

i.r.e.m.

UNIVERSITE PARIS VII

ENSEIGNER DES METHODES

PAR A. ROBERT, J. ROGALSKI, R. SAMURCAY

cahier de
didactique des
mathématiques

numéro
38

MARS 1987

PEUT-ON ENSEIGNER DES METHODES ?

Aline Robert^{*}, Janine Rogalski^{**}, Renan Samurçay^{***}

INTRODUCTION1
I. QU'EST CE QU'UNE METHODE ? COMMENT ENSEIGNER UNE METHODE ? QUELQUES HYPOTHESES
II. ENSEIGNEMENT DE METHODES EN GEOMETRIE	
1. Détermination de la méthode retenue
2. Choix didactiques
3. Evaluation
4. Obstacles
III. ENSEIGNEMENT D'UNE METHODE DE RAISONNEMENT TACTIQUE	
1. La méthode de raisonnement tactique (MRT)
2. L'enseignement de la MRT : évolution des choix didactiques
3. Eléments d'évaluation
4. les obstacles
CONCLUSION
BIBLIOGRAPHIE

INTRODUCTION

L'objectif de cet article est d'apporter des éléments quant au problème d'enseignement de méthodes : est-il possible d'enseigner des méthodes, et dans quelles conditions ?

Tout d'abord précisons ce que nous entendons ici par méthode.

^{*}Université Paris VI , 2 Place Jussieu, 75251 Paris Cedex 05

^{**}Laboratoire de psychologie du Développement et de l'Education de l'Enfant, 46 rue Saint-Jacques, 75005 Paris

^{***}U.F.R. de Psychologie, Université Paris VIII, 2 rue de la Liberté, 93526 Saint-Denis Cedex 2.

Une méthode est destinée à l'élaboration de stratégies de résolution de problèmes et à la gestion de ces stratégies. Elle ne décrit ni des procédures mises en oeuvre par des sujets, ni des techniques de solution ; elle explicite une démarche efficace d'approche de problèmes d'un certain domaine. Une méthode relève donc du méta-cognitif , du "savoir sur les connaissances".

Pourquoi s'interroger sur la possibilité d'enseignement de méthodes ? sur quelles données didactiques étayer une réponse à une telle question ? Ce débat a été ouvert par ailleurs, en psychologie du travail, sur la mise en oeuvre de méthodes de programmation en fin de formation ou dans le domaine professionnel laissant en suspens la question du processus d'enseignement et d'acquisition.

Dans l'approche de ce problème, nous sommes parties d'un double constat: de "bons" élèves en mathématiques éprouvent des difficultés à aborder certains types de problèmes et il existe un enseignement d'une méthode de raisonnement tactique en réponse à des difficultés de professionnels de haut niveau.

D'une part en effet, des élèves de terminale C, les meilleurs en mathématiques, ont du mal à résoudre les problèmes de géométrie. Le plus difficile pour beaucoup d'élèves semble être de "démarrer" le problème, c'est à dire de concevoir une démarche permettant d'arriver au résultat demandé. Nous nous sommes alors demandé ce qui nous permettait, à nous experts d'un certain niveau en ce domaine, de mieux démarrer un problème de géométrie élémentaire: était-ce seulement la somme de nos connaissances en géométrie ou y avait-il d'autres éléments à tirer de notre "expérience" en géométrie? Il nous est apparu que nous mettions en jeu, sans nécessairement l'explicitier, un certain nombre de méthodes générales qui ne nous permettaient pas de trouver instantanément mais qui nous permettaient souvent d'amorcer des recherches et d'aboutir, après plusieurs essais éventuellement, à une solution; de là notre tentative de préciser ces méthodes et de les enseigner aux élèves.

D'autre part deux d'entre nous ont été amenées à analyser l'enseignement d'une méthode de traitement de situations complexes dans le cadre professionnel d'officiers supérieurs de la sécurité civile. Il s'agit d'une méthode de raisonnement tactique (MRT) destinée à traiter des situations évolutives dans le temps, présentant des risques -matériels et/ou humains. Cette méthode est née de la rencontre entre le constat de la difficulté d'un traitement rationalisé et optimisé de situations éventuellement nouvelles, et de l'existence d'une méthode construite de longue date dans le domaine

militaire. Cette méthode a été transposée par des professionnels de haut niveau pour l'adapter aux situations traitées dans le domaine de la sécurité civile.

Nous avons cherché à dégager les points communs et les différences dans ces deux situations d'enseignement de méthodes contrastées dans leur contenu. L'objectif d'enseignement de méthodes en géométrie est de contribuer à l'appropriation des connaissances dans ce domaine, conduisant les élèves à une maîtrise suffisante de la résolution de problèmes, tandis que la méthode de raisonnement tactique est quant à elle introduite dans la formation comme un outil d'aide à la décision, les connaissances professionnelles étant acquises ou enseignées par ailleurs.

La confrontation des premières observations nous a conduites à l'hypothèse qu'il existe effectivement des éléments communs aux deux situations d'enseignement: on peut placer ces questions dans une même problématique générale d'enseignement et d'acquisition de méthodes, en interaction avec les acquisitions de contenu, dans le cadre de domaines de connaissances complexes.

Un certain nombre d'auteurs, des domaines professionnels concernés, ont déjà développé des analyses (plus ou moins théoriques) sur la question des méthodes et de leur enseignement explicite éventuel: (Hadamard (1911), Polya (1962-64) pour la géométrie (par exemple), Clausewitz (1832-34) pour la théorie militaire. Ces analyses ne se sont évidemment pas accompagnées de recherches sur les acquisitions cognitives.

En psychologie peu de recherches ont été publiées dans le domaine de l'enseignement et de l'acquisition de méthodes. Nous devons cependant souligner l'importante étude de J.-M. Hoc sur la formation à des méthodes de programmation (Hoc, 1978). Les conclusions de ce travail confortent le besoin de développement de recherches intégrées dans la problématique générale évoquée plus haut. Ce thème semble devenir d'ailleurs un objet d'intérêt en didactique et en psychologie. (1)

Dans ce travail nous allons d'abord préciser ce que nous entendons par méthodes; puis exposer quelques hypothèses sur l'acquisition de méthodes et l'interaction avec les contenus. Nous présenterons ensuite les questions abordées dans les deux domaines de recherches et en particulier les problèmes d'évaluation.

I. Qu'est-ce qu'une méthode? Comment enseigner une méthode?
Quelques hypothèses.

Une méthode de résolution de problème (2) explicite ce qui est commun dans le mode de résolution d'une classe de problèmes. Elle "n'exprime pas un choix fondé sur des prémisses définies, particulières, mais un procédé applicable à un ensemble de problèmes semblables sous leurs aspects les plus généraux, ou tout au moins aux cas les plus probables." (3).

Une méthode n'exprime pas ce qu'il y a de commun dans des comportements mais ce qui est commun dans des approches efficaces: une méthode vise l'opérationnalité. Toutefois, une méthode ne dit pas *comment* on va résoudre effectivement un problème déterminé de la classe ou même d'une sous-classe. On doit distinguer la méthode (au sens défini plus haut) et l'algorithme : ce dernier constitue un cas limite de méthode de caractère déterministe. Nous réservons le terme de méthode pour des problèmes ouverts, pour lesquels il n'existe pas d'algorithmes (ou de "recettes"), comme ceux par exemple de la géométrie (au niveau considéré ici de la fin de l'enseignement secondaire) , de la programmation ou de la prise de décision dans des situations complexes.

Il faut enfin souligner deux points : d'une part il existe des niveaux différents de classification de situations qui conduisent à des niveaux différents pour les méthodes, avec un "emboitements" possibles (correspondant à des hiérarchies dans la classification de situations problèmes, on en verra un exemple plus loin à propos de la géométrie); d'autre part une des fonctions d'une méthode est d'aider le sujet à gérer *et* le choix entre des stratégies *et* l'abandon éventuel d'une voie initialement choisie.

Par ailleurs le fait qu'un sujet ait identifié la solution qu'il a apportée à un problème ne signifie pas pour autant qu'il ait utilisé une méthode (même si la solution est correcte), ni qu'il puisse repérer l'existence d'une telle méthode. Par exemple , une démonstration en mathématique peut être considérée comme une expression particulière, socialement contrainte, de métaconnaissance, sans correspondre pour autant nécessairement à la mise en oeuvre d'une méthode et être donc transférable à d'autres situations.

Tous les points que nous venons de développer ne sont pas spécifiques à des domaines particuliers de situations-problèmes. Par contre, les fonctions que joue une méthode dans l'acquisition et/ou la gestion des connaissances ne sont pas uniformes suivant les

contenus et les sujets auxquels s'adressent l'enseignement ou la formation. Quand on s'adresse à des élèves, on cherche à ce que des méthodes enseignées explicitement aident à la résolution des problèmes, eux-mêmes partie constitutive de l'acquisition des contenus. Quand on s'adresse à des professionnels, on veut faciliter la gestion des connaissances acquises et l'abord de problèmes nouveaux. Ces deux fonctions ne sont cependant pas exclusives l'une de l'autre, ainsi l'enseignement des méthodes de programmation à des élèves ou de futurs professionnels vise les deux objectifs.

Pour l'essentiel des situations-problèmes que l'on rencontre dans la formation ou les activités professionnelles, nous faisons trois hypothèses de travail: 1) il existe une ou des méthodes; 2) elles sont facilitatrices dans la résolution de problèmes et dans l'acquisition de nouvelles connaissances; 3) elles peuvent être un objet d'enseignement explicite.

Une double question se pose alors, d'une part sur les conditions d'acquisitions par les sujets (point de vue cognitif) et d'autre part sur l'enseignement (point de vue didactique).

Du point de vue cognitif on peut proposer deux hypothèses possibles (concurrentes) sur les modes d'acquisition de méthodes :

-a) l'acquisition se fait à partir d'une présentation explicite, initiale de la méthode (par l'enseignant), méthode qui est ensuite mise en oeuvre par le sujet sur des problèmes particuliers

-b) l'acquisition de la méthode est le résultat d'une explicitation des procédures de résolution de problèmes représentatifs du domaine concerné, dont sont dégagés - par l'enseignant - des invariants constitutifs de la méthode.

La possibilité d'acquérir une méthode de résolution selon l'un ou l'autre de ces processus dépend a priori des sujets et des contenus.

Une autre hypothèse serait a priori possible: les sujets dégagent eux-mêmes les invariants pertinents à partir de leurs propres résolutions de problèmes. Lors de la journée de travail sur les méthodes P. Vermersch a présenté cette hypothèse comme une continuité des thèses piagétienne. Au vu de l'ensemble des éléments empiriques relevés dans l'enseignement, ou dans le domaine professionnel, cela nous semble ne concerner qu'une petite minorité d'individus, et donc il nous semble préférable de rechercher des stratégies pédagogiques pour les autres sujets.

Du point de vue didactique, précisément, deux hypothèses complémentaires ont été faites portant sur les rapports entre

acquisition d'une part. modalités et moment de l'enseignement d'une méthode d'autre part :

-c) la possibilité de réinvestissement par les élèves d'une méthode présentée par l'enseignant dépend du moment où l'enseignant explicite la méthode, du domaine de problèmes sur lequel porte la méthode et des élèves eux-mêmes :

-d) l'intervention didactique est d'autant plus efficace qu'est en place un mode de travail en (petit) groupe lors des résolutions de problèmes ouverts susceptibles de plusieurs approches.

Ces hypothèses sous-tendent un enseignement explicite de méthodes et une dévolution à l'élève de sa mise en oeuvre.

Un autre fonctionnement existe dans l'enseignement, avec l'hypothèse sous-jacente d'un apprentissage par imitation : l'enseignant, pour résoudre les problèmes devant les élèves, applique (souvent implicitement) la méthode qu'il veut faire acquérir et les élèves finissent par se conformer à cette méthode, par imprégnation en quelque sorte (les constats empiriques semblent indiquer une efficacité réduite).

Les hypothèses exposées ci-dessus (de nature cognitive, portant sur les acquisitions des sujets) et didactiques (portant sur les effets de l'enseignement) ne se situent pas au même niveau : elles ne sont pas susceptibles des mêmes types de vérification.

En toute généralité, l'évaluation de l'acquisition de méthodes de résolution de problème est a priori une question complexe. En effet, d'une part il est difficile de dissocier les processus cognitifs à l'oeuvre dans la résolution d'un problème spécifique des connaissances propres au domaine du problème et les modes de résolution "possibles" pour le problème considéré. D'autre part il est difficile d'étudier une méthode de résolution hors de sa mise en application sur des problèmes spécifiques. Il y a donc un rapport dialectique entre la méthode et sa réalisation dans une situation donnée, qui rend difficile l'observation de l'évaluation de la méthode en tant que telle.

Par ailleurs, une intervention explicite sur les méthodes, et plus généralement d'ailleurs sur le plan des métaconnaissances, n'entraîne pas seulement des nouvelles connaissances sur le plan métacognitif ; elle peut engendrer aussi des changements dans les représentations que se font les sujets du domaine de connaissance, de l'activité dans ce domaine, et des modes d'acquisition de nouvelles connaissances. On rend éventuellement possible une attitude plus active et plus autonome des élèves, plus réflexive dans tous les cas.

On peut se demander si, en définitive, ce n'est pas cette modification des représentations (métacognitives) qui est autant responsable de l'efficacité de l'enseignement que l'acquisition et la mise en fonctionnement des méthodes elles-mêmes. Nous considérons qu'il y a là un problème théorique à prendre en compte pour interpréter une évaluation positive.

Enfin, se pose le problème du moment où l'évaluation d'un tel enseignement est pertinente. Il est possible que les effets se manifestent sur du long terme, et en particulier sur les acquisitions ultérieures. Cela pourrait être lié encore une fois à des modifications profondes des représentations du champ du savoir ou des pratiques concernées. D'où un renforcement des difficultés d'interprétation des évaluations.

Les recherches que nous présentons concernent deux expériences d'enseignement effectif de méthodes, et ont en commun les points fondamentaux suivants:

1. nous avons admis la validité des trois hypothèses sur l'existence, l'efficacité et la transmissibilité de méthodes:
 - a) nous avons exhibé une ou des méthodes soit déjà constituées de manière historique (MRT) soit élaborées par une méthodologie s'apparentant à celle utilisée en intelligence artificielle pour "extraire" les connaissances des experts ;
 - b) puisque nous pensons que les méthodes peuvent s'enseigner nous en avons élaboré (ou modifié) un enseignement explicite ;
 - c) puisque nous pensons que les méthodes sont efficaces la déontologie nous amène à chercher à les faire acquérir.
2. Pour élaborer un enseignement, nous avons fait des choix didactiques déterminés pour partie par les hypothèses (d'ordre cognitif et didactique) énoncées plus haut. Ces choix, spécifiés différemment selon les domaines (géométrie ou MRT) sont explicités plus loin dans chaque cas.

Les recherches en cours visent à apprécier l'adaptation de cet enseignement à son objectif. Une partie s'appuie sur le déroulement même du processus d'enseignement effectivement mené.

Une première analyse de ces deux expériences est développée dans les deux parties suivantes, la première concerne l'enseignement de méthodes en géométrie à des élèves de classes terminales scientifiques, la seconde l'enseignement d'une méthode de raisonnement tactique à des officiers supérieurs Sapeurs-Pompiers.

II Enseignement de méthodes en géométrie

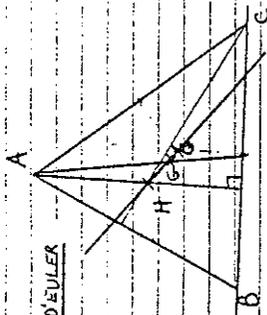
1) Détermination de la méthode retenue

Nous avons explicité notre fonctionnement pour résoudre un problème de géométrie. Deux idées se sont imposées à nous : l'importance des changements de point de vue, stratégies ou même cadres (géométrique pur, numérique, vectoriel...) et, a contrario, la nécessité de pouvoir s'engager dans une stratégie précise étant donné un type de problème, quitte à en changer justement s'il y a impasse. Rappelons que notre objectif est que les élèves arrivent à concevoir des résolutions de problèmes, les questions de précision des démonstrations ou de rédaction ne faisant pas partie des mêmes préoccupations.

Très schématiquement nous avons repris une classification grossière des types de problèmes de géométrie (en 6 ou 7 types), élaboré une liste d'outils(3) à notre disposition, et précisé une liste de "configurations de base" qui sont des configurations très simples, que l'on retrouve très souvent dans les figures (plus complexes) intervenant dans les problèmes et dont on connaît bien les propriétés (cf. tableaux joints). Enfin, nous avons établi pour un certain nombre de problèmes des listes d'outils possibles adaptés. Il n'y a évidemment pas de bijection entre les outils et les types de problèmes, à la fois parce qu'un même problème est souvent soluble de plusieurs façons (analytique ou géométrique par exemple) et parce qu'un même outil sert dans quantité de problèmes différents. Cependant le repérage du type de problème permet

Des configurations de base en géométrie plane (I)

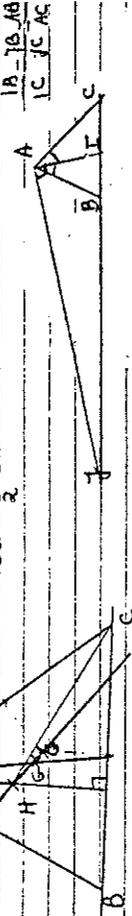
• DRÔTE D'EULER



H, G, O alignés.

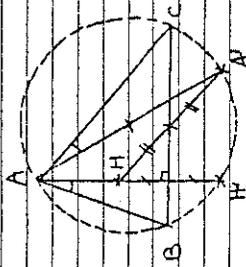
$GO = \frac{1}{2} GH$

• BISSÉCTRICES



$\frac{IB}{IC} = \frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC}$

• SYMÉTRIQUES DE L'ORTHO-CENTRE par rapport aux côtés

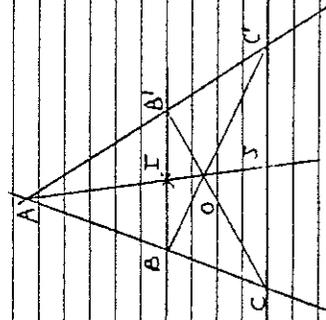


• H' appartient au cercle circonscrit $\omega(ABC)$

• A' diamétralement opposé à A symétrique de H par rapport au milieu de $[BC]$

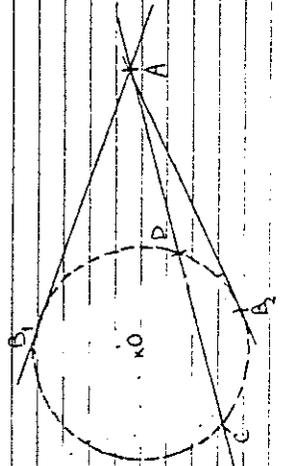
$(AO) \parallel (CC') \iff \exists$ des 4 points A, I, I', O alignés

(De plus o est la division (A, I, O, I') est harmonique)

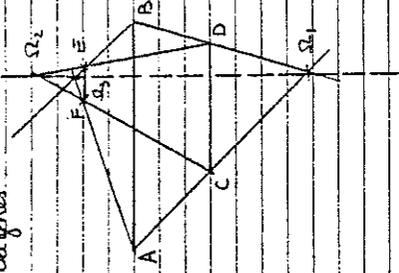


$AB_1 = AB_2$

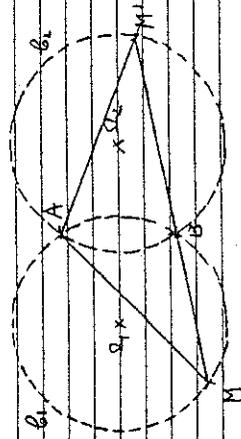
$AB_1^2 = \overline{AC} \cdot \overline{AD} = AC^2 = R^2$



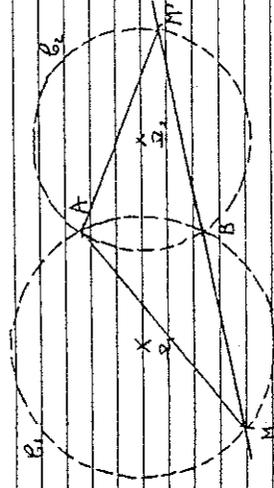
• Les centres de 3 homothéties d'axe l'une est $B_1 B_2$ produit des 2 autres sont alignés.



• Rotations Dans la rotation de centre A envoyant B_1 sur B_2 , M a comme image M' tel que M, O, H' alignés



• Similitudes



Dans la similitude de centre A envoyant B_1 sur B_2 , M a comme image M' tel que H, A, H' alignés

OUTILS (Plan)

	équidistance
OUTILS	alignement, concours
AFFINES	parallélisme, parallélogr.
et/ou	translations
VECTORIELS	homothéties (translations)
éventuel-	calcul vectoriel
lement	projections affines
utilisés	symétries affines
dans le plan	Thalès
euclidien	barycentres
	Céva-Ménélaüs (hors progr.)
	affinités
	transformations affines
	similitudes
OUTILS AFFINES	projections orthogonales
EUCLIDIENS	symétries orthogonales
et/ou	angles (Chasles), orthog.
VECTORIELS EU-	rotations
CLIDIENS	isométries
plan orienté	cocyclicité
ou non	produit vectoriel (orient.)
OUTILS	puissance d'un point / cercle
NUMERIQUES	mesures angles, trigo.
	calculs de distances, aires et volumes (additiv. ^k)
ANALYTIQUES	calculs dans repère affine (resp. orthon., orthon. direct)
ALGEBRIQUES	
	produit scalaire
	fonction de Leibnitz (scalaire)
	nombres complexes
RELATIONS	$\Sigma A = \pi$
METRIQUES	Pythagore
ELEMENTAIRES	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
des TRIANGLES	théorèmes de la médiane 1 et 2
	$a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C \quad R = abc/2S$
	$S = (bc \sin A)/2$
	$S = pr$
et QUADRILATERES	$\Sigma A = 2\pi$

Classification des problèmes de géométrie (extraite de la brochure du
Groupe de Recherche sur l'Enseignement de la Géométrie de l'IREM d'Aix-
Marseille Géométrie I , octobre 1983)

Les analyses de la géométrie conduisent à retenir les 7 classes de problèmes suivants :

- 1) Les problèmes d'incidence (alignement et concours, parallélisme, orthogonalité, cocyclicité),
- 2) les problèmes d'intersection et de contact,
- 3) Les problèmes de recherche de lieux géométriques,
- 4) Les problèmes de construction de configurations,
- 5) Les problèmes de détermination et d'études de transformations ou de classes de transformations vérifiant certaines conditions,
- 6) Les problèmes de recherche d'invariants associés à une configuration ou à une classe de configurations,
- 7) Les problèmes de recherche de configurations astreintes à satisfaire des conditions extrémales de mesure.

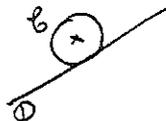
d'avoir des pistes sur les outils à faire fonctionner (par élimination autant que directement).

Par exemple, les outils du type "transformations" permettent d'introduire une dynamique dans les problèmes et sont souvent pertinents lorsqu'on adopte le point de vue "ensemble de points".

Viennent ensuite, pour chaque cas, l'importance de choisir le bon point de vue, puis en cas d'échec la nécessité de changer consciemment de stratégie, voire même de cadre.

Voici des exemples de "changement de point de vue" en géométrie.

* La figure suivante peut être interprétée comme une droite tangente à un cercle, un cercle tangent à une droite ou une droite et un cercle tangents ; ces trois descriptions ne sont pas équivalentes du point de vue des stratégies éventuelles qu'elles peuvent amorcer.



* Pour interpréter le fait que trois droites sont concourantes, on peut utiliser le fait qu'elles passent par un même point ou qu'il existe un point appartenant à chacune d'elle.



* Un point O est sur la médiatrice d'un segment $[AB]$ s'il vérifie $OA = OB$ mais aussi si la perpendiculaire menée par O à la droite (AB) passe par I le milieu de $[AB]$



2) Choix didactiques

Le principe sur lequel nous nous sommes fondées est d'enseigner d'abord un certain nombre des éléments ci-dessus (classification a

priori des problèmes, liste d'outils (le mot est utilisé), configurations de base élémentaires par exemple), avant même d'avoir fait résoudre des problèmes, puis de compléter ce qui manque au fur et à mesure du déroulement des activités ultérieures, y compris en faisant retrouver aux étudiants certaines choses (compléter les configurations de base usuelles ou les correspondances problème/outils adaptés par exemple).

Dans le même temps une grande partie du travail est consacrée à la recherche en petits groupes de problèmes dans lesquels il est nécessaire d'utiliser les méthodes indiquées au début. Pour cela nous donnons des problèmes sans indications intermédiaires, et susceptibles de nombreuses résolutions différentes, que nous faisons d'ailleurs souvent toutes corriger. La question clef que nous voulons que les étudiants se posent est "Qu'est-ce que nous avons à notre disposition pour ...". Les interventions de l'enseignant lorsqu'il circule dans les groupes portent à la fois sur les contenus et sur les méthodes.

Pour résumer ce que nous apportons sur le plan des méthodes aux élèves, disons que le fonctionnement attendu devant un problème est du genre suivant : type du problème, suggestions d'un ou plusieurs outils qui risquent d'être adaptés, essais avec prise en compte des changements de points de vue et changement d'outils s'il y a échec.

Par ailleurs, après les activités mobilisant les concepts géométriques visés comme outils, l'enseignant fait le bilan sur les différentes méthodes et les concepts géométriques en cause. D'autre part un certain nombre de séances correspondent à des cours classiques.

Il est très important de souligner que les élèves concernés ont une certaine connaissance préalable de la géométrie : le choix retenu repose

ainsi sur une hypothèse cognitive intermédiaire entre les hypothèses cognitives présentées plus haut ; et l'intervention sur les méthodes a lieu après des acquisitions conceptuelles relativement importantes, du simple fait que les élèves sont en terminale C(4).

Toutefois le même scénario d'enseignement a été mis en place pour des étudiants préparant le CAPES, sans les mêmes connaissances antérieures en géométrie (effets des réformes successives...) ; le fait qu'il ait pu fonctionner indique l'existence d'une certaine marge dans le choix du moment où introduire explicitement une méthode.

3) Evaluation

Aucune évaluation complète n'a encore été menée à son terme. Cependant un questionnaire de fin d'année a été proposé dans une classe de terminale où a eu lieu l'expérience, et, avec toute la prudence nécessaire, nous pouvons affirmer que les élèves ont apprécié ce type d'enseignement. Toutefois, il est difficile de démêler dans les réponses la part de l'enseignement des méthodes et celle du travail en petits groupes, très liées à notre avis, comme en témoignent les quelques réponses suivantes.

Une des questions posées était la suivante :

III Quelles sont les interventions du professeur ou les formes de travail qui vous ont le plus aidé ?

Sur les 31 élèves qui ont répondu, 26 estiment que les Travaux pratiques en petits groupes les ont particulièrement aidés, et 10 font explicitement référence aux méthodes dans ce qui les a le plus aidé.

Voici un extrait particulièrement significatif :

"-Interventions du professeur : lors des exercices en classe, l'apprentissage de la méthode, l'éclaircissement des idées, en mettant les élèves sur la voie, en suscitant la réflexion, en provoquant les bonnes remarques.

-Formes de travail : Travail en groupe en T.P., qui permet d'aborder diverses méthodes, de les comparer. Chacun corrige les erreurs de l'autre. Cela permet le rappel du cours. (L'application des théorèmes est à mon avis la meilleure façon de les retenir).

Les travaux à la maison permettent également d'approfondir ses propres méthodes personnelles".

Dans une autre question on demandait : y a-t-il des différences dans la façon dont vous abordez un problème de géométrie par rapport à la première ?

Sur les 31 réponses obtenues, 9 font état de différences liées positivement au fait que les élèves ont plus de méthodes à utiliser, 9 autres citent le fait qu'ils ont plus d'outils à leur disposition ou que leur recherche est plus systématique.

Voici une réponse caractéristique de cet état d'esprit :

"La différence majeure à côté de la première S est encore la méthode, avant on, je trouvais la solution ou ne la trouvais pas par chance et non par réflexion (une chance sur deux de ne pas trouver !). On peut donc aborder ces problèmes avec une plus grande confiance : on sait qu'il y a une solution et que l'on peut la trouver il suffit d'énumérer toutes les méthodes possibles et de prendre celle qui semble convenir le mieux. Et après avoir trouvé, on sait que cela ne suffit pas, qu'il faut

en général faire une "réciproque", c'est donc plus rigoureux comme raisonnement".

Enfin, sur l'intégralité des réponses aux deux questions ci-dessus, 22 élèves évoquent (au moins dans une des deux) l'efficacité pour eux des méthodes ou de la multiplicité des outils (ou des idées).

Signalons, comme élément possible d'appréciation que 29 élèves de cette classe sur 32 ont été reçus au baccalauréat (mais le pourcentage est depuis plusieurs années de cet ordre).

4) Obstacles

Il existe peut-être des obstacles liés aux représentations a priori des élèves : nous avons interrogé des élèves du second degré sur l'utilité d'enseigner des méthodes générales en mathématiques, dans le cadre d'une recherche sur les représentations. Les 333 réponses, nécessairement ambiguës vu la généralité de la question et le manque de références au terme "méthodes", ont tout de même témoigné de grandes différences dans les appréciations, allant jusqu'au refus de cette perspective, spécialement de la part de bons élèves. Ainsi la moitié des élèves de 3 classes de Première scientifique se déclarent non partisans d'un enseignement de méthodes.

Citons ces quelques réponses, qui peuvent laisser rêveur :

"non, cela rendrait plus facile mais aussi plus pauvre l'enseignement mathématique"

"non, puisque le problème serait déjà résolu - dans ce cas ce n'est plus un problème"

et ces autres :

"non, car il y a trop de cas particuliers (resp. d'exceptions) en mathématiques".

Il nous semble qu'il y a une idée implicite de dévalorisation d'une discipline dès lors qu'on la réduit à une application de méthodes. Il y a vraisemblablement une confusion sous-jacente entre méthodes et recettes (de type algorithmique, ne laissant pas d'initiative) et une méconnaissance, de caractère idéologique, de la réalité d'une pratique scientifique des mathématiques.

Cependant l'expérience des élèves de la Terminale C déjà citée semble indiquer que les représentations peuvent être modifiées.

Ainsi, dans cette classe de terminale C, où l'enseignement de méthodes a eu lieu depuis le début de l'année, le questionnaire posé au cours du premier trimestre, a indiqué que, sur 24 élèves, 13 sont partisans (éventuellement au conditionnel) d'un tel enseignement ; un pense que ce n'est possible qu'en algèbre, un autre qu'il faut trouver soi-même les méthodes à partir d'un certain moment, 4 sont franchement hostiles et 4 sceptiques. La comparaison aux autres classes scientifiques laisse penser que déjà l'influence des pratiques (et des représentations) de l'enseignant s'est fait sentir.

Les évolutions ultérieures de ces mêmes élèves sont encore plus frappantes. Ainsi 3 des élèves hostiles à tout enseignement de méthodes déclarent, après 6 mois de l'enseignement de géométrie décrit ci-dessus, en réponse à la question sur la différence entre géométrie en première et en terminale : * la différence est sur le plan des méthodes, la terminale nous donne des outils pour résoudre les exercices (pour lui il ne fallait pas enseigner de méthodes car cela devait rester personnel)

* il y a plus d'outils, il faut réfléchir préalablement pour employer le meilleur (pour lui, si on enseignait des méthodes, cela n'a plus d'intérêt, "on pourrait nous remplacer par des machines")

* il y a à faire un tri préliminaire des outils qui peuvent servir parce qu'il y en a plus qu'en première (pour lui, les méthodes n'existent pas).

Autrement dit, ces obstacles apparents ne résistent peut-être pas à un enseignement effectif...

Ces réponses sur les représentations amènent cependant de nouvelles questions, et en particulier celle de l'opérationnalité des méthodes en question. Il faut une "bonne" méthode, convenant à un champ très large et de problèmes et d'élèves. Mais il faut sans doute aussi travailler sur des problèmes assez ouverts, justifiant (et permettant tout à la fois d'acquérir) ces approches multiples et cela sous-tend une certaine conception de l'apprentissage. On retrouve ici l'importance des représentations de l'enseignant lui-même et du contrat didactique qui en résulte.

Enfin, nous n'avons pas assez d'éléments ici pour aborder le problème des diversités : peut-être certains élèves apprennent-ils les contenus et résolvent les problèmes sans les méthodes, voire sont gênés par une telle approche ?

III ENSEIGNEMENT D'UNE MÉTHODE DE RAISONNEMENT TACTIQUE (MRT)

1. La méthode de raisonnement tactique

Dans la mesure où une méthode est attachée à une classe de problèmes, nous allons tout d'abord indiquer quelle classe de situations la MRT est destinée à traiter. Nous en présenterons les caractéristiques communes. Nous décrirons comment la MRT organise la recherche de solution. Pour cela nous en expliciterons les fonctionnalités. Cette analyse des situations et des fonctionnalités de la MRT a été développée dans un travail commun avec des professionnels de haut niveau, experts de la MRT. Comme il s'agit d'un domaine peu habituel il est nécessaire de donner un certain nombre d'éléments, utiles par ailleurs pour analyser les transpositions possibles à d'autres domaines de formation professionnelle.

Les problèmes justiciables de la MRT sont d'ordre suivant: il s'agit de ramener une situation évolutive dans le temps et l'espace, qui risque de produire des dommages à des personnes et/ou des biens, dans un état stable acceptable (état-cible), en optimisant l'intervention (limitation des dégats, des coûts, des risques, etc).

Les situations traitées sont assez complexes pour que des procédures algorithmiques ne leur soient pas applicables. Elles dépendent de paramètres multiples quant à leur nature, leur gravité, leur position spatio-temporelle; leur évolution (sur chacune de ces trois dimensions) peut être calculable ou hypothétique. (5).

Dans le traitement de ces situations complexes la MRT se situe en aval de la prise d'informations et en amont de la décision et de l'exécution. Elle implique des conditions sur la prise d'information

et fournit une aide à la décision. On peut classer ses fonctionnalités sous quatre rubriques:

- organisation de l'information
- recherche systématique d'un champ de possibles
- optimisation des choix
- communication.

a) La MRT fournit un cadre pour une analyse précise des situations : détermination a priori des champs d'information à recueillir sur la zone d'intervention, l'événement à traiter, sur les moyens adaptés et la disponibilité des moyens correspondants existants. Elle propose une classification multidimensionnelle des situations, dans leur état initial et leur évolution. Elle oriente donc la recherche de renseignements et organise les informations recueillies en vue de leur traitement pour la prise de décision.

b) La recherche systématique d'un champ de possibles (pour les solutions) s'effectue en différenciant tout d'abord les finalités des actions à effectuer. L'objectif global (atteinte d'un état-cible à préciser) est analysé selon des ensembles de sous-buts possibles pour réaliser cet objectif, jusqu'au niveau où on peut associer à chaque sous-but "terminal" (ces sous-buts terminaux sont désignés dans la méthode par DTA, pour "différentes tâches à accomplir") un ou des moyens adaptés (possibles) pour sa réalisation. Les actions sont organisées en combinant un ensemble de DTA permettant d'atteindre l'objectif, dont on spécifie complètement le mode de réalisation.

c) L'optimisation du choix s'appuie sur la détermination préalable d'un champ des possibles assez large et sur la détermination d'un ensemble de critères pertinents pour l'événement considéré. Ces critères comprennent en particulier des notions de risque, de faisabilité, de coût économique; ils peuvent faire intervenir des éléments probabilistes ou statistiques sur certains paramètres de la situation. Les combinaisons possibles (Idées de Manoeuvres, IM) sont confrontées aux différentes situations envisageables selon les valeurs que prendraient les critères retenus plus haut. Le choix a lieu sur la base de cette confrontation.

Ces trois fonctionnalités de la MRT répondent aux critères d'une "bonne" prise de décision:

- soliciter un large champ de conduites alternatives
- vérifier que le champ complet des objectifs est satisfait et déterminer les valeurs impliquées par les choix
- estimer les conséquences positives et négatives de chaque choix

possible

- mettre à jour les informations pour les évaluations suivantes
- assimiler et prendre en compte toute nouvelle information
- réexaminer les conséquences de toutes les alternatives définies avant le choix

(à condition d'itérer la méthode jusqu'à atteinte de l'état-cible).

d) La quatrième fonctionnalité concerne la communication entre les différents intervenants: la MRT définit en effet une terminologie commune, à la fois précise et laconique. Le rôle ainsi attribué au langage relève de la communication opérative, c'est à dire d'une forme de communication orientée par un objet particulier sur lequel on opère : ici le traitement de la classe de situations précisée plus haut. Les formulations ont donc une importance fonctionnelle dans le traitement collectif des situations.

L'organisation logique de la MRT (annexe ..) peut être mise en relation avec une méthode d'analyse des tâches de contrôle de processus continus dans le domaine de la production. Par ailleurs les fonctionnalités sont valides pour d'autres classes de problèmes de décision. Les questions sur l'enseignement et l'acquisition de la MRT peuvent donc avoir un domaine de validité relativement large dans des formations professionnelles de haut niveau.

2. L'enseignement de la MRT: évolution des choix didactiques.

La MRT est un objet spécifique d'enseignement pour des officiers supérieurs sapeurs-pompiers en fin de formation ou en exercice. Elle a été mise en forme dans un document qui en présente les fonctions et les formulations associées, illustrées par des exemples représentatifs de la classe des situations concernées.

L'enseignement suit le schéma général: présentation orale des concepts et formulations (suivant le canevas du document qui servira ultérieurement aux stagiaires de base de travail), traitement de situations transposées de cas réels, exercice cadre de simulation.

Il suppose donc qu'on peut partir d'une description de niveau élevé de représentation des problèmes et de leur mode de solution. Il faut souligner qu'une telle présentation s'appuie ici sur des connaissances professionnelles préalables plus ou moins importantes selon l'expérience professionnelle des stagiaires, et sur des compétences de raisonnement et de formulation acquises antérieurement.

L'analyse d'une première version, où les enseignants

effectuaient pour l'essentiel le traitement des situations (4 cas traités, avec 4 heures par cas), a été conduite en mettant en relation trois éléments: a) l'analyse la MRT (en termes de fonctionnalités), b) la place accordée aux différentes fonctions dans l'enseignement (temps passé, degré d'explicitation, l'homogénéité des divers intervenants), c) les difficultés des stagiaires et leurs représentations sur la méthode (appréciées lors des observations de l'enseignement et au travers d'un questionnaire dont une partie était consacrée aux formulations).

Cette analyse a conduit dans un premier temps à modifier la méthode elle-même, pour qu'elle réponde de façon plus adéquate aux fonctionnalités voulues. En particulier la différenciation des finalités et des actions a été plus clairement mise en évidence, ainsi que la hiérarchie entre objectifs et sous-buts possibles. Les formulations retenues reflètent mieux ces fonctionnalités, sans interférer de manière négative avec des termes existant dans la langue courante ou dans d'autres domaines.

Le document de présentation a été modifié en conséquence, en y explicitant davantage la logique et la structuration de la méthode, l'expression des fonctions de ses différentes parties, leurs rapports mutuels, ainsi que les difficultés de la méthode.

D'autre part, alors que dans la première version de l'enseignement les situations proposées étaient essentiellement traitées par les enseignants, dans la seconde version le traitement est dévolu aux stagiaires, avec une activité organisée en petit groupes.

De plus, une attention particulière a été apportée à la conduite des séances pour que les différentes fonctionnalités de la MRT soient prises en compte de manière plus équilibrée au niveau du temps consacré et de façon plus homogène au niveau des différentes interventions enseignantes (4 groupes d'enseignants se partagent en effet présentation et traitement de situations).

3. Eléments d'évaluation

Les éléments suivant sont issus des observations des séances d'enseignement, de l'exercice de simulation et de l'analyse de questionnaires sur les représentations des stagiaires sur l'utilité des différents composants de la méthode, son domaine de validité, ainsi que des appréciations sur la précision des formulations.

Les comparaisons des réponses au questionnaire des stagiaires ayant respectivement suivi les deux versions successives de

l'enseignement mettent en évidence des invariants et des différences.

Les représentations sur l'utilité des différentes parties de la MRT sont globalement invariantes : les fonctions d'organisation des informations , la détermination des finalités et des actions sont considérées comme les plus utiles , de façon assez homogène. Les parties de la MRT qui correspondent à l'optimisation des choix sont considérées relativement les moins utiles.

L'appréciation du domaine de validité de la MRT est marquée par les variations entre groupes et entre versions de l'enseignement. Une plus grande familiarité avec la méthode semble mettre en avant le caractère opérationnel de la MRT par rapport à son rôle dans la prévision. Les stagiaires qui ont eux-mêmes mis en application la MRT (sur des cas guidés) se représentent davantage la méthode comme un outil de traitement de situations professionnelles que les stagiaires des premiers stages.

L'appréciation sur la clarté des termes employés reflète, nous semble-t-il, des éléments importants sur la fonction de communication opérative de la méthode. La modification de la présentation de la méthode, concernant les rapports entre finalités et actions, et la clarification des formulations associées, se traduit par une disparition quasi-complète des appréciations d'ambiguïté des termes utilisés dans les parties correspondantes. Toutefois dans la première implémentation de la seconde version de nombreux stagiaires ont trouvé ambigus les termes utilisés dans les parties correspondant à l'optimisation. Informés de ce point les enseignants ont explicité davantage la nature des critères de choix et leur rôle dans la confrontation des stratégies aux situations envisageables : il n'y a pratiquement plus de réponses d'ambiguïté sur ce point.

Les modifications de l'enseignement de la MRT se traduisent par ailleurs par une plus grande efficacité des stagiaires à définir le dispositif demandé lors de l'exercice de simulation, et à traiter les situations spécifiques proposées. Toutefois cela est davantage marqué au niveau du temps nécessaire à la mise en oeuvre de la méthode qu'à celui de la solution opérationnelle apportée au problème posé.

Par ailleurs la distribution du travail à l'intérieur des groupes semble être restée difficile. Nous avons peu d'éléments actuels pour apprécier les effets de l'activité en groupe, d'autant que les stagiaires n'y étaient pas préparés et que l'enseignement n'en a pas tenu explicitement compte dans la présentation même des

activités demandées.

Par ailleurs les situations traitées dans l'enseignement (par les enseignants dans la version 1 et par les stagiaires dans la version 2 ont essentiellement une évolution calculable (5), alors que l'exercice de simulation concerne une situation où il est nécessaire de raisonner sur des hypothèses (5). De plus le choix à faire dans la situation de simulation consiste à définir un dispositif et non à aboutir à des ordres d'actions à faire directement exécuter (ce qui est le cas dans les situations traitées dans l'enseignement).

Il y a ainsi un changement de niveau dans la nature même de la solution à apporter. Les difficultés observées de la part de certains groupes de travail à définir au bon niveau les solutions possibles nous semblent traduire une insuffisance actuelle de l'enseignement à assurer dans le temps d'un stage une représentativité suffisante des situations traitées.

Pour la mise en oeuvre de la MRT des "supports" ont été fournis aux stagiaires sous forme de tableaux où sont en correspondance les sous-buts terminaux (DTA) les moyens adaptés et les lignes spécifiant la réalisation des DTA. Ce mode de représentation des informations a été très largement utilisé par les stagiaires. A contrario, l'observation d'une séance où les enseignants n'avaient pas fourni ce moyen aux stagiaires a montré de plus grandes difficultés dans la coordination de traitement de ces différentes phases d'ouverture des possibles.

Par ailleurs l'observation du travail des groupes, et les commentaires des stagiaires au cours de l'enseignement, mettent en évidence le rôle des connaissances professionnelles et des paramètres déterminant les situations traitées.

4. Les obstacles

On observe également dans la mise en oeuvre de la MRT en cours d'acquisition des difficultés tenant à la nature et la complexité mêmes de la méthode. L'application de la méthode exige en effet un important changement de point de vue par rapport aux pratiques professionnelles "spontanées". Au lieu de définir une solution en fonction des moyens disponibles, et de l'affiner ensuite par rapport à un certain nombre de critères souvent implicites, il s'agit de déterminer a priori des stratégies possibles et de définir les moyens qui leur seraient adaptés. C'est sur cette base qu'est élaboré un éventail de solutions possibles.

Ce changement de point de vue est difficile (selon l'expression de certains stagiaires il s'agit pour eux de se remettre en cause). De plus les stagiaires n'en voient pas immédiatement la nécessité, ce d'autant que la mise en oeuvre de la méthode, quand on n'en a pas une familiarité suffisante, est un processus plus lent que le fonctionnement habituel dans des situations relativement familières.

L'existence même d'un important changement de point de vue apparaît plus ou moins clairement selon la place reconnue à la fonction d'optimisation lors de l'enseignement de la MRT. Si cette fonction y prend une place relativement limitée, la différence entre la méthode et les fonctionnements habituels apparaît porter essentiellement sur l'organisation des informations et sur la communication.

Lorsqu'il en est ainsi les stagiaires ne vont pas s'approprier une des fonctions originales de la MRT. De plus la représentation qu'ils se construisent alors tend à en réduire le domaine de validité aux situations dans lesquelles le travail essentiel est la gestion de nombreuses informations. La MRT n'apparaît alors pas utile pour des situations a priori plus familières ou plus fréquentes pour lesquelles pourtant l'application de la MRT permettrait une meilleure élaboration du choix.

Cet obstacle peut se trouver renforcé par un discours enseignant déclarant à propos de la MRT que "c'est ce qu'on fait déjà". L'objectif d'une telle déclaration est d'attester de l'utilisation des connaissances professionnelles et de s'appuyer sur ces connaissances pour les dépasser; toutefois certaines réactions de stagiaires indiquent que cela peut contribuer à créer une représentation négative de la MRT : elle apparaît comme un outil complexe et lourd sans grande nouveauté, représentation qui peut être un obstacle au désir de s'approprier la méthode.

Un autre type d'obstacle tient aux représentations sur ce qu'est une méthode: un certain nombre de stagiaires en attendent un fonctionnement "algorithmique", sinon des recettes sûres. Or, si la MRT dans certaines situations peut avoir cette nature, la fonction d'ouverture des possibles ne peut justement pas s'y réduire.

Enfin une difficulté d'appropriation de la méthode concerne le traitement de l'incertain, de l'approché, du possible. Très peu d'activités antérieures sont orientées vers une telle approche, et les enseignements scolaires, universitaires ou professionnels des stagiaires ne les y préparent en général guère. Les cas actuellement

traités dans l'enseignement sont essentiellement calculables : cela nous semble refléter à la fois une forme d'adaptation de l'enseignement à ces difficultés et des représentations inconscientes des enseignants quant à la gestion possible de l'incertain par une méthode de raisonnement.

CONCLUSION

Les deux expériences évoquées ci-dessus attestent qu'il est possible d'enseigner explicitement des méthodes : ce contrat peut être tenu aussi bien avec des élèves, sur un contenu de savoir mathématique, qu'avec des professionnels, sur leurs pratiques.

Dans l'un et l'autre domaines la méthode ne donne pas des techniques de solution : elle ne dit pas comment on va résoudre un problème donné, mais elle indique une liste de questions à se poser à propos de chaque classe de problèmes. Le déroulement des séances d'enseignement montre l'usage effectif de cet outil d'organisation du travail de résolution.

La mesure de l'efficacité d'un tel enseignement s'avère toutefois difficile pour plusieurs raisons. D'une part il est raisonnable d'attribuer à un tel enseignement des effets à long terme qui ne peuvent pas être évalués à l'issue de l'enseignement. D'autre part en cas d'évaluation positive il est difficile d'attribuer les effets observés à l'enseignement de la méthode plutôt qu'aux changements induits dans les représentations des élèves sur le savoir concerné ou sur des exigences nouvelles des professionnels par rapport aux solutions (la qualité de l'analyse des situations et celle de l'optimisation des choix par exemple).

Néanmoins dans leur ensemble les élèves comme les professionnels apprécient positivement un tel enseignement: c'est un indice qui va dans le sens de nos hypothèses.

Les situations d'enseignement correspondent dans les deux cas à l'hypothèse (développée dans la partie 1) selon laquelle une présentation explicite d'une méthode peut en permettre une certaine acquisition : il faut cependant souligner qu'il s'agit dans nos deux expériences de sujets ayant déjà des connaissances quant au contenu traité.

Les données recueillies confortent par ailleurs les deux hypothèses complémentaires sur les effets d'un enseignement selon ses conditions de déroulement (efficacité , après l'explicitation de la

méthode, du travail en groupes sur des problèmes ouverts ; dépendance selon les sujets et les contenus entre le moment de l'enseignement et les possibilités de réinvestissement). Ainsi l'enseignement explicite de la méthode en géométrie prend appui -et sens- sur des connaissances antérieures des élèves en géométrie; en revanche dans l'enseignement de la MRT les fonctionnements antérieurs peuvent faire obstacles aux acquisitions, mais l'enseignement serait impossible sans une certaine familiarité avec les situations envisagées.

Il est évident que des recherches complémentaires doivent être menées aussi bien sur ces domaines que dans d'autres permettant à la fois de confirmer l'efficacité en général de l'enseignement de méthodes et de préciser davantage les conditions de cette efficacité et d'affiner les hypothèses cognitives et didactiques initiales.

D'ores et déjà de nouvelles questions apparaissent.

Quel est le domaine de validité des hypothèses faites sur les modalités d'acquisition d'une part sur celles de productivité de l'enseignement d'autre part? En particulier, est-il possible d'enseigner des méthodes à des sujets plus jeunes? Il nous semble que cela dépend de l'ensemble des connaissances disponibles chez ces sujets, et de leur capacité à distinguer connaissances et savoir sur les connaissances. Ce dernier point nous semble être une condition nécessaire pour que les élèves donnent du sens à une présentation explicite des méthodes.

Quelles sont les modalités qui assurent un "bon" enseignement de méthodes? Nos expériences suggèrent qu'il est sans doute indispensable de proposer une classe de problèmes à résoudre qui contienne des problèmes assez complexes pour que des procédures "familières" n'assurent pas des solutions satisfaisantes pour les sujets, et que la mise en oeuvre de la méthode apparaisse utile voire nécessaire. Au-delà des hypothèses didactiques que nous avons faites, seul un développement de recherches expérimentales sur le terrain peut contribuer à identifier les conditions d'un enseignement approprié à l'objectif d'acquisition de méthodes.

Notes

(1) Ainsi une journée d'étude du laboratoire de psychologie du travail, organisée par R. Samurçay et P. Vermeresch, a été consacrée à la question des méthodes de résolution de problèmes dans la formation.

(2) Les méthodes de résolution concernent des situations -problèmes au sens suivant: situations pour lesquelles le sujet ne possède pas

de procédure toute faite (routine, automatisme) mais où il peut élaborer une représentation du but, ce qui est la condition pour que le problème ait une sens pour le sujet.

(3) La définition est de Clausewitz qui explique le "concept de méthode et de méthodisme" en précisant des différences entre *loi*, *principe*, *règle*, *règlements ou instructions*, et enfin *méthode*.

(4) On peut donner comme exemples l'utilisations des coordonnées cartésiennes, des transformations comme les translations, les rotations, les symétries, l'utilisation du produit scalaire, barycentres.

(5) L'expérience est menée depuis deux ans dans un lycée de la banlieue parisienne par Madame I. Tenaud.

(6) L'évolution d'une situation peut être calculable si les différents paramètres sont déterminés en fonction du temps (c'est le cas de l'évolution d'une pollution de surface si on connaît le débit de fuite); si plusieurs états futurs sont a priori possibles, sans qu'on puisse éventuellement en connaître même les probabilités, alors l'évolution de la situation est hypothétique.

(7) Ces formations sont organisées par l'Ecole Nationale Supérieure de Sapeurs-Pompiers, dépendant de la sécurité civile. Nous avons suivi deux stages d'officiers supérieurs en exercice, un stage d'officiers supérieurs en formation, et interrogé -par questionnaires- une centaine de stagiaires. Nous voudrions remercier responsables de l'enseignement et stagiaires de leur coopération.

BIBLIOGRAPHIE

CLAUSEWITZ C. (1984) De la guerre, Maspéro, Paris (Ed. originale 1832, 1834).

HADAMARD J. (1911) Leçons de géométrie élémentaire, T. I et II. Armand Colin, Paris.

HOC J.-M. (1978) Etude de la formation à une méthode de programmation informatique. Le travail humain 41,1,11-126.

POLYA G. (1962,1964) On understanding learning and teaching problem-solving, T I et II, Wiley and Sons, Inc., New-York (Ed. française: La découverte des mathématiques, une méthode générale Tomes 1 et 2, 1967, Dunod, Paris.

RASMUSSEN J. (1984) Strategies for state identification and diagnosis in supervisory control tasks and design of computer-based support systems. in Advances in man-machine systems research, vol 1, JAI Press, Inc., 139-193.

ROGALSKI J., SAMURCAY R., VERGNAUD G. (1986) Analyse des processus cognitifs dans la formation à une méthode de raisonnement tactique. Etudes des aides informatiques à la formation. Rapport intermédiaire PIRTTEM, CNRS.