues

Dans les exemples précédents, nous avons pu établir des relations entre des grandeurs grâce à des "équations aux dimensions". Un tel travail peut conduire à des relations inattendues :

$$\begin{array}{l} \text{x longueur} \left\{ \begin{array}{l} \text{perméabilité} \xrightarrow{\text{x (intensité de courant électrique)}^2} \text{Force} \\ \text{inductance} \xrightarrow{\text{x (intensité de courant électrique)}^2} \text{Travail} \end{array} \right. \end{array}$$

Force  
x longueur  
Travail

Quelle est la signification physique d'une telle relation obtenue uniquement par un calcul formel ?

Le calcul qui intervient dans le traitement des équations aux dimensions est un calcul formel (calcul littéral) utilisant le calcul sur les puissances.

### VIII. formules et cohérence des systèmes d'unités

Remarquons que des égalités telles que celles que nous avons écrites à la page 74 ne sont valables que si les grandeurs en question sont exprimées dans le système SI ou dans un système cohérent de mesures de grandeurs. C'est ainsi que la formule bien connue de la surface d'un rectangle  $S = \lambda \times L$  n'est vraie que si le système des mesures des longueurs et des surfaces est cohérent : ainsi, si pour mesurer la surface d'une pièce rectangulaire, on choisit le mètre (ou le centimètre) comme unité de longueur et un carreau de 10 cm x 15 cm comme unité de surface, on n'aura certainement pas entre les mesures la relation  $S = \lambda \times L$ .

1. Calcul littéral.
2. Calcul sur les puissances entières.
3. Utilisation de la notation  $a^{-1}$ .

## unités produits: surface et volume

Les changements d'unité pour les aires et les volumes peuvent être effectués à partir de deux points de vue :

- soit à partir de manipulations de surfaces et de volumes,
- soit en considérant les unités d'aires et de volumes comme unités produits de longueurs.

- Le premier point de vue conduit à utiliser des tableaux de ce type :

km <sup>2</sup>	hm <sup>2</sup>	dam <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	dm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>
		2	0	5	4	

Par simple lecture d'une mesure affichée dans le tableau, on peut effectuer le changement d'unité :  $2\ 054\ m^2 = 20\ 540\ dm^2$  .

Un tel tableau est l'aboutissement de toute une démarche pédagogique qui peut être faite au CM. Elle permet de comprendre pourquoi une colonne sur deux reçoit un nom (les colonnes qui correspondent à des carrés du matériel manipulé, les autres correspondant à des rectangles). On peut élaborer un tableau de même type pour les volumes :

	hl	l	dl	cl	
m <sup>3</sup>		dm <sup>3</sup>			cm <sup>3</sup>

- Le deuxième point de vue est celui d'un travail direct sur les grandeurs utilisant les grandeurs produits. Les concepts qui interviennent sont tout à fait différents. Dans le premier point de vue interviennent les mêmes concepts et les mêmes savoir-faire que dans la numération. Ici interviennent les concepts et savoir-faire permettant l'élaboration d'un système de mesures de grandeurs à partir de grandeurs de base.

Dans cette deuxième approche, on ne peut pas lire dans un tableau l'égalité  $1m^2 = 10\ 000\ cm^2$  . Un raisonnement est nécessaire pour l'établir.

1ère étape	2e étape	3e étape
$1\ m \times 1\ m = 1\ m^2$	$1\ m = 100\ cm$	$100\ cm \times 100\ cm = 10\ 000\ cm^2$
4e étape :	$1\ m^2 = 10\ 000\ cm^2$	

La première et la troisième étape font intervenir le concept de surface comme produit de longueurs, la deuxième étape, un changement d'unité pour une grandeur de base.

La démarche ci-dessus peut se résumer dans le schéma suivant :

$$\begin{array}{ccccccc} 1 \text{ m} & \times & 1 \text{ m} & = & 1 \text{ m}^2 & & \\ \parallel & & \parallel & & \parallel & & \\ 100 \text{ cm} & \times & 100 \text{ cm} & = & 10\,000 \text{ cm}^2 & . & \end{array}$$

Concernant les aires et les volumes, ce point de vue doit être maîtrisé avant d'aborder les grandeurs produits et grandeurs quotients faisant intervenir aire ou volume.

1. *Ecriture et lecture d'une mesure dans un tableau.*
2. *SI : Compréhension des relations entre différentes unités d'une même grandeur.*
3. *Notion de grandeur produit.*

## unités quotients

### I. Masse volumique

La masse volumique est la masse par unité de volume.

L'unité de masse volumique du système international est  $1 \text{ kg} / \text{m}^3$ .

1. Problèmes extraits de DELEDICQ et LASSAVE, "Faire des mathématiques", classe de 5e, Edition Cedic, 1978.

M 45 9 g de cuivre occupent  $1 \text{ cm}^3$

Quel est le volume occupé par 9 kg de cuivre ?

M 47  $0,4 \text{ dm}^3$  d'un corps pèse 1,08 kg

Quelle est la masse volumique de ce corps ?

2. Dans un kilo de "bronzalu", il y a une masse égale de cuivre et d'aluminium.

Dans un kilo de "bralon", il y a un volume égal de cuivre et d'aluminium.

Dans un litre de "lubrazon", il y a un volume égal de cuivre et d'aluminium.

Dans un litre de "zombral", il y a une masse égale de cuivre et d'aluminium.

Dans quel alliage y a-t-il le plus de cuivre ? le bronzalu ? le bralon ? le lubrazon ? ou le zombral ? et le plus d'aluminium ?

3. Un alliage est composé de  $1/3$  de fer (masse volumique :  $7,8 \text{ g} / \text{cm}^3$ ) et  $2/3$  de cuivre (masse volumique :  $8,9 \text{ g} / \text{cm}^3$ )

Quelle est la masse volumique de cet alliage en unité internationale ?

(Solutions page 30)

## II. vitesse

1° Quand vous roulez à 125 km / h ,  
 quelle distance parcourez-vous :  
 - en 1 minute ?  
 - en 1 seconde ?  
 (Solution pages 32 et 34.)

2° On désigne par :  
 -  $V$  la vitesse exprimée en km/h  
 -  $v$  la vitesse exprimée en m/s  
 Faites un tableau pour  
 $60 \leq V \leq 130$  par pas de 5 :

$V$	$v$

(Solution pages 32 et 34.)

3° "Je fais tant de kilomètres à l'heure", cela peut se traduire par une phrase telle que : "je mets tant de secondes pour faire 1 kilomètre".

Faites deux tableaux où  $V$  désigne la vitesse en km/h , et  $n$  le nombre de secondes pour faire 1 km .

$60 \leq V \leq 130$  , par pas de 10

$V$	$n$

$30 \leq n \leq 60$  , par pas de 5

$n$	$V$

(Solution pages 32 et 34.)

## quelques problèmes de physique et de chimie

### I. les gaz parfaits

#### 1. Constante des gaz parfaits.

Quelle est la valeur numérique de la constante  $R$ , si :

- (a) l'unité de pression est l'atmosphère, l'unité de volume le litre ;
- (b) l'unité de pression est le millimètre de mercure, l'unité de volume le litre ;
- (c) l'unité de pression est le pascal, l'unité de volume le mètre cube.

Pour la définition de  $R$ , voir ci-dessous.

(Solution page 35.)

#### 2. Utilisation de l'équation caractéristique des gaz parfaits.

Données :  $n$  moles de gaz occupant un volume  $v$  à la pression  $p$  et à la température  $T$  vérifient l'équation :

$$pv = nRT \quad ,$$

$R$  étant la constante molaire des gaz parfaits.

La constante  $R$  est définie par les conditions dites normales, soit :  
 $n = 1$  mole , donc  $V = 22,4$  l ,  $p = 1$  atmosphère ( 760 mm de mercure), et  
 $T = 0^\circ$  celsius =  $273^\circ$ K .

N. B. : Quelques soient les unités choisies,  $T$  doit toujours être exprimé en unités Kelvin.

Le volume intérieur d'une "bouteille" d'oxygène vendue dans le commerce est de 40 l . La pression indiquée par le manomètre est de 150 atm , la température :  $25^\circ$  C .

1° Quel est le volume d'oxygène, mesuré dans les conditions normales, nécessaire au remplissage de cette bouteille ?

2° On utilise un volume, mesuré à  $25^\circ$  C , sous 1 atm de 50 l d'oxygène. Quelle est alors la pression dans la bouteille, la température étant toujours de  $25^\circ$  C ?

Extrait de CATROUX,  
 COTTON, GARÇON,  
 Chimie, Seconde,  
 Edition Scodel.

(Solution page 36.)

## II. pression au sein d'un fluide

La pression au sein d'un fluide en équilibre ne dépend que de la nature de celui-ci et de la profondeur.

### Principe fondamental.

On désigne par :

Unités SI

$P_M$	la pression en un point M	_____	Pa = m <sup>-1</sup> x kg x s <sup>-2</sup>
$\rho$	la masse volumique	_____	m <sup>-3</sup> x kg
$g$	l'accélération de la pesanteur	_____	m x s <sup>-2</sup>
$h$	la différence de profondeur entre	_____	m
	2 points A et B du fluide.		

On prendra dans les problèmes proposés :  
 $g = 9,81 \text{ m x s}^{-2}$  .

On a alors la relation :

$$\frac{P_A - P_B}{\text{m}^{-1} \times \text{kg} \times \text{s}^{-2}} = \frac{\rho}{\text{m}^{-3} \times \text{kg}} \times \frac{g}{\text{m} \times \text{s}^{-2}} \times \frac{h}{\text{m}}$$

Vérification de l'homogénéité.

### Problème 1.

Un hublot de sous-marin a une forme circulaire et un diamètre de 25 cm .

Quelle augmentation de pression s'exerce sur lui lorsque le sous-marin est à une profondeur de 200 m ?  
 (eau :  $\rho = (1 \text{ dm}^3)^{-1} \times \text{kg}$  )

solution page 37

Problème 2.

On réalise une perfusion de sang ( $\rho = 1,06 \text{ kg dm}^{-3}$ ) dans le bras d'un malade en plaçant le flacon de sang plus haut que le bras et en reliant par un tuyau le flacon à la veine.

Sachant que la pression dans la veine est supérieure de  $6\,600 \text{ Pa}$  à la pression atmosphérique, quelle dénivellation minimale doit-il exister entre le niveau du sang dans le flacon et le bras pour que le sang s'écoule ?

J. B. BELLIER,  
Exercices de physique  
et de chimie,  
Vuibert Edition.

Problème 3.

Quelle pression doit exister dans une conduite d'eau située à la base d'un immeuble de  $30 \text{ m}$  de haut pour qu'au sommet il soit possible d'obtenir de l'eau ?

(Solution page 97.)

### III. indice de réfraction

On désigne par :

$c$  la vitesse de la lumière dans le vide ( $c = 9.10^5$  km / s)

$v_i$  la vitesse de la lumière dans un milieu  $m_i$

$n_i$  l'indice de réfraction du milieu  $m_i$  .

On a la relation :

$$n_i v_i = c ;$$

on en déduit :

$$n_i = c/v_i .$$

$n_i$  est donc homogène à un nombre.

#### Problème 1.

L'indice de l'eau vaut  $n = 1,33$  . Quelle est la vitesse de la lumière dans l'eau ?

#### Problème 2.

Déterminer l'indice de réfraction absolu du diamant, sachant que la vitesse de la lumière dans ce corps est  $v = 125\ 000$  km / s .

#### Problème 3.

Est-il possible d'observer une étoile qui n'existe plus ?

J. B. BELLIER,  
Exercices de physique  
et de chimie,  
Edition Vuibert.

(Solution page 99.)

#### IV utilisation d'équations chimiques

1. Pour obtenir de l'oxygène au laboratoire, on utilise un produit riche en oxygène et thermiquement peu stable, le chlorate de potassium  $\text{KClO}_3$ . Pour faciliter l'opération, on utilise un catalyseur, le dioxyde de manganèse ( $\text{MnO}_2$ ).

1° Quelle masse de chlorate de potassium faut-il utiliser pour obtenir 2,24 l d'oxygène (tout l'oxygène contenu dans le chlorate de potassium est récupéré dans la décomposition) ?

2° Cet oxygène sert à brûler, par combustion complète, du carbone. Quelle sera la masse de carbone qui disparaîtra et le volume de dioxyde de carbone obtenu ?

Extrait de CATROUX,  
COTTON, GARÇON,  
Chimie, Seconde,  
Edition Scodel.

2. La réduction de 7,2 g d'un oxyde de fer par l'hydrogène donne 5,6 g de fer.

Quelle est la formule de l'oxyde de fer ?

Quelle est la quantité d'eau dégagée ?

$\text{Fe} = 56$  ,  $\text{O} = 16$  .

J. B. BELLIER,  
Exercices de physique  
et de chimie,  
(Manuel à l'intention  
des élèves infirmiers)  
Edition Vuibert.

(Solution page 100.)

## solutions

### Grandeurs quotients (solution de la page 72).

Unités quotients des unités de base ou des unités produits des unités de base

	1	m	m <sup>2</sup>	m <sup>3</sup>	kg	s	s <sup>2</sup>	A	K	mol	cd
1	nombre	longueur d'onde				fréquence					
m	longueur	nombre				vitesse	accélération				
m <sup>2</sup>	surface		nombre				énergie massique				
m <sup>3</sup>	volume			nombre	volume massique						
kg	masse			masse volumique	nombre		tension superficielle				
s	temps					nombre					
s <sup>2</sup>							nombre				
A	intensité électrique	champ magnétique	densité de courant					nombre			
K	température								nombre		
mol	quantité de matière			concentration de quantité de matière						nombre	
cd	intensité lumineuse		luminance								nombre

### Solution de la page 73 (tableau 4).

$$\bullet \text{ Pa} = \text{N/m}^2 = (\text{kg} \times \text{m/s}^2)/\text{m}^2 .$$

Cette expression est difficile à manier. Nous utiliserons donc la notation des puissances négatives qui évite l'usage des parenthèses car elle fait intervenir uniquement des multiplications.

$$\text{Pa} = \text{N} \times \text{m}^{-2} = \text{kg} \times \text{m} \times \text{s}^{-2} \times \text{m}^{-2} = \text{kg} \times \text{s}^{-2} \times \text{m}^{-1} ,$$

ou, en ordonnant suivant l'ordre choisi pour les unités de base :

$$\text{Pa} = \text{m}^{-1} \times \text{kg} \times \text{s}^{-2} .$$

$$\bullet \text{ J} = \text{N} \times \text{m} = \text{m} \times \text{kg} \times \text{s}^{-2} \times \text{m} = \text{m}^2 \times \text{kg} \times \text{s}^{-2} ,$$

$$\bullet \text{ W} = \text{J} \times \text{s}^{-1} = \text{m}^2 \times \text{kg} \times \text{s}^{-3} ,$$

$$\bullet \text{ V} = \text{W} \times \text{A}^{-1} = \text{m}^2 \times \text{kg} \times \text{s}^{-3} \times \text{A}^{-1} ,$$

$$\bullet \text{ F} = \text{C} \times \text{V}^{-1} = \text{s} \times \text{A} \times \text{m}^{-2} \times \text{kg}^{-1} \times \text{s}^3 \times \text{A} \\ = \text{m}^{-2} \times \text{kg}^{-1} \times \text{s}^4 \times \text{A}^2 ,$$

$$\bullet \Omega = \text{V} \times \text{A}^{-1} = \text{m}^2 \times \text{kg} \times \text{s}^{-3} \times \text{A}^{-2} ,$$

etc... ,

d'où le tableau complété (le tableau ci-dessous est extrait de "Le bureau international des poids et mesures", 1875-1975, BIPM, Offilib 1975) :

TABLEAU 6 Unités SI dérivées ayant des noms spéciaux

Grandeur	Unité SI			
	Nom (a)	Symbole	Expression en d'autres unités SI	Expression en unités SI de base
Fréquence	hertz	Hz	$1/s$	$s^{-1}$
Force	newton	N	$kg \cdot m/s^2$	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Pression, contrainte	pascal	Pa	$N/m^2$	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Energie, travail, quantité de chaleur	joule	J	$N \cdot m$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Puissance, flux énergétique	watt	W	$J/s$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Quantité d'électricité, charge électrique	coulomb	C	$s \cdot A$	$s \cdot A$
Potentiel électrique, tension électrique, force électromotrice	volt	V	$W/A$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Capacité électrique	farad	F	$C/V$	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
Résistance électrique	ohm	$\Omega$	$V/A$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
Conductance	siemens	S	$A/V$	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
Flux d'induction magnétique	weber	Wb	$V \cdot s$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Induction magnétique	tesla	T	$Wb/m^2$	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Inductance	henry	H	$Wb/A$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Flux lumineux	lumen	lm	$cd \cdot sr$	$cd \cdot sr$
Eclairement lumineux	lux	lx	$lm/m^2$	$m^{-2} \cdot cd \cdot sr$ (b)
Activité (radioactive)	becquerel (c)	Bq	$1/s$	$s^{-1}$
Dose absorbée	gray	Gy	$J/kg$	$m^2 \cdot s^{-2}$

(a) A l'exception de *lumen* et *lux*, mots latins qui signifient « lumière », tous les autres noms sont ceux ou dérivent de ceux de savants : H.-R. Hertz (ingénieur électricien allemand, 1857-1894), I. Newton (mathématicien et physicien anglais, 1642-1727), B. Pascal (physicien et philosophe français, 1623-1662), J.-P. Joule (physicien anglais, 1818-1889), J. Watt (ingénieur mécanicien écossais, 1736-1819), C.-A. Coulomb (physicien français, 1736-1806), A. Volta (physicien italien, 1745-1827), M. Faraday (physicien et chimiste anglais, 1791-1867), G.-S. Ohm (physicien allemand, 1787-1854), E.-W. Siemens (ingénieur allemand, 1816-1892), W.-E. Weber (physicien allemand, 1804-1891), N. Tesla (physicien yougoslave, 1856-1943), J. Henry (physicien américain, 1797 (ou 99)-1878), H. Becquerel (physicien français, 1852-1908), L.-H. Gray (physicien anglais, 1905-1965).

(b) Dans ces deux expressions, le stéradian (sr) est traité comme une unité de base.

(c) Ces deux noms, proposés par le C.I.P.M. en septembre 1974, doivent être soumis à l'approbation de la 15ème C.G.P.M., en mai 1975. Les unités spéciales (non SI) actuellement en usage pour l'activité et la dose absorbée sont respectivement le *curie*, symbole Ci ( $1 \text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$ ) et le *rad*, symbole rad ou rd ( $1 \text{ rad} = 10^{-2} \text{ J/kg}$ ).

1. Affichage des données dans un tableau, et dans un tableau à double entrée.
2. Calcul littéral.
3. Calcul sur les puissances, utilisation de la notation  $a^{-1}$ .
4. Calcul sur les grandeurs.
5. Equations aux dimensions.

Remarques à partir du tableau 5 de la page 73.

Grandeurs      Equations aux dimensions

pression =  $m^{-1} \times kg \times s^{-2}$

force =  $m \times kg \times s^{-2}$

travail =  $m^2 \times kg \times s^{-2}$

puissance =  $m^2 \times kg \times s^{-3}$

$\left. \begin{array}{l} \downarrow \times m^2 \\ \downarrow \times m \\ \downarrow \times s^{-1} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{pression} \times \text{surface} = \text{force} \\ \text{force} \times \text{longueur} = \text{travail} \\ \text{pression} \times \text{volume} = \text{travail} \\ \left[ \begin{array}{l} \text{puissance} = \text{travail} / \text{temps} \\ \text{puissance} \times \text{temps} = \text{travail} \end{array} \right. \end{array}$

résistance électrique =  $m^2 \times kg \times s^{-3} \times A^{-2}$

capacité électrique =  $m^{-2} \times kg^{-1} \times s^4 \times A^2$

fonction  $1/x$   
 $\times s$

capacité électrique
" temps
résistance électrique

Longueur d'onde, fréquence (solution de la page 75).

Une longueur d'onde et une fréquence ont respectivement comme dimension  $m$  et  $s^{-1}$ . Nous avons donc la relation :

longueur d'onde  $\times$  fréquence = vitesse .

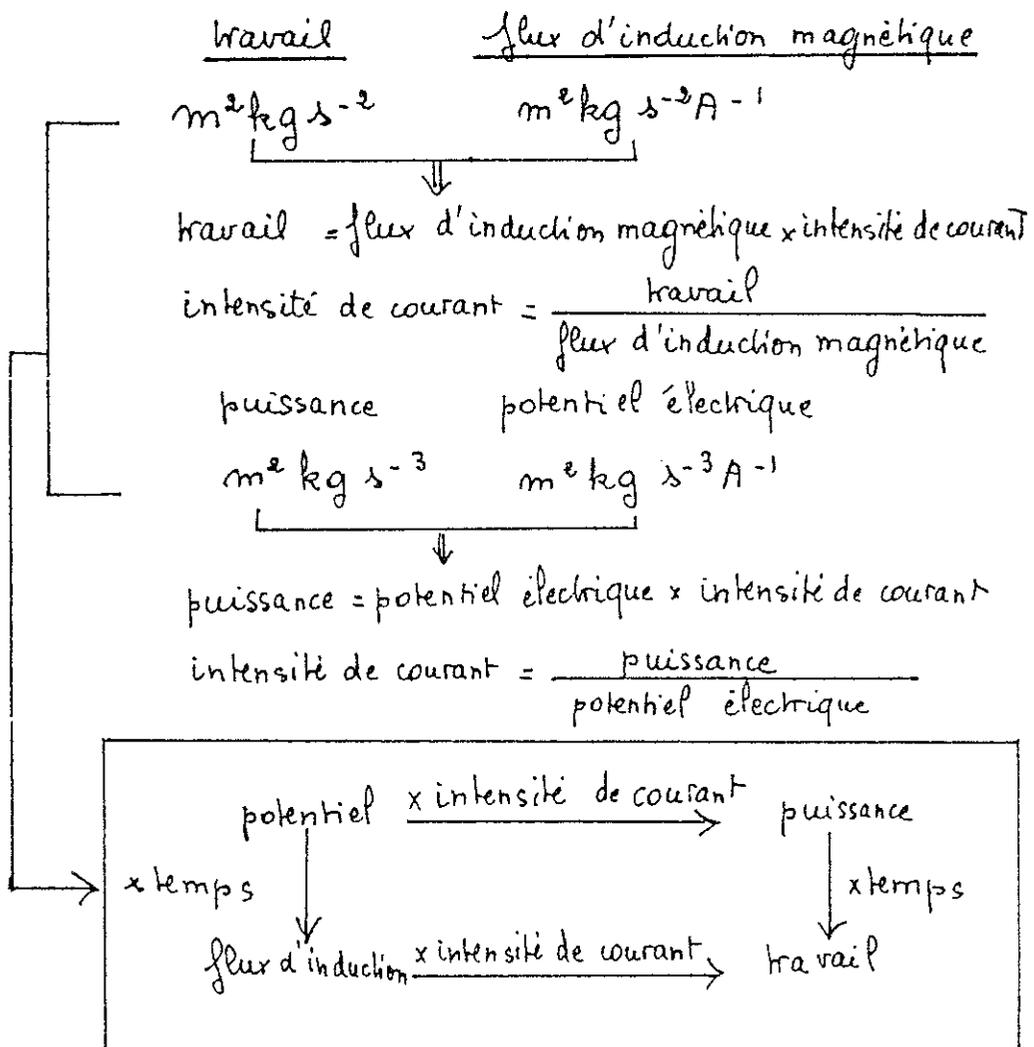
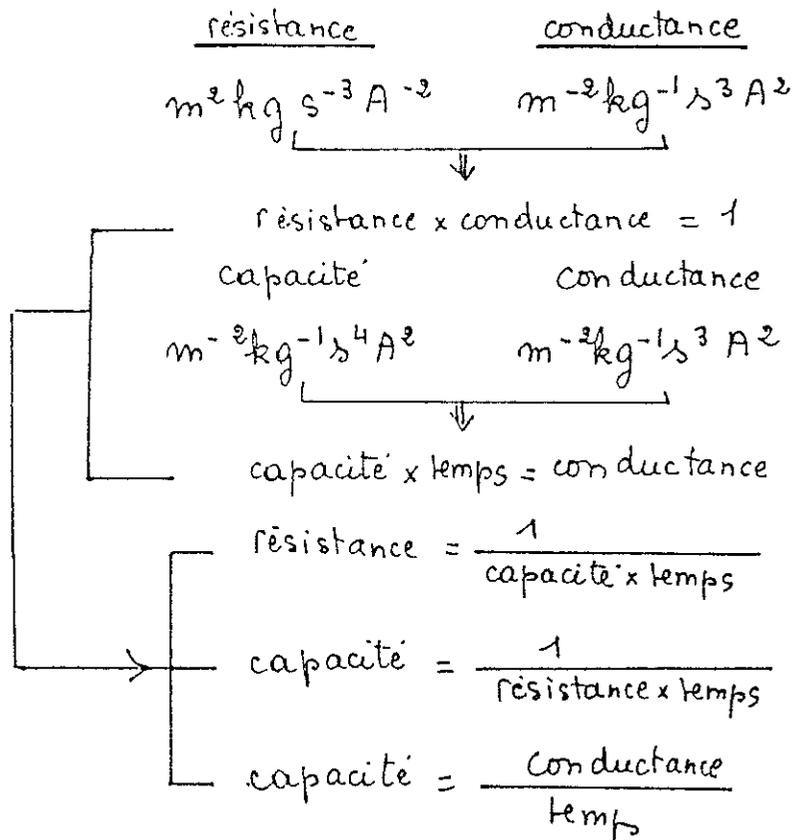
Quelle est donc cette vitesse ?

	Longueur d'onde m	Fréquence kHz = $10^3 s^{-1}$	Longueur d'onde $\times$ Fréquence $m \times s^{-1} \times 10^3 = km s^{-1}$
Paris	347	864	299 808
Ajaccio ...	214	1 404	300 456
Bastia ...	201	1 494	300 294
Bordeaux ...	249	1 206	300 294

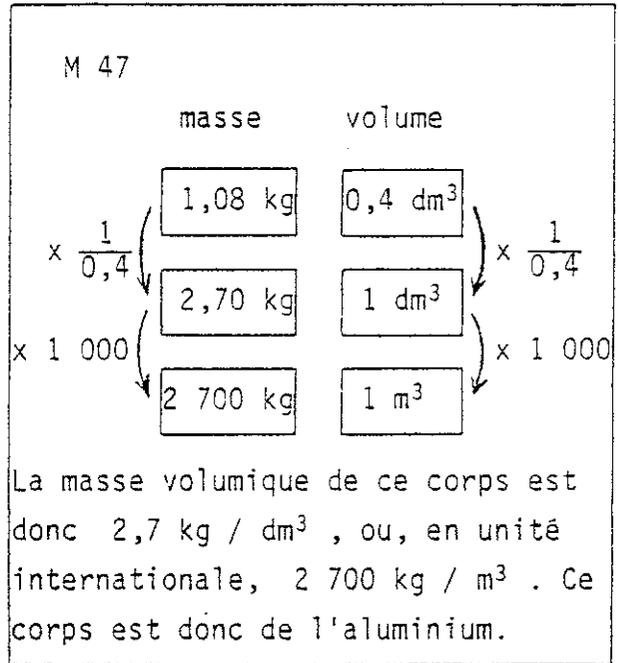
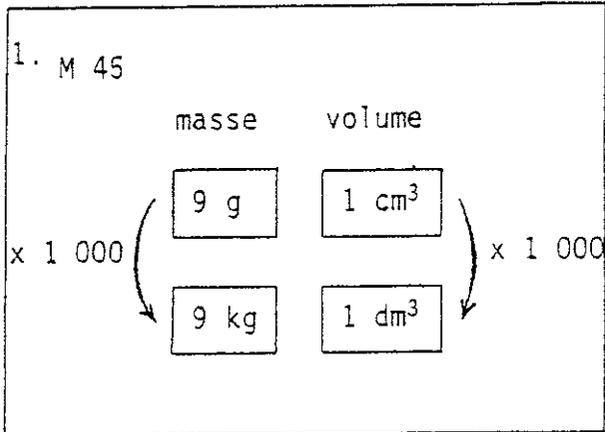
Vous pouvez vérifier sur les autres données :

longueur d'onde (en  $m$ )  $\times$  fréquence (en  $kHz$ )  
 = vitesse de la lumière (en  $km s^{-1}$ ) .

Grandeurs intervenant en électricité (solution de la page 75).



Masse volumique (solution de la page 79).



2. Désignons respectivement par A, B, C, D les quatre propositions de ce texte.

(A) "Dans 1 kilo de ..., il y a une masse égale de cuivre et d'aluminium" ; ce kilo d'alliage occupe un volume  $v$  litres, on peut donc écrire :

(A') "Dans  $v$  litres de ..., il y a une masse égale de cuivre et d'aluminium".

(C) "Dans 1 litre de ..., il y a une masse égale de cuivre et d'aluminium" ; on peut en déduire :

(C') "Dans  $v$  litres de ..., il y a une masse égale de cuivre et d'aluminium".

$$\begin{array}{ccc}
 C = C' & A = A' & A' = C' \\
 \hline
 & \downarrow & \\
 & A = C & 
 \end{array}$$

donc le zombral est du bronzaïu.

Par un raisonnement de même type, on trouve que le bralon est du lubrazon.

Ces remarques ramènent à comparer 2 corps seulement. On interprète la question "dans quel alliage y a-t-il le plus de cuivre" comme "dans quel alliage y a-t-il la plus grande masse de cuivre".

Bronzalu : pour 1 kg , 0,5 kg de Cu , et 0,5 kg de Al .

Bralon	Masse	Volume
11,6 kg de bralon	$\left\{ \begin{array}{l} 8,9 \text{ kg de Cu} \\ 2,7 \text{ kg de Al} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ dm}^3 \text{ de Cu} \\ 1 \text{ dm}^3 \text{ de Al} \end{array} \right.$
		2 dm <sup>3</sup> de bralon
: 11,6		↓ : 11,6
1 kg de bralon	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{8,9}{11,6} \text{ kg de Cu} \\ \frac{2,7}{11,6} \text{ kg de Al} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{11,6} \text{ dm}^3 \text{ de Cu} \\ \frac{1}{11,6} \text{ dm}^3 \text{ de Al} \end{array} \right.$
		$\frac{2}{11,6} \text{ dm}^3 \text{ de bralon}$

Dans 1 kg de bralon, il y a donc  $\frac{8,9}{11,6}$ , soit 0,7672 kg de Cu , et  $\frac{2,7}{11,6}$ , soit 0,2328 kg de Al .

On peut vérifier que  $0,7672 + 0,2328 = 1$  .

Il y a plus de Cu dans le bralon (ou lubrazon) que dans le bronzalu (ou zombral).

3.

Masse	Volume
$\left[ \begin{array}{l} 7,8 \text{ g de fer} \\ 2 \times 8,9 \text{ g de Cu} \end{array} \right.$	$\left[ \begin{array}{l} 1 \text{ cm}^3 \text{ de fer} \\ 2 \text{ cm}^3 \text{ de Cu} \end{array} \right.$
25,60 g d'alliage	3 cm <sup>3</sup> d'alliage
↓ : 3	↓ : 3
8,553 g d'alliage	1 cm <sup>3</sup> d'alliage
↓ x 10 <sup>6</sup>	↓ x 10 <sup>6</sup>
8 533 kg d'alliage	1 m <sup>3</sup> d'alliage

La masse volumique de l'alliage est donc : 8 533 kg / m<sup>3</sup> .

1. Organisation des données par un schéma.

2, 3. Utilisation de  $a^{-1}$ , et de la notation scientifique.

4. Compréhension de concepts scientifiques : alliage.

5. S. I. Connaissance des relations entre les unités différentes d'une même grandeur.

6. Equations aux dimensions.

7. Proportionnalité.

8. Traitement des données : compréhension et formalisation de phrases écrites en langage naturel, et reformulation de questions.

Vitesse (solution de la page 80).

Premier mode d'affichage des données : les opérateurs opèrent sur des nombres.

Problème 1.

unité :	longueur		Temps		
	m	km	heure	minute	seconde
affichage des données du problème 1 : distance parcourue en 1 minute d'où		125 [?]	1	60 1	
2 schémas de résolution schéma 1 :		125 [ ] ← x125	1	x60 → 60 ← :60 1	la distance parcourue en 1 minute est 125/60 km
schéma 2 :		125 ↓ :60 [ ]	1	60 ↓ :60 1	soit 2,0,83 km
distance parcourue en 1 seconde schémas 1 et 2 :		125 ↓ :3600 [ ] ← x1000 [ ] ← x125	1	x3600 → 3600 ← :3600 1	la distance parcourue en 1 seconde est 125/3600 km soit 0,0347 km ou 34,7 m

tableau 1

Remarque : Ce tableau a permis de résoudre le problème 1 en utilisant directement les données numériques fournies. Un tableau de même type peut fournir des "formules" qui permettent de le résoudre dans le cas général.

N. B. : Lorsqu'on parle d'une vitesse de  $V$  km / h , cela signifie qu'on parcourt  $V$  km en 1 h ;  $V$  est donc un nombre qui est la mesure d'une longueur (le kilomètre étant choisi comme unité). Si l'unité choisie pour la longueur est le mètre, le nombre qui exprime cette longueur est  $V \times 1\,000$  . Une démarche analogue permet de faire les changements d'unité concernant le temps.

Tableau 2

unité :	Longueur		Temps		
	mètre	km	heure	minute	seconde
		$V$	1		
		$d_m$	1		
		$d_s$			1

On désigne par  $d_m$  la distance parcourue en 1 minute, par  $d_s$  la distance parcourue en 1 seconde (distances exprimées en kilomètres).

On lit :

$$d_m = V/60 \quad ,$$

$$d_s = V/3\,600 \quad .$$

Remarques sur les résolutions précédentes.

La résolution littérale nécessite le même niveau de compréhension du problème que la résolution utilisant directement les données numériques. Dans un cas, comme dans l'autre, on doit trouver un mode d'affichage des données qui met en évidence les relations entre ces données (rapport de la distance au temps pour la vitesse, relation entre les écritures indiquant les mesures quand on change d'unité).

Quant à la résolution, qu'il s'agisse du numérique ou du littéral, on fait intervenir des opérateurs et leurs inverses et des compositions d'opérateurs multiplicatifs.

Toutefois, il nous semble que l'approche littérale du problème permet de mieux suivre le déroulement de la solution car, lorsque les nombres sont affichés, il est difficile de se souvenir de ce qu'ils signifient, alors que, à condition de choisir, pour la désignation des données des signes qui se rapportent à ce qu'ils signifient (ex. :  $d_m$  pour la distance parcourue en une minute), les relations entre les données peuvent être exprimées clairement, ce qui permet de déboucher sur des "formules".

Nous soulignons que le choix des désignations est particulièrement important dans le processus de résolution des problèmes ; il ne s'agit pas de désigner par "x" une donnée sous prétexte qu'on n'en connaît pas la valeur numérique.

Le mode de résolution littéral permet ici, de plus, de formuler la relation linéaire qui lie la distance parcourue à la vitesse.

Le tableau 2 de la page 92, nous sert de point de départ pour résoudre les problèmes 2 et 3:

unité	Longueur		Temps		
	m	km	h	mn	s
		$\times 1000$		$\times 60$	$\times 60$
		$\downarrow \begin{matrix} \times V \\ \times V \end{matrix}$			
PROBLEME 2	$v \leftarrow \times 1000$	$\leftarrow \times V$		$\leftarrow \times 3600$	1
	on désigne par $V$ la vitesse en km/h et par $v$ la vitesse en m/s par simple lecture nous obtenons $v = 1/3600 \times V \times 1000$ $\downarrow$ $v = V/3,6$				
PROBLEME 3		$1 \xrightarrow{\times V}$		$\xrightarrow{\times 3600}$	$m$
	on désigne par $m$ le nombre de secondes pour parcourir 1 km $m = 3600/V$				

Deuxième mode d'affichage des données : Les opérateurs opèrent sur des grandeurs.

**Problème 1**

	distance	temps	
	125 km	1 heure	
:60	125/60 km	1 minute	:60
	"	"	
:60	2,083 km	1 seconde	:60
	125/3600 km	"	
	"	"	
	0,03472 km	1 seconde	
	"	"	
	34,72 m	1 seconde	

Faire 125 km/h c'est la même chose que 2,083 km/mn ou 34,72 m/s

**Problème 2**

	distance	temps	
	V km	1 h	
:3600	V/3600 km	1 s	:3600
	"	"	
	$\frac{V \times 1000}{3600}$ m	1 s	

↓

$$v = \frac{V \times 1000}{3600}$$

**Problème 3** deux affichages suivant la phrase choisie pour donnée initiale

"je fais V km en 1 heure"

	distance	temps	
	V km	1 heure	
:V	1 km	1/V heure	:V
	1 km	$\frac{1}{V} \times 3600$ s	

↓

$$n = \frac{3600}{V} \Rightarrow V = \frac{3600}{n}$$

"je mets n secondes pour faire 1 km"

	temps	distance	
	n secondes	1 km	
$\times \frac{3600}{n}$	1 heure	$\frac{3600}{n}$ km	$\times \frac{3600}{n}$
	3600 s		

↓

$$V = \frac{3600}{n} \Rightarrow n = \frac{3600}{V}$$

1. Affichage des données utilisant des opérateurs numériques.
2. Compréhension de concept scientifique (vitesse).
3. Formalisation des données : mise en équation.
4. S. I. : Egalité de deux grandeurs mesurée avec des unités différentes.
5. Compétence à manier la notion de grandeur.
6. Proportionnalité.

QUELQUES PROBLEMES DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE : SOLUTIONS.I. Les gaz parfaits (solution de la page 81).

1.

$$R = pV/nT = pVn^{-1} T^{-1} .$$

$$(a) R = 1 \text{ atm} \times 22,4 \text{ l} \times (1 \text{ mol})^{-1} \times (273 \text{ K})^{-1} , \text{ soit :}$$

$$R = 0,0821 \text{ atm} \times \text{l} \times \text{mol}^{-1} \times \text{K}^{-1} .$$

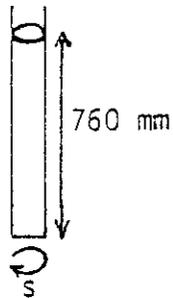
$$(b) R = 760 \times 0,0821 \text{ mm} \times \text{l} \times \text{mol}^{-1} \times \text{K}^{-1}$$

$$= 62,40 \text{ mm} \times \text{l} \times \text{mol}^{-1} \times \text{K}^{-1} .$$

(c) Calcul de 1 atmosphère en Pascal.

La masse volumique du mercure est  $13,6 \text{ kg} \times \text{l}^{-1}$  .

1 atmosphère est la pression exercée par une colonne de mercure, de hauteur 760 mm et de section  $s$ , sur la section  $s$ , donc :



$$1 \text{ atm} = 760 \times 10^{-3} \text{ m} \times 13,6 \text{ kg} \times 9,81 \text{ ms}^{-2} \times (\text{dm}^3)^{-1} \\ = 101\,396,16 \text{ m}^{-1} \text{ kg s}^{-2}, \text{ soit } 101\,396,16 \text{ pascal} ,$$

donc :

$$R = 101\,396,16 \text{ pascal} \times (22,4 \times 10^{-3}) \text{ m}^3 \times \text{mol}^{-1} \times (273 \text{ K})^{-1} ,$$

$$R = 8,319 \text{ pascal} \times \text{m}^3 \times \text{mol}^{-1} \times \text{K}^{-1}$$

$$= 8,319 \text{ joules} \times \text{K}^{-1} \times \text{mol}^{-1} .$$

1. Calcul littéral.
2. Utilisation de la notation  $a^{-1}$  .
3. Valeur numérique d'une formule.
4. Compréhension d'un concept scientifique.
5. Grandeurs.
6. Equations aux dimensions.
7. Calcul sur les puissances négatives.

2. Solution de la page 81.Affichage des données

(Les indices renvoient aux numéros des paragraphes.)

$$\begin{array}{ll}
 1. \quad p_0 = 150 \text{ atm} & p_1 = 1 \text{ atm} \\
 v_0 = 40 \text{ l} & v_1 = ? \\
 T_0 = (25 + 273) \text{ K} & T_1 = 273 \text{ K} \\
 n_0 & n_1 = n_0
 \end{array}$$

Gaz utilisé

$$\begin{array}{ll}
 2. \quad p_0 = 150 \text{ atm} & p_2 = 1 \text{ atm} \\
 v_0 = 40 \text{ l} & v_2 = 50 \text{ l} \\
 T_0 = 298 \text{ K} & T_2 = 298 \text{ K} = T_0 \\
 n_0 = ? & n_2 = ?
 \end{array}$$

Après soutirage, le gaz est dans l'état suivant dans la bouteille :

$$\begin{array}{l}
 p_2' = ? \\
 v_2' = 40 \text{ l} \\
 T_2' = T_0 \\
 n_2' = n_0 - n_2 = \frac{5 \, 950 \text{ atm} \times \text{l}}{RT_0}
 \end{array}$$

Traitement des données

$$p_0 v_0 = n_0 RT_0 \quad p_1 v_1 = n_0 RT_1$$

$$\frac{p_0 v_0}{T_0} = \frac{p_1 v_1}{T_1}$$

$$v_1 = v_0 \frac{p_0}{p_1} \frac{T_1}{T_0}$$

$$v_1 = 40 \text{ l} \times \frac{150 \text{ atm}}{1 \text{ atm}} \times \frac{273 \text{ K}}{298 \text{ K}}$$

$$v_1 = 5 \, 497 \text{ l}$$

$$p_0 v_0 = n_0 RT_0 \quad p_2 v_2 = n_2 RT_0$$

$$n_0 = \frac{p_0 v_0}{RT_0}$$

$$n_2 = \frac{p_2 v_2}{RT_0}$$

$$n_0 = \frac{6 \, 000 \text{ atm} \times \text{l}}{RT_0}$$

$$n_2 = \frac{50 \text{ atm} \times \text{l}}{RT_0}$$

Après soutirage :

$$\begin{array}{l}
 p_2' v_2' = n_2' RT_0 \\
 = 5 \, 950 \text{ atm} \times \text{l} \\
 p_2' = \frac{5 \, 950 \text{ atm} \times \text{l}}{40 \text{ l}} = 148,75 \text{ atm}
 \end{array}$$

1. Notations indicées.
2. Calcul littéral.
3. Valeur numérique d'une formule.
4. Formalisation des données : mise en équation.
5. Calcul sur les grandeurs, grandeurs produits, grandeurs quotients.
6. Organisation de calculs.

## II. Pression au sein d'un fluide (solution de la page 82).

### Problème 1.

Nous désignons par :

$p$  l'augmentation ponctuelle de pression entre la surface et une profondeur de 200 m ,

$P$  l'augmentation de pression sur le hublot.

Nous travaillons en unité SI, il faut donc écrire  $\rho$  en unités SI :

$$\begin{aligned} \rho &= 1 \text{ kg} \times \text{dm}^{-3} \\ &= 1 \text{ kg} \times (\text{m}^3 \times 10^{-3})^{-1} = 10^3 \text{ kg} \times \text{m}^{-3} \end{aligned}$$

$p = \rho g h$	$h = 200 \text{ m}$	$\rho = 10^3 \text{ kg} \times \text{m}^{-3}$	$g = 9,81 \text{ m} \times \text{s}^{-2}$	$P = p \times S$
				$P = p \times \frac{\pi \times (0,25)^2}{4} \text{ m}^2$

$$p = 1,96 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1} \times \text{kg} \times \text{s}^{-2}$$

$$P = 9,6 \cdot 10^4 \text{ kg} \times \text{m} \times \text{s}^{-2} = 9,6 \cdot 10^4 \text{ N}$$

### Problème 2.

$p_A - p_B = \rho g h$	$p_A - p_B = 6\,600 \text{ Pa}$ $= 6\,600 \text{ m}^{-1} \text{ kg} \text{ s}^{-2}$	$\rho = 1,06 \times 10^3 \text{ m}^{-3} \times \text{kg}$	$g = 9,81 \text{ m} \times \text{s}^{-2}$
------------------------	--	---	---

$$h = 6\,600 / [(1,06 \times 9,81 \times 10^3) \times \text{m}^{-1} \text{ kg} \text{ s}^{-2} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ s}^2]$$

$$= 0,63 \text{ m}$$

### Problème 3.

Il faut qu'au sommet la pression de l'eau soit supérieure à la pression atmosphérique  $p_A$  :

$$\begin{aligned} p_A &= 76 \times 10^{-2} \text{ m} \times 13,6 \times \text{kg} \times \text{dm}^{-3} \times 9,81 \text{ m} \times \text{s}^{-2} \\ &= 101\,400 \text{ m}^{-1} \times \text{kg} \times \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

On désigne par  $p_S$  la pression au sol :

$p_S - p_A = \rho g h$	$p_A = 10^5 \text{ m}^{-1} \times \text{kg} \text{ s}^{-2}$	$\rho = 10^3 \text{ m}^{-3} \times \text{kg}$	$g = 9,81 \text{ m} \times \text{s}^{-2}$	$h = 30 \text{ m}$
------------------------	---	---	---	--------------------

$$p_S = 10^5 \text{ m}^{-1} \times \text{kg} \times \text{s}^{-2} + 10^3 \times 9,81 \times 30 \times \text{m}^{-3} \times \text{kg} \times \text{m} \times \text{s}^{-2} \times \text{m}$$

$$\begin{aligned} p_S &= 3,9 \times 10^5 \text{ m}^{-1} \times \text{kg} \times \text{s}^{-2} \\ &= 3,9 \times 10^5 \text{ Pa} . \end{aligned}$$

Notons que le calcul sur les grandeurs permet de vérifier la cohérence (ex. : problème 1, une pression en newton, problème 2, une hauteur en mètre, problème 3, une pression en pascal).

- 
1. Calcul littéral.
  2. Calculs utilisant la notation scientifique, sur les puissances entières.
  3. Formalisation des données : mise en équation.
  4. Calcul sur les grandeurs.
  5. Valeur numérique d'une formule.
  6. Compréhension de concepts scientifiques.
  7. Connaissances des unités dérivées du S. I.
  8. Equations aux dimensions.
  9. Organisation de calculs.
  10. Calcul utilisant la notation  $a^{-1}$  .

### III. Indice de réfraction (solution de la page §H).

#### Problème 1.

$$\boxed{n = 1,33} \quad \boxed{c = 3 \cdot 10^5 \text{ km / s}} \quad \boxed{v = c/n}$$

↓

dans l'eau:  $v = 3 \cdot 10^5 / 1,33 \text{ km / s} \approx 225 \cdot 10^3 \text{ km / s}$  .

#### Problème 2.

$$\boxed{v = 125 \cdot 10^3 \text{ km / s}} \quad \boxed{c = 3 \cdot 10^5 \text{ km / s}} \quad \boxed{n = c/v}$$

↓

diamant :  $n = 2,4$

#### Problème 3.

En une année, la lumière parcourt  $3 \cdot 10^5 \text{ km / s} \times 365 \times 24 \times 3600 \text{ s}$  , soit  $9,46 \times 10^{12} \text{ km}$  . Donc, la lumière d'une étoile située à  $9,46 \times 10^{12} \text{ km}$  de la terre et disparue il y a moins d'une année nous parvient : on "voit" cette étoile, alors qu'elle n'existe plus.

Pendant combien de temps peut-on voir, après sa disparition, une étoile située à  $n \text{ km}$  de la terre ? On désigne par  $t$  ce temps mesuré en années :

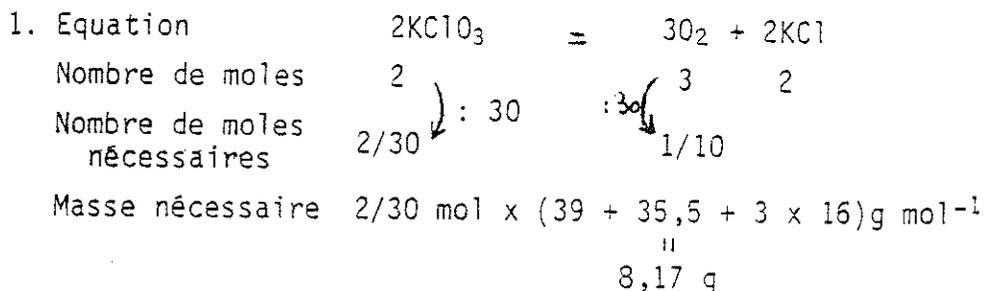
$$\frac{t}{1} = t = \frac{n}{9,46 \cdot 10^{12}} .$$

1. Valeur numérique d'une formule.
2. Calcul sur les grandeurs.
3. Notation scientifique.
4. Compréhension de concepts scientifiques.

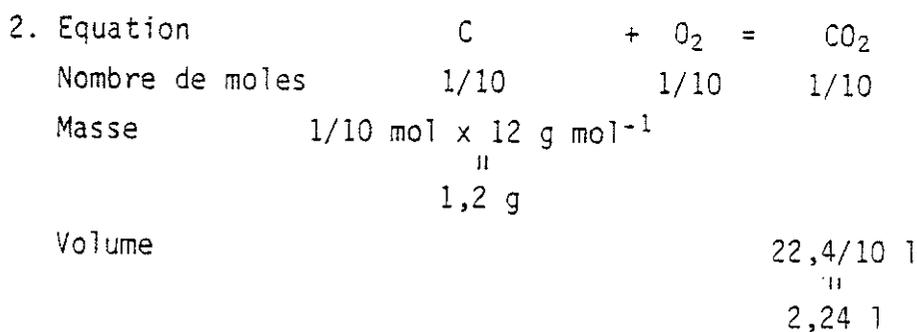
Equations chimiques (solution de la page 85).

Problème 1.

Affichage et traitement des données.



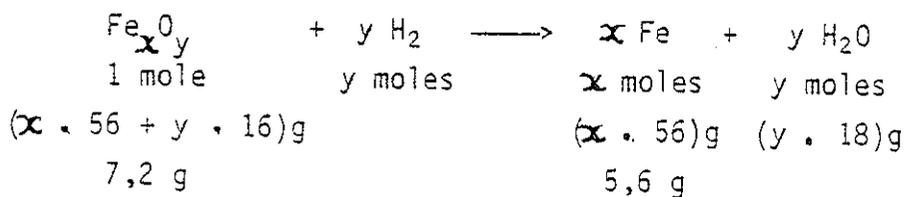
Il faut 8,17 g de chlorate de potassium pour obtenir 2,24 l d'oxygène.



L'oxygène produit permet de brûler 1,2 g de carbone. On obtient ainsi 2,24 l de dioxyde de carbone.

Problème 2.

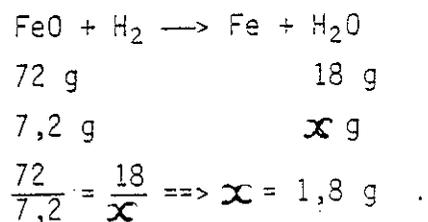
Soit  $\text{Fe}_x\text{O}_y$  la formule de l'oxyde ;  $x$  et  $y$  sont des entiers petits.  
On a :



Solution proposée  
par l'auteur du  
manuel.

$$\frac{x \cdot 56 + y \cdot 16}{7,2} = \frac{x \cdot 56}{5,6} \implies x = y$$

L'oxyde de fer a pour formule  $\text{FeO}$  . La réaction s'écrit :



- 
1. Utilisation de la notation  $a^{-1}$  .
  2. Calcul sur les grandeurs.
  3. Connaissances requises en chimie : équations chimiques ; une mole occupe 22,4 l , masses molaires de K , Cl , O , C , Fe , H .
  4. Fractions.
  5. Proportionnalité.
  6. Résolution de systèmes d'équations linéaires.



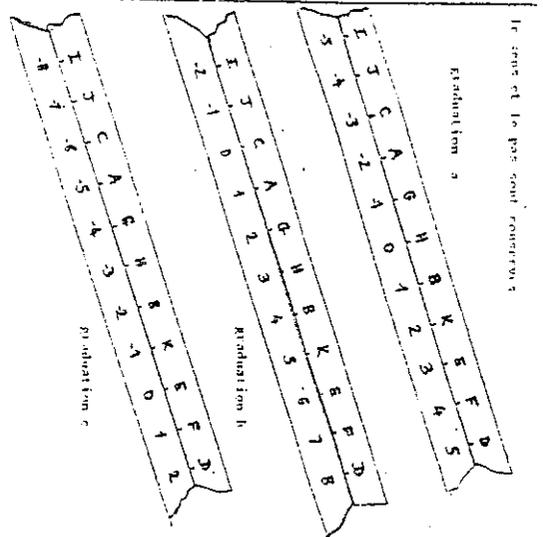
## **changement de graduation**



# décomposition d'un changement de graduation

On peut décomposer tout changement de graduation en trois types de changements : d'origine, de sens et de pas.

## changement d'origine



Pour tout point quelconque X,

a	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	-2	-1	-3	5	3	4	-1	0	-5	-4	2
b	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	1	4	0	8	6	7	2	3	-2	-1	5
c	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	-5	-2	-6	2	0	-1	-4	-3	-8	-7	-1

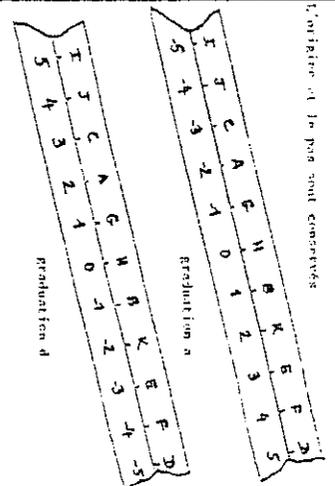
Quel que soit le point X de la droite

$$x_b = x_a + 3$$

$$x_c = x_a - 3$$

$$x_c = x_b - 6 \dots\dots$$

## changement de sens



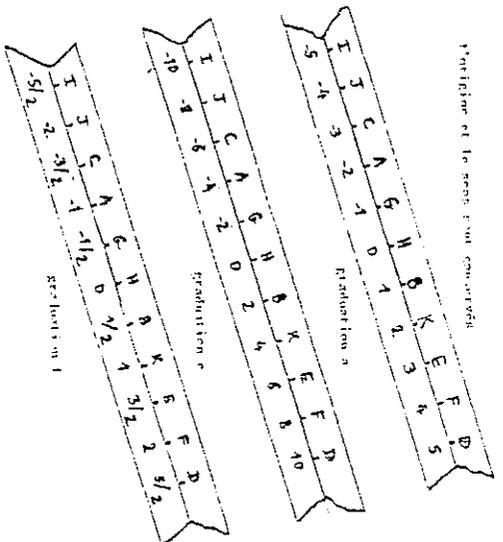
Pour tout point quelconque X, on désigne par  $x_g$  la valeur du point X dans la graduation g.

a	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	-2	-1	-3	5	3	4	-1	0	-5	-4	2
b	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	2	-1	3	-5	-3	-4	1	0	5	4	-2

Quel que soit le point X de la droite

$$x_b = -x_a$$

## changement de pas



Pour tout point quelconque X, on désigne par  $x_g$  la valeur du point X dans la graduation g.

a	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	-2	-1	-3	5	3	4	-1	0	-5	-4	2
b	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	-4	2	-6	10	-6	8	-2	0	-10	-8	-4
c	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	-1	1/2	-3/2	5/2	3/2	2	-1/2	0	-5/2	-2	-1

Quel que soit le point X de la droite

$$x_b = 2 x_a$$

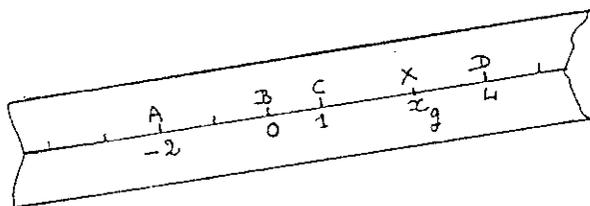
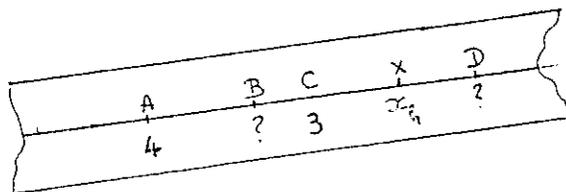
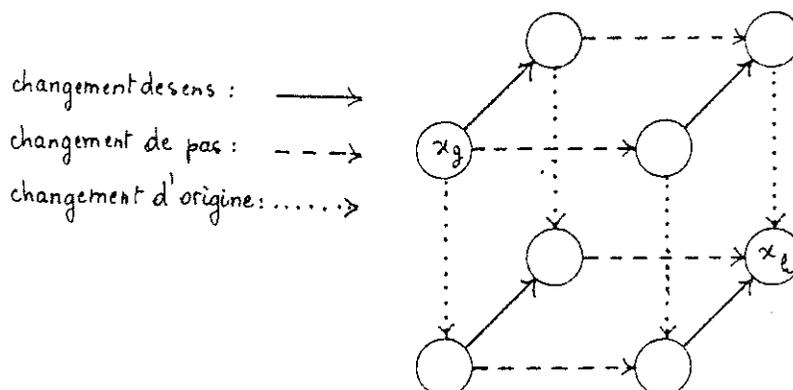
$$x_c = x_a / 2$$

$$x_c = x_b / 4$$

1. Notion de droite graduée.
2. Formalisation de la correspondance des graduations.
3. Calcul sur les nombres relatifs.

## deux exemples de changement de graduation

1. Quels changements permettent de passer de la graduation  $g$  à la graduation  $h$  ?

graduation  $g$ graduation  $h$ 

Ce schéma met en évidence qu'il y a six chemins de longueur 3 permettant de passer de  $x_g$  à  $x_h$ . Ces six chemins correspondent aux six façons de calculer  $x_h$  en fonction de  $x_g$ .

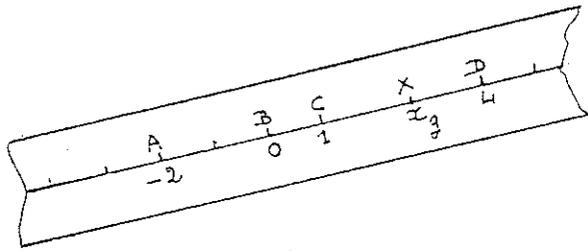
Problème : Expliciter, pour la situation proposée, les six façons de calculer  $x_h$  en fonction de  $x_g$ .

Calculer  $x_h(B)$  et  $x_h(D)$ .

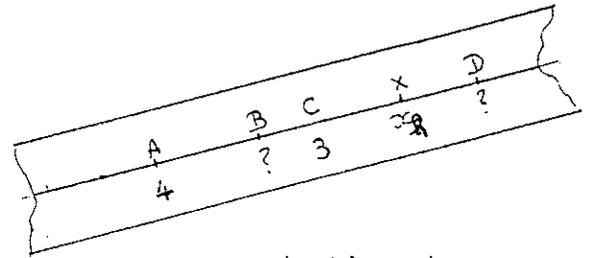
(Solution page 108.)

1. Affichage des données à l'aide d'un schéma utilisant des opérateurs formels.
2. Graphes de relations entre les variables : schéma organisant les opérateurs qui font passer d'une graduation à l'autre.
3. Traitement formel des données.
4. Notation indicée.

## 2. Deux graduations :



graduation g



graduation h

Voici, pour le même problème, un autre affichage des données :

	graduation g				graduation h	
	points				points	
A	-2	0	0	4	A	
B	1				B	
X	$x_g$				$x_h$	X
	1	2	3	4	5	6

On a affiché les données dans le tableau ci-dessus. Les couples  $(-2, 0)$  et  $(4, 0)$  permettent de donner des valeurs aux opérateurs additifs de changement d'origines symbolisés par les flèches  $\dots \rightarrow$  et, par suite, de compléter le tableau.

Les colonnes 3 et 4 permettent alors de calculer l'opérateur multiplicatif correspondant à la fois au changement de pas et de sens.

(Voir page 110.)

Formalisez cette situation.

(Voir page 110.)

1. Traitement formel des données utilisant un tableau à double entrée, des opérateurs formels et des opérateurs numériques.

2. Décomposition d'un problème en sous-problèmes (ici : 1. Changement d'origine, 2. Changement de pas).

3. Notation indicée.

## températures: Réaumur, Celsius, Farenheit

Voici des tableaux de correspondance de températures exprimées en degrés Réaumur, Celsius, Farenheit :

Réaumur	Celsius	Farenheit
- 16	- 20	- 4
- 15	- 18,75	1,75
- 12	- 15	5
- 10	- 12,50	9,5
- 8	- 10	14
- 5	- 6,25	20,75
- 4	- 5	23
0	0	32
4	5	41
5	6,25	43,25
8	10	50
10	12,5	54,5
12	15	59
15	18,75	65,75
16	20	68
20	25	77
24	30	86
25	31,25	88,25
28	35	95
30	37,50	99,5
32	40	104

Ecrire les formules qui permettent de passer d'une graduation à l'autre.

Quelle est la température moyenne d'un Américain en bonne santé ? (Il se prend la température en Farenheit.)

(Voir solution page 112.)

### Température Kelvin.

La température Celsius  $t_C$  est reliée à la température thermodynamique (température Kelvin  $T$ ) par  $t_C = T - 273,16$  ; le degré Celsius est égal au degré Kelvin.

Exprimer les températures Réaumur et Farenheit en fonction de la température thermodynamique.

## solutions

### CHANGEMENT DE GRADUATION : SOLUTION DE LA PAGE 105

Changer de graduation revient au problème suivant :

On connaît :

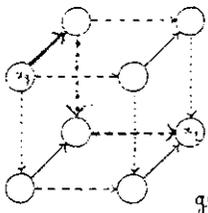
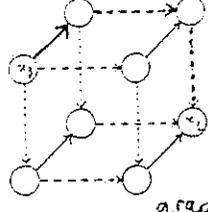
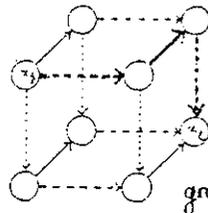
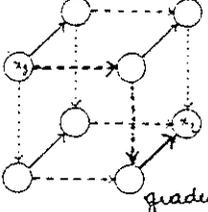
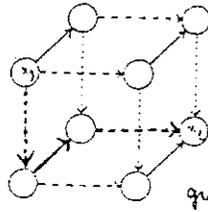
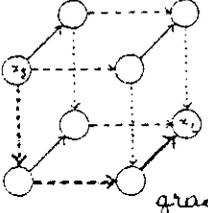
- les abscisses des points  $A$ ,  $B$ ,  $X$  dans la graduation  $g$ ,
- les abscisses de  $A$  et  $B$  dans la graduation  $h$ .

On veut calculer :

- l'abscisse de  $X$  dans la graduation  $h$ .

Nous avons vu qu'il y a six façons de calculer l'abscisse  $x_h$  de  $X$ . Chacune de ces façons fait intervenir les trois changements (sens, origine, pas) dans un ordre quelconque.

Nous remarquons que le changement de sens revient à faire agir l'opérateur  $\times (-1)$  (opérateur multiplicatif). Le changement de pas correspond également à un opérateur multiplicatif, ici  $(\times \frac{1}{3})$  ou  $(: 3)$  puisque la graduation  $h$  est trois fois plus fine que la graduation  $g$ . Le changement d'origine revient à faire agir un opérateur additif. Or, dans une chaîne d'opérateurs, on ne peut pas, sans changer la sortie, permuter un opérateur multiplicatif et un opérateur additif. Il s'ensuit que, alors que les opérateurs de changement de sens et de pas sont parfaitement définis, la valeur de l'opérateur additif de changement d'origine dépend de l'ordre choisi.

 <p style="margin-left: 20px;">graduation <math>g</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>x^{(-1)}</math></p> <p style="margin-left: 20px;">graduation <math>h : 3</math></p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>C</th> <th>X</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-2</td> <td>1</td> <td><math>x_g</math></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td><math>x_h</math></td> </tr> </tbody> </table>	A	C	X	-2	1	$x_g$							4	3	$x_h$
A	C	X														
-2	1	$x_g$														
4	3	$x_h$														
 <p style="margin-left: 20px;">graduation <math>g</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>x^{(-1)}</math></p> <p style="margin-left: 20px;">graduation <math>h</math></p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>C</th> <th>X</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-2</td> <td>1</td> <td><math>x_g</math></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td><math>x_h</math></td> </tr> </tbody> </table>	A	C	X	-2	1	$x_g$							4	3	$x_h$
A	C	X														
-2	1	$x_g$														
4	3	$x_h$														
 <p style="margin-left: 20px;">graduation <math>g</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>x^{(-1)}</math></p> <p style="margin-left: 20px;">graduation <math>h</math></p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>C</th> <th>X</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-2</td> <td>1</td> <td><math>x_g</math></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td><math>x_h</math></td> </tr> </tbody> </table>	A	C	X	-2	1	$x_g$							4	3	$x_h$
A	C	X														
-2	1	$x_g$														
4	3	$x_h$														
 <p style="margin-left: 20px;">graduation <math>g</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>x^{(-1)}</math></p> <p style="margin-left: 20px;">graduation <math>h</math></p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>C</th> <th>X</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-2</td> <td>1</td> <td><math>x_g</math></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td><math>x_h</math></td> </tr> </tbody> </table>	A	C	X	-2	1	$x_g$							4	3	$x_h$
A	C	X														
-2	1	$x_g$														
4	3	$x_h$														
 <p style="margin-left: 20px;">graduation <math>g</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>x^{(-1)}</math></p> <p style="margin-left: 20px;">graduation <math>h : 3</math></p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>C</th> <th>X</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-2</td> <td>1</td> <td><math>x_g</math></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td><math>x_h</math></td> </tr> </tbody> </table>	A	C	X	-2	1	$x_g$							4	3	$x_h$
A	C	X														
-2	1	$x_g$														
4	3	$x_h$														
 <p style="margin-left: 20px;">graduation <math>g</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>x^{(-1)}</math></p> <p style="margin-left: 20px;">graduation <math>h</math></p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>C</th> <th>X</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-2</td> <td>1</td> <td><math>x_g</math></td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> <td><math>x_h</math></td> </tr> </tbody> </table>	A	C	X	-2	1	$x_g$							4	3	$x_h$
A	C	X														
-2	1	$x_g$														
4	3	$x_h$														

CHANGEMENT DE GRADUATION : SOLUTION DE LA PAGE 106.

	graduation g			graduation h		
	points					points
1 <sup>er</sup> étape	A	-2	0	0	4	A
	B	1	3	-1	3	B
	X	$x_g$	$x_g + 2$	$x_h - 4$	$x_h$	X
2 <sup>em</sup> étape			0	0		
			3	-1		
		$x_g$	$x_g + 2$	$x_h - 4$	$x_h$	

$\xrightarrow{+2}$        $\xrightarrow{+4}$   
 $\xleftarrow{-2}$        $\xleftarrow{-4}$

On a donc :

$$x_g \xrightarrow{+2} \xrightarrow{:(-3)} \xrightarrow{+4} x_h ,$$

soit

$$x_h = \frac{x_g + 2}{(-3)} + 4 = -\frac{x_g}{3} + \frac{1}{3} ;$$

et

$$x_h \xrightarrow{-4} \xrightarrow{\times(-3)} \xrightarrow{-2} x_g ,$$

soit

$$x_g = -3(-x_h - 4) - 2 = -3x_h + 10 .$$

Formalisation de la situation de changement de graduation

Les deux points A et B ont respectivement pour abscisses a et b dans la graduation g, a' et b' dans la graduation h.

	graduation g			graduation h		
A	a	0	0	a'	A	
B	b	b-a	b'-a'	b'	B	
X	$x_g$			$x_h$	X	

$\xrightarrow{+a}$        $\xrightarrow{+a}$   
 $\xleftarrow{-a}$        $\xleftarrow{-a}$

Par simple lecture du tableau, on a :

$$x_h = (x_g - a) \times \frac{b' - a'}{b - a} + a' , \quad \text{d'où} \quad x_h = \frac{b' - a'}{b - a} x_g + \frac{a'b - ab'}{b - a} ,$$

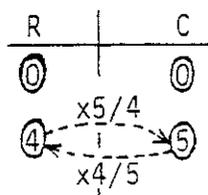
$$x_g = (x_h - a') \times \frac{b - a}{b' - a'} + a , \quad \text{d'où} \quad x_g = \frac{b - a}{b' - a'} x_h + \frac{ab' - ba'}{b' - a'} .$$

- 
1. Propriétés des opérateurs additifs ou multiplicatifs.
  2. Calcul sur des chaînes d'opérateurs (numériques et formels).
  3. Traduction de données affichées dans un tableau utilisant des opérateurs en une écriture algébrique (obtention de formules).
  4. Notation indicée.

TEMPERATURES : REAUMUR, CELSIUS, FARENHEIT : SOLUTION DE LA PAGE 107.

On utilise un tableau équivalent à celui de la page précédente : les nombres circlés sont les données.

1. Graduation Réaumur - graduation Celsius : deux couples suffisent à établir la relation.

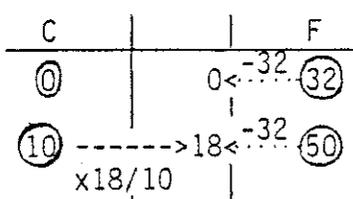


$$t_C \times 4/5 = t_R$$

$$t_R \times 5/4 = t_C$$

Il s'agit seulement d'un changement de pas.

2. Graduation Celsius - graduation Farenheit.

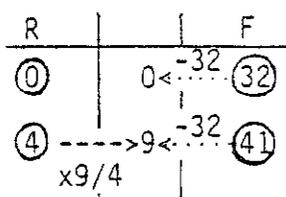


$$t_C \times 1,8 + 32 = t_F$$

$$(t_F - 32) : 1,8 = t_C$$

Il s'agit d'un changement de pas et d'origine.

3. Graduation Réaumur - graduation Farenheit.



$$(t_F - 32) \times 4/9 = t_R$$

$$t_R \times 9/4 + 32 = t_F$$

Il s'agit d'un changement de pas et d'origine.

Pour exprimer les températures Réaumur et Farenheit en fonction de la température thermodynamique, il suffit, dans les formules précédentes, de substituer  $T - 273,16$  à  $t_C$ .

La température de l'Américain en bonne santé : comment se dit en Farenheit  $37^\circ\text{C}$  ?

1. Application d'une procédure.
2. Fractions.
3. Opérateurs.
4. Equation linéaire : résolution numérique.
5. Mise en équation.



## **problèmes farfelus**



**plus d'eau ou plus de vin?**

On a deux verres contenant autant de liquide : l'un, A, rempli d'eau, l'autre, B, rempli de vin. On prend une cuillerée d'eau dans A que l'on verse dans B. Puis on prend une cuillerée de liquide de B que l'on verse dans A. Y a-t-il plus de vin dans A que d'eau dans B ?

(Solution page 117.)

**histoire de poule et d'oeuf**

Si une poule et demi pond un oeuf et demi en un jour et demi, combien neuf poules pondent-elles d'oeufs en neuf jours ?

(Solution page 118.)

**le poids d'une brique**

Une brique pèse un kilo plus une demi brique. Combien pèse une brique en kilogramme ?

(Solution page 118.)

**problème de change**

Supposons qu'un négociant de Saint-Petersbourg ait à envoyer par la Hollande à Berlin une somme de mille ducats de Berlin, qu'il veut payer en roubles de Russie. Le change de la Russie avec la Hollande étant à 47,1/2, et celui de la Hollande avec Berlin étant à 142 : c'est-à-dire que, pour un rouble de Russie, on donne en Hollande 47,1/2 stivers, et que, pour 100 rixdales hollandaises, on paye à Berlin 142 rixdales prussiennes ; sachant de plus qu'en Hollande 20 stivers font un florin, et deux et demi florins font une rixdale hollandaise ; qu'enfin, le ducat de Berlin équivaut à 3 rixdales prussiennes. On demande combien le négociant doit envoyer de roubles.

Extrait de  
"Mathématiques",  
G. Th. GUILBAUD,  
PUF, 1964.

(Solution p.119.)

*(Précis élémentaire sur l'explication des logarithmes et sur leur application, par Fr. CALLET, an VIII.)*

## le fainéant et le diable

Un Fainéant se désespérait d'être toujours sans le sou. Ne sachant plus à quel saint se vouer, il eut l'idée d'invoquer le Diable. A peine avait-il prononcé son nom, qu'il le vit apparaître. Dominant son effroi, le Fainéant demanda à son visiteur une recette pour faire fortune.

"- C'est enfantin, répondit le diable. Il suffit de traverser plusieurs fois le pont que tu vois là-bas. Après chaque traversée, tu te retrouveras avec, dans ta poche, deux fois plus d'argent qu'auparavant.

- Pas possible ! s'exclama le Fainéant.

- Je m'en porte garant, affirma le Diable. Mais attention ! Il y a une condition : pour me payer de ma peine, tu me donneras 24 francs au terme de chaque traversée miraculeuse. Entendu ?

- Entendu ! répondit le Fainéant, enthousiasmé à l'idée de faire si facilement fortune. Commençons sur-le-champ !"

Le Fainéant traversa donc le pont une première fois et, ô stupeur ! constata qu'il avait dans sa poche le double de la somme qui s'y trouvait auparavant. Ravi, il s'empressa de donner 24 francs au Diable et de retraverser le pont une seconde fois. Il put s'assurer de nouveau que le Diable n'avait pas menti : son argent avait encore doublé. Il remit donc 24 francs au Diable et fit une troisième traversée, au terme de laquelle, l'argent ayant doublé une nouvelle fois, il se retrouva avec exactement... 24 francs, juste de quoi payer son perfide conseiller qui disparut en ricanant.

Combien le Fainéant avait-il d'argent initialement ?

Extrait de  
B. KORDIEMSKY,  
Sur les sentiers  
des mathématiques,  
Dunod, 1963,  
p. 114.

(Solution p.120.)

\*

## une histoire de champignons

Cinq amis: Nicolas, Jean, André, Pierre et Françoise, décidèrent d'aller à la cueillette aux champignons. Une fois dans la forêt, les garçons préférèrent s'étendre sur l'herbe et se raconter de bonnes histoires; seule Françoise n'oublia pas le but initial de la promenade, si bien qu'au moment de repartir, elle avait dans son panier 45 champignons, alors que ceux de ses camarades étaient vides.

« — De quoi aurez-vous l'air si vous revenez bredouilles ? — s'apitoya Françoise, et, sans en laisser un seul dans son propre panier, elle répartit tous ses champignons entre les paniers des garçons.



FIG. 92

Or, sur le chemin du retour, Nicolas et André tombèrent par hasard sur une nichée de champignons, si bien qu'ils purent remplir leurs paniers jusqu'aux bords (Nicolas en découvrit deux, tandis qu'André réussissait à doubler le nombre de ceux qu'il avait dans son panier). Jean et Pierre, par contre, ne firent que courir et s'amuser, et ils finirent par perdre quelques-uns des champignons que leur avait donnés Françoise: Jean en perdit deux, et Pierre — la moitié de ceux qu'il avait reçus.

Sachant qu'au terme de toutes ces péripéties les paniers des quatre garçons contenaient tous le même nombre de champignons, vous sentez-vous capable de déterminer le nombre de ceux que chacun a reçus de Françoise?

\* Extrait de B. KORDIEMSKY, *op. cit.* p. 115

Extrait de B. KORDIEMSKY, *op. cit.*, p. 116.

(Solution page 121.)

## solutions

PLUS D'EAU OU PLUS DE VIN ? : SOLUTION DE LA PAGE 114.

On désigne par  $v$  le volume de liquide contenu dans chaque verre au début de l'expérience, par  $c$  le volume de la cuillère.

	verre A			verre B		
	volume total	volume d'eau	volume de vin	volume total	volume d'eau	volume de vin
0	$v$	$v$	0	$v$	0	$v$
1	$v - c$	$v - c$	0	$v + c$	$c$	$v$
2	$v$	$(v - c) + \frac{c}{v + c} \times c$	$0 + \frac{v}{v + c} \times c$	$v$	$c - \frac{c}{v + c} \times c$	$v - \frac{v}{v + c} \times c$

Diagramme illustrant l'étape 1 : On prend une cuillère de volume  $c$  dans le verre A (contenant  $v - c$  d'eau et  $v - c$  de vin). Cette cuillère est divisée en deux parties : une partie d'eau de volume  $\frac{c}{v + c}$  est ajoutée au verre B, et une partie de vin de volume  $\frac{v}{v + c}$  est ajoutée au verre B. Le verre B contient alors  $v + c$  de liquide total,  $c$  d'eau et  $v$  de vin.

La quantité de vin dans A est donc :  $\frac{v}{v + c} \times c$ .

La quantité d'eau dans B est :  $c - \frac{c}{v + c} \times c$ .

Il faut donc comparer ces quantités :

$$c - \frac{c}{v + c} \times c = \frac{(v + c) \times c - c^2}{v + c} = \frac{v}{v + c} \times c$$

Il y a donc autant de vin dans A que d'eau dans B.

1. Formalisation de la situation : c'est-à-dire désignation des variables et organisation des données dans un tableau qui permet de transcrire l'expérience pas à pas.

2. Calcul littéral.

3. Fractions.

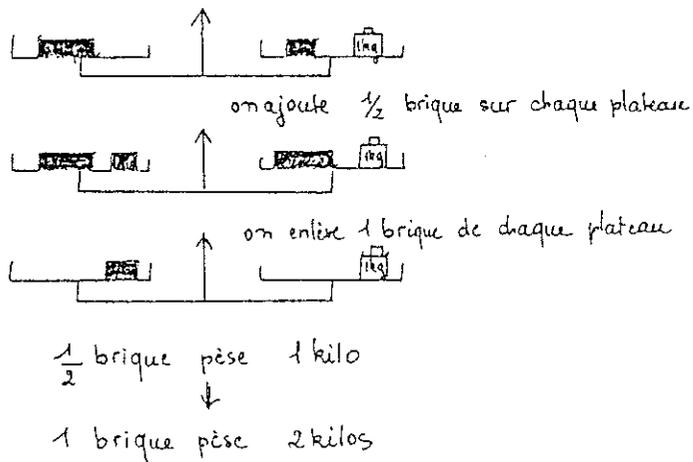
HISTOIRE DE POULE ET D'OEUF : SOLUTION DE LA PAGE 114.Etape 1

poules	oeufs	jours
1,5	1,5	1,5
↓ x6		
9	?	1,5
		↓ x6
9	?	9

Etape 2

poules	oeufs	jours
1,5	1,5	1,5
↓ x6	↓ x6	
9	9	1,5
	↓ x6	↓ x6
9	54	9

9 poules pondent 54 oeufs en 9 jours.

LE POIDS D'UNE BRIQUE : SOLUTION DE LA PAGE 114.

$$b = \frac{1}{2} b + 1 \text{ kg}$$

$$+\frac{1}{2} \downarrow \quad \downarrow -\frac{1}{2} b$$

$$b + \frac{1}{2} b = b + 1 \text{ kg}$$

$$-b \downarrow \quad \downarrow -b$$

$$\frac{1}{2} b = 1 \text{ kg}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \times 2$$

$$b = 2 \text{ kg}$$

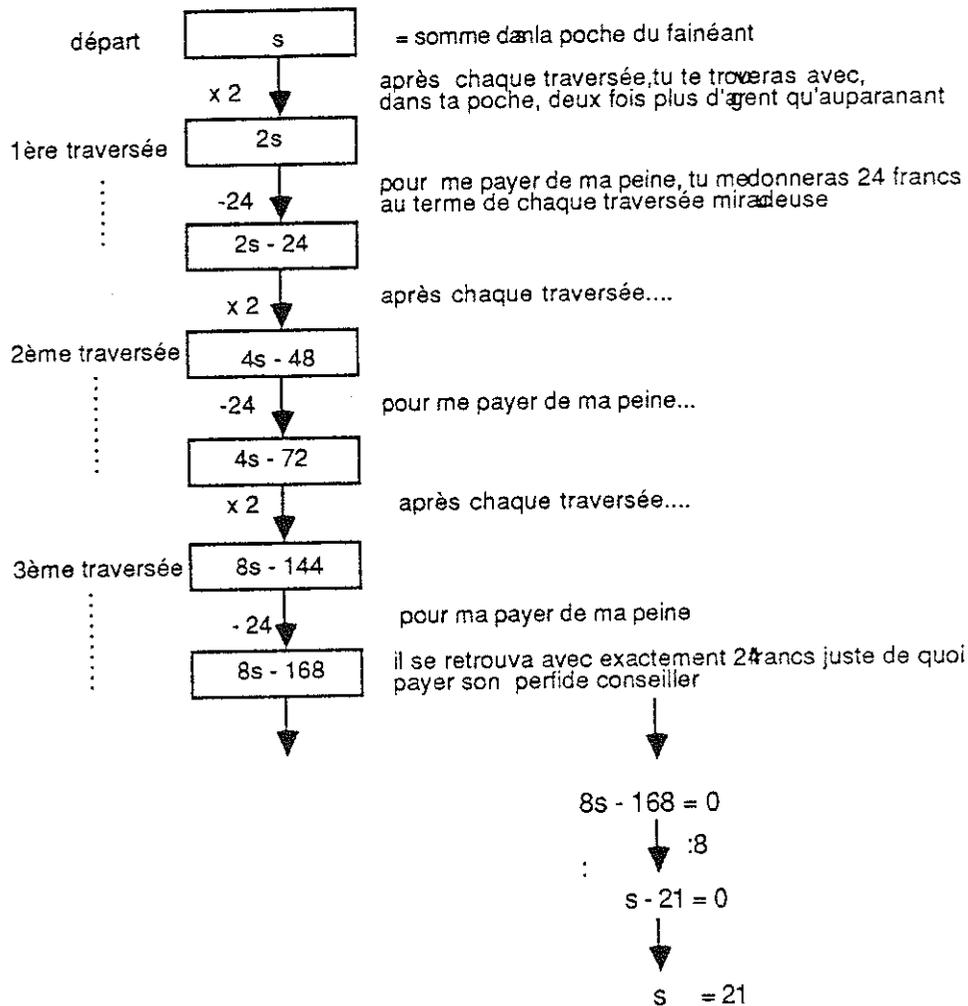
HISTOIRE DE POULE ET D'OEUF :  
Double proportionnalité.

LE POIDS D'UNE BRIQUE :

1. Schématisation par un dessin et formalisation des différentes étapes d'une expérience.
2. Résolution d'une équation linéaire.
3. Mise en équation.



LE FAINEANT ET LE DIABLE : SOLUTION DE LA PAGE 115.



Le Fainéant avait donc 21 francs en poche au moment de son pacte avec le diable

1. Schématisation suivant pas à pas la situation proposée et permettant une formalisation.
2. Calcul sur des opérateurs.
3. Résolution numérique d'équations linéaires.
4. Calcul littéral.
5. Mise en équation.

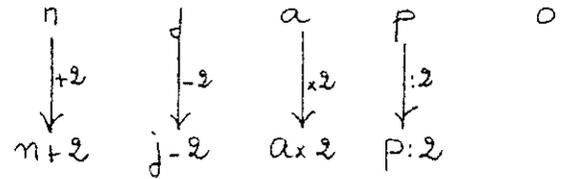
UNE HISTOIRE DE CHAMPIGNONS : SOLUTION DE LA PAGE 116.

elle avait dans son panier 45 champignons, alors que ceux de ses camarades étaient vides.

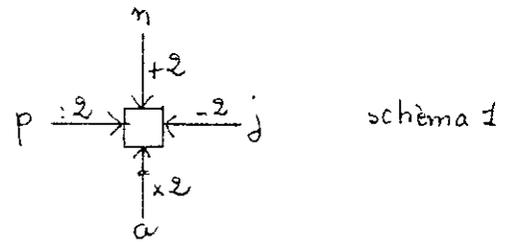
elle répartit tous ses champignons entre les paniers des garçons, sans en laisser un seul dans son propre panier,

(Nicolas en découvrit deux, tandis qu'André réussissait à doubler le nombre de ceux qu'il avait dans son panier). Jean en perdit deux, et Pierre - la moitié qu'il avait reçus.

	Nicolas	Jean	André	Pierre	Françoise
}	0	0	0	0	45



au terme de toutes ces péripéties les paniers des quatre garçons contenaient tous le même nombre de champignons,



elle répartit tous ses champignons entre les paniers des garçons, sans en laisser un seul dans son propre panier,

$$m + j + a + p = 45$$

$$\begin{aligned} m &\xrightarrow{+2} \cdot \xrightarrow{+2} j \Rightarrow j = m + 4 \\ m &\xrightarrow{+2} \cdot \xrightarrow{:2} a \Rightarrow a = \frac{m+2}{2} = \frac{m}{2} + 1 \\ m &\xrightarrow{+2} \cdot \xrightarrow{x2} p \Rightarrow p = (m+2) \cdot 2 = 2m + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow m + 4 + \frac{m}{2} + 1 + 2m + 4 &= 45 \\ \downarrow \\ 4,5m + 9 &= 45 \\ \downarrow :4,5 \\ m + 2 &= 10 \\ \downarrow \\ m &= 8 \\ \downarrow \\ p = 20 \quad a = 5 \quad j = 12 \end{aligned}$$

$m = 8$
$\downarrow$
$p = 20 \quad a = 5 \quad j = 12$

1. Affichage de données suivant au pas à pas la situation proposée.
2. Utilisation d'opérateurs.
3. Mise en équations.
4. Résolution de systèmes d'équations linéaires (ici utilisation d'opérateurs).

**et pourquoi pas les vieux  
problèmes de certificat d'études?**



Les problèmes dont les énoncés sont donnés ci-dessous sont extraits de " 1 300 problèmes de certificat d'études primaires" classiques Hachette, 1959.

### **cycliste et automobiliste**

203 - Un cycliste part de Paris à 7h 45mn, en direction de Melun, à la vitesse de 18 km / h . Un automobiliste part du même point à la même heure, et se dirige vers Lille à la vitesse de 62 km / h .

- 1° A quelle heure le cycliste arrivera-t-il à Melun ( 45 km de Paris) ?
- 2° A quelle distance les 2 voyageurs seront-ils l'un de l'autre à ce moment ?

(Solution page 127 .)

### **le boucher**

213 - Un boucher achète à 3,20 F le kg poids vif, un veau de 140 kg qui donne 62 % de son poids de viande vendue en moyenne 7,20 F le kg , 21 % de son poids d'abats vendus 5,60 F le kg , et 12 % de son poids de déchets vendus 0,90 F le kg .

- 1° Quel est le prix de vente de l'animal détaillé ?
- 2° Les frais généraux du boucher s'élevant à 24 % du prix d'achat, quel bénéfice fait-il ?

(Solution page 128 .)

### **le libraire**

212 - On achète, chez un libraire, une douzaine de livres dont le prix marqué au catalogue est 5,20 F l'un. Le libraire fait une remise de 15 % , et donne le 13e exemplaire gratuitement.

- 1° A combien revient un exemplaire ?
- 2° Combien gagnera-t-on sur le tout en revendant ces livres au prix du catalogue ?

(Solution page 128 .)

**moteur à essence ou moteur électrique**

Un artisan disposait d'un moteur à essence consommant en moyenne à l'heure 3 l d'essence à 0,98 F le litre et 175 cm<sup>3</sup> d'huile à 2,80 F le litre. Il le remplace par un moteur électrique qui a une puissance de 2 500 W . L'électricité est facturée au prix de 0,36 F le kilowatt-heure. Quelle économie journalière réalise-t-il s'il se sert chaque jour du moteur pendant 4 h ?

Le moteur électrique a coûté 2 677 F et l'artisan a revendu le moteur à essence 405 F . Combien de semaines de 6 j de travail seront nécessaires pour amortir la dépense ? (On arrondira à la semaine supérieure.)

(Solution pages 129 et 130.)

## la confiture d'Alice

Ce problème est tiré d'un cahier qui a été trouvé en 1985 sur une décharge par un élève d'un des membres du club des Cordelières.

Par le jury  
juin 1985
Alice Boissier  
J. Boissier

20 / soignez votre écriture

# Problèmes.

---

Une personne achète 15 kilos de groseilles pour faire des confitures. On admet que 1 kilo de groseilles rendent  $\frac{1}{2}$  de jus, qu'il de jus pèse  $0,4 \text{ kg}$  et perd  $\frac{1}{4}$  de son poids par la cuisson. On ajoute  $0,5 \text{ kg}$  de sucre par litre de jus, et on demande combien on obtiendra de  $\text{kg}$  de confitures et à quel prix revient le  $\text{kg}$ , sachant que les groseilles ont coûté  $5,5 \text{ €}$  le  $\text{kg}$ , et que le sucre vaut  $1,5 \text{ €}$  le  $\text{kg}$ .

(Solution page 131 .)

## solutions

CYCLISTE ET AUTOMOBILISTE : SOLUTION DE LA PAGE 124.

Pour les problèmes faisant intervenir des durées, il est commode d'utiliser le temps décimal (voir p.63).

1. Le cycliste.

Heure de départ (temps décimal)	Durée du parcours	Heure d'arrivée (temps décimal)	Heure d'arrivée (temps sexagésimal)
7,75	+ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">d</span> *	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">t<sub>d</sub></span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">t<sub>s</sub></span>

Durée du parcours (temps décimal)	Distance parcourue (en km)
1	→ x 18 → 18
<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">d</span>	← : 18 ← 45

$$d = 45 : 18 = 2,5$$

$$t_d = 7,75 + 2,5 = 10,25$$

$$t_s = 10 \text{ h } 15 \text{ mn}$$

voir page 63

2. L'automobiliste.

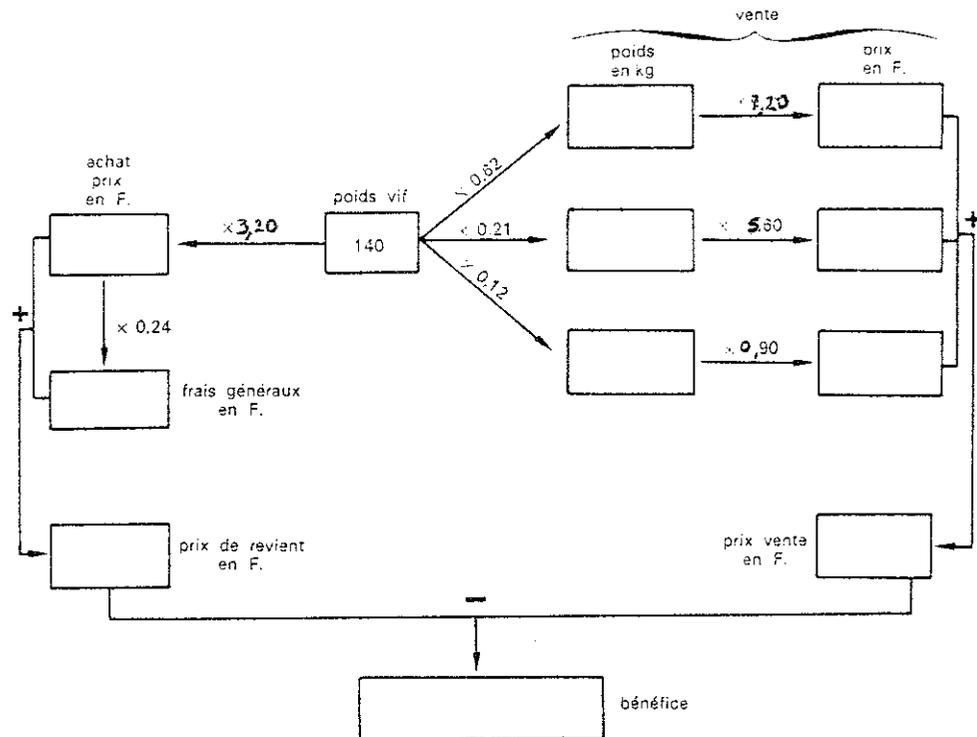
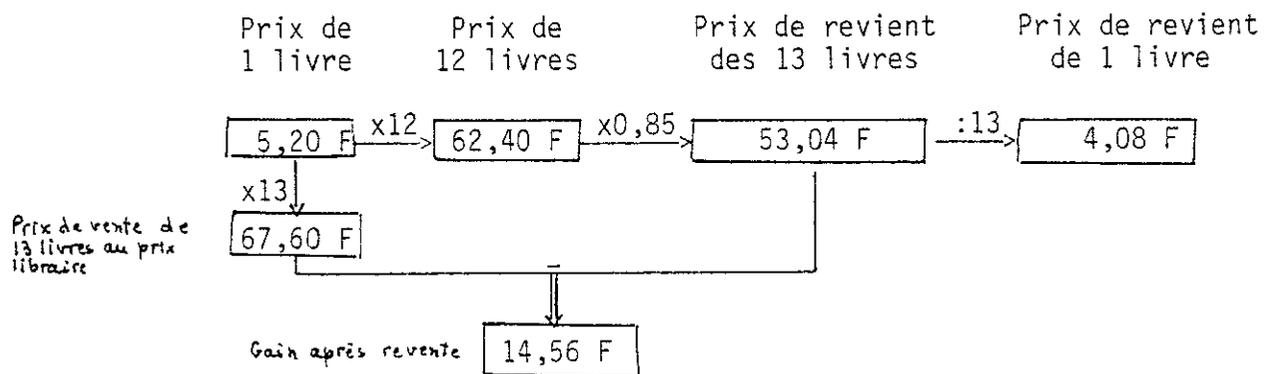
L'énoncé ne dit pas que Melun (ce qui est d'ailleurs faux) est sur la route Paris-Lille, mais il faut supposer que c'est vrai si on veut résoudre le problème (ce genre d'énoncé "concret" qui suppose des présupposés parfois faux est tout à fait caractéristique des problèmes de CEP).

Durée du parcours (temps décimal)	Distance parcourue (en km)	
x 2,5 ( 1 ↓ 2,5	62 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">l</span> ) x 2,5	Distance entre les deux hommes
$l = 62 \times 2,5 = 155$		 (l - 45) km    110 km

1. Désignation et affichage de données.
2. Notation indiquée.
3. Utilisation d'opérateurs numériques.
4. Calcul du temps en système décimal ou sexagésimal.
5. Proportionnalité.

LE BOUCHER : SOLUTION DE LA PAGE 124 .

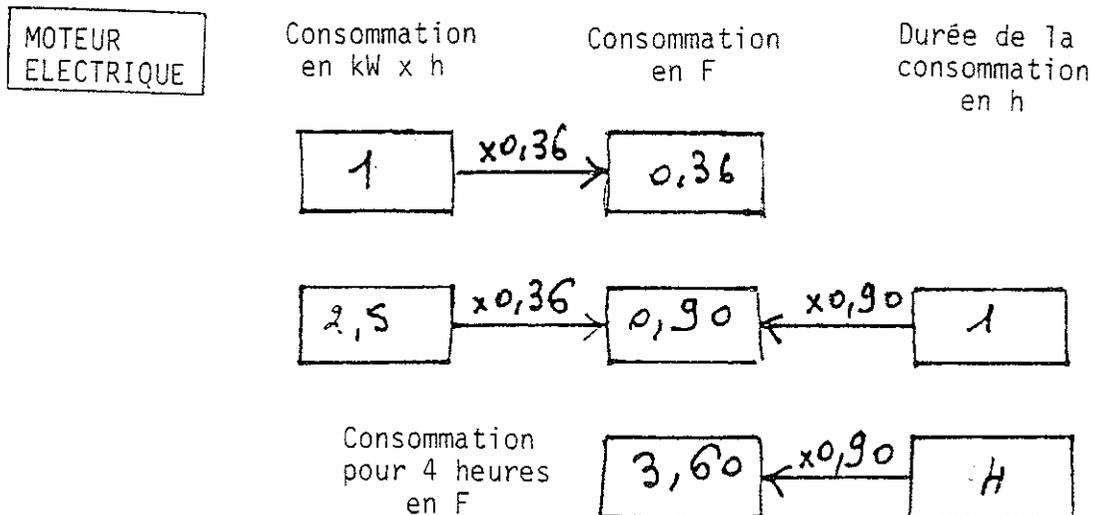
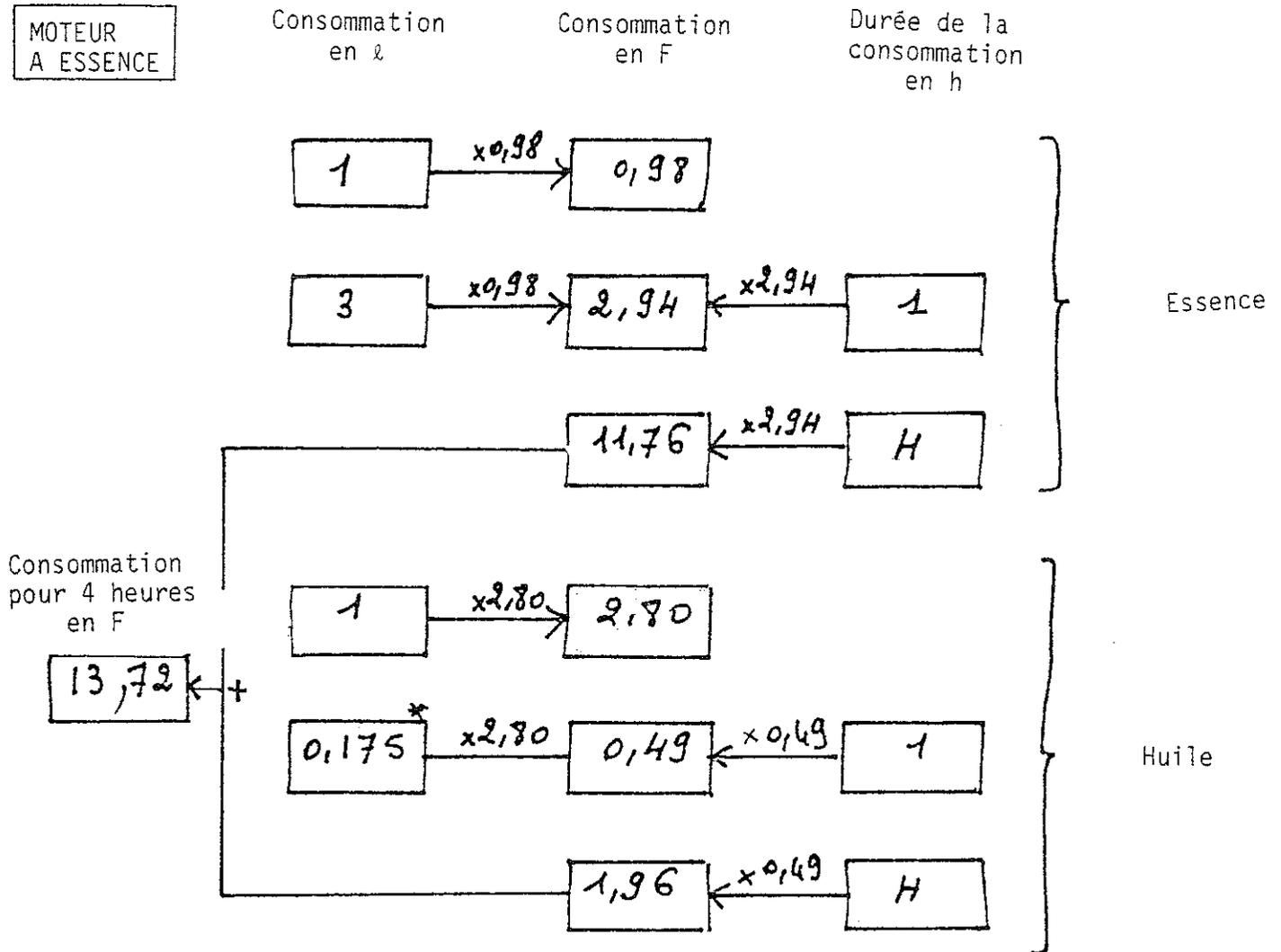
Ce problème de type "traditionnel" sur les pourcentages ne nécessite pour être résolu que la compréhension de la situation : les données sont traduites pas à pas par le schéma " t % de x " se traduit par  $x \times \frac{t}{100}$  .

LE LIBRAIRE : SOLUTION DE LA PAGE 124 .

1. Utilisation de schémas pour l'organisation de données.
2. Opérateurs numériques.
3. Pourcentages.
4. Proportionnalité.

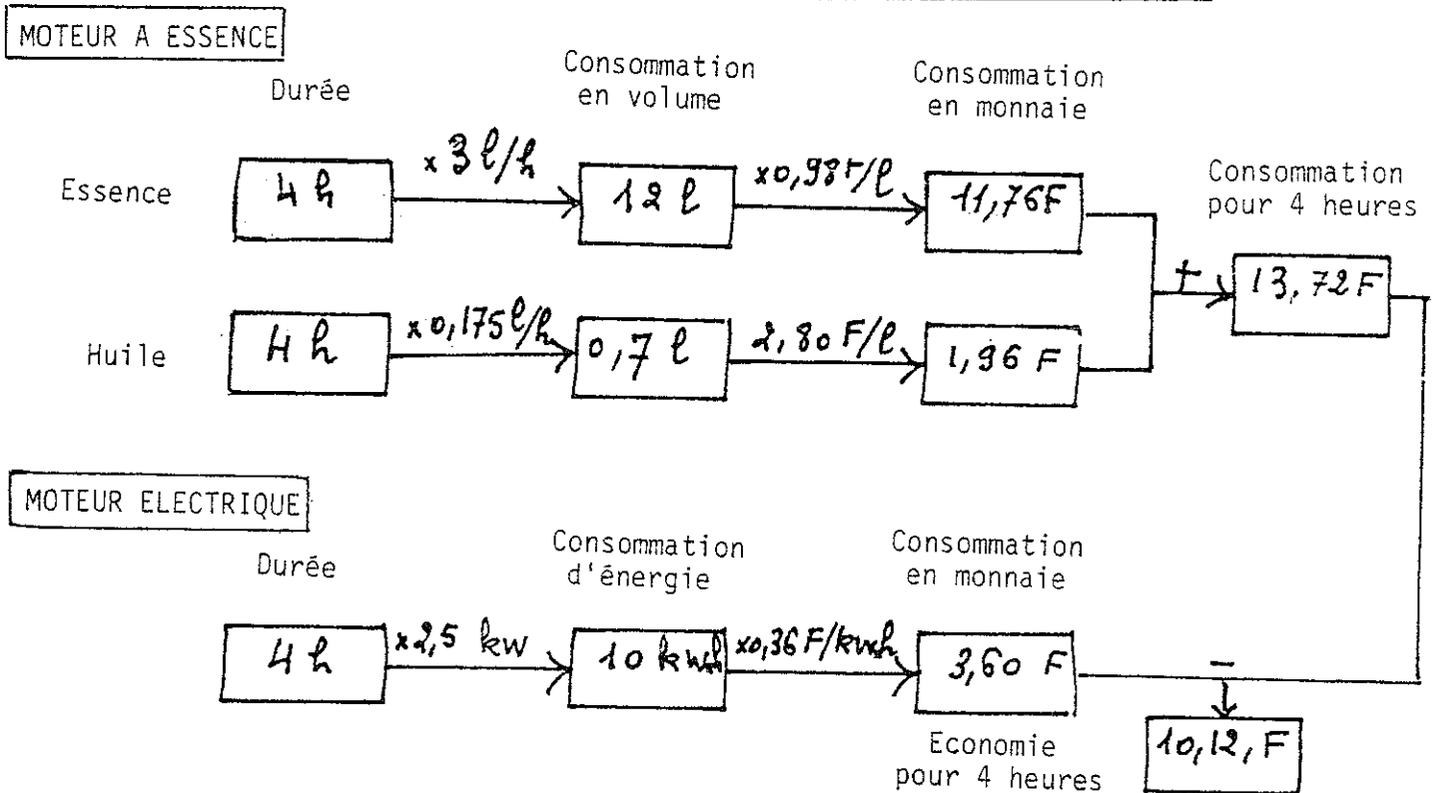
MOTEUR A ESSENCE OU MOTEUR ELECTRIQUE : SOLUTION DE LA PAGE 125 .

1er mode d'affichage des données : les opérateurs opèrent sur des mesures (c'est-à-dire des nombres).



L'économie pour 4 heures (et donc pour une journée) est de 10,12 F .  
Le coût du changement de moteur est 2 272 F . Le changement de moteur est donc récupéré en  $2\,272 / 10,12 / 6 \approx 37,5$  semaines.

2e mode d'affichage : les opérateurs opèrent sur des grandeurs.



Le coût du changement de moteur est : 2 272,00 F .

Ce coût est récupéré en :

$$\begin{aligned}
 & [2\,272,00 \text{ F} / (10,12 \text{ F} / \text{jour})] / (6 \text{ jours} / \text{semaine}) \\
 & = 2\,272,00 \text{ F} \times (10,12 \text{ F} \times \text{jour}^{-1})^{-1} \times (6 \text{ jours} \times \text{semaine}^{-1})^{-1} \\
 & = 2\,272,00 \times (10,12)^{-1} \times (6)^{-1} \times \text{F} \times \text{F}^{-1} \times \text{jour} \times \text{jour}^{-1} \times \text{semaine} \\
 & = [2\,272,00 / 10,12] / 6 \text{ semaine} ,
 \end{aligned}$$

soit : 37 semaines et demi.

1er mode d'affichage :

1. Tous les calculs se font sur des nombres.
2. Proportionnalité.
3. S. I.

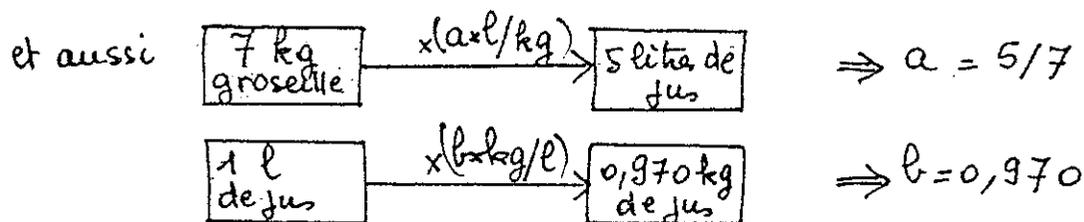
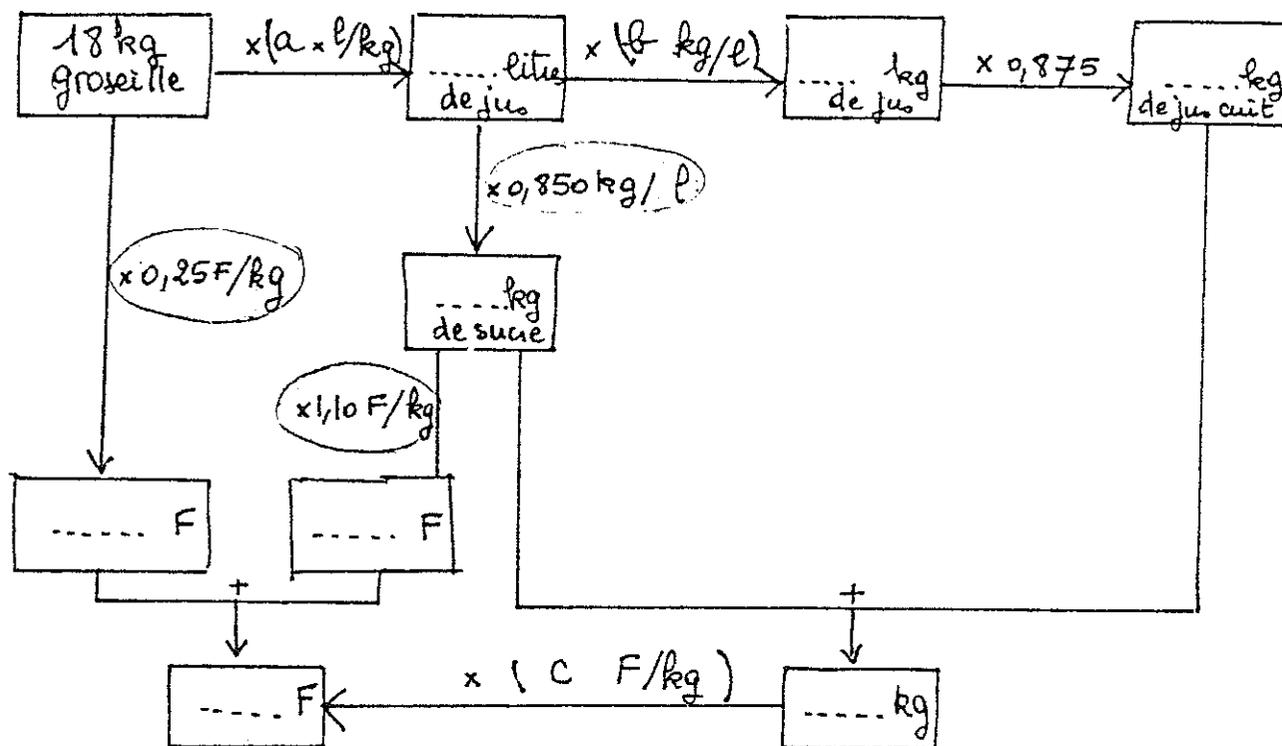
2e mode d'affichage :

1. Les calculs se font sur des grandeurs.
2. Opérateurs grandeur - grandeur produit - grandeur quotient.
3. Calcul sur les grandeurs.
4. Utilisation des puissances négatives.
5. Notation  $a^{-1}$ .

## LA CONFITURE D'ALICE : SOLUTION DE LA PAGE 126.

1. Notre solution.

Les données peuvent être schématisées de la façon suivante. On affiche les grandeurs :



Il ne reste plus qu'à remplir les cases.

c est le prix de revient du kilo de confiture, soit :  $0,75 F$ .

1. Organisation des données dans un schéma utilisant des opérateurs-grandeurs.
2. Proportionnalité.
3. Calcul sur les grandeurs produit ou quotient.
4. Fractions.



1 l, c'est-à-dire:  $0,29 \times 10 = 2,9$  de jus  
 seront rendus par 7 l de groseille.

Dans 4 l de groseille rendent 1 l de jus,  
 1 l " " rend 1/4 de l de jus

par litre de jus, c'est-à-dire pour  
 1/4 de litre de jus, c'est-à-dire on emploiera  
 pour 1/4 de litre de jus (c'est-à-dire pour  
 1 kg de groseille) on emploiera:

$$0,29 \times 1 = 0,29 \text{ de sucre}$$

si 1 kg de sucre vaut 1,10,

0,29 " " vaudra:

$$1,10 \times 0,29 = 0,319$$

1,10
0,29
319

les groseilles ont coûté, à 0,12 l/kg:

$$0,12 \times 10 = 1,20$$

le sucre a coûté, à 1,10 le kg:

$$1,10 \times 10,9284 = 12,02124$$

La dépense totale est donc de:

$$1,20 + 12,02124 = 13,22124$$

Par suite, la dépense par kg de con-

fitures est de:  $\frac{13,22124}{10,9284} = 1,21$  par kg

13,22124
10,9284
1,21

Réponse: On obtiendra 21,108 l de confiture.  
 Ce l revient à 0,175 en dépenses.

B.

Quels sont les savoirs et savoir faire mis en oeuvre par Alice ?

## SAVOIRS ET SAVOIR-FAIRE UTILISES

*les nombres renvoient aux pages où les savoirs sont répertoriés.*

### Affichage de données

- à l'aide d'un dessin 6, 118
- à l'aide d'un schéma 7, 37, 62, 91, 105, 117, 128, 130
- dans un tableau 47, 63, 78, 87, 111, 117, 118, 119
- dans un tableau à double entrée 13, 16, 38, 87, 93, 106, 121
- utilisant des opérateurs formels 32, 47, 93, 105, 106, 111, 118
- utilisant des opérateurs grandeurs 69, 93, 130, 131
- utilisant des opérateurs numériques 7, 8, 35, 45, 62, 69, 93, 94, 106, 111, 112, 118, 120, 121, 127, 128
- utilisant la notation indicée 7, 8, 45, 63, 96, 222105, 106, 111, 127

**Algorithmes et procédures** 13, 112, 120, 121

### Calcul

- numérique: tous les problèmes
- littéral 6, 32, 76, 87, 95, 96, 98, 117, 120
- sur les opérateurs 32, 45, 62, 63, 93, 111, 112, 118, 119, 120, 121
- utilisant la notation scientifique 66, 69, 91, 98, 99
- sur les puissances entières 76, 87, 95, 98, 130
- sur les nombres relatifs 104
- utilisant la notation  $a^{-1}$  76, 86, 95, 98, 101, 130
- sur les grandeurs 13, 87, 93, 94, 95, 96, 98, 99, 101, 111, 112
- faisant intervenir des pourcentages 35, 37, 39, 47, 128
- de la valeur numérique d'une formule 6, 36, 37, 39, 47, 93, 95, 96, 98, 99
- arrondi 45, 66, 118
- logarithmes 66

**Compréhension de concepts scientifiques** 19, 37, 39, 47, 93, 94, 95, 98, 99, 101

**Désignation des données par des lettres** : tous les problèmes

### Formalisation des données

- relations entre variables: tous les problèmes
- mise en équation 6, 32, 36, 37, 93, 94, 96, 98, 104, 111, 112, 118, 120, 121

**Fraction (multiplier par une-)** 13, 101, 112, 117

### Grandeurs

- Système International (SI) 78, 91, 93, 94, 95, 96, 98, 130
- grandeur produit, grandeur quotient 78, 93, 94, 95, 96, 98, 130, 131
- calcul sur les - 13, 87, 93, 94, 95, 96, 98, 99, 101, 111, 112, 130
- opérateurs grandeurs 69, 93
- équations aux dimensions 87, 91, 95, 98
- calculs d'aires 6
- calculs de volumes 6
- calcul du temps en système décimal et système sexagésimal 63, 93, 127

### Pourcentages

- calculs faisant intervenir des - 35, 39, 128
- augmentation ou diminution en - 37, 45, 128

**Proportionnalité**

- faisant intervenir l'aspect fonction 19, 63, 87, 91, 93, 94, 101, 117, 127, 130
- faisant intervenir l'aspect isomorphisme 63, 87, 91, 94, 101, 117, 127, 130
- double proportionnalité 118

**Représentations graphiques**

- abaques 17
- dessins 6
- graphes de relations entre variables \* 32, 47, 105
- en repère cartésien 13, 16
- tableaux 13, 16, 39, 78, 87, 93

**Traitement de données**

- traitement formel de données 91, 105, 106
- calcul sur des opérateurs 32, 45, 93
- résolution numérique d'équations linéaires 32, 54, 93, 112, 118, 120, 121
- résolution graphique d'équations linéaires 19
- résolution de systèmes de 2 équations linéaires 7, 8, 101
- organisation de calculs 6, 32, 37, 69, 93, 96, 98

\* *graphe* est utilisé ici au sens de représentation graphique de la théorie des graphes.

## COMMENTAIRES

La recension des pages 107 et 108 met en évidence des savoirs et savoir-faire mis en jeu dans la résolution des problèmes divers proposés dans ce fascicule.

- On constate en premier lieu l'importance de l'apprentissage d'une **formalisation des données**. Dans tous les problèmes, la résolution a nécessité la désignation des données par des lettres et la mise en relation des variables par des schémas ou par des écritures formelles: notons l'importance d'une désignation adéquate des variables: le choix des lettres doit permettre, tout au long du calcul de donner sens aux relations. Ce n'est pas parce que la valeur d'une variable n'est pas connue qu'il faut la désigner par "x". La mise en relation des données est faite sans se préoccuper si les variables ont ou non une valeur donnée par l'énoncé .

- On note également l'importance du **calcul numérique** (1). "Tout calcul non élémentaire demande une organisation soit pour permettre l'exécution soit pour la contrôler". Pour un bon nombre des problèmes présentés, l'usage d'une calculatrice est indispensable . "On soulignera que l'usage des machines bien loin de détruire l'intérêt des questions numériques leur donne une formidable impulsion" (1). Actuellement, on constate une très faible place accordée dans l'enseignement au calcul numérique ( équations avec des coefficients numériques entiers et inférieurs à 10, problèmes dont les données numériques sont choisies de façon que les calculs tombent juste ).

Un apprentissage spécifique du calcul numérique doit être fait, ce qui n'est pas du tout la même chose que l'apprentissage des techniques opératoires: il s'agit d'apprendre à organiser des calculs pour ensuite les effectuer à la machine, à la main ou mentalement. Les difficultés viennent:

- des règles de parenthésage compliquées par le droit de supprimer une paire de parenthèses précédée du signe + . Il est préférable, dans un premier temps d'écrire plus de parenthèses qu'il n'en faut et de se donner comme règle que, dans un calcul toute expression entre parenthèses doit être effectuée.
- de la distributivité
- des conventions d'écriture:  $4a = 4 \times a$
- de l'ordre de priorité dans les calculs

---

(1) Pour tout ce qui concerne le calcul numérique, voir le chapitre " calcul numérique " dans le texte de la COPREM édité par le CRDP de Strasbourg, 1986 : " Eclairages sur des thèmes développés dans les nouveaux programmes ".

Ces différentes difficultés sont d'ailleurs liées entre elles.

Un autre type de difficulté tient aux troncatures et aux arrondis: quelles sont leurs retombées quant à la précision du résultat lorsqu'elles sont effectuées dans le courant du calcul, ce qui est en général le cas, dès qu'un calcul est un peu compliqué et ceci que le calcul soit fait à la main ou à la machine même si à la machine ce fait peut passer inaperçu puisque ce n'est pas le calculateur lui-même qui décide de la troncature ou de l'arrondi: quoi qu'en pensent certains, l'usage des calculatrices ne dispense pas de penser. Il oblige au contraire à apprendre à bien organiser les calculs en fonction des modalités de la machine ( touche mémoire par exemple ) et à utiliser un ordre dans l'exécution qui minimise les erreurs dues à l'arrondi ou à la troncature. Comme le dit le texte de la COPREM: " les calculatrices peuvent contribuer à l'évolution des démarches de l'enseignement mathématique par l'introduction de nouveaux types de solution des problèmes, par l'importance donnée au calcul mental et au calcul des ordres de grandeur, par l'utilisation des puissances de dix pour écrire les grands nombres, par la réflexion sur la précision des calculs obtenus après l'emploi de valeurs approchées intermédiaires " .

- Pour le **calcul littéral**, on retrouve les difficultés liées au parenthésage et aux règles de priorité. En fait, le calcul littéral est plus simple que le calcul sur les nombres: on peut suivre plus facilement les transformations successives d'une expression et le contrôle des changements d'écriture mais c'est un calcul qui demande beaucoup de rigueur et d'attention, de précision et de soin dans l'écriture. Nous avons constaté avec des groupes d'adultes que "le calcul avec des lettres" fait peur même s'il s'agit de calculs très simples. Il y a là matière à réflexion sur l'introduction du calcul littéral dans la formation initiale ( cf. supra l'utilisation des désignations ).
- On notera l'utilisation d'un certain nombre d'outils privilégiés permettant un **affichage des données** rendant compte de la structure ( pattern ) de la situation: des schémas et des opérateurs.

- L'utilisation d'**opérateurs** est particulièrement efficace soit lorsqu'il s'agit de mettre en évidence une relation de type fonctionnel soit quand il s'agit de formaliser un processus évolutif. Peu de choses sont finalement à savoir concernant les opérateurs:  
Un opérateur intervient dans des systèmes élémentaires du type suivant:

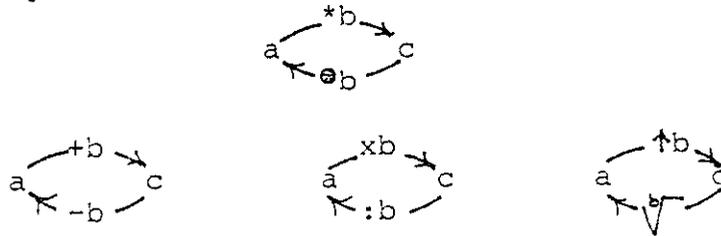
entrée  $\xrightarrow{\text{opérateur}}$  sortie

La propriété fondamentale de tels systèmes est la suivante:

SI  $a \xrightarrow{*b} c$  ALORS  $c \xrightarrow{\ominus b} a$

\* et  $\ominus$  désignant deux opérations inverses

cela peut se schématiser ainsi:



$\uparrow b$  = élever à la puissance b

Dans de tels systèmes, si deux éléments du triplet (entrée, opérateur, sortie) sont connus, alors, on peut calculer le troisième:

- 1)  $a \xrightarrow{*b} x$        $x = a * b$
- 2)  $x \xrightarrow{*b} c$        $x \xleftarrow{\ominus b} c$        $x = c \ominus b$
- 3)  $a \xrightarrow{*x} c$        $x = c \ominus a$

Des systèmes élémentaires tels que les précédents peuvent se mettre en chaîne. On peut réduire des parties de chaînes si elles sont constituées d'opérateurs de même type.

ex.: la chaîne

$$a \xrightarrow{x b} \xrightarrow{/c} \xrightarrow{x d} \xrightarrow{+ e} \xrightarrow{- f} \xrightarrow{+ g} \xrightarrow{x h}$$

est égale à la chaîne suivante:

$$a \xrightarrow{x ((bx d)/c)} \xrightarrow{+(e+g-f)} \xrightarrow{x h}$$

à condition que les valeurs numériques attribuées aux opérateurs ne " bloquent " pas la chaîne.

Les parties de chaînes d'opérateurs de types différents ne sont pas permutable :

$$a \xrightarrow{\times b} \xrightarrow{+ c} \neq a \xrightarrow{+ c} \xrightarrow{\times b}$$

Dans les différentes situations étudiées, nous avons utilisé des opérateurs numériques ou des opérateurs formels où les lettres représentent des nombres mais aussi des opérateurs grandeurs qui jouent un rôle particulièrement important dans ce qui concerne le calcul des grandeurs et dont la maîtrise doit permettre d'éviter des erreurs concernant les " dimensions " .

● **La proportionnalité** concerne le domaine du multiplicatif (1). Or, dans la plupart des situations où intervient la proportionnalité, ce fait fondamental est sous-entendu, implicite. Il est considéré comme allant de soi. Si, pour celui qui a à traiter la situation, cela ne va pas de soi, ce ne sont pas les mathématiques qui sont en cause mais le social, l'espace, le phénomène physique etc...

Dans une situation de proportionnalité, on a une correspondance entre deux variables  $v$  et  $v'$  qui sont soit des grandeurs soit des nombres. Cette correspondance peut être représentée de différentes manières :

**listes de couples :**  $( a, b ), ( b, b' ), ( c, c' ), \dots$

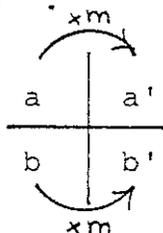
**tableaux :**

$v$	$a$	$b$	$c$
$v'$	$a'$	$b'$	$c'$

$v$	$v'$
$a$	$a'$
$b$	$b'$
$c$	$c'$

**points sur un quadrillage gradué** ( traitement graphique des données ).

En fait, les problèmes de proportionnalité consistent à résoudre des systèmes portant sur 4 valeurs des variables  $a, a', b, b'$  dont 3 sont connues et la 4ème à calculer connaissant les 3 autres ( c'est ce que l'on appelait la "règle de trois" .

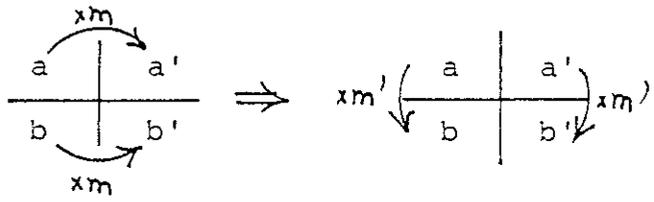


La proportionnalité peut s'exprimer en disant que :  
 "  $a'$  est à  $a$  comme  $b'$  est à  $b$  "   
 c'est à dire qu'un même opérateur multiplicatif fait passer de  $a$  à  $a'$  ou de  $b$  à  $b'$ .

(1) Pour la proportionnalité, on se reportera au chapitre "proportionnalité du texte rédigé par la COPREM édité par le CRDP de Strasbourg, 1986: " Eclairages sur des thèmes développés dans les nouveaux programmes " .

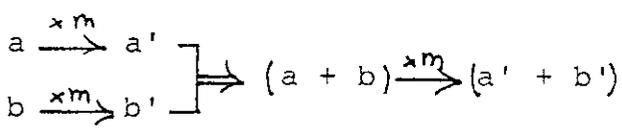
C'est ce que nous avons appelé "l'aspect fonction" de la proportionnalité.

On peut démontrer facilement que:



c'est à dire que si **a'** est à **a** comme **b'** est à **b**  
 alors **b** est à **a** comme **b'** est à **a'**:  
 Si **b** est le double de **a**, alors **b'** est le double de **a'**.

et aussi:



Ces deux dernières propriétés correspondent à ce que nous appelons l'"aspect isomorphisme" de la proportionnalité. L'aspect fonction et l'aspect isomorphisme sont constamment mêlés lors de la résolution de problèmes de proportionnalité sans que l'on puisse dire que, de façon systématique, un aspect est prédominant par rapport à l'autre, cela dépend de la façon dont intuitivement on perçoit la situation et aussi des nombres en jeu. Dans un aspect comme dans l'autre, l'affichage sous forme de systèmes quaternaires (ou de chaînes de systèmes quaternaires) et l'usage d'opérateurs multiplicatifs sont évidemment des outils très performants. Suivant les problèmes et les modes de résolution, ces opérateurs sont des opérateurs numériques ou des opérateurs grandeurs (cf. pp. 107 et 108).

Dans les cas où on n'a pas choisi une solution graphique on est donc conduit à afficher les données dans un tableau et à résoudre des "systèmes quaternaires" tels que ceux présentés ci-dessus. Leur résolution fait appel à ce qui a été dit sur les opérateurs (trouver l'opérateur connaissant l'entrée et la sortie ou trouver la sortie (resp. l'entrée) connaissant l'entrée (resp. la sortie) et l'opérateur).

**Pourcentage:** c'est un cas particulier de la proportionnalité où l'un des couples est ( 100 , t ).

100	t
a	a'

Deux types de problèmes: appliquer un pourcentage, calculer un pourcentage

Ex.1: calculer une taxe de 18,6% sur une marchandise de 575 f

prix en f	taxe en f
100	18,6
575	

Remarquons que calculer une taxe de 18,6%, c'est multiplier le prix par 18,6/100 soit multiplier par 0,186.

Ex.2: exprimer en pourcentage que 785 personnes sur 1600 ont telle opinion.

785	1600
t	100

$\times \frac{785}{1600}$

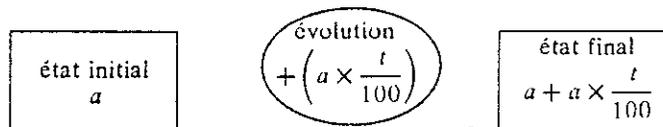
):16

Qu'on utilise un opérateur ou l'autre, on aura à faire l'opération 785 / 16

### Augmentation et diminution en pourcentage.

C'est souvent sous cette forme qu'interviennent les pourcentages dans les problèmes.

Toutes les situations proposées peuvent être schématisées ainsi :



t est positif s'il s'agit d'une augmentation, négatif s'il s'agit d'une diminution.

En faisant une mise en facteur, l'état final peut être écrit sous la forme

$$a \times \left( 1 + \frac{t}{100} \right).$$

On a donc finalement pour un taux d'évolution t la relation :

état initial	$\times (1 + t/100)$	état final
--------------	----------------------	------------

Exemple : un prix initial P, une augmentation de 8%, un prix final :

$$P \xrightarrow{\times (1 + 0,08)} P \times 1,08$$

un prix initial P, une diminution de 8%, un prix final :

$$P \xrightarrow{\times (1 - 0,08)} P \times 0,92.$$

● **Grandeur:** grandeur = nombre x grandeur unité

ce nombre est la **mesure** de la grandeur.  
L'écriture d'une grandeur, se présente sous la forme suivante:

nombre x partie littérale

La partie littérale définit la grandeur sur laquelle on travaille éventuellement en fonction d'autres grandeurs.

ex.:  $4 \text{ kw} = 4 \times 10^3 \times \text{m}^2 \times \text{kg} \times \text{s}^{-3}$

On supprime souvent les signes x dans la partie littérale et entre le nombre et la partie littérale. La partie littérale n'utilise que des multiplications ou des divisions. L'utilisation des puissances négatives conduit à n'utiliser que des multiplications et simplifie considérablement les calculs.

**Calcul sur les grandeurs**

Le calcul sur les grandeurs nécessite un calcul numérique sur les mesures associé à un calcul littéral sur les grandeurs unités.

**ADDITION DE GRANDEURS:** on ne peut additionner ( ou soustraire ) que des grandeurs de même espèce, c'est à dire ayant la même partie littérale.

$$\text{ex. } 27 \text{ m}^2 + 72 \text{ m}^2 = ( 27 + 72 ) \text{ m}^2$$

On utilise une espèce de distributivité.

**MULTIPLICATION DE GRANDEURS:** Les grandeurs s'exprimant uniquement à l'aide de multiplications ou de divisions toute multiplication ou division de grandeurs est licite même si, en physique, les grandeurs produit ou quotient *obtenues* ne sont pas habituellement utilisées:

$$37 \text{ N} / 15 \text{ m}^2 = 37 / 15 \times \text{N}/\text{m}^2 = 37 / 15 \text{ Pa}$$

Ici, il n'y a pas d'ambiguïté sur les termes sur lesquels portent les signes /. Dans une expression plus compliquée ou dans le produit ou quotient de plusieurs grandeurs, on a intérêt à utiliser des puissances négatives pour exprimer les grandeurs. Au niveau des écritures, faire précéder une grandeur du signe / revient à prendre l'inverse de toutes les puissances qui interviennent dans son expression:

$$37 \text{ N} / 15 \text{ m}^2 = 37 \text{ N} \times 15^{-1} \text{ m}^{-2}$$

Dans le calcul d'un produit de grandeurs, on utilise une espèce de commutativité qui conduit à multiplier les nombres entre eux et les parties littérales entre elles. Le calcul sur la partie littérale produit utilise la commutativité et le calcul sur les puissances.

Nous avons constaté qu'à aucun niveau de l'enseignement secondaire, le calcul sur les grandeurs pourtant très important, en particulier en physique n'est pris en compte réellement et enseigné. Tout se passe comme si on considérait que, dans ce domaine pourtant difficile, les élèves avaient la science infuse.

Remarquons que dans la résolution d'un problème (de physique par exemple) la résolution sur les mesures apparaît plus facile (moins lourde) que la résolution sur les grandeurs. Elle a cependant l'inconvénient de ne pas permettre de vérifier que la grandeur résultat est bien celle qui convient ( pp. 83-84 ) .

La résolution utilisant les mesures ( c'est à dire opérant uniquement sur les nombres) ne devrait être utilisée que si l'on maîtrise parfaitement les domaines de la physique sur lesquels on travaille. A la limite, seuls les professionnels dans un domaine précis peuvent faire l'impasse sur le calcul des grandeurs de la même façon que, dans chaque corps de métier il existe un jargon qui permet de faire l'économie d'exprimer l'unité ( une vis de 3 1/2,35 ).

#### EN CONCLUSION

La capacité à résoudre des problèmes exige des connaissances et des savoir-faire dont certains ne sont pas sérieusement pris en compte dans les programmes actuels. De plus, il faut être conscient que la compétence dans chacun de ces savoir-faire pris isolément n'engendre pas pour autant la compétence à résoudre un problème où ils interviennent. Cette compétence exige en effet d'utiliser des heuristiques qui consistent justement à faire appel à tel ou tel savoir-faire possédé. De plus, pour être capable de résoudre un problème, il ne suffit pas de posséder les outils mathématiques qui entrent en jeu dans la solution, il faut, avant toute chose, être capable de comprendre les données du problème et les questions qui se posent: connaissances linguistiques et connaissances de type "scientifique" permettant la compréhension de la situation proposée. En effet, pour qu'un processus de résolution puisse être amorcé, il faut que la situation puisse engendrer des images mentales qui permettrons de mettre à l'oeuvre des heuristiques.

**TITRE :**

Problèmes Ruraux - de marins - d'argent - de durée - de grandeurs - de graduations - farfelus - de certificat d'études.

**AUTEUR (S) :**

Girodet Marie-Alix – Picard Nicole

**RESUME :**

Ce fascicule s'adresse à tous ceux qui s'intéressent à l'utilisation de problèmes dans l'enseignement des mathématiques, particulièrement au niveau du collège, de la formation des instituteurs et en formation permanente. Dans ce fascicule, nous avons voulu faire d'une pierre deux coups : donner des idées de situations où les mathématiques interviennent comme discipline de service ; analyser des solutions afin de mettre en évidence les savoirs et savoir-faire utilisés. Les situations que nous proposons n'ont été choisies ni en raison du niveau, ni en raison du bagage requis, ni en raison des mathématiques utilisées pour les résoudre. En effet, dans la vie courante, les situations que nous devons résoudre ne se préoccupent ni de notre niveau ni de notre bagage. Nous les avons donc classées arbitrairement sur des critères de ressemblance quant au contenu. Elles n'ont pas été non plus choisies en vue de faire ce fascicule. Nous les avons rencontrées au hasard des groupes de travail que nous avons animés.

**MOTS CLES :**

affichage de données – école obligatoire – grandeurs – opérateur – proportionnalité - problèmes - savoirs de base - savoir-faire – schémas – situations - traitement de données.

**Université PARIS 7-Denis Diderot**

**Directeur responsable de la  
publication : M. ARTIGUE**

**Case 7018 - 2 Place Jussieu**

**75251 PARIS Cedex 05**

**Dépôt légal : 1987**

**ISBN : 2-86612-043-4**