i.r.e.m.
UNIVERSITE PARIS VII

CONNAISSANCE EN MATHEMATIQUES DES ETUDIANTS ISSUS DES BAC F

PAR H. AUTHIER

cahier de didactique des mathématiques
numéro 46
NOVEMBRE 1987

Introduction

Les differents essais de rénovation des Deug scientifiques ont, en plusieurs endroits, et en particulier à Reims où se situe la presente étude, permis une certaine augmentation des taux de reussite On peut penser que les enseignements dispenses et l'organisation de ces enseignements sont mieux adaptés à une plus grande partie des étudiants de Deug Cependant malgré ces résultats encourageants, tous les enseignements de Deug ont echoué sur un certain nombre d'ecueils.

L'un des plus importants est, semble-t-il, si l'on en croit les enseignants concernés (voir [10][11]) les échecs rencontrés dans tous les essais d'enseignements destinés aux étudiants ayant un bac de technicien (en particulier les bacs F pour les facultés de sciences).

Dans beaucoup d'endroits, pour essayer d'éviter l'échec massif de cette catégorie d'étudiants, des enseignements de mise à niveau (semestre ou annee 0) ont été mis en place. Seuls les bacheliers D faibles semblent profiter du moins à court terme, de ces enseignements qui se sont révélés des échecs pour les bacheliers F (surtout F1, F2, F3, F4). On peut noter qu'il n'y a pas, du moins à ma connaissance, d'évaluation à long terme.

On peut penser que l'étiquette "mauvais étudiant" liée à l'orientation vers ces filières permet la fabrication effective de "mauvais étudiants". Pour éviter l'aspect négatif de la mise à niveau, le choix s'est porté, en un certain nombre d'endroits, sur des enseignements de soutien paralleles au cursus normal et ouverts à tous, et/ou, par le biais d'enseignements modulaires semestriels, à des Deug en 3 ans sans redoublement. Là encore ce système semble profiter essentiellement aux bacheliers D

On peut donc penser que cet enseignement est, en fait, inadapté à certains étudiants, en particulier à ceux qui ont un bac de technicien F.

Nous nous proposons, ici, d'étudier de plus près les caractéristiques, du moins en ce qui concerne leurs connaissances en maths, des bacheliers F en les comparant à celles des populations de référence des bacheliers C et D (déjà étudiées dans [2],[3],[8]...). Nous essaierons, en particulier, de mettre en évidence les points d'appui ou au contraire les points faibles que pourrait prendre en compte un enseignement plus adapté à ces étudiants On peut noter que dans les études précédentes, les populations étudiées étaient inscrites en Deug SSM, alors qu'ici il s'agit d'une population inscrite en Deug sciences (Deug A et B confondus)

De même, on étudiera les caractéristiques des bacheliers E, qui malgré des horaires et des programmes analogues à ceux des bacheliers C durant leurs études secondaires, semblent moins bien préparés à l'enseignement des maths en Deug (voir par exemple [1]).

Pour conduire cette étude, nous prenons en compte certains renseignements donnés par les reflexions sur l'acquisition des connaissances. En particulier, nous partons du principe que des hypothèses relatives à l'acquisition des connaissances dans l'enseignement obligatoire restent valables dans l'enseignement post bac. Ainsi nous pensons que les problèmes où un même concept intervient dans deux cadres différents au moins, (numérique, graphique...) les connaissances mises en jeu étant moins

importantes dans un cadre que dans l'autre, sont de bonnes occasions de construction de nouvelles connaissances (voir [4]) D'autre part, certains étudiants peuvent avoir des cadres préférentiels de fonctionnement. Ainsi un enseignement où les jeux de cadres seraient favorisés, pourrait permettre à chacun de travailler dans son cadre préférentiel éventuel.
Enfin, l'enclenchement des jeux de cadres serait facilité par l'existence de connaissances effectives dans de nombreux cadres.

Par ailleurs, des études antérieures (voir [2],[8]) ont permis d'établir que des étudiants équivalents (par exemple, ayant des notes équivalentes à un même prétest) apprennent mieux (ou réussissent mieux) si leurs connaissances (dans ce cas en analyse) sont reparties dans différents cadres plutôt qui si elles sont concentrées dans un nombre plus restreint. D'autre part, des connaissances minimales dans un nombre minimum de cadres semblent nécessaires pour permettre une prévision positive d'apprentissage. Ainsi des connaissances effectives dans les différents cadres d'intervention de l'analyse sur $\mathbb{R}$ auraient plus de chances de permettre un apprentissage ultérieur "réussi".

Pour décrire les connaissances intervenant dans les différents cadres de l'analyse, nous avons, par suite, déterminé un certain nombre de blocs de connaissances caractérisant chacun un aspect de mise en fonctionnement d'une notion, dans un cadre d'intervention fixe.
Chaque étudiant obtient un score à chacun des blocs, qui tient compte du degré de mise en fonctionnement des notions correspondantes. Les scores sont établis suivant les réponses à des exercices dont nous pensons qu'ils caractérisent bien les mises en fonctionnement des notions correspondantes dans les cadres choisis. La répartition des scores aux différents blocs détermine un profil de l'étudiant et l'on a déjà remarqué l'existence de profils types, pour chaque série de bac, dans des études antérieures.

Ainsi dans [2] il est apparu, et il s'agit également de confirmer ces résultats que si les titulaires d'un bac F (F2, F3) semblent avoir plus souvent que les titulaires d'un bac D, des connaissances insuffisantes dans le cadre numérique ; ils auraient, par contre, plus souvent que ces derniers, des connaissances dans le cadre graphique.
Par ailleurs, les titulaires d'un bac F, et dans une certaine mesure, d'un bac D semblent démunis pour mettre en oeuvre, dans le cadre numérique, des procédures plus complexes, non algorithmisables a priori, en particulier de minoration ou majoration d'ensembles de nombres réels On peut noter que, dans la mesure où la question testant ces connaissances comportait peut-être un biais ou une ambiguïté, elle a été modifiée afin de voir si les activités de majoration et de minoration posent effectivement un problème (de compréhension éventuellement).

A la suite de l'étude des procédures, et en particulier de procédures erronées, rencontrées dans des copies de bacheliers F, (lors d'interrogations en cours d'apprentissage) il a paru nécessaire d'étudier la répartition des connaissances dans le cadre symbolique et les connaissances relatives à la constitution de l'ensemble des nombres réels . Nous avons, en particulier, repéré des difficultés dans la manipulation d'écritures indicielles ainsi que des erreurs dues, peut être, à une confusion entre décimal et écriture décimale.
La répartition des connaissances dans le cadre symbolique a, d'autre part, été étudiée de façon à mesurer la distance entre certaines pratiques d'enseignants et les connaissances effectives des étudiants.

Nous avons appliqué la methode précédemment exposée, à une épreuve passée en début d'année (prétest). Nous avons également analysé quantitativement et/ou qualitativement les réponses à certaines questions de l'épreuve. Le texte du prétest se trouve en page 6.
Les étudiants ont passé ce test à la fin de la première semaine d'enseignement. L'épreuve a duré 2 heures.
Certains étudiants ont passé une epreuve du même type avant tout enseignement (voir annexe 6, texte du prétest). Pour ces étudiants, sauf si les notions correspondantes avaient été abordées en travaux dirigés pendant la première semaine d'enseignement, ce sont les reponses à ce pretest qui sont prises en compte. On regardera aussi, sur certains points, l'évolution des réponses de l'un à l'autre de ces questionnaires (en particulier pour les bacheliers F).

A chaque copie est attribué un certain nombre de scores aux différents blocs de connaissances retenus.

On a ainsi envisagé deux aspects des connaissances intervenant dans le cadre algébrique. Le premier est caractérisé par le bloc "calcul", il s'agit dans ce cas d'effectuer des calculs algébriques simples, le second par le bloc "inégalité" et il s'agit alors de savoir manipuler des inegalites, en particulier de maitriser leur traitement additif ou multiplicatif.

Pour décrire d'autres connaissances intervenant dans le cadre numérique, un bloc "ordre" caractérisera la mise en oeuvre de procédures plus complexes, a priori moins facilement algorithmisables que les précédentes : en l'occurrence la majoration ou la minoration d'ensembles de nombres réels. D'autre part un bloc "constitution des réels", directement associé à la structure de $\mathbb{R}$, veut caractériser la connaissance des nombres rationnels, irrationnels et de leurs densités respectives.

On étudiera aussi deux aspects des notions intervenant dans le cadre graphique. Ainsi le bloc "production de graphes" caractérisera la possibilité d'exécuter, dans le plan, des représentations graphiques d'ensembles ou de fonctions, les données étant soit numériques, soit graphiques. Le bloc "interprétation de graphes", lui, caractérisera la faculté de lire et d'interpréter des données graphiques, le résultat étant donné soit numériquement, soit graphiquement.

Enfin les notions testées intervenant dans le cadre symbolique sont également de deux types.
Le premier aspect est caractérisé par le bloc "formel". Il s'agit en fait, de connaissances élémentaires dans le cadre symbolique, à savoir la compréhension et la manipulation d'écritures indicielles incomplètes et d'implications simples.
Par ailleurs, le bloc "quantification" caractérise la compréhension de quantifications, implicites ou non, dans des propositions et l'établissement d'implications éventuelles entre ces dernières.

L'étude a porte sur 358 étudiants inscrits en Deug Sciences à l'Université de Reims (toutes filières confondues). Nous les avons classés selon leur série de bac d'origine : 90 ont un bac C, 175 un bac D, 31 un bac F ou un brevet de technicien, 19 un bac E, 25 un bac étranger (à noter 2 ont la double mention C-D, 1 la double mention C-E).

Certains (un bachelier C, 3 bacheliers F) n'ont passé que la première épreuve ce qui explique des differences de totaux suivant l'épreuve prise en compte
Par ailleurs, 21 étudiants ont passé les deux épreuves (5 bacheliers D, 1 bachelier E, 2 ayant un brevet de technicien, 13 un bac F).
Les titulaires d'un bac F ont été classés en considérant le type de filière suivi car la demande et les exigences en maths ne sont pas les mêmes quand on suit un Deug type A ou un Deug type B, et, en partie, suivant les programmes de maths de l'enseignement secondaire
C'est ainsi que nous avons regardé d'une part les bacheliers F1, F2, F3, F4 et d'autre part ceux qui ont un bac F6, F7, F7', F8, un brevet de technicien (remarque : les titulaires d'un bac F6 ont subit un programme de type de ceux qui ont un bac F1, F2, F3, F4 mais leurs filieres se rapprochent plutôt des autres et leur profil également) On trouvera en annexe les intitulés explicites des différents bac de technicien.

Plan

. Répartition des connaissances dans chacun des différents cadres testés selon les séries de bac (p 6 à 22)

p 7 à 10 : I cadre algébrique : bloc "calcul" et bloc "inégalités"
p 10 à 15 : II cadre graphique : bloc "production de graphes" et bloc "interprétation de graphes"
p 15 à 18 : III cadre symbolique : bloc "formel" et bloc "quantification"
p 18 à 22 : IV cadre numérique réel : bloc "ordre" et bloc "constitution des réels".

. Répartition des connaissances dans les différents cadres selon les séries de bac(p 23 à 29)

. Conclusion, quelques perspectives et propositions (p30 à 35)

. Bibliographie - annexes.

I – Représenter dans le plan l'ensemble $A = \{(x,y) ;\ x \in \mathbb{Z},\ y \in \mathbb{R},\ |x-2| \leq 1\}$.

II – Soient deux réels a et b vérifiant $-1 \leq a \leq 4$, $-1 \leq b \leq 3$: Donner un encadrement de a–b.

III – a) On considère l'ensemble des nombres de la forme $\frac{x}{1+x^2}$ où x est un réel.
Cet ensemble est-il minoré ? majoré ? borné ? Justifier votre réponse.

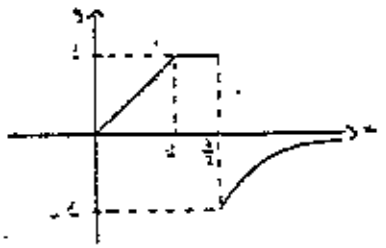
b) On considère l'ensemble des nombres de la forme $\frac{(-1)^n}{n}$ où n est un entier strictement positif.
Cet ensemble est-il minoré ? , majoré ?, borné?. Justifier votre réponse.

IV – Résoudre graphiquement $x^2+2x+1>0$.

V – On considère l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = 0$ sur $]-\infty,0]$, $f(x) = \sqrt{2}\,|x|$ sur $]0,+\infty[$, $f(x) = \sqrt{x^2-1}$ sur $]-\infty,-1[$.
Résoudre $f(x) = \frac{4}{3}$

VI – On se donne $u_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \ldots + \frac{1}{2n}$ pour n entier strictement positif.
Ecrire sous forme d'une fraction $u_5 - u_3$ puis $u_{n+1} - u_n$

VII – Soit f une fonction de $\mathbb{R}^*$ dans $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique est la suivante :



en quels points f est-elle continue ?
En quels points f est-elle dérivable ?
Quelle est l'allure de la représentation graphique de la dérivée de f ?

VIII – Résoudre dans $\mathbb{R}$.
$\frac{x-2}{x-3} \geq \frac{x+1}{x-1}$, puis $x + \sqrt{x^2-1} > 1$.

IX – a) Résoudre $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) Résoudre $\sin x \geq \frac{2}{\pi}\ x$

Détailler vos réponses. Toutes les méthodes de résolution numérique, graphique... sont acceptées.

X – Soit a un nombre réel, les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

$a^2 + 9 = 6a + 1$
$a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$
$a \neq 3 \Rightarrow a^2 \neq 9$

XI – On considère un rectangle ABCD.

a) On suppose le périmètre du rectangle constant égal à 10 cm. Représenter graphiquement l'aire du rectangle en fonction de la longueur de AB

b) On suppose l'aire du rectangle constante égale à 3 cm^2. Représenter graphiquement le périmètre du rectangle en fonction de la longueur de AB.

XII – a) Peut-on trouver un nombre rationnel entre $\frac{7}{19}$ et $\frac{8}{19}$, entre π et $\frac{22}{7}$, entre e et 2,718 ? Si oui, donner des exemples

b) Peut-on trouver un nombre irrationnel entre les nombres précédents ? Si oui, donner des exemples.

XIII – On considère la représentation graphique de trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$: f_1, f_2, f_3.

Parmi les propriétés suivantes certaines sont-elles identiques ? si oui lesquelles ? certaines en impliquent-t-elles d'autres ? si oui, lesquelles ?
a) les représentations graphiques de f_1, f_2, f_3 passent par un même point d'ordonnée 1.
b) Une, au moins, des fonctions f_1, f_2, f_3 est constante égale à 1.
c) la représentation graphique de chacune des fonctions passe par un point, au moins, d'ordonnée 1.
d) Il existe j dans $\{1,2,3\}$ tel que pour tout x réel, $f_j(x) = 1$.
e) Il existe x réel, tel que pour tout j de $\{1,2,3\}$, $f_j(x) = 1$.
f) pour tout j de $\{1,2,3\}$ il existe x tel que $f_j(x) = 1$

Texte du quiétest-

Répartition des connaissances dans chacun des différents cadres, selon les séries de bac

Comme il a été annoncé dans l'introduction, nous examinerons la répartition des connaissances dans quatre cadres successifs : le cadre algébrique, le cadre graphique, le cadre symbolique et le cadre numérique réel. Les connaissances intervenant dans ces différents cadres, seront, dans chaque cas, caractérisées à l'aide de deux blocs de connaissances, qui seront, alors reprecisés.

I - Cadre algébrique :

I .1 bloc "calcul"

Ce bloc est destiné à caractériser la maitrise de calculs algébriques simples.

Pour établir les scores à ce bloc, il est tenu compte des réponses aux questions 1) (traitement de la valeur absolue) (1 point), 5) (traitement de la valeur absolue, du radical et des contraintes imposées à f) (3 points), 8) (traitement du radical, respect des contraintes apparaissant, par exemple, dans le traitement multiplicatif, étude correcte du signe de la fraction obtenue par traitement additif de l'inéquation)(3 points), 9a) (réponse numérique correcte) (1 point).

Les courbes de dispersion des totaux selon les séries de bac, nettement différenciées, permettent d'envisager trois types de scores (voir annexe 1. 1).
On constate qu'il y a en premier lieu les scores inférieurs ou égaux à 2 points. Ce type de scores est caractéristique des étudiants ayant un bac F6, F7, F7', F8 ou Bf. Dans ce cas on dira que le bloc "calcul" est vide.
Le deuxième type de scores est caractéristique des étudiants ayant un bac D ou étranger, il s'agit de totaux compris entre 3 et 5. Dans ce cas, on dira que le bloc "calcul" est à moitié plein.
Enfin les scores au moins égaux à 6, obtenus essentiellement par une partie des titulaires d'un bac C ou E, correspondent à un bloc "calcul" plein.

Les titulaires d'un bac C, D, E semblent avoir, en général, une bonne maitrise des calculs algébriques simples (voir annexe 1.1/). Ce résultat confirme de précédentes études (voir [2] , [8]) relatives aux étudiants bacheliers C ou D. Les performances des titulaires d'un bac E, population propre à cette étude, s'intercalent entre celles des bacheliers C (les meilleures) et celles des bacheliers D.
Par contre, les étudiants ayant un bac F paraissent moins bien maitriser ce genre de calculs. Les titulaires d'un bac F6, F7, F7', F8, et une partie (la moitié environ) de ceux qui ont un bac F1, F2, F3 ou F4 en particulier, semblent, avoir des connaissances très faibles dans ce domaine. Les autres étudiants titulaires d'un bac F1, F2, F3, F4 ont des

performances comparables à celles des bacheliers D

Un examen comparatif des réponses des mêmes étudiants à la première épreuve et à la deuxième épreuve met en évidence une particularité des étudiants titulaires d'un bac F1, F2, F3, F4 (voir annexe 6) Ainsi le total maximum possible est de 10 points pour la 1ère épreuve En effet, les questions prises en compte sont 1), 5), 11 a), 10) (respect des contraintes en cas de traitement additif) (2 points), 6) (resolution de l'équation) (1 point), 7) (calcul de la dérivée) (1 point), 16) (équation de la droite) (1 point) Ce total est de 5 points pour la 2e épreuve Pourtant le total des points de ceux qui n'ont pas un bac F1, F2, F3, F4 progresse (6 sur 10) ou reste stable (4 sur 10), alors que, au contraire, celui des titulaires d'un bac F1, F2, F3, F4 baisse (6 sur 12), reste stable (4 sur 12) ou augmente (2 sur 12) Ils ont d'ailleurs presque tous un total d'au moins 3 à la première épreuve (11 sur 12)

On peut donc penser que les étudiants ayant un bac F1, F2 , F3, F4 et un bloc "calcul" vide ont néanmoins des connaissances relativement fiables dans l'exécution de calculs, de type algorithmique, simples. Ceci confirme d'ailleurs une précédente étude (voir [2]). Par contre, ils auraient des connaissances nettement plus fragiles quand il s'agit de calculs plus délicats, moins facilement algorithmisables, par exemple dans le contrôle des contraintes dues au traitement d'inéquations.

Par ailleurs, l'étude des réponses par question indique qu'ils ont des performances au moins analogues a celles des titulaires d'un bac D dans les questions spécifiques de la première épreuve . En effet la moitié environ répond correctement à chacune d'entre elles. De même la question de trigonométrie est réussie par le tiers environ des bacheliers D ou F1, F2, F3, F4. On peut noter que cette question, mieux réussie par les bacheliers F lors de la première épreuve (10 réponses correctes sur 15), laisse apparaître des problèmes de repérage sur le cercle trigonométrique et de calcul modulo 2π lors de la 2e epreuve. Enfin la question 5)est peu réussie, le tiers des bacheliers D ou F ne tient pas compte des contraintes dans ce cas. On peut noter d'ailleurs que les titulaires d'un bac E semblent mieux prendre en compte, dans cette question, les contraintes que les titulaires d'un bac C . Ces derniers semblent se contenter plus facilement du simple deroulement de l'algorithme. Par contre, contrairement aux bacheliers D, les bacheliers F1, F2, F3, F4 , ou du moins la moitié d'entre eux, semblent éprouver des difficultés dans le traitement de la valeur absolue dans la question 1. On peut noter que tous les étudiants titulaires d'un bac F sont dans ce cas (voir annexe 1-3) .

Les étudiants titulaires d'un bac F6, F7, F7', F8 paraissent rencontrer des difficultés importantes dans de nombreuses questions. Ainsi il y a 6% seulement des réponses correctes à la question 5) qui est peu abordée d'ailleurs et aucune réponse correcte à la question de trigonométrie. Il semble que ces etudiants aient des connaissances faibles même dans l'exécution de certains calculs de type algorithmique, simples.

I 2 Bloc "inégalité"

Ce bloc de connaissances est introduit pour caractériser la manipulation d'inégalités, en particulier leur traitement additif ou multiplicatif.

Pour déterminer les scores à ce bloc, on prend en compte, les réponses aux questions 1) (traitement additif des inégalités et traitement de 2 inéquations simultanées) (2 points), 2 (encadrement) (1 point), 8) (traitement additif ou multiplicatif de chacune des

inéquations) (2 points).

Contrairement à ce qui apparaissait dans le cas du bloc précédent, les courbes de dispersion des totaux selon les séries de bac, sont relativement peu individualisées. Le total 3 est, dans tous les cas, le plus fréquent (voir annexe I-2).
Il apparait, neanmoins, trois types de scores. Il y a, d'une part, les scores inférieurs à 2 pour lesquels le bloc "inégalité" est dit vide, ensuite les scores supérieurs à 4 pour lesquels le bloc "inegalité" est dit plein, et enfin le total 3 pour lequel le bloc "inégalité" est dit à moitié plein.

Il faut rappeler, avant d'aller plus loin, que ce questionnaire a été posé à la fin de la premiere semaine d'enseignement dont les travaux dirigés sont, traditionnellement, consacrés d'une part à la manipulation des calculatrices et l'incidence des approximations dans les calculs itérés, d'autre part aux encadrements, manipulation d'inégalités, résolutions d'inéquations (y compris graphiques).

Après, donc, une légère réactivation des connaissances, (et même peu de temps après), les étudiants ayant un bac C, D ou E semblent, en général, maitriser le traitement tant additif que multiplicatif des inégalités (voir annexe I-2) - tableau). On peut noter que les performances des titulaires d'un bac E semblent meilleures que celles des etudiants ayant un bac C ou D, qui, elles, sont conformes aux résultats des études antérieures (voir [2]).

Par contre les étudiants titulaires d'un bac F semblent avoir des connaissances moins solides. En particulier plus du quart d'entre eux (contre 15% des titulaires de bac C,D ou E) paraissent rencontrer des difficultés importantes. Plus du tiers des étudiants étrangers ont un bloc vide et donc semblent mal maitriser le traitement des inégalités. Ce fait a déjà été signalé sans que soit retenue une explication. Il se peut que le sens de l'écriture chez les étudiants de langue arabe, nombreux parmi les étudiants étrangers, y ait un rôle à jouer.

Les étudiants titulaires d'un bac D progressent plus que ceux qui ont un bac F1, F2, F3 ou F4 d'un questionnaire à l'autre . En particulier tous les étudiants titulaires d'un bac D ont un bloc plein au 2e questionnaire alors que seuls 4 sur 12 des étudiants ayant un bac F1, F2, F3, F4 sont dans ce cas. On peut penser que les difficultés de ces derniers résistent plus à une simple réactivation des connaissances.

L'examen des réponses par question complète cette appréciation (voir annexe 1 - 3).
On peut voir qu'après une légère réactivation des connaissances, aussi bien le traitement additif de la question 1), que le traitement multiplicatif de la question 2) sont correctement exécutés par l'ensemble des étudiants à l'exclusion de la moitié des étudiants titulaires d'un bac F6, F7, F7', F8 ou étrangers .
On peut noter, cependant, que 20% des titulaires d'un bac F1, F2, F3, F4, seulement, exécuteraient correctement le traitement multiplicatif de la question 2) avant réactivation (contre 94% après).
Par contre, cette réactivation ne semble pas suffire dans le cas de la procédure plus complexe de la question 8. En effet, dans ce cas, le traitement multiplicatif n'est réussi que par moins de la moitié des étudiants ayant un par D, C ou E abordant la 2e partie de la question 8 et par presque aucun bachelier F . Le traitement multiplicatif n'est choisi dans la premiere partie de cette question que par des étudiants titulaires d'un bac C, D ou E (57%, 23% ou 31% des copies respectivement). Leurs réussites respectives sont de 43% pour les bacheliers C et 33% pour les bacheliers D ou E.

Le traitement multiplicatif des inégalités reste donc, dans certains cas, un probleme pour de nombreux etudiants. Les bacheliers F semblent alors particulièrement demunis.

I.3 repartition et nature des connaissances dans l'ensemble du cadre algebrique :

Nous examinons, ici, l'existence, simultanée ou non, de connaissances caractérisées par chacun des deux blocs précédents. Pour rendre compte de la simultanéité éventuelle de ces connaissances on additionne les scores aux blocs "calcul" et "inégalité" obtenus par chacun, un bloc vide ayant le score 0, un bloc à moitié plein le score 1 et un bloc plein le score 2.
Comme l'étude précédente des blocs "calcul" et "inégalités" pouvait le laisser prévoir les resultats de la population des étudiants titulaires d'un bac E s'intercalent entre ceux des étudiants ayant un bac C et ceux des étudiants ayant un bac D (voir annexe 1-5). De plus, dans la mesure où seulement 6 bacheliers D, 1 bachelier E et 4 bacheliers C ont un total 2 avec un des deux blocs vides, les 3/4 d'entre eux environ ont des connaissances raisonnables, simultanément dans les deux domaines testés.

Par contre 35% des étudiants ayant un bac F1,F2, F3, F4 et 58% des étudiants titulaires d'un bac F6, F7, F7', F8 ont des lacunes dans un des deux domaines considérés et des connaissances seulement moyennes dans l'autre. En fait dans la mesure où 2 titulaires d'un bac F1, F2, F3, F4 et 6 titulaires d'un bac F6, F7, F7', F8 ont un total 2 avec un des deux blocs vides, on peut dire que 47% des premiers et 77% des seconds ont des lacunes dans un des deux domaines.

On a vu, par ailleurs, que les étudiants ayant un bac F1, F2, F3, F4 semblent avoir souvent des connaissances leur permettant d'exécuter certains calculs algorithmiques simples. Mais ces connaissances sont fragiles, voire insuffisantes lorsqu'ils sont confrontés à des calculs plus délicats, moins facilement algorithmisables, ou au traitement multiplicatif d'inégalités.

Pour terminer ce paragraphe on peut noter que les bacheliers C, D, F6, F7, F7', F8 semblent préférer les procédures numériques (voir annexe 1 - 4). En effet ce type de procédure est majoritairement choisi lorsque le choix est laissé (question 9) et même, pour les bacheliers F, quand l'énoncé demande une procedure graphique (question 4). Par contre les bacheliers E, F1, F2, F3, F4 paraissent opter plutôt pour les procédures graphiques lorsque le choix leur est laissé.

II - Cadre graphique

II - 1 bloc "Production de graphes".

On cherche à caractériser, par ce bloc, la capacité à représenter graphiquement, dans le plan, une fonction ou un ensemble déterminé explicitement (mais pas nécessairement numeriquement).

Deux types de questions testent ces connaissances.
- Dans les questions 1), 4), 11) les données sont numériques (subordonnées dans la question 11) à une interprétation préalable de formules) (4 points).
- Dans la question 7) les données sont graphiques et la représentation graphique est liée à une interpretation préalable, soit du graphe d'une fonction en termes numériques, soit de la dérivée d'une fonction en termes graphiques (1 point).

On peut voir trois types de courbes de dispersion des totaux (voir annexe 2 - 1). En fait, elles se ressemblent toutes mais avec un certain décalage.

Il y a d'une part les courbes relatives aux bac D, F6, F7, F7', F8, pour lesquels le score le plus fréquent est 1, ensuite celle des bacs C ou E avec le score 2 ou 3, enfin celle des bacs F1, F2, F3, F4 intermédiaire, pour lesquels le score le plus fréquent est 2.

Cela conduit à considérer trois types de scores En premier lieu, le score 0 ou 1, correspond à un bloc "production de graphes" vide. Le score 2 correspond à un bloc a moitié plein Enfin pour un score 3 ou 4, on dit que le bloc "production de graphes" est plein

Les bacheliers D, F6, F7, F7', F8 semblent avoir souvent des connaissances faibles dans le domaine testé (voir annexe 2 - 1). En effet 57% des premiers, 74% des seconds ont un bloc vide. Par contre les titulaires d'un bac C, E ou F1, F2, F3, F4 paraissent avoir des connaissances plus importantes. On peut noter que ce sont les bacheliers E qui ont les meilleurs résultats, les bacheliers F1, F2, F3,F4 réussissent un peu moins souvent que les bacheliers C, mais le quart d'entre eux seulement a le bloc "production de graphes" vide. On remarque que les résultats des titulaires d'un bac D ou C sont moins bons que lors d'études antérieures, il faut sans doute évoquer le fait que la population globale est ici différente, car dans [2], il s'agit uniquement d'étudiants désirant faire un Deug "type A".

On assiste, en comparant les réponses aux deux épreuves, à un phénomène identique à celui constaté lors de l'étude de la répartition des connaissances dans le cadre algébrique. Mais dans le cas présent ce sont les titulaires d'un bac E, F1, F2, F3, F4 qui progressent le plus et auraient un bloc plein au vu des réponses au 2ème questionnaire. Ici, donc, la réactivation des connaissances liée à deux semaines d'enseignement où les passages du cadre numérique au cadre graphique (et inversement) ont été favorisés, semble profiter plus (au moins à court terme) aux étudiants ayant un bac E, F1, F2, F3, F4 qu'à ceux qui ont un bac D, F6, F7, F7', F8. Les difficultés rencontrées par ces derniers seraient plus résistantes.

II, 2 bloc "interprétation de graphes".

On cherche à caractériser, par ce bloc, la capacité à lire des informations sur une représentation graphique.

. Dans la question 4) il s'agit, à partir d'une représentation graphique de déterminer les solutions de $x^3 + 2x + 1 > 0$, l'écriture de la réponse pouvant être numérique ou graphique (1 point)

. Dans la question 7) il s'agit, à partir d'une représentation graphique, d'étudier la régularité (continuité, dérivabilité) de la fonction correspondante (2 points), puis, soit d'interpréter la fonction en termes numériques (écriture numérique explicite de la fonction) soit d'interpréter sa dérivée en termes graphiques (pente de la tangente) (1 point).

Dans ce cas les courbes de dispersion des totaux ont des allures assez différentes (voir annexe 2. 2)). Elles conduisent à envisager trois types de scores. D'abord il y a les scores 0 ou 1, caractéristiques des bacs F6, F7, F7', F8 et dans une certaine mesure D ou F1, F2, F3, F4. Dans ce cas on dira que le bloc "interpretation de graphes" est vide. Ensuite il y a les

scores 3 ou 4 caractéristiques des bacs E et d'une partie des bacs F1, F2, F3, F4, dans ce cas on dira que le bloc "interprétation de graphes" est plein. Enfin le score 2 est associé à un bloc à moitié plein.

Trois types de population apparaissent (voir annexe 2.2) Les titulaires d'un bac C ou E semblent les mieux armés pour lire des informations sur un dessin. En effet, les deux-tiers d'entre eux ont un bloc au moins à moitié plein. On peut noter, comme dans le cas du bloc précédent, que les performances des titulaires d'un bac E sont meilleures que celle des titulaires d'un bac C . En particulier 47% des bacheliers E contre 33% des bacheliers C ont un bloc plein
Les étudiants qui ont un bac F6, F7, F7', F8 ont presque tous des connaissances très faibles dans ce domaine.
Enfin une catégorie intermédiaire est formée de ceux qui ont un bac D ou F1, F2, F3, F4. Cependant ces derniers ont, plus souvent semble-t-il, des connaissances, voire des connaissances importantes, que les premiers. Ainsi 70 % de bacheliers D contre 50% de F1, F2, F3, F4 ont un bloc vide et 12% de bacheliers D contre 30% de F1, F2, F3, F4 ont un bloc plein

II. 3. répartition et nature des connaissances dans l'ensemble du cadre graphique

On a vu que les niveaux de performance dans le cadre graphique associent généralement la population des bacheliers E, propre à cette étude, à la population de référence des bacheliers C, d'une part, celle des bacheliers F à celle des bacheliers D, d'autre part.

Pour essayer de préciser ces résultats, nous allons étudier et comparer les réponses aux questions 1) et 4) d'une part, à la question 7) d'autre part (voir annexe 2 - 3) .

Dans le cas de la question 1) et de la question 4) les tableaux prennent en compte non seulement les reponses correctes, mais aussi
- des réponses faisant intervenir implicitement $\{(x,y) ; y = x^3 + 2x + 1 > 0\}$ dans la question 4) ou $\{(x,y) ; y = |x-2| \leq 1$ (ou $y = (x-2)^2 \leq 1\}$ dans la question 1).
Les réponses sont respectivement répertoriées sous les noms de "bout de courbe" ou "segment" . Dans la question 1) cette réponse est typique des bacheliers D ce qui confirme les études précédentes : voir [7] par exemple.
- des réponses faisant intervenir une région du plan associé aux courbes précédentes plus ou moins explicitement : par exemple $\{(x,y) : y < x^3 + 2x + 1\}$ dans la question 4. ou $\{(x,y); y \leq x-3 , y \geq x-1$ (ou $y \leq |x-2|, 0 \leq x \leq 3)\}$ dans la question 1).
Ces réponses sont répertoriées sous le nom de "partie de plan".
- Enfin on a noté les essais de résolution uniquement numerique dans la question 4) et les réponses donnant un intervalle de l'axe des x dans la question 1) sous les noms respectifs de "procédure numérique" et "intervalle".

Si on regarde l'évolution des réponses à la question 4) d'une épreuve à l'autre, on voit que l'absence de réponse se transforme en 7 réponses "partie de plan", 4 absences de reponse, 3 réponses correctes, et que, d'autre part, la réponse "bout de courbe" se transforme en 3 réponses "bout de courbe", 1 réponse correcte, 1 réponse "procédure numérique".

Il est possible que la réponse "partie de plan" soit le premier pas après l'aveu d'impuissance, la reponse "bout de courbe" serait, sans doute, plus élaborée mais aussi

plus stable

Le tableau de comparaison des réponses aux questions 1) et 4) permet de voir que la reponse "intervalle" à la question 1) est prioritairement associée à la réponse "procédure numérique" ou à l'absence de réponse à la question 4) (76% contre 54% globalement).
La réponse "intervalle" à la question 1) serait la réponse graphique la plus primitive, celle qui se rapproche le plus d'une réponse numérique.
De même, la réponse "segment" est plus souvent associée à la réponse "bout de courbe" (34% contre 18% globalement) et légèrement moins à une réponse correcte (4% contre 14%). La réponse "partie de plan" à la question 1) est un peu plus souvent associée à son homologue de la question 4) qu'en moyenne (25% contre 13%)

En conclusion on peut penser que les bacheliers E sont les plus à l'aise dans ces deux questions. Ils répondent généralement correctement à la question 1) (du moins après réactivation) et ceux qui répondent a la question 4), soit 58% d'entre eux, la resolvent correctement.

Par ailleurs, les étudiants ayant un bac C ou F1, F2, F3, F4 résolvent correctement la question 1) dans l'ensemble. Par contre ceux qui abordent la question 4), soit 75% des bacheliers C et 58% des bacheliers F partagent leurs réponses entre la réponse correcte et la reponse erronée élaborée "bout de courbe". Les bacheliers F paraissent marquer une légère préférence pour cette procédure qui semble stable.

Les deux tiers des titulaires d'un bac D, seulement, réussissent la question 1).(Les réponses erronées se partagent entre "intervalle" dont on a vu que c'est, sans doute, une réponse primitive, associée à l'échec à la question 4) et la réponse "segment" associée à la reponse "bout de courbe" et à l'échec a la question 4). 19% seulement de ceux qui abordent la question 4), soit 61% des bacheliers D, répondent correctement. Les autres partagent leurs réponses entre la réponse "bout de courbe" et la réponse "partie de plan" qui semble plus primitive.

Les titulaires d'un bac D semblent donc rencontrer plus de difficultés dans ce type de questions que les titulaires d'un bac F1, F2, F3, F4, dont les performances se rapprochent plus de celles des bacheliers C.

Les résultats des bacheliers F6, F7, F7', F8, après réactivation, sont du même ordre que ceux des bacheliers D. Dans la question 1) 71% d'entre eux répondent correctement, 58% d'entre eux abordent la question 4, et 17% de ceux qui abordent la question répondent correctement. La plupart des echecs a ces deux questions se traduisent par des essais de résolution numérique dans la question 4) (55% des réponses) ou aucun dessin à la question 1)
Les bacheliers F6, F7, F7', F8 semblent vouloir éviter le cadre graphique.

L'examen de la question 7) donne un autre éclairage. En effet, dans ce cas, si les étudiants titulaires d'un bac F6, F7, F7', F8 répondent rarement correctement a la question même en ce qui concerne la continuité, les autres étudiants se classent en deux catégories fonctionnant en parallèle

D'une part il y a les étudiants titulaires d'un bac C ou F1, F2, F3, F4 : les trois quarts d'entre eux répondent correctement à la question relative à la continuité, par contre 45% des etudiants ayant un bac F contre 23% de ceux qui ont un bac C, pensent qu'une

fonction est dérivable là où elle est continue.

La population des bacheliers D et E, d'autre part, répondent correctement à la question relative à la continuité dans des proportions moindres (45% environ). Comme précédemment les bacheliers F, 31% des étudiants ayant un bac E ont tendance à dire qu'une fonction est dérivable là où elle est continue , alors qu'il n'y a que 20% de bacheliers D pour affirmer cela

Le dernier point de la question est peu abordé. On peut cependant noter que les titulaires d'un bac E ou C répondent, généralement, directement graphiquement, alors que ceux qui ont un bac D semblent préférer repasser dans le cadre numérique (et donner une formule) sauf lorsqu'ils sont plus à l'aise (cas x < 3/2). Les titulaires d'un bac F1, F2, F3, F4 ont une attitude intermédiaire.

On peut noter, également, (voir tableau relatif à la question 11) que les titulaires d'un bac F sont les seuls, de façon stable d'un questionnaire à l'autre, à tracer directement point par point les courbes sans passer dans le cadre numérique par le biais d'une formule. Comme dans les questions 1) et 4) ce sont les bacheliers E qui réussissent le plus souvent, puis les C, les F1, F2, F3, F4, les D et enfin les bacheliers F6, F7, F7', F8.

Un dernier point permet de voir que 62% à 71% des bacheliers F ne font aucun dessin spontané. On peut noter une évolution du 1er au 2e questionnaire de la part des bacheliers F1, F2, F3, F4. Par contre 37% des bacheliers E utilisent un dessin autre que le cercle trigonométrique de la question 9) , en particulier 2 d'entre eux (ainsi que deux bacheliers F1, F2, F3, F4) font un dessin à la question 13). Ils sont, avec les bacheliers C, de grands utilisateurs de dessin à la question 9 (84% de l'ensemble des réponses numériques) Les bacheliers D font dans cette question moins de dessins (69% de l'ensemble des réponses numériques) (voir annexe 2 - 3)

Comme précédemment pour étudier la présence de connaissances simultanées ou non, on additionne les scores obtenus à chaque bloc (un bloc vide valant 0, un bloc à moitié plein 1, un bloc plein 2)

On voit nettement deux types de courbes de dispersion (voir annexe 5) . Il y a d'une part les courbes des bac D, F6, F7, F7', F8, d'autre part, celles des bacs C, E, F1, F2, F3, F4

En fait, les bacheliers E font les meilleures performances. En effet, 73% d'entre eux ont un total au moins 2 et dans la mesure où 1 seul a un total 2 avec un bloc vide, 68% d'entre eux semblent avoir des connaissances solides dans l'ensemble du cadre graphique . Cependant, l'étude de la régularité d'une fonction à partir de sa représentation graphique (question 7) semble les dérouter

Par ailleurs, ils semblent préférer les procédures graphiques aux procédures numériques De plus dans une question qui les gêne dans l'ensemble puisque 58% d'entre eux ne répondent pas, 2 sur les 5 qui abordent la question 13 passent spontanément du cadre symbolique au cadre graphique. Par contre, même quand ils ont des difficultés (question 7) ils ne passent pas du cadre graphique au cadre numérique.

Les titulaires d'un bac C semblent également, souvent, avoir de bonnes connaissances dans le cadre graphique, mais dans la mesure où 10 de ceux qui ont le total 2 ont un bloc vide, 36% seulement d'entre eux ont les deux blocs non vides et surtout 44% (contre 63%

pour les bac E) ont un bloc plein et l'autre au moins à moitié plein. Par ailleurs, ils semblent préférer les procédures numériques aux procédures graphiques.

Les titulaires d'un bac F1, F2, F3, F4 se partagent en deux groupes. La moitié d'entre eux, environ, a des connaissances faibles. Dans ce cas, ils ont un bloc vide et l'autre au plus à moitié plein. L'autre moitié a par contre des connaissances solides dans l'ensemble du cadre graphique et a un bloc plein et l'autre au plus à moitié plein. Cependant, ils réussissent dans l'ensemble mieux que les bacheliers D à chacune des questions, et semblent mieux profiter d'une réactivation des connaissances que ces derniers. Leurs reponses, même erronées semblent plus élaborées. Comme les titulaires d'un bac E ils paraissent opter plutôt pour les procédures graphiques, et 2 sur les 6 qui abordent la question 13 passent du cadre symbolique au cadre graphique.

Les titulaires d'un bac D, et plus encore ceux qui ont un bac F6, F7, F7', F8 ont souvent des connaissances faibles dans le cadre graphique . Les trois-quart des bacheliers D, 93% des bacheliers F6, F7, F7', F8 ont un bloc vide et l'autre au plus à moitié plein. Ils semblent préférer les procédures numériques aux procédures graphiques et certains passent du cadre graphique au cadre numerique lorsqu'ils rencontrant des difficultes.

III - cadre symbolique

III . 1 bloc formel

On cherche à caractériser, par ce bloc, deux types de connaissances élémentaires

Il s'agit d'une part de comprendre et manipuler des écritures indicielles incomplètes (question 6) (2 points).
D'autre part, on cherche à tester la compréhension de signes d'implication (question 10) (3 points).

Dans ce domaine, les courbes de dispersion semblent montrer un comportement commun à l'ensemble des bacheliers F pour lesquels le score 3 est le plus fréquent, et des analogies entre les performances des bacheliers D et des bacheliers E (voir annexe 3 - 1).

On est conduit à envisager trois types de scores. D'abord le bloc formel sera dit vide pour un score de 0,1 ou 2 points. Il sera dit à moitié plein pour un score de 3 ou 4 points, et enfin plein pour un score de 5 points.

On peut dire que l'ensemble des étudiants ayant un bac C, D ou E a des connaissances dans les domaines testés, puisqu'ils ont presque tous un bloc au moins à moitié plein. Par contre l'ensemble des bacheliers F a, au plus, un bloc à moitié plein. Leurs connaissances semblent donc être plus fragiles

Pour préciser les lacunes éventuelles, on examine les réponses aux questions 6) et 10) (voir annexe 3 - 3) . Elles nous indiquent que 63% des bacheliers E et 80% des bacheliers C paraissent maîtriser le maniement d'une écriture indicielle incomplète, de même de l'ordre de 70% des uns et des autres ne semble pas avoir de difficulté à manier le signe $\Rightarrow$.

Les connaissances des bacheliers D ou F1, F2, F3, F4 sont plus fragiles. En effet , si les deux-tiers des bacheliers D répondent correctement à la question 6) pour une valeur déterminée de l'indice, dans ce cas : 5, ils sont plus hésitants lorsque l'indice a une

valeur indéterminée puisqu'il n'y a alors que 55% de réponses correctes. De plus ils abordent peu la question 10) On compte en fait 44% de réponses correctes à cette question Si les bacheliers F1, F2, F3, F4 traitent généralement correctement les deux premiers points de la question 10), ils semblent plus hésitants sur le dernier point pour lequel il n'y a que 55% de réponses correctes. Mais surtout, moins d'un tiers d'entre eux répond correctement à la question 6), même pour une valeur déterminée de l'indice . Les lacunes de ces deux catégories d'étudiants ne semblent donc pas intervenir sur les mêmes points

Les bacheliers F6, F7, F7', F8, eux, semblent rencontrer des difficultés dans les différents domaines envisagés, en effet 39% d'entre eux, seulement, répondent correctement à la question 10), et 19% à la partie de la question 6) concernant une valeur déterminée de l'indice.

III 2 bloc quantification :

On cherche à caractériser, par ce bloc, la compréhension de propositions plus complexes en langage "courant" ou "quantifié", et l'établissement d'implications éventuelles entre elles

Une seule question teste ces connaissances (question 13). On prend en compte l'établissement d'implications entre propositions en langage "courant" (1 point), en langage "quantifié" (1 point), la reconnaissance de propositions identiques exprimées dans chacun des deux langages (3 points).

Toutes les courbes se ressemblent. Seules les courbes des bac C et E présentent une légère pointe pour le score 3 (voir annexe 3 - 2).

Le bloc est dit vide pour le score 0, plein pour des scores au moins égaux à 3, à moitié plein sinon.

Les trois quarts des bacheliers F1, F2, F3, F4 et 84% des bacheliers F6, F7, F7', F8 ont un bloc vide Les autres étudiants ont pour moitié le bloc à moitié vide, les performances des bacheliers E étant alors légèrement meilleures que celle des C et a fortiori des bacheliers D.

On peut remarquer que la question 13) a été peu abordée. Sans doute sa position à la fin du questionnaire a joué. Environ le tiers de ceux qui ont un bac D, 45% de ceux qui ont un bac F6, F7, F7', F8, 58% des E, 70% des F1, F2, F3, F4 l'ont évitée. On se rappelle aussi que 2 sur les 8 bacheliers E et 2 sur les 7 bacheliers F1, F2, F3, F4 qui abordent cette question passent en fait du cadre symbolique au cadre graphique. Ce genre de question semble peut-être particulièrement inconnu ou rebutant à ces étudiants bacheliers E ou F1, F2, F3, F4.

Les différents tableaux de la question 13, indiquent en premier lieu les liaisons exprimées entre les propositions en langage "courant", en second lieu les liaisons exprimées entre les propositions en langage "quantifié", et enfin celles qui ont été exprimées entre les propositions en langage "courant" d'une part et celles en langage "quantifié" d'autre part (voir annexe 3 - 3) .

Dans les deux tiers des réponses exprimées par les bacheliers C, D, E, F1, F2, F3, F4 le lien

" a ⇒ c" (seul correct) est indiqué. Par contre l'implication erronée "c ⇒ a" est le fait de la moitié des réponses des bacheliers D et du tiers seulement des autres. On peut noter que ce dernier lien est majoritaire (70%) chez les bacheliers F6, F7, F7', F8 qui n'indiquent le premier que dans 50% des réponses. On se rappelle que dans la question 10), même en se limitant aux deux premiers points de cette question, ces étudiants avaient donné une majorité de réponses autres que la réponse correcte. On peut se demander si pour certains d'entre eux " c ⇒ a" ne voudrait pas dire : il y a des circonstances de réalisation de "c" où l'on a "a" (ou le cas général entraine le cas particulier). Le même type d'interprétation serait valable pour a ⇒ b ou c ⇒ b . L'association, sur critères formels liant des bouts de phrase se ressemblant, aboutirait plutôt à des conclusions "c ⇔ a" . C'est sans doute le cas des reponses de certains bacheliers D.

Quand les phrases sont en langage "quantifié" on rencontre plus souvent l'association e ⇔ f (qui correspond à a ⇔ c). Elle est exprimée par les deux tiers des bacheliers E, la moitié des bacheliers C, 40% des bacheliers D qui abordent la question. Les bacheliers D envisagent également des liens du type "(f,e) ⇒ d". On peut penser que pour ce type de phrases, les liaisons se font par associations de morceaux de phrases se ressemblant ou de phrases de constructions identiques (il existe... tel que ... pour tout ... fi(a) = 1). Peut-être y-a-t-il une référence au modèle précédent dans le cas "f ⇒ d" (pour tout j ⇒ il existe j). Enfin, les titulaires d'un bac F brillent encore par le petit nombre de réponses (par ailleurs assez éparpillées) dans les liaisons entre phrases de chaque type du 3e tableau. Les titulaires d'un bac F, qu'ils l'expriment ou non, semblent rebutés par ce type de propositions qu'ils ne comprennent généralement pas.

Les trois-quarts des étudiants bacheliers E abordant la question 13), établissent les liens (a,e), (b,d), (c,f), ce dernier semblant plus difficile à établir (a est plus facilement relié à f que e à c). La moitié de ceux qui ont un bac C et abordent la question 13), établissent le lien (b,d), un tiers le lien (a,e), "f ⇒ c" et " a ⇔ f" , la place de "c" par rapport à f et e n'est, semble-t-il, pas clairement perçue . Les bacheliers D accentuent cette tendance. On voit donc, dans toutes ces catégories d'étudiants, l'émergence d'une association privilégiée (a,f) ou (a,e,f). Les liaisons semblent établies de façon essentiellement formelle. On cherche à regrouper des ensembles de mots de même sens. L'ordre dans lequel les termes sont rencontrés peuvent rendre le lien (a,f) plus solide que (a,e) L'association entre "passe par un point au moins" et "il existe a" est peut être plus complexe.

En résumé, seuls les bacheliers C, D ou F6, F7, F7', F8 abordent vraiment la question 13 . S'ils n'ont pas trop de difficultés dans la manipulation de propositions en langage "courant", les titulaires d'un bac C sont par contre plus démunis devant les phrases en langage "quantifié" qu'ils semblent considérer comme la juxtaposition formelle de groupes de mots. Les bacheliers D, et surtout F6, F7, F7', F8, semblent rencontrer des difficultés (déjà signalées lors de l'étude de la question 10) dans la manipulation des phrases en langage "courant". On peut, en particulier, penser qu'un certain nombre d'entre eux fait référence à une interprétation de "A ⇒ B " qui serait : il y a des conditions de réalisation de "A" où l'on a "B".

III..3 nature et répartition des connaissances dans l'ensemble du cadre symbolique

On additionne les scores obtenus aux deux blocs (0 pour 1 bloc vide, 1 pour un bloc à moitié plein, 2 pour un bloc plein) de façon à étudier l'importance et l'existence de

connaissances simultanées ou non, dans le cadre symbolique

Comme on pouvait s'y attendre, il y a trois types de courbes de dispersion des totaux (voir annexe 3 4) . Il y a les courbes des bac F d'une part, celles des bac C et E par ailleurs, et enfin celle des bac D .

Les bacheliers F ont généralement un bloc vide et l'autre bloc au plus à moitié plein. Ils semblent donc, dans l'ensemble, avoir des connaissances très partielles dans le cadre symbolique (voir annexe 3 - 4) .

Dans la mesure où le score 2 est obtenu avec un bloc vide par 23 titulaires d'un bac C, 4 d'un bac E et 29 d'un bac D, environ la moitié des bacheliers C ou E et 40% des bacheliers D ont les deux blocs non vides. Ils semblent donc avoir des connaissances importantes, voire élaborées dans l'ensemble du cadre symbolique. Mais on peut noter que parmi les étudiants restant 46% de ceux qui ont un bac C, 60% de ceux qui ont un bac E et enfin 72% de ceux qui ont un bac D ont des connaissances fragiles dans le cadre symbolique . Ils ont, alors, un bloc vide et l'autre au plus à moitié plein. On peut rappeler que dans ce cas les bacheliers D rencontrent des difficultés dans la compréhension et la manipulation d'implications même simples.

IV – cadre numérique réel

Le cadre numérique réel se distingue du cadre algébrique dans la mesure où les notions mises en oeuvre sont liées aux propriétés de l'ensemble des nombres réels.

IV. 1. bloc "ordre"

On cherche, par ce bloc, à caractériser la capacité de majorer ou minorer des ensembles de nombres réels

La question 3) qui teste ces connaissances est divisée en deux parties.
1) l'ensemble à majorer et minorer représenta l'image d'une fonction non monotone (1 point)
2) l'ensemble à majorer et minorer représente l'image d'une suite non monotone (1 point).

On peut voir deux types de courbes. D'une part les étudiants titulaires d'un bac D ou F ont le plus souvent le score 0, d'autre part les bacheliers C ou E ont le score 1 (voir annexe 4-1)).

Le bloc est considéré comme vide pour le score 0, comme à moitié plein pour le score 1, comme plein pour le score 2.

Il est clair que l'ensemble des titulaires de bac F est imperméable à ce genre de question (voir annexe 4 - 1) En fait, ils n'abordent la question 3) que pour dire qu'ils ne connaissent pas le sens de "minoré" et "majoré". Il n'y a pas, d'autre part, d'évolution du premier au deuxième questionnaire malgré un cours, mais pas de travaux dirigés, rappelant ces notions lors de la première semaine d'enseignement.

Par ailleurs, les deux-tiers des bacheliers D et seulement un tiers des bacheliers C ou E sont dans ce cas.

L'étude de la question 3) précise les performances des uns et des autres (voir annexe 4 - 1)

Les titulaires d'un bac D ou E , lorsqu'ils n'ont pas le bloc "ordre" vide, répondent en général à la première partie de la question. Ils reconnaissent, dans l'ensemble donné, une fonction qu'ils traitent avec les outils (dérivée, limite) correspondants. Ils se limitent, en général, à cette première partie de la question. Par contre, les bacheliers C abordent aussi bien la première que la seconde partie de la question. Pour la première partie, ils s'agissent généralement comme les titulaires de bac D ou E, pour la seconde partie la moitié environ considère l'ensemble comme une suite, traitée avec les outils adaptés, et la moitié comme un ensemble de nombres que l'on encadre . les titulaires d'un bac D ou E abordant ce point réagissent d'ailleurs de façon analogue.

IV. 2. bloc "constitution des réels"

On cherche à caractériser, par ce bloc, des connaissances relatives à la composition et à la structure de l'ensemble des nombres reels (nombres rationnels, irrationnels, densités relatives).

La question 12) teste ces connaissances, chaque réponse "oui", accompagnée ou non d'exemple, vaut 1 point.

On remarque de grandes analogies entre les différentes courbes de dispersion (voir annexe 4 - 2) Les performances des étudiants dans ce bloc ne semblent pas beaucoup dépendre de leurs séries de bac.

On dit que le bloc est vide pour un total de 0 ou 1 point, à moitié plein pour un total de 2 ou 3 points, plein pour un total au moins égal à 4 points.

Entre la moitié (bacs C, E, F1, F2, F3, F4) et un peu moins des deux tiers (bacs D, F6, F7, F7', F8) ont un bloc vide. (voir annexe 4 - 2) .

Dans l'étude des réponses à la question 12) on ne tient compte que des réponses "oui" ou "non" (voir annexe 4 - 2). Cependant pour rendre compte de l'évolution individuelle des reponses, lorsqu'un (ou plusieurs) point de la question est "sauté", le nombre d'étudiants correspondants est noté entre parenthèses dans le premier tableau, le pourcentage correspondant tenant compte de ces "réponses" l'est de même dans le deuxième tableau rendant compte des reponses à la question 12). On peut noter que le nombre des étudiants "sautant" des points de la question 12) est assez réduit puisque limité à 22 étudiants.

Le premier des deux tableaux rend compte de l'évolution du nombre des réponses aux différents points de la question, le deuxième de l'évolution de la fréquence de la réponse "oui".

Tout d'abord, il y a environ 36% de titulaires d'un bac C, 42% d'un bac D ou E, 55% d'un bac F qui ne donnent aucune réponse ("oui" ou "non") à un point quelconque de la question 12.

Les titulaires d'un bac C ou E, par ailleurs, se distinguent des autres étudiants par le maintien d'une forte proportion de "oui" à tous les points de la question 12 et par l'absence d'effondrement brutal du nombre des réponses. On peut noter, pourtant, que

l'existence d'un rationnel entre 7/19 et 8/19 fait plus l'unanimité des bacheliers C.

Par contre, dans toutes les autres categories d'étudiants, on constate une chute brutale du nombre des réponses, généralement au passage du a) au b) de la question 12) , ce qui semble normal. Pourtant pour les bacheliers F6, F7, F7', F8 , cette rupture se situe entre la question y-a-t-il un rationnel entre π et 22/7 et son analogue relative à e et 2,718 . Ce point de la question 12 est d'ailleurs "sauté" par 4 étudiants sur les 5 qui répondent par la suite, cette partie de la question semble donc avoir un statut particulier pour les bacheliers F6, F7, F7', F8. Par ailleurs si une presque unanimité se fait sur l'existence d'un rationnel entre 7/19 et 8/19, les avis sont beaucoup plus partagés, pour l'ensemble des bacheliers D et F, sur l'existence d'un rationnel entre π et 22/7 d'une part, e et 2,718 d'autre part, puisque la moitié environ répond "non". Mais la proportion de "oui" reste en général de l'ordre des 2/3 des réponses pour chacun des couples de nombres envisagés à la question y-a-t-il un irrationnel entre ...et... ? Il n'y a qu'une exception, 50% seulement des bacheliers D répondent "oui" lorsqu'il s'agit du couple (e, 2,718).
On peut cependant noter que la proportion de "oui" est généralement moins forte qu'à la question "y-a-t-il un rationnel entre ... et ...?" pour le couple (7/19, 8/19), et plus forte pour les deux autres couples. Il y aurait donc moins facilement un rationnel entre π et 22/7 (ou e et 2,718) qu'entre 7/19 et 8/19, qu'un irrationnel entre π et 22/7 (ou e et 2,718), et également plus facilement un rationnel qu'un irrationnel entre 7/19 et 8/19 , pour un certain nombre de bacheliers F ou D.

Certains commentaires, malheureusement peu nombreux, laissent apparaître quelques conceptions des rationnels ou des irrationnels.

Pour certains, qui répondent "non" à la question : y-a-t-il un rationnel entre π et 22/7 ? (ou e et 2,718) et éventuellement "oui" à la question analogue relative à 7/19 et 8/19, les rationnels sont des fractions. Ils leur correspond un nombre décimal (donné par la calculatrice) mais tout nombre décimal n'est pas un rationnel en puissance. La structure de l'ensemble des rationnels serait, dans ce cas, du même type que celle des entiers : les nombres y sont seulement un peu plus "tassés".

Ce type d'idées se dégage par exemple des remarques suivants :

- "non car 22/7 est beaucoup trop proche de π, "ou" non, car 22/7 est le rationnel le plus proche de π. "ou encore" non : car π et 22/7 sont très proches "," non, car il faudrait trouver un nombre à 0,001 près. "," non, car la différence s'effectue au 4e chiffre"... (ces justifications sont le fait de 6 bacheliers D , et d'un bachelier F6).

Par ailleurs les nombres irrationnels, pour certains, sont des nombres qui ont une écriture décimale (éventuellement finie pour certains). En particulier un certain nombre de ceux qui répondent "non" à la question "y-a-t-il un rationnel entre π et 22/7 (ou e et 2,718)?" répondent "oui" à la question analogue sur l'existence d'un irrationnel et donnent des exemples decimaux (7 bacheliers D, 2 F1, F2, F3 ou F4 , 2 F6, F7, F7' ou F8, 2C).

Cela rejoint des remarques de J. Robinet (voir [9]) sur la confusion entre nombre décimal et écriture décimale. On peut également se référer au rapport de DEA de M.L Isorche (voir [5]) où il est noté que pour les élèves de seconde un nombre réel est un nombre décimal avec éventuellement beaucoup de chiffres apres la virgule.

Il faudrait peut-être étudier de plus près les conceptions relatives aux nombres rationnels (et irrationnels) et leurs incidences éventuelles sur certaines questions où intervient, par exemple, explicitement la densité de Q.

On peut noter également que π et e, sont pour certains des nombres tellement particuliers qu'ils n'ont, peut-être, pas vraiment ce statut (car on ne peut pas vraiment calculer avec eux : ils ne sont pas déterminés exactement), et que l'on a pu retrouver une conception des valeurs approchées, rencontrées dans [2] à l'occasion de certaines procédures erronées chez les bacheliers F : "la" valeur approchée est liée au nombre de telle façon que rien ne peut se glisser entre les deux (la calculatrice ou l'usage donnant sa valeur).

Par ailleurs on a rencontré dans diverses questions des indices de conceptions de fonctions d'une variable réelle, apparaissant sous forme de procédures erronées ou non. Elles sont souvent le fait de bacheliers F. Dans les questions 1,5,3 on a remarqué, un certain nombre de procédures, par exemple : $1 < 2$ donc $|x-2| = 2-x$ (question 1), $4/3 > 0$ donc $f(x) = \sqrt{2}\ |x| + \sqrt{2}$ (question 5), x varie de $-\infty$ à $+\infty$ donc l'ensemble n'est ni majoré, ni minoré (question 3), qui peuvent être liées à la conception suivante : une fonction est une expression littérale où intervient un couple (x,f(x)) ou un tableau de valeurs. L'espace de départ et l'espace d'arrivée (ou quoi dépend de quoi) n'est pas clairement exprimé.

Dans la question 3) une procédure du type $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ (resp $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$)

donc l'ensemble est minoré (resp. majoré) par 0, peut relever de cette conception ou d'un modèle monotone. De même l'oubli de [1,3/2] dans la question 7) peut être dû à une réticence devant une expression où x "n'apparaît pas" et où l'on ne reconnaît pas une fonction que l'on saurait traiter.

Par ailleurs dans le cadre graphique, une fonction (soit une expression f(x)) est une courbe d'équation $y = f(x)$. Cette conception peut correspondre à des réponses "segment" à la question 1) au "bout de courbe" à la question 4).

Enfin les fonctions sont C^∞ sur leur domaine de définition (question 7)).

Ce type de connaissances intervenant dans le cadre numérique réel n'a pas été testé. Cela demanderait certainement une étude plus précise, mais sans doute a-t-on ici un certain nombre d'indices.

IV - 3 nature et répartition des connaissances dans l'ensemble du cadre numérique réel

Pour étudier maintenant l'importance et l'existence simultanée, ou non, de connaissances dans l'ensemble du cadre numérique réel, on additionne comme les fois précédentes les scores à chacun des blocs "ordre" et "constitution des réels".

Les courbes de dispersion, comme le tableau de répartition font apparaître trois catégories d'étudiants (voir annexe 4 - 3).

Les bacheliers F ont au plus des connaissances relatives à la composition de l'ensemble des nombres réels, mais la moitié des bacheliers F1, F2, F3, F4 et presque les deux-tiers des bacheliers F6, F7, F7', F8 ne semblent pas avoir de réelles connaissances dans ce domaine

40% des titulaires d'un bac D sont dans ce cas. Dans la mesure ou 23 ont le score 2 avec un des deux blocs vides , 43% des bacheliers D semblent avoir des lacunes dans les connaissances testees, mais presque le tiers d'entre eux a des connaissances solides dans un des deux domaines considéré au moins.

Les bacheliers C et E ont de meilleurs résultats. En particulier, comme 1 bachelier E et 15 bacheliers C ont le score 2 avec un bloc vide, 40% environ d'entre eux semblent avoir des connaissances solides dans l'ensemble du cadre numérique réel. De plus, seulement 22% des bacheliers C et 31% des bacheliers E ont les deux blocs vides

On a vu que certains indices peuvent indiquer des conceptions éventuellement préjudiciables à l'acquisition de notions relatives à la topologie de R (en particulier en ce qui concerne les rationnels) Il faudrait sans doute, étudier ces conceptions de plus pres ainsi que leurs évolutions éventuelles.

Répartition des connaissances dans les différents cadres selon les séries de bac

On va essayer maintenant d'établir le "profil type" des étudiants selon leur série de bac en termes de blocs non vides. Deux éléments seront pris en compte : le nombre et la nature des blocs non vides.

I - nombre de blocs non vides selon la série de bac

On remarque qu'en dehors de celles des bacs F1, F2, F3, F4 ou étrangers les courbes de dispersion ont des allures analogues, mais elles sont décalées (voir annexe 5. 1). En fait les bacheliers F6, F7, F7', F8 ont essentiellement trois blocs non vides. Pres des deux tiers des bacheliers D ont 3, 4, 5 blocs non vides et le quart d'entre eux a 6 ou 7 blocs non vides. 18% des bacheliers F1, F2, F3, F4 ont un bloc non vide et 70% d'entre eux 4 , 5 ou 6 blocs non vides . Enfin les bacheliers C ou E ont généralement au moins 3 blocs non vides , et les deux tiers d'entre eux ont au moins 6 blocs non vides.

II - Nature des blocs non vides en fonction de leur nombre, par série de bac.

On établira, dans la mesure du possible, un parallèle entre les résultats de cette étude et les résultats obtenus dans [2] ou [8]

La comparaison est un peu délicate pour plusieurs raisons. Dans [2], l'étude concerne les bacheliers C, D et F1, F2, F3, F4.
Les notions testées intervenant dans les cadres numérique et graphique, celles relatives à la majoration ou à la minoration d'ensembles réels sont assez comparables (voir annexe 8 - texte de prétest n° 1) malgré quelques différences (voir par exemple la constitution du bloc "calcul"). Mais les notions testées intervenant dans le cadre symbolique ou relatives à la constitution de l'ensemble des nombres réels ne sont pas étudiées dans [2]. On sera donc amené à mettre en parallèle uniquement les performances, en termes de blocs non vides, aux blocs "calcul", "inégalité", "production de graphes", "interprétation de graphes", "ordre" et leurs analogues de [2].

Dans [8] l'étude concerne uniquement des bacheliers C et D. Les notions testées intervenant dans le cadre algébrique ou relatives à la majoration ou minoration d'ensembles de nombres réels ressemblent beaucoup à celles de [2]. Par contre, le rapprochement est plus difficile, entre la présente étude et [8], en ce qui concerne les notions intervenant dans le cadre graphique ou le cadre symbolique, certaines d'entre elles, seulement, sont comparables (voir annexe 8 - texte du prétest n°2).
Par ailleurs, dans [8], il a été crée un bloc numérique à partir des blocs "calculs", "inégalités" et "ordre" On sera donc amené à mettre en parallèle les étudiants ayant un bloc "calcul", un bloc "inégalité" non vides avec ceux qui avaient un score au moins 2 au bloc numérique dans [8] et les étudiants ayant un bloc "calcul", un bloc "inégalité" un bloc "ordre" non vides avec ceux qui avaient un score au moins 3 au bloc numérique.
On mettra aussi en parallèle un bloc "formel" non vide et un score au moins 1 au bloc "formalisation" dans [8]. On peut mettre, sans doute, également en parallèle un bloc

"production de graphes" non vide et un score au moins 1 au bloc graphique. En termes de blocs non vides, on comparera uniquement les performances aux blocs "calcul", "inégalité", "ordre" , "formel" "production de graphes" et leurs analogues (avec les conventions précédentes) de [8].

[[ ] bac C et E

Les deux catégories d'étudiants sont étudiées simultanément dans la mesure où leurs profils en termes de blocs non vides, sont comparables.

On s'intéresse, en premier lieu, aux étudiants qui ont au moins 7 blocs non vides soit le tiers environ des bacheliers E et des bacheliers C.

Le profil des étudiants, bacheliers E, semble être construit sur l'ensemble des blocs non vides à l'exclusion du bloc "constitution des réels" (voir annexe 5 - 2) . En fait, ce profil type n'est réalisé que par 4 sur les 6 étudiants ayant un bac E (un a le bloc "quantification" vide, un le bloc "inégalité").

Le profil des étudiants, bacheliers C, semble être construit sur les blocs "calcul", "inégalité", "formel", "production de graphes", "ordre" et "constitution de $\mathbb{R}$" non vides (voir annexe 5 - 2). En fait 19 sur 35 des bacheliers C ont ce profil. Le bloc vide des bacheliers C est "interprétation de graphes" (6 sur 23), "constitution de $\mathbb{R}$", "quantification" ou "inégalité" (4 sur 23), "ordre" (2 sur 23).

Il apparait donc que les bacheliers E, ou du moins le tiers d'entre eux qui a au moins 7 blocs non vides, ont des connaissances réparties dans l'ensemble du cadre graphique, alors que les bacheliers C ont parfois des défaillances dans ce domaine. Les bacheliers C ou E, ont, en commun des connaissances dans le cadre numérique, au moins en ce qui concerne les calculs algébriques, et des connaissances au moins elementaires dans le cadre symbolique. Ils ont, également, dans l'ensemble, des connaissances concernant la majoration ou la minoration d'ensembles de nombres réels.

Ensuite, on étudie le cas de ceux qui ont 6 blocs non vides ,soit plus du tiers des bacheliers E et le quart des bacheliers C . Les profils indiqués par les tableaux, semblent , pour les deux catégories d'etudiants construits sur les blocs "calcul", "inégalité", "formel", "production de graphe" et "ordre" non vides. En fait ce profil n'est réalisé que par 2 bacheliers E sur 7 et 8 bacheliers C sur 21 ; 3 bacheliers E sur 7 et 10 bacheliers C sur 21 remplacent le bloc "ordre" non vide par un bloc "interprétation de graphes" non vide.

Donc, dans ce cas, les profils des deux catégories d'étudiants sont assez semblables. Ils auraient des connaissances réparties dans l'ensemble du cadre algébrique, des connaissances élémentaires dans le cadre symbolique et au moins partielles dans le cadre graphique. Ils auraient aussi soit des connaissances mieux reparties dans le cadre graphique, soit relatives à la majoration ou à la minoration d'ensembles de nombres reels.

Enfin le dernier tiers des bacheliers C ou E a 3, 4 ou 5 blocs non vides. La base commune des profils des bacheliers C ou E semble dans ce cas différente. En effet les bacheliers C semblent concentrer leurs connaissances dans le cadre algébrique et le cadre symbolique (bloc "calcul", "inégalité", "formel"" non vides), alors que les bacheliers E concentreraient leurs connaissances dans le cadre algébrique et le cadre graphique

Plus précisément lorsqu'ils ont 3 blocs non vides les bacheliers E ont les blocs "inegalité", "formel", "production de graphes" non vides, complétés par le bloc "calcul" ou le bloc "interprétation de graphes" non vides. Par contre les bacheliers C ont généralement le bloc "calcul", le bloc "formel", le bloc "inégalité", un des blocs "production de graphe" ou "interprétation de graphes" non vides . On peut noter que 25% seulement des bacheliers C dans ce cas ont les deux blocs graphiques non vides.

Lorsqu'ils ont quatre blocs non vides la différence est du même type puisque les bacheliers E ont les blocs "inegalite", "production de graphes", "interprétation de graphes" non vides, généralement complétés par le bloc "calcul" non vide,. Par contre les bacheliers C ont généralement (7 sur 10) un bloc "calcul" ou "inégalité" non vides et un bloc "formel" non vide souvent complétés par un bloc graphique non vide. Mais 2 seulement d'entre eux ont les deux blocs graphiques non vides Enfin quand ils ont 3 blocs non vides les bacheliers E ont tous le bloc "production de graphes" non vide; ainsi qu'un bloc "calcul" et un bloc "formel" non vides alors que les bacheliers C ont le bloc "calcul" ou "inégalité" non vide et le bloc "formel" non vide, mais n'ont généralement pas (5 sur 6) un bloc graphique non vide.

Ainsi les bacheliers E, lorsque leurs connaissances sont réparties dans peu de blocs, semblent les concentrer dans au moins une partie des cadres graphique et algébrique. Lorsqu'elles sont un peu mieux réparties, leurs connaissances s'étendent dans l'ensemble du cadre graphique et les étudiants correspondants ont, de plus, des connaissances au moins élémentaires dans le cadre symbolique. Par contre, les bacheliers C concentreraient plutôt leurs connaissances dans une partie au moins des cadres algébrique et symbolique (connaissances élémentaires). Quand elles sont un peu mieux réparties leurs connaissances s'étendraient dans l'ensemble du cadre algébrique mais resteraient partielles dans le cadre graphique.

Si l'on compare maintenant les résultats des bacheliers C avec ceux qui apparaissaient dans [2], on remarque que la grande majorité des étudiants concernés ont, dans les deux études, des connaissances solides dans l'ensemble du cadre algébrique. De même, plus de 80% d'entre eux ont des connaissances réparties dans les deux cadres algébrique et graphique, et les deux-tiers ont, de plus, des connaissances relatives à la majoration ou à la minoration d'ensembles de nombres réels. Par contre, si dans [2] près des trois-quarts des bacheliers C semblent avoir des connaissances solides dans l'ensemble des cadres algébrique et graphique, ils sont à peine la moitié dans la présente étude. Dans le cas présent les connaissances dans le cadre graphique sont souvent partielles Les bacheliers C auraient ainsi, dans la présente étude , un profil plus proche de celui des bacheliers D que leurs prédécesseurs. Il se peut que l'effet de la différentiation plus tardive des sections C et D ait pu être un peu masqué par la présence de redoublants par exemple, dans [2]. Mais surtout cette différentiation tardive permet de penser que les profils des bacheliers C et D sont construits à partir d'une base commune. Ainsi le fait d'étudier une population d'étudiants de Deug Sciences (toutes filières confondues) donc moins "triée" , puique dans [2] il s'agissait d'étudiants inscrits en Deug SSM, peut mettre en évidence une relative faiblesse des connaissances dans le cadre graphique, point faible des bacheliers D comme on le sait déjà.

Par ailleurs, en ne considérant que ces 5 blocs, la différence entre les bacheliers E et C

se situe au niveau de la configuration ou manque seulement un bloc graphique puisque 20% des bacheliers C et 10% seulement des bacheliers E l'ont, et de la configuration ou il y a le bloc "calcul" ou le bloc "inégalité" non vide et un bloc graphique non vide qu'ont 10% des bacheliers E et seulement 3% des bacheliers C. On retrouve donc, dans une certaine mesure, le fait que aussi bien chez ceux qui ont leurs connaissances réparties dans beaucoup de cadres que chez ceux dont les connaissances sont plus concentrees, les bacheliers E ont plus facilement des connaissances dans le cadre graphique que les bacheliers C.

La comparaison avec [8], avec les conventions précédentes, indique une base commune identique puisque 94% des bacheliers C (dans [8]) ont au moins 2 au bloc numerique et 1 au bloc "formalisation". De même, les deux tiers d'entre eux ont, de plus, le bloc "production de graphes" non vide.

Les bacheliers C et E, en ne considerant que ces cinq blocs, ont des profils assez identiques.

II 2 bac D

Pour cette catégorie d'étudiants on va étudier la répartition des connaissances de ceux qui ont au moins 6 blocs non vides (soit 29%) puis successivement de ceux qui ont 4 blocs (20%)ou 5 blocs (20%) non vides, et enfin ceux qui ont au plus 3 blocs non vides (31%).

On peut remarquer que la base commune aux profils de ces différentes catégories d'étudiants semble être la même que celle des profils des bacheliers C , c'est à dire les blocs "calcul", "inégalité", "formel" non vide (voir annexe 5 -2)).

En fait quand les étudiants ont au moins 6 blocs non vides, ils ont effectivement ces trois blocs non vides ainsi que generalement un bloc graphique et le bloc "ordre" (dans le cas de 7 blocs non vides) ou le bloc "quantification" (dans le cas de 6 blocs). On peut noter que le tiers seulement des étudiants à deux blocs graphiques non vides dans le cas de 7 blocs non vides (voir annexe 5 - 3) . Cette proportion est de l'ordre du quart dans le cas de 6 blocs non vides.

Dans le cas où les connaissances sont le plus largement réparties, les bacheliers D ont donc un profil analogue à celui des bacheliers C ayant le même nombre de blocs non vides. On note cependant que les bacheliers D sont dans ce cas plus réticents que les bacheliers C sur les questions relatives à la majoration ou à la minoration d'ensembles de nombres réels, et testant des connaissances intervenant dans le cadre graphique. Ainsi si dans le cas de 7 blocs la proportion est la même, le quart des bacheliers D contre les deux tiers des bacheliers C dans le cas de 6 blocs ont les deux blocs graphiques non vides. **Par contre leurs connaissances dans le cadre symbolique sont plus importantes.**

La population ayant 4 ou 5 blocs non vides a la base commune d'un bloc "calcul" ou d'un bloc "inegalite" (généralement les deux) non vides et le bloc "formel" non vide.
Dans le cas de 5 blocs non vides, ces blocs sont complétés par un bloc graphique non vide ou un bloc "quantification". On notera que 80% de ces étudiants ont un seul bloc graphique non vide
Dans le cas de 4 blocs non vides 23% seulement ont un bloc graphique non vide, 6% les

deux blocs graphiques non vides

Là encore, les bacheliers D, à égalité de nombres de blocs non vides ont le même type de répartition des connaissances que les bacheliers C. Comme précédemment, ils semblent avoir plus fréquemment des connaissances plus importantes dans le cadre symbolique, et moins dans le cadre graphique . En effet 13% d'entre eux contre 23% des bacheliers C ont les deux blocs graphiques non vides, 57% contre 81% un seul bloc graphique non vide.

Enfin les trois quarts des bacheliers D qui ont au plus 3 blocs non vides concentrent leurs connaissances, dans une partie au moins, du cadre algébrique et/ou (et dans le cas de 3 blocs non vides) du cadre symbolique (connaissances élementaires). 15% d'entre eux ont un bloc graphique non vide, 0 ont les deux blocs graphiques non vides.

Là encore, à égalité de nombre de blocs non vide, le profil des bacheliers D est analogue à celui des bacheliers C, y compris dans ce cas pour les connaissances dans le cadre graphique.

On va de nouveau comparer les résultats obtenus ici et ceux qui avaient été établis dans[2] et [8].

La comparaison avec [2] indique les mêmes différences que dans le cas des bacheliers C. En effet les résultats des deux etudes indiquent que la grande majorité des bacheliersD semblent avoir des connaissances solides dans le cadre algébrique. Par contre, la moindre solidité des connaissances des bacheliers D dans le cadre graphique semble plus nette dans la présente étude. Ainsi 20% seulement des bacheliers D ont des connaissances reparties dans l'ensemble du cadre graphique alors que, dans [2], près de la moitié d'entre eux avaient les blocs "production de graphes" et "interprétation de graphes" non vides. De même pres du tiers des bacheliers D de cette présente étude, ont les deux blocs graphiques vides alors qu'il n'y en avait que 6% dans ce cas dans [2]. Sans doute, le fait d'etudier ici l'ensemble d'une population inscrite en Deug Sciences donc en particulier, comprenant des étudiants de Deug SNV où les titulaires d'un bac D sont nettement majoritaires, a mis plus nettement en evidence ce point faible des bacheliers D que sont leurs connaissances dans le cadre graphique.

En se limitant à l'examen de ces 5 blocs, on remarque que le tiers des bacheliers C ont les 5 blocs non vides,et seulement 11% des bacheliers D. De même 20% des premiers et 13% des seconds ont les blocs "calcul", "inégalité", "ordre" et un bloc graphique non vide. Par contre 20% des bacheliers D et 11% des bacheliers C seulement n'ont que les blocs "calcul", "inégalité" et l'un des trois blocs "production de graphes", "interprétation de graphes" ou "ordre" non vides. Les connaissances des bacheliers C sont donc, plus souvent réparties dans les trois cadres algébrique, graphique et numérique réel et celles de bacheliers D dans 2 seulement de ces trois cadres.

Si l'on compare les résultats ici obtenus des bacheliers D et ceux que l'on avait rencontré dans [8] on voit que les deux tiers environ ont des connaissances solides dans l'ensemble du cadre algébrique et élémentaires dans le cadre symbolique dans l'une et l'autre etude.

D'autre part, la difference entre les bacheliers C et D, quand on se limite à l'examen de ces 5 blocs, semble être les connaissances relatives à la majoration ou à la minoration d'ensembles de nombres réels (voir annexe 5 - 3))

d'ensembles de nombres réels (voir annexe 5 - 3)).

II . 3 Bacs F

- bacs F1, F2, F3, F4

On considère dans ce cas d'une part les étudiants ayant 5 ou 6 blocs non vides (48%), ensuite les étudiants qui ont 3 ou 4 blocs non vides (29%), enfin ceux qui en ont au plus 2 (23%).

Ceux qui ont 6 ou 5 blocs non vides ont généralement des connaissances au moins partielles dans le cadre numérique, (blocs "calcul" ou/et "inégalité" non vides) dans le cadre graphique (blocs "production de graphes" et/ou "interprétation de graphes" non vides), dans le cadre symbolique (blocs "formel" ou bloc "quantification" non vides). Dans le cas de 5 blocs non vides les connaissances dans le cadre symbolique semblent seulement élémentaires. Les bacheliers F ont généralement également des connaissances relatives à la composition de l'ensemble des réels. Leur différence avec les bacheliers C ou E est d'ailleurs en partie à ce niveau, ces derniers auraient plutôt des connaissances sur la majoration ou la minoration d'ensembles de nombres réels. **Leurs connaissances sont de plus, peut-être, plus fragiles dans le cadre "algébrique" et moins dans le cadre graphique que celles les titulaires d'un bac C.** Ainsi le quart des bacheliers F et seulement 5% des bacheliers C n'ont qu'un seul bloc algébrique non vide. Par contre la moitié des bacheliers C et seulement le quart des bacheliers F n'ont pas les deux blocs graphiques non vides. On peut noter que 6 étudiants sur 8 ont les deux blocs "calculs " et "inégalité" non vides, 6 sur 8 les deux blocs graphiques non vides et quatre, les quatres blocs non vides (voir annexe 5 -3)

Quand ils ont 3 ou 4 blocs non vides, les bacheliers F1, F2, F3, F4 ont des connaissances au moins partielles dans le cadre algébrique (bloc "inégalité" non vide et pour 3 sur 5 bloc "calcul" non vide) et symbolique. Dans ce dernier cas, ces connaissances sont souvent seulement élémentaires (bloc "formel" non vide). Trois d'entre ces étudiants ont le bloc "production de graphes" non vides. **Les bacheliers F1, F2, F3, F4 auraient donc, dans ce cas, un profil ressemblant à celui des bacheliers C, tout en ayant plus souvent un bloc graphique non vide,** puisque les trois quarts des bacheliers F et moins de la moitié des bacheliers C sont dans ce cas.

Enfin ceux qui ont au moins un bloc non vide ont soit des connaissances élémentaires dans le cadre symbolique (bloc "formel" non vide), soit des connaissances partielles dans le cadre graphique (un des deux blocs graphiques non vides). On peut noter qu'ils n'ont jamais le bloc "calcul" non vide. Ils semblent différer en cela de leurs homologues ayant un bac D.

Si l'on compare avec les résultats obtenus dans [2] on remarque que la présente étude confirme que les bacheliers F, dans leur grande majorité, ont des connaissances, au moins partielles à la fois dans le cadre algébrique et dans le cadre graphique. **Si l'on se limite aux 5 blocs précédents ce sont les bacheliers E dont le profil est le plus comparable à celui de ce type de bacheliers F .** Leurs différences sont essentiellement au niveau du bloc "ordre" non vide que les bacheliers F n'ont jamais (voir annexe (5 - 3).

- Bac F6, F7, F7', F8

Les derniers étudiants ont essentiellement 0,1,2 ou 3 blocs non vides On étudiera ceux qui ont 3 blocs non vides au moins (soit 39%), ceux qui ont deux blocs non vides (29%), et enfin ceux qui ont au plus un bloc non vide (32%).

La premiere catégorie a ses connaissances réparties au moins dans une partie des cadres algébrique et, graphique et/ou symbolique. Plus précisément 3 sur 12 ont le bloc "calcul" ou le bloc "inégalité", le bloc "production de graphes" ou le bloc "interprétation de graphes", et le bloc "formel" non vides, 3 n'ont pas les connaissances dans le cadre symbolique, 4 dans le cadre graphique (voir annexe 5-3).

Ceux qui n'ont que deux blocs non vides ont le bloc "inégalité" ou/et (et dans 2 cas) le bloc "formel" non vides. On peut remarquer que 3 étudiants sur 9 seulement ont un bloc graphique ("production de graphes"), aucun n'en n'a deux.

Enfin ceux qui ont un bloc non vide ont généralement le bloc "inégalité" non vide (1 a un bloc "formel", 1 un bloc "interpretation de graphes" non vides).

II . 4 Bacs étrangers

Il y a d'une part 23% de la population qui ont au plus deux blocs non vides (en général 1). Ces étudiants ont dans ce cas des connaissances dans le cadre numérique, plus particulièrement dans l'execution de calculs algébriques (voir annexe 5 - 2).

Ensuite 19% de la population ont 3 blocs non vides. Dans ce cas, les connaissances sont souvent plus complètes dans le cadre algébrique. Les étudiants ont aussi, généralement, des connaissances au moins élémentaires dans le cadre symbolique (bloc "formel" non vide).

Enfin 35% de la population a 4 blocs non vides. Dans ce cas la tendance précédente est accentuée (blocs "calcul", "inégalité", "formel" non vides).

Conclusion, quelques perspectives et propositions

On peut dire tout d'abord que la présente étude confirme certains éléments relatifs à la répartition des connaissances dans les cadres algébrique ou graphique, ou bien concernant la majoration ou la minoration d'ensembles de nombres réels, mis en évidence dans nos études antérieures (voir [2])

En effet, même si leurs connaissances relatives aux notions testées dans le cadre graphique semblent plus fragiles et partielles que dans [2], les trois quarts des titulaires d'un bac C ont quatre (sur les cinq considérés) blocs non vides au moins, et plus de la moitié des bacheliers C ont par ailleurs des connaissances réparties, au moins partiellement, dans les trois cadres (un bloc algébrique, un bloc graphique et le bloc "ordre", au moins, non vides).

Les deux tiers des bacheliers D ont au plus trois blocs non vides et la moitié environ ont des connaissances concentrées dans le cadre algébrique . Le quart d'entre eux, seulement, a des connaissances réparties dans les trois cadres . Presque tous les bacheliers D ont des connaissances au moins partielles dans le cadre algébrique, alors qu'un tiers ,seulement, en a dans le cadre graphique . Les bacheliers D, comme les titulaires d'un bac C d'ailleurs, semblent avoir des connaissances beaucoup plus faibles dans le cadre graphique que leurs homologues de [2])

Enfin près des trois quarts les bacheliers F (dans [2] il n'y avait que des bacs F1, F2, F3 ou F4) ont des connaissances dans les deux cadres graphique et algébrique, mais celles-ci sont souvent partielles dans l'un au moins des deux cadres On peut noter en particulier que si ces étudiants effectuent correctement des calculs algorithmiques simples, ils semblent avoir des difficultés avec les calculs algébriques moins facilement algorithmisés, en particulier lorsque ces calculs sont soumis à des contraintes que l'on doit contrôler.

Si l'on s'intéresse maintenant aux résultats tenant compte des connaissances éventuelles dans le cadre symbolique en se limitant aux 5 blocs "calcul", "inégalité", "ordre", "formel" "production de graphes" permettant de comparer les résultats précédents et ceux de [8], on remarque que les bacheliers C et E ont à peu près les mêmes performances. D'autre part les bacheliers D ou F1, F2, F3, F4 n'ont pas les mêmes profils (à égalité de nombre de blocs non vides) que les bacheliers C mais la différence concerne surtout les connaissances relatives à la majoration ou à la minoration d'ensembles de nombres réels.

La présente étude a mis en évidence que les profils des bacheliers C et D (en termes de nature des blocs non vides) semblent structurés à partir d'une base commune. En effet quand ils ont le même nombre de blocs non vides, les profils se ressemblent. Mais quand le nombre de blocs non vides est au moins égal à 4, les bacheliers D sont plus réticents sur les questions relatives à la majoration ou à la minoration de nombres réels ou testant des connaissances dans le cadre graphique. Par contre, dans ce cas leurs connaissances dans le cadre symbolique semblent plus importantes. Dans le cas où le nombre de blocs non vides est 3 les profils des bacheliers C ou D sont analogues.

Cette base commune est constituée d'un bloc algébrique au moins (bloc "calcul" ou

"inégalité") non vide et du bloc "formel". Les bacheliers D qui ont moins de 3 blocs non vides remplace "et" du bloc "formel" par "ou" du bloc "formel".

Par ailleurs les bacheliers C et D semblent préférer les procédures numériques aux procédures graphiques, et les bacheliers D se placent plus volontiers dans le cadre numerique en cas de difficultees rencontrées dans un autre cadre. On peut penser que le cadre numérique est plus facilement préférentiel pour cette catégorie d'étudiants.

Les bacheliers F1, F2, F3, F4 lorsqu'on se limite aux 5 blocs communs avec [2], ont plutôt des ressemblances avec les bacheliers E dans la mesure où leurs connaissances sont généralement réparties, au moins partiellement, dans les deux cadres graphique et algebrique. Par contre les bacheliers F, contrairement aux bacheliers E, ont toujours le bloc "ordre" vide.

Par ailleurs, les uns comme les autres semblent préférer les procédures graphiques et ils se placent éventuellement dans le cadre graphique en cas de difficultés dans un autre cadre. On peut penser que le cadre graphique est plus facilement préférentiel pour cette catégorie d'étudiants

Sur l'ensemble des blocs considérés dans la présente étude, à égalité de nombre de blocs non vides, le profil des étudiants titulaires d'un bac F1, F2, F3, F4 s'apparente à celui des bacheliers C. Mais ils ont plus facilement des connaissances dans le cadre graphique et des connaissances plus fragiles dans le cadre numérique. Par ailleurs, quand leurs connaissances sont le mieux réparties, ils ont souvent le bloc "constitution des réels" non vide donc des connaissances dans ce domaine, alors que les bacheliers C ont plutôt le bloc "ordre" non vide, c'est à dire des connaissances relatives à la majoration ou à la minoration d'ensembles de nombres réels. Quand les connaissances sont très concentrées dans peu de cadres, la seule comparaison possible se fait avec les bacheliers D : ces derniers ont des connaissances dans le cadre algébrique ou des connaissances élémentaires dans le cadre symbolique (bloc "formel" non vide), alors que les bacheliers F ont des connaissances élémentaires dans le cadre symbolique ou des connaissances dans le cadre graphique.

Par ailleurs, deux populations nouvelles ont été étudiées. En premier lieu les bacheliers E dont on a vu que, si leurs performances en nombre de blocs non vides sont équivalentes à celles des bacheliers C, ils ont plus facilement que ces derniers des connaissances dans le cadre graphique. Leurs connaissances sont généralement réparties dans plusieurs cadres

Ensuite les bacheliers F6, F7, F7', F8 semblent avoir, essentiellement, des connaissances dans le traitement additif des inégalités au moins après réactivation des connaissances. Dans le meilleur des cas, ils ont également des connaissances partielles dans le cadre graphique et/ou élémentaires dans le cadre symbolique. Ils auraient plus facilement un cadre numérique préférentiel.

On peut noter que les bacheliers F (toutes sections confondues) sont particulièrement démunis dans les questions de minoration ou de majoration de nombres réels. Cette question sépare également les bacheliers C d'une part, les bacheliers D et E d'autre part puisque ces derniers se limitent à la minoration ou majoration d'un ensemble qui leur évoque une fonction.

Les difficultés éventuelles rencontrees par les bacheliers F, dans le cas de notions élémentaires dans le cadre symbolique concernent les écritures indicielles incomplètes, chez les bacheliers D et F6, F7, F7', F8 les implications simples (surtout sous forme negative). Ces notions sont bien maitrisées, par une grande partie des étudiants, par contre les propositions plus complexes contenant une quantification explicite ou non, sont beaucoup plus rarement comprises.

Si l'on compare les résultats précédents avec ceux des étudiants ayant un bac C ou D, en Deug SSM, à Paris en 1984 (voir [7]), on constate que les résultats sont équivalents si on compare les réponses à des questions du type de la question 10)(implications simples vraies ou fausses), par contre il y a une chute importante quand on regarde les résultats de questions du type de la question 13) (propositions quantifiées). Ainsi on trouve environ 27% au lieu de 57% de réponses correctes pour des phrases du type de a), 30% au lieu de 87% pour des phrases du type de b), 17% au lieu de 23% pour des phrases du type de c) . Ces chiffres sont à prendre avec beaucoup de précautions, le public, les questions, leurs places n'étant pas les mêmes mais on peut néanmoins penser qu'il y a une diminution de ce type de connaissances, diminution normale si on prend en compte l'evolution de l'enseignement.

Par ailleurs, des connaissances relatives à la constitution de l'ensemble des nombres réels étaient testées. Nous avions, en effet, repéré des procédures erronées lors des calculs approchés dans des copies d'interrogations en cours d'apprentissage, de la part de bacheliers F. On pouvait se demander, par exemple, si pour certains d'entre eux, tous les nombres réels étaient décimaux ou non (voir [5]). Les résultats et, en particulier, les reponses négatives (déjà reperées dans [9]) et leurs justifications peuvent laisser penser qu'il y a là, surtout dans le cas des bacheliers D et F, des indices de conceptions relatives aux rationnels, irrationnels et d'une manière générale à la topologie de $\mathbb{R}$, particulières

Dans la mesure où ce type de questions est à l'origine de difficultés chez les étudiants de Deug (filières maths ou physique, ou Deug A), en particulier la densité des rationnels en liaison avec la continuité des fonctions, les bornes supérieures ou inférieures, cela vaudrait sans doute la peine d'étudier ces conceptions, leurs évolutions et leurs liens eventuels avec les difficultés évoquées ci-dessus.

Si l'enseignement des mathématiques en Deug n'obtient pas de très bons résultats, on peut penser qu'une cause importante des échecs rencontrés est l'inadaptation de l'enseignement aux étudiants tels qu'ils sont.

Le public des Deug scientifiques a changé ces dernières années ne serait-ce que par l'evolution des programmes du second degré.

Il apparait, dans un premier temps, une distance entre les connaissances des étudiants et les connaissances implicites supposées par les enseignants de Deug. C'est ainsi qu'un enseignement explicite dans le cadre symbolique semble nécessaire à tous les étudiants (titulaires de bac C compris) , de même les notions relatives à la majoration ou la

minoration d'ensembles de nombres réels ne sont pas connues par l'ensemble des bacheliers D et F.

Par ailleurs certains types de bacheliers, typiquement les bacheliers D (ou du moins certains d'entre eux) et surtout les bacheliers F sont réputés rencontrer plus de difficultés que les autres.

Pour pallier ce type de problèmes, des enseignements de mise à niveau ou de soutien (semestre ou année) ont été mis en place en divers endroits, en particulier dans le cadre de la rénovation des Deug. Ces enseignements se sont, en général, soldés par des échecs plus ou moins flagrants. Ceux-ci sont particulièrement nets pour les bacheliers F1, F2, F3, F4, moindres du moins à court terme, pour les bacheliers D et même F6, F7', F8, F7 (voir [10]).
Le fait qu'une étiquette "mauvais" apposée sur quelqu'un le conduit souvent à se conduire comme tel a pu jouer un rôle dans ces échecs, mais ça n'est sans doute pas tout.

On peut essayer, à la lumière des grilles de répartition des connaissances dans les différents cadres envisagés précédemment et la détermination de cadres sans doute préférentiels, de préciser l'inadaptation des enseignements et par là même envisager des possibilités d'enseignements différents.

Avant d'aller plus loin, il faut remarquer qu'il y a grossièrement, deux types d'étudiants en maths, et par là d'échecs dans cette discipline.

Il y a, d'abord , les étudiants suivant une filière où l'on demande des connaissances en maths importantes : ce sont, par exemple, les filières "maths" ou "physique", typiquement l'ancien Deug A. L'échec concerne alors les étudiants qui ont un bac D, E, F1, F2, F3, F4 . On peut à ce sujet consulter [1] où l'on peut voir en particulier les résultats suivants concernant des étudiants inscrits en Deug SSM en 85

note du bac < 10	62%	54%	25%	25%
réussite à l'examen de février	87%	58%	52%	17%
série de bac	C	E	D	F

Il y a par ailleurs les etudiants suivant une filière où l'on demande peu de connaissances en maths, c'est en général le cas des filieres "biochimie", "biologie", typiquement l'ancien Deug B. Les etudiants en échec sont, dans ce cas, les titulaires d'un bac de technicien F6, F7, F7', F8. Par exemple , à Reims en 1986, sur un flux d'entrée compris entre 30 et 40 étudiants, 7 ont eu un Deug, (soit de l'ordre de 20%).

A ce sujet, on peut se rappeler que les études permettant de penser qu'une condition necessaire de reussite est d'avoir des connaissances minimales réparties dans un nombre

minimum de cadres concernent les étudiants suivant le premier type de filières

On a vu que les bacheliers E, tout en répartissant leurs connaissances dans plusieurs cadres puisque les deux tiers d'entre eux ont au moins 6 blocs non vides, comme les bacheliers C, ont dans ce cas des connaissances plus solides, semble-t-il dans le cadre graphique . Par ailleurs, ceux qui ont leurs connaissances concentrées dans peu de cadres ont des connaissances au moins partielles dans le cadre algébrique et le cadre graphique alors que les bacheliers C auraient des connaissances au moins partielles dans le cadre algébrique et le cadre symbolique. Par ailleurs, les bacheliers E préféraient plutôt le cadre graphique, et les bacheliers C le cadre numérique.

Les titulaires d'un bac D ont généralement moins de 6 blocs non vides , de même que les bacheliers F1, F2, F3, F4 Les premiers, pour un nombre égal de blocs non vides, ont souvent des connaissances plus fragiles que les titulaires d'un bac C dans le cadre graphique, alors que seconds auraient des connaissances plutôt plus importantes dans le cadre graphique et fragiles dans le cadre numérique. Les bacheliers D ont des connaissances souvent plus solides dans le cadre numérique et symbolique que les bacheliers F, qui eux ont des connaissances plus importantes dans le cadre graphique Par ailleurs, les bacheliers D semblent souvent préférer le cadre numérique et les bacheliers F (F1, F2, F3, F4) le cadre graphique.

Si l'on regarde, maintenant, l'enseignement universitaire "standard" on constate qu'il privilégie le cadre numerique et le cadre symbolique. Ceci est renforcé au niveau des contrôles. Quand cet enseignement s'adresse à des étudiants, a priori en difficulté, il a tendance a privilégier le cadre numérique et les conduites de type algorithmique Ceci est d'autant plus naturel que les étudiants en difficulté "habituels" sont des bacheliers D qui ont des connaissances essentiellement de ce type.

On voit donc que des étudiants qui auraient un cadre graphique préférentiel et/ou des connaissances dans le cadre numérique et symbolique insuffisantes séraient en partie inadaptés aux enseignements suivis. De même dans le cas d'enseignements de soutien ceux qui auraient un cadre graphique préferentiel et/ou des connaissances dans le cadre numérique insuffisantes.

Ceci nous donne des indications sur ce que pourrait envisager un enseignement plus adapté aux différentes catégories d'étudiants considérees.

En premier lieu, on peut penser qu'un enseignement utilisant systématiquement des jeux de cadres, garantit mieux qu'un autre que chacun trouvera, dans les activités proposées, la possibilité de travailler dans son propre cadre préférentiel.
Par ailleurs, les jeux de cadres sont d'autant plus faciles à mettre en place qu'il existe des connaissances effectives dans de nombreux cadres, et on a vu, d'autre part, que cette répartition, étendue, des connaissances semble augmenter les chances de réussite. On peut demander s'il existe des seuils minimaux de connaissances en deça desquels les jeux de cadre ne peuvent pas s'enclencher efficacement.

L'objectif d'une "mise à niveau" pourrait être de "remplir" le maximum de cadres possibles Pour cela, elle peut s'appuyer sur les connaissances déjà existantes dans les différents cadres et les éventuels cadres préférentiels.

Plus precisément, pour les étudiants ayant un bac D, il faudrait essayer de "remplir" le cadre graphique par exemple, ou numerique réel en s'appuyant sur le cadre algebrique,

exemple des problèmes où les notions mises en jeu interviendraient dans le cadre algébrique et le cadre graphique, ou, le cadre algébrique et le cadre numérique réel Alors que , pour essayer de consolider les connaissances des bacheliers Fdans les cadres algébrique et graphique, on pourrait utiliser l'aspect sans doute préférentiel du cadre graphique et les connaissances déja existantes, en particulier algorithmiques dans le cadre algébrique, par exemple à l'aide de problèmes où les notions envisagées interviennent dans ces deux cadres. En ce qui concerne le cadre symbolique, un enseignement explicite dans ce cadre est sans doute nécessaire pour que le jeu de cadres puisse s'enclencher

Si l'on considère maintenant le deuxième type de filières, l'enseignement s'adresse essentiellement à des étudiants ayant un bac D ou F7, F7', F8 Ce sont ces derniers qui font l'objet d'enseignement de mise a niveau ou de soutien.

L'objectif d'une mise à niveau pour ce type d'étudiants, est, prioritairement, de leur donner des connaissances solides dans le cadre algébrique, et ensuite de "remplir un minimum" les cadre symbolique et graphique. Les jeux de cadres sont, dans ce cas, certainement difficiles à enclencher compte tenu des connaissances particulièrement faibles dans les différents cadres, mais on peut peut-être, espérer que l'aspect préférentiel du cadre numérique, puisse jouer un rôle

Il est apparu dans le cadre de cette étude, et dans les études antérieures, un profil de base commun aux bacheliers C et D appuyé sur les cadres algébriques et dans une certaine mesure symbolique, et un autre commun aux bacheliers E et F1, F2, F3, F4 appuyé sur une partie au moins des cadres algébrique et graphique. De plus, les premiers et les seconds ne semblent pas préférer le même cadre. Dans la mesure ou les programmes et horaires qu'ont eu les bacheliers C et E sont les mêmes on peut penser que d'autres éléments déterminent ces différences de profil.

Pour essayer de cerner les éléments qui ont pu favoriser l'élaboration des profils des bacheliers F, on envisage d'étudier ultérieurement, les spécificités éventuelles des enseignements suivis à l'aide, d'une part d'un questionnaire destiné aux différentes classes (première, terminale, seconde) débouchant sur un des bacs de technicien concernes, et d'autre part d'une étude comparative des livres (en particulier des exercices) destinés à ces élèves et à leurs homologues de seconde, 1ère S, terminale D.

Bibliographie

[1] Michele Artigue : une section de Deug S.S.M première année en 84-85. Brochure IREM - Paris VII - n° 63 (1986)

[2] Hélène Authier : Etude comparative de diverses productions d'étudiants de première annee de Deug scientifique selon les séries de baccalauréat d'origine. Cahier de didactique des mathématiques n° 31 - Paris - (sept 1986).

[3] Françoise Boschet - Aline Robert : L'acquisition des débuts de l'analyse sur R dans une section ordinaire de Deug 1ere année. Cahier de didactique des mathématique des mathématiques n° 7 - Paris - (1984).

[4] Régine Douady Cahier de didactique des mathématiques n° 3 - Paris - (1983)

[5] Marie-Laure Isorche : les réels en classe de seconde - mémoire de DEA. Université de Bordeaux I (1977).

[6] Marie-Françoise Monchoux : quelques acquisitions concernant les fonctions mathematiques à l'entrée des universités scientifiques. A.T.P les transitions dans le système éducatif - programme RAMEAU - Université P. Sabatier Toulouse 3.

[7] Aline Robert : les connaissances des élèves sur les débuts de l'analyse sur $\mathbb{R}$ à la fin des études scientifiques françaises - Cahier de didactique des mathématiques n° 18 - 0 - Paris - (1985).

[8] Aline Robert : analyse d'une section de Deug 1ere année (les connaissances anterieures et l'apprentissage) - cahier de didactique des mathématiques n° 18 - 1. Paris - (1985).

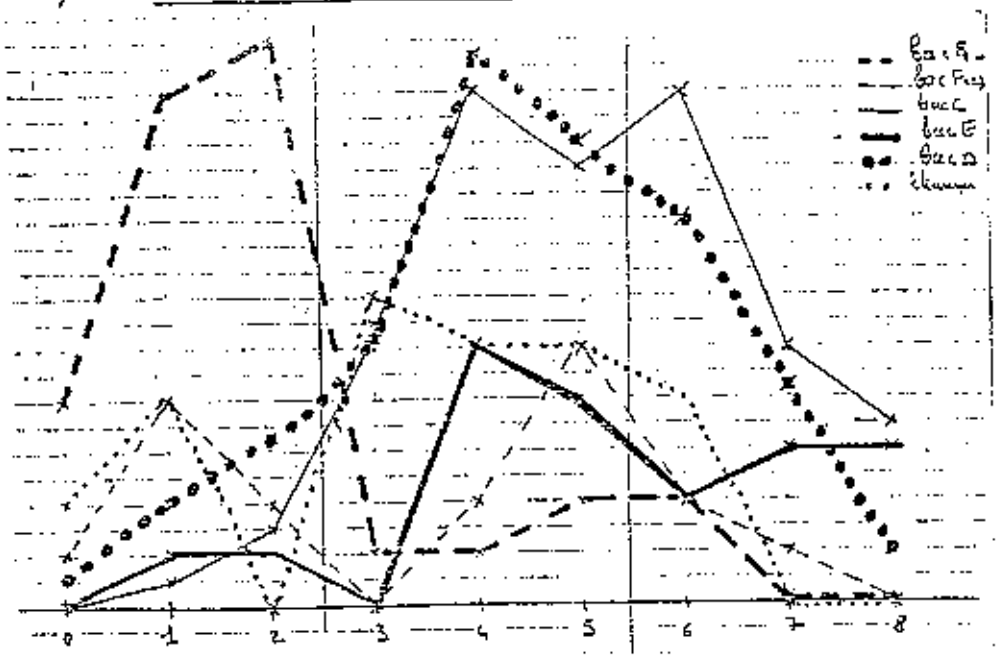
[9] Jacqueline Robinet : les réels, quel modèle en ont les élèves ? Cahier de didactique des mathématiques - n° 21 - Paris - (1985).

[10] Journées de réflexion sur la reforme des premiers cycles scientifiques. 29 et 30 mai 1986 - rapport - Université de Nice.

[11] Journees de reflexion sur la réforme des premiers cycles scientifiques. 21 et 22 mai 1987 - rapport (à paraître).

annexe 1 : répartition des connaissances dans le cadre algébrique.

1/ séries au Hoc "calcul"

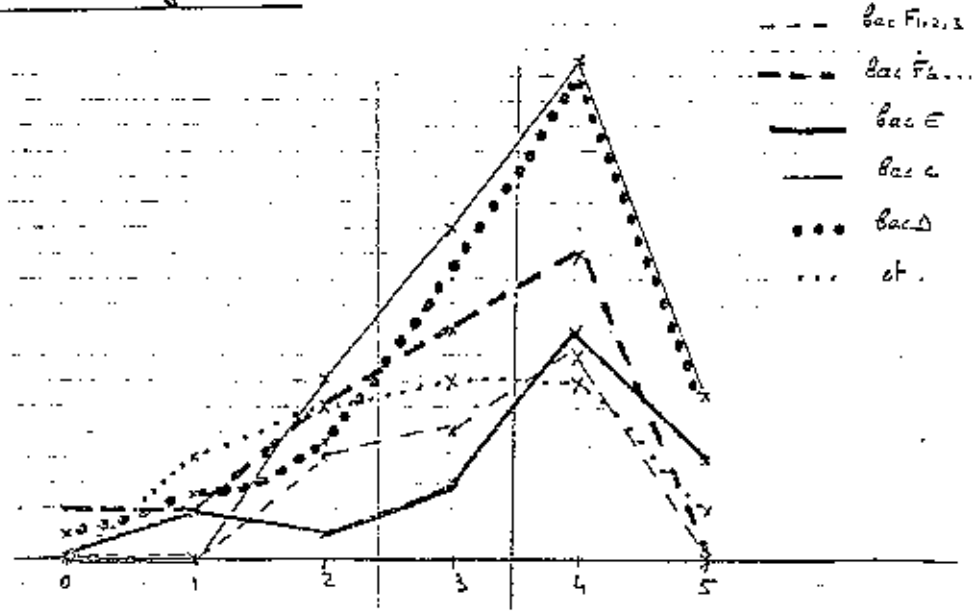


courbes de dispersion des totaux selon les séries de bac.

séries au Hoc "calcul" \ séries de bac	C effectif	%	D effectif	%	E effectif	%	F1,2,3 effectif	%	F4 ... effectif	%	Echantillon effectif	%
Hoc vide	4	5%	24	14%	2	10%	7	41%	25	81%	6	23%
Hoc négatif plein	48	54%	100	57%	9	47%	7	41%	4	13%	16	61%
Hoc plein	37	41%	51	29%	8	42%	3	18%	2	6%	4	15%
total	89	100%	175	100%	19	99%	17	100%	31	100%	26	99%

les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

2/ séries au Hoc "inégalités"



courbes de dispersion des totaux selon les séries de bac

séries de bac / niveau des blocs "inégalités"	C effectifs	C %	D effectifs	D %	E effectifs	E %	F123 effectifs	F123 %	F5 ... effectifs	F5 ... %	étrangers effectifs	étrangers %
bloc vide	13	15%	31	18%	3	16%	4	23%	10	32%	10	38%
bloc à moitié plein	26	29%	45	26%	3	16%	5	29%	9	29%	7	27%
bloc plein	50	56%	99	56%	13	68%	8	47%	12	39%	9	35%
total	89	100%	175	100%	19	100%	17	99%	31	100%	26	100%

les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

3/ résultats par question intervenant dans la détermination des blocs "calculs" et "inégalités".

question 1 (sauf B dessin).

parties de la question traitées correctement / séries de bac	C effectifs	D effectifs	E effectifs	F123 effectifs	F5 ... effectifs	étrangers effectifs
traitement de la valeur absolue	(0) 75	(3) 148	(1) 15	(8) 9	(0) 14	21
traitement additif de l'inégalité	(0) 80	(3) 156	(1) 16	(8) 12	(1) 25	22
non abordé	(0) 0	(0) 4	(0) 0	(5) 1	(2) 1	1
total discipline	(1) 89	(6) 175	(1) 19	(15) 17	(3) 31	26

question 2.

séries de bac	C	D	E	F123	F5 ...	Étrangers
réponse exacte	(1) 75	(1) 139	(1) 19	(3) 16	(0) 17	13
non abordé	(0) 2	(1) 4	(0) 0	(0) 1	(2) 1	0
total discipline	(1) 89	(6) 175	(1) 19	(15) 17	(3) 31	26

question 5.

traitement des parties de question prises en compte / série de bac	C effectifs	D effectifs	E effectifs	F123 effectifs	F5 ... effectifs	étrangers effectifs
non respect des contraintes	20	(4) 50	(1) 2	(15) 5	(0) 4	9
traitement de la valeur absolue erroné	8	(1) 23	5	(3) 0	(0) 8	1
traitement du radical erroné	5	(2) 29	0	(6) 2	(0) 7	3
réponse exacte	50	(1) 67	12	(1) 6	(0) 2	5
non abordé	(1) 3	5	1	0	(2) 8	3
total discipline	(1) 89	175	(1) 19	(15) 17	(3) 31	26

Première partie de la question 8.

procédures mises en œuvre \ série de bac	C effectifs	D effectifs	E effectifs	F123 effectifs	F6... effectifs	étranger effectifs
traitement additif correct	(1) 37	(1) 39	(1) 9	(6) 13	(3) 26	9
traitement multiplicatif incorrect	29	(1) 27	4	(6) 1	5	4
traitement multiplicatif correct	22	14	2	2	0	4
dessin de la section incorrect	2	11	0	0	6	0

Deuxième partie :

question 8.

procédures mises en œuvre \ série de bac	C effectifs	D effectifs	E effectifs	F123 effectifs	F6... effectifs	étranger effectifs
traitement multiplicatif correct	23	41	6	1	0	4
traitement multiplicatif incorrect	31	56	6	9	9	8

question 10

procédures mises en œuvre \ série de bac	C effectifs	D effectifs	E effectifs	F123 effectifs	F6... effectifs
traitement additif correct	1	3	1	9	2
outil des contraintes	1	3	1	4	2

questions \ série de Bac	C effectifs	D effectifs	E effectifs	F123 effectifs	F6... effectifs
équation d'une droite dans le plan (16)	0	3	0	8	1
calcul d'une dérivée de fonction composée (7)	1	5	1	7	2
résolution d'une équation du 2nd degré dans C (6)	0	0	0	7	0
total des copies	1	6	1	15	3

4/ procédures.

question 4 :

série de bac	C effectifs	D eff.	E eff.	F123 eff.	F6.. eff.	Etranger eff.
procédure numérique	19	30	2	1	10	11
total des procédures	68	107	11	11	18	16

question 9 :

1ère partie

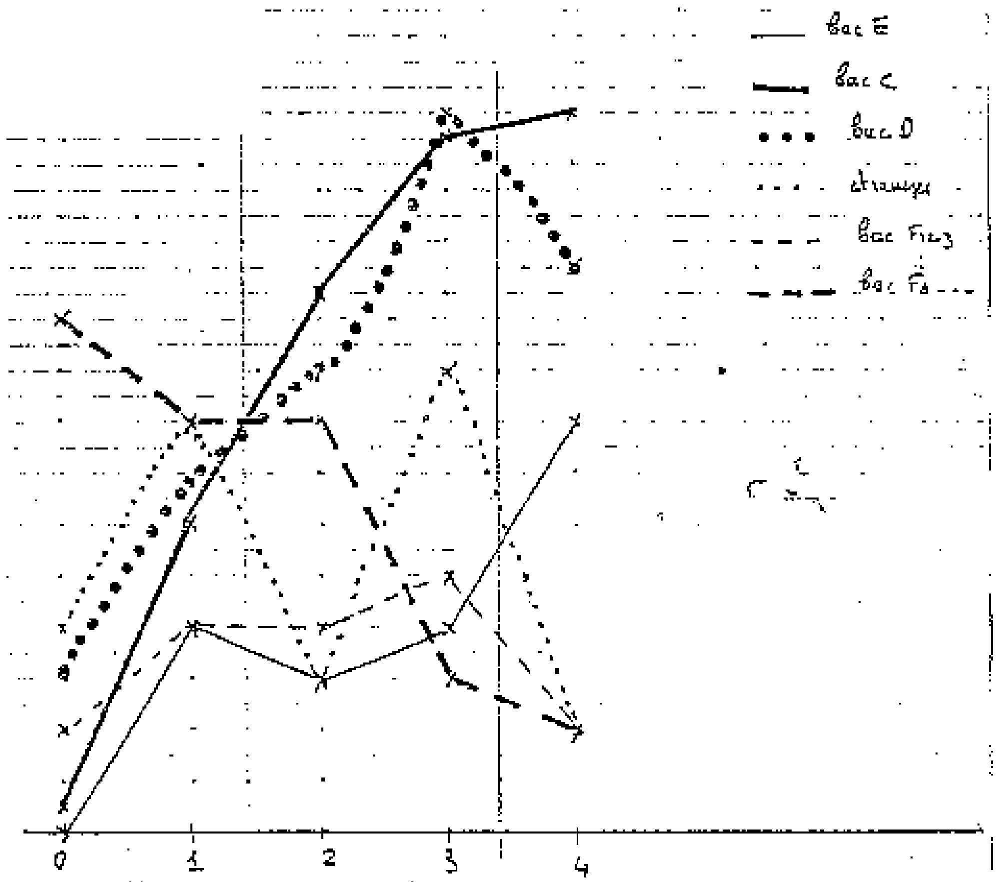
série de bac	C effectif	D effectif	E effectif	F1,2,3 effectif	F5... effectif	étranger effectif
réponse numérique	78	(1) 155	(1) 13	(15) 16	(3) 21	22
réponse numérique exacte	34	(1) 48	(1) 4	(10) 6	(0) 0	8

2ème partie

procédure \ série de bac	C effectif	D effectif	E effectif	F1,2,3 effectif	F5... effectif	étranger effectif
procédure numérique	19	13	4	0	7	2
total des procédures examinées	26	15	10	4	9	6

5/ répartition des connaissances dans le cadre algébrique.

courbes de dispersions des sommes destinées aux blocs "calcul" et "inégalités" selon les séries de bac.

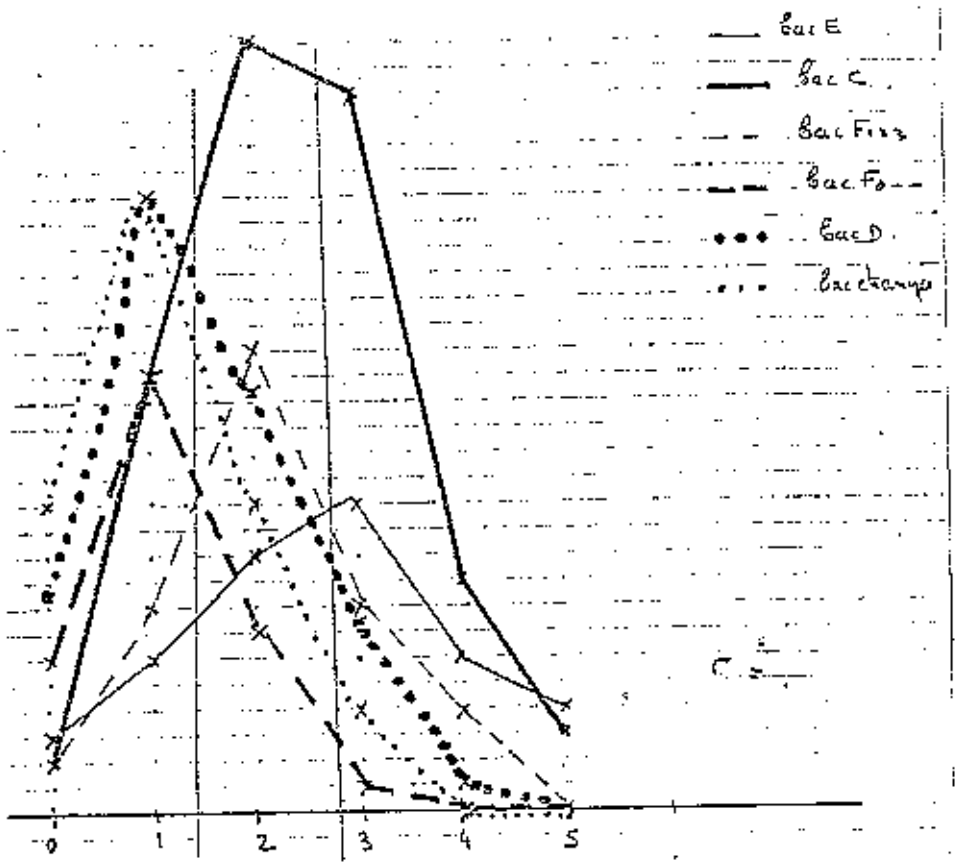


totaux \ série de bac	C %	C effectif	D effectif	D %	E effectif	E %	F1,2,3 effectif	F1,2,3 %	F5... effectif	F5... %	étranger effectif	étranger %
0 ou 1	14%	12	37	21%	4	21%	6	35%	18	58%	12	46%
2 ou 3	54%	48	93	53%	7	37%	9	53%	11	35%	12	46%
4	32%	29	45	26%	8	42%	2	12%	2	6%	2	8%
total	100%	89	175	100%	19	100%	17	100%	31	99%	26	100%

les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes

annexe 2 : répartition des connaissances dans le cadre graphique.

1/ zones au test " production de graphes "

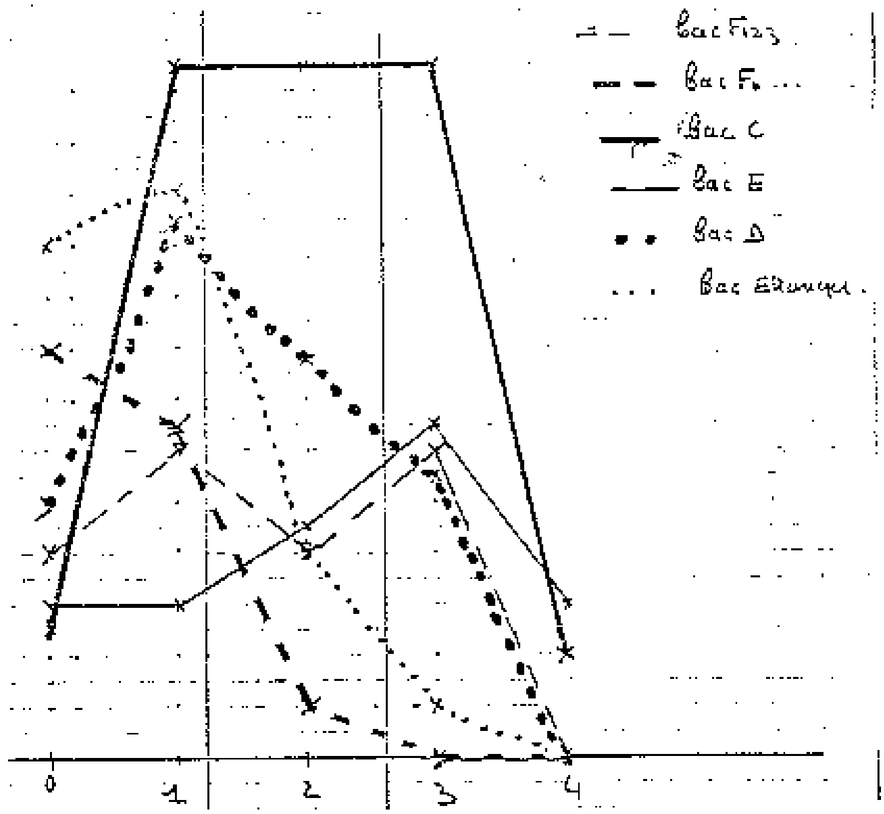


courbes de dispersion des totaux selon les séries de bac

zones au test "Production de graphes" / nature de bac	C	D	E	F123	F4	Etrangers
	% effectif	% effectif	% effectif	% effectif	% effectif	% effectif
test vide	22% 20	57% 100	16% 3	25% 5	74% 23	69% 18
test à moitié plein	33% 30	28% 50	26% 5	45% 9	22% 7	23% 6
test plein	44% 40	14% 25	58% 11	30% 6	3% 1	8% 2
total	99% 90	99% 175	100% 19	100% 20	99% 31	100% 26

les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

2/ zones au test " interprétation de graphes "



courbes de dispersion des totaux selon les séries de bac.

les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

scores au bloc "interprétation de graphes" \ séries de bac	C %	C effectif	D %	D effectif	E %	E effectif	F123 %	F123 effectif	F6 ... %	F6 ... effectif	Etranger %	Etranger effectif
bloc vide	35%	32	70%	122	31%	6	50%	10	93%	29	81%	21
bloc à moitié plein	30%	27	18%	31	21%	4	20%	4	6%	2	15%	4
bloc plein	34%	31	12%	22	47%	3	30%	6	0	0	4%	1
total	99%	90	100%	175	99%	19	100%	20	99%	31	100%	26.

3/ résultats par question intervenant dans la détermination des blocs " production de graphes" et " interprétation de graphes" -

question 1 (dessin)

types de dessin \ séries de bac	C effectif		D effectif		E effectif		F123 effectif		F6 ... effectif		Etranger effectif
dessin correct		78	(1)	111	(1)	16	(2)	14		22	12
intervalle		2	(3)	12		0	(3)	2		0	4
segments	(1)	0	(1)	20		0	(3)	1		0	0
parties du plan		7		8		0		0	(1)	2	2
pas de dessin ou non abordé		2	(1)	24		3	(7)	0	(2)	7	8
total	(1)	89	(6)	175	(1)	19	(15)	17	(3)	31	26

question 4.

types de réponses \ séries de bac	C effectif	D effectif	E effectif	F1,2,3 effectif	F... effectif	étrangers effectif
bout de courbe	19	35	1	5	4	2
partie de plan	9	29	2	1	1	3
résolution exacte	21	15	6	3	3	2
procédure numérique	19	28	2	1	10	11
pas de résolution ou incomplète	22	68	8	10	13	8
total	90	175	19	20	31	26

types de réponses à la question 1) \ types de réponses à la question 4	bout de courbe %	bout de courbe effectif	partie de plan %	partie de plan effectif	rép exacte %	rép exacte effectif	procédure numérique %	procédure numérique effectif	pas de résolution %	pas de résolution effectif	total
intervalle	11%	3	4%	1	8%	2	26%	7	50%	13	26
segment	54%	14	11%	3	4%	1	8%	2	23%	6	26
domaine	20%	4	25%	5	15%	4	15%	3	25%	5	20
rép. exacte	17%	43	14%	37	17%	44	18%	47	33%	86	257
pas de domaine	11%	6	11%	6	7%	4	28%	15	42%	23	54
total	18%	70	13%	52	14%	54	19%	74	35%	133	38[illegible]

les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

comparaison des réponses à la question 1) et à la question 4)

question 7

– étude des deux premiers points de la question

réponses \ séries de bac	C effectif	D effectif	E effectif	F1,2,3 effectif	F... effectif	Etrangers effectif
réponse exacte pour la continuité	70	77	9	16	4	10
réponse exacte pour la dérivabilité	49	34	3	4	1	3
toute fonction est dérivable là où elle est continue *	21	37	6	9	4	2
autre de (1, 3/2)	15	53	4	2	10	2
total des copies	90	175	19	20	31	26.

* ou continue là où elle est définie

réponses relatives à f' / série de doc	C effectifs	D effectifs	E effectifs	F_{123} effectifs
valeur de $f'(a)$ juste	6	19	0	4
valeur de $f'(a)$ fausse	4	29	0	0
graphe de f' juste	19	8	4	2
graphe de f' faux	22	11	2	1
valeur de $f(x)$ exacte pour $x < 3/2$	4	15	0	0
graphe de f' exact pour $x < 3/2$	11	13	4	5

question 11

réponse à la question 11 a), b), c) / série de doc	C effectifs	D effectifs	E effectifs	F_{123} effectifs	F_6... effectifs	Etrangers effectifs
a) formule	49	45	12	5	1	8
dernier exact	36	26	10	8	3	0
b) formule	35	29	8	3	0	8
dernier exact	11	9	2	0	2	1
dernier inexact	16	8	3	2	0	5
nombre de copies	90	175	19	20	31	26

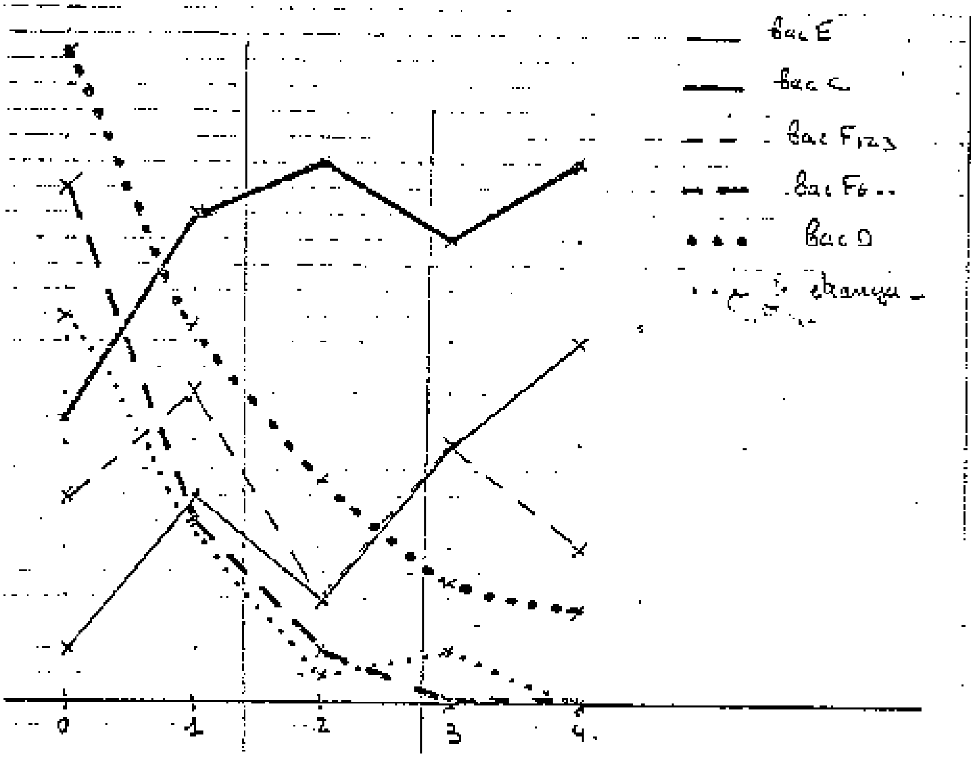
question 9 a)

éléments de réponses à la question 9 a) / série de doc	C effectifs	D effectifs	E effectifs	F_{123} effectifs	F_6... effectifs	Etrangers effectifs
écriture algébrique exacte	49	(5) 46	8	(3) 7	(1) 1	10
résolution graphique exacte	22	(1) 62	3	0	4	2
réponse numérique exacte	34	(3) 48	(1) 4	(10) 6	2	8
$\frac{n}{6}$ exact $n\%$	15	(1) 25	3	2	(2) 4	0
réponse numérique inexacte	29	(6) 83	6	(5) 7	(1) 15	16
total des copies	(1) 89	(6) 175	(1) 19	(15) 17	(3) 31	26.

4/ utilisation de dessins -

nombre de dessins (ou documents) \ série de bac	C effectif	D effectif	E effectif	F123 effectif	F6.. effectifs	étranger effectifs
0 dessin	20	56	5	13	22	11
1 dessin	58	117	7	7	8	14
2 dessins	12	2	7	0	1	1

5/ répartition des connaissances dans le cadre graphique -



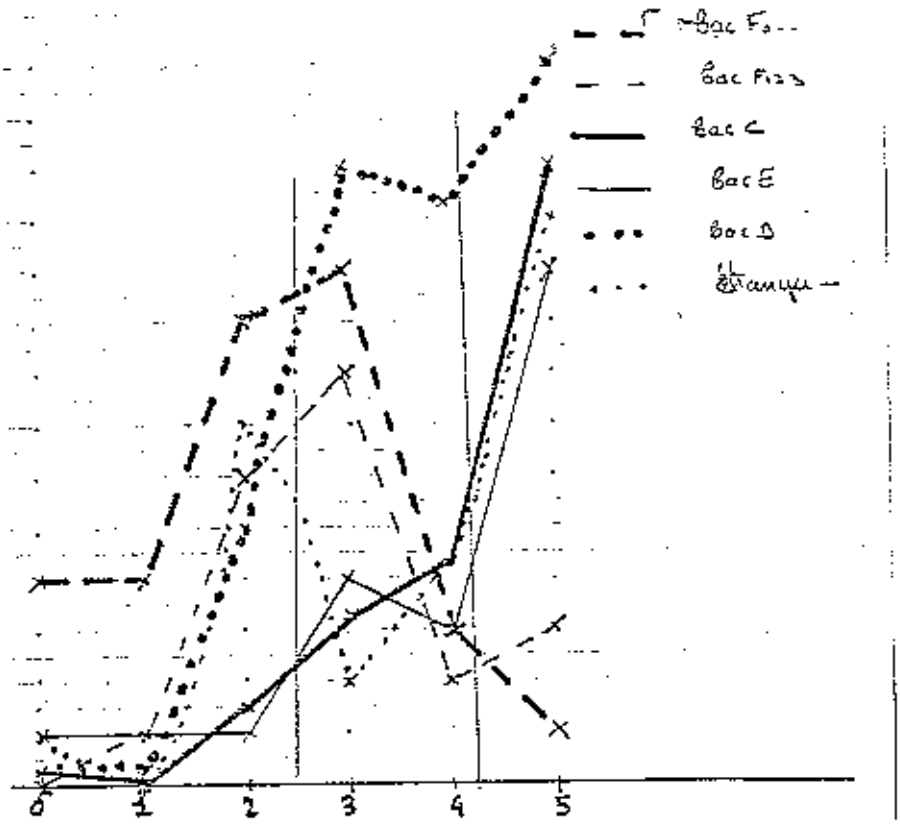
courbes de dispersion des sommes des scores aux blocs "production de graphes" et "interprétation de graphes" selon les séries de bac

les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes

total des scores aux blocs interprétation de graphes et production de graphes \ série de bac	C %	C effectif	D effectif	D %	E effectif	E %	F123 effectif	F123 %	F6... effectif	F6... %	étranger effectif	étranger %
0 ou 1	33%	30	127	72%	5	26%	10	50%	29	93%	23	88%
2	23%	21	22	12%	2	10%	1	5%	2	6%	1	4%
3 ou 4	43%	39	26	15%	12	63%	9	45%	0	0	2	8%
total	99%	90	175	99%	19	99%	20	100%	31	99%	26	100%

annexe 3 : répartition des connaissances dans le cadre symbolique

1/ suivi au Hoc "formel"

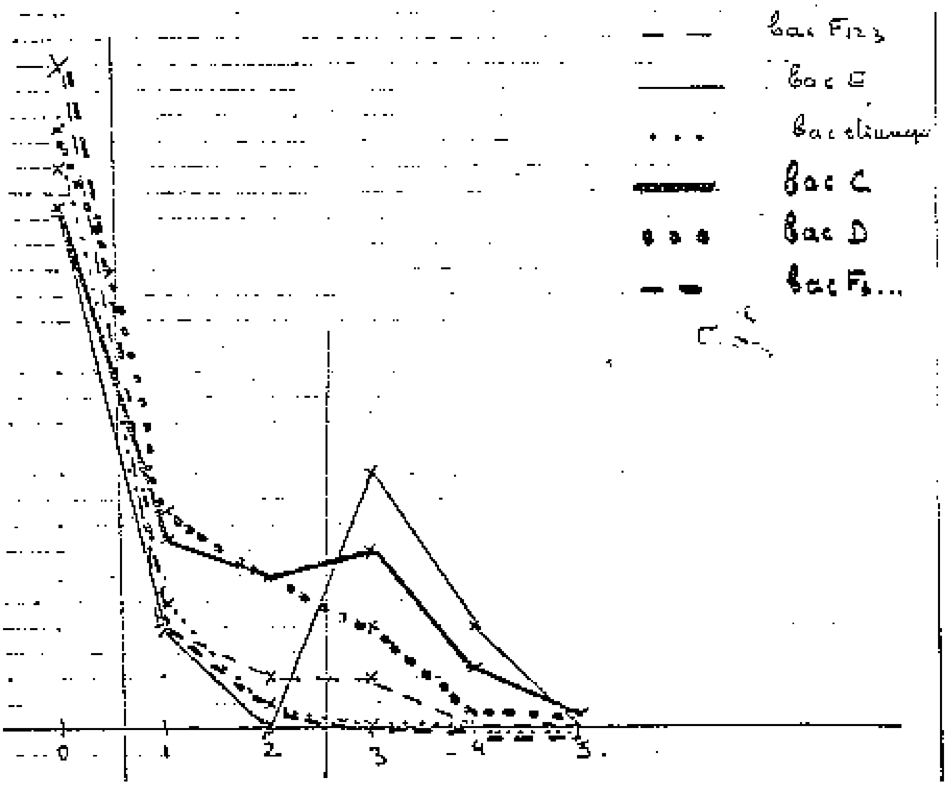


courbes de dispersion des totaux selon les suivis de Bac

les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes

suivi de Bac / suivi au Hoc formel	C % effectif	D % effectif	E % effectif	F123 % effectif	F6... % effectif	Etranger % effectif
Hocuode	10% 9	12% 22	10% 2	35% 7	55% 17	31% 8
Hoc & maîtrise plein	35% 32	54% 95	37% 7	50% 10	42% 13	27% 7
Hoc plein	56% 49	33% 58	53% 10	15% 3	3% 1	42% 11
total	99% 90	99% 175	100% 19	100% 20	100% 31	100% 26

2/ suivi au Hoc "quantification"



courbes de dispersion des totaux selon les séries de bac

les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

séries au flou "quantification" \ série de bac	C %	C effectif	D %	D effectif	E %	E effectif	F123 %	F123 effectif	F... %	F... effectif	Etranger %	Etranger effectif
flou vide	45%	40	52%	92	53%	10	76%	13	84%	26	81%	21
flou à moitié plein	33%	29	36%	63	10%	2	18%	3	16%	5	19%	5
flou plein	22%	20	11%	20	37%	7	6%	1	0	0	0	0
total	100%	89	99%	175	100%	19	100%	17	100%	31	100%	26

3/ réponses aux questions intervenant dans la détermination des flous " formel " et " quantification ".

réponses à la question 6. \ série de bac	C effectif	D effectif	E effectif	F123 effectif	F... effectif	Etranger effectif
$u_5 - u_5$ correct	75	119	12	6	6	18
$u_{n+1} - u_n$ correct	69	93	12	4	25	16
réponses erronées compatibles	3	19	2	1	0	1
total des copies	90	175	19	20	31	26.

réponses à la question 10 \ série de doc	C effectif	D effectif	E effectif	F_{123} effectif	F_6 effectif	Etranger effectif
FVF	63	77	14	11	12	16
FVV	14	28	3	5	5	8
autres	5	5	1	2	9	2

question 13

étude du premier groupe de liaisons (a, b, c).

implications énoncées \ série de doc	C effectif	D effectif	E effectif	F_{123} effectif	F_6 effectif	Etranger effectif
a => c	41	78	7	5	9	7
c => a	23	62	3	0	12	6
b => c	3	8	0	0	1	1
c => b	2	7	0	0	1	0
a => b	2	8	0	0	2	1
b => a	3	1	0	0	2	0
total	74	164	9	4	27	15
nombre de rep à la question 13	61	119	8	5	17	9

étude du 3e groupe de liaisons (e, d, f)

implications énoncées \ série de doc	C effectif	D effectif	E effectif	F_{123} effectif	F_6 effectif	Etranger effectif
e => f	31	46	6	0	3	3
f => e	30	47	5	0	3	3
e => d	5	18	0	0	2	1
d => e	4	11	0	0	3	1
f => d	5	14	1	1	1	1
d => f	1	8	0	0	1	2
je ne comprends pas d, e, f	1	3	0	1	3	2
total	77	149	12	2	16	13
nombre de réponses à la question 13	61	119	8	5	17	9

examen du deuxième type de liaisons.

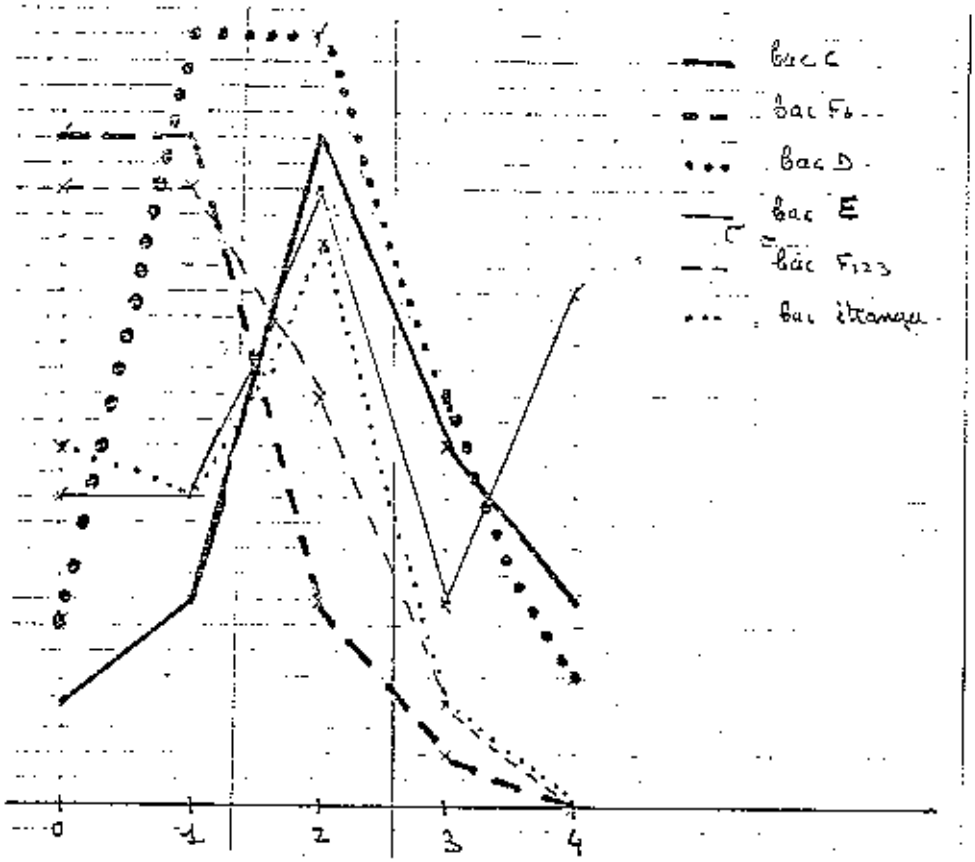
les 8 liaisons attendues sont sur les 8 premières lignes -

implications des énoncés \ suivi de bac	C effectif	D effectif	E effectif	F123 effectif	F6 effectif	Étranger effectif
a => c	23	44	8	2	2	2
c => a	27	41	8	2	1	1
b => d	31	46	8	1	2	2
d => b	33	38	8	2	2	2
c => f	13	22	6	0	2	0
f => c	20	20	6	1	2	1
a => f	25	41	5	0	3	3
e => c	13	15	3	0	0	1
f => a	21	33	3	0	3	3
c => e	6	13	2	0	1	2
a => d	5	12	0	1	0	3
d => a	5	7	0	1	1	1
e => b	4	3	0	1	1	1
b => e	3	6	0	1	1	0
c => d	5	6	0	0	1	1
d => c	5	6	0	0	1	1
f => b	1	2	0	0	0	3
b => f	0	2	0	0	0	1
total	238	356	57	12	22	28
nb élèves ayant répondu à la question 13.	61	119	8	5	17	9

4/ répartition des connaissances dans le cadre symbolique

les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes -

nombre total des items (conns. et quantifiées) \ suivi de bac	C %	C effectif	D %	D effectif	E %	E effectif	F123 %	F123 effectif	F6 %	F6 effectif	Étranger %	Étranger effectif
0,1	22%	20	42%	74	31%	6	70%	12	87%	27	50%	13
2	40%	36	35%	61	31%	6	29%	5	10%	3	42%	11
3,4	37%	33	23%	40	37%	7	0	0	3%	1	8%	2
total	99%	89	100%	175	99%	19	99%	17	100%	31	100%	26

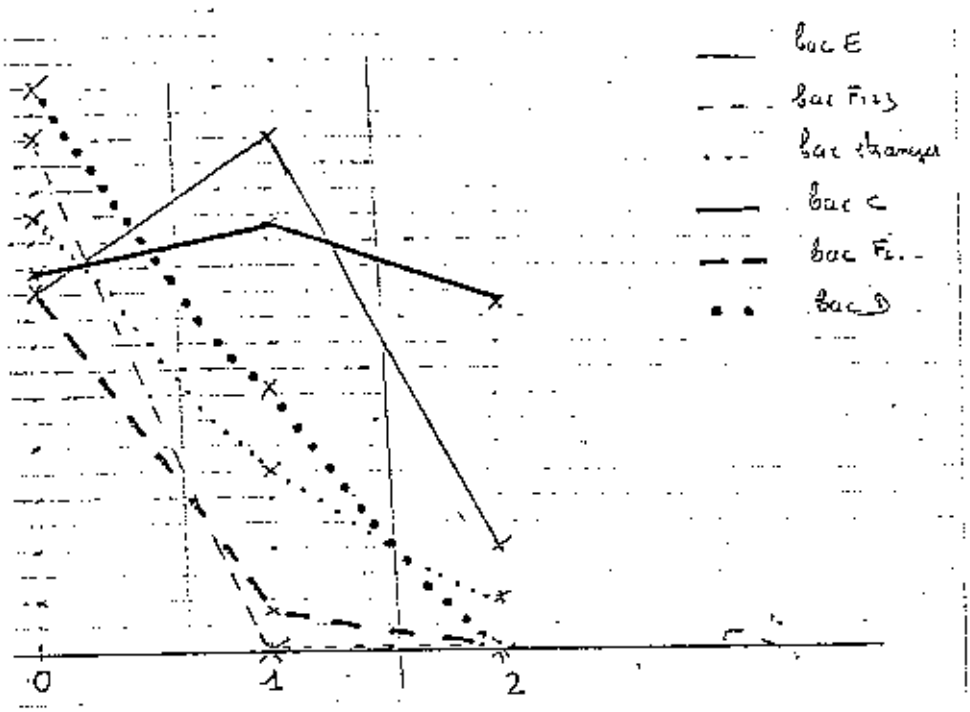


courbes de dispersion des sommes des scores aux Kocs formel et quantifications selon les séries de bac.

annexe 4 : répartition des connaissances dans le cadre réel –

1/ Bloc "vide".

courbes de dispersion des totaux selon les séries de bac



séries de bac / pour bloc "vide"	C % effectif	D % effectif	E % effectif	F1+3 % effectif	F1... % effectif	Etranger % effectif
Bloc vide	33% 30	64% 112	37% 7	100% 20	90% 28	65% 17
Bloc à moitié plein	37% 33	26% 45	53% 10	0	10% 3	27% 7
Bloc plein	30% 27	10% 18	10% 2	0	0 0	8% 2
Total	100% 90	100% 175	100% 19	100% 20	100% 31	100% 26

les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

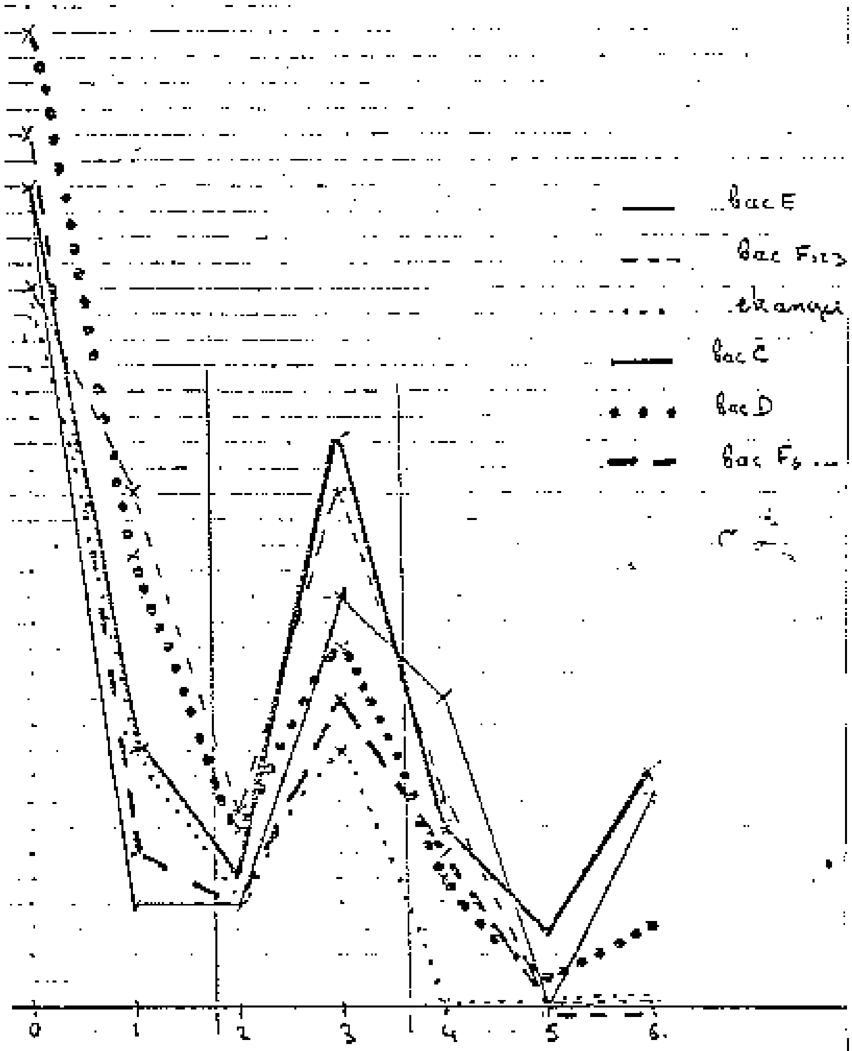
réponses exactes et procédures de résolution de la question 3 \ série de bac	C effectif	D effectif	E effectif
ensemble indexé par R	52	55	9
ensemble indexé par N	42	23	5
équations f' au lieu et annulation f'	41	40	5
encadrement	10	13	1
variations limites	17	9	3
encadrement	23	13	2

question 3

Les deux premières lignes du tableau indiquent le nombre de réponses correctes à chacun des points de la question, les deux suivantes les procédures utilisées dans la première partie de la question, les deux dernières les procédures utilisées dans la deuxième partie de la question.

Remarque : On a comptabilisé comme réponses correctes celles qui établissaient la majoration ou la minoration, mais ces réponses valaient 1/2 point dans le décompte des points, dont le total était finalement arrondi au 1/2 point supérieur. Ceci entraîne de légères différences entre ce tableau et le précédent, en effet un total 1 dans le tableau des scores peut provenir de deux réponses comptées comme correctes dans le tableau relatif à la question 3.

2/ Bloc " constitution des vélo ".



courbes de dispersion des totaux selon les séries de bac.

les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

série ou bloc "constitution des ..." / série de bac	C effectif	C %	D effectif	D %	E effectif	E %	F123 effectif	F123 %	F6 effectif	F6 %	Etranger effectif	Etranger %
Bloc vide	44	49%	112	64%	9	47%	11	55%	20	64%	19	73%
Bloc à moitié plein	27	30%	45	26%	5	26%	7	35%	8	26%	7	27%
Bloc plein	19	21%	19	10%	5	26%	2	10%	3	10%	0	
total	90	100%	175	100%	19	99%	20	100%	31	100%	26	100%

question 12

nombre de réponses "oui + non" \ série de bac	C (90) effectif	D (175) effectif	E (19) effectif	$F_1 F_2 F_3 F_4$ (20) effectif	$F_6 F_7 F'_7 F_8 BT_i$ (31) effectif	étrangers (26) effectif	
entre 7/19 et 8/19	58	102 (2)	11	9	15	12	Y-a-t-il un rationnel entre .. et .. ?
entre π et 22/7	43 (2)	74 (7)	9 (1)	9	14 (1)	10	
entre e et 2,718	40 (5)	75 (6)	7 (1)	9	6 (4)	9	
entre 7/19 et 8/19	33	37 (2)	5	3	5	5	Y-a-t-il un irration-nel entre .. et .. ?
entre π et 22/7	31 (1)	34	4	3	5	4	
entre e et 2,718	29	33	3	3	3	4	

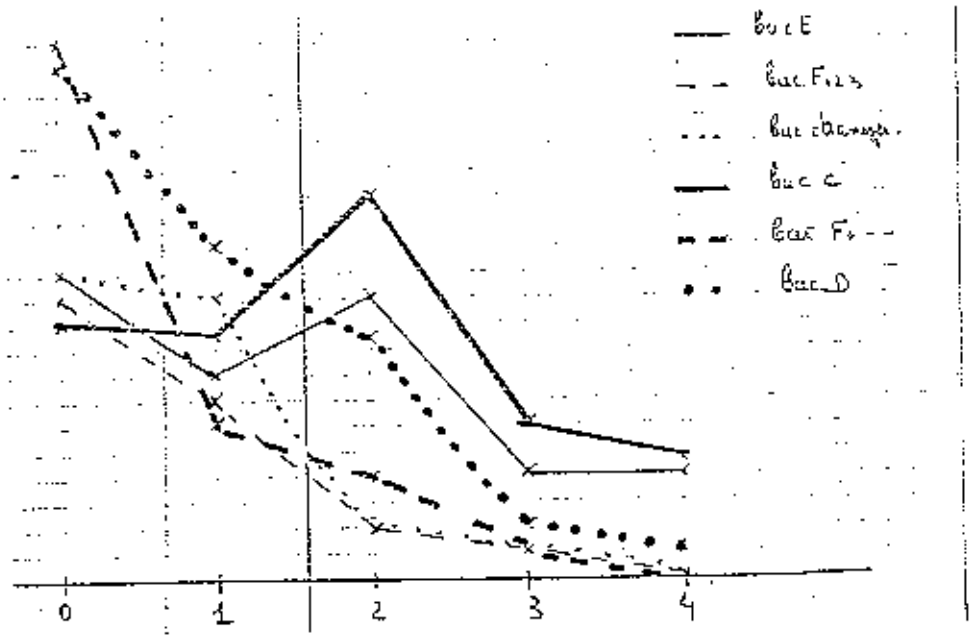
les nombres entre parenthèses à côté des séries de bac indiquent le nombre total de copies

les chiffres entre parenthèses dans le tableau indiquent le nombre d'étudiants n'ayant pas donné de réponse "oui" ou "non" au point correspondant de la question 12 mais ayant répondu "oui" ou "non" à tous les points précédents et à l'un au moins des points qui suivent directement la ou les questions "sautées"

"fréquence de oui" en % \ série de bac	C %	D %	E %	$F_1 F_2 F_3 F_4$ %	$F_6 F_7 F'_7 F_8 BT_i$ %	étrangers %	
entre 7/19 et 8/19	93	91 (89)	100	89	80	92	Y-a-t-il un rationnel entre .. et .. ?
entre π et 22/7	74 (71)	47 (43)	89 (80)	55	50 (47)	60	
entre e et 2,718	65 (58)	39 (36)	86 (75)	55	83 (50)	55	
entre 7/19 et 8/19	79	67 (63)	100	67	80	60	Y-a-t-il un irration-nel entre .. et .. ?
entre π et 22/7	68 (66)	65	100	100	80	50	
entre e et 2,718	69	51	100	67	67	95	

les pourcentages sont calculés sur le nombre de réponses "oui" + "non" correspondant à chaque point de la question 12 - les nombres entre parenthèses sont les mêmes pourcentages calculés sur le nombre de réponses obtenues en ajoutant celles qui correspondent aux chiffres entre parenthèses dans le tableau précédent aux réponses "oui" + "non" -

3/ répartition des connaissances dans le cadre réel -



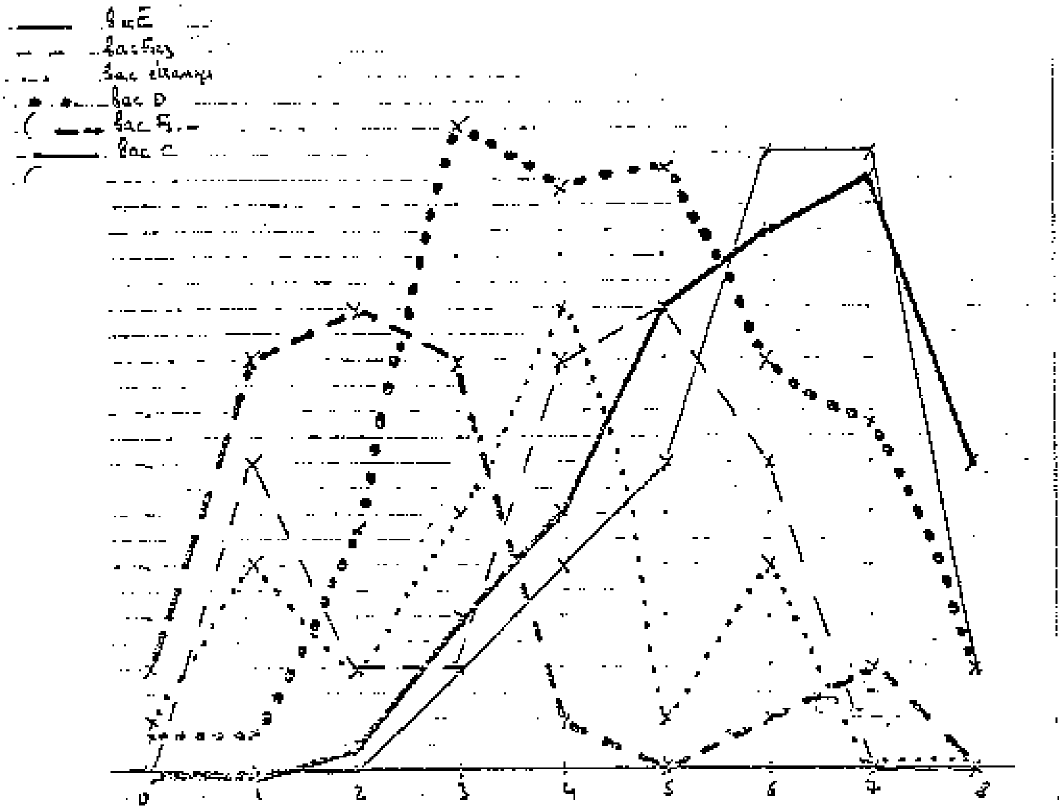
courbes de dispersion des sommes des scores aux blocs "cadre" et "constitution du réel"

les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

nbre de blocs / total des scores au bloc "cadre" et au bloc "constitution du réel"	C	D	E	Fleurs	Fr	Etranger
	% effectif	% effectif	% effectif	% effectif	% effectif	% effectif
0	22% 20	42% 74	31% 5	55% 11	64% 20	46% 12
1	21% 19	30% 52	21% 4	35% 7	19% 6	42% 11
>1	57% 51	28% 49	47% 9	10% 2	16% 5	11% 3
total	100% 90	100% 175	99% 18	100% 20	99% 31	99% 26

annexe 5 : répartition des connaissances dans les différents codes –

1/ nombre de blocs non vides.



nombre de blocs non vides \ série bac	C effectif	D effectif	E effectif	F12 effectif	F6 effectif	Étranger effectif
0	0	2	0	0	2	1
1	0	2	0	3	8	4
2	1	14	0	1	9	2
3	6	37	1	0	8	5
4	10	35	3	5	1	9
5	16	35	2	5	0	1
6	21	24	7	3	2	4
7	23	20	5	0	1	0
8	12	6	1	0	0	0
total	89	175	19	17	31	26

2/ nature des blocs non vides en fonction de leur nombre –

la fréquence d'apparition des différents blocs non vides dans la

population concernée est noté en pourcentage, le chiffre entre parenthèses indique la fréquence d'apparition du même Hoc non vide dans la population totale.

- Bac C

nature des Hoc non vides \ nombre de Hoc non vides	0, 1, 2, 3 %	4 %	5 %	6 %	7 %
Hoc "calculs" (95)	100	70	100	100	100
Hoc "formel" (83)	71	80	87	81	100
Hoc "inégalités" (85)	57	70	87	100	83
Hoc "production de graphes" (77)	28	20	75	81	100
Hoc "ordre" (67)	14	30	56	67	91
Hoc "interprétation de variances" (64)	0	60	44	71	74
Hoc "quantification" (55)	14	50	25	48	49
Hoc "constitution de R" (51)	0	20	25	43	83

nature des Hoc non vides \ nombre de Hoc non vides	3, 4, 5 %	6 %	7 %
Hoc "formel" (90)	50	100	100
Hoc "calculs" (89)	67	100	100
Hoc "inégalités" (84)	83	86	80
Hoc "production de graphes" (81)	100	86	80
Hoc "interprétation de graphes" (62)	67	42	100
Hoc "ordre" (63)	0	86	100
Hoc "constitution de R" (52)	33	57	40
Hoc "quantification" (47)	17	42	80

- Bac E

série D.

nature des blocs non vides \ nombre de blocs non vides	0,1,2 %	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %
bloc "calcul" (86)	50	73	88	100	100	80
bloc "formel" (87)	23	84	91	9	100	100
bloc "inégalités" (82)	39	76	80	91	100	85
bloc "quantification" (47)	17	22	40	51	75	75
bloc "production de graphes" (42)	11	13	20	63	54	95
bloc "ordre" (37)	11	13	34	46	54	90
bloc "construction des réels" (36)	0	16	26	40	54	75
bloc "interprétation de graphes" (30)	0	3	17	40	50	80

blocs F₁, F₂, F₃

nature des blocs non vides \ nombre de blocs non vides	0,1,2 %	3,4 %	5 %	6 %
inégalités (76)	25	80	100	100
production de graphes (75)	25	80	100	100
formel (65)	50	60	80	67
calculs (59)	0	80	60	100
interprétation de graphes (50)	25	0	80	67
construction des réels (45)	0	20	80	100
quantification (24)	0	60	0	67
ordre (0)	0	0	0	0

Bacs F_6, F_7, F'_7, F_8.

nature des items réussis \ nombre d'items réussis	0, 1 %	2 %	3 %	4, 5, 6, 7 %
inégalités (68)	50	55	87	100
formel (45)	10	67	62	75
constitution des réels (36)	10	33	37	100
production de graphes (25)	10	33	50	75
calcul (19)	0	11	12	100
quantification (16)	0	0	25	75
ordre (10)	0	0	25	50
interprétation de graphes (5)	10	0	0	50

étudiants étrangers :

nature des items réussis \ nombre d'items réussis	0, 1, 2 %	3 %	4 %	5, 6 %
calcul (77)	50	80	89	100
formel (69)	33	80	78	100
inégalités (62)	33	40	78	100
ordre (35)	17	0	55	60
production de graphes (31)	0	20	33	60
constitution de ℝ (27)	0	40	22	60
quantification (19)	0	40	11	60
interprétation de graphes (19)	0	0	33	40

3/ configurations de blocs non vides rencontrées par série de bac

Bac E

C	I	Pg	Ig	O	A	F	G	no de cas.	
x	x	x	x	x		x	x	3	7 blocs non vides
x	x	x	x	x	x	x		1	
x		x	x	x	x	x	x	1	
x	x	x		x	x	x		2	6 blocs non vides
x	x	x	x			x	x	1	
x		x		x	x	x	x	1	
x	x	x	x	x		x		2	
x	x			x	x	x	x	1	
x	x	x				x	x	1	5 blocs non vides
	x	x	x		x	x		1	
x	x	x	x					2	4 blocs non vides
	x	x	x		x			1	
x		x				x			

Bac C.

C	I	Pg	Ig	O	A	F	G	nombre de cas rencontrés	
x	x	x		x	x	x	x	6	7 blocs non vides
x	x	x	x		x	x	x	2	
x	x	x	x	x		x	x	4	
x		x	x	x	x	x	x	4	
x	x	x	x	x	x	x		7	
x	x	x	x	x		x		4	6 blocs non vides
x	x			x		x	x	2	
x	x	x	x			x	x	3	
x	x	x		x	x	x		2	
x	x	x	x		x	x		3	
x	x	x		x		x	x	2	
x	x	x	x	x	x			1	
x	x	x	x	x			x	2	
x	x		x		x	x	x	1	
x	x	x		x	x			1	5 blocs non vides
x	x	x	x			x		3	
x		x	x	x		x		1	
x	x		x	x		x		2	
x	x		x			x	x	1	

C	I	Pg	Ig	O	R	F	φ	nombre de cas.
x	x	x		x		x		3
x	x			x		x	x	1
x		x			x	x	x	1
x	x	x		x	x			1
x	x	x			x	x		1
x	x	x				x	x	1
x	x					x	x	1
x				x		x	x	1
x	x			x		x		1
x		x	x			x		1
	x		x			x	x	1
	x				x	x	x	1
			x		x	x	x	1
x	x	x	x					1
x	x		x			x		1
x	x		x		x			1
x	x				x			3
x	x		x					1
x						x	x	1
x				x		x		1

4 blocs nouveaux

3 blocs nouveaux.

C désigne le bloc "calcul", I le bloc "inégalité", Pg le bloc "production de graphes", Ig le bloc "Interprétation de graphes", O le bloc "ordre", R le bloc "construction des reels", F le bloc "formel" et φ le bloc "quantification".

La configuration de blocs nouveaux est indiquée par des croix dans les cases correspondantes;

Bac D

C	I	Pg	Ig	O	R	F	G	nb de cas.	
x	x	x	x		x	x	x	3	
x	x	x	x	x		x	x	6.	7 Kcs nouvelle
x	x	x	x	x	x	x		6.	
x	x	x		x	x	x	x	4.	
x	x		x	x	x	x	x	1	
x	x		x	x		x	x	4	
x	x	x	x		x	x		2	
x	x		x	x	x	x		1	6 Kcs nouvelle
x	x	x		x	x	x		2	
x	x	x	x			x	x	4.	
x	x	x			x	x	x	4	
x	x		x		x	x	x	1	
x	x			x	x	x	x	4.	
x	x	x		x		x	x	3	
x	x				x	x	x	5	
x	x	x				x	x	6	5 Kcs nouvelle
x	x		x	x		x		2	
x	x	x			x	x		3	
x	x			x		x	x	2	
x	x		x		x	x		2	
x	x	x	x			x		6	
x	x		x			x	x	1	
x	x	x		x		x		3	
	x	x			x	x	x	1	
	x		x		x	x	x	1	
x	x	x			x	x		1	

B.c.D suite

C	I	Pg	Ig	O	R	F	?	nb de cas
x			x		x	x	x	1
x	x	x		x			x	1
x		x	x			x		1
x	x					x	x	7
x	x				x	x		6
	x	x	x			x		1
x	x			x		x		6
x		x		x		x		1
x	x	x		x				1
x	x		x			x		2
x	x	x				x		2
x	x			x			x	1
x		x				x	x	1.
x	x		x		x			1
				x	x	x	x	1.
x				x		x	x	1.
x					x	x	x	1
	x				x	x		1
x	x					x		16
			x		x	x		1
				x		x	x	2
x					x	x		1
x	x	x						1
				x	x	x		1
x						x	x	3
x	x				x			1
x	x						x	3
	x	x				x		2

6 Heures non vidés (rows 3–17)

3 Heures non vidés (rows 18–27)

C	I	P_g	I_g	O	R	F	G	nb de cas	
	x	x		x				1	
	x				x	x		1	
	x			x		x		1	
x		x				x		1	
x				x				2	2 Hocs non vides
	x					x		1	
x	x							2	
					x	x		1	
x							x	1	
x						x		2	
	x						x	1	
	x					x		1	
		x					x	1	
						x		1	1 Hoc non vide
		x						1	

Bac F1 . F2 - F3 - F4.

C	I	P_a	I_g	O	R	F	φ	Nb de cas	
x	x	x	x		x	x		1	6 Hocs non vides
x	x	x			x	x	x	1	
x	x	x	x		x		x	1	
x	x	x	x		x			1	5 Hocs non vides
x	x	x			x	x		1	
x	x	x	x			x		1	
	x	x	x		x	x		2	
x	x	x				x		1	4 Hocs non vides
	x	x			x		x	1	
x	x					x	x	1	
	x			x		x	x	1	
x	x	x				x		1	
	x	x						1	2 Hocs non vides
			x					1	1 Hoc non vide
						x		1	

Bac F1. F3. F4. F5

C	I	Pa	Ia	D	R	F	S	nb élèves	
x	x	x	x		x	x	x	1	au moins 4 colonnes vides
x	x	x		x	x		x	1.	
x	x	x	x		x	x		1	
	x				x	x	x	1.	
	x					x	x	2	3 colonnes non vide
	x			x	x			1	
x	x	x						2.	
	x	x				x		1	
	x				x	x		1.	
		x		x	x			1.	
		x				x		2	2 col non vide
					x	x		2	
	x					x		2	
x	x							1	
	x	x						1	
	x				x			1.	
	x							5	1 col non vide.
			x					1	
						x		1	
					x			1	

annexe 5

texte du premier questionnaire.

1/ Représenter dans le plan, l'ensemble : $A = \{(x,y) ; x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, |x| + |y| \leq 1\}$

2/ Soient deux nombres réels vérifiant $-1 \leq a \leq 4$ et $-3 \leq b \leq -1$, donner un encadrement de $a - b$.

3/ Indiquer sur un graphique l'ensemble des solutions de $x^2 + 2x + 1 > 0$

4/ a) On considère l'ensemble des nombres de la forme $\frac{x}{1+x^2}$ où x est un réel. Cet ensemble est-il minoré ? majoré ? justifier votre réponse.

b) On considère l'ensemble des nombres de la forme $\frac{(-1)^n}{n}$ où n est un entier non nul. Cet ensemble est-il majoré, minoré ? Justifier votre réponse.

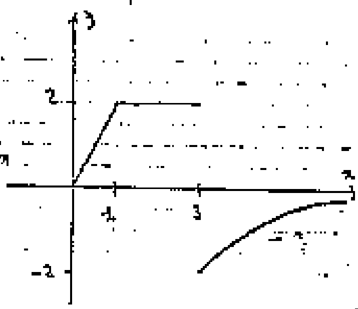
5/ On considère l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :
$f(x) = 0$ sur $[-1, 0]$, $f(x) = \sqrt{x}\,|x| + \sqrt{x}$ sur $]0, +\infty[$, et
$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ sur $]-\infty, -1[$

6/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(x-1)^2 + 2 = 0$.

7/ Quelle est la dérivée de la fonction $x \longmapsto \sqrt{x^2 - x + 1}$

8/ On donne $u_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n}$ pour n entier non nul.
Écrire sous forme d'une fraction $u_1 - u_5$, puis $u_{n+1} - u_n$.

9/ Soit f une fonction de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique est la suivante.



En quels points f est-elle continue ? dérivable ?
Quelle est l'allure de la représentation graphique de la dérivée ?
Justifier vos réponses

10/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations
$\frac{x-1}{x-2} > \frac{x-3}{x-4}$, puis $\sqrt{x+2} < \sqrt{3x+7}$

11/ Déterminer les valeurs de θ pour lesquelles $\sin \theta > 1/2$

12/ Soit a un nombre réel, les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
$a = 3 \implies a^2 = 9$
$a^2 = 9 \implies a = 3$
$a \neq 3 \implies a^2 \neq 9$

13/ On considère un rectangle ABCD
a) On suppose le périmètre constant égal à 8 cm. Représenter graphiquement l'aire du rectangle en fonction de la longueur de AB. A l'aide de quelle figure correspond le maximum de la courbe obtenue.
b) On suppose l'aire du rectangle constante égale à $10 cm^2$. Représenter graphiquement le périmètre du rectangle en fonction de la longueur de AB.

14/ Peut-on trouver un nombre rationnel et un nombre irrationnel entre les nombres suivants ? Lorsque la réponse est oui, donner un exemple.
entre $7/19$ et $8/19$, entre π et $22/7$, entre e et $2,718$.

15/ Quelle est l'équation de la droite passant par les points $(-10, 0)$ et $(10, 143)$ du plan.

annexe 7 : bacs et brevets de techniciens

bacs de techniciens : F1 : construction mécanique

F2 : électronique

F3 : électrotechnique

F6 : chimie

F7 : sciences biologiques (option biochimie)

F'7 : sciences biologiques (option biologie)

F8 : sciences médico sociales.

les programmes des bacs F1, F2, F3 et F6 sont les mêmes.

les étudiants ayant le bac F6 ont été placés, après réflexion, avec ceux qui ont un bac F7, F'7, F8 parce que l'esprit de la filière chimie du secondaire, et les filières envisagées dans l'enseignement supérieur sont, en général [illegible], mais [illegible] de mathématiques* et le problème de l'enseignement des maths et du soutien éventuel ne se pose pas dans les mêmes termes que pour les bacs F1, F2, ou F3 qui ne peuvent choisir qu'une filière physique ou un Deug A.

* filières chimie, biochimie, biologie, sciences naturelles ou Deug B.

les programmes des brevets de techniciens sont plus proches, tout en étant intermédiaires, de ceux des bac F7, F'7 ou F8. De plus les filières choisies sont les mêmes.

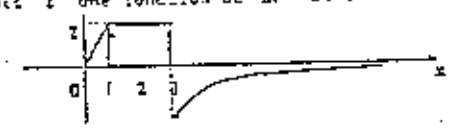
annexe 2.

1. Représenter dans le plan
$A = \{(x,y) \; ; \; x \in \mathbb{R} \; ; \; y \in \mathbb{R} \; ; \; |x-1| < \frac{1}{2}\}$.

2. Soient deux réels a et b vérifiant $-1 < a < 4$, $-3 < b < -1$; donner un encadrement de $(a-b)$.

3. On considère l'ensemble des nombres de la forme $1 + \frac{1}{n}$ (où n entier strictement positif).
Cet ensemble est-il minoré ? majoré ? Justifier complètement.

4. Soit f une fonction de $\mathbb{R}^*$ dans $\mathbb{R}$ dont le graphe est le suivant :

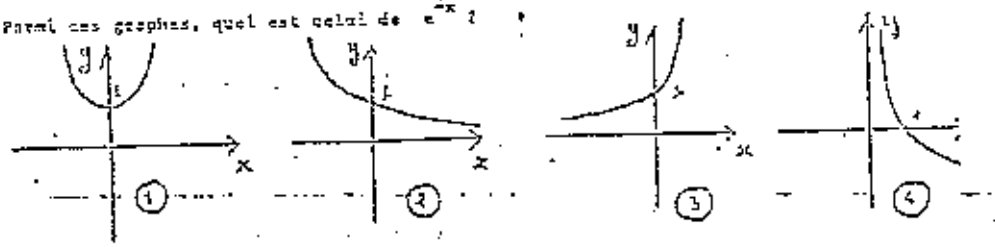


En quels points f est-elle continue ? En quels points f est-elle dérivable ?
Quelle est l'allure du graphe de la fonction dérivée ?

5. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation en x : $(x-1)^2 + 2 = 0$.

6. Quelle est la dérivée de la fonction $\sqrt{x^2-x+1}$?

7. Parmi ces graphes, quel est celui de e^{-x} ?



8. Quelles sont les valeurs de $\theta \in [0, 2\pi[$, pour lesquelles on a :
$\cos\theta + \sin\theta > 1$

9. Quelle est l'équation de la droite passant par les points $(-10,0)$ et $(10,\frac{1}{2})$?

10. Etant donnés deux réels positifs u et v, existe-t-il toujours un rectangle de demi-périmètre u cm et d'aire v cm^2 ?

11. On considère l'application f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = 0$ sur $[-1,0]$, $f(x) = \sqrt{2}|x| + \sqrt{2}$ sur $]0, +\infty[$ et $f(x) = \sqrt{2}x^2 - 1$ sur $]-\infty, -1[$. Résoudre $f(x) = \frac{5}{2}$.

12. Résoudre graphiquement l'inéquation suivante : $x^3 + 2x + 1 > 0$.

IL EST DEMANDE DE DEMONTRER TOUTES LES AFFIRMATIONS MEME SI CE N'EST PAS EXPLICITEMENT ECRIT DANS L'ENONCE D'UNE QUESTION.

Fin du problème n° 1.

Annexe 8 — Le prétest n° 2 — 69

1. Représenter dans le plan

(I) $A = \{(x,y)\ ;\ x \in \mathbb{R}\ ;\ y \in \mathbb{R}\ ;\ |x-1| < 1\}$. (G)

2. Soient deux réels a et b vérifiant

$-1 < a < 4$, $-3 < b < -1$;

(I) donner un encadrement de $(a-b)$ et de $\frac{a}{b}$.

3. Soit a un nombre réel ; les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses :

i) $a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$

(SY) ii) $a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$

iii) $a = 3 \Leftrightarrow a^2 = 9$

iv) $a \neq 3 \Rightarrow a^2 \neq 9$

Même question avec les assertions suivantes :

i) $\sqrt{4} = \pm 2$

ii) $\sqrt{4} = 2$

(AL) iii) $\sqrt{4} = -2$

iv) $\sqrt{4} = |2|$

v) $\sqrt{4} = |-2|$.

4. On considère l'ensemble des nombres de la forme $1 + \frac{1}{n}$ (où n entier strictement

(O) positif). Cet ensemble est-il minoré ? majoré ? Justifier.

5. On considère l'application f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = 0$ sur $]1,2]$

(AL) et $f(x) = |x|$, sinon. Cette application est-elle croissante ? Résoudre $f(x) = 1$.

6. Définir les nombres rationnels; citer deux nombres irrationnels.

7. Soit (P) la proposition suivante : $\exists n \in \mathbb{N}\ ,\ \forall p \in \mathbb{N}\ ,\ p < n$;

(F) Ecrire sa négation. Laquelle des deux propositions (P) , non (P) est vraie ? (SY)

8. Soient f_1, f_2, f_3 trois fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Traduire graphiquement les propriétés suivantes :

a) $\forall j\ (j \in \{1,2,3\})\ ,\ \exists a\ (a \in \mathbb{R}), f_j(a) = 1$. (SY)

(G) b) $\exists j\ (j \in \{1,2,3\})\ ,\ \forall a\ (a \in \mathbb{R}), f_j(a) = 1$.

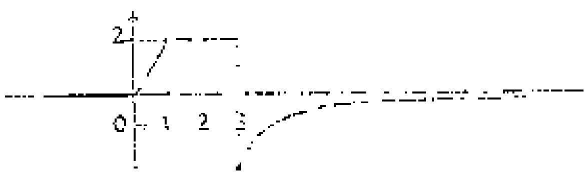
c) $\exists a\ (a \in \mathbb{R})\ ,\ \forall j\ (j \in \{1,2,3\}), f_j(a) = 1$.

9. Ecrire à l'aide de quantificateurs $(\forall, \exists)$ la phrase suivante, étant donnée une

(F) suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de nombres réels :

"Tout intervalle de $\mathbb{R}$ de centre 0 contient un élément de la suite".

10. Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ dont le graphe est le suivant :

(GF) 

En quels points f est-elle continue ? f est-elle dérivable ?

Quelle est l'allure du graphe de la fonction dérivée ?

} non pris en compte