i.r.e.m.

UNIVERSITE PARIS VII

TRAVAIL EN PETITS GROUPES EN TERMINALE C

Par M.C MARILIER
A. ROBERT
I. TENAUD

cahier de didactique des mathematiques

numéro 40

mai 87

Introduction : des constats, des questions

Une expérience de plusieurs années de travail en petits groupes (de trois à quatre élèves) pour résoudre des exercices ou des problèmes de mathématiques, en travaux dirigés, et ceci à divers niveaux universitaires, nous a amenées à privilégier cette pratique à certains moments de l'apprentissage, en particulier lors de l'abord de nouvelles notions ou lorsque la tâche proposée n'est pas "facile".

De plus, c'est un des rares moyens que nous ayions trouvé pour sensibiliser les étudiants aux problèmes spécifiques de la rédaction des problèmes, en leur demandant de produire un seul travail écrit pour le groupe, travail destiné à être noté, chaque membre du groupe recevant cette même note.

Cependant ces expériences d'ordre pédagogique étaient menées de façon empirique, sans évaluation autre que "sentimentale"...

Par ailleurs, dans un certain nombre de travaux de didactique des mathématiques, ingénieries ou descriptions plus globales d'organisations d'enseignement, il apparait des phases de travail en petits groupes (cf. Douady, Brousseau ...) sans analyse particulière de cette pratique jusqu'à présent.

Dans les travaux de l'école interactioniste de Genève, le travail collectif, surtout par groupes de deux, est analysé en tant que producteur de nouvelles connaissances, mais il s'agit de connaissances non scolaires, comme les conservations des quantités de liquide. L'attention est portée sur le rôle producteur des conflits dits "socio-cognitifs" entre des élèves de même age (pairs) ; l'efficacité de ces conflits est avérée par des expériences sur les conservations en particulier, et elle est expliquée en termes de recentrations globalisantes de schèmes non identiques, voire contradictoires, grâce aux interactions. Mais ces expériences ne portent pas non plus sur des apprentissages scolaires (sauf exceptions) et dans tous les cas concernent des enfants jeunes (6 à 10 ans).

Nous devons citer le travail récent de Flieller qui a dégagé des résultats intéressants sur l'apprentissage de certains aspects de la proportionnalité. Il a fait travailler sur une certaine durée (5 séances) et en parallèle des élèves seuls et des élèves par paires ; certains élèves seuls avaient à leur disposition du matériel permettant des vérifications des prévisions des calculs (une balance en l'occurence). Une autre expérience, limitée à une séance, a été menée pour déterminer si la durée est bien un facteur à prendre en compte dans ce mode de travail. Dans chaque cas, la composition des paires (homogène ou non par rapport aux connaissances en cause) a été systématiquement prise comme variable. Dans tous les cas, il s'agit d'acquisition de connaissances nouvelles. Finalement, l'auteur montre qu'en ce qui concerne les performances des élèves lors de tâches du type "équilibre d'une balance" on obtient les mêmes résultats après un travail en groupe ou après la confrontation avec du matériel ; ces résultats sont meilleurs qu'après un travail individuel simple ; et les groupes les plus significativement en progrès sont ceux où il y a eu le plus de conflits. Enfin, l'auteur confirme la nécessité d'une certaine durée du travail du groupe en particulier pour obtenir un effet producteur entre pairs de même niveau opératoire.

Enfin, un certain nombre de travaux non spécifiques à une discipline portent sur le travail en groupes. Il convient, nous semble-t-il de distinguer les travaux d'orientation plus psycho-sociologique, où le travail en groupes est un moyen de formation de la personnalité (cf. Anzieu) et les travaux plus pédagogiques où le travail en groupes est conçu comme une aide à l'apprentissage. Citons en particulier toutes les publications sur le travail autonome (cf. Moyne par exemple) et la thèse de Melrieu dans laquelle l'auteur passe en revue les différents essais et les différtentes conclusions à ce sujet.

Ainsi, aucun travail de recherche spécifique ne nous paraît relayer complètement notre expérience empirique et il nous a paru intéressant de nous pencher sur ce type de problème.

Précisons tout de suite que nous ne nous sommes intéressées dans un premier temps qu'à des élèves scientifiques après la seconde, dans le cadre de recherches plus générales sur l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement post-obligatoire.

Trois questions clef nous ont paru émerger dans un premier temps.

* <u>Première question</u> : est-ce que la pratique du travail en petits groupes (en situation de résolution d'exercices ou de problèmes), opposée à une pratique de travail individuel, contribue à engendrer un apprentissage individuel différent (si ce n'est meilleur) ?

Autrement dit, même si les productions obtenues en groupes sont souvent meilleures, ce qui semble peu contestable et facilement interprétable, cela ne nous intéresserait que médiocrement si aucun "transfert" d'apprentissage n'en découlait.

Remarquons tout de suite que la réponse à ce type de question dépend de l'apprentissage visé par l'enseignement ; nous préciserons plus loin la perspective que nous avons privilégiée.

* Deuxième question : quelles sont les causes de ce "plus" s'il a lieu ? Est-ce seulement parce que travailler à plusieurs est moins ennuyeux et donc qu'un investissement plus grand est obtenu de la part des élèves si on les met en petits groupes, ou peut-on évoquer des raisons plus cognitives, et même liées à l'apprentissage spécifique des mathématiques ?

Là-encore, les interprétations que nous serons amenées à faire dépendent des hypothèses didactiques et cognitives que nous adoptons.

* Troisième question : dans quelle mesure les résultats du travail en petits groupes dépendent-ils des élèves, de la composition des groupes, de l'attitude du maître, du contrat à propos du travail en groupes et de son insertion dans l'organisation globale du travail de la classe, des tâches elles-mêmes et des contenus sur lesquels elles portent, du moment de l'apprentissage et d'autres facteurs éventuels à rechercher ?

C'est à l'essai de répondre au moins en partie à ces questions qu'est consacrée la recherche que nous présentons ici

Dans la première partie, nous exposons les hypothèses précises sur lesquelles nous travaillons et la méthodologie de cette recherche.

Dans la deuxième partie, nous présentons les premiers résultats d'une expérimentation et de la synthèse de tous ces résultats, nous dégageons les premières régularités et quelques effets possibles de cette forme de travail.

En conclusion, nous nous livrons à un travail d'interprétation et de critique.

I Problématique et méthodologie

Trois axes de recherche ont été retenus, compte-tenu des trois questions brutes posées ci-dessus.

1) Premier axe de recherche : quelle est l'efficacité du travail en groupes pour des résolutions d'exercices et de problèmes, quel transfert individuel peut avoir lieu et quelle durabilité de l'apprentissage éventuel engendré peut-on repérer ?

Il est clair que la réponse à ces questions ne peut être obtenue rapidement et facilement mais nous avons essayé d'y apporter quelques éléments.

Pour cela nous avons essentiellement cherché à comparer des productions d'élèves comparables (même classe ou au moins même niveau) et ceci à deux moments, au moment du travail en groupes et quelque temps après, sur des tâches voisines. L'analyse des productions a porté sur les procédures utilisées et sur les performances.

Les recherches effectives sur ce point précis ont porté sur deux niveaux et sur plusieurs contenus, mais dans ce cahier nous ne rendrons compte que des recherches dans une terminale C (cf thèse en cours de I. Tenaud et DEA de M.C. Marilier).

La méthodologie retenue a été de couper dans un premier temps la classe en deux demi-groupes et de faire travailler seulement une moitié de classe en petits groupes sur un certain problème, les élèves de l'autre moitié travaillant individuellement, puis de proposer, sur une tâche voisine, quelques jours après, un devoir en classe (à rendre individuellement par tous les élèves). Les rôles sont inversés entre les deux parties de la classe quelques temps après pour un scénario analogue.

Les comparaisons ont porté sur les productions au moment du travail en groupes (ou pas) et sur les productions au devoir en classe proposé quelques jours après.

2) <u>Deuxième axe de recherche</u> : <u>à quoi attribuer l'efficacité éventuelle de ce mode de travail</u> ?

Là-encore on ne peut prétendre résoudre toutes les questions rapidement et d'un seul coup ; nous avons choisi d'aborder ce problème sous l'angle des régularités que l'on peut dégager des pratiques de travail en petits groupes (pour la résolution d'exercices et de problèmes), avec l'idée d'en déduire des effets possibles de ce mode de travail, effets (producteurs ou réducteurs) que nous essayons d'interpréter en terme d'apprentissage individuel grâce à nos hypothèses didactiques .

Les régularités peuvent concerner a priori le déroulement du travail en groupes (nature des échanges entre les élèves, diversités des procédures utilisées, accélération ou ralentissement du travail, rôle de l'enseignant...) ou l'efficacité finale par rapport à la tâche.

Pour remplir cet objectif, nous avons analysé de nombreuses séances de travail en groupes sur des tâches de géométrie et d'analyse en terminale C et à d'autres niveaux non évoqués dans ce cahier.Nous avons recueilli les productions correspondantes des élèves et avons systématiquement observé le déroulement des séances. C'est de l'étude détaillée des enregistrements des élèves pendant ces séances que nous avons commencé à déduire les régularités éventuelles du travail en groupes.

La méthodologie précise de dépouillement des transcriptions des bandes est exposée ci-dessous en détail.

3) Troisième axe de recherche : les variables.

Nous avons fait varier le moment de l'apprentissage en enregistrant toute l'année dans la classe de terminale C, nous avons aussi dans cette classe changé la composition de certains groupes, d'autres étant fixes sur l'année .

Nous avons fait varier la nature de la tâche (analyse, géométrie), sa place par rapport au cours du professeur et l'objectif précis du travail en groupe (résolution simple, résolution avec projet d'exposition, résolution avec production rédigée), cette dernière variable n'apparaissant pas dans ce cahier.

Peut-être le degré de réussite à l'exercice est-il aussi à prendre en considération ?

Enfin, sans le faire varier systématiquement, nous nous sommes attachées à bien préciser le contrat des classes étudiées (par rapport au travail en petits groupes et plus généralement) dans la mesure où cela nous apparaît être une variable fondamentale.

Une autre variable, la fréquence de la pratique de travail en groupes, pourrait aussi être étudiée, en expérimentant dans plusieurs classes.

La méthode employée est encore le dépouillement des transcriptions des enregistrements effectués et l'analyse éventuelle des productions écrites.

De nouvelles études devront être faites pour continuer cette investigation compte-tenu des premiers résultats ; en particulier l'étude d'élèves non scientifiques, voire en échec en mathématiques, doit apporter d'autres éléments à la question des variables dans les effets producteurs ou réducteurs sur l'apprentissage des mathématiques du travail en petits groupes sur des résolutions de problèmes.

4) <u>Méthodologie précise du dépouillement des transcriptions des enregistrements</u>.

a) Caractérisation a priori de chaque enregistrement

Après avoir précisé la classe étudiée et le temps imparti pour le problème étudié, nous spécifions les caractères suivants :

* contrat en vigueur dans la classe, par rapport au travail en groupes et en général,
* énoncé de la consigne,
* analyse de la tâche : champ conceptuel, type de problème, façon dont le problème est posé (avec ou sans indications manquantes), variété possible a priori des modes de résolutions,
* objectif de la tâche : résolution seule (avec ou non relevé de la production), résolution et exposition, résolution et rédaction,
* moment de la recherche du problème par rapport au cours et intégration du travail dans le déroulement a priori de l'apprentissage,
* composition du groupe : nombre de participants, caractéristiques des participants (niveau, groupe fixe ou non, redoublants, cas particuliers...),
* réussite complète ou partielle ou nulle par rapport au problème posé.

b) Méthode de dépouillement des transcriptions

Nous avons mis au point une méthode permettant l'analyse des transcriptions des travaux en petits groupes compte tenu des questions que nous nous posons.
Il s'agit de rendre compte du déroulement d'une heure environ de travail, de façon à pouvoir comparer éventuellement plusieurs séances. Une analyse qualitative s'impose mais il est commode d'introduire en plus un certain nombre de repéres quantitatifs (fréquences, taux ...) qui facilitent les comparaisons.

i) Remarques préliminaires sur le décryptage

Il n'est pas toujours facile de repérer à l'écoute de la bande magnétique qui parle, ni de comprendre ce qui est dit. Cependant, dans tous les cas, un des chercheurs a assisté à la séance, ce qui facilite considérablement la transcription.
D'autre part, non seulement les élèves parlent mais ils écrivent et ils dessinent et il n'est pas toujours évident de reconstituer l'activité de chacun (et du groupe) à l'écoute de la bande. Il est donc utile d'avoir à sa disposition les productions écrites des élèves. De plus, nous nous sommes efforcées à ce que le professeur explicite au maximum ses interventions, en lui demandant de se priver de tous les démonstratifs en particulier.

ii) Premier dépouillement et détermination d'un profil de chaque enregistrement

Sur les feuilles de transcription, nous repérons (en utilisant par exemple des surlignages de couleurs différentes) les interventions

* relevant du discours "métamathématique" en ce qui concerne les méthodes, les prévisions et les appréciations,

* relevant du discours mathématique

* du professeur.

D'autre part, par exemple en leur réservant un surlignage en pointillé, nous repérons toutes les questions dans les différents types d'interventions précédentes.

Il n'est pas toujours facile d'étiqueter certaines phrases, et nous avons été amener à prendre des décisions arbitraires mais raisonnables et constantes pour tous les enregistrements. Ainsi, nous classons dans le type "questions" les phrases énoncées sur le mode interrogatif au sens large, quitte à nous guider sur l'intonation. Par exemple, les indicateurs comme "d'accord" ou "peut-être" sont suivant les cas associés ou non à des questions. Par contre, les phrases commençant par "je ne sais pas si..." sont considérées le plus souvent comme des interrogations. De manière générale, nous tenons compte du contexte pour interpréter les différentes interventions.

De plus nous indiquons (par exemple dans la marge) les conflits. Indiquons tout de suite à ce sujet que les conflits sont peu nombreux dans les enregistrements étudiés.

Tout cela ne concerne pas le "hors-sujet", remarquablement restreint dans tous nos enregistrements (voire absent dans la majorité des bandes).

Ce travail préalable permet de donner des caractéristiques numériques à chaque bande, ce qui constitue le profil de la séance de travail en groupe étudiée. Nous comptons le nombre d' interventions

* totales (y compris les "mmm", mais sans les soupirs et le hors-sujet...),
* par élèves,
* métamathématiques de chaque type,
* interrogatives.

Précisons que dans une seule prise de parole, comptée comme une intervention, il peut y avoir une (ou plusieurs)partie(s) interrogative(s) par exemple, comptée(s) comme question(s). Ainsi une seule intervention peut être comptée plusieurs fois

Nous comptons aussi le nombre de conflits, et le nombre de fois où le professeur est appelé (ou intervient).

Ces relevés numériques sont faits pour les deux demi-heures de chaque séance, repérées grâce au compteur du magnétophone, ceci permettant d'évaluer grossièrement l'homogénéité de la séance.

Les résultats numériques sont portés dans un tableau. L'analyse de ce tableau permet de repérer si tous les élèves du groupe interviennent dans les mêmes proportions, si il y a beaucoup de conflits dans le groupe (plus ou moins de 5 par heure), si il y a beaucoup d'interrogations (plus ou moins de 10% des interventions), beaucoup d'interventions sur les méthodes (même seuil) et si le professeur est souvent appelé. Ces caractéristiques servent essentiellement à la comparaison des séances.

iii) Analyse des questions

Nous avons déterminé une dizaine de catégories différentes de questions. Ces questions peuvent concerner le propre travail du locuteur ou celui des autres mais nous n'en avons pas tenu compte.
Voici la liste de ces catégories, avec le code utilisé sur les transcriptions pour les repérer (dans la marge par exemple). Nous avons distingué les demandes de :

* méthodes (m)
* prévision (pv)
* précision (p)
* résultat (r)
* théorèmes, définitions (t)
* techniques de calcul... (o)
* justification ou validation de méthode (jm)
  - démonstration (jd)
  - calcul (jc)
  - résultat (jr)
  - prévision (jpv)
* autres ou inclassables (x)

Souvent les questions inclassables interviennent pendant le dialogue avec l'enseignant.
Nous présentons dans un deuxième tableau le nombre de questions de chaque type par élève.

Ceci permet d'évaluer la répartition globale des diverses questions dans le groupe étudié. Cela permet aussi de repérer si tous les élèves intervienent autant et de la même façon sur le mode interrogatif.

iv) Analyse des interventions sur les méthodes

Nous relevons par élève le nombre d'interventions sur les méthodes, en distinguant les cinq types suivants, avec le code utilisé :

* demande de méthode (m ?)
* proposition de méthode (m)
* demande de justification de méthode (jm ?)
* justification de méthode (jm)
* autres (x).

Nous prenons méthode au sens large, allant de méthode numérique à methode de résolution. Les propositions et demandes de méthodes peuvent être directes ("utilisons Thalès") ou allusives ("il faut trouver autre chose" " qu'est ce que tu proposes ?") ; les justifications de méthodes peuvent être du type "c'est bien", ou "c'est mieux", ou encore "ce n'est pas une bonne méthode" : les rejets de méthodes sont considérés comme des justifications (au sens large). De manière générale, nous n'avons pas distingué les propositions ou commentaires effectifs, des propositions ou commentaires sur les méthodes (méta sur les méthodes).

Le tableau des résultats numériques permet d'étudier la répartition par élève des différents types d'interventions sur les méthodes.

le quel méta

Ainsi pouvons-nous vérifier l'existence de ce type de discours, en mesurer l'évolution au cours de l'année et en repérer les liens éventuels avec le type de tâches.

v) Le graphe de la démonstration

Il s'agit de suivre l'évolution des propositions mathématiques et autres des élèves. Ce graphe est présenté en colonnes. A chaque élève correspond une colonne où sont indiquées brièvement ses interventions en respectant la synchronie globale.
Chaque nouvelle idée est indiquée quand elle apparaît et elle est suivie dans les différentes interventions (par exemple grâce à une même couleur ou une même typographie utilisée indépendemment de la colonne). Les interventions sur les méthodes figurent également .

Le graphe nous permet de repérer l'existence (ou l'absence) de stratégies différentes, les changements de stratégies individuels éventuels, les naissances de nouvelles stratégies collectives à partir des propositions individuelles partielles, les phénomènes de relais. Il permet d'étudier la dépendance des interventions méthodologiques, des conflits éventuels, des interventions du professeur et des stratégies effectives.

vi) Le rôle du professeur

Une étude qualitative est menée à part sur le rôle de l'enseignant dans le déroulement des séances, avec des comparaisons à des séances sur les mêmes tâches mais sans travail de groupe. Cette étude ne figure pas dans ce cahier.

vii) Regroupement des résultats

Les résultats obtenus sur chaque enregistrement étudié servent ensuite à comparer suivant les différentes variables retenues les travaux correspondants.
Par exemple, pour un même groupe, on compare différentes tâches, différents moments dans l'année, et même le cas échéant, différents contrats. Sur une même tâche on compare différents groupes....

II Les résultats

Tous les résultats que nous livrons ici sont issus d'observations dans une même classe de terminale C. Dans cette classe, d'une part l'enseignant a effectué en géométrie un enseignement particulier comportant un certain nombre d'interventions méthodologiques. Cet enseignement est décrit partiellement dans la brochure intitulée "Une année de géométrie en terminale C" de I. Tenaud (n° 64) et dans le cahier intitulé "Enseigner des méthodes" de A. Robert et al. (n°38).
D'autre part, toute l'année, les élèves travaillent en petits groupes une fois par semaine (aussi bien en analyse qu'en géométrie) lors des séances où ils sont divisés en demi-classes.
Le contrat explicite établi lors de ces séances est précisé à chaque fois dans la mesure où il a changé au fur et à mesure de l'année ... et de la recherche !

A) Essai d'évaluation comparée

a) Les expériences

Conformément à la méthodologie indiquée dans la première partie, nous avons comparé des devoirs sur feuille individuels d'élèves ayant travaillé quatre jours auparavant sur une tâche voisine de celle qui est analysée, une demi-classe en petits groupes et l'autre en travail individuel. Le scénario a été répété deux fois, en inversant le mode de travail des demi-classes, une première fois sur des tâches d'analyse puis sur des tâches de géométrie. Dans les deux cas une synthèse de la séance en demi-classe a été faite en classe, pour tout le monde, deux jours après cette séance (et donc deux jours avant le devoir sur feuille).

Nous allons analysér et comparér successivement en analyse puis en géométrie les productions aux séances de travail en demi-classe et les devoirs sur feuille. Lorsque les élèves travaillent en petits groupes, une seule production est recueillie par groupe.

b) Les tâches d'analyse

En demi-classe, il s'agit de résoudre (pendant l'heure) l'exercice suivant, le contrat explicité aux deux demi-classes étant "je n'interviendrai pas si vous ne m'appelez pas, appelez-moi quand vous aurez terminé".

Parmi les affirmations suivantes démontrer celles qui sont exactes et rechercher un contre exemple montrant que les autres sont fausses :

a) Si $\lim_{n \to +\infty} |u_n| = +\infty$, alors (u_n) n'est pas majorée

b) Si (u_n) converge vers l, alors $\lim_{n \to +\infty} |u_n| = |l|$

c) Si $|u_n|$ converge, alors (u_n) converge

d) Une suite croissante et majorée est bornée

e) Une suite décroissante et majorée est bornée

f) Toute suite convergente et majorée est croissante

g) Si (u_n) est une suite divergente, la suite (v_n) définie par $v_n = u_{n+1} - u_n$ est divergente

h) Si (u_n) est une suite divergente, la suite (v_n) définie par $v_n = u_{n+1} / u_n$ est divergente.

Les réponses consistent à écrire si la proposition est vraie ou fausse et à fournir une démonstration.

Les questions les mieux réussies par l'ensemble de la classe ont été les questions g) et h), la question b) est celle qui a posé le plus de difficultés, les élèves pressentant que la propriété est vraie mais n'arrivant pas à le démontrer.

Nous ne donnons pas le détail des réponses (il figure dans le DEA de MC Marilier), signalons que les erreurs les plus fréquentes sont le fait de donner un exemple pour prouver qu'une proposition est vraie (faite 5 fois par quatre élèves travaillant seuls) et le fait d'affirmer qu'une suite convergente est croissante majorée ou décroissante minorée (faite 6 fois, par un petit groupe et par 4 élèves travaillant seuls).

Voici le tableau des réponses de tous les élèves (ci-contre) ; dans chaque case correspondant à chaque groupe ou élève, en première ligne il est indiqué si la réponse est exacte ou non, et en deuxième ligne si la démonstration est correcte. Les réponses fausses sont encadrées. Un trait indique qu'il n'y a pas de réponse ou que la première partie de la réponse est fausse.

Pour la première partie de la réponse (vrai ou faux) on constate :

en demi-classe travaillant en groupe (tous de trois élèves), un groupe a toutes les réponses justes, deux groupes ont fait une erreur et le dernier a fait deux erreurs ; en individuel, 4 élèves ont toutes les réponses justes, 4 élèves ont une erreur, 4 élèves ont 3 erreurs et un élève a 4 erreurs.

En ce qui concerne les justifications, un groupe les a toutes trouvées, il en manque une à un groupe, deux et trois aux autres groupes.

QUESTIONS

	élèves ou groupes	a	b	c	d	e	f	g	h
4 groupes ½ classe A	1	exact oui	/	exact oui	exact oui	exact oui	exact oui	exact oui	exact oui
	2	exact oui	exact non	faux	exact oui	exact oui	exact oui	exact oui	exact oui
	3	exact oui	exact oui	exact oui	exact oui	exact oui	exact oui	exact oui	exact oui
	4	faux	exact non	exact oui	faux	exact oui	exact oui	exact oui	exact oui
½ classe B (13 élèves)	1	exact oui	exact non	exact oui	ex oui	ex oui	ex oui	ex oui	ex oui
	2	ex oui	faux	faux	faux	ex oui	/	ex oui	ex oui
	3	ex non	ex non	ex non	faux	ex non	ex non	ex oui	ex oui
	4	ex oui	ex non	faux	ex non	ex oui	ex non	ex oui	ex oui
	5	ex oui	ex non	ex oui	ex oui	ex oui	ex oui	ex oui	ex oui
	6	ex oui	ex non	ex oui	ex oui	ex oui	ex non	ex oui	ex oui
	7	ex oui	ex non	faux	faux	ex oui	faux	ex oui	ex oui
	8	ex oui	ex non	faux	ex oui	ex oui	ex oui	ex oui	ex oui
	9	ex oui	ex oui	ex oui	ex oui	ex oui	ex oui	ex oui	ex oui
	10	ex non	faux	faux	ex oui	ex oui	ex non	faux	ex oui
	11	faux	ex non	faux	faux	ex non	/	/	ex oui
	12	ex non	ex non	faux	ex non	ex non	ex oui	ex oui	/
	13	ex non	ex non	faux	faux	faux	faux	ex oui	ex oui

Un seul élève (en individuel) les a toutes trouvées, il en manque respectivement une à deux élèves, deux à deux autres, quatre à trois élèves et cinq à cinq élèves...

les productions semblent donc meilleures en petits groupes qu'en individuels en ce sens que, si il y a à peu près autant d'élèves qui ont fait zéro ou une erreur à la première partie de la question, le nombre d'élèves ayant fait plus de deux erreurs est nul pour les groupes et cinq pour les individuels ; et en ce qui concerne les justifications , en groupes tous les élèves ont trouvé au moins cinq démonstrations correctes et en individuels c'est le cas pour seulemnt cinq d'entre eux sur treize.

Deux questions au moins se posent : les élèves sont-ils meilleurs dans la demi-classe travaillant en groupes que dans l'autre ? Le deuxième scénario, s'il donne les mêmes résultats que celui-ci fera tomber cette restriction éventuelle.

Ces élèves qui ont apparemment mieux répondu ont-ils appris quelque chose ? Sont-ils capables d'utiliser tout seuls ce qu'ils ont trouvé ensemble ?

Examinons pour tenter de répondre à cette question les devoirs sur feuille en temps limité, en classe et individuels (produits quatre jours après) et dont voici l'énoncé :

Parmi les affirmations suivantes, démontrer celles qui sont exactes et rechercher un contre exemple montrant que les autres sont fausses :

a) Toute suite bornée convergente est monotone

b) Toute suite décroissante minorée est bornée

c) Si (u_n) diverge et (v_n) diverge, alors $(u_n + v_n)$ diverge

d) Si (u_n) diverge et (v_n) converge, alors $(u_n + v_n)$ diverge

e) Si (u_n) n'est pas de signe constant alors les termes d'indice pair sont tous de même signe et les termes impairs tous de même signe.

Le tableau des résultats est donné ci-contre, avec les conventions suivantes : sur la première ligne de chaque case, il est écrit exact si la réponse au vrai ou faux est exacte (et faux dans le cas contraire), et sur la deuxième ligne il est écrit oui si la démonstration est complète, / si il n'y a rien ou si la première réponse est inexacte et non si la démonstration n'est pas correcte. Les élèves apparaissent dans le même ordre que sur le premier tableau.

On peut déjà signaler que la première erreur citée précédemment apparaît 11 fois, une fois pour un élève du groupe 1 et 10 fois pour quatre élèves ex-individuels dont trois avaient déjà fait cette erreur (élèves n°4,10,12).

La deuxième erreur apparait cinq fois, une fois pour un élève du groupe 1 (n'ayant pas fait précédemment l'erreur), et pour quatre élèves ex-individuels dont deux avaient déjà produit cette erreur.

D'autre part, pour la première partie de la réponse, dans ceux qui ont travaillé en groupe, 6 ont fait 0 erreur

3 " 1 "

1 " 2 "

1 " 3 "

Et pour les ex-individuels,

2 ont fait 0 erreurs

4 " 1 "

4 " 2 "

2 " 3 "

Devoir en classe du 30/1/87.

QUESTIONS

1/2 classe A GROUPES. 11 élèves 1 absent

	a	b	c	d	e
1	exact oui	exact oui	exact oui	exact non	exact oui
1	exact oui	ex oui	exact oui	exact non	exact oui
1	—	ex oui	exact oui	faux	—
2	exact oui	exact oui	exact oui	exact non	—
2	exact oui	exact oui	exact oui	exact oui	exact oui
2	exact oui	exact oui	exact oui	exact non	exact oui
3	exact oui	faux	ex oui	ex non	ex oui
3	exact oui	ex oui	ex oui	ex oui	ex oui
4	faux	ex oui	ex oui	ex oui	faux
4	ex oui	ex oui	ex oui	—	ex oui
4	ex oui	ex oui	ex oui	exact non	exact oui

1/2 classe B 12 élèves 1 absent

2.	—	faux	ex oui	ex non	ex oui.
3.	faux	exact oui	ex oui	ex non	ex oui
4.	faux	faux	ex oui	ex non	faux
5.	ex oui	ex oui	ex oui	ex non	ex oui
6.	faux	ex oui	ex oui	ex non	faux
7.	ex oui	faux	ex oui	ex oui	ex oui
8.	faux	ex oui	ex oui	ex non	exact oui
9.	ex oui	ex oui	ex oui	ex non	ex oui
10	ex oui	ex non	ex oui	ex non	faux
11	faux	faux	exact oui	exact oui	faux
12	faux	exact non	exact oui	exact non	faux
13	exact oui	exact non	exact —	—	faux

Pour la deuxième partie de la réponse,

pour les ex-groupes	il manque	0	démonstration	pour	2	élèves
	"	1	"	"	5	"
	"	2	"	"	3	"
	"	3	"	"	1	"
pour les ex-individuels	"	0	"	"	0	"
	"	1	"	"	3	"
	"	2	"	"	2	"
	"	3	"	"	4	"
	"	4	"	"	3	"

Il apparaît donc que les élèves ayant travaillé en petits groupes ont encore de meilleures productions que les autres. Comme il n'y a pas le même nombre de questions et que ce ne sont pas exactement les mêmes, il est difficile de dire si les mêmes élèves ont fait les mêmes erreurs et quelles procédures ont été réinvesties. Cependant, nous avons regardé à titre indicatif ce qu'ont fait à la question b) les élèves ayant répondu juste à la question d) de la première tâche.

Il s'avère qu'en devoir 10 élèves issus de la demi-classe "travail en groupes" ont bien répondu (parmi lesquels seulement 9 avaient bien répondu la première fois) et seulement 5 élèves de la demi-classe "individuels" (alors que 6, dont les 5, avaient bien répondu à d))...

Trois élèves, ex-individuels donnent un exemple pour prouver que c'est vrai, or à la question d) de la première tâche il n'y en avait qu'un qui avait fait cette erreur (et qui la réitère d'ailleurs).

Donnent des contre exemples faux quatre élèves ex-individuels et un élève issu d'un groupe, alors que la première fois cinq élèves l'avaient fait (dont trois réitèrent) et un groupe entier (qui n'est pas le groupe d'où vient l'élève ci-dessus).

Sans vouloir conclure trop vite, il y a peut-être là un indice du fait que les erreurs (au sens large) seraient moins persistantes pour des élèves ayant travaillé en groupes.

c) <u>Les tâches de géométrie</u>

Les demi-classes travaillant sur la première tâche individuellement et en petits groupes sont inversées.

Voici la première tâche, proposée avec le contrat suivant "dès que vous avez trouvé une méthode vous m'appelez" :

Construire la droite qui joint un point au point d'intersection de deux droites non parallèles qui se coupent en dehors de la feuille.

Contrainte : effectuer les tracés à l'intérieur de la feuille.

La construction est à effectuer à la règle et au compas.

La deuxième tâche est la suivante :

Calculer le périmètre d'un triangle dont un sommet est en dehors de la feuille. (le dessin est fourni).

Globalement, la classe aborde 6 méthodes de résolution de la première construction et 9 méthodes pour calculer le périmètre.

Voici le tableau résumant les procédures des élèves.

Tous les élèves travaillant en groupes sauf ceux d'un groupe (étudié d'ailleurs plus loin !) ont vu au moins une méthode avec démonstration.

Trois élèves travaillant individuellement n'ont pas abouti et n'ont même β) Tableaux des performances:

Une synthèse des procédures employées durant les travaux dirigés est établie ci dessous:

Travaux dirigés (durée 1heure)

METHODES EMPLOYEES

élève ou groupe		Thalès ou homothétie	orthocentre	cercle de diam [AI]	Polaire conj harm		Parallélogramme	Total	Nombre de méthodes justes abordées	Nombre de méthodes justifiées
GROUPES B	1	/						1	1	0
	2	X		X				2	2	2
	3	X		X	X	X	X	5	5	5
	4		X					1	1	1
INDIVIDUS A	1	/					/	2	1	0
	2	/					/	2	0	0
	3	X						1	1	0
	4	/		X				2	2	1
	5	X						1	1	1
	6	X		X				2	2	2
	7	X						1	1	1
	8	/						1	1	0
	9	X						1	1	0
	10							0	0	0
	11		X	X			X	3	3	3
	12	/		X				2	2	1

pas de piste d'outils alors que les élèves du seul groupe en échec ont la piste homothéties. Si on compare les résultats justifiés, la différence est encore plus nette :

pour la demi-classe travaillant en groupes,

1	groupe	(de 3)	n'a justifié	aucune	méthode
1	"	(" 4)	a "	1	"
1	"	(" 3)	a "	2	"
1	"	(" 3)	a "	5	"

pour les individuels,

6	élèves	n'ont	justifié	aucune	méthode
4	"	ont	"	1	"
1	"	a	"	2	"
1	"	a	"	3	"

Donc comme en analyse, et indépendemment d'une différence éventuelle de niveau entre les deux demi-classes, les productions sont meilleures en petits groupes qu'en individuel. Signalons que l'enseignant estime que la demi-classe travaillant en groupes en géométrie est peut-être moins bonne que l'autre, avec par contre la présence d'un élément très brillant (il appartient au groupe ayant justifié 5 méthodes...).

Y a-t-il "transfert" ?

Voici le tableau des procédures utilisées pour le devoir sur feuille.

On peut noter que ce devoir, globalement bien réussi, a été fait plus rapidement par les élèves ayant travaillé en groupes précédemment. Ainsi 9 élèves de la demi-classe correspondante (contre 6 de l'autre)ont rendu leurs copies au bout de 25 minutes.

Résultats du devoir en classe — Tâche de géométrie

exercice proposé : calculer le périmètre d'un triangle dont un sommet est en dehors de la feuille

		Construction	dem	méthode employée
B	groupe 1	exact	oui	homothétie centre H : orthocentre
		exact	non	homothétie centre M, M pt qcq intérieur
		exact	oui	homothétie centre H : orthocentre
	groupe 2	exact	oui	homothétie centre H : orthocentre
		exact	oui	symétrie / bord
		exact	oui	translation
	groupe 3	exact	non	orthocentre + isométrie
		exact	oui	cercle circonscrit
		exact	oui	homothétie $k=\frac{1}{2}$ centre A
	groupe 4	exact	oui	homothétie centre G, G : centre de gravité
		exact	non	milieux - médiatrices
		exact	oui	homothétie $k=\frac{1}{2}$ centre A
		faux	non	—
A	élève 1	exact	non	sym / bord
	élève 2	exact	oui	sym / bord
	élève 3	exact	oui	homothétie centre O, O milieu de [AB]
	élève 4	exact	oui	milieux des côtés, Thalès
	élève 5	exact	oui	parallélogramme
	élève 6	exact	oui	homothétie centre A
	élève 7	exact	oui	translation + sym
	élève 8	exact	non	parallélogramme
	élève 9	exact	non	sym/bord + parall
	élève 10	faux	non	—
	élève 11	absent		
	élève 12	exact	non	parallélogramme

Ceci dit, les résultats pour les constructions et pour les justifications sont assez proches : une construction fausse dans les deux demi-classes, 4 démonstrations non faites pour les ex-groupes et 5 pour les autres.
Si on s'intéresse plus finement à la nature des méthodes utilisées, on remarque que les homothéties (ou Thalès) ont eu autant d'adeptes dans les deux demi-classes dans la première tâche alors que pour le devoir, sept élèves ex-groupes l'utilisent contre deux ex-individuels. Il est vrai que l'exercice demandant un calcul de longueur incite à penser a priori aux isométries.
La plus grande variété règne en ce qui concerne le réinvestissement par les élèves des groupes des méthodes utilisées ensemble. Notons que pour le seul groupe qui n'a pas été jusqu'à la démonstration mais qui a eu l'idée "homothéties", tous les élèves réutilisent une homothétie dans le devoir.

d) <u>Conclusion</u>

Une seule expérience de ce type est évidemment insuffisante pour conclure. Cependant, les deux scénarios ayant présenté très nettement des points communs, nous les rappelons :
* les productions en petits groupes sont meilleures qu'en individuels, et ceci quelle que soit la demi-classe concernée
* les réponses aux questions posées quelques jours plus tard sont du même ordre (ou légèrement meilleures) et les justifications semblent un peu meilleures pour les élèves ayant travaillé en groupes, certaines erreurs étant peut-être moins persistantes.

De nouvelles expérimentations sont indispensables, mais on peut néanmoins se poser la question de ce qui dans le travail en groupes peut être "responsable" d'une plus grande efficacité eventuelle, et c'est l'objet des paragraphes suivants.

B) Analyse de séances de travail en petits groupes (terminale C).

Nous allons décrire un certain nombre de caractéristiques de cinq enregistrements correspondant chacun au travail d'un groupe pendant une séance d'une heure. Dans tous les cas il s'agit de séances en demi-classe, ayant lieu toutes les semaines pendant lesquelles les élèves travaillent en groupes relativement fixes de trois ou quatre (cf ci-dessus). Un premier enregistrement sur une tâche de géométrie est analysé en détail, puis nous comparons le déroulement du travail d'un autre groupe sur la même tâche et du même groupe sur une tâche différente, mais encore de géométrie ; enfin nous comparons les déroulements de deux séances de travail d'un troisième groupe une fois en analyse, une fois en géométrie (donc tâches trés différentes a priori).

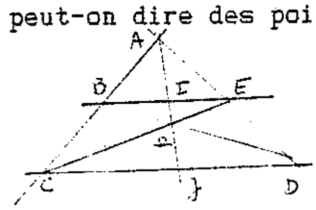
a) Analyse détaillée d'un enregistrement.

* Caractérisation a priori

Le contrat implicite en vigueur est le suivant : le professeur passe systématiquement d'un groupe à l'autre et intervient à chaque fois.

Il s'agit d'une séance du début de l'année, la deuxième séance d'exercice de géométrie en groupes. Cependant le cours de géométrie n'a pas commencé.

Enoncé de la consigne : on considère un trapèze BCDE, (BE) et (CD) étant parallèles. Soit A l'intersection des côtés (BC) et (ED), Ω l'intersection des diagonales (BD) et (EC), soit I le milieu du côté (BE), J le milieu du côté (CD). Que peut-on dire des points A, I, Ω, J ? Démontrer le.



Il s'agit donc d'un problème d'alignement, il n'y a pas d'indication de méthodes, dont au moins quatre peuvent être utilisées par les élèves (homothéties, calcul vectoriel, symétrie oblique, analytique).
Le but recherché est de résoudre l'exercice sans relevé de la production, ni exposition des solutions. Par contre une synthèse des différentes solutions est faite en classe deux jours après par l'enseignant.
Il y a quatre élèves moyens, non redoublants, le groupe ne variera que plus tard dans l'année.
Ils ont réussi à démontrer que A, I, J sont alignés, mais n'ont pas su prouver que Ω, I, J le sont.

Nous donnons en annexe quelques pages de la transcription avec la façon dont nous l'avons dépouillée et les codes attribués aux questions et aux interventions sur les méthodes. Rappelons que les codes sont indiqués pages 12 et 13.

* Profil

Voici le tableau correspondant de cet enregistrement codé B_3 (tâche B, groupe 3).

PROFIL B_3	première 1/2 h	deuxième 1/2h	total	%
Somme Interv.	160	189	349	
Interv.E_1 C	62	72	134	38%
Interv.E_2 C_e	57	73	130	37%
Interv.E_3 J	22	33	55	16%
Interv.E_4 S	19	11	30	9%
nombre interventions prof	2	2	4	
Questions	23	19	42	12 %
Méthodes	39	64	103	30%
Prévisions	1	1	2	
Appréciations	15	46	61	17%
Conflits	0	0		.

On constate que deux élèves interviennent beaucoup plus que les autres. Il y a relativement peu de questions, les interventions sur les méthodes sont plus nombreuses (presqu'un tiers), les deux demi-heures ne sont pas homogènes (à la fin, S parle encore moins , il y a moins de questions et plus d'interventions sur les méthodes).

* <u>Analyse des questions</u>

Voici le tableau correspondant.

questions B:	E_1 (C)	E_2 (Ce)	E_3 (J)	E_4 S	Total	Total	%
M méthodes	4	10	2		16		38%
pr révisions							
P précisions	4	7	2		13		31%
r résultats							
théorèmes t	2				2		
outils o	2		1		3		7%
justifications de méthodes jm	1	2	1		4		9%
justifications de démonst. jd							
justif. de calculs jc				1	1		
justif. de résultats jr	1	1	1		3		7%
justif. de révisions jr							
x							
Total	14	20	7	1	42		
% sur questions	33%	48%	17%	2%			
% sur interventions	10%	15%	13%	3%			

Un des élèves (Ce), parmi les deux qui interviennent le plus, pose relativement plus de questions que tous les autres.

Les questions les plus fréquentes sont essentiellement des demandes de méthodes et de précisions.

* Analyse des interventions sur les méthodes

Voici le tableau correspondant.

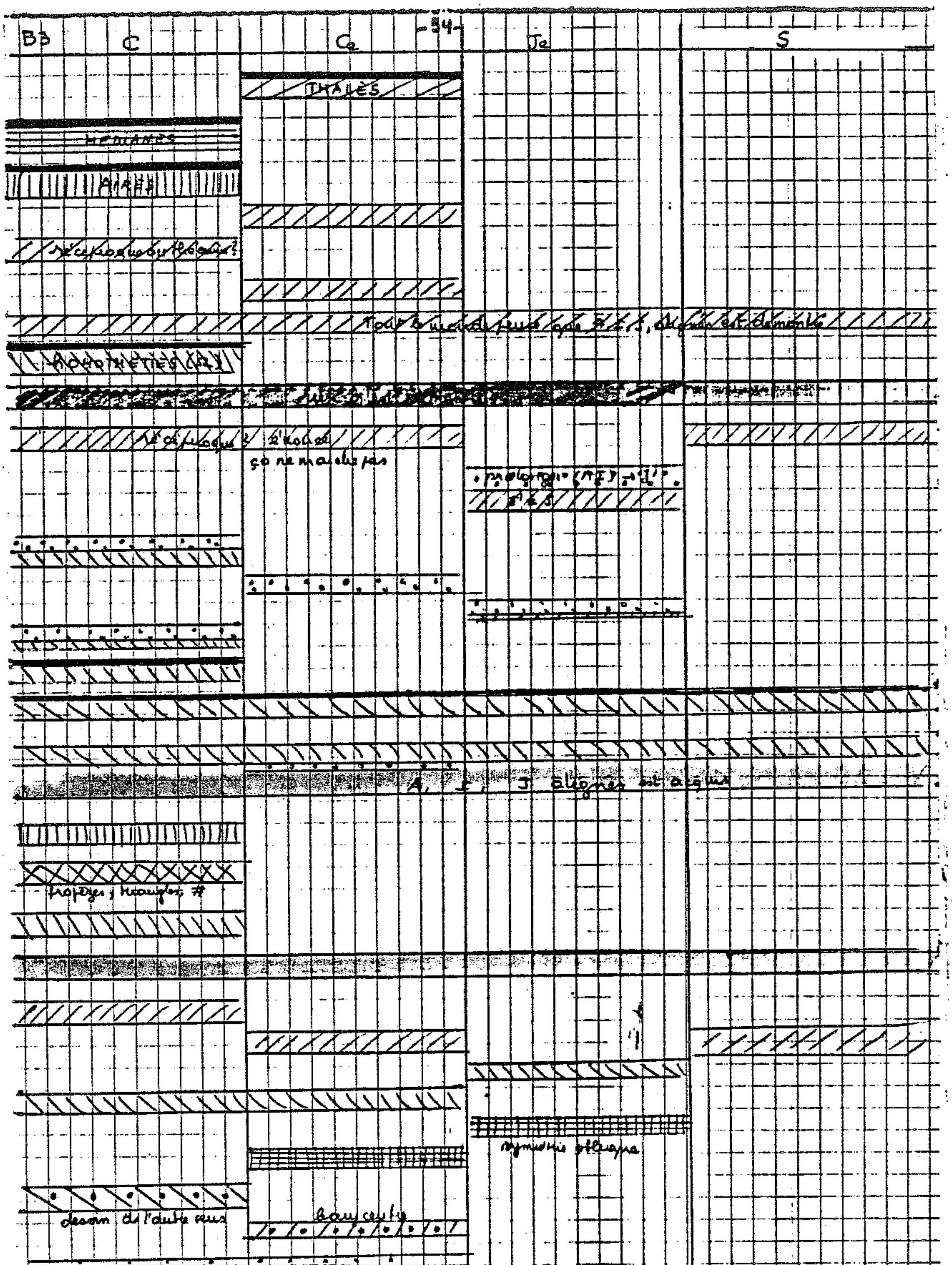
méthodes B3	E1 (C)	E2 (Ce)	E3 (J)	E4 (S)	Total	%
méthodes	22	21	14	4	65	62%
??	5	10	1		16	15%
j?i	4	4	3		11	10%
justification jm	5	6	1		12	11%
?.			1		1	
Total	40	41	20	4	105	
% méth.	35%	35%	15%	4%		
% inter.	30%	31%	36%	13%		

On retrouve que les deux élèves qui interviennent le plus en général, interviennent aussi plus en ce qui concerne les méthodes. Par contre, pour trois des élèves du groupe, le pourcentage des interventions sur les méthodes calculé par rapport au total de leurs interventions respectives est le même. La quatrième élève (S) intervient beaucoup moins sur les méthodes, aussi bien dans l'absolu que relativement au total de ses propres interventions.

Les interventions les plus fréquentes sont des propositions de méthodes.

* Graphe de la démonstration.

On constate que cinq propositions de démonstrations sont faites par trois des élèves, deux sont reprises par l'ensemble du groupe et une par trois des élèves. Plus précisément par exemple l'élève (C) adopte l'idée



légende — intervention méthodologique
— appel professeur

d'utiliser Thalès après deux propositions différentes non reprises par les autres ; puis il fait une quatrième proposition (utilisation d'une homothétie de centre A), d'abord non reprise par les autres, puis il lui intègre une idée venue de (J) et seulement alors sa proposition est reprise et la démonstration aboutit ainsi.

Il y a donc bien des stratégies différentes et des changements de stratégies individuelles. Et, de par la nécessité même de la communication, les élèves sont amenés, avant de commencer la démonstration effective, à proposer leur méthode. Ainsi, par exemple,

Ce : y a Thalès

C : faut essayer le coup des homothéties

De plus, le choix de la méthode peut être effectivement discuté :

Ce : bon, alors, on applique Thalès ou les homothéties ?

C : les homothéties, je suis sûr que ça marche, Thalès je sais pas si ça va pas ...

Enfin, compte-tenu du contrat en vigueur dans la classe, l'enseignant est amené d'abord à valider le travail, puis essaie de faire sortir une proposition de méthode de démonstration par analogie avec le début mais n'y arrive pas. Tout se passe comme si le groupe était plus "fort" que le professeur, mais cela peut venir du fait que l'enseignant n'arrive pas au moment où les élèves ont besoin d'elle, ce qui diminue la portée de son intervention. Nous verrons plus loin les effets différents d'un autre contrat (cf c).

Dans ce groupe il n'y a pas eu de conflit.

b) <u>Comparaison de deux groupes sur la même tâche.</u>

Il s'agit de comparer le groupe précédent et un autre groupe de trois élèves de même niveau sur la même tâche. Ils démontrent que A, I, J sont alignés mais ne prouvent pas que Ω, I et J le sont (comme les autres).
Nous avons repris les différents tableaux pour les deux groupes et nous donnons la comparaison après un petit commentaire sur le deuxième groupe.

* Profil

Voici le tableau correspondant pour le deuxième groupe codé B_1.

PROFIL B_1	première 1/2 h	deuxième 1/2h	total	%
Somme Interv.	143	82	225	
Interv. E_1 N	49	23	72	32%
Interv. E_2 V	27	23	50	22%
Interv. E_3 M	67	36	103	46%
Interv. E_4				
nombre interventions prof	3	3	6	
Questions	22	13	35	16%
Méthodes	37	24	61	27%
Prévisions	10	0	10	4%
Appréciations	26	21	47	21%
Conflits	7	1		

Les trois élèves interviennent de façons différentes, un élève monopolise presque la moitié des interventions : on retrouve l'hétérogénéité des élèves.
Globalement il y a beaucoup plus d'interventions dans le premier groupe, mais il y a un élève de plus.

Le professeur passe 6 fois au lieu de 4.

Les pourcentages des questions, interventions méthodologiques, et appréciations sur le total des interventions sont du même ordre et dans les deux cas il y a très peu de prévisions.

Dans ce cas, tout se passe comme si la même tâche produisait la même répartition relative des interventions, indépendamment de la composition du groupe.

D'autre part, on constate que les différentes interventions ne sont pas répârties de façon homogène entre les deux demi-heures, et ceci dans les deux groupes. Mais si dans les premier groupe, le fait de ne pas trouver comment démontrer l'alignement de Ω, I et J entraîne des interventions un peu plus nombreuses sauf pour S, qui déjà parle nettement moins que les autres, dans le deuxième groupe c'est le contraire . Malgré la présence d'un élève supplémentaire dans le premier groupe , on peut se demander si le fait d'être bloqué n'exacerbe pas les tendances dominantes des groupes voire même des individus ?

* Analyse des questions

Voici le tableau correspondant pour le deuxième groupe

Question B1	E_1 N	E_2 V	E_3 R.	E_4	Total	Total	%
m	3	2	4		9		26%
pv					0		
p	4	2	3		9		26%
r	1				1		
t	1	1	3		5		15%
o					0		
jm		1	1		2		
jd	1	1	1		3		9%
jc					0		
jr	1	2	1		4		11%
jpv.					0		
x			2		2		
Total	11	9	14		35		
% quest	32%	26%	41%				
% interv	15%	18%	14%				

Dans les deux groupes la proportion de questions dans les discours de chaque élève ne varie pas beaucoup (sauf pour S déjà citée).

Dans les deux groupes, la plupart des questions sont des demandes de méthodes ou de précisions.

* <u>Analyse des interventions sur les méthodes</u>

Voici le tableau correspondant pour le deuxième groupe

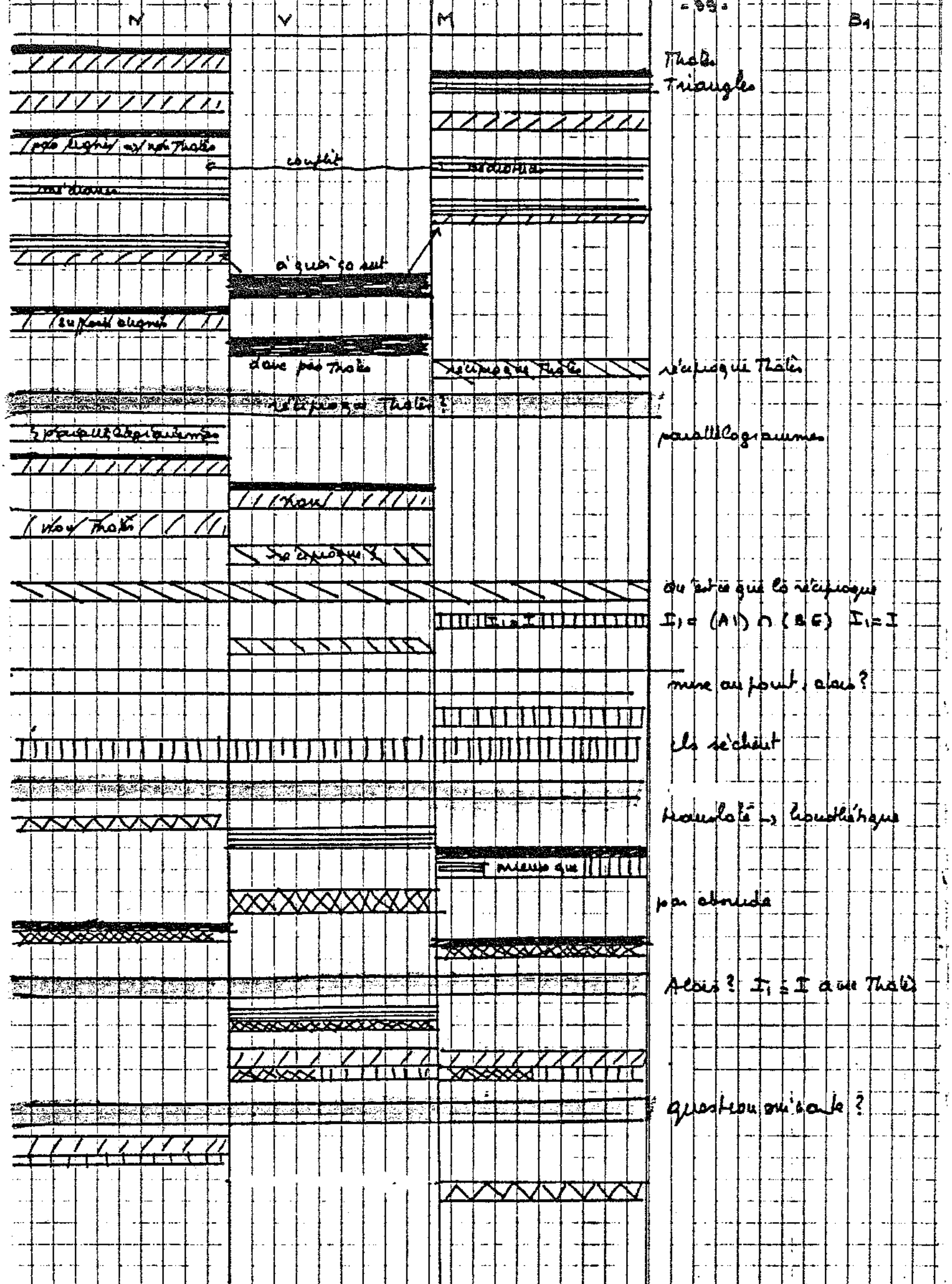
méthodes B1	E1 N	E2 V	E3 M	E4	Total	%
m	8	8	15		31	51%
m?	3	1	4		8	13%
jm?	3	1	1		5	8%
jm	2	5	4		11	18%
x	2		4		6	10%
Total	18	15	28		61	
% méth.	30%	25%	46%			
% inter Ei	25%	30%	27%			

Dans les deux groupes, la proportion d'interventions sur les méthodes dans les discours de chaque élève est à peu près la même (sauf pour S).

Les principales interventions sont dans les deux groupes des demandes de méthodes ou des propositions de méthode.

* <u>graphe</u>

On constate d'abord la même diversité de propositions de méthodes, presque les mêmes d'ailleurs que dans le premier groupe. Cependant, dans ce groupe, à trois reprises au moins, deux des élèves associent plusieurs propositions antérieures, pas nécessairement émises par eux, pour proposer une stratégie meilleure plus complexe. C'est d'ailleurs le



légende —— intervention méthodologique
appel professeur

cas pour la méthode qui leur permet finalement de trouver à peu près une démonstration.

On constate aussi une différence entre les élèves : l'élève V est plus critique, intervient beaucoup sur les méthodes et prend difficilement les idées des autres mais finalement elle reprend la question de l'élève M sur "qu'est ce que la réciproque de Thalès" et la méthode "$I_1 = I$".

Ce groupe semble moins souvent chercher la même chose en même temps de la même façon.

L'enseignant joue exactement le même rôle.

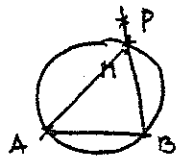
Dans ce groupe, les conflits ne semblent pas modifier le schéma du déroulement, ni temporel ni autre.

En conclusion, globalement, il semble qu'une même tâche, proposée à un moment bien précis de l'apprentissage semble engendrer des interventions assez proches, tant dans leur nature (questions, méthodes ...) que dans leur contenu. La seule différence, celle de la composition du groupe d'élèves, semble dans ce cas moins déterminante que tout ce qui est commun (tâche, contrat, moment de l'apprentissage ...). Par contre, les différences entre élèves (qui ne sont pas des différences de niveau) semblent jouer dans le déroulement local, l'organisation des argumentations et leur reprise par tous par exemple.

c) Comparaison du même groupe sur deux tâches de géométrie différentes, à cinq mois d'intervalle.

Il s'agit du groupe 1 sur la tâche précédente (B) et sur la tâche M suivante :

Enoncé de la consigne : On donne une corde fixe AB d'un cercle fixe C. A tout point M du cercle C on associe le point P de la demi-droite [BM) issue de B tel que BP = AM . Déterminer le lieu de P lorsque M décrit le cercle C.



Cet exercice est proposé après le début du cours sur les rotations.
Il s'agit d'un problème de lieu, il n'y a pas d'indications de méthodes, l'utilisation de rotations pour obtenir le lieu comme image est indispensable. Il s'agit simplement de résoudre l'exercice. La synthèse des différentes démarches des élèves pour arriver à ces rotations a été présentée par l'enseignant deux jours après la séance.
Le contrat en vigueur a changé : l'enseignant n'intervient que sur appel des élèves, mais les élèves ne l'appellent que s'ils ont un problème ou s'ils pensent avoir obtenu un résultat.
Les élèves réussissent à deviner que le lieu est formé de deux arcs de cercles, mais ne le prouvent pas.

* Profil

Voici le tableau correspondant pour cette nouvelle tâche (enregistrement codé M_1).

Profil M_1	première 1/2 h	deuxième 1/2h	total	%
Somme Interv.	HS10 191	HS3 119	13 310	
Interv. E_1. N	57	15	72	23 %
Interv. E_2 V	59	46	105	34 %
Interv. E_3 M	75	58	133	42 %
Interv. E_4				
nombre appels prof	1	2		3
Questions	33	20	53	19 %
Méthodes	29	21	50	16 %
Prévisions	7	1	8	2,5 %
Appréciations	30	8	38	12 %
Conflits			3	

Les trois élèves interviennent encore de façons différentes, l'élève le plus "bavard" dans B, est encore celui qui intervient le plus, et les pourcentages d'interventions des deux autres se sont inversés. Il n'y a donc pas dans ce cas de rôle complètement figé. De même les élèves interviennent beaucoup plus sur la nouvelle tâche.

On retrouve l'hétérogénéité entre les deux demi-heures dans le même sens. Or dans les deux cas ils trouvent plus de choses dans la première demi-heure et ont tendance alors à plus parler. Peut-être y a-t-il là une constante du groupe.

Si le pourcentage de questions sur le total des interventions est voisin, ainsi que celui des prévisions, par contre il y a moins d'appréciations et d'interventions méthodologiques (16% contre 27% du total). Cependant les interventions méthodologiques nous semblent plus riches, par exemple :

Au début de la première tâche on trouve :

N : faut peut-être utiliser Thalès ?

M : ou alors avec des triangles ?

Au début de la deuxième tâche on trouve :

M : faut essayer de trouver une transformation

V : comment on peut trouver un lieu quand c'est pas un lieu simple ?

Puis au cours du travail , on trouve souvent dans la première tâche des interventions du type " N, V :je crois que j'ai une idée "ou " V : on doit quand même pouvoir faire un petit truc " ou " V : faut falloir raisonner par l'absurde " ; dans la deuxième tâche on a des propositions un peu plus précises peut-être comme :

M : je sais pas s'il faut raisonner avec la méthode

V : on peut pas se servir de la configuration de base qu'on avait à faire pour aujourd'hui car une fois qu'on a ça on a deux cercles de même rayon 2 points le machin, peut-être ?

Autrement la diminution du pourcentage des interventions méthodologiques est peut-être lié à une plus grande concision ce qui indiquerait un apprentissage d'une part, et une évolution des élèves rendant la comparaison brute difficile lorsque les tâches sont éloignées dans l'année.

Quant au rôle du professeur, on ne peut pas le comparer puisque le contrat a changé. Ici, les élèves appellent l'enseignant pour savoir si leur prévision (deux demi-cercles) est correcte, puis pour savoir si ça peut aboutir d'utiliser des symétries (puis la troisième fois une configuration de base des rotations) pour la démonstration. Dans les trois cas, l'enseignante est amenée à rectifier et cette fois-ci, contrairement à la première séance, les interventions de l'enseignant sont reprises. Est-ce dû au nouveau contrat ou au fait que les élèves ont progressé (ou les deux) ?

* Analyse des questions

Voici le tableau correspondant pour le deuxième enregistrement M_1

Questions M_1	N E_1	Y E_2	M E_3	E_4	Total	Total	%
m		7	2			9	15%
pv		1	2			3	
p	4	4	9			17	29%
r	1		1			2	
t		1				1	
o		5				5	8%
jm	2	4	3			9	15%
jd		3	1			4	7%
jc							
jr	1	1	2			4	7%
jpv			1			1	
x	2	2				4	7%
Total	10	28	21		5	59	
% quest	17%	48%	36%				
% interv	14%	27%	16%				

Ce sont plutôt des différences qui apparaissent. D'une part ce n'est plus le même élève qui pose le plus de questions (V à la place de M). Cette même élève pose relativement à son propre discours plus de questions que les autres, alors que dans la première tâche il y avait homogénéité.

D'autre part, s'il y a à peu près la même proportion de demandes de précisions, la répartition du reste change, il y a moins de propositions de méthodes et de demnades de théorèmes mais plus de demandes d'outils et de justifications de méthodes.

* <u>Analyse des interventions sur les méthodes</u>

Voici le tableau correspondant au deuxième enregistrement

méthodes M_1	M E_1	V E_2	M E_3	E_4	Total	%
m	1	4	9		20	39 %
m?		7	1		8	16 %
jm¿	2	4	3		9	17 %
jm		7	6		13	25 %
x					1	
Total	10	22	19		51	
% méth.	20%	13 %	38%			
% inter E_i	16 %	21 %	14%			

La répartition par élève est différente, en particulier l'élève qui intervenait le moins dans l'absolu sur les méthodes est celle qui intervient maintenant le plus dans l'absolu.

Il y a beaucoup moins de propositions de méthodes dans la deuxième tâche, mais plus de "demandes de justifications de méthodes" et de "justifications de méthodes".

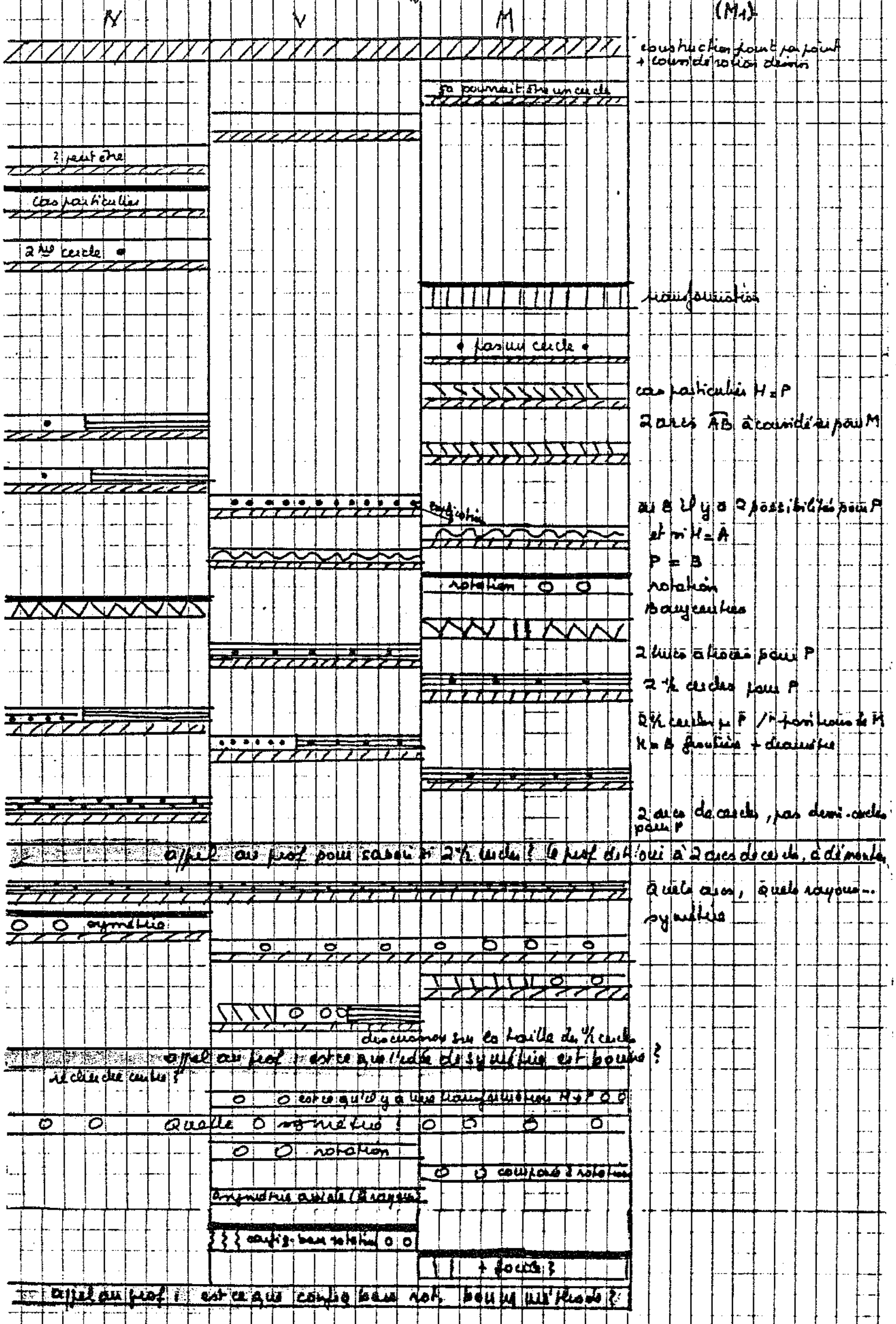
On peut remarquer à ce sujet qu'il y a moins de méthodes pour résoudre le deuxième exercice. D'autre part, les propositions de méthodes sont plus nombreuses mais plus vagues ("j'ai une idée") lors de la première séance. Enfin peut-être les exigences des élèves sont plus grandes au fur et à mesure de l'année, ce qui les amènent à plus s'attacher aux justifications.

Tout ceci contribue peut-être à expliquer ces différences.

* <u>Graphe de la démonstration</u>

Il est hasardeux de comparer deux démonstrations de deux exercices différents. Cependant on retrouve le rôle particulier joué par V, qui ne se mêle pas tout de suite aux autres, on retrouve la diversité des propositions et les amalgames de plusieurs propositions antérieures.

En conclusion, si on retrouve quelques constantes dans le fonctionnement interne et local du groupe, il nous semble que globalement il y a plus de différences que de points communs dans le déroulement de ces travaux en groupes du moins en ce qui concerne les indicateurs que nous avons retenus : la composition du groupe serait moins importante que le reste (tâche, contrat, moment de l'apprentissage).



légende — intervention méthodologique
appel professeur

d) <u>comparaison d'un même groupe sur deux tâches de nature différente (analyse et géomérie) proposées à une semaine d'intervalle.</u>

Il s'agit d'un nouveau groupe (codé 4) de trois élèves. Ce groupe a été constitué en cours d'année, avec trois élèves de niveau hétérogène dont une élève d'origine étrangère avec des problèmes de langue (T), les deux autres étant "mauvais".

Il s'agit dans la premiére tâche (enregistrement codé H_4) d'étudier la suite

$u_{n+1} = (1 - u_n)^2$

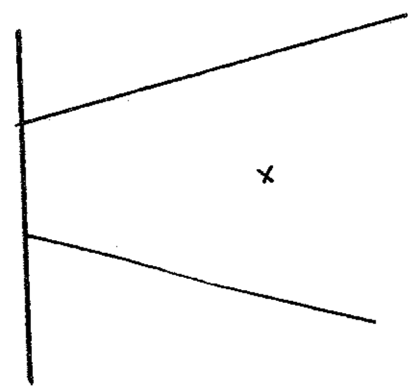
$u_0 = 1/2$

Cet exercice, donné sans aucune indication, intervient après plusieurs exemples d'étude de suites récurrentes, en général convergentes, sans aucune de ce type.

La réussite est très partielle, ils se sont mis d'accord sur le fait qu'il y a deux sous-suites (termes pairs et termes impairs) à étudier et ont prévu la divergence.

La deuxième tâche (enregistrement codé I_4) est la suivante (cf A) :

Deux droites se coupent en dehors de la feuille de papier ; on se donne un point quelconque sur la feuille en dehors des deux droites. Construire à la règle et au compas la droite qui joint le point qui est sur la feuille au point d'intersection des deux droites.



C'est le premier exercice de construction proposé aux élèves, il n'y a aucune indication ; en effet l'enseignant veut que les élèves soient mis en situation d'avoir vraiment besoin d'une méthode.

Les élèves de ce groupe n'aboutissent pas, c'est l'enseignant qui donne la solution. Rappelons ici que cependant, quatre jours après, sur une tâche analogue, les élèves de ce groupe travaillant individuellement ont réinvesti cette méthode indiquée par le professeur.

Dans les deux cas, il s'agit d'une simple résolution mais on ramasse une feuille par groupe en géométrie (cf A).

Dans les deux cas, le contrat est le même : les élèves appellent l'enseignant quand ils ont un problème.

* Profil

Voici les deux tableaux correspondant aux enregistrements H_4 et I_4

PRofil H4	première 1/2 h	deuxième 1/2h	total	%	I_4 première 1/2 h	deuxième 1/2h	total	%
Somme Interv.	138	235	373		93	85	178	
Interv.E_1 P	45	69	114	31%	47	44	91	51%
Interv.E_2 JY	55	108	163	44%	27	24	51	29%
Interv.E_3 T	38	58	96	26%	19	17	36	20%
Interv.E_4								
nombre appels prof	1	2	3		1	2	3	
Questions			44	12%	19	10	29	16%
Méthodes			34	9%	39	22	61	34%
Prévisions	5	3	8	2%	3	0	3	
Appréciations	16	31	47	13%	21	26	47	26%
Conflits								

Ces profils apparaissent comme bien différents.

Au total, il y a plus du double d'interventions en analyse. Si les deux demi-heures sont à peu près homogènes en géométrie, en analyse il y a beaucoup plus de prises de parole dans la deuxième demi-heure, au moment où se pose le problème de démontrer un premier résultat.

De plus, on constate que les répartitions des interventions sont très différentes, ainsi en géométrie c'est l'élève P qui parle le plus, avec la moitié des interventions à son compte, alors qu'en analyse c'est un autre élève (JY) qui parle le plus, avec seulement 44% du total des interventions.

Si globalement le pourcentage des questions est assez proche, par contre les interventions sur les méthodes varient de 9% du total des interventions en analyse à plus du tiers en géométrie. On peut mettre ce résultat en rapport avec le fait que c'est en géométrie que l'enseignant intervient explicitement sur les méthodes, et qu'en analyse il y a en général moins de choix de méthodes. Quant aux appréciations, il y en a relativement deux fois plus en géométrie qu'en analyse.

Il y a beaucoup de conflits en analyse, moins en géométrie.

Dans les deux séances, le professeur est appelé trois fois. En géométrie ce sont trois appels "au secours" et en analyse ce sont plutôt des demandes de validation, de rappel de cours ou d'arbitrage.

* Analyse des questions

Voici les deux tableaux correspondants

Question Hy	E1 P	E2 JY	E3 T	E4	Total	Total	%
m	1	6	1			8	18%
pv	0	2	0			2	
p	1	4	1			6	14%
r	0	1				1	
t							
o							
jm	2		1			3	7%
jd	1					1	
jc	2	5	3			10	23%
jr	1	1	2			4	9%
jpv	2					2	
x	2	5				7	16%
Total	12	24	8			44	
% quest	27%	54%	18%				
% interr	11%	15%	8%				

Question Iu	(P) E1	(JY) E2	(T) E3	E4	Total	Total	%
m	5	3	1		9		31%
pv	1				1		3%
p	2				2		7%
r	4	1			5		17%
t					0		0%
o	3	1			4		14%
jm	1	1			2		7%
jd					0		0%
jc					0		0%
jr	4				4		14%
jpv					0		0%
x	2				2		7%
Total	22	6	1		29		
% quest	76%	21%	3%				
% interr	24%	12%	3%				

Là encore ce sont des différences qui apparaissent d'abord : l'élève JY pose plus de la moitié du total des questions en analyse, mais c'est une autre élève, P, qui monopolise les trois quarts des questions en géométrie !

En analyse, la proportion de questions dans les discours individuels est assez proche chez les trois élèves, alors qu'en géométrie elle varie de 3% à 24%.

Enfin, si en géométrie les questions les plus fréquentes sont des demandes de méthode, puis de résultats, d'outils et de justifications de résultats, en analyse ce sont des demandes de justification de calcul puis des demandes de méthodes (relativement deux fois moins qu'en géométrie) et des demandes de précisions qui sont relativement les plus nombreuses.

* Analyse des interventions sur les méthodes

Voici les deux tableaux correspondants

méthode Hy	E_1 P	E_2 JY	E_3 T	Total	%
m	10	10		20	59%
m?	0	3		3	9%
jm?	3	1		4	12%
jm	5	2		7	21%
z					
Total	18	16	0	34	
% méth.	53%	47%	0%		
% inter E_i	16%	10%	0%		

T4 (P) E_1	(JY) E_2	(T) E_3	Total	% (sur 63)
10	4	9	23	36,5%
5	3	1	9	14%
2	1	0	3	5%
10	1	1	12	19%
8	7	1	16	25%
35	16	12	63	
54%	26%	20%		
36%	31%	33%		

Rappelons que la proportion d'interventions sur les méthodes varie de 9% en analyse à 34% en géométrie. Elève par élève, et relativement, les

différences sont un peu moins marquées qu'en ce qui concerne les questions : l'élève P fait dans les deux cas plus de la moitié des interventions de ce type, mais cela représente plus du tiers de son discours en géométrie contre 16% en analyse. L'élève T n'intervient jamais sur les méthodes en analyse, et fait un quart des interventions de méthode en géométrie, ce qui représente un tiers de son discours. Plus généralement, en géométrie tous les élèves font des interventions sur les méthodes dans des proportions voisines (autour du tiers de leur discours), en analyse ces proportions sont plus faibles et plus variables d'un élève à l'autre. Nous avons avancé ci-dessus des éléments d'explication de ces phénomènes. On peut se demander si l'absence d'interventions méthodologiques explicites de l'enseignant en analyse n'a pas renforcé les difficultés linguistiques de l'élève T.
Enfin, les répartitions des interventions de méthode sont différentes, même si ce sont toujours les propositions de méthode qui arrivent en tête mais avec 59% en analyse (ce qui représente 20 interventions) et 37% en géométrie (ce qui en représente 23). De plus, en géométrie il y a eu beaucoup d'interventions inclassables.

* <u>graphe</u>

Nous ne pouvons pas faire cette comparaison, à cause de l'absence de démonstration en géométrie.

En conclusion, la composition fixe du groupe semble moins intervenir en ce qui concerne les indicateurs retenus que le reste de la situation et en particulier la nature de la tâche, puisqu'ici le contrat est le même et que peu de temps sépare les deux séances.

C) Régularités, effets du travail en petit groupe et premières interprétations.

a) Nature des interventions

Nous avons réuni un certain nombre des caractéristiques globales des cinq enregistrements étudiés dans les trois tableaux suivants. Nous ne pouvons discuter qu'en nous basant sur les indicateurs que nous avons retenu initialement, certains indicateurs plus fins pourront ultérieurement être utilisés.

Il apparaît que le total des interventions varie beaucoup, ainsi que leur répartition entre les élèves, y compris pour un même groupe suivant la séance (cf B_1 et M_1, H_4 et I_4).

La proportion des questions varie peu, entre 12% et 19%. Est-ce une régulation interne au fonctionnement en petit groupe ?

Par contre, la proportion d'interventions sur les méthodes est assez élevée (près du tiers des interventions), sauf en analyse et dans une tâche de géométrie où il y a parallèlement un changement de qualité.
Nous interprétons ainsi cette régularité (probable) : le travail en petit groupe sur des tâches adéquates a permis dans cette classe de faire fructifier l'enseignement de méthodes en géométrie.
Il serait intéressant d'analyser ultérieurement une séance de travail en groupe sur une tâche de type algorithmique, où il n'y a pas besoin de se poser de questions de méthodes.

Question	B_1	B_3	H_4	I_4	H_1		
m	26%	38%	18%	31%	15%		
pv							
p	26%	31%	14%	7%	29%		
r				17%			
t	15%						
o		7%		14%	8%		
jm		9%	7%	7%	15%		
jd	9%				7%		
jc			23%				
jr	11%	7%	9%	14%	7%		
jpv							
x			16%	7%	7%		
Total							
% quest							
% interv							

Méthodes	B_1	B_3	H_4	I_4	M_1	
m	51%	62%	59%	36,5%	39%	
m?	43%	15%	9%	14%	16%	
jmi	8%	10%	12%	5%	17%	
jm	18%	11%	21%	19%	25%	
x	10%			25%		
Total						
% méth.						
% inter E_i						

PROFILS	B_1	B_3	H_4	I_4	H_1	
Somme Interv.	225	349	373	178	310	
Interv. E_1	32%	38%	31%	51%	23%	
Interv. E_2	22%	37%	44%	29%	34%	
Interv. E_3	46%	16%	26%	20%	42%	
Interv. E_4	//////	9%	//////	//////	//////	
nombre appels prof	6	4	3	3	3	
Questions	16%	12%	12%	16%	19%	
Méthodes	27%	30%	9%	34%	16%	
Prévisions	4%	0%	2%		2,5%	
Appréciations	21%	17%	13%	26%	12%	
Conflits						
Erreurs						

Si on regarde la répartition des différentes questions, en ne retenant que les pourcentages supérieurs à 7%, on constate une première régularité : dans les cinq séances, il y a plus de 7% de demandes de méthodes, demandes de précisions et demandes de justifications de résultats. Plus précisément encore, dans tous les enregistrements, ce sont les demandes de méthodes qui sont majoritaires parmi les questions.
Nous en déduisons un éventuel effet positif du travail en groupe ; grâce aux questions posées dans le groupe, on obtient vraisemblablement une explicitation des discours mathématique et méthodologique (cf ci-dessus) plus grande qu'en travail individuel.
Il reste à vérifier ultérieurement quelle est la proportion de questions (et lesquelles) auxquelles il a été répondu.

La répartition des interventions sur les méthodes indique que dans les cinq cas, ce sont les propositions de méthodes (effectives ou allusives) qui sont les plus fréquentes.
Nous y voyons un effet (attendu !) de l'enseignement.
Ultérieurement, nous aurons peut-être intérêt à différencier les propositions de méthodes effectives des commentaires méthodologiques.

b) Déroulement des démonstrations

Les graphes des trois démonstrations que nous avons étudiées ont indiqué les mêmes régularités, fondamentales à notre avis pour ce qui est de l'interprétation de l'éventuelle amélioration de l'apprentissage ultérieur : il y a toujours plusieurs stratégies différentes proposées, il y a toujours adoption par chacun de stratégies proposées par quelqu'un d'autre, et il y a souvent élaboration de stratégies complètement nouvelles par amalgamme de propositions individuelles plus partielles.

Il reste peut-être à étudier plus finement le déroulement de ces démonstrations, pour voir qu'est ce qui est retenu par le groupe, et si certains effets négatifs ne peuvent avoir lieu, comme le rejet de propositions pourtant valides.

c) Variables

Les diverses comparaisons que nous avons effectué ont conduit à la même conclusion : plus que la composition du groupe, la nature de la tâche à résoudre semble déterminante en ce qui concerne les indicateurs retenus, par delà les régularités ci-dessus.

Cependant il serait indispensable de poursuivre une étude comparative sur plus de séances et avec plus de groupes.

d) Rôle du professeur

Il est d'abord très intéresant de remarquer à quel point le contrat modifie les comportements des élèves : lorsque le profeseur circule systématiquement, ses interventions, qui ne sont pas intégrées nécessairement au travail en cours, peuvent ne pas servir, voire gêner.

Lorsque les élèves appellent le professeur à volonté, ils peuvent ne pas se rendre compte qu'ils travaillent sur des choses fausses trop longtemps ; de plus ils ne cherchent pas toujours à se convaincre mutuellement (et donc à démontrer) s'ils savent que le professeur vient tout de suite.

Le dernier contrat (appel au professeur pour valider une proposition sur laquelle il y a eu accord autant que possible ou pour répondre à une question du groupe) semble optimal pour l'instant pour les objectifs visés.

D'autre part, des observations en cours (DEA de MC Marilier) semblent indiquer que l'enseignant est moins souvent appelé en travail en petits groupes qu'en travail individuel, mais sur des questions plus "riches". L'analyse doit être poursuivie à ce sujet.

Conclusion : quelques interprétations plus générales de l'éventuelle efficacité du travail en petits groupes : critiques méthodologiques de la recherche et nouvelles propositions.

Notre hypothèse initiale implicite, basée sur des pratiques empiriques, était que le travail en petits groupes dans certaines conditions peut être bénéfique à l'apprentissage d'un bon nombre d'élèves. Nous avons constaté une certaine efficacité dans les productions en groupe, un certain "transfert" aux individus (toutes proportions gardées) et certaines régularités dans le fonctionnement des groupes, plus liées, semble-t-il, à la nature de la tâche qu'à la composition du groupe. Peut-on mettre en rapport les premiers éléments et les derniers ?

Nous nous plaçons dans le cadre théorique de la didactique des mathématiques, en reprenant à notre compte les hypothèses didactiques de R. Douady en particulier.
Plusieurs interprétations de l'efficacité du travail en petits groupes à des moments bien choisis de l'apprentissage et avec le contrat particulier précisé ci-dessus peuvent être tentées.

D'un point de vue purement cognitif, il nous semble d'abord que l'expression des diversités que permet le groupe (collection d'individus différents et en communication) amène plus ou moins chaque individu à faire des changements de stratégies, ou de points de vue ou de cadres qu'autrement il n'aurait pas effectués. Or nous attribuons beaucoup d'efficacité à ces changements puisqu'ils sont, nous semble-t-il, l'occasion de rééquilibrations favorables aux acquisitions. Sans pouvoir garantir le succès pour tous, on peut dire qu'il y a pour le moins une meilleure probabilité que s'enclanchent ces jeux de cadres ou changements de points de vue ou de stratégies dans un travail en petit groupe que dans un travail individuel sur la même tâche. Ceci nous semble pouvoir être accentué par le choix de tâches plus difficiles (comme les exercices de géométrie sans indications), qui sont abordables en groupe et moins individuellement et pour la résolution desquels les changements précedents sont presqu'indispensables. Soulignons que, dans le cas de la géométrie étudié ici, ce sont des changements de stratégies (appelées méthodes) que les élèves sont amenés à faire, avec éventuellement en conséquence des changements de cadres mais non repérés comme tels.

De plus, nous avons vérifié en géométrie l'importance des échanges méthodologiques, que nous avons mis en rapport avec l'enseignement explicite de méthodes. Nous pensons que cette forme de travail favorisant l'apprentissage de l'utilisation de méthodes en géométrie peut faciliter en conséquence la résolution d'exercices de géométrie et par là-même l'apprentissage de la géométrie elle-même.

Un autre facteur d'apprentissage moins spécifique aux mathématiques peut être la présence active de pairs, avec la possibilité de conflits (peu importants dans nos cinq enregistrements) dont on a déjà pressenti l'efficacité mais aussi avec la possibilité d'imitation plus efficace qu'avec l' enseignant. On peut dans le même ordre d'idées évoquer la plus grande facilité pour les élèves de se concentrer, et de s'investir dans leur travail lorsqu'ils travaillent en petits groupes (très peu de hors sujet par exemple).

On peut aussi évoquer des facteurs encore plus précisément liés à la communication, au fait de dire et d'entendre des explicitations dont on a vérifié l'importance numérique dans les échanges. On peut penser que ces explicitations ont un rôle pour fixer les connaissances (méthodologiques ou purement mathématiques) et peuvent ainsi aider l'apprentissage. Là-encore ce sont des arguments non spécifiques aux mathématiques.

Enfin il est tentant de se demander si de telles pratiques ne changent pas favorablement les représentations individuelles que se font les élèves des mathématiques (et de la géométrie en particulier) et de leur accès (représentations métacognitives). D'une part il y a plus facilement questionnement méthodologique et donc meilleure possibilité d'apprentissage de ce volet, donc maîtrise plus grande devant un problème. D'autre part on aborde "non dramatiquement" plus de problèmes difficiles, d'où peut-être un certain changement dans l'attitude à adopter en cas de problème non immédiat, de par l'expérience même. On fait aussi l'expérience des diversités en mathématiques et cela peut être un facteur d'enrichissement des représentations. Enfin le professeur a un rôle différent, il est moins indispensable dans une certaine mesure puisqu'il faut (et qu'on peut) se débrouiller d'abord sans lui (du moins dans certains contrats).

Il est bien sûr illusoire de tenter de séparer les différentes causes potentielles des éventuels effets producteurs de cette forme de travail, cependant des investigations plus poussées sur chaque facteur restent à faire pour avancer encore sur ces questions.

Nous terminerons précisément par une critique méthodologique de notre travail, avec des propositions d'améliorations permettant d'avancer sur les questions précedentes.

Au vu des résultats obtenus, il nous semble intéressant de garder les principaux indicateurs que nous avions retenus initialement, peut-être en précisant encore plus (et pour nous-mêmes et pour le lecteur) comment sont classées les différentes interventions.

Ceci dit, une analyse plus fine pourrait être faite si on avait distingué, dans les interventions méthodologiques, ce qui est méthode proprement dite et ce qui est commentaire sur les méthodes. Nous supposons à ce propos qu'une évolution a peut-être lieu chez les élèves, à mettre en rapport avec l'enseignement de méthodes, dans le sens productions de commentaires méthodologiques d'abord puis de plus de propositions de méthodes effectives ensuite (cf B_1 et M_1).

Par ailleurs, la prise en compte des réponses éventuelles aux questions permettrait d'affiner l'hypothèse de la spécificité du travail en groupe en ce qui concerne l'explicitation. Quelle proportion de questions ont une réponse ? Lesquelles ? Qui répond et à quelles questions ?

Dans le même ordre d'idées, une analyse des erreurs et de leur trajectoire (indiquée par exemple sur le graphe de la démonstration) pourrait éclairer davantage le rôle du groupe pour corriger (ou non) les propositions fausses.

D'autre part, même si peu de conflits ont eu lieu dans les séances enregistrées, une analyse spécifique de leur issue et de leur rôle dans le graphe de la démonstration serait utile, ne serait-ce que pour éprouver les hypothèses sur les conflits socio-cognitifs évoquées en introduction.

Enfin, le nombre effectif des interventions hors-sujet (à la place de l' évocation purement qualitative que nous avons donnée) serait bienvenu pour prouver aux sceptiques à quel point les élèves s'investissent dans ce travail et en dévient peu !

Bibliographie sommaire

Anzieu D., Martin J.Y. (1968) La dynamique des groupes restreints PUF

Baron N. (1987)Travail en classe en petits groupes première approche, avec une introduction de N. Leorat Cahier de didactique des mathématiques n° 33 Irem Paris 7

Doise W., Mugny G. (1981) Le développement social de l'intelligence Interéditions

Flieller (1986) La coéducation de l'intelligence PU Nancy

Marilier M.C. Travail en petits groupes : évaluation et rôle du professeur DEA de didactique des mathématiques, Université Paris 7

Melrieu P. (1984) Itinéraire des pédagogies de groupe et Outils pour apprendre en groupe Chronique sociale (Lyon)

Moyne A. (1982) Le travail autonome Fleurus Paris

Mugny G. (1985) Psychologie sociale du développement cognitif Peter Lang

Perret Clermont A.N. (1979) La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale Peter Lang

Perret Clermont A.N., Schubauer Leoni M.L. (1980) Interactions sociales et représentations symboliques, Recherches en didactique des mathématiques Vol 1 n°3

Robert A, Rogalski J., Samurçay R. (1987) Enseigner des méthodes Cahier de didactique des mathématiques n°38 Irem Paris 7

Tenaud I. (1986) Une année de géométrie en terminale C Brochure n°64 Irem Paris 7

ANNEXE

Légende

- - - prévision

——— intervention sur les méthodes

〰 questions (pour des raisons matérielles, nous n'indiquons pas les questions méthodologiques ainsi)

.... appréciation

professeur

m proposition de méthode

m? demande de méthode

jm justification de méthode

jm? demande de justification de méthode

(p?) demande de précision

(jr?) demande de justification de résultats

Sandrine - Jean-Christian - Christophe	Trapèze B3	1

O	E Voilà

Silence

m.	E Ils sont alignés C mais après faut le démontrer.

m	C Y a Thalès mais C oui mais c'est pas I dans Thalès pour ces trois

jm	là ça va mais t'as I aussi J et C oui

C ces trois là alignés puis ces 3 là alignés avec le milieu de médianes

(P)	J qu'est-ce que tu as mis là ? C B est sur BA c'est les ...

m?	C t'as trouvé quelque chose toi ? tu penses à quoi toi ? C l'aire de ce

m	triangle là égale l'aire de ce triangle là et pareil là c'est ce qu'on avait vu l'autre fois C c'est vrai C aire de triangle je vois pas

jm	comment on peut faire un rapprochement et pareil pour ces 2 triangles là ils ont la même aire aussi C oui C et pareil pour les 2 trapèzes là

m?	C comment t'as trié Thalès toi ? t'as dit que $\frac{BI}{BA}$ C ça est parallèle à ça et les rapports là sont égaux $\frac{BI}{BE} = \frac{CJ}{CD}$ donc avec Thalès ça marche

jm?	c'est la réciproque ou le théorème. je sais plus

(P)	J tu pourrais expliquer ? C c'est le th de Thalès J mais j'ai pas entendu ce que tu as dit C la droite (BE) est // à (CD) et que le rapport $\frac{BI}{BE} = \frac{CJ}{CD}$ et comme c'est $\frac{1}{2}$ ce donc A I J sont alignés

C comme I appartient aux 2 droites C donc A I J sont alignés

m	C maintenant il faut démontrer I S J alignés A appartient à la droite IJ donc si S ∈ (IJ)

S : oui c'est ça

m?	J comment on sait que A ∈ (IJ) ? il faut le prouver déjà C c'est ce que je viens de dire, d'après le théorème de Thalès la Thalès

m	C : il faut essayer le coup des homothéties

(J?)	S : de ça tu en déduis qu'ils appartiennent à la même dte ?

C : qu'ils sont alignés ce d'accord S ∈ (IJ)

m	C : on pouvait pas tracer une droite qui passe par S J je sais pas

J alors qu'elle est cette propriété ? C Thalès C on sait que A I J sont alignés et maintenant J ? C alignés d'après Thalès et maintenant il reste plus. J qu'est-ce que vous voulez prouver quand je disais que ça passait il faut les points A S I J ?

C : on pense qu'il sont alignés J : pourquoi ? S oui

C : on a déjà montré A I J alignés d'après le th de Thalès

J comment ? C (BE) est // (CD) J oui C et que $\frac{BI}{BE} = \frac{CJ}{CD}$ vu que c'est les milieux J oui

C et que (CB) et (DE) concourants en A on sait que A I J alignés d'après le théorème de Thalès. J je voudrais un énoncé de ce fameux théorème de Thalès puisque vous l'utilisez si facilement

J je m'en rappelle plus

C : je m'en rappelle plus du th de Thalès.

C : je sais plus si c'est ça ou la réciproque.

S c'est qd on a des dts alignées on fait les rapports (2 fois)

(P)	C si tu as quoi ? S non comme il y a

C et normalement dire $\frac{AC}{AB} \neq \frac{AB}{AE}$	et alors la réciproque

J mais ça serait plus ça $\frac{AB}{AC} = AE$ S c'est ça

J elles vont pas être //

B3/C

151 S Thalès c'est qd on $\frac{AB}{AC}$ ça va être égal à BE sur … non

Ce : $\frac{AE}{AD}$ S $\frac{AE}{AD}$ I alors finalt c'est quoi Segol

Ce : si on a 2 dtes concourantes

C : $\frac{AB}{AC} = \frac{AI}{AJ} = \frac{BI}{BJ}$ I qd tu dis ça tu parles de quoi ? AB c'est quoi ?

C : longueur I c'est vrai Ce mesure alg

I quelles sont les hypothèses C : (BI) // ~~(CD)~~ (CJ)

I et quoi qd tu me dis ça C : concourant en A I quoi ?

C les dtes (BC) et (EJ) en A I donc tu supposes A I J alignés

Ce oui S : oui C ça marche pas

I et d'autre part qu'est ce que c'est que AB, c'est en longueur

et qu'est ce que tu as dit Christophe ! Ce mesure algébrique

I avec Thalès on utilise plutôt les mesures algébriques avec l'inconvénient que on n'a plus l'égalité sur des points qui sont pas sur la même droite ou bien on prend en longueur et on peut encore parler des quotients de longueurs des segments [BI] [CJ]

C : c'est la réciproque ce je crois C : la réciproque je sais plus comment c'est Ce moi non plus C la réciproque c'est pareil ~~dtes~~ alignés Ce : si on a les mesures algébriques l'équivalence

C : $\frac{AI}{AJ}$ tu supposes d'abord que AIJ sont sur la même droite

179 S

Ce, la réciproque en fait de couple si tu as … $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$ à ce moment là BE // CD et BC et DE concourantes en A ça doit être ça la réciproque C je sais plus du tout.

C : (pompier)

S : et tu ne peux pas dire que que $\frac{BE}{CD} = \frac{AB}{AC}$

Ce dire quoi ? A S $\frac{BE}{CD}$ Ce = ? S $\frac{AB}{AC}$

S : ça ou ça ça fait ça ou ça.

Ce : on a 2 dtes qui se coupent, parallèles ça marche pas, je crois pas. C qu'est qui y a ?

200 J : je partirai du triangle ~~ABE~~ ABE d'abord Ce montrer que I est milieu de BE ? C mais si J : on nous le dit tu fais passer une droite par AI tu la prolonges jusqu'à ce qu'elle coupe CD en J tu nommes ce point J après tu utilises ce J' J : J' et tu utilises Thalès et avec tes rapports tu essaies de montrer que J est le milieu de CD Ce J'

J J' milieu de CD donc J = J' et tu auras A I J alignés

C attends

Ce : c'est pas bête ce que tu dis

C oui c'est une homothétie de rapport $\frac{AC}{AB}$

215 Ce : alors vas y explorons ce que tu as dit

Ce : soit le triangle AEB et I = milieu de [BE] on trace AI et cette droite coupe CD en un point Je : J' Ce : J c'est ça ? Je : J'

Ce : d'accord J' ensuite tu disais ? Je : on utiliserait Thalès et est ce qu'on peut arriver à marquer milieu de CD donc égal à J ?

Ce : oui on peut C : on fait ça avec une homothétie

Ce : Je le pense je attends de faire mais je vais te dire je m'en souviens plus les homothéties

C : si de centre A et de rapport $\frac{AC}{AB}$ ... et tu auras des droites // les longueurs sont conservées

Ce : et là eh oh ! c'est bon tu tu, regarde ce que j'avais déjà le prof on a AI enfin $\frac{AI}{AJ}$ et $\frac{AB}{AC}$ et on a BC et BI et à ce moment là t'en déduisait que comment dire I et J sont les milieux de BE et CD si tu trouves que J' est le milieu de CD comme tu disais à ce moment là on a trouvé on a montré que AIJ sont alignés c'est ça qu'il faut faire

C : c'est pareil en faisant autrement avec les homothéties

Ce : bon alors on applique Thalès ou les homothéties ?

C : les homothéties je suis sûr que ça marche, Thalès j'sais pas si ça va pas

Ce : bon on applique une homothétie de centre A et de rapport $\frac{AC}{AB}$ c'est ça ? C : ouais

244 Ce : en distance on fait ça S et C : mmm

Je : et comment tu fait après par les homothéties ?

Ce : à ce moment là C : c'est vrai

Ce : vas-y pousse ton raisonnement jusqu'au bout

C : à ce moment là tu obtiendras une droite CD qui sera parallèle à la dernière et comme ça conserve les proportions tu auras J milieu de [CD] et ABC, AED alignés, AIJ alignés Je : c'est correct, c'est correct

Ce : bon on y va, vas y énonce, puisque j'ai énoncé jusqu'à maintenant, vas y à toi C : donc milieu .. euh

C : et alors (BE) deviendra une droite (CD) // à (BE) Ce : et alors la droite BE C : le, on appelle le BE donnera CD du segment Ce : d'accord mmm parallèle à BE

Ce : l'homothétie conservant C : les distances, les proportions

Ce : conservant les proportions (2 fois) C : on aura I milieu de BE Ce : ouais C : I milieu de BE deviendra J milieu de CD le milieu de BE sera conservé par CD donc

C : on aura I qui devient le milieu de BE S : ça on le sait hein Ce : mais on va avoir par la même occasion

C : pour montrer qu'on obtient le même triangle Ce : par la même occasion on aura J milieu de BD S : oui d'accord

C : en fait —— on aura une autre figure qui sera la même en faisant — et donc on aura $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$ on obtient la même figure

C et J milieu de CD donc J et J' sont confondus. C : c'est quoi ton J' ? S : mais on l'a pas noté

Ce : c'était ton point qui était supposé couper ton axe CD lorsque ça passe par I C : mmm Ce : c'est ça qu'on cherche à démontrer que J' = J S : mmm

Ce : donc c'est ce qu'on a fait C : oui puisque c'est le milieu

281 Ce : puisque c'est le milieu C : on a ABC alignés, ADE alignés

Ce : et J = J' le milieu de CD C : c'est pas besoin de faire ça, eh en faisant l'homothétie tu auras ACB alignés ADE alignés AIJ alignés → dans une homothétie c'est obligé que tu aies ça tu auras $\vec{AJ} = \frac{AE}{AB}\vec{AI}$ donc ils sont colinéaires donc AIJ alignés

Ce et J : ouais

288 Ce : alors t'as dit que AJ avec J : AI J : tes fixé par des [illegible] 185/7
AJ = $\frac{AC}{AB}$ AI donc AJ et AI sont colinéaires, donc donc AIJ alignés
J Prof Ce maintenant C : maintenant ça marche toujours
au même point Ce maintenant maintenant C : Ω I J
Ce : Ω
Ce : Ω y peut pas s'utiliser comme symétrie c'est-à J et S : ben non
C : les losanges non les - -
Ce les triangles ? C ~~les~~ parallélog non comment c'était déjà ?
le trapèze BEJC et IEDJ sont égaux Ce égaux C : ouais
Ce : en aire ! C : ouai Je : Ω
C : et pareil pour les triangles IBΩ et IΩ Ce d'accord mais
317 C tous les triangles côtés IJ sont égaux
Ce : qu'est-ce qu'il mesure lui ?
Ce : de toutes façons tes histoires d'aires ça sert à rien pour démontrer
S : oui Ce : ben c'est une idée que j'ai c'est tout (→ rires)
Ce : ouais ben qd même
C : je crois pas que ce soit si idiot que ça
Ce : les diagonales ne se coupent pas en leurs milieux S : mmm, ça
serait bien C : ça nous avance plus ça !
Ce : par contre on peut recommencer à prendre l'angle par Ω parallèle
J : tu pourrais, je sais pas rien, si tu poses une droite là / Ce : ouais c'est ça
que je pensais (J : prouver elle sera au milieu entre le truc
Ce mener (C : quoi) la parallèle à BE CD passant par Ω
Je : passant par Ω C pour avoir ton nouveau rapport machin
J : nouveau rapport mais C : mais que I ouais Je le problème ça sera de prouver
que Ω sera le milieu entre tes 2 intersections là Ce : t'as pas besoin
Je ça marche pas - - si tu mesures c'est le milieu ça l'est effectivement
mais pour le prouver
C : dans une homothétie de rapport autre chose tu auras le milieu
mais pour montrer que c'est Ω c'est plus dur
Ce : mais seulement quand tu vas tracer ta droite ça va te donner
2 pts et ces 2 pts tu sais pas si ils vont y croire ou pas (?)
C : si le 2 pts ils sont bien l'un sur AC et l'autre sur AD
Ce : oui ils sont C : c'est concourant vu que c'est // à l'autre qui est
Ce : à ce moment là tu peux ~~colinéaire~~ que mener
C : ce qu'il faut montrer c'est que ce milieu là ce sera Ω et ça va
être dur
C homothétie

358 I : alors où en êtes vous
C : on a fait autrement avec une homothétie I oui alors
C on a pris le triangle ABE et on a pris une homothétie de rapport A
de centre A et de rapport $\frac{AC}{AB}$ I alors $\frac{AC}{AB}$ c'est quoi ? AB et AC dans
ce cas là parce que sans - - C : c'est un rapport en distance
I : c'est un rapport en distance Ce : en distance I bon alors
C : alors B donne C E donnera D et I milieu de BE donnera
J le milieu de CD I oui C et on aura les comme rapport $\vec{AJ}$
~~[illegible]~~ était égal à $\frac{AC}{AB}\vec{AI}$ donc $\vec{AJ}$ et $\vec{AI}$ seront colinéaires
I ah ben oui, il y aurait peut être une petite chose à
perfectionner c'est que qd vous dites que B → C et E → D il faudrait
le justifier un peu. C'est peut être écrit ? C : non
I c'est assez simple C : ce segment là a pour image l'autre segment
J oui C donc ce point I un ensemble de point a pour image
un ensemble de point c'est vrai mais pourquoi c'est B qui a
comme image C

B3/5

380 C : A B C sont alignés I : oui C l'intersection des 2 dtes
I puisque le rapport c'est $\frac{AC}{AB}$ enfin dire que B a comme image
je suis d'accord C : l'autre
I : E et D il faut une petite explication vous comprenez ? c'est simple
et c'est le bonne enfin c'est une méthode qui marche bien donc ça y
est presque et après vous vous occupez de Ω puis de la réciproque
Ce : que E donne D c'est ça ? S : oui
C : c'est Thalès ce coup ci , très bien A intersection de 2 dtes Ce : coupée par
2 droite parallèle C segments // enfin BE // CD
Ce donc à ce moment là $\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}$ C oui parce que
A donc on dit que par Thalès on a J : ouais
Ce c'est $\frac{AE}{AD}$ ou $\frac{AD}{AE}$ S : AD C $\frac{AD}{AE}$ puisqu'on a pris le rapport
Ce : $\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}$ C : il faut chercher le reste Ce : Ω

Je autre homothétie dans l'autre sens on aura Ω comme ça
C tu prends quoi Ce tu prends quoi comme repère
Ce t'as rien Je oui Ce absolument rien
Je : sinon tu prends B comme centre et puis Ω
420 Ce : oui mais tu n'as pas de droite // C : t'as rien

J : je sais pas

Ce : on trace la parallèle à BE CD passant par Ω à ce moment là
si on prend l'homothétie $\frac{AK}{AB}$ I va donner Ω celle que Ω centre de KL

C : et une fois que tu as ça tu fais quoi après ? il faut démontrer
que Ω c'est le bon E : oui, Ce E : tu trouveras ~~pas~~ le milieu
de ce segment là mais il faudra démontrer que c'est Ω
le milieu là puis Ce : ben si puisque tu pars de E
447 à ce moment là C oui Ce : puisque tu sais que tu as A I J
alignés C. tu pars de I et tu obtiens un pt qui est le
milieu de ça mais démontre que ce pt là c'est le centre
des diagonales là, l'intersection des diagonales E : le bordel
C. de quoi ? Il y a un centre de rien
467 Je : et si on faisait tout bonnement une symétrie Ce oui
C une symétrie de quoi Ce dans oblique S : rire
C : Ω il est centre de rien du tout et même pas on apprendra
Ce tu peux faire une symétrie dans oblique (S rit) Ce qq chose
Ce : on va prendre le dessin dans l'autre sens, on va le prendre
comme ça -

479 Ce : Ω c'est pas le barycentre de BE DC C non ce affecté de coefficients 1
C : non puisque c'est pas le milieu de non puisque le
barycentre de CE c'est I celui de CD c'est J et on devrait avoir Ω le
milieu de IJ c'est pas le milieu c'est le milieu pour un carré, pour un
un rectangle, pour un parallélogramme
Ce : c'est bête ça parce que si c'était le barycentre ça nous aurait
bien aidé C. aussi t'aurais le milieu dans ce sens
J mais ça n'y est pas ouais

Ce : faut montrer que les vecteurs $\vec{\Omega I}$ C et $\vec{\Omega J}$ sont colinéaires S : oui
Ce : $= \alpha\, \Omega J$ C α réel Ce $\vec{\Omega J}$ c'est quoi C justement on n'en
sait rien du tout Ce c'est $\Omega D + \Omega J, + DJ$
C non aucune simplification c'est pas du tout t'as pas de milieu
ni rien

505 Ce eh! tu sais que ΩJ c'est bien $\Omega D + DJ$
C : oui mais tu simplifieras ça comment !
Ce DJ c'est 1/2 de CD C mm
Ce + 1/2 CD donc on va dire que ΩI ça va être $\Omega E + EI$
C pourquoi ΩE? C ouais mais
Ce : mais attends laisse moi finir que je m'aime I c'est ~~milieu~~ 1/2 de BE
C : tu veux avoir $\Omega J = \Omega J$ oui
Ce : non j'ai ΩE = non c'est pas
I : alors ça fait longtemps que vous pouvez I oui I alors soit le triangle . . .
Ce on n'a pas beaucoup avancé I ça m'a l'air très bien alors
soit le triangle AEB et I milieu de BE on trace AI qui coupe CD en un point J on applique une homothétie h de centre A et de rapport $\frac{AC}{AB}$ en distance et la droite (BE) deviendra une droite (D) // à (BE) l'homothétie conservant les proportions on aura I qui deviendra J le milieu de CD et donc AID ~~so~~
$AJ = \frac{AC}{AB} AI$ ____ ouais après étant donné par

Thalès, étant donné que par Thalès on a (rire) I a fait du français
c'est pas mal
I vous avez déjà montré quelque chose
Ce : ouais mais après euh,
I il y a quand même ce qui est dans la marge là B→C et E→D et I→J

J : on a voulu le faire par Thalès S : oui I : mais B→C c'est pas Thalès
c'est quoi ? J bon mais I c'est quoi quand je dis B → C
Ce : c'est une ~~homothétie~~ I c'est qu'on applique une transformation
qui transforme les points donc là c'est une homothétie donc tu
prétends que ton homothétie transforme B en C c'est ce que tu avais dis
tout à l'heure ensuite E en D ça je voudrais bien savoir pourquoi
Ce ? Je : on essayait de le trouver par Thalès I ben oui
Ce : on a puisqu'on a 2 dtes // qui coupent 2 dtes sécantes C les mêmes
rapports Ce d'après Thalès on a $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE}$ C mêmes rapports
I tout à fait J
Je : parle français
I : surtout ta conclusion est là en bas de la page et la
démonstration d'une partie est en haut de l'autre côté
I : maintenant trouvez une remarque, et faites ainsi avec Ω
S : on l'a fait Ω I tu l'as fait toi?
C moi j'ai vu que les trapèzes IEDJ et IBCJ avaient même aire
et pareil I pourquoi ? C la base et la même la hauteur et la
même I les 2 bases C et Ce les 2 bases sont les mêmes I oui et alors
C : euh avec ces 2 triangles là il est là ont même surface I et alors ?
C : ben oui c'est
Ce : on pourrait réappliquer ce qu'on avait vu, je ~~était~~ sais pas moi
I : on avait fait ~~appliqu~~ des raisonnements sur les aires effectivement
mais J Ce : c'est pas le plus simple
I c'est pas ça c'est que il fallait avoir une idée de comment utiliser ces
résultats sur les aires C oui ~~mais~~ I c'est bien d'avoir pensé à
cet outil mais il fonctionnait C conjecturer I avoir une idée de
comment ça va nous aider pour montrer que des points sont alignés

582 Je : Ω
Ce je peux pas remplir
Ce Ω c'est pas le centre du cercle ? Je ah ! t'es pas bête toi
Ce : non ça va pas

S : qu'est ce qu'il y a ? rire S : vous n'êtes pas sérieux

Ce : parle plus fort !
Ce : alors on fé vafaire des constructions, moi j'aime bien les vecteurs. je suis sûr que
par les vecteurs tu peux y arriver
C : j'ai trouvé je crois, attends. Ce : t'as trouvé ? comment tu fais ? Ce par les aires ? C non
C : attends il faut que je réfléchisse
C (?)
C
626 C Silence → 6.70 J : on fait pas de bruit → rires

Ce : t'essaye aussi avec les vecteurs toi ? J ça marche pas.
C : en tout avec les angles je suppose qui soit ~~qui soit~~ (rires)
J : t'as toujours de bonnes idées mais tu les
Jse : apologie.
poses jamais à fond alors
Ce : et toi tu dis rien S je cherche mais
Ce c'est quoi ça Je dès le départ
Ce
Je : qu'est ce que tu dis

∂ : aucun enregistrement sur 2e face.