

RECHERCHE D'UNE DEMARCHE D'ENSEIGNEMENT
EN MATHEMATIQUES, AU C.N.A.M

Jean-Philippe DROUHARD

Yves PAQUELIER

cahier de
didactique des
mathématiques
numéro
44

RECHERCHE D'UNE DEMARCHE D'ENSEIGNEMENT EN MATHEMATIQUES, AU C.N.A.M.

Jean-Philippe DROUHARD

Yves PAQUELIER

U.E.R DE DIDACTIQUE DES DISCIPLINES,
UNIVERSITE PARIS 7.

Mai 1987

Résumé :

Ce texte, qui reprend en l'étoffant un article à paraître dans la revue "Education Permanente", concerne une expérimentation portant sur un enseignement de mise à niveau mathématique (à peu près celui d'une terminale scientifique), pour des adultes, au Conservatoire National des Arts et Métiers. Après avoir exposé les contraintes de la situation et la genèse de ce travail, nous décrivons notre démarche d'enseignement centrée sur la notion de "discussion autour de problèmes", dont nous précisons le cadre théorique et le dispositif de mise en oeuvre. Une analyse du déroulement de la première année nous permet, pour finir, de dégager les problèmes didactiques et méthodologiques soulevés par cette expérience, et de donner quelques orientations pour la poursuite de notre recherche.

RECHERCHE D'UNE DEMARCHE D'ENSEIGNEMENT EN MATHEMATIQUES AU C.N.A.M.

L'expérience qui va être rapportée dans cet article peut être considérée de deux manières différentes :

- * comme une "innovation pédagogique" ayant pour but d'améliorer un enseignement en tenant compte des contraintes de la situation et d'une réflexion théorique sur certains aspects de l'apprentissage des mathématiques.
- * comme une "recherche didactique" visant à analyser les phénomènes d'enseignement (maîtrisés ou parasites, invariants ou conjecturels) qui se produisent à différents niveaux dans le cadre de cette innovation. Ceci afin d'interroger et de modifier le cas échéant le cadre théorique dans lequel notre démarche d'enseignement trouve sa signification et sa justification.

Il va de soi que les deux aspects ci-dessus sont indissociables et il n'est pas question de reprendre ici le vieux débat : innovations pédagogiques et/ou recherches didactiques. Insistons toutefois sur le caractère complémentaire de ces deux directions pour notre travail; nous sommes, en effet, à la fois enseignants et observateurs dans cette expérience. Si, dans cet article, nous privilégions l'aspect "innovation" (notamment par un compte-rendu "historique" de l'expérience), il n'est cependant pas question de passer sous silence la démarche théorique et les questions méthodologiques concernant notre recherche.

Il ne s'agit nullement de produire et de présenter une "recette qui marche" (en cela notre souci n'est pas celui de l'originalité ou de la nouveauté), mais bien davantage d'analyser une pratique d'enseignement en cours de modification. Ceci suppose "en amont" d'explicitier les raisons de cette modification et "en aval" d'en évaluer les effets.

La présentation chronologique de l'expérience exige un certain nombre de points de repère. Nous ferons référence à trois années scolaires, chacune concernant deux groupes d'étudiants (effectifs du début de l'année) :

1984-1985 : **ANNEE 0** Groupes : GY0 (150 étudiants) et GJ0 (50 ét.)
1985-1986 : **ANNEE 1** Groupes : GY1 (150 ét.) et GJ1 (50 ét.)
1986-1987 : **ANNEE 2** Groupes : GY2 (50 ét.) et GR2 (150 ét.)

1. LES CONTRAINTES DE LA SITUATION

1.1. LES TD D'ELEMENTS DE MATHS.

Le Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), situé à Paris, est un établissement d'enseignement supérieur à vocation d'éducation permanente: son public est donc composé d'adultes en activité (formation continue ou non), ou au chômage. Les filières scientifiques du CNAM sont accessibles aux candidats titulaires d'un baccalauréat C, D, ou E, ou d'un diplôme équivalent. Les autres candidats doivent s'inscrire à des enseignements dits "préparatoires". L'un d'entre eux s'intitule "Eléments de Maths" : son objectif est une remise à niveau mathématique en un an des étudiants. L'expérience d'enseignement que nous allons décrire concerne les TD d'Eléments de Maths.

Le programme, qui va de la 3^{ème} à la Terminale C, débute avec les calculs sur les puissances et la représentation graphique des fonctions affines, et se termine par les coniques, l'intégration et les nombres complexes. Les étudiants suivent deux heures de cours en amphithéâtre (1h. le Jeudi et 1h. le Samedi), et 3 heures de Travaux Dirigés (TD) par semaine (1h. le Jeudi et 2h. le Samedi). Les TD sont répartis en quatre groupes, dont un grand groupe en amphithéâtre (150 pl.) et trois petits en salle (50 pl.). Réussir les deux examens partiels, ou bien l'examen de Juin, ou encore celui de Septembre, donne accès aux enseignements de mathématiques du premier cycle du CNAM.

1.2. LA POPULATION.

La population des TD d'Eléments de Maths est relativement identique d'une année à l'autre ; à titre indicatif, voici quelques résultats du dépouillement d'un questionnaire (voir § 6.2) que nous avons fait passer au groupe GY2 en début d'année.

Données biographiques.

Effectif :	54 présents lors de la première séance.
Nationalité :	80% de français.
Age :	46% ont entre 25 et 30 ans.
Sexe :	80% d'hommes.
Emploi :	63% travaillent à plein temps.
Durée d'arrêt des études :	37% ont arrêté leurs études mathématiques depuis plus de 4 ans.
Projet d'études :	39% comptent faire de l'informatique ou de l'électronique.

Niveau mathématique.

L'enseignement d'Eléments de Maths est censé s'adresser à des étudiants dont le niveau serait celui d'une classe de première scientifique, ou d'une terminale non-scientifique. En fait, il n'en est rien : un questionnaire passé aux groupes GJ1 et GY1 en début d'année donne les indications suivantes :

- 7^2 est égal à 49 pour 79 % des étudiants.
- $\frac{42+3}{7+3}$ est incorrectement simplifié par 40% des étudiants.

Pour autant (et c'est là peut-être une caractéristique de l'enseignement en formation permanente), cela ne signifie pas qu'une majorité d'étudiants n'ont aucune connaissance du niveau Lycée : un questionnaire passé dans les groupes GY2 et GR2 (Voir § 6.3) a montré qu'il y avait 78 % de réponses exactes à la question :

« $A^2 = B^2$ entraîne-t-il toujours $A = B$? ».

Autrement dit, chez les étudiants des enseignements préparatoires du CNAM, de graves lacunes portant sur des points élémentaires du programme peuvent parfaitement coexister avec des agrégats de connaissances plus avancées. Pour une étude plus détaillée du niveau mathématique des étudiants des filières scientifiques du CNAM, voir CHASTENET (1987).

1.3. REUSSITE ET ORIENTATION DES ETUDIANTS

Effectifs d'étudiants en Eléments de Maths (année 1) :

1057 inscrits (pour une capacité d'accueil des salles de TD de
 $3 \times 50 + 150 = 300$ places),
 500 présents à au moins un examen,
 95 reçus.

Le taux de réussite, extrêmement bas, peut être expliqué en partie par une mauvaise orientation des candidats. Le CNAM organise pourtant des entretiens d'orientation lors des inscriptions, mais seuls 47% des étudiants en ont bénéficié. 31% environ des élèves ont, à l'entrée en Eléments de Maths, un niveau de classe de 2^{nde}, ou inférieur, ce qui leur ôte a priori tout espoir de tirer profit de cet enseignement.

2. L'ANNEE 0 : "AMELIORER LES CHOSES".

L'expérience menée au cours des années 1 et 2 ne peut se comprendre qu'à partir de notre analyse de l'année 0, que nous allons décrire brièvement.

2.1. NOS OBJECTIFS ET NOS INTENTIONS POUR L'ANNEE 0

En septembre 1984, compte tenu de l'expérience de l'un d'entre nous qui avait assuré cet enseignement en 1983 et forts de nos études récentes en didactique des mathématiques, notre état d'esprit était le suivant : quelles que soient les contraintes de cet enseignement, il doit être possible "d'améliorer tout ça", de ne pas faire des TD totalement "traditionnels" (correction monotone d'exercices). Nos intentions d'alors peuvent se définir de la manière suivante :

Deux objectifs : L'"heuristique éclairée" et le "garage"

1) Pratiquer une "heuristique éclairée", c'est à dire : expliciter au maximum la démarche de résolution des problèmes (puisés dans le stock des partiels et examens des années précédentes) en la saupoudrant de conseils logiques et méthodologiques. Autrement dit : résoudre les problèmes "à voix haute" en rendant la plus transparente possible la phase de recherche (essais, erreurs, vérifications, ajustements...)

2) Faire en sorte que le TD fonctionne comme un "atelier de garagiste", à savoir que chaque étudiant y apporte les problèmes et exercices lui ayant créé des difficultés, afin que l'enseignant y réponde.

Un souci : L'individualisation de notre action.

La situation, telle que nous l'avons décrite dans la première partie, montre suffisamment quelle impression de "masse" peuvent donner ces TD hétérogènes, aux effectifs importants, composés d'étudiants le plus souvent muets, passifs, anonymes, et aux cursus individuels très différents.

Nous avons voulu créer une relation de travail plus individualisée avec chacun d'entre eux. D'abord au moyen de fiches détaillées (photos, renseignements divers) permettant un suivi individuel, puis à l'aide de devoirs (facultatifs) et d'exercices dits "post-devoirs". A chaque étudiant ayant rendu un devoir, nous remettions avec sa copie corrigée un certain nombre d'exercices comportant des difficultés analogues à celles qu'il avait rencontrées. L'étudiant était encouragé à les chercher et à nous les rendre, de manière à engager une sorte de dialogue personnel centré sur ses difficultés propres.

Une attitude : Pragmatisme et bonne volonté.

Cette façon de faire n'était ni pensée ni construite à priori. Il s'agissait de résoudre les problèmes d'enseignement au fur et à mesure que nous les rencontrions, cherchant à chaque fois des solutions raisonnables et astucieuses (pragmatisme).

Par "bonne volonté" nous entendons deux choses :

- * D'une part, les efforts de l'enseignant pour "faire mieux", dans une vision naïve de l'amélioration de sa pratique. Ici : expliciter le travail de résolution plutôt que de donner simplement la solution d'un exercice.
- * D'autre part, l'attitude "participative" des étudiants, en posant des questions et en détaillant leurs difficultés.

Notre démarche était donc à la fois pratique dans son "amélioration progressive", ostensive dans le sens où le premier objectif présupposait une transmission par "imprégnation" (à force d'en voir ...) et incantatoire par nos appels réitérés, en direction des étudiants, pour qu'ils posent des questions.

Deux remarques :

- * La description de nos intentions, telle que nous venons de la faire, est davantage le résultat de nos conversations en cours d'année et de la réflexion menée en juillet 1985 que l'expression d'une volonté a priori. Compte tenu des déformations inhérentes à tout retour en arrière, elle nous paraît cependant refléter assez fidèlement notre attitude au début de l'année 0.
- * Nous avons utilisé un certain nombre "d'expression clefs" («heuristique éclairée», «garage»...) que nous avons forgées d'abord pour nous-mêmes, afin de mettre en mots les notions que nous utilisions. Ces expressions ne sont pas là pour définir des concepts (à l'exception peut-être de «discussion autour d'un problème») mais pour résumer notre pensée. En conséquence, le lecteur veillera à les enchâsser dans autant de paires de guillemets qu'il le jugera nécessaire...

2.2 BILAN DE L'ANNEE 0

En regard de nos intentions de départ, ce qui s'est effectivement passé peut se résumer autour de trois points :

Le silence des étudiants.

Les étudiants n'ont pratiquement pas posé de questions : le "garage" n'a pas fonctionné. Ils acceptaient, bon gré mal gré, de répondre quand nous les interrogeons, mais intervenaient très peu pour faire une remarque ou signaler une difficulté de compréhension. A côté de cet état de fait, de plus en plus pesant au cours de l'année, les seules questions qui nous étaient adressées, le furent à la fin des séances, individuellement, presque "sous le manteau".

Le questionnaire d'évaluation proposé à la fin de l'année confirma d'ailleurs cette attitude des étudiants : pour eux, le TD n'était l'occasion, ni de poser (ou se poser) des questions, ni de se faire interroger par l'enseignant. Leur seul moyen d'obtenir des "informations" se situait donc dans cette pratique secrète de questionnement en fin de séance, pratique ayant l'avantage, pour qui l'utilise, de ne pas mettre sous les yeux de tous ses problèmes de compréhension.

Echec du suivi individuel.

L'effectif trop important, et surtout la présence très irrégulière des étudiants aux TD (l'assiduité n'est pas obligatoire), n'ont pas permis une connaissance réelle des difficultés de chacun.

Quant à la tentative de travail individualisé au moyen des exercices post-devoirs, elle fut sans lendemain. En effet, quel que soit le nombre de devoirs rendus (50 au début de l'année, 10 vers la fin) aucun étudiant ne remit (ni même ne chercha si l'on en croit le questionnaire d'évaluation) les exercices post-devoirs.

Retour vers la "correction commentée".

Peu à peu les TD se sont transformés en séances de corrections d'exercices (proposés par nous), agrémentées d'un soupçon d'heuristique et d'un peu de réflexion didactique ("dans ce cas là il est préférable de procéder de la manière suivante...", "cette erreur est classique, elle signifie que...") et assorties parfois de l'expression de nos doutes et nos angoisses pédagogiques. Le tout finissait par ressembler à un "monologue à plusieurs voix" d'un enseignant désireux de rendre vivant ce qui n'était qu'un discours sans interlocuteurs.

3 ELABORATION DU CADRE THEORIQUE DE L'ANNEE 1.

3.1. TRAVAIL DE REFLEXION SUR L'ANNEE 0.

Le contraste entre nos intentions de départ et ce qui s'était effectivement passé nous amena à préciser deux points essentiels pour la suite de notre travail :

L'importance et la nature de la pression exercée par ce contexte d'enseignement :

Affirmer que vouloir changer telle ou telle composante du système d'enseignement ne suffit pas pour que ce changement ait effectivement lieu, est un lieu commun. En revanche, il n'est pas inutile de repérer les paramètres d'un contexte particulier d'enseignement (ici : fonctionnement du CNAM, caractéristiques et attentes de la population étudiante...) qui sont autant de "points de résistance" au type d'innovation décrit ci-dessus. L'enseignant apparaît ainsi au centre d'un réseau de contraintes qui le conduit, par un glissement insensible mais irrésistible, à mener le type d'enseignement qu'il voulait précisément éviter.

Le refus du "déterminisme institutionnel" :

Quelle que soit l'importance des contraintes institutionnelles que nous étions en train de repérer et d'analyser, il nous paraissait essentiel de ne pas y voir la seule cause de notre "échec", en s'installant confortablement dans l'acceptation d'une sorte de "fatalité institutionnelle".

C'était, au contraire, dans le manque de solidité de notre analyse didactique qu'il fallait chercher la raison de la pauvreté des modifications obtenues. Davantage donc que la constatation d'un échec, cette année 0 (méritant en cela son numéro) nous fournit l'information et la méthodologie nécessaires pour passer du stade des bonnes intentions à celui d'une démarche d'expérimentation.

Il s'agissait donc de repenser radicalement notre pratique d'enseignement afin d'en expliciter les présupposés et de confronter ceux-ci avec la réalité de la situation.

Deux exemples de ce travail de réflexion :

1) Face à l'échec de notre tentative de suivi individuel, il nous parut important de remettre en cause une certaine croyance diffuse dans la vertu magique d'une individualisation de l'enseignement. N'avions nous pas abordé le problème par le mauvais côté ? Nous avions voulu éviter les deux obstacles que représentaient le nombre trop important d'étudiants (jusqu'à 150 par séance !) et la grande hétérogénéité de leur niveau mathématique. Ne fallait-il pas, au contraire, convertir en avantage ces deux inconvénients par une gestion appropriée du moment collectif que représentaient les séances de TD ?

2) En ce qui concerne le silence et l'inertie des étudiants, notre analyse fut la suivante : par son double caractère facultatif et exigeant (venir faire des mathématiques après une journée ou une semaine de travail), cet enseignement supposait une certaine motivation chez ceux qui le suivaient.

Cette "passivité", à laquelle nous nous étions heurtés, relevait donc moins, a priori, de l'indifférence ou de l'ennui que d'un réflexe naturel de défense d'un auditoire composé d'adultes. Dès lors, deux types de questions se posaient à nous :

- * A quoi correspond ce désir de faire que les étudiants "parlent" en mathématiques ? Quel rôle assigne-t-on à cette prise de parole dans l'apprentissage des mathématiques ? S'agit-il simplement de rendre le cours "vivant", ou cela correspond-il à une exigence plus essentielle, plus spécifique du contenu de notre enseignement ?
- * Parallèlement, il nous fallait chercher quelle règle du jeu instaurer, pour que prendre la parole devienne le comportement naturel et nécessaire de chacun au cours des TD. Par quelles contraintes internes à la situation, plus fortes que la simple demande de notre part, briser le silence, et forcer chaque étudiant à sortir de sa réserve ?

Ce double mouvement de réflexion théorique et de prise en compte des réalités nous a permis de mettre à jour les éléments d'un dispositif d'enseignement, et d'abord, de tracer les axes théoriques de notre action.

3.2 UN TRIPLE CHANGEMENT D'ATTITUDE.

Moins qu'un comportement acquis et consolidé par des années d'études, nous pensions que c'était un certain état d'esprit qu'il nous fallait modifier. Cela supposait d'agir sur l'ensemble du système relationnel (maître - élève - savoir) propre à toute situation didactique. C'est ce que nous avons défini par le triple déplacement d'attitude suivant :

- 1 Faire passer la communication maître-élève (et aussi inter-élèves) du registre rhétorique (au sens péjoratif) BON/MAUVAIS au registre rationnel VRAI/FAUX.

Comme nous l'avons constaté (une fois de plus) sur les copies des devoirs de l'année 0, l'objectif de l'étudiant, lorsqu'il communique une solution à l'enseignant, est davantage de satisfaire ce dernier dont il attend un jugement de valeur (la note) que de le convaincre (cf. LEGRAND, 1986b). Ceci s'exprime, notamment, dans une attitude "juridique" (CHASTENET, 1987) par rapport à l'activité mathématique (ce qu'il "faut" faire/ce qu'il "ne faut pas" faire) (PAQUELIER, 1986).

Dès lors, il n'est pas étonnant que le fait de prendre la parole, pour proposer ou défendre une solution, apparaisse à l'étudiant comme une activité vide de sens et dénuée d'enjeu, puisque c'est le maître qui prend en charge la question de la validité de cette solution.

- 2 Faire en sorte que l'étudiant parle du problème plutôt qu'il ait le sentiment que "le problème parle de lui" au travers du verdict de l'enseignant.

Très souvent l'étudiant aborde la recherche d'un problème avec une mentalité de "victime", victime d'un jeu dont les règles lui échappent et dont le dénouement sera son appréciation par l'enseignant. Dans cet état d'esprit, il s'agit donc pour l'étudiant de se "protéger", en ayant recours à des astuces, des recettes, des automatismes (cf. CHASTENET, 1987), qu'il applique dès qu'il croit identifier le danger (exemple : calculer le discriminant dès qu'il y a un second degré...)

Le déplacement que nous souhaitons favoriser visait donc l'acquisition d'une certaine "autonomie" par rapport au texte du problème : dire s'il est classique ou insolite, reconnaître, le cas échéant, s'il est ambigu, mal formulé, envisager des prolongements, des conjectures permettant de l'ennoblir... En un mot, parler (mathématiquement, ou métamathématiquement) du problème, dans un discours recherchant ou exposant sa résolution.

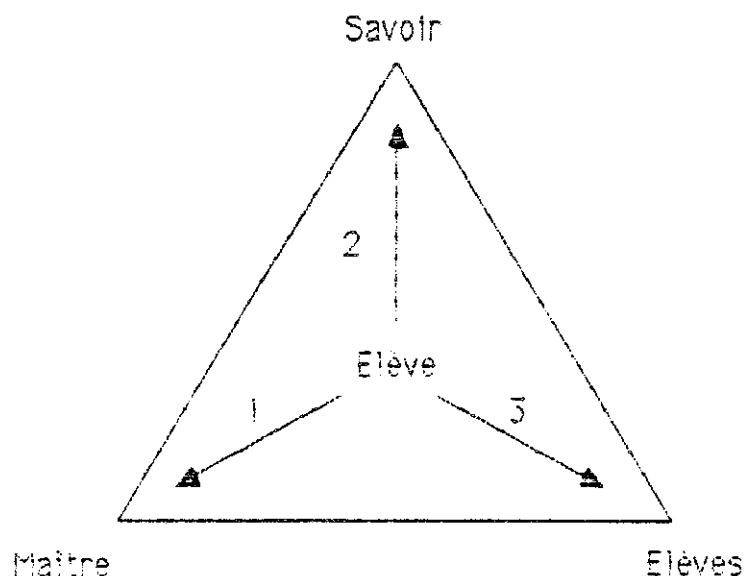
3 Faire en sorte que les élèves s'engagent (à la première personne) dans une discussion contradictoire portant sur la vérité de leurs affirmations.

L'idée, paradoxale en apparence, qui est sous-jacente à ce troisième point, est que l'élève ne peut accéder au jugement de vérité (vrai/faux) tant qu'il reste à un niveau formel, tant qu'il n'a pas été intimement convaincu, à un moment donné, que ce qu'il prétendait était vrai (ou faux).

Autrement dit, la vérité d'un énoncé mathématique, qui typiquement ne dépend ni des circonstances, ni des individus, ne prend de sens pour l'élève que dans l'exacte mesure où elle a été, à un moment donné, "sa" vérité ("contextualisée" et personnalisée). Cette personnalisation passe, à notre avis, par le débat contradictoire : lorsque l'élève prétend que tel énoncé est vrai tandis que son voisin lui soutient mordicus qu'il est faux.

En bref, les trois points évoqués ci-dessus concernent respectivement :

- 1 : le rapport de l'élève au maître.
- 2 : le rapport de l'élève au (texte du) savoir.
- 3 : le rapport de l'élève à ses condisciples.



3.3 LA DISCUSSION AUTOUR DE PROBLEMES

Déjà, au cours de l'année 0, nous avons émis le vœux de faire "parler" ("discuter" au sens le plus vague du terme) les étudiants entre eux. Cependant, c'est seulement la réflexion théorique, articulée autour des trois axes évoqués ci-dessus, qui permet comme une "cristallisation" de cette volonté jusque là diffuse et peu argumentée. Tout semblait alors converger vers la notion de "discussion autour d'un problème", à condition de distinguer sous cette expression trois niveaux :

1) Un niveau **théorique** qui tente de préciser en quoi il peut y avoir "rencontre" entre la discussion en tant que type quotidien de communication, et l'apprentissage des mathématiques. Par "discussion", nous entendons alors un ensemble de pratiques discursives (idéales), à la fois occasion et indice de la triple modification d'attitude décrite plus haut.

2) Un niveau **didactique** dans lequel nous cherchons à définir les conditions favorables (il n'y a jamais de déterminisme strict en la matière) à la "prise de parole mathématique" des étudiants. Il s'agit alors du dispositif d'enseignement et de sa règle du jeu.

3) Un niveau d'**observation** qui s'intéresse aux différentes mises en œuvre possibles de ce type de discours dans la réalité de notre pratique .

"Discussion" doit alors s'entendre au pluriel, et nous parlerons des discussions (ou des types de discussion) possibles autour d'un problème. Ni concept achevé, ni mot "fourre-tout", cette expression de «discussion autour d'un problème» est là pour désigner à la fois un outil didactique dont il faut définir l'utilisation et évaluer les effets, et un objet à étudier pour en préciser, peu à peu, les caractéristiques fondamentales et, si possible, invariantes.

A propos de cette notion de discussion, signalons, parmi les nombreuses recherches didactiques nous ayant apporté des éléments d'analyse, les travaux de l'équipe grenobloise formée par Daniel ALLIBERT (1987), Denise Grenier, Marc LEGRAND (1984, 1985, 1986a, 1986b) et Françoise Richard, qui étudient le "débat scientifique" avec des étudiants de première année d'université. Quelles que soient les différences de situation, mais aussi d'analyse de certains points, qui sont apparues par la suite, l'orientation de notre recherche vers les situations de discussions doit beaucoup au travail de cette équipe.

3.4 QUELQUES REMARQUES SUR CE CADRE THEORIQUE

Cohérence et limites de la démarche.

Les trois axes énumérés plus haut ont été progressivement dégagés d'un ensemble de réflexions, de constats et de solutions envisagées pour l'année I. Il faudrait se garder de considérer cette approche comme l'application, au cas particulier du CNAM, d'une théorie didactique complète et solide que nous aurions développée au préalable. Il s'agit bien davantage d'une tentative de théorisation d'une "poussière de faits", tentative soumise à l'exigence d'un minimum de cohérence, et consciente de ses limites.

Métaphoriquement : l'ensemble flou des phénomènes didactiques pouvant se produire au sein de l'enseignement "Eléments de mathématiques" nous apparaît, dans notre volonté de le considérer globalement et sans réductionnisme, comme une sorte de "marais". A l'intérieur de celui-ci, nous avons tenté de planter quelques pilotis, peu nombreux mais relativement solides, ne permettant certes pas de le recouvrir (ou de l'assécher), mais à partir desquels il était possible d'avoir un point de vue sur la situation, et de tenter d'agir.

Présupposés : principes ou hypothèses.

Une différence essentielle entre les simples essais d'amélioration d'une situation d'enseignement, et un travail de recherche visant la compréhension et la plus grande maîtrise de cette situation, réside dans l'explicitation des présupposés sous-tendant les prises de position et donc les choix pour l'action. Savoir s'il faut qualifier ces présupposés de principes ou d'hypothèses est un autre (et difficile !) débat. Le problème qui se pose ici est celui de l'évaluation de l'expérience didactique que nous menons.

Quoi qu'il en soit, avant d'expliquer le dispositif et de décrire, dans ses grandes lignes, le déroulement de l'année I, il n'est pas inutile de rappeler certains points essentiels sur lesquels s'appuient notre pratique.

L'intériorisation du débat : nous entendons par là, la possibilité qu'a l'élève de reprendre à son compte, dans le cadre de la délibération intime, les démarches, les attitudes, les exigences, qui ont été mise en oeuvre dans la discussion à plusieurs.

La nécessité du regard réflexif : Il n'y a pas de réelle activité mathématique de l'élève sans que celui-ci considère, à un moment donné, son propre discours (affirmation, proposition de solution, rédaction de copies), et plus généralement tout discours mathématique (y compris les textes de problèmes), comme un objet, objet à analyser, critiquer, modifier...

Sans préjuger de la possibilité d'une telle attitude chez des élèves plus jeunes, la population adulte nous semble particulièrement adaptée à l'apprentissage de ce regard réflexif. L'idée reçue qui voudrait que, compte tenu d'échecs antérieurs, les étudiants de formation permanente ne puissent tirer réellement bénéfice que d'un enseignement minimal de règles et de pratiques, nous semble une absurdité. Nous pensons au contraire que ce type d'enseignement autorise, dans un renversement total de perspective, une exigence forte concernant l'activité mathématique. Faute de quoi, on risque d'handicaper davantage les étudiants à long terme, en voulant les aider à court terme.

La résolution rationnelle du conflit né de la confrontation de deux ou plusieurs solutions contradictoires, représente l'expérience mathématique privilégiée (DROUHARD, 1987).

Le primat du collectif sur l'individuel, non pas évidemment dans les processus d'apprentissage (individuels par définition), mais dans les moyens que l'enseignant se donne pour agir sur la situation, signifie pour nous la nécessité (et la possibilité) de gérer ce "moment collectif" que représente le TD tel que nous l'envisageons.

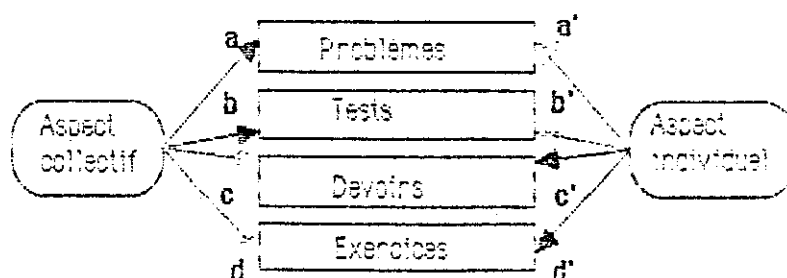
4. ANNEE 1 : A LA RECHERCHE D'UN THEOREME D'EXISTENCE.

4.1. DISPOSITIF DIDACTIQUE DE L'ANNEE 1

Le dispositif didactique que nous avons envisagé est celui qui nous a semblé réaliser le mieux les objectifs du cadre théorique, compte tenu des contraintes de la situation. Seule la partie du dispositif les concernant directement était destinée à être communiquée aux étudiants.

Les documents distribués aux étudiants.

En particulier, il était prévu de leur indiquer, dès la première séance, l'utilisation qui devrait être faite des quatre types de documents que nous leur remettions, lesquels présentaient chacun un aspect collectif et un aspect individuel.



Les problèmes : (2 ou 3 par séances) : Les problèmes, courts, étaient choisis moins pour leur difficultés techniques que pour "poser un problème" à l'étudiant. Leur formulation pouvait donc être ambiguë, et ils étaient toujours relativement "ouverts". Leur contenu mathématique était choisi afin de permettre une discussion sur un point donné du cours. Leur progression était donc imposée par le programme, sauf les deux premiers mois, consacrés à des révisions, et où nos critères de choix n'étaient pas forcément ceux du cours.

Les problèmes étaient donnés à l'avance à l'étudiant, qui avait pour consigne de les préparer (a') avant le TD (au minimum, de les étudier dans le métro avant d'arriver au CNAM). Au début de chaque séance, tout le monde était censé avoir une idée de ce dont traitait le problème, et avoir quelque chose à dire à son sujet. Les différentes solutions proposées en TD étaient mises au "vote" (d'accord / pas d'accord / je ne sais pas), puis donnaient lieu à une discussion entre les étudiants (a), sans que nous "prenions parti" dans un premier temps.

On trouvera au § 6.4 les énoncés de la plupart des problèmes du premier trimestre de l'année I.

Les tests : (5 dans l'année) devaient nous servir de mesure collective (b) de l'acquisition de certaines compétences et de l'intégration de certaines attitudes (on peut voir au § 6.3 l'énoncé et les principaux résultats d'un questionnaire de ce type, proposé aux étudiants de GY2 en début d'année). En même temps, ils représentaient un moyen d'évaluation individuelle pour les étudiants (b'), par nos notes et appréciations.

Les devoirs : (6 dans l'année plus un partiel blanc) prenaient en compte la contrainte institutionnelle de l'examen en permettant un travail individuel (c') proche de cette exigence. Ils fournissaient d'autre part un point de départ pour des discussions (c) suivant la règle : « Tout ce que vous écrivez sur vos copies pourra être retenu contre vous ! » Dans le même état d'esprit il était demandé aux étudiants d'auto-noter leurs devoirs, pour en encourager la relecture critique.

Les exercices : prenaient en charge l'aspect individuel "d'entraînement technique" (d'). Ils pouvaient aussi servir de "réservoir" à questions, qui étaient alors soumises à la discussion (d), sur le même principe que les problèmes.

La règle du jeu de "discussion autour de problèmes" :

Groupe de recherche	Enseignant	Amphi	Etudiant	Phase
Rédaction du problème (6). Essai d'analyse a priori : - des contenus et des tâches ; - de la gestion de la discussion.				PRE- PA- RA- TION.
			Préparation du problème chez soi.	
O B S E R V A T I O N			Proposition de sa solution à l'amphi.	S
	Ecriture au tableau (1). Impassibilité (2).			E
		Vote (3)		A
	Gestion des débats sans prendre parti (2), écriture des argumentations au tableau.	"Discussion" (4)	Attaque ou défense argumentées des diverses propositions.	N
	"Fermeture" ("institution-nalisation, renvoi à plus tard, intervention...") de la discussion (5).		Prise de notes.	C
	Rédaction d'une "chronique"			EVA- LUA- TION.
	Dépouillement des observations.			

Notes sur le tableau précédent :

(1) Le fait d'écrire au tableau propositions et arguments découle de ce que les étudiants entendent généralement mal leurs interventions respectives.

(2) L'impassibilité de l'enseignant pendant qu'il note au tableau les solutions ou les arguments des étudiants est un élément indispensable au bon déroulement de la discussion. S'il manque par son attitude (une moue dubitative suffit) qu'il désapprouve la proposition d'un étudiant, la valeur de vérité (ou la pertinence) de celle-ci cessent alors instantanément d'être l'enjeu réel de la discussion. Il est évident pour tous qu'elle ne peut être que fausse ou bien non-pertinente. La discussion devient un simulacre, où les uns et les autres tiennent plus ou moins consciemment leur rôle, mais dont la fin redevient classiquement la satisfaction du maître. C'est le retour à la conception "juridique" des mathématiques (cf. LEGRAND, 1986b)

(3) Le vote, qui bien entendu ne sert pas à déterminer la vérité d'un énoncé, possède un triple intérêt.

- a) Il permet de contraindre les étudiants à s'engager sur l'objet de la discussion (au minimum par la motion "je ne sais pas")
- b) Il fournit à l'enseignant des informations lui permettant de gérer la discussion.
- c) Il offre la possibilité de retours en arrière réflexifs sur les erreurs et leurs causes, en cherchant ce qu'il y avait de tentant dans les convictions erronées.

(4) Les différentes solutions proposées donnent alors lieu à une discussion entre les étudiants, gérée par l'enseignant, qui n'est pas censé, en principe, intervenir sur le contenu.

(5) La tâche de clôre la discussion est dévolue à l'enseignant, qui peut alors intervenir au niveau mathématique, en institutionnalisant des résultats.

(6) Le cas des discussions autour de devoirs se distingue de celui qui précède, en ce que nous préparions la discussion en isolant, au cours de la correction des devoirs, un certain nombre de solutions que nous proposons lors de la séance.

Il va de soi que le schéma ci-dessus ne représente qu'un "modèle" de discussion autour de problèmes, dont se sont plus ou moins écartées les situations réelles. L'analyse de ces écarts fait partie intégrante de l'étude de l'ensemble de la démarche d'enseignement.

4.2. CONTROLE DE LA DEMARCHE DE L'ANNEE 1.

Par "contrôle", nous entendons l'ensemble des moyens que nous nous étions donnés pour observer et évaluer cette démarche.

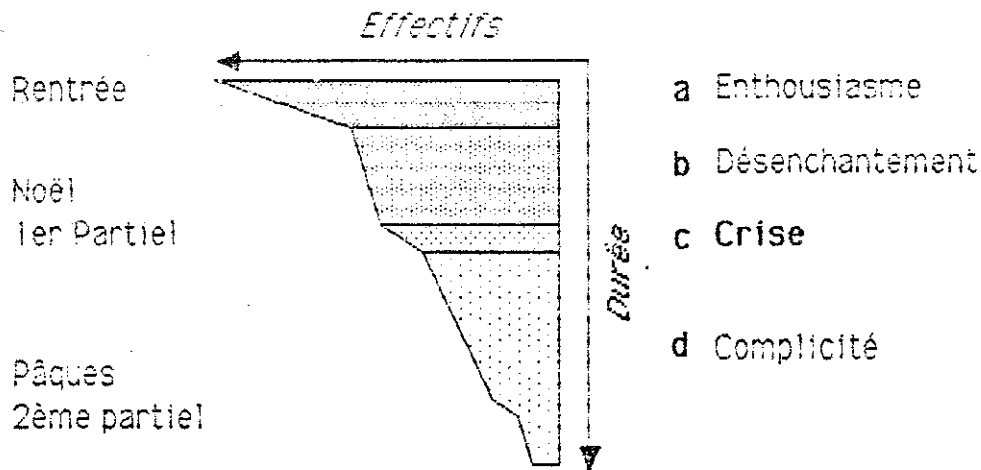
Le premier de ces moyens était formé des "chroniques", sorte de journal de bord, sans prétention à l'objectivité, que nous rédigeons, dans la mesure du possible, après chaque séance.

Deuxième type de moyen de contrôle, l'observation réciproque.

Troisième type, les enregistrements audio et vidéo que nous avons pu faire de quelques séances.

Enfin, les tests, les devoirs, et les notes aux examens.

4.3. LE DEROULEMENT DE L'ANNEE 1.



a : Entousiasme.

Notre réaction, dès les premières séances, est : "c'est incroyable, mais ça marche !". Nos étudiants se piquent au jeu de la discussion sur les problèmes que nous leur proposons. Mieux, cessant d'apparaître comme "motivés mais passifs", ils proposent de nombreux énoncés inattendus et révélateurs de leurs conceptions implicites.

Une des raisons de cette différence flagrante avec le comportement de leurs condisciples de l'année 0, peut être recherchée dans la présentation extrêmement ferme (et en un certain sens sécurisante) que nous donnons, dès la première séance, du dispositif d'enseignement. En outre, nous nous interdisions d'exposer à nos étudiants nos malaises, nos doutes sur notre démarche ou les raisons d'être de celle-ci, contrairement à ce que nous avons fait l'année précédente sous prétexte de "transparence". Nous estimions en effet qu'un tel mélange des genres introduirait un facteur de confusion dans l'expérience.

b : Désenchantement progressif.

Sans nous en rendre compte, nous avons commencé à prendre nos aises avec le dispositif : irrégularité croissante de la préparation écrite des séances et des problèmes, disparition progressive de la phase de vote, affaiblissement de notre "neutralité" mathématique lors de la phase de discussion, au profit d'une intervention plus directe (donc plus "traditionnelle") dans les débats, omissions de plus en plus fréquentes de la rédaction des chroniques.

En outre, nous avons des difficultés croissantes à trouver des problèmes adéquats à notre démarche. En effet, après les premières leçons consacrées à des rappels, sur des sujets fertiles en difficultés pour les élèves (vocabulaire des ensembles, relations et fonctions, progressions...), le programme aborde des notions nécessitant un traitement plus algorithmique (trigonométrie, fonctions du premier et du second degré). Les discussions autour des problèmes correspondants portent alors davantage sur les méthodes de résolution que sur les résultats. Cette évolution est nécessaire, mais rend plus difficile la gestion de la discussion.

A partir de la période de Noël, nos chroniques se font l'écho d'un certain nombre de difficultés au niveau, notamment, de la gestion des discussions, de plus en plus touffues et confuses dans le groupe GJ1, et à l'opposé perdant leur richesse et leur spontanéité dans le groupe GY1.

c : Crise.

Après le premier partiel, où 64% des présents ont eu moins de 7/20, nous avons ressenti un "blocage" de la situation, qui s'est manifesté de façon fort différente dans les deux groupes : mutisme et passivité des étudiants du groupe GY1, foisonnement anarchique d'interventions "hors-sujet" dans le groupe GJ1. En bref, l'échange mathématique devenait impossible dans les deux groupes, mais pour deux raisons opposées : "mur" du silence et excès de "bruit".

A posteriori, nous avons noté que ces blocages pouvaient s'interpréter comme une tactique (sans doute non consciente) des étudiants des deux groupes, afin de revenir à un type d'enseignement plus sécurisant et supposé plus "rentable" aux examens. Ces deux dégénérescences de la discussion sont, en effet, à mettre en rapport avec nos "points faibles" personnels et respectifs dans la gestion du débat.

L'un de nous supporte mal le mutisme des étudiants, et, face à leur silence, prend lui-même la parole, ce qui l'amène peu à peu à résoudre le problème (ce que nous avons appelé depuis : "l'effet Lucien Jeunesse", du nom du présentateur d'une célèbre émission radiophonique). Pour peu qu'ils se taisent, les étudiants obtiennent donc la correction des problèmes, comme dans un TD traditionnel (et rassurant).

Le second accepte toute intervention d'étudiant, fût-elle incompréhensible ou hors-sujet. Les discussions deviennent donc très vite inextricablement enchevêtrées, pénibles à gérer et d'une lenteur décourageante. Pour éviter l'enlèvement, l'enseignant est alors tenté de corriger lui-même le problème, après une discussion dès lors sans enjeu.

d : Résolution de la crise et phénomènes de "complicité".

Face à ce blocage, nous avons pris la décision de mettre les choses au point avec les étudiants, de "resserrer les boulons" en veillant à ne pas corriger subrepticement de problème tant qu'il n'y a pas eu de réelle discussion, et enfin, simultanément, de "lâcher du lest" en organisant quelques séances "traditionnelles" de correction, pour répondre à l'attente explicite d'un certain nombre d'élèves.

Suite à ce réaménagement de la règle du jeu, et peut-être en conjonction avec l'étude, dans le programme, de quelques notions se prêtant mieux à la discussion (dérivées, fondements des méthodes de résolution des équations, étude des coniques, intégration...), le blocage a fini par se résorber, et un nouveau régime d'équilibre s'est mis en place.

Pour autant, il ne s'agit nullement d'un retour à la situation antérieure, mais bien d'un nouvel état que nous avons caractérisé, après l'étude d'un enregistrement vidéo d'une des dernières séances, par la prise en charge de la discussion par une minorité d'étudiants jouant le rôle de "complices". Cette expression, qui est à prendre dans son sens péjoratif, signifie que les problèmes étaient bel et bien mis en discussion par des étudiants (minoritaires d'ailleurs), mais que l'enjeu de cette discussion s'était peut-être déplacé de la détermination de la valeur de vérité des solutions vers la satisfaction de l'enseignant, en tant que gestionnaire du débat (et non plus en tant que "juge" de la valeur mathématique).

Autrement dit, tout le monde était satisfait : nous avions nos discussions, les "complices" pouvaient en goûter les plaisirs et en retirer les enseignements, et ceux qui ne disaient rien pouvaient assister passivement au débat, retrouvant la position désengagée qui était la leur lors des enseignements traditionnels.

Ceci dit, signalons qu'un certain nombre d'étudiants ont semblé tirer profit des discussions (ce que l'on a observé avec le réinvestissement réussi de notions introduites en TD dans leurs devoirs) sans avoir jamais prononcé la moindre parole. Réciproquement, ce ne sont pas les "meilleurs" (aux devoirs, tests ou examens) qui ont le plus participé.

4.4. ELEMENTS POUR UN BILAN DE L'ANNEE 1

En ce qui concerne nos étudiants, nous avons respecté la contrainte déontologique minimale que le taux de réussite de nos deux groupes confondus ne soit pas plus faible que celui des deux autres groupes.

Une analyse moins grossière des résultats aux examens est difficile : l'appartenance à un groupe donné (établie en outre sur la base de questionnaires, alors que les étudiants d'un groupe ne sont jamais tous simultanément présents), n'est une donnée fiable que pour une partie de la population. En effet, l'assiduité n'est (généralement) pas obligatoire au CNAH. Les étudiants peuvent donc changer de groupe de TD, ce qu'ont fait environ 10% d'entre eux, que ce soit de nos groupes vers les deux autres, ou inversement.

Les motivations de ce "vote avec les pieds", que nous avons tenté de cerner par des questionnaires, étaient d'ailleurs évidentes : une minorité de nos étudiants désapprouvaient la démarche suivie et estimaient perdre leur temps, et parmi cette minorité, certains sont restés et d'autres sont partis. La situation était identique dans les TD traditionnels. Enfin, quelques étudiants, qui souhaitaient profiter des avantages des deux méthodes, ont suivi les deux enseignements.

En ce qui nous concerne, nous avons procédé, après la mise en place du cadre théorique et de l'ensemble du dispositif en Juillet 1985, à des ajustements successifs de notre démarche en fonction de l'évolution de la situation, telle que nous l'avons perçue lors des séances, ou via les chroniques, observations réciproques, enregistrements ou tests et devoirs. Ces ajustements sont un objet d'étude : la perception de la situation par l'enseignant fait partie de la situation d'enseignement.

Un certain nombre de points de notre dispositif se sont à l'usage révélés inadéquats :

- Le fait de consacrer toutes les séances à des discussions, (ce qui était justifié par le risque de faire apparaître sinon les débats comme des "recréations" entre deux séances "sérieuses"), est apparu comme un facteur de lassitude des étudiants (manifestée entre autres par une irrégularité croissante dans la préparation des problèmes), et de perte de temps lors des séances d'une heure, au cours desquelles les débats pouvaient à peine commencer.

- Les problèmes proposés se sont révélés trop nombreux compte tenu de la durée des discussions, d'où des retards fréquents.

- Les exercices photocopiés ont été peu utilisés individuellement, et pas du tout collectivement.

- En dépit de leur caractère facultatif, et de leur plus grande difficulté, les devoirs étaient mieux préparés et par plus d'étudiants (y compris par ceux qui ne les rendaient pas) que les problèmes. Dès lors, la rareté relative des discussions autour de devoirs pouvait apparaître comme une sorte de "gâchis" de cet investissement de travail de la part des étudiants.

5. PERSPECTIVES

Pour ce qui est de la démarche de "discussion autour de problèmes", nous pourrions caricaturer notre position à la fin de l'année 1 par la phrase suivante :

« Nous avons effectivement établi un théorème d'existence, mais d'existence de quoi ? »

Autrement dit, nous avons bel et bien observé que, suite à un certain nombre d'interventions de notre part, et avec un public identique à celui de l'année 0, se sont manifestés un certain nombre de phénomènes de l'ordre de la communication, des élèves entre eux, ou avec nous, inexistants l'année d'avant, phénomènes en rapport avec ce que nous nous représentions sous le vocable "discussion autour de problèmes".

Pour autant, en cette fin d'année, nous n'étions guère en mesure de donner une définition rigoureuse, ni même une description décontextualisée, voire une simple délimitation, de la notion de discussion autour de problèmes. Nous ne savions pas avec précision quels critères étaient pertinents pour la description de cette situation, ni de quels indices, ou de quelles "règles d'action" l'enseignant disposait pour gérer le débat. En outre, nous manquions d'outils fiables pour apprécier l'impact, au niveau des étudiants, de cette démarche.

La recherche que nous menons cette année, au sein d'une équipe élargie, a pour perspective d'apporter des éléments de réponse à quelques-unes de ces interrogations.

6 . ANNEXES

6.1 BIBLIOGRAPHIE

ALIBERT D. (1987) : Situation codidactique et délocalisation du savoir, *publication annuelle du séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique de Grenoble*, (à paraître).

CHASTENET DE GERY J., BRUSTON M., DROUHARD J-Ph., HOCQUENGHEM S., LACOMBE D., ROUXEL C., SOL G. et VIAL D. (1987) : *Enquêtes sur les acquis en mathématiques de diverses populations d'étudiants rentrant dans l'enseignement supérieur (CNAM, DEUG Littéraires, Ecole d'ingénieur)*, Rapport ATP, à paraître dans les actes du Colloque "Orientations et Echecs dans l'enseignement supérieur et dans l'enseignement secondaire", Université PARIS-DAUPHINE.

DROUHARD J-Ph. (1987) : *Simulation de l'activité scientifique : le cas limite de l'enseignement des mathématiques*, à paraître dans les actes des 9èmes JIES (Chamonix), UER de Didactique, Université PARIS 7.

LEGRAND M., GRENIER D. et RICHARD F. (1984) : *L'introduction du débat scientifique à l'intérieur du cours pour provoquer chez les étudiants un processus de découverte et de preuve*, Rapport de séminaire à la IIIème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques, disponible auprès de l'équipe de l'IMAG à l'U.S.T.M.G, Grenoble.

LEGRAND M., GRENIER, D et RICHARD F. (1985) : *Une séquence d'enseignement sur l'intégrale en DEUG A 1ère année*, Cahier de didactique des mathématiques N°22 , IREM Paris-Sud.

LEGRAND M., ALIBERT D., GRENIER D. et RICHARD F. (1986a) : *Introduction du débat scientifique dans un cours de 1ère année du DEUG A à l'université de Grenoble I*, Rapport ATP, à paraître dans les actes du Colloque "Orientations et Echecs dans l'enseignement supérieur et dans l'enseignement secondaire", Université PARIS-DAUPHINE.

LEGRAND M. (1986b) : *Genèse et étude d'une situation co-didactique : le débat scientifique en situation d'enseignement*, contribution au colloque Franco-Allemand de Didactique des Mathématiques et de l'Info. de Luminy.

PAQUELIER Y. (1986) : Argumentation et situations didactiques : une démarche, *publication annuelle du séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique de Grenoble*, (à paraître).

6.2 QUESTIONNAIRE BIOGRAPHIQUE PROPOSE AUX ETUDIANTS DE GY2 EN DEBUT D'ANNEE (54 étudiants)

QUESTIONNAIRE SUR LES E.D. D'ELEMENTS DE MATHS

Nom Groupe d'E.D. :
 Prénom : Nationalité :
 Date de naissance :/...../19..... Sexe :

Profession :
 Nombre d'heures hebdomadaires :h/s

Adresse (facultatif) :

Quelle est la dernière année où vous avez suivi un enseignement de Maths ?
 Année :/..... Niveau :

Indiquez ci-dessous vos deux dernières années d'étude :

Année	Etudes suivies	Diplôme éventuellement obtenu

Avant de vous inscrire en éléments de maths, êtes-vous passé par le Stand des Enseignements Préparatoires pour y subir un test mathématique d'orientation ? (oui/non) :

Avez-vous passé le test d'entrée en MGA ? (oui/non) :

Autres études poursuivies cette année ? :

Projet d'études au C.N.A.M. (même approximatif) :

QUELQUES RESULTATS DU QUESTIONNAIRE SONT INDIGUES DANS LA
 PAGE SUIVANTE EN CARACTERES "EN RELIEF" (ex : « 3 / 7 / 5 »).
 DE MEME, LA NOTATION : « 4 / 3 / 2 / 1 / 0 » SIGNIFIE QUE LES
 ETUDIANTS ONT CHOISI MAJORITAIREMENT LA REPONSE «3» OU LA
 REPONSE «2» PARMI LES CING REPONSES POSSIBLES.

Les E.D. d'Eléments de Maths peuvent être l'occasion d'un certain nombre d'"activités", dont voici une liste partielle que vous pouvez compléter :

- (1) Rappels de cours par l'enseignant.
- (2) Commentaires sur le cours par l'enseignant.
- (3) Exposition par l'enseignant de conseils pratiques et méthodologiques.
- (4) Résolution d'exercices d'application simples par les étudiants, puis correction par l'enseignant.
- (5) Correction par l'enseignant d'exercices ou de problèmes faits chez soi.
- (6) Résolution de problèmes par les étudiants, puis correction par l'enseignant.
- (7) Confrontation des différentes solutions trouvées par les étudiants à un problème.
- (8) Discussion entre les étudiants à partir de leurs raisonnements.
- (9) Proposition par les étudiants d'affirmations qui leur semblent vraies mais qu'ils ne savent pas démontrer (conjectures).
- (10) Recherche des étudiants sur la vérité d'une proposition.
- (11) Réponses par l'enseignant aux questions des étudiants.
- (12) Interrogation orale des étudiants par l'enseignant.
- (13)
- (14)

A priori, au cours des séances d'E.D., vous attendez :

Que l'on y fasse surtout les activités : **3 / 7 / 5** (1)

Que l'on y fasse peu ou pas les activités : **12 / 11 / 8**

A priori (et vous connaissant) Comment envisagez-vous votre propre participation aux E.D. ?

(a) poser des questions. **4 / 3 / 2 / 1 / 0** (2)

(b) faire une remarque ou proposer une solution. **4 / 3 / 2 / 1 / 0**

(c) Proposer un exercice. **4 / 3 / 2 / 1 / 0**

Voici des questions concernant le travail que vous pensez pouvoir fournir cette année: (répondre honnêtement !):

Présence aux cours: **4 / 3 / 2 / 1 / 0**

Présence aux E.D. : **4 / 3 / 2 / 1 / 0**

Nombre d'heures de travail personnel
en mathématiques par semaine (en moyenne): heures (3)

Que pensez-vous de ce questionnaire ?

(1): Répondre par trois numéros (compris entre 1 et 14) correspondant aux activités .

(2): Entourez le numéro correspondant à votre réponse : **4** signifie : " Toujours " ; **3** : " souvent " ; **2** : " moyennement " ; **1** : " rarement " ; **0** : " jamais " .

(3): Répondez par un " ? " lorsque vous ne savez pas, même vaguement .

6.3 RESULTATS DU QUESTIONNAIRE DE NIVEAU MATHÉMATIQUE
PROPOSE AUX ETUDIANTS DE GY2 EN DEBUT D'ANNEE
(131 copies)

Question 1

Mettre une croix dans la (ou les) case(s) correspondant à une
expression égale à 0,000 000 04

$4 \times 10^{1/8}$	4×10^{-7}	4×10^{-8}	4^{-8}	-4×10^8	$0,4 \times 10^{-7}$	$0,4 \times 10^{-8}$	Autre

Barème :

Les deux réponses exactes :

2 points

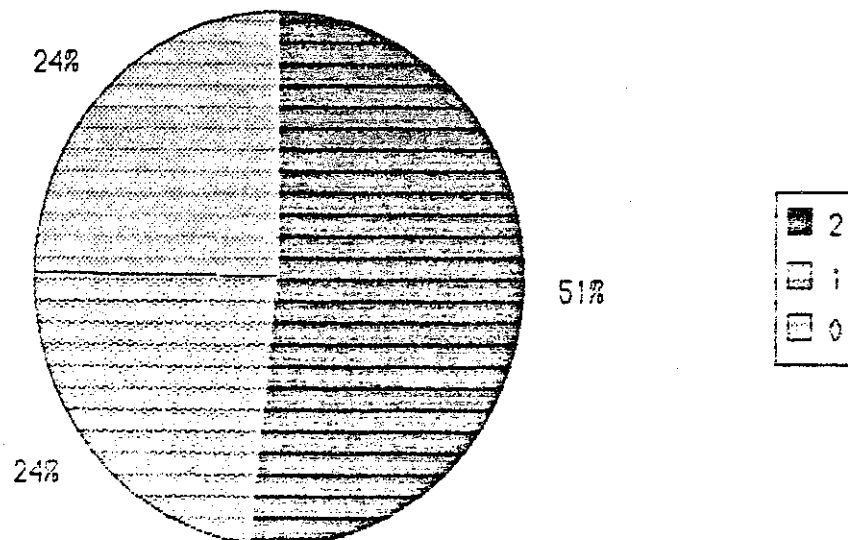
Une seule réponse exacte :

1 point

Aucune réponse exacte, ou réponse(s)
exacte(s) et réponse(s) fausse(s) :

0 point

1ère Question



Question 2

A et B sont des nombres réels. Mettre une croix dans la case correspondant à votre réponse.

OUI NON

$A^2 = B^2$ entraîne-t-il toujours

$A = B$?

$A = B$ entraîne-t-il toujours

$A^2 = B^2$?

Barème :

Les deux réponses exactes :

2 points

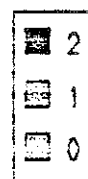
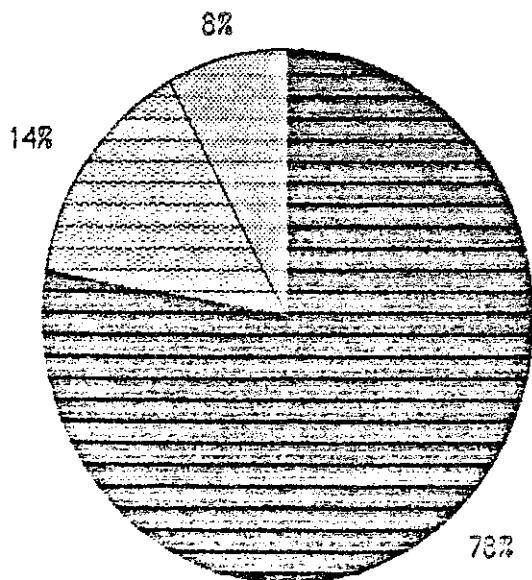
Une seule réponse exacte :

1 point

Aucune réponse exacte :

0 point

2ème question



Question 3

Calculer la valeur de l'expression suivante,
pour $a = 3$ et $b = -4$:
 $ba^2 - 3ab^2 = \dots\dots\dots$

Barème :

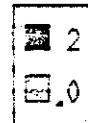
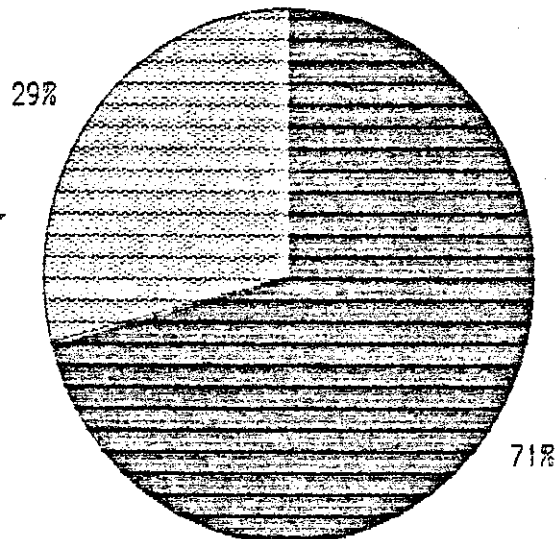
Réponse exacte :

2 points

Réponse fausse :

0 point

3ème question



Question 4

A étant un nombre réel quelconque, mettre une croix dans la (ou les) case(s) correspondant à une expression toujours égale à $|-A|$:

$-A$	$ A $	A	$- A $	0	Non Défini

Barème :

Réponses exacte :

2 points

Réponse fausse autre que " $|-A| = A$ " :

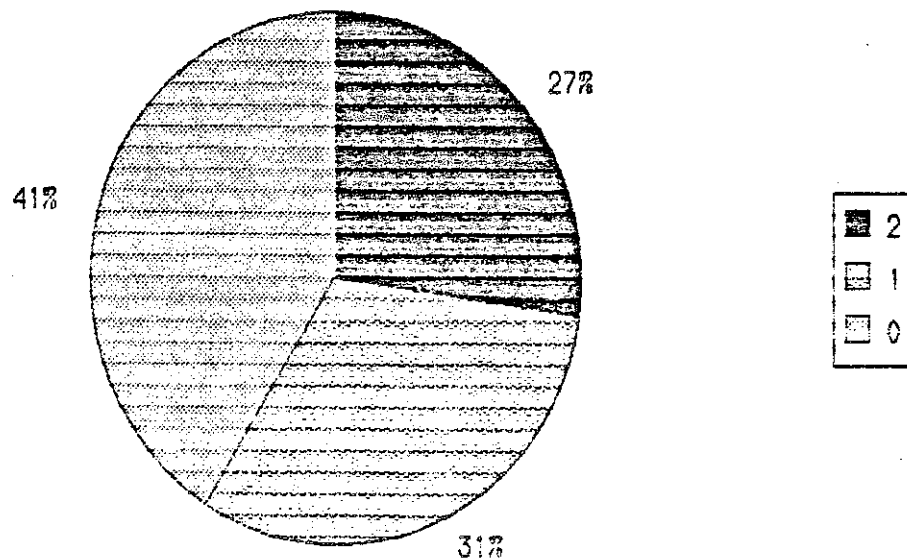
0 point

Réponse fausse " $|-A| = A$ " :

0 point

(cette réponse correspond à la plage "1" de la figure)

4ème question



Question 5

Soit $P(x) = x^2 - 2x - 8$. Mettre une croix dans la (ou les) case(s) correspondant à une expression égale à $P(x+2)$:

$x^3 - 12x - 16$	$(x+2)(x-4)$	0	$x^2 + 2x - 8$	$x - 4$	Autre

Barème :

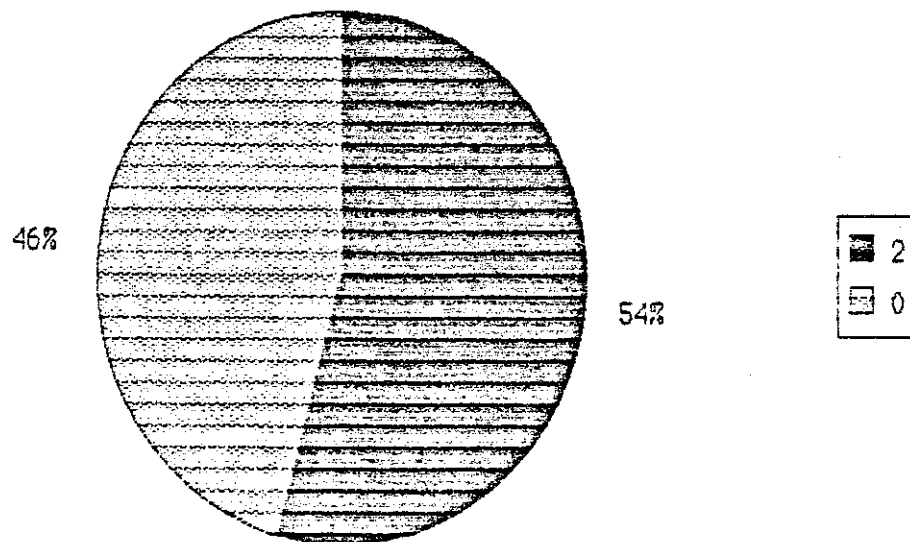
Réponse exacte :

2 points

Réponse(s) fausse(s), ou réponse exacte et réponse(s) fausse(s) :

0 point

5ème question



Question 6Résoudre dans $\mathbb{R}$ les (in)équations suivantes :

Réponse:

$5(x - 6) = x - 34 + 4(1 + x)$	
$2(8x - 5) + 15 - x = 9x - 6(1 - x)$	
$\frac{3x - 12}{4 - 4x} = -3$	
$-2(3 - 4x) < -x - 3$	

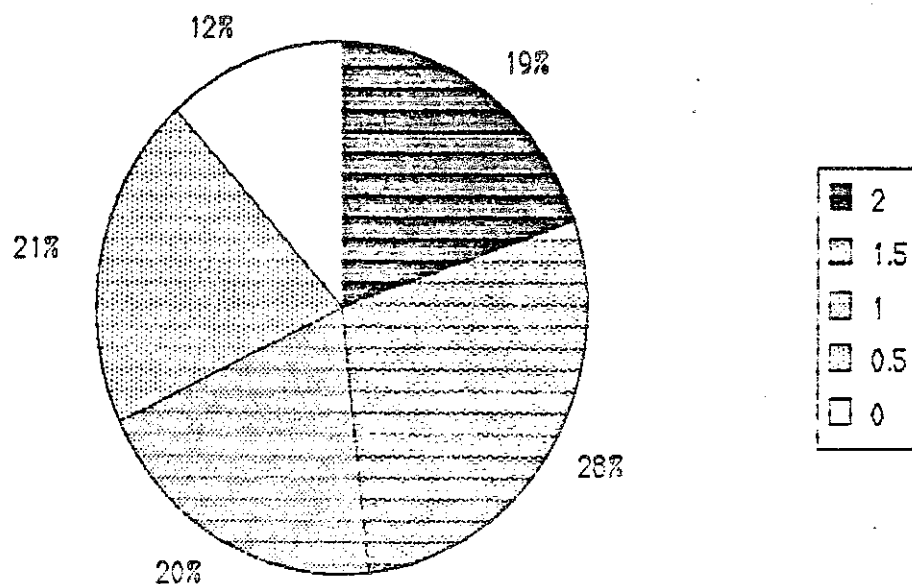
Barème :

par réponse exacte :

0,5 point

(maximum : 2 points)

6ème question



Question 7

Après augmentation de 20% , un objet vaut 84 francs Combien valait-il avant augmentation ?

Réponse: francs

Barème :

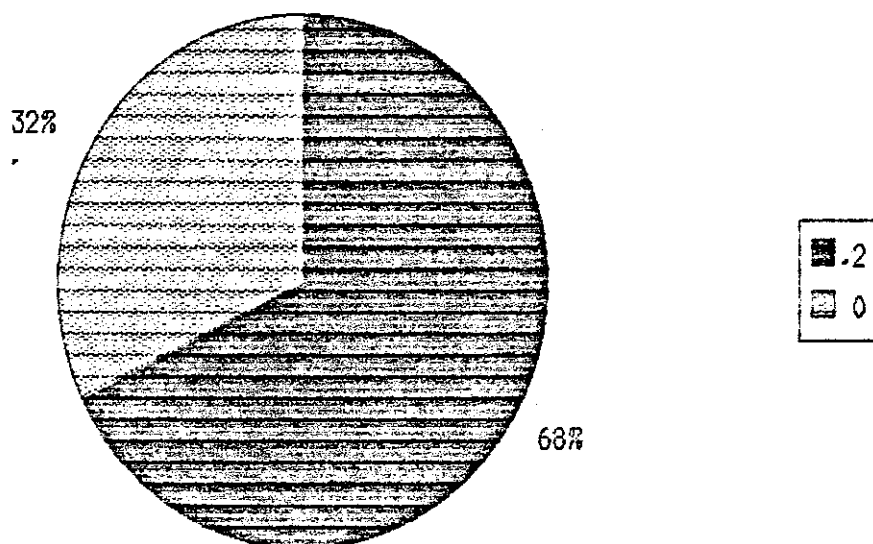
Réponse exacte :

2 points

Réponse fausse :

0 point

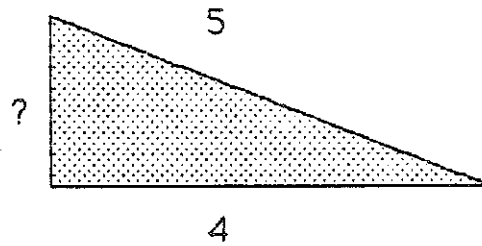
7ème question



Question 8

Calculer la longueur
marquée d'un: "?"

Longueur:



Barème :

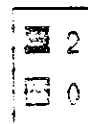
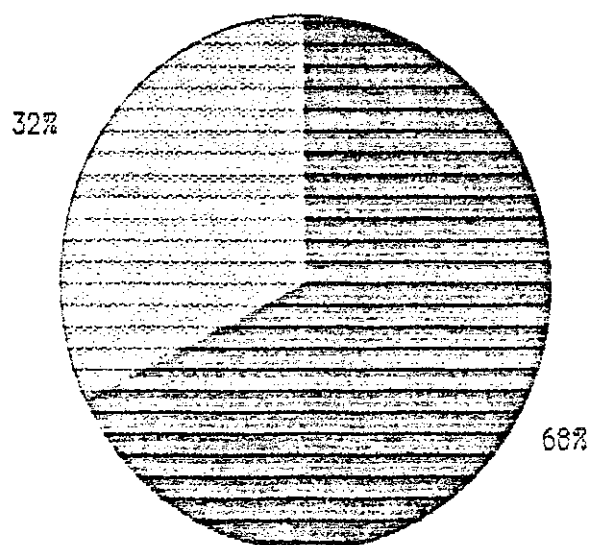
Réponse exacte :

2 points

Réponse fausse :

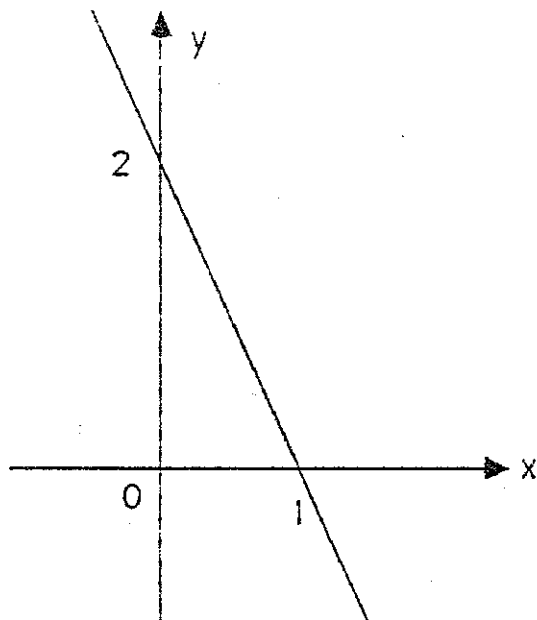
0 point

8ème question



Question 9

Déterminer, en lisant sur le graphique, les coefficients de la droite d'équation $y = ax + b$ dans le cas suivant:



$a = \dots\dots\dots$ $b = \dots\dots\dots$

Barème :

Les deux réponses exactes :

2 points

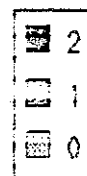
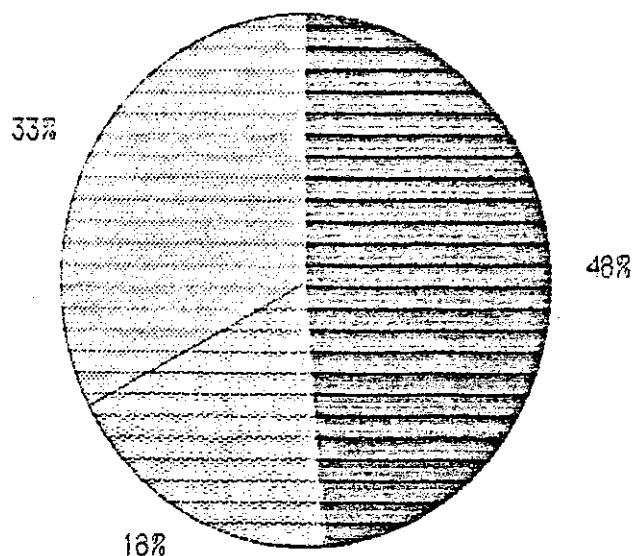
Une seule réponse exacte :

1 point

Aucune réponse exacte :

0 point

9ème question



Question 10

f et g sont deux fonctions
telles que:

x	1	2	3	4	5
f(x)	3	5	2	1	4

x	1	2	3	4	5
g(x)	2	4	5	1	3

$$f(g(4)) = \dots\dots\dots$$

Barème :

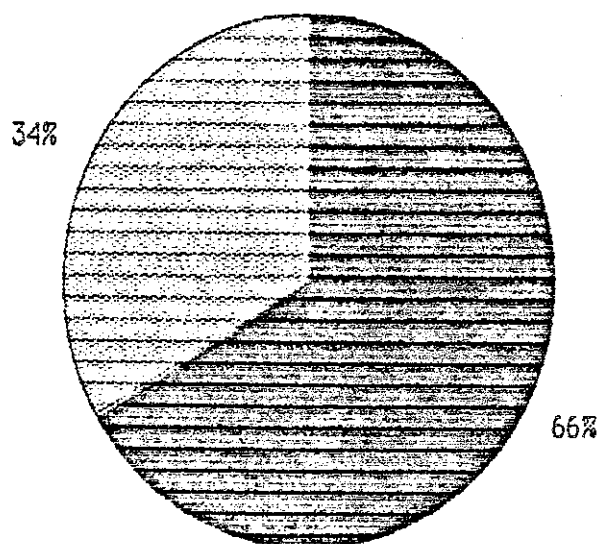
Réponse exacte :

2 points

Réponse fausse :

0 point

10ème question



6.4 PROBLEMES DU PREMIER TRIMESTRE DE L'ANNEE 1

Problème 1 (pour le Samedi 19 Octobre)

Remplacer, lorsque cela est possible, les pointillés par des intervalles.

- | | |
|-------------------------------|----------------------------------|
| 1) $[2;5] \cap [1;4] =$ | 7) $[1;5] \cap$ = $[2;3[$ |
| 2) $[2;5] \cup [1;4] =$ | 8) $[2;3[\cup$ = $[1;5[$ |
| 3) $[2;5] \cup]5;7] =$ | 9) $[2;5] \cap$ = $[2;3[$ |
| 4) $[2;5] \cap [5;7] =$ | 10) $[1;5] \cup$ = $[2;3[$ |
| 5) $[2;3] \cap [5;7] =$ | 11) $[2;3] \cup$ = $[1;5[$ |
| 6) $[2;3] \cup [5;7] =$ | 12) $[2;3] \cap$ = $[1;5[$ |

Problème 2 (pour le Jeudi 24 Octobre)

Parmi les ensembles suivants, lesquels sont égaux ?

$\emptyset$; $\{\emptyset\}$; $\{x \in \mathbb{R} / x^2 < 0\}$; $\{x \in \mathbb{R} / x^2 = 0\}$;
 $\{0\}$; $\{0;0\}$; $[0;0]$; $]0;0[$; $\mathcal{P}(\emptyset)$

Problème 3 (pour le Samedi 26 Octobre)

Est-ce que $\sqrt{2}$ est solution de l'inéquation : $x^2 - 2 < \sqrt{2} \cdot x$?

Problème 4 (pour le Samedi 26 Octobre)

Résoudre l'équation : $2 \ln x = E + m$

Problème 5 (pour le Samedi 26 Octobre)

Soit l'équation : $\frac{3x-1}{3} - \frac{3x+5}{6} = \frac{x}{3} + 1$

a) Le nombre 2 est-il solution de cette équation ?

b) Résoudre cette équation.

Problème 6 (pour le Samedi 26 Octobre)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les (in)équations suivantes :

a) $|2x - 3| < -2$

b) $|x| = -x$

Vérifier l'exactitude de vos réponses !

Problème 7 (pour le Jeudi 7 Novembre)

Donner un exemple d'équation (ou d'inéquation) ayant une ou plusieurs solutions ...

a) ... dans $\mathbb{Z}$ (l'ensemble des entiers relatifs), mais pas dans $\mathbb{D}$ (l'ensemble des décimaux).

b) ... dans $\mathbb{R}$ (l'ensemble des réels), mais pas dans $\mathbb{Q}$ (celui des rationnels).

Problème 8 (pour le Jeudi 7 Novembre)

Pour chacun des cinq ensembles $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, et pour chacun des neuf nombres ci-dessous, indiquer dans le tableau à double entrée si le nombre considéré appartient ou non à l'ensemble considéré ($9 \times 5 = 45$ cases à remplir par « oui » ou « non »).

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
15					
$\sqrt{1,21}$					
4,912					
$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$					
$\frac{16}{4}$					
$\sqrt{7}$					
$\frac{5}{3}$					
-4					
$\frac{4}{5}$					

Problème 9 (pour le Samedi 9 Novembre)

On définit dans $\mathbb{R}^2$ l'opération Δ par :

$$(x; y) \Delta (x'; y') = (x + x'; y + y').$$

a) Donnez les principales propriétés de Δ .

b) Définissez à votre tour une opération dans $\mathbb{R}^2$, mais qui ne soit pas commutative.

Problème 10 (pour le Samedi 9 Novembre)

a) Répondre aux questions suivantes:

Il existe un entier x et un entier y tels que $y = 2x$. Vrai ou Faux ?

Il existe un entier x tel que, pour tout entier y , $y = 2x$. Vrai ou Faux ?

Pour tout entier x , il existe un entier y tel que $y = 2x$. Vrai ou Faux ?

Pour tout entier x , et pour tout entier y , on a: $y = 2x$. Vrai ou Faux ?

b) Mêmes questions que ci-dessus avec: $x = 2y$.

c) Mêmes questions que a) et b), avec des réels et non plus des entiers.

Problème 11 (pour le Samedi 9 Novembre)

a) Les deux propositions suivantes sont-elles équivalentes ? :

$$(i) \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 \geq 0$$

$$(ii) \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad y^2 \geq 0$$

b) Exprimer en français les deux propriétés suivantes :

$$(iii) \quad \exists y \in \mathbb{Z} \quad x = 2y$$

$$(iv) \quad \exists x \in \mathbb{Z} \quad x = 2y$$

c) Parmi les ensembles suivants, lesquels sont égaux ? :

$$\{(x;y) / x \geq 0\}; \mathbb{R}^+; \{x / y \geq 0\}; \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R};$$

$$\{(y;x) / x \geq 0\}; \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+; \{x / x \geq 0\}.$$

Problème 12 (pour le Jeudi 7 Novembre)

Soit x un entier naturel. On sait que x est :

- multiple de 2,
- multiple de 3,
- pas multiple de 8,
- pas multiple de 10.

a) x est-il multiple de 4 ?

b) x est-il multiple de 5 ?

c) x est-il multiple de 6 ?

Problème 13 (pour le Samedi 16 Novembre)

- a) Pour quelles valeurs de la variable x les expressions suivantes sont-elles définies ?

$$\sqrt{x} - 1$$

$$\frac{2x}{x-2}$$

$$x - 2$$

$$\sqrt{x} - 3 - \sqrt{x} + 2$$

$$\frac{x+1}{2x+1}$$

$$2x + 1$$

$$\sqrt{|x| + 1}$$

$$\sqrt{-|x|}$$

- b) Trouver des fonctions numériques dont l'ensemble de définition soit :

$$A = \mathbb{R} - \{5\}$$

$$B =]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$$

$$C = \mathbb{R}^+$$

$$D = [1; 2[$$

$$E = \mathbb{R} - \mathbb{N}$$

....

Problème 20 (pour le samedi 7 décembre)

- a) Pour une progression arithmétique donnée:

u_1 désigne son premier terme,

r désigne sa raison,

n désigne le nombre de ses termes,

u_n désigne son $n^{\text{ème}}$ terme,

S_n désigne la somme de ses n termes.

Compléter le tableau suivant:

u_1	7	397		16	3	0	
r	5		4		-1	10	
n	120	1000	54	9		5	10
u_n		64				50	
S_n			270	0	9		150

b) Même question avec une progression géométrique de raison q

u_1	2	162	45		1
q	3			$1/3$	$1/2$
n	5	5			
u_n		32	243	7	
S_n			633	2548	2

Problème 21 (pour le samedi 7 décembre)

a) En considérant une progression géométrique illimitée de premier terme 0,9 et de raison $\frac{1}{10}$, pouvez-vous prouver que: $0,9999... = 1$?

b) Même question pour $0,423423423... = \frac{47}{111}$

Problème 22 (pour le samedi 7 décembre)

a) Pouvez-vous trouver trois nombres a, b, c , tels que a, b, c soit une progression géométrique et a, c, b une progression arithmétique ?

b) Pouvez-vous trouver trois nombres a, b, c , tels que a, b, c soit une progression géométrique et c, b, a une progression arithmétique ?

Problème 23 (pour le jeudi 12 décembre)

Soit $A B C D$ un rectangle, I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[CD]$.

a) Combien y a-t-il de bipoints différents sur cette figure ?

b) Combien y a-t-il de vecteurs différents représentés sur cette figure ?

c) $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{IC}$. Vrai ou faux ?

(prévoir des arguments rigoureux portant sur des vecteurs).

d) Plus dur (mais plus intéressant) : $[AC]$ et $[IJ]$ se coupent en leurs milieux. Vrai ou faux ?

(prévoir des arguments rigoureux portant sur des vecteurs).

Problème 23bis (pour le jeudi 19 décembre)

On reprend les données du problème précédent.

- e) Quelle est l'image du rectangle ABCD par $t_{\overrightarrow{TA}}$, par $t_{\overrightarrow{DA}}$, par $t_{\overrightarrow{AB}}$,
par $t_{\overrightarrow{TA}} \circ t_{\overrightarrow{AB}}$?

Problème 24 (pour le jeudi 9 janvier)

- a) Quel est le nombre minimal d'identités trigonométriques du chapitre VIII (couramment appelées "formules") qu'il faut retenir afin de retrouver toutes les autres ?
- b) Vous hésitez entre les trois identités suivantes:
- $$\cos(17\pi - x) = \sin x$$
- $$\cos(17\pi - x) = \cos x$$
- $$\cos(17\pi - x) = -\cos x$$

Comment décider en moins d'une minute et sans document ?

- c) Même question avec les trois identités suivantes:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$$

Problème 25 (pour le samedi 11 janvier)

- a) Soit ABCD un carré de centre O. Quelles sont les transformations planes qui laissent ABCD globalement invariant (c.a.d. telles que chaque point du carré ait pour image un point du carré) ?
- b) Même question pour un losange ABCD de centre O.

Problème 25 (pour le samedi 11 janvier)

- a) Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, soient A de coordonnées $(1; 2)$ et B de coordonnées $(2; 1)$. Donnez au moins 5 exemples de transformations planes T telles que $T(A) = B$.
A votre avis, combien y en a-t-il ?
- b) Mêmes questions, en ajoutant au dessin C $(2; 4)$ et D $(4; 2)$ et en exigeant non seulement $T(A) = B$, mais aussi $T(C) = D$.
- c) Mêmes questions qu'au b) mais avec D $(5; 3)$.