i.r.e.m.
UNIVERSITE PARIS VII

APPRENDRE DES MATHEMATIQUES ET COMMENT APPRENDRE DES MATHEMATIQUES : PREMIERS ELEMENTS POUR UNE ETUDE DES REPRESENTATIONS DES ELEVES DE L'ENSEIGNEMENT POST-OBLIGATOIRE DE L'ACCES AU SAVOIR MATHEMATIQUE

PAR E. BAUTIER ET A. ROBERT

cahier de didactique des mathematiques
numéro 41
AVRIL 87

Introduction: A quelles représentations s'intéresse-t-on et pourquoi?

Notre pratique en formation des maîtres et en didactique nous a montré que certaines propositions de modification de l'enseignement ne sont pas bien reçues par certains enseignants et par certains élèves; à la réflexion, nous avons pensé qu'il pouvait y avoir un blocage préalable, lié peut-être à des contradictions entre nos représentations générales du savoir mathématique, de l'activité mathématique et de la ("bonne") façon d'enseigner (ou d'apprendre) les mathématiques (représentations que nous appelons métacognitives) et les leurs. Précisons cela.

En premier lieu, les représentations que nous recherchons ne sont pas nécessairement explicitées mais peuvent émerger à la conscience suite à un questionnement, en tout cas en ce qui concerne les élèves plus agés (second cycle). Bien entendu, elles ne sont pas indépendantes de représentations inconscientes, profondément liées à l'individu comme l'a montré par exemple Nimier(1), mais nous ne prenons pas en compte cette dimension.

Elles sont "une expression de la manière dont les éléments qui nous intéressent sont reconstruits par le système cognitif de l'individu", de "la réinterprétation de ce qui est perçu comme une réalité extérieure", ce sont "des réalités perceptivo-cognitives" pour reprendre les définitions de Albertini et Dussault (1). On peut aussi parler d'épistémologie (naive) du sujet avec Chevallard(1).

Certes nous ne pensons pas que ces représentations expliquent totalement les attitudes et les performances des élèves (ou des professeurs), mais nous pensons qu'elles peuvent intervenir dans l'apprentissage,et éventuellement avec des effets réducteurs.

Prenons l'exemple d'élèves d'origine sociale modeste n'ayant pas de représentation de ce que peut être une activité mathématique authentique (essais-erreurs, approximations ...). Ou encore pensons à des élèves persuadés qu'il faut un don spécial pour réussir en mathématiques (et il y en a, nous le verrons par la suite). On conçoit bien qu'ils peuvent avoir des difficultés à s'investir dans une activité de recherche, s'estimant à l'avance incapables de trouver, ou même ne s'imaginant pas en train de chercher et donc n'essayant même pas réellement, et bien entendu, ne trouvant pas.

Imaginons encore un élève pour qui il n'est pas "noble", pas digne d'un mathématicien (futur), de faire des dessins ou des calculs auxiliaires (de type expérimentation), pour se donner des idées. Cette représentation des mathématiques (d'ailleurs inefficace) va peut-être le priver d'une activité pourtant essentielle à sa réussite et à son apprentissage...

Tout se passe comme si certaines disponibilités mentales existaient ou non selon les représentations des sujets, d'où notre intérêt pour elles.

Plus précisément nous nous intéressons aux représentations des élèves à partir du second cycle des lycées et des enseignants sur les points suivants :

* Qu'est-ce que les mathématiques (une science, une théorie, un ensemble de formules, un langage, une suite de textes, un ensemble de recettes, des moyens de calcul, un instrument de sélection, des moyens pour former l'esprit...) ?

* Comment enseigner les mathématiques dans le cadre de l'institution scolaire? Comment les élèves sont sensés apprendre? Y-a-t-il des différences entre les élèves dont on peut (doit) tenir compte?

* Du côté élève, comment apprend-on les mathématiques dans ce cadre? Quel est le rôle du professeur?

A ces questions nous estimons que chaque élève s'est élaboré des réponses plus ou moins conscientes, explicites, plus ou moins explicitables, correspondant aux représentations aux quelles nous nous intéressons.

Elles dépendent vraisemblablement de facteurs variés comme l' expérience scolaire et les filières suivies, les résultats en mathématiques, les professeurs successifs, l' origine sociale, et l'individu. Chaque enseignant, de la même façon, a sur ces questions ses propres représentations qui dépendent de son passé d'élève et de son expérience professionnelle.

Cependant, même si ces représentations proviennent de pratiques sociales, elles sont à distinguer de ce qu'on appelle habituellement représentations sociales (exemple : pour être bon en mathématiques il faut avoir l'esprit abstrait).

A priori nos interrogations à ce sujet sont de deux types : tout d'abord quelles sont ces représentations? Y-a-t-il des relations, peut-il y avoir des contradictions entre les représentations du savoir et du mode d'accès au savoir chez un même individu, entre les représentations exprimées et les représentations en acte ?

Peut-il y avoir des conflits entre les représentations des maîtres et celles des élèves?

D'autre part, nous nous demandons s'il y a un lien entre ces représentations et les apprentissages et, si oui, s'il est possible de modifier les représentations des élèves dans un sens producteur de progrès en mathématiques, soit par des pratiques différentes de celles dont ils ont l'habitude, soit par des interventions de type métamathématique. Nous pensons à des interventions explicites sur l'épistémologie des mathématiques, par l'intermédiaire de l'étude de textes produits par des mathématiciens des siècles passés par exemple; ou encore à des interventions sur les erreurs, mettant en évidence leur caractère non aléatoire et leur origine possible (modèles erronés), ou encore à des indications sur les méthodes dans des domaines des mathématiques... Une recherche spécifique sur les possibilités de modifier efficacement les représentations des élèves sur la géométrie élémentaire par des interventions de type méthodologique est en cours et nous n'évoquerons pas ce second point ici.

Dans ce travail, nous présentons une recherche sur les représentations des élèves sur l'accès au savoir mathématique, avec une très petite incursion chez les enseignants. Il s'agit d'élèves de second cycle de lycées. Dans une première partie, nous présentons notre méthodologie (questionnaire), dans la deuxième partie nous présentons les résultats du questionnaire et nous discutons ces résultats dans la conclusion.

I Méthodologie

1) Les questionnaires

Comment donc avoir accès aux représentations de la manière d'apprendre les mathématiques ?

Nous avons fait l'hypothèse de travail que les réponses écrites à un questionnaire approprié suffisaient à un premier accès, certes imparfait mais déjà suffisamment révélateur. Nous avons donc élaboré un tel questionnaire et nous l'avons proposé à des classes diverses.

Nous pensons que le fait de répondre à un tel questionnaire modifie peut-être chez certains les représentations recherchées, comme dans certaines expériences de physique les instruments modifient la matiére étudiée. Nous ne pouvons que prendre acte de ce fait et relativiser d'autant nos interprétations, tout en essayant de confirmer par plusieurs interrogations et plusieurs modes de questionnement nos résultats éventuels.

Nous sommes bien conscientes du fait qu'il peut y avoir des différences notables entre les représentations exprimées et les représentations directement responsables des conduites ("en acte" pourrait-on dire, pour reprendre l'expression de Vergnaud sur les théorèmes). Cependant les deux ne sont pas sans lien, et il faut commencer par dégager des éléments de ce qu'on cherche, quitte à les compléter par la suite.

D'ailleurs, dans un article paru dans E.S.M.(Thomsen(1), on rend compte d'une recherche sur les représentations de trois enseignantes de mathématiques (seul exemple de ce genre à notre connaissance) ; un questionnaire est proposé dans un premier temps puis complété par un interview et par une observation en situation.

Nous avons donc cherché les représentations des élèves sur l'accès au savoir mathématique. En réalité nous avions posé des questions sur les mathématiques elles-mêmes, mais l'interprétation des réponses s'est avérée trop incertaine. On peut supposer à ce sujet que, dans la mesure où il n'existe aucune réflexion explicite dans le cadre scolaire concernant l'épistémologie des mathématiques, il n'y a pour l'élève questionné aucun moyen de répondre, faute d'accès à des discours ou à des savoirs plus formels sur ce thème.

Il convient de remarquer de suite que, le plus souvent, pour les élèves du second degré apprendre les mathématiques signifie réussir à avoir de bons résultats en mathématiques en classe. Leurs réponses sont donc à interpréter avec cette clause restrictive: un bon enseignant, c'est un enseignant qui me fait réussir, être bon élève c'est avoir de bonnes notes aux contrôles proposés par l'enseignant, un bon manuel c'est celui qui aide le plus à réussir les contrôles. Or il n'est pas nécessairement équivalent d'avoir de bonnes performances en classe et d'avoir appris des mathématiques mais comme les élèves n'ont aucun autre critère pour répondre, nous devons nous contenter de ces réponses. Les questions aux quelles il est répondu sont donc plutôt que faut-il faire, quels sont les bons enseignants " pour avoir de bons résultats scolaires" plutôt que "pour apprendre des mathématiques".
Ceci précisé, voici le texte de ce questionnaire .

1. Associez un mot à "Mathématiques", "Physique", "Histoire".

2. En quoi consiste d'après vous le travail d'un mathématicien professionnel?

3. Selon vous à quoi les mathématiques servent-elles?

4. Qu'est-ce qu'un bon professeur de mathématiques pour vous? et un bon professeur de langue vivante?

5. Quelles sont les activités qui sont pour vous les plus faciles en mathématiques? Quelles sont celles qui sont les plus difficiles?

6. Quels sont les domaines des mathématiques que vous trouvez les plus intéressants? Les moins intéressants? les plus faciles? Les plus difficiles?

7. Préférez- vous un manuel de mathématiques où
   1. tous les exercices sont corrigés
   2. une partie des exercices est corrigée
   3. des indications sont fournies sur tous les exrcices
   4. aucun exercice n'est corrigé
   5. il ne figure qu'une présentation du cours sans exercices
   6. autres

8. Pouvez-vous citer un ou deux mathématiciens célèbres? Quelle est leur époque? Pourquoi se sont-ils illustrés?

9. Imaginons la situation suivante: vous avez un contrôle demain, vous n'avez qu'une heure et demi de travail disponible; vous avez le choix exclusif entre les activités suivantes; que choisissez-vous?
   1. relire et vous réciter votre cours
   2. refaire les exercices faits en classe
   3. chercher d'autres exercices dont vous avez le corrigé
   4. chercher d'autres exercices non corrigés
   5. autres

10. A votre avis que faut-il faire pour être un bon élève en mathématiques?

11. Est-ce que selon vous tous les élèves peuvent réussir en mathématiques? Pourquoi?

12. Le travail collectif en petits groupes peut-il améliorer vos résultats 1. sur un exercice de mathématiques cherché en groupe

2. pour votre apprentissage personnel des mathématiques

13. Pouvez- vous citer une activité mathématique extra-scolaire (vie quotidienne, télévision, etc...)?

14. Autre situation: le professeur de mathématiques n'a pas fini son programme; il lui reste deux séances d'une heure; il vous propose de choisir entre

1. un cours d'une heure puis des exercices cherchés en classe
2. un cours de deux heures très détaillé
3. un problème sur le sujet, permettant de découvrir la notion à étudier, corrigé au fur et à mesure.

Que choisissez-vous?

15. Pendant un contrôle, vous sêchez sur le dernier problème (le reste est fait). Voici plusieurs réactions

1. vous relisez ce qui précède
2. pour vous donner des idées vous utilisez des dessins
3. pour vous donner des idées vous prenez des cas particuliers
4. vous écrivez toutes les formules que vous connaissez sur le sujet
5. vous vous paniquez et ne savez plus à quel saint vous vouer
6. vous laissez tomber très vite
7. vous cherchez systématiquement tout ce que vous avez à votre disposition sur le sujet
8. vous attendez que ça vienne
9. autres

Indiquez ce que vous faites dans ces conditions.

16. Pensez-vous qu'il est possible d'enseigner des méthodes générales pour la résolution des problèmes de mathématiques?

17. Etes-vous partisan d'un enseignement de l'histoire des mathématiques? Pourquoi?

Dans les questions 7,9,14,15 indiquez simplement un numéro (le cas échéant plusieurs) sauf si vous choisissez "autres", auquel cas vous êtes priés de développer.

2) Les conditions de passage et l'identification des individus

Ce questionnaire a été passé dans 12 classes du second degré réparties de la façon suivante:

- 3 terminales dont une terminale D, une G, une B
- 5 classes de première dont deux première S, une E, une G, et une A2
- 3 classes de seconde (indifférenciées)

Les 333 élèves concernés ont répondu en classe, dans des temps voisins de l'heure et sans intervention des enseignants.(1) Les copies sont anonymes.

Nous avons retenu comme variables caractérisant les élèves le niveau, indiqué par l'enseignant sur la copie au moyen des lettres A à E, la filière (scientifique, littéraire pour les A et les B, "moderne" pour les G ou indifférenciée pour les secondes), et enfin la classe actuelle. Voici la répartition en effectifs de ces élèves par filière et par niveau. Nous avons défini 4 groupes de niveau, correspondant aux appréciations des enseignants de la manière suivante :

groupe M (Mauvais) : E, E+, D-, D

groupe My (Moyens) : D+, C-, C

groupe B (Bons) : C+, B-, B

groupe TB (Très bons) : B+, A-, A

Il y a 55 élèves dont les enseignants n'ont pas précisé le niveau (groupe I).

(1) que nous remercions vivement, en particulier Mrs. Boudarel et Parchysch.

Niveau / filière	Ms (Mauvais)	My (Moyens)	B (Bons)	TB (Très bons)	Inconnu	Total
Scient. . S	30	40	21	3	28	122
Littre . L	6	30	12	7	26	81
Modne . M	21	35	22	2	1	81
Indiff. . I (secondes)	19	20	7	3	0	49
Total	76	125	62	15	55	333

Répartition des élèves par filière et par niveau (effectifs)

Nous n'avons pas retenu la variable fondamentale "origine sociale" car les renseignements donnés à ce sujet par les élèves sur leurs copies étaient insuffisants pour déterminer effectivement la C.S.P.

3) Présentation de l' analyse des réponses

Nous allons passer en revue les réponses aux 8 questions retenues. On peut distinguer les questions qui portent sur

* l'apprentissage des mathématiques côté enseignement (n°14, n°4)
* l'apprentissage des mathématiques côté élève (n°7, n°9, n°10, n°11)
* l'apprentissage des mathématiques côté contenu (n°16, n°17)

Pour chaque question, nous allons d'abord le cas échéant discuter sur l'interprétation que les élèves ont pu donner à la question pour délimiter la portée des réponses obtenues. Puis nous présentons les différentes réponses avec leur répartitions,(1) et, suivant les questions, nous indiquons les relations entre les réponses et les variables individuelles définies ci-dessus. Nous avons choisi de regarder par classe les trois secondes et trois premières scientifiques (deux S et une E) pour comparer ce qui peut l'être.
Enfin nous reprenons globalement les résultats.

II Analyse des réponses

1) Représentations de l'accès au savoir mathématique côté enseignement

(1) Les questionnaires ont été dépouillés par Mme N. Baron.
Le code est joint en annexe.

* Qu'est-ce qu'un bon enseignant de mathématiques? et de langue vivante? (Question 4)

En posant la question du bon professeur de langue avec celle du bon enseignant de mathématiques, nous voulions orienter les élèves vers des réponses faisant intervenir les contenus; en réalité peu d'élèves l'ont entendu ainsi, et bien souvent les descriptions du bon enseignant de mathématiques ne discriminent en rien ce dernier d'un bon enseignant d'une autre discipline.

Cependant, souvent les deux descriptions diffèrent (dans 255 copies soit 77%), mais c'est plutôt celle du professeur de langue qui apparaît plus spécifique de sa discipline.

Il y a aussi un certain nombre de copies (24) où, en guise de réponse à la deuxième partie de la question, on renvoie simplement à la première.

Cela dit, globalement, il apparaît un très large spectre de qualités dans les réponses des élèves, chaque copie n'en privilégiant que quelques-unes. Cependant, beaucoup de réponses sont centrées sur les qualités dont le bon enseignant doit faire preuve dans ses propres interventions en classe; sont évoquées soit des attitudes générales soit des qualités plus précisément en rapport avec le discours oral; il faut souligner à ce propos que, par delà la dispersion des réponses, et vu le nombre de copies où est évoquée l'activité d' explication de l'enseignant, cette activité est une des plus souvent associée à l'image du bon maître et paraît à ce titre une des plus caractéristiques des représentations que se font les élèves du bon enseignant de mathématiques.

* Ce que doit dire le "bon" enseignant

Un "bon" enseignant doit d'abord, et ceci apparaît dans 138 copies (41%), (bien) expliquer le cours et les exercices, il doit expliquer clairement, simplement, être compréhensible en un mot; il doit aussi se montrer rigoureux, précis, montrer la logique des raisonnements, avoir un cours bien structuré, expliquer les mécanismes, les enchaînements entre les diverses parties, pour ne citer que les phrases les plus souvent utilisées.

D'autre part, et voici des qualités plus générales, mais qui sont souvent évoquées à propos des explications (dans 53 copies), il doit se mettre au niveau des élèves, s'adapter à ses élèves, ne pas hésiter à recommencer une explication, être compréhensif, patient, attentionné, il doit savoir déceler les passages difficiles et subtils; nous avons trouvé deux réponses qui révèlent peut-être particulièrement bien ce que certains traduisent de leurs représentations dans ce type de descriptions: pour un élève d'une classe terminale, le professeur doit "sembler aplanir toutes les difficultés" et, pour un autre, "donner l'impression que les démonstrations sont accessibles".

Pour certains, tout se passe donc comme si ils assimilaient "bon enseignant de mathématiques" et "possibilité pour l'élève de comprendre (instantanément? ou seulement plus facilement?) les mathématiques grâce aux explications du maître". En somme, le maitre doit faciliter au maximum le moment critique où on plonge dans l'inconnu et, où à notre avis rien justement ne peut remplacer l'investissement personnel de l'élève. Citons encore cette réponse ambigüe d'un élève de terminale "l'élève doit sortir du cours en ayant l'impression d'avoir appris quelque chose". Même si comprendre ne veut pas dire apprendre, et si la phase d'apprentissage n'est pas niée dans ce type de représentation, il nous semble qu'il peut y avoir là deux risques de glissement: d'une part vers une confusion entre comprendre et apprendre, d'autre part vers une confusion entre comprendre le discours du maître et comprendre, en somme illusion de la transparence du côté des élèves. Entre "se faire comprendre" et "faire comprendre", entre "comprendre des explications sur une notion" et "acquérir une notion" il y a une marge, quelquefois étroite, et les élèves ne précisent pas toujours ce qu'ils veulent signifier; peut-être n'ont-ils pas toujours réfléchi à ces différences, peut-être se font-ils des illusions. Les explications, aussi lumineuses soient-elles, aussi attentifs que soient les élèves, ne nous semblent suffire ni à la compréhension ni à l'apprentissage de certaines notions, pour un certain nombre d'élèves en tout cas. Peut-être est-ce de telles représentations, qui donnent de façon un peu illusoire une si grande importance aux explications de l'enseignant, qui sont à l'origine d'attitudes passives et de manque d'investissement personnel dès que les élèves ont un professeur jugé moins clair par exemple?

* Ce que le "bon" enseignant fait faire

Les activités qui caractérisent ce que font faire les "bons professeurs" sont moins souvent évoquées (citées dans 66 copies), comme tout ce qui concerne plus précisément les contenus. Lorsqu'on en parle, il est souvent insisté sur les exemples, les exercices et les problèmes, dont on réclame une grande quantité (terminale C); on a trouvé qu'un bon enseignant se caractérise par le fait de donner à chercher un maximum d'exercices, de montrer une multitude d'exemples (concrets s'il le faut, précise une copie), de proposer beaucoup d'exercices d'applications; quelquefois la correction des exercices est évoquée, avec encore une fois une exigence de clarté ou l'idée de donner aux élèves des modèles de corrigés. Certaines réponses ne se trouvent que dans un paquet de copies, traduisant l'influence d'un enseignant, vraisenblablement celui de l'année en cours. Nous avons ainsi trouvé une copie où le "bon enseignant" est celui qui apprend la méthode, donne beaucoup de méthodes d'analyse, de recherche; pour un autre élève de la même classe, le bon professeur est celui qui exige des démonstrations claires, précises, rigoureuses; dans cette classe, la balle est nettement dans le camp des élèves.

* Attitudes générales des "bons" enseignants

Elles ne sont plus du tout liées à des activités précises et très peu aux contenus, complètement interchangeables avec une autre discipline. Les "bons enseignants", ceux qui font progresser les élèves comme le dit l' un d'entre eux, sont perçus par une petite minorité comme devant d'abord aimer les mathématiques (9 copies) , ou encore devant dominer les mathématiques, être à l'aise avec le sujet (12 copies). Soulignons que ce type d'appréciation est absent de 300 copies...

Pour d'autres élèves, c'est le fait d'intéresser les élèves qui est déterminant pour définir un bon enseignant, ou encore le fait de faire aimer les mathématiques aux élèves (51 copies), éventuellement de montrer à quoi ça sert, ou de transmettre l'envie d'en faire (6), ou bien encore de faire sentir les mathématiques aux élèves (34 copies). Ce critère est absent dans 215 copies.

Autre attitude requise par certains élèves: aimer les élèves (3), ou encore être ouvert aux élèves (12), établir un réel dialogue avec eux

(18), avoir de bonnes relations avec eux, être sympathique, faire régner une bonne ambiance, ou établir une bonne discipline...Les mathématiques sont loin! Ce critère est absent dans 288 copies.

Enfin, en ce qui concerne les "bons" professeurs de langue, on trouve aussi des caractéristiques en termes d'activités du professeur (donner les bases de la grammaire, choisir des textes intéressants, donner un bon accent), en termes d'activités des élèves (faire parler un maximum, faire étudier les civilisations, faire étudier des textes) et en termes d'attitudes générales, proches des précédentes.

En ce qui concerne la répartition de ces qualités du bon enseignant, on n'a retenu que les premières, en terme d'explication ou de mise au niveau des élèves.

Le tableau ci-dessous montre que les littéraires ont tendance à moins citer que les autres le fait qu'un bon enseignant doit bien expliquer, peut-être n'y croient-ils plus !

Les scientifiques au contraire majorent cette qualité, et cela doit correspondre à des pratiques effectives des enseignants, et les élèves de G eux, majorent le fait de se mettre au niveau des élèves tout en expliquant clairement.

Il semble bien que les représentations des élèves correspondent à la transposition sans critique des pratiques usuelles dans leur vécu scolaire.

Par niveau, les moyens et les bons répondent de la même façon, conformément à la distribution globale, alors que les mauvais et les très bons accentuent la nécessité d'explications du maitre, avec

Qu'est ce qu'un bon enseignant ?

	Total	S	L	2de	G	Mau	Moyen	B	TB	I	II1	II2	II3	1ère	S2	E
le bon maître explique bien -1-	138 49%	65 53%	20 25%	36 44%	17 35%	36 47%	48 38%	24 39%	7 47%	23	11 39%	14 56%	11 39%	22 69%	15 47%	13 43%
se met au niveau de ses élèves -2-	53 16%	12 10%	13 16%	20 25%	8 16%	19 25%	20 16%	10 16%	1 7%	3	5 18%	4 16%	11 39%	4 12,5%	5 16%	3 10%
1+2	59 18%	9 7%	17 21%	13 16%	20 41%	10 13%	25 20%	12 19%	3 20%	9	6 21%	3 12%	4 14%	1 3%	4 11,5%	1 3%
non abordé	83 25%	36 30%	31 37%	12 15%	4 8%	11 14%	32 26%	16 26%	4 27%	20	6 21%	4 16%	2 7%	5 14%	8 25%	13 43%
Total	333	122	81	81	49	76	125	62	15	55	28	25	28	32	32	30

Les pourcentages sont calculés sur le total de la colonne

minoration (resp. majoration) de la demande de mise à leur niveau par les très bons (resp. les mauvais).

On retrouve la transposition immédiate de l'expérience actuelle.

Les profils par classes sont différents, avec deux classes où le critère de bien expliquer est très majoré dans les réponses : ou bien le maitre actuel n'explique pas assez, ou bien il explique effectivement très bien et cela donne l'impression aux élèves de les aider...

De même dans la seconde II3, c'est le critère de mise au niveau des élèves qui est majoré par rapport aux réponses globales, et les mêmes interprétations sont possibles. On retrouve que l'influence de l'enseignant actuel est très importante.

* organisation des activités (Question 14)

Nous pouvons vérifier une fois de plus que les élèves répondent en fonction de ce qu'ils pratiquent, puisque 147 d'entre eux (44%) préferent la formule classique cours suivi d'exercices.
Par ailleurs, 62 élèves (19%) choisissent le cours de 2 heures et 106 (32%) le problème.

Tout se passe comme si les élèves ne prenaient pas de distance par rapport à leurs pratiques, directement issues des discours, recommandations, ... des enseignants actuels, sauf sur des représentations plus générales où au contraire le scolaire n'intervient pas directement, comme nous allons le voir maintenant.

2) Représentations de l'apprentissage en ce qui concerne les élèves

* que faut-il faire pour être un bon élève en mathématiques? (question 10)
Les réponses se répartissent en trois catégories non nécessairement représentées simultanément dans chaque copie : il y a ce que l'élève peut faire (activités propres, travail), ce qui relève de qualités qu'il a ou non, sur le quel il n'y a donc rien à faire, et ce qui relève d'attitudes qu'il peut adopter ou non, sur lesquelles il semble y avoir plus de possibilités d'acquisition ou de changements.

En ce qui concerne le travail, on peut distinguer dans les réponses ce qui relève de l'obligatoire, souvent demandé explicitement par l'enseignant (écouter en classe, faire les exercices demandés par le maître, relire ou même apprendre son cours à la maison, refaire les exercices faits en classe avant un contrôle par exemple) et ce qui relève du supplémentaire (chercher d'autres exercices à la maison, chercher à comprendre ce qui n'est pas passé en classe, approfondir) ; ainsi 157 copies (47%) font état de la nécessité de travail du premier type, alors que 92 copies (28%) évoquent un travail plus autonome.
On peut aussi différentier ce qui relève de l'apprentissage du cours, et ce qui relève de la résolution d'exercices, nouveaux ou non, exigée ou non, en classe ou non : cette dernière condition pour être un bon élève en mathématiques est citée dans la moitié des copies (164).
La régularité dans le travail est souvent évoquée, sans préciser dans quel travail, de même que dans certaines réponses figure laconiquement le seul mot "travailler".

En ce qui concerne les qualités qu'il faut avoir pour être bon élève, on trouve le fait d'être logique, rigoureux, rationnel, organisé, d'avoir un esprit mathématique, d'avoir un esprit apte à l'abstraction, d'avoir des dons ou (au moins...) des facilités, d'être intelligent, d'avoir confiance en soi,d'avoir des capacités de déduction, de réflexion, d'être rapide. Bref on retrouve toutes les idées reçues (et à notre avis fausses) issues de l'idéologie des dons et ceci dans 92 copies soit 28%...
Quelques-unes de ces qualités sont évoquées de manière plus ambigûe laissant espérer peut-être une acquisition possible: savoir chercher,

savoir appliquer le cours, savoir résumer, comprendre, et même savoir le cours, sans aucune précision sur l'apprentissage (cela concerne 54 réponses soit 16%).
Précisons tout de même que la moitié des élèves n'évoquent pas ce type de critère.

Quant aux attitudes nécessaires pour être bon élève en mathématiques, évoquées dans 83 copies, elles vont de la volonté, du courage, de la persévérance (29 réponses) au fait d'aimer les mathématiques (33 fois), de s'y intéresser, d'être attiré ou motivé, d'être concentré ou attentif, d'avoir une ouverture d'esprit, toutes attitudes qu'on pourrait évoquer dans l'apprentissage de n'importe quelle autre discipline et dont seules les premières dépendent vraiment de l'élève.

En ce qui concerne la répartition par filière, niveau et classe, les tableaux qui suivent indiquent les répartitions des réponses concernant la qualité du travail nécessaire (obligatoire ou supplémentaire) et la présence de qualités "innées".
En ce qui concerne le travail, il n'y a pas de différences significatives globales par filière ni par niveau, si ce n'est que les Très Bons majorent le travail obligatoire, mais comme ils ne sont que 15 on ne peut pas interpréter ce résultat.
Les résultats par classe sont plus contrastés, ce qui semble indiquer que pour ces représentations, l'enseignant actuel influence plus que n'importe quel autre facteur étudié, ce qui impliquerait que ces représentations ne sont par très fixées. Ceci dit, ce peut être dans la façon dont les élèves interprètent le sens de travail obligatoire ou

Pour être bon élève	Filière: Tot.	S	L	Seconde	Modernes G	Niveau: Mcs	Moyens	Bons	T. Bons	Fac	Classes: II_1	II_2	II_3	1ère S_1	1ère S_2	1ère E
il faut travailler	157 47%	51 42%	42 52%	44 54%	20 41%	30 39%	56 45%	34 55%	10 67%	27 49%	13 46%	17 68%	14 50%	20 63%	13 41%	8 27%
il faut travailler, avec des initiatives par rapport à la demande de l'enseignant	92 28%	41 34%	16 20%	20 25%	15 31%	24 32%	38 30%	12 19%	2 13%	16 29%	6 21%	5 20%	9 32%	4 12,5%	14 44%	13 43%
critère non abordé	69 21%	22 18%	21 26%	16 20%	10 20%	19 25%	26 21%	10 16%	3 20%	11 20%	8 29%	3 12%	5 18%	5 16%	4 12,5%	5 17%
Total effectifs concernés	333	122	81	81	49	76	125	62	15	55	28	25	28	32	32	30
il faut avoir ... des dons	92 28%	26 21%	32 40%	26 32%	8 16%	24 32%	33 26%	16 26%	6 40%	13 23%	10 36%	6 24%	10 36%	11 34%	8 25%	2 7%
il faut savoir chercher	54 16%	22 18%	8 10%	19 23%	5 10%	11 14%	21 17%	11 18%	0	11 20%	4 14%	8 32%	7 25%	5 16%	5 16%	4 13%
critère non abordé	163 49%	63 52%	38 47%	33 41%	29 59%	35 46%	64 51%	27 44%	8 53%	29 53%	13 46%	10 40%	10 36%	12 37,5%	17 53%	20 67%

(les pourcentages sont calculés sur le total des effectifs de la colonne (sans enlever les non abordés)

Que faut-il faire pour être bon élève en mathématiques?

dans le choix effectif entre travail obligatoire ou plus autonome que peut jouer cette influence.

Ainsi, dans une des classes de seconde (II2), le travail obligatoire est nettement majoré dans les réponses, ainsi que dans la première S1, alors que dans les deux autres premières c'est le travail supplémentaire qui est plus choisi comme critère de bon élève.

En ce qui concerne les qualités "innées", légèrement plus citées par les littéraires, et les Très bons..., elles sont au contraire particulièrement absentes des copies de la classe de première E par exemple. Par delà le poids de l'idéologie dominante, qui s'exerce évidemment surtout chez une partie des élèves effectivement en échec en mathématiques, l'influence du professeur peut encore donc éventuellemnt jouer beaucoup. Il reste à prendre en compte l'origine sociale pour être sûr de ce résultat.

* Est-ce que tous les élèves peuvent réussir en mathématiques? Pourquoi? (question 11)

Les réponses à cette question ne sont pas toujours simplement "oui" ou "non". D'une part il y a des "oui car", des "non car", d'autre part il y a des réponses nuancées par des précisions sur le sens accordé à "réussir" ou sur le niveau au quel on se place.
Nous avons regroupé tous les "oui", "oui si", "oui les élèves peuvent être bons mais peut-être pas excellents", "oui jusqu'à un certain niveau d'étude" si ce niveau était au moins terminale, et cela donne 22% des réponses (72) ; nous avons de même regroupé tous les "non" et cela fournit 59% des réponses (198 copies). Donc majoritairement les élèves estiment que tout le monde ne peut pas être bon en mathématiques.
Ceci dit, les arguments de certaines réponses positives peuvent être exactement les mêmes que ceux qui accompagnent une réponse négative.

Quels arguments justement ?
Une partie des élèves (74, soit 22%) répond à la question 11) en renvoyant à la question 10), avec un commentaire positif ou négatif.
Cependant, dans d'autres copies, les réponses aux deux questions ne sont pas en rapport. Signalons que 6 élèves répondent "non à cause de mon cas"....
Certains évoquent entre autres la nécessité d'avoir un bon professeur (29 copies dont 11 avec un non comme réponse à la question), ou de bonnes bases (8, associées à un non).
Le milieu social est évoqué 6 fois avec un non...

A part cela, on retrouve les trois catégories précédentes; quelques formulations nouvelles apparaissent, ainsi la mémoire est citée dans les qualités nécessaires à la réussite, l'esprit mathématique est cité en opposition à l'esprit littéraire, l'intuition apparaît, ainsi qu'une aptitude à comprendre les mathématiques, enfin sont cités par certains comme contribuant à la réussite la famille et l'environnement; en ce qui concerne le travail nécessaire à la réussite, les descriptions sont souvent moins détaillées, du type "il faut travailler", et en ce qui concerne les attitudes, on a trouvé aussi le fait d'aimer les chiffres, ou de comprendre l'utilité des mathématiques.

Voici la répartition des arguments les plus fréquents, regroupés compte tenu de la réponse oui ou non à la question initiale (une copie peut renfermer plusieurs arguements, tous comptabilisés).

arguments	réponse "non"	réponse "oui"
travail (seulement)	2	46
don, esprit scientif.(seuls) etc...	137	6
attitudes favorables (")	23	19
plusieurs dont au moins deux des précedents	47	32

En ce qui concerne la répartition des réponses, on doit en premier lieu souligner l'indépendance absolue des représentations en question et de la filière, ce qui semble indiquer qu'elles ne sont pas liées à l'expérience vécue par les élèves quelle qu'en soit le résultat. L'origine de ces représentations est peut-être extrascolaire, correspondant à ce qui se dit à la maison et sans rapport avec ce qui se passe à l'école.

Tous les élèves peuvent-ils réussir ?

	Total	S	L	S des	G	Nas	My	B.	TB	I	II_1	II_2	II_3	1ère S_1	1ère S_2	1ère E
oui + oui si	72 22%	29 24%	16 20%	16 20%	11 22%	11 14%	26 21%	14 23%	4 27%	17 31%	3 11%	5 20%	8 29%	4 12,5%	6 19%	9 30%
non + non car	59% 198	71 58%	49 60%	49 60%	29 59%	50 66%	81 65%	36 58%	6 40%	25 45%	18 64%	16 64%	15 54%	20 62%	23 72%	16 53%
pas rép.se, ambiguë	2+54+7	21+1	16	16	8+1	15	15	12	5	13	7	4	5	8	3	5
T	333	122	81	81	49	76	125	62	15	55	28	25	28	32	32	30

Ces pourcentages sont calculés sur le total de la colonne

Les répartitions par niveau, sans présenter de différences spectaculaires, révèlent une légère dépendance du type plus on est bon, plus on estime que tout le monde peut l'être, moins on est bon, moins on estime que que tout le monde peut l'être. Autrement dit, ce n'est pas l'orientation des élèves qui les influenceraient sur ce sujet, mais leurs résultats dans leur filière.

Enfin, chaque classe présente un profil différent, avec une classe (premiére S2) vraiment plus convaincue que les autres que pas tous les élèves ne peuvent réussir en mathématiques. L'influence du professeur actuel semble là-encore très importante. Comme dans cette même classe le travail autonome était majoré, mais pas du tout les qualités innées, on peut tirer une interprétation mpoins élitiste qu'il n'y paraît d'abord !

* <u>Manuels préférés</u> (question 7)

Nous avons regroupé les réponses donnant la préférence à un seul type de manuel (avec un numéro) et celles qui placent ce type en première position dans un choix plus nombreux.

Il se révèle une distribution globale relativement uniforme : 30% des élèves privilégient les manuels où tous les exercices sont corrigés, 33% ceux où une partie des exercices sont corrigés, et 28% ceux où seules des indications sont fournies sur tous les exercices. Il y a rejet massif des manuels sans exercices corrigés (choisis dans 10 copies) ou sans exercices du tout (choisis dans 4 copies). Ainsi se trouve confirmée l'importance que les élèves accordent à la pratique d'exercices, avec l'exigence d'avoir à sa disposition ou tous les corrigés, ou une partie d'entre eux ou des indications.

La répartition de ces choix par filière permet de constater que les scientifiques privilégient les manuels où seule une partie des exercices est corrigée, au détriment des deux autres catégories. Est-ce l'effet des manuels qu'ils ont effectivement à leur disposition (souvent de ce type) ?

La tendance est la même dans les trois premières scientifiques.

La tendance est exactement inverse chez les G, mais comme c'est au bénéfice des deux autres types de manuels, on peut voir le besoin

Question 7 — Choix d'un manuel

	T	S	L	2de	G	Hco	Hy.	B	TB	Dc	II_1	II_2	II_3	1re S_1	1re S_2	1re E
(1+9) les exercices corrigés (en 1re)	100 30%	21 17%	33 41%	27 33%	19 39%	24+5 38%	36 29%	17 27%	7 47%	11 20%	11 39%	6 21%	10 36%	6 19%	9 28%	4 13%
(2+8) une partie (en 1re)	110 33%	61 50%	20 25%	23 28%	6 12%	19 25%	42 34%	20 32%	5 33%	24 44%	10 36%	5 20%	8 29%	18 56%	15 47%	16 53%
(3+7) indic fournie (en 1re)	94 28%	24 20%	24 30%	24 30%	22 45%	21 28%	38 30%	19 31%	3 20%	13 24%	6 21%	12 48%	6 21%	3 9%	5 16%	8 27%
(4) aucun corrigé	10 3%	5 4%	0	4	1	2 3%	3 2%	3 5%	0	2 4%	0	1	3	2	1	0
(5) cours seul	4	1	2	0	1	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
(6) autres	15	10	2	3	0	3	5	2	0	5	1	1	1	3	2	1
Total	333	122	81	81	49	76	125	62	15	55	28	25	28	32	32	30

les pourcentages sont calculés sur le total de la colonne.

d'avoir des renseignements sur tous les exercices, que ce soit le corrigé ou au moins des indications.

Globalement les littéraires et les secondes ne se distinguent pas de la moyenne, sauf une classe de seconde qui préferre le troisième type.

Par niveau, rien de net, sauf une tendance des Très bons à privilégier les manuels où tous les exercices sont corrigés. Peut-être est-ce parce qu'effectivement ils cherchent beaucoup d'exercices et qu'ils aiment bien avoir les corrigés, ce qui rejoindrait leurs réponses sur le travail. Pour ces élèves résoudre des exercices corrigés dans un manuel ferait partie du travail obligatoire...

* Révision d'un contrôle (Question 9)

Nous avons la encore regroupé les réponses où une des activités proposées est préférée seule et celles où cette activité est citée en premier.

Le fait de relire et réciter son cours est privilégié par 22% des élèves ; de même 21% d'entre eux préferrent chercher d'autres exercices corrigés ou non (la plupart du temps corrigés). Enfin la moitié des élèves choisit de refaire les exercices faits en classe, ce qui correspond en général aux recommandations minimales des enseignants. Voici encore confirmée, au niveau des représentations en tout cas, l'importance des exercices pour l'apprentissage des mathématiques.

La répartition de ces choix est largement indépendante et de la filière et du niveau ; signalons les inévitables variations par classe : dans la seconde II2, la catégorie "chercher d'autres exercices" est majorée par rapport à la catégorie "relire et réciter le cours". Par contre, Question 9 Pour réviser un contrôle

	T	S	L	2de	G	M6s	My	B	TB	Inc	II 1	II 2	II 3	1ère S1	1ère S2	1re E
réciter le cours (en 1re) (1+6)	73 22%	29 24%	17 21%	16 20%	11 22%	18 24%	29 23%	15 24%	3 20%	8	4 14%	3 12%	9 32%	9 30%	10 31%	6 20%
refaire les exo faits en classe (en 1re) (2+7)	166 50%	52 43%	47 58%	41 51%	26 53%	40 53%	59 47%	27 44%	8 53%	32	15 54%	13 52%	13 46%	10 33%	14 44%	13 43%
chercher d'autres exo corrigés ou non (3+4)	71 21%	30 25%	14 17%	21 26%	6 12%	14 18%	29 23%	15 24%	1 7%	12	7 25%	8 32%	6 21%	10 33%	6 19%	8 27%
autres (5)	22 7%	10	3	3	6	4	8	5	3	2	2	1	0	1	2	3
non ob.	1	1	0	0	0	0				1						
Total	333	122	81	81	49	76	125	62	15	55	28	25	28	30	32	30

Les pourcentages sont calculés sur le total de la colonne

dans la première S1 c'est la catégorie "refaire les exercices faits en classe" qui est minorée au profit des deux autres. Nous ne saurions tirer d'autres indications de ces fluctuations que l'importance des enseignants actuels dans les représentations exprimées des élèves sur l'apprentissage des mathématiques.

3) Représentations de l'apprentissage des mathématiques côté contenu

* Pensez-vous qu'il soit possible d'enseigner des méthodes générales pour la résolution des problèmes en mathématiques ? (Question 16)

Cette question est relativement peu précise; en effet qu'entend-t-on par méthode? y a-t-il une différence entre méthode et recette? admet-on des méthodes valables seulement dans un secteur des mathématiques, comme l'algèbre, l'analye ou la géométrie ? Même si des méthodes sont effectivement présentées aux élèves dans certains cours, elles ne sont pas nécessairement étiquetées comme telles et donc pas nécessairment identifiées.
Les réponses des élèves traduisent ces imprécisions et leur interprétation risque d'être ambigüe, non seulement à cause du flou de l'interprétation de la question par l'élève mais encore à cause de l'idéologie sous-jacente à l'appréciation qu'il a de la chose.
Il ressort par exemple de certaines réponses une nette dévalorisation d'un enseignement de méthodes qui appauvrirait les mathématiques, nous laissant apercevoir les illusions de certains élèves sur les authentiques pratiques scientifiques en mathématiques.

Méthodes	Total	S	L	2^de	G.	1^ère S1	1^ère S2	1^ère E
partisans	123 37%	42 34%	30 37%	35 43%	16 33%	13 41%	10 31%	12 37,5%
pas partisans	148 44%	61 50%	39 48%	30 37%	18 36%	17 53%	19 59%	10 31%
réponses autres	36	13	9	7	7	1	4	4
non abordé	26	6	3	9	8	1	2	4
total	333	122	81	81	49	32	32	30

Les pourcentages sont calculés sur le total de la colonne

Quoi qu'il en soit, les partisans d'un enseignement de méthodes sont 123, soit 37%, que leur réponse soit oui ou oui si. Les adversaires sont plus nombreux (148, soit 44% des élèves).

Dans les arguments développés par les partisans de l'enseignement de méthodes, qui ne figuenet que dans 50 copies, arrivent en tête (dans 42 copies) "ça peut aider" ; dans les arguments de adversaires, développés dans 116 copies, on trouve surtout (dans 70 copies) le fait que chaque problème, chaque exercice est un cas particulier, quand ce n'est pas une exception, donc non justiciable de méthodes générales. En somme sous-entendu "ça ne peut pas aider"... Les élèves se sont bien placés du point de vue de l'aide à la résolution de problèmes, mais les avis sont partagés.

Si on étudie la répartition par filière, on constate que les scientifiques sont moins partisans que les autres d'un tel enseignement (sauf pour la classe de première E), avec le point culminant atteint par la première S2 où 59% des élèves sont contre et seulement 31% pour...Doit on interpréter ce résultat en fonction de l'idéologie de l'intuition opposée à la vision besogneuse sous-entendue (à tort) par un enseignement de méthodes ? C'est en tout cas cette classe qui se distinguait des autres en ce qui concerne la qualité du travail à fournir, on peut supposer que l'enseignant actuel a un discours particulier qui peut rendre compte de ce type de réponses.

Les élèves de G ont particulièrement peu répondu, sans doute ne peuvent-ils comprendre ce que ça veut dire compte tenu de leur enseignement.

Quant aux élèves de seconde, peut-être encore pleins d'illusions, ce sont les seuls pour lesquels les partisans d'un enseignement de méthodes sont plus nombreux que les adversaires...

* Etes vous partisan d'un enseignement d'histoire des mathématiques? Pourquoi (Question 17) ?

Notons que cette question est tout aussi difficile que la précédente pour les élèves qui n'ont, pour la plupart, jamais eu un tel enseignement. Leurs réponses sont donc nécessairement ambigües, puisqu'on évoque quelque chose qu'ils ne connaissent pas.
Cependant en général les réponses sont très tranchées; dans certaines classes la question est peu abordée, dans les filières classiques la plupart des élèves émettent un avis, mais dans tous les cas rares sont les élèves qui s'expriment de façon indifférente.
Certains sont favorables à un tel enseignement (106 oui, 28 oui si...) ; pour 54 d'entre eux c'est pour la culture générale, plus que pour l'intérêt pour l'apprentissage des mathématiques elles-mêmes; très peu (7) y voient une source d'éclaircissements pouvant les aider en mathématiques; pour d'autres (52) c'est normal d'étudier une science dans son évolution, cela permet de comprendre l'origine des concepts ou le pourquoi de certaines notions. Le "pourquoi pas" de certains élèves, visiblement en difficultés en mathématiques, témoigne peut-être d'une simple curiosité, avec un vague espoir d'amélioration par ce biais.
La majorité des élèves est cependant absolument contre un tel enseignement, soit"parce qu'ils n'aiment pas ça, c'est ennuyeux" (45 copies), soit parce que cela représenterait une perte de temps alors que les programmes sont déjà trop chargés (sic) (19 copies); certains estiment que c'est absolument inutile pour l'apprentissage des mathématiques (connaître comment est née et a évolué une notion n'aide

pas à l'utiliser dans sa forme actuelle écrit en substance un élève) (65 copies). Citons le cri du coeur de cet élève: je n'aime déjà pas l'histoire ni les mathématiques, alors l'histoire des mathématiques!

Conclusion

Nous pouvons tout de suite faire un premier constat : par le questionnaire nous avons eu accès à des représentations apparemment peu discriminantes en matière d'apprentissage, qui ne sont pas les représentations métacognitives cherchées. En effet, les représentations concernant l'utilité des mathématiques, les qualités requises pour en faire ou le rôle du type de manuel, qui apparaissent chez tous les élèves parce qu'elles trouvent leur origine dans des discours explicites dominants (ceux de l'enseignant, des parents), certes peuvent "bloquer" certains, mais, en quelque sorte, ce blocage se situerait antérieurement à la difficulté même d'avoir une activité mathématique.

D'autre part, la variable la plus déterminante est en l'occurence la classe dans laquelle est l'élève au moment de la passation du questionnaire (donc en particulier le maître qu'il a), cette variable s'avère dans la plupart des questions plus significative que la filière ou le niveau.

Donnons quelques pistes pour éclairer ces phénomènes.

- On peut remarquer d'abord que les représentations qui portent sur la partie "visible" de l'activité mathématique (les exercices, les manuels...) sont aisément verbalisables par les élèves (du moins dans les classes étudiées) et sont relativement homogènes.

. Le fait que les représentations cognitives ne soient pas exprimées ne signifie pas qu'elles n'existent pas chez l'élève mais seulement que ce ne sont pas à elles que l'élève pense lorsqu'on lui demande comment il fait des mathématiques. Cela ne signifie pas non plus que tous les élèves en ont -nous faisons même l'hypothèse contraire- mais il est plus que probable que les élèves qui savent "faire des mathématiques" ont, pour ce faire, une activité intellectuelle exprimable en termes de représentations cognitives.

. La non verbalisation de ces représentations y compris par les "bons" élèves peut s'expliquer par le fait qu'à la différence des représentations plus générales, elles ne font que tout à fait exceptionnellement l'objet du discours de l'enseignant (quelle que soit d'ailleurs la discipline). De plus, est extrêmement difficile de prendre conscience et de décrire ses propres mécanismes de pensée, y compris pour les enseignants. Dès lors que les élèves n'ont jamais entendu parler, au sens plein du terme, de l'activité intellectuelle, ils n'ont peut-être, même pas conscience de son existence. Le fait que l'on puisse manifester des savoir-faire (ici, il s'agit de mathématiques, mais il en est de même pour tous les savoir-faire langagiers et non langagiers) sans pour autant avoir à passer par un apprentissage explicite des fonctionnements cognitifs correspondants ne signifie pas que ceux-ci sont innés, mais qu'ils peuvent être acquis en situation, et que, de plus, ils peuvent être transférables d'un savoir-faire à un autre.

Cette caractéristique des acquisitions cognitives a d'ailleurs une conséquence fâcheuse: l'enseignant, le plus souvent inconsciemment, présuppose justement la plupart du temps, cette maîtrise des activités cognitives chez <u>tous</u> les élèves, or il n'en est rien: les modalités éducatives jouant un rôle prépondérant, des modalités différentes entraînent des acquisitions différentes.

.Les élèves tien___ent un certain discours (venant de l'enseignant) concernant ce qu'il faut faire pour apprendre les mathématiques, mais ce discours ne correspondrait aux pratiques effectives des élèves que pour certains d'entre eux. Le discours de l'enseignant (il faut apprendre le cours et faire des exercices) ne reposant pas sur une analyse des processus d'apprentissage, pourrait (même) gêner certains élèves "obéissants", tandis que d'autres feraient autre chose et c'est justement cette "autre chose" qui produirait la différence.

Cela signifie, en particulier, que certains élèves possèdent moins que d'autres les représentations cognitives nécessaires à l'activité mathématique et qu'il faut donc, pour qu'il y aient accès que celles-ci soient mises en place par les enseignants.

. C'est une hypothèse comparable qui permettrait d'expliquer la quasi-unanimité de la réponse "il fait faire des exercices" à la question "que faut-il faire pour être bon en maths?", co-existant avec des résultats fort différents.

"Faire des exercices" fonctionnerait comme un générique et ne tiendrait pas compte -dans les pratiques enseignantes comme dans celles des élèves- de différences qualitatives puvant sous-tendre cette expression. Dans l'expression "faire des exercices", il y a l'idée d'un apprentissage par imitation et répétition. Or, un tel apprentissage ne serait possible que s'il n'existe qu'un seul type d'exercices, ne renvoyant qu'à un seul type d'activité intellectuelle. Tel n'est sans doute pas le cas, pire, si tel était le cas dans la pratique pédagogique, il s'agirait d'une sorte de tromperie de l'élève qui n'apprendrait à reproduire qu'un seul type d'exercice et qui confondrait cela avec l'activité mathématique. L'exercice reproductible étant un exercice de type "fermé", celui-ci ne peut permettre l'apprentissage de l'ensemble des comportements intellectuels (hypothèses, tâtonnements...)qui, seuls, confèreraient à l'élève la possibilité de résoudre des problèmes, véritable finalité des mathématiques, véritable "preuve" des acquisitions.

L'observation précise des pratiques et des résultats des élèves permettrait sans doute de confirmer cette hypothèse et expliquerait que certains élèves sachent "faire des exercices", mais ne parviennent pas à résoudre des problèmes qui exigeraient des raisonnements qualitativement autres.

Ce rituel des exercices d'application masque en fait la nécessité d'apprentissage d'activités cognitives complexes telles que savoir ce qu'est une preuve (et donc une démonstration), savoir transférer, c'est à dire reconnaître des situations comme semblables malgré leurs différences apparentes, savoir manipuler des symboles et non des objets..., activités qui, même si elles sont utiles dans d'autres domaines, n'en restent pas moins la caractéristique des mathématiques et qui font rarement l'objet d'apprentissage dans d'autres situations.

Deux questions, ou plutôt les réponses qui leur sont faîtes semblent corroborer les remarques précédentes. Lorsque l'on compare les réponses aux questions "qu'est-ce qu'un bon professeur de mathématiques?" et "que faut-il faire pour être un bon élève en maths?", l'absence totale et générale de relation entre les deux ensembles attire l'attention.
Tout se passe comme si, pour l'élève, il n'y avait pas de rapport entre ce qui se passe en classe et ce qu'il fait lui même, ou plutôt, comme s'il y avait une différence qualitative entre ce que fait l'enseignant pendant un cours, et ce que doit faire l'élève pour réussir. La formulation des réponses est sur ce point éclairante: l'élève "est agi" par l'enseignant, un bon prof. c'est quelqu'un qui FAIT aimer les maths, qui FAIT que les maths sont intéressantes, qu'on a envie d'en faire. Expression d'une incapacité à faire soi-même quelquechose, comme si, entre l'élève "bon" et l'élève "mauvais", il n'y avait pas de passage possible. L'élève "mauvais" (ce qui ne signifie pas obligatoirement qu'il a de mauvaises notes puisqu'il peut réussir des exercices fermés) ne parvient pas à rendre les activités mathématiques signifiantes pour lui, il a l'impression que ceux qui sont bons ont définitivement compris ce que lui ne parviendra jamais à saisir puisqu'il n'en connait même pas la nature. La signifiance du "jeu" intellectuel est non seulement une nécessité des pratiques mathématiques mais elle sous-tend la plupart des activités scolaires et universitaires et, à ce titre, sa possesssion ou non possession est bien profondément discriminante.
Si ces hypothèses sont valables, des réponses telles que "il faut comprendre le cours", "il faut apprendre" ne recouvrent aucun processus précis pour l'élève (qu'en est-il pour l'enseignant?).

Une analyse précise des mécanismes mis en oeuvre par l'élève en difficulté serait un moyen de donner à l'enseignant la possibilité d'être véritablement aidant.

. Nous avons, à plusieurs reprises, évoqué le rôle très important que semble jouer le discours, et spécifiquement sans doute, le discours légitime de l'institution, dans la construction des représentations; nous venons également de faire allusion à la fonction prépondérante de l'activité d'explicitation des conduites, (caractéristiques des modèles éducatifs les plus fréquents dans les milieux favorisés dont on sait que les enfants sont justement ceux qui ont le moins de difficultés scolaires). Ces deux remarques nous conduisent à formuler l'hypothèse suivante: dans la mesure où le discours de l'enseignant semble pouvoir induire des représentations (cf. les réponses homogènes et différentes au questionnaire pour certaines classes), il serait possible par un discours explicite portant sur l'activité mathématique elle-même, sur le "comment faire", de favoriser la mise en place des représentations cognitives.

Cette hypothèse d'amélioration éventuelle des représentations métacognitives des élèves fait l'objet de recherches en cours.
Il s'agit d'une approche complémentaire de la précedente. L'enseignant met en oeuvre un enseignement explicite du "comment faire des mathématiques" et c'est l'apprentissage final des élèves qu'on évalue, avec l'hypothèse intermédiaire que cet enseignement "méta" a amélioré les représentations métacognitives des élèves et par suite leur apprentissage.

Une expérience d'enseignement explicite de méthodes en géométrie, sur le mode "dialectique objet/outil", avec travail régulier en petits groupes et enseignant respectant tous les contrats implicites supposés est mise en place depuis deux ans en terminale C.
Les questionnaires recueillis en début et en fin d'année témoignent au moins de la reconnaissance verbale massive de l'efficacité et du travail en groupes et du fait de disposer de méthodes ; il est cependant très difficile de démêler, aussi bien dans les réponses des élèves que plus généralement dans leurs performances, ce qui est dû à quoi.
Il en est de même dans les analyses des enregistrements des séances de travail en petits groupes.

D—ans un tel type d'investigations en effet, il y a une telle imbrication de différents facteurs qu'il nous parait très dangereux d'essayer de les séparer. Ainsi par exemple, le travail en petits groupes fait peut-être déjà à lui seul changer positivement (chez certains) les représentations de l'activité mathématique, grâce à l' exploitation des diversités et à un engagement dans une activité mathématique "authentique" ; mais ceci est renforcé par l'utilisation de méthodes générales, auxquelles on a d'autant plus recours qu'on est plusieurs et que l'on a à sa disposition un cours sur les méthodes. De même l'amélioration des performances collectives, qui ne correspond pas nécessairement à une amélioration individuelle instantanée, ouvre la possibilité de poser des exercices plus difficiles (sans indications par exemple), et c'est peut-être de la recherche de ces exercices plus difficiles où l'utilisation de méthodes devient plus nécessaire que vient le progrès individuel...

Enfin, d'autres recherches visant à compléter cette perspective, sont en cours. Elles sont basées sur des entretiens et des observations de classe tendant à mettre en évidence les représentations métacognitives des maîtres et celles des élèves.

Bibliographie sommaire

Albertini et Dussault (1) Représentations et initiation scientifique et technique in Les savoirs quotidiens et les représentations, colloque CNRS 1984, éd. CNRS 1985

Chevallard Y. (1) Mathématiques, langage, enseignement : la réforme des années 60 in Recherches n°41

Lautrey (1) Classe sociale, milieu familial, intelleigence PUF 1980

Nimier (1) Les math, le français, les langues, à quoi ça me sert CEDIC 1985

Thompson A. G. (1) Le lien entre les conceptions des mathématiques du professeur et sa pratique enseignante (en anglais in E.M.S. Vol 15 n°2)

Annexe

<u>Codes pour le questionnaire sur les représentations des élèves</u>

Question 10

Quatre colonnes

<u>Première colonne : les exercices</u>

mettre 1 ou 0 selon que figure ou non la nécessité de résoudre des exercices (ou des problèmes) sous quelque forme que ce soit

<u>Deuxième colonne : le travail</u>

0 : non réponse

1 : réponses en terme de travail, quantitatif ou obligatoire

2 : " " " " " , supplémentaire ou autonome

9 : ce critère n'est pas abordé

<u>Troisième colonne : les qualités (innées)</u>

0 : non réponse

1 : presence de qualités qu'on a ou pas (à la naissance !)

2 : presence de qualités plus ambigües, comme savoir chercher

3 : 1 + 2

9 : ce critère n'est pas abordé

<u>Quatrième colonne : les attitudes favorables</u>

0 : non réponse

1 : des attitudes jugées nécessaires comme la volonté, le courage ... sont citées

2 : il faut aimer les math

3 : 1 + 2

9 : ce type de critère non abordé

Question 11

Quatre colonnes

<u>Première colonne : oui ou non</u>

0 : non réponse

1 : oui tout court

2 : non tout court

3 : oui mais, oui si, etc...

4 : non car, etc...

5 : pas de réponse en terme de oui ou non

<u>Deuxième colonne : lien avec la question précédente</u>

0 : non abordé

1 : reprise de la question précédente, quelle que soit la réponse

2 : contradiction avec la question précedente

3 : aucun rapport avec la question precedente

4 : on ajoute par rapport à la question precedente

<u>Troisième colonne : les arguments avec le non</u>

0 : non abordé ou oui

1 : cas personnel évoqué

2 : professeur

3 : travail

4 : autres

5 : plusieurs à la fois

<u>Troisième colonne : les arguments du non</u>

0 : non abordé ou oui

1 : non efficace pour les math

2 : n'aiment pas çà, ennuyeux

3 : autres

4 : plusieurs à la fois

Question 17

Trois colonnes

<u>Première colonne : oui ou non</u>

0 : non abordé

1 : oui

2 : non

3 : oui si, ...

4 : non mais ...

5 : je ne sais pas

6 : pas de réponse en terme de oui ou non

<u>Deuxième colonne : les arguments du oui</u>

0 : non abordé ou non

1 :

2 :

3 :

<u>Sixième colonne : le prof défini par ses qualités pédagogiques ou humaines</u>

0 : non abordé

1 : type celui qui aime ses élèves

2 : type celui qui est ouvert aux élèves

3 : type celui qui fait régner une bonne ambiance

4 : type celui qui établit une bonne discipline

5 : plusieurs à la fois

9 : critère non évoqué

Question 16

Trois colonnes

<u>Première colonne : oui ou non</u>

0 : non abordé

1 : oui

2 : oui si, oui mais ...

3 : non

4 : non si, non mais ...

5 : je ne sais pas

6 : pas de réponse en terme de oui ou non

<u>Deuxième colonne : les arguments du oui</u>

0 : non abordé ou non

1 : culture générale

2 : efficace pour l'apprentissage des math

3 : pourquoi pas

4 : qualités (genre don ou esprit scientifique)

5 : attitudes (genre aimer les math ou avoir de la volonté)

6 : 3 + 4

7 : 3 + 5

8 : 4 + 5

9 : autres

10: Connaissances antérieures

11 : milieu social

12 : 3 + 4 + 5

Quatrième colonne : les arguments avec le qui

même code que ci-dessus

Question 4

Six colonnes

Première colonne

0 : non abordé

1 : langues et mathématiques non différencié

2 : seules les mathématiques sont abordées

3 : il y a des différences entre les réponses pour les langues et les math

Deuxième colonne : le maitre qui montre ou l'illusion de la transparence

0 : non abordé

1 : type le bon enseignant explique, explique bien, clairement, ...
(le dire du prof)

2 : type le bon enseignant se met au niveau de ses élèves

3 : 2 + 1

9 : critère non abordé

Troisième colonne : le bon prof défini par ce qu'il fait faire

0 : non abordé

1 : type le maître doit faire faire des problèmes

2 : type le maître doit donner des méthodes générales

3 : 1 + 2

4 : type le maître exige des démonstrations

9 : critère non abordé

Quatrième colonne : le bon prof défini par ses compétences ou ses gouts

0 : non abordé

1 : type celui qui aime les math

2 : type celui qui sait les math très bien

3 : type 1 + 2

9 : critère non abordé

Cinquième colonne : le bon prof défini par ses effets

0 : non abordé

1 : type celui qui fait aimer les math

2 : type celui qui fait progresser les élèves

3 : type celui qui donne envie d'en faire

4 : type celui qui fait sentir les math aux élèves

5 : 1 + 4

9 : critère non abordé

Troisième colonne : les arguments du non

0 : non abordé ou oui

1 :

2 :

3 :

Question 14

Une colonne

Première colonne

0 : non abordé

1 : 1

2 : 2

3 : 3

4 : plusieurs numéros, 1 en premier

5 : " " , 2 " "

6 : " " , 3 " "

Question 9

Une colonne

Première colonne

0 : non abordé

1 : 1

2 : 2

3 : 3

4 : 4

5 : 5

6 : plusieurs, 1 en premier

7 : " , 2 " "

8 : " , autres

Question 7

Une colonne

Première colonne

0 : non abordé

1 : 1

2 : 2

3 : 3

4 : 4

5 : 5

6 : 6