



67
octobre 86

PROGRAMMES de MATHÉMATIQUE
des LYCÉES CLASSIQUES
.1986.

UNIVERSITE-PARIS VII

PROGRAMMES de MATHEMATIQUE
des LYCEES CLASSIQUES
.1986.

Programmes de SECONDE

- 2 -

CLASSE DE SECONDE *
MATHÉMATIQUES

—
PRESENTATION DU PROGRAMME

1. Ce programme présenté ici conserve le précédent, défini par l'arrêté du 26 janvier 1981 (B.O.E.N. Spécial n°1 du 5 mars 1981) modifié par l'arrêté du 30 août 1985 (B.O.E.N. n°31 du 12 septembre 1985), ainsi que l'essentiel des instructions publiées dans la note de service du 10 octobre 1984 (B.O.E.N. n°38 du 25 octobre 1984) modifiée par la note de service du 5 septembre 1985 (B.O.E.N. n°31 du 12 septembre 1985). Pour faciliter la mise en oeuvre du programme, une synthèse des textes ci-dessus a été effectuée.

2. Organisation de l'enseignement.

L'horaire de la classe est de 4 heures (2h30 + 1h30). Le programme requiert, pour donner prise à un travail efficace à partir des acquis du collège et bien remplir son rôle d'initiation aux enseignements ultérieurs, d'être appliqué avec réalisme et souplesse. Le professeur adopte la répartition qui lui convient des différentes parties, en les scindant ou les menant de front ; il lui est demandé d'assurer un bon équilibre entre les différentes parties. Des thèmes d'activités sont mentionnés ; on notera qu'ils font l'objet de listes indicatives, c'est-à-dire ni impératives ni exhaustives ; aucune connaissance n'est exigible des élèves sur le contenu des thèmes.

3. Lignes directrices.

a) Le présent programme est celui d'une classe de Seconde pour tous ; il convenait de le préserver d'une intervention artificielle de descriptions de structures, et par conséquent de ne pas l'alourdir d'une algébrisation prématurée. Il va de soi que le professeur doit avoir une vue approfondie de la matière qu'il enseigne, et qu'il doit s'exprimer clairement ; mais son idéal ne saurait être de tenir aux élèves un

.../

* c e g t du 5.03.86 .

-3-

discours si parfait soit-il : sa tâche principale est d'entraîner les élèves à la réflexion et à l'initiative personnelle, et l'accent doit être mis sur l'acquisition de méthodes, aussi bien au niveau du cours que des activités de résolution d'exercices et de problèmes. Pour faciliter la poursuite de ces objectifs, l'horaire comporte une séquence de travaux dirigés en effectif réduit. Plus largement, chaque séquence d'enseignement doit faire une place importante au travail personnel des élèves ; en effet la classe de mathématiques est d'abord un lieu de découverte, d'exploration de situations, de réflexion sur les démarches suivies et les résultats obtenus. C'est pourquoi aussi le cours doit être bref : son contenu doit se limiter aux notions et aux résultats essentiels. Sa conception ne doit pas s'identifier au déroulement d'une suite bien ordonnée de notions et de théorèmes ; la présentation de contenus nouveaux doit être articulée avec l'étude de situations assez riches, qui peuvent, selon les cas, servir de motivation, constituer des secteurs d'intervention, fournir un support pour la mise en place de ces contenus,... Ces différentes fonctions ont toutes leur importance.

Il faut enfin souligner que, dans la classe de Seconde de détermination, il convient de développer les capacités de l'ensemble des élèves. Une diversification des activités proposées peut y contribuer de manière efficace.

b) Parce que les sciences expérimentales, la technologie, ont pour base des mesures, le programme de géométrie comporte essentiellement une étude métrique des objets usuels du plan et de l'espace. Dans l'espace, cette étude s'appuie sur une approche franchement expérimentale des relations entre droites et plans et de l'orthogonalité ; tout développement axiomatique à ce propos est exclu.

Cette géométrie, par son contenu euclidien, doit développer une habitude de vision directe des choses ; elle met au service de l'intuition et de l'imagination son langage, ses procédés de représentation. L'enseignement de l'analyse peut s'en imprégner dès son commencement. Dans ce contexte les activités graphiques doivent tenir une place très importante dans l'ensemble du programme.

.../

- c) Les problèmes et les méthodes numériques doivent eux aussi tenir une large place. L'emploi systématique des calculatrices scientifiques renforce les possibilités d'étude de ces questions, aussi bien pour effectuer des calculs que pour vérifier des résultats ou alimenter le travail de recherche. En particulier, en analyse, l'exploitation des touche^s de la calculatrice permet d'accéder rapidement à des fonctions diversifiées et à leur représentation graphique. D'autre part, l'emploi des matériels informatiques existant dans les établissements est à encourager.
- d) Il convient de souligner les formes diversifiées de raisonnement mathématique mises en jeu dans les situations étudiées ; mais on évitera tout exposé de logique mathématique. De même, c'est à travers les activités qu'on mettra en lumière les différentes phases de la démarche mathématique : conjectures, mise en oeuvre d'arguments, élaboration d'une stratégie de démonstration et rédaction de la démonstration.
- e) Il est également important qu'un grand nombre d'activités fasse intervenir simultanément des parties diverses du programme pour en faire ressortir l'unité (activités géométriques et algébriques relatives aux fonctions ; articulation entre géométrie du plan et de l'espace... . Dans cette perspective, l'enseignement des mathématiques est à relier à celui des autres disciplines sous deux aspects principaux : étude de situations issues de ces disciplines ; organisation concertées des activités d'enseignement.
- f) La résolution d'exercices et de problèmes doit jouer un rôle central dans le travail personnel des élèves. A cet effet, on combinera des travaux effectués à la maison (préparation d'exercices, rédaction fréquente de devoirs) avec une participation active des élèves aux activités de la classe et quelques devoirs de contrôle. Les différentes formes de travaux visent aussi à développer les qualités d'expression écrite (clarté du raisonnement, soin apporté à la présentation et à la rédaction) et d'expression orale.

.../

g) Pour l'organisation de l'enseignement, il convient d'éviter deux écueils majeurs :

- L'utilisation systématique, pour toutes les notions du programme, d'une présentation centrée sur un exposé synthétique et, en outre, souvent trop ambitieux.

A cet égard, on notera que, pour les rubriques du programme portant la mention "Exemples de", il n'y a pas lieu de faire un exposé synthétique ni de mettre en place un vocabulaire théorique général. Il s'agit plutôt d'aboutir à des résultats précis et de dégager des idées ou des méthodes.

- L'abus d'exercices aux objectifs scientifiques et didactiques mal définis.
La lecture des manuels révèle en particulier une quantité excessive :
 - . d'exercices, certes abordables, mais qui, coupés de tout leur contexte naturel d'intervention, perdent alors tout intérêt et se résument à des techniques peu motivantes ;
 - . d'exercices dont la place naturelle est à un niveau plus élevé et dont un élève de Seconde, même s'il peut les exécuter, ne comprendra pas l'intérêt.

D'une façon générale il convient, à propos des exercices, de se poser quelques questions. Font-ils partie des capacités requises à la fin de l'année ? S'agit-il d'activités possibles en classe ? Leur contexte mathématique est-il compréhensible par un élève de Seconde ? Leur résolution a-t-elle valeur de méthode ?

4 - Présentation du texte :

Ce texte comporte, pour chaque chapitre :

- Les objectifs essentiels (en caractères romains),
- Le contenu du programme (en caractères italiques assortis d'un trait ondulé en marge),
- Des indications, précisant le sens et les limites à donner à certaines questions du programme (en caractères romains),
- Les thèmes éventuels (en caractères italiques).

.../

P R O G R A M M E

I. ACTIVITES NUMERIQUES.

Ces activités ne constituent pas un objectif en soi ; elles sont à pratiquer en relation avec les autres parties du programme, notamment l'étude des fonctions, et avec l'enseignement des autres disciplines. Il s'agit de consolider, de compléter et de mobiliser les capacités acquises au collège. Les interprétations graphiques, l'usage des calculatrices jouent un rôle capital, à la fois comme outils et comme sources de problèmes.

{ Pratique des opérations et des inégalités portant sur des nombres réels, en particulier décimaux, rationnels.

{ Valeur absolue ; distance.

{ Exemples d'approximations d'un nombre réel.

- Dans le calcul sur les nombres rationnels ou algébriques, il s'agit de mettre sous forme plus simple certaines expressions ; aucune virtuosité n'est à rechercher. Ainsi, la maîtrise d'exemples tels que $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ ou $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+2}$ est un objectif terminal raisonnable, à condition que l'on ait précisé la forme réduite visée (elle-même étant fonction du problème posé).

- Dans le calcul sur les nombres décimaux, il s'agit, à propos de la résolution de problèmes numériques, d'effectuer des encadrements (ordres de grandeur, valeurs approchées à une précision donnée...). Cette pratique ne doit pas consister en une manipulation purement formelle. Il convient de mettre en valeur la signification de tels encadrements dans des contextes variés, ainsi que la relation avec les notions d'intervalle, de distance, et de valeur absolue. En ce qui concerne les opérations, les objectifs peuvent se limiter à l'encadrement de sommes, de différences et du produit de deux termes, et à l'obtention d'une valeur approchée d'une somme à une précision donnée. D'autres cas (inverses, racines carrées) peuvent être abordés au cours des activités, mais leur maîtrise n'est pas exigible à l'issue de la Seconde.

.../

- Dans le calcul littéral, les principales difficultés concernent les inégalités. Pour que ces inégalités prennent sens et ne se réduisent pas à un formalisme purement algébrique, il est utile de relier leur étude à celle des fonctions tant du point de vue numérique que graphique. On pourra ainsi interpréter la comparaison de x et de x^2 , pour $x \geq 0$, ou encore les opérations simples sur les inégalités : passage au carré, à l'inverse, à la racine carrée. Par exemple la relation $0 < a \leq b \Rightarrow 0 < \frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$ est à rapprocher de la décroissance de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $]0, +\infty[$ et de l'allure de sa représentation graphique. C'est la maîtrise de tels mécanismes élémentaires qui est importante et doit donc être l'objectif visé ; toute virtuosité technique est donc exclue.

- De nombreuses situations conduisent à des inéquations. Leur résolution doit être abordée très progressivement, en prenant appui sur des interprétations graphiques. L'étude d'exemples tels que

$$2 \leq x^2 \leq 4 \qquad x^2 \leq 2x \qquad |2x+1| \leq 1$$

constitue un objectif raisonnable. En revanche, il convient d'éviter les exemples artificiels ou trop techniques.

- Les exercices faisant intervenir la valeur absolue de manière artificielle sont en dehors des objectifs de l'ensemble du second cycle. L'essentiel est de savoir interpréter $|b-a|$ comme étant la distance des points a et b , et, dans cette perspective, des relations telles que $|x-2| \leq 1$ ou $|x-2| \leq 1/100$ à l'aide des intervalles de centre 2, et de savoir effectuer quelques majorations simples en utilisant l'inégalité triangulaire et les formules donnant la valeur absolue d'un produit ou d'un quotient. Ces outils interviennent de façon naturelle dans les problèmes d'approximation.

.../

II. STATISTIQUE

Ce chapitre présente un quadruple intérêt : d'abord la lecture pertinente de tableaux statistiques est maintenant nécessaire à la compréhension du fonctionnement de la société. Ensuite, c'est un excellent terrain pour des activités interdisciplinaires, où les élèves peuvent faire preuve d'initiative et développer leurs méthodes de travail. En outre, savoir organiser, représenter et traiter des données fournies à l'état brut, savoir apprécier l'intérêt et les limites d'un processus de mathématisation d'une situation est une composante de toute formation scientifique. Enfin, c'est un secteur d'investissement des activités numériques, des représentations graphiques et des outils de calcul (calculatrices, ordinateurs).

Par ailleurs, se familiariser progressivement avec le concept de moyenne est un objectif intéressant pour la formation proprement mathématique.

{ Description statistique d'une population ou d'un échantillon. Tableaux de données, relevés périodiques, réponses à une enquête... ; classement de ces données, représentations graphiques diverses.
Effectifs, fréquences, fréquences cumulées. Moyennes.

A l'issue de la Seconde, les élèves doivent savoir analyser, sur un exemple, un tableau de données (calcul de fréquences, de moyennes,...), mais les définitions générales des concepts mis en jeu ne sont pas exigibles.

Les documents nécessaires seront empruntés à l'environnement de l'élève ou proposés en liaison avec les enseignements de sciences biologiques, économiques et humaines ; on pourra exploiter des relevés chronologiques. Il est souhaitable que ces documents soient authentiques et récents, et comportent des données nombreuses. Dans cette perspective les activités porteront sur l'étude de quelques situations propices à une bonne approche des notions du programme.

.../

Dans son déroulement, l'activité statistique comporte plusieurs phases :

- Prise de contact avec les données, lecture de tableaux ;
- Elaboration d'une liste de questions qui se posent à partir de ces données ;
- Choix des moyens à mettre en oeuvre pour répondre à ces questions ;
- Accomplissement des calculs (utilisation de calculatrices) ;
- Analyse des graphiques : questions auxquelles ils permettent de répondre et nouvelles questions qu'ils conduisent à poser.

Les calculs les plus longs pourront être répartis entre les élèves et effectués à la maison ; l'analyse des graphiques permettra d'en contrôler l'exactitude.

III. FONCTIONS.

La notion de fonction sert à décrire et à étudier le comportement de phénomènes continus et joue un rôle central non seulement en mathématiques, mais dans toutes les sciences. On exploitera donc, pour mettre en place cette notion, des situations variées : tracés graphiques, touches de la calculatrice, algorithmes de calcul, relations de dépendance issues de la géométrie, de la mécanique, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale. Les activités combineront ensuite le traitement mathématique et l'interprétation des résultats obtenus dans le cadre des situations étudiées.

Elles combineront aussi les études qualitatives avec les études quantitatives.

Le programme ne porte que sur l'étude d'exemples et se place dans le cadre des fonctions définies sur un intervalle ; il convient donc d'éviter tout exposé général sur les fonctions (opérations algébriques, composition, relations d'ordre, restriction,...).

1) Exemples divers de fonctions.

Représentations graphiques dans un repère orthonormal, dans un repère orthogonal.

Parité, périodicité ; interprétation graphique.

Fonctions croissantes, fonctions décroissantes.

Maximum, minimum d'une fonction.

.../

2) Variation et représentation graphique des fonctions

$$x \mapsto ax+b, x \mapsto |x|, x \mapsto x^2, x \mapsto x^3, x \mapsto \sqrt{x}, x \mapsto \frac{1}{x}.$$

Observation du comportement de ces fonctions pour les grandes valeurs de x .

Exemples simples d'étude de fonctions se ramenant aux précédentes (par changement d'origine ou d'échelles). L'étude générale des fonctions polynômes de degré deux et des fonctions homographiques est hors programme.

3) Notions sur les fonctions circulaires $x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto \sin x$: cercle trigonométrique, mesure de l'angle orienté de deux vecteurs unitaires ; exploitation des touches de la calculatrice. Les élèves doivent connaître la périodicité, les symétries, le sens de variation des fonctions $x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto \sin x$, et connaître des relations telles que $\cos(x+\pi)=\cos x$, $\sin(\frac{\pi}{2}-x)=\cos x$, ..., ainsi que quelques valeurs remarquables du cosinus et du sinus ; ils doivent savoir lire ces propriétés sur le cercle trigonométrique.

Aucune démonstration n'est exigible des élèves ; les formules d'addition ne sont pas au programme, ainsi que la résolution des équations trigonométriques.

- L'objectif principal est la maîtrise des fonctions élémentaires indiquées dans le programme et un certain savoir-faire pour y ramener, à l'aide d'indications convenables, des fonctions telles que $x \mapsto 2x^2+1$, $x \mapsto (x-1)^3$, $x \mapsto \frac{2}{x-1}$, $x \mapsto x(1-x)$, ... ; cela permet des activités très riches liées à d'autres chapitres et d'autres disciplines. C'est essentiellement pour que les élèves se forment une idée assez large de la notion de fonction qu'il convient, à titre d'activité, d'étudier, sous forme d'exemples, quelques fonctions d'un autre type ; mais on évitera toute technicité conceptuelle ou calculatoire, et aucune capacité n'est exigible des élèves dans ce domaine.

Il est important que les élèves sachent reconnaître les phénomènes linéaires et saisissent le caractère spécifique des fonctions linéaires et des fonctions affines et leur lien avec la proportionnalité ; à cet effet, il est utile d'étudier conjointement quelques comportements non linéaires.

- L'étude de situations conduisant à des fonctions en escalier ou affines par morceaux et la représentation graphique de celles-ci constituent des activités souhaitables. En revanche, les exemples accumulant de façon gratuite les valeurs absolues ou les parties entières sont à éviter.

.../

- 11 -

- Le taux de variation n'est pas au programme ; l'étude de la monotonie d'une fonction s'effectue de façon directe.
- L'introduction des fonctions circulaires constitue une simple prise de contact de caractère expérimental s'appuyant sur des observations concernant la mesure des arcs ou des angles orientés (au moyen du rapporteur) et le mouvement circulaire uniforme. Pour ce qui est de l'angle orienté de deux vecteurs unitaires, l'objectif est que les élèves connaissent et sachent utiliser les résultats suivants (admis) :
 - Un angle orienté possède une mesure principale appartenant à $] -\pi, \pi]$; les autres mesures s'en déduisent par addition de $2k\pi$.
 - Inversement tout nombre réel définit un angle orienté et un seul admettant ce nombre pour mesure.
 - Les mesures des angles orientés satisfont à la relation de Chasles ; *en particulier, si θ est une mesure de $(\vec{u}, \vec{v})$, alors $-\theta$ est une mesure de $(\vec{v}, \vec{u})$.*
 - Toutes les mesures d'un angle ont un cosinus (respectivement un sinus) commun, qui est le cosinus (respectivement le sinus) de l'angle.

Dans ce qui précède l'unité d'angle est le radian ; on signalera la possibilité de choisir le degré comme unité de mesure. Aucune connaissance n'est exigible des élèves sur l'emploi des angles orientés en géométrie.

Thèmes (à titre indicatif) :

1. Majoration, minoration d'une fonction sur un intervalle.
2. Recherche de maximums, de minimums, associée à des problèmes élémentaires d'optimisation.
3. Emploi des variations d'une fonction f pour l'étude d'équations $f(x)=\lambda$ et d'inéquations $f(x)\leq\lambda$.
4. Convexité de la fonction $x \mapsto x^2$.

.../

IV. GEOMETRIE PLANE.

Il s'agit de consolider, de compléter et de mettre en oeuvre les connaissances acquises au collège : propriétés des configurations fondamentales, usage des projections et des coordonnées, notions sur les vecteurs, propriétés usuelles des réflexions (ou symétries axiales), des symétries centrales et des translations. Des mises au point sont nécessaires, mais elles ne doivent pas prendre la forme d'un exposé systématique reprenant ces questions à leur point de départ.

L'objectif essentiel est que les élèves sachent résoudre des problèmes concernant des configurations en utilisant de manière pertinente quelques outils efficaces : les transformations (translations, symétries, homothéties), le calcul vectoriel et les propriétés de quelques configurations fondamentales (configuration de Thalès, triangle rectangle, parallélogramme, losange, rectangle inscrit dans un cercle, concours des médianes, hauteurs et médiatrices d'un triangle). L'emploi d'un repère adapté à une situation géométrique doit être un outil parmi les autres ; il ne doit ni constituer l'environnement habituel des problèmes de géométrie, ni être banni systématiquement.

Aux transformations déjà étudiées au collège s'ajoute l'homothétie. L'objectif est que les élèves connaissent de façon solide un petit nombre de propriétés essentielles de ces transformations et sachent les mettre en oeuvre sur des configurations ; l'étude des transformations ne doit donc être ni exhaustive, ni considérée comme une fin en soi.

L'étude systématique des composées de transformations est en dehors du programme, et aucune capacité n'est exigible des élèves à ce propos.

1. Homothétie ; lien avec la multiplication d'un vecteur par un nombre réel.

Les élèves doivent connaître l'effet d'une homothétie sur les distances et les aires et savoir construire l'image d'une droite ou d'un cercle.

2. Barycentre de deux points pondérés, d'un système de

trois ou quatre points (l'étude systématique de l'associativité de la barycentration n'est pas au programme).

.../

3. Représentation paramétrique vectorielle d'une droite.
Représentation paramétrique et équation d'une droite dans un repère orthonormal.
4. Cercle ; tangentes, symétries. Disque, convexité du disque. Equation du cercle dans un repère orthonormal.

Le calcul vectoriel ne doit pas constituer un terrain purement algébrique ; la maîtrise de ses relations avec les configurations joue un rôle essentiel pour la résolution des problèmes de géométrie. En particulier, les élèves doivent connaître les relations entre points et vecteurs, une origine étant fixée ; entre les parallélogrammes, les translations, l'égalité et l'addition des vecteurs ; entre le théorème de Thalès, l'homothétie et la multiplication par un scalaire. De même, ils doivent savoir caractériser vectoriellement le parallélisme de deux droites, l'alignement de trois points et le milieu d'un segment, et connaître le lien entre distance de deux points et norme d'un vecteur, ainsi que l'influence sur les distances et les aires des transformations du programme.

Thèmes (à titre indicatif) :

1. Problèmes de construction .
2. Exemples de transformations $x' = ax + b$, $y' = ay + c$; interprétation géométrique.
3. Recherche de symétries et d'homothéties transformant une configuration simple en une autre.
4. Propriétés d'alignement et de concours.

V. GEOMETRIE DANS L'ESPACE.

L'objectif de cette partie est d'une grande importance pour la formation de l'ensemble des élèves. Il s'agit d'analyser et de réaliser des objets de l'espace physique, de les représenter par des figures planes, de reconnaître et d'exploiter les configurations élémentaires intervenant dans ces problèmes et de calculer des distances, des aires, des volumes ; ce qui permet à la fois d'investir la pratique de la géométrie plane dans des situations spatiales et de dégager quelques propriétés fondamentales de l'incidence, de l'orthogonalité et du repérage qui sont spécifiques à l'espace. Dans une telle perspective, la géométrie dans l'espace peut être utilisée durant toute l'année comme terrain pour mobiliser des acquis en algèbre, en analyse et en géométrie plane.

.../

Propriétés d'incidence ; parallélisme. Orthogonalité ; plan médiateur.

Projections ; projections orthogonales. Coordonnées d'un point dans un repère cartésien.

Calcul de distances, d'aires, de volumes.

Toute étude axiomatique est exclue ; on admettra les propriétés nécessaires à la conduite des activités (propriétés d'incidence, orthogonalité d'une droite et d'un plan, propriété de Thalès, validité des théorèmes de géométrie plane dans les plans de l'espace). L'objectif essentiel est que les élèves connaissent les situations de base et sachent les utiliser pour raisonner et calculer dans le cadre de l'étude des solides usuels.

Le calcul vectoriel et l'étude des transformations géométriques de l'espace ne sont pas au programme.

Thèmes (à titre indicatif) :

1. Représentation d'un solide par des projections orthogonales sur deux plans perpendiculaires bien choisis.
2. Représentation par perspective cavalière.
3. Exemples de figures admettant un centre, un axe, un plan de symétrie (cube, tétraèdre régulier, sphère, cylindre, ...).

VI. PRODUIT SCALAIRE DANS LE PLAN.

L'objectif est que les élèves sachent utiliser le produit scalaire en géométrie pour le calcul de normes de vecteurs, de distances et d'angles et pour la caractérisation de l'orthogonalité et prennent conscience, à ce propos, du rôle de la linéarité des projections orthogonales et de l'efficacité de ce nouvel outil de calcul. L'interprétation du produit scalaire en mécanique pourra faire l'objet d'une activité interdisciplinaire.

L'introduction du produit scalaire par les formes bilinéaires symétriques est exclue.

.../

Définition du produit scalaire :

- formule $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overline{OA} \cdot \overline{OB}$;
- formule $\vec{u} \cdot \vec{v} = ||\vec{u}|| \cdot ||\vec{v}|| \cdot \cos \theta$;

Caractérisation de l'orthogonalité.

Propriétés du produit scalaire : symétrie, linéarité.

Expression du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormale, de la distance de deux points dans un repère orthonormal.

Caractérisation d'une droite par $\vec{k} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$.

Les élèves doivent savoir calculer $||\vec{u} + \vec{v}||^2$, caractériser le cas où les deux vecteurs sont orthogonaux et faire ainsi le lien avec le théorème de Pythagore.

On étudiera les lignes de niveau de quelques fonctions simples, telles que $MA^2 + MB^2$, $MA^2 - MB^2$, $\vec{k} \cdot \overrightarrow{OM}$, ..., et on appliquera le produit scalaire à l'étude de quelques relations métriques simples dans le triangle, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves sur ces points.

Thèmes (à titre indicatif) :

1. Puissance d'un point par rapport à un cercle : lignes de niveau de $OM^2 - R^2$;
régionnement associé.
2. Propriétés géométriques simples de la parabole, en relation avec l'étude de
 $x \mapsto x^2$.

VII. SYSTEMES D'EQUATIONS LINEAIRES.

Il s'agit de systèmes d'équations linéaires à coefficients numériques. L'objectif est non seulement de connaître une technique de résolution, mais aussi d'étudier des problèmes issus d'autres disciplines et de la vie économique et sociale, en mettant en valeur les phases de mise en équation, de traitement mathématique et d'interprétation des résultats.

Systèmes de deux équations linéaires à deux inconnues à coefficients numériques ;
interprétation graphique.

Exemples d'étude par interprétation graphique de systèmes d'équations et d'inéquations linéaires à deux inconnues.

.../

{ Exemples de résolution de systèmes d'équations linéaires à coefficients numériques
} par la méthode de substitution.

Dans ce dernier cas, on se limitera à des situations ne comportant pas plus de quatre inconnues. A travers quelques exemples simples on montrera qu'il n'y a pas toujours existence et unicité de la solution, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves pour l'étude de tels cas. On évitera les exemples trop techniques, coupés de tout contexte ; l'introduction de paramètres est exclue.

Pour ce qui est des systèmes à deux inconnues, l'objectif n'est pas d'apprendre des formules de résolution, mais d'organiser et de conjuguer l'étude numérique et l'étude graphique. Les formules de Cramer ne sont pas au programme, et l'étude d'exemples comportant des paramètres est exclue. Les élèves doivent savoir utiliser le déterminant pour établir a priori l'existence et l'unicité de la solution.

Thèmes (à titre indicatif) :

Problèmes élémentaires de programmation linéaire à deux variables.

PROGRAMMES

PREMIERE $A_1, B, S, E.$

Modification, en ce qui concerne le programme de mathématiques des classes de 1^{re} S et E, de l'arrêté du 9 mars 1982 modifiant les programmes des disciplines des classes de première et des classes terminales conduisant au baccalauréat de l'enseignement du second degré et insituant l'enseignement des nouvelles matières dans ces classes.

R.L.R. : 524 6 et 524-7

Arrêté du 21 juin 1985

(Éducation nationale : bureau DL 3)

Vu L. n° 75-620 du 11-7-1975 ; L. n° 83-663 du 22-7-1983 mod. et compl. p. L. n° 85-97 du 25-1-1985 ; D. n° 59-57 du 6-1-1959 mod. not. p. D. n° 65-438 du 10-6-1965 et n° 68-639 du 9-7-1968 ; D. n° 62-1173 du 29-9-1962 mod. not. p. D. n° 81-36 du 19-1-1981 ; D. n° 76-1304 du 28-12-1976 ; A. 31-10-1980 mod. not. p. A. 24-5-1983 ; A. 29-12-1981 ; A. 29-12-1981 ; A. 9-3-1982 ; avis du conseil de l'enseignement général et technique du 30-5-1985.

Article premier. — Le programme de mathématiques des classes de première scientifique et première E défini à l'annexe I de l'arrêté du 9 mars 1982 susvisé est remplacé par le programme annexé au présent arrêté.

Art. 2. — Les dispositions du présent arrêté entrent en application à la rentrée de l'année scolaire 1985-1986.

Art. 3. — Le directeur général des Enseignements scolaires et le directeur des Lycées sont chargés de l'application du présent arrêté qui sera publié au *Journal officiel* de la République française.

Pour le ministre et par délégation

Le directeur des Lycées,

P. ANTONMATTEI.

(J.O. du 2 juillet 1985)

ANNEXE

Classes de première S et première E Programme de mathématiques

Exposé des motifs

1. Les programmes qui suivent conservent, pour l'essentiel, les objectifs et la substance des programmes mis en vigueur en 1982. Cependant le bilan de trois années de fonctionnement a montré la nécessité de les intégrer dans la même perspective que pour la classe de seconde (cf. note de service du BOEN n° 38 du 25 octobre 1984). On a eu le double souci de tenir davantage compte des *rythmes* d'acquisition des élèves et des *difficultés* (conceptuelles et techniques) présentées par certaines notions, et d'*ouvrir les sections scientifiques* à un plus grand nombre d'élèves pour répondre à une demande sans cesse accrue d'ingénieurs, de techniciens, de chercheurs et d'enseignants.

Les modifications apportées s'inspirent de quatre idées essentielles :

a) On a voulu mieux préciser les objectifs et les contenus du programme en dégagant nettement les *capacités requises ou non requises des élèves* dans le double but de mieux éclairer les professeurs et les élèves et de combattre l'inflation. Ce point est détaillé en tête du programme.

b) On a voulu insister sur l'importance du *travail personnel* des élèves, tant en classe qu'à la maison, et sur le rôle formateur des *activités de résolution de problèmes*. Dans cette perspective une rubrique de *travaux pratiques* a été introduite dans chaque chapitre ; leur fonction est précisée en tête du programme. En revanche, l'idée de thème, introduite dans le programme de 1982, n'a pas été conservée, car son interprétation a donné lieu à de nombreuses ambiguïtés.

c) On a voulu s'en tenir à un *cadre et un vocabulaire théorique nettement plus modestes*, mais suffisamment efficaces pour l'étude des situations usuelles et assez riches pour servir de support à une formation mathématique de qualité.

En analyse, cette intention s'est traduite par un changement d'approche du concept de limite (convergence d'une suite, limite en un point d'une fonction) : les définitions et propriétés générales, difficiles à assimiler et sans portée réelle à ce niveau, ne sont plus au programme. La démarche proposée comporte deux temps : observation de suites et de fonctions de référence ; traitement de quelques exemples par comparaison aux objets de référence.

En géométrie : les structures d'espace vectoriel abstrait et de groupe de transformations, sans impact réel à ce niveau, ont été retirées du programme. L'objectif essentiel est l'étude des configurations ; le calcul vectoriel

et l'idée de linéarité d'une part, les transformations du plan d'autre part, y sont étroitement associés. En outre, le programme présente de front l'étude du plan et de l'espace ; il est souhaitable que cette interpénétration apparaisse au niveau de l'enseignement.

On a voulu alléger la charge globale des capacités à acquérir afin de permettre une meilleure poursuite des objectifs essentiels des différentes parties du programme : on a procédé à quelques allègements ponctuels et on a tenté de façon plus stricte le niveau d'approfondissement à donner aux concepts, ainsi que le degré de technicité pour l'étude de certains problèmes.

Objectifs, programme et commentaire

1. L'horaire de la classe est de 6 heures hebdomadaires. Il est essentiel d'assurer un bon équilibre entre les différentes parties du programme. En particulier, la géométrie ne doit pas être bloquée en fin d'année.

2. Le texte qui suit est présenté en deux colonnes : à gauche, le programme fixe les connaissances et les capacités exigibles des élèves ; à droite, un *commentaire* précise le sens ou les limites à donner à certaines questions du programme. Les *objectifs* sont placés en bandeau.

On a délimité, d'une part, les capacités exigibles des élèves et, d'autre part, des activités possibles ou souhaitables mais ne faisant pas l'objet d'une telle exigence : ces dernières sont repérées par la mention « *on pourra...* » mais... ». En outre, pour éviter toute ambiguïté sur les limites du programme et lutter contre l'inflation, il est indiqué que certaines notions sont « *hors programme* » (ce qui signifie qu'elles n'ont pas à être abordées au niveau considéré), ou que « *tout excès de technicité est exclu* », ou encore qu'il faut se limiter à des « *exemples simples* ».

La mention « *admis* » signifie que la démonstration est hors programme. Pour les démonstrations indiquées comme « *non exigibles* », le professeur est laissé juge de l'opportunité de les faire, d'en donner une esquisse, ou d'admettre le résultat, tout en maintenant un bon équilibre entre ces différentes possibilités.

3. Le *cours* proprement dit doit être bref : il porte sur quelques notions et résultats de base que l'élève doit connaître et savoir utiliser. Les rubriques de « *travaux pratiques* » précisent le *champ des problèmes que les élèves ont à étudier* ; les activités correspondantes doivent occuper une *part très importante du temps de travail*, aussi bien en classe qu'à la maison. Ces travaux pratiques sont de deux sortes : les uns mettent en œuvre des *techniques classiques et bien délimitées, dont la maîtrise est exigible des élèves*. Les autres, qui portent la mention « *exemples de* » (ce sont les plus nombreux), visent à développer un *savoir-faire* ou à illustrer une idée ; aucune connaissance spécifique ne peut être exigée à leur propos, mais les élèves devront au terme de l'année avoir acquis une certaine familiarité avec le type de problème considéré.

4. Les *activités graphiques* doivent tenir une place très importante. Elles permettent de donner un contenu concret au langage de la géométrie ; elles concourent aussi à la formation personnelle des élèves, en développant les *qualités de soin et de précision* et en mettant l'accent sur des *réalisations* combinant un *savoir-faire manuel* et une réflexion théorique.

Les *problèmes et méthodes numériques* doivent eux aussi tenir une large place : ils jouent un rôle essentiel dans la compréhension de nombreuses notions mathématiques et dans les différents secteurs d'intervention des mathématiques ; ils permettent aussi d'entraîner les élèves à combiner l'expérimentation et le raisonnement en mathématiques. L'emploi systématique des *calculatrices scientifiques programmables* vient renforcer les possibilités d'étude de ces questions, aussi bien pour effectuer des calculs que pour vérifier des résultats ou alimenter le travail de recherche. A la fin de la classe de Première, les élèves doivent savoir utiliser leur calculatrice dans les situations numériques liées au programme ; dans ce cadre, ils doivent savoir programmer, sur des exemples simples, le calcul de valeurs numériques d'une fonction d'une variable. D'autre part, l'emploi des matériels informatiques existant dans les établissements est à encourager.

5. L'enseignement des mathématiques est à relier à celui des autres disciplines sous deux aspects principaux : étude de situations issues de ces disciplines, comprenant une phase de mathématisation et une phase d'interprétation des résultats ; organisation concertée des activités d'enseignement. De même, les *aspects culturels* ne doivent pas être négligés ; en particulier, l'introduction d'une *perspective historique* doit permettre aux élèves de mieux saisir le sens et la portée des notions et des problèmes étudiés, et de mieux comprendre les ressorts du développement scientifique.

I — Statistique, problèmes numériques et algébriques

1. Statistique

La statistique constitue un excellent terrain pour des activités interdisciplinaires ; les élèves peuvent y développer leurs méthodes de travail et apprendre à organiser, à représenter et à traiter des données. Elle permet aussi d'exploiter les représentations graphiques et les outils de calcul.

Programme

Séries statistiques à une variable.

Fréquences, fréquences cumulées, histogrammes. Caractéristiques de description et d'analyse d'une série statistique :

moyenne (caractéristique de position) ; écart-type (caractéristique de dispersion).

Travaux pratiques

Exemples d'étude de séries statistiques à une variable.

Commentaire

Cette étude peut constituer un terrain pour une première utilisation de la notation Σ .

Ces exemples seront pris dans des situations réelles. Les activités pourront mettre en évidence l'intérêt de notions telles que : mode, médiane, quartiles, regroupement en classes, ... Mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible des élèves.

2. Problèmes numériques et algébriques.

L'objectif est non seulement de connaître des techniques de résolution de certaines équations numériques, mais aussi d'apprendre à mettre en équation des problèmes issus de situations variées et à interpréter les résultats obtenus au regard des problèmes posés.

Pour les problèmes de majoration, d'encadrement et d'approximation, il convient d'exploiter conjointement les aspects graphique, numérique et algébrique ainsi que l'étude de variations de fonctions ; les activités doivent combiner les expérimentations graphiques et numériques avec les justifications adéquates. Pour toutes ces questions, l'emploi des calculatrices est un outil efficace.

a) Calcul algébrique.

Factorisation d'un polynôme par $(x-a)$. Polynôme du second degré : forme canonique. Application de cette forme à l'étude du sens de variation de la fonction et à la résolution de l'équation. Somme et produit des racines.

Travaux pratiques

Exemples de calcul sur les polynômes d'une variable (développements, factorisations). Exemples de simplification et de réduction au même dénominateur de fractions rationnelles.

Résolution et interprétation graphique de systèmes d'équations ou inéquations linéaires à deux inconnues à coefficients numériques.

Exemples de résolution de systèmes linéaires à coefficients numériques.

Exemples d'étude de problèmes conduisant à une équation ou à une inéquation du second degré.

Les notions de polynôme et de fraction rationnelle en tant qu'objets formels ne sont pas au programme. On confondra donc polynôme et fonction polynôme, fraction rationnelle et fonction rationnelle. Les élèves doivent savoir que, si une fonction polynôme est nulle, tous ses coefficients sont nuls. Ce résultat est admis.

Pour l'ensemble des travaux pratiques de ce paragraphe, on évitera de multiplier les exemples posés a priori et on se gardera de tout excès de technicité. On choisira autant que possible des situations issues de la géométrie, de la physique et de la vie économique et sociale. Certaines de ces situations comportent de façon naturelle des paramètres : on pourra alors étudier leur influence, mais on se bornera à des cas très simples. Toute étude introduisant a priori des paramètres est exclue.

Pour les équations linéaires, il convient de se limiter à des systèmes de taille très modeste. La méthode du pivot de Gauss est à pratiquer sur des exemples, mais sa description générale n'est pas au programme.

b) Majorations ; encadrements.

Terminologie concernant les approximations d'un nombre réel a

— un encadrement de a est un couple (b, c) tel que $b \leq a \leq c$;

— on dit que a' est une valeur approchée de a à la précision 10^{-p} lorsque $|a' - a| \leq 10^{-p}$;

— écriture de a en notation scientifique : $a = \alpha \cdot 10^k$, où $1 \leq |\alpha| < 10$.

Positions relatives des nombres $x, x^2, x^3, \sqrt{x}$ selon que $x \geq 1$ ou $0 \leq x \leq 1$ (en relation avec la représentation des fonctions).

Travaux pratiques

Exemples de majorations, d'encadrements et d'approximations portant sur des nombres, des suites ou des fonctions sur un intervalle donné.

II — SUITES ET FONCTIONS NUMÉRIQUES

1. Suites numériques

L'objectif principal est de familiariser les élèves avec la description de situations discrètes simples à l'aide de suites, de mettre ainsi en évidence quelques modes de génération de suites et quelques résultats sur le comportement global et asymptotique des suites.

a) Exemples de modes de génération de suites :

— suite des valeurs $f(n)$ d'une fonction ;
— suite définie par une relation $u_{n+1} = f(u_n)$ et la valeur initiale u_0 .

— Suites croissantes. Suites décroissantes.

— Suites arithmétiques et géométriques, définies respectivement par $u_{n+1} = u_n + a$ et $u_{n+1} = bu_n$.

Calcul de $1+2+\dots+n$ et de $1+b+b^2+\dots+b^n$.

b) Étude d'une suite pour les grandes valeurs de n , langage des limites.

α) Après observation des suites de terme général $n, n^2, n^3, \sqrt{n}, b^n$, où b est un entier strictement supérieur à 1, on dit que ces suites tendent vers $+\infty$ lorsque n tend vers $+\infty$.

Lorsqu'on a établi une minoration de la forme $u_n \geq \lambda a_n$ à partir d'un certain rang, où (a_n) désigne une des suites de référence ci-dessus et λ un réel strictement positif, on dit que la suite (u_n) tend vers $+\infty$ ce qu'on note $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

β) Après observation des suites de terme général $\frac{1}{n}, \frac{1}{n^2}, \frac{1}{\sqrt{n}}, \frac{1}{b^n}$, on dit que ces suites tendent vers 0 lorsque n tend vers $+\infty$.

Ces notions ne sont pas des objets d'étude en soi : elles interviennent dans les problèmes d'approximation. On pourra évaluer, sur des exemples, la précision obtenue pour une somme ou un produit ; mais toute étude générale du calcul des approximations est exclue et aucun énoncé de résultats à ce propos n'est exigible des élèves.

Il est souhaitable de choisir des situations simples mettant en valeur l'utilité des majorations et des encadrements obtenus.

Un élève doit savoir :

— dans une suite $u_n = f(n)$, exprimer des termes tels que u_{n+1}, u_{n-3}, u_{2n} en fonction de n ;
— dans une suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ et u_0 , calculer les premiers termes.

L'étude des opérations sur les suites est en dehors du programme. Aucune connaissance n'est exigible sur les suites récurrentes.

En dehors du cas des suites arithmétiques et géométriques, tout exemple de suite définie par additions ou multiplications répétées, telles que $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$ ou $u_n = n!$, est exclu.

La définition des limites par (A, N) ou (ϵ, N) est en dehors du programme, ainsi que le théorème de convergence des suites croissantes majorées.

Il est important que les élèves sachent classer entre elles les suites de référence, mais aucune démonstration n'est exigible à ce sujet. Les élèves n'ont pas à connaître l'étude du comportement asymptotique des suites géométriques (b^n) lorsque b n'est pas entier.

Dans les problèmes de limites, les seules capacités exigibles des élèves portent sur l'étude de suites $u_n = f(n)$ pour lesquelles une des minoration ou majoration indiquées dans le programme permet de conclure et est facile à obtenir.

Si on a établi une majoration de la forme $|u_n - L| \leq \lambda \alpha_n$ à partir d'un certain rang, ou (α_n) désigne l'une des suites de référence convergent vers zéro, on dit que la suite (u_n) converge vers L . Ce qu'on note $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = L$. (l'unicité de la limite est admise).

Travaux pratiques.

- Exemples d'étude de problèmes conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques.
- Exemples d'étude du comportement de suites de la forme $u_n = f(n)$ (encadrements, monotonie, limite).
- Exemples d'emplois de suites pour l'approximation d'un nombre (racine carrée d'un entier, aire, volume...).

Sur les exemples d'approximation étudiés, on pourra mettre en évidence différentes étapes : construction d'un algorithme d'approximation, étude de la suite ainsi obtenue, obtention de la précision visée.

2. Fonctions numériques.

L'objectif principal est d'exploiter la dérivation pour l'étude locale et globale des fonctions. Les quelques notions sur les limites qui figurent au programme fournissent un langage commode pour introduire la notion de dérivée. Elles ne constituent pas un objectif en elles-mêmes ; il n'y a pas lieu de s'attarder à leur étude.

Les activités sur les fonctions ne sauraient se borner à des exercices portant sur des exemples donnés a priori : il convient aussi d'étudier des situations issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences et techniques et de la vie économique et sociale, en combinant les phases de mise en équation, de traitement mathématique et d'exploitation des résultats.

Il est important que les élèves sachent étudier les fonctions usuelles indiquées dans le programme, ainsi que quelques exemples simples de celles qui s'en déduisent par opérations algébriques et par composition.

Le programme se place dans le cadre des applications définies sur un intervalle ; les élèves doivent savoir étudier les situations qui s'y ramènent simplement.

a) Comportement global d'une fonction.

Les premiers éléments de l'étude d'une fonction (majorations, minorations, monotonie) ont été mis en place en Seconde. Les activités sur les fonctions conduisent à préciser le sens des notations suivantes :

$$\lambda f, f \circ g, f \circ f, g \circ f, f \geq 0, f \geq g.$$

b) Etude des fonctions au voisinage de 0 ; langage des limites.

Après observation des fonctions $h \mapsto h^n$ ($n=1, 2, 3, \dots$), $h \mapsto \sqrt[n]{h}$, au voisinage de 0, on dit que ces fonctions admettent en 0 la limite 0.

Lorsqu'on a établi que, pour $|h|$ assez petit,

$$|g(h) - L| \leq \lambda |h|^n,$$

où n est un entier strictement positif, on dit que g admet la limite au point 0, ce qu'on note $\lim_{h \rightarrow 0} g(h) = L$. (L'unicité de la limite est admise).

Il n'y a pas lieu d'effectuer un exposé théorique au sujet du statut de la notion de fonction, des opérations algébriques et de la relation d'ordre sur les fonctions.

Les élèves doivent connaître le sens de variation d'une fonction composée de deux fonctions monotones.

La définition des limites par (ϵ, α) est en dehors du programme. Les seules capacités exigibles des élèves portent sur l'étude de fonctions pour lesquelles une des majorations indiquées dans le programme permet de conclure et est facile à obtenir.

L'objectif est une première prise de contact avec les fonctions de référence et leur mise en œuvre sur quelques exemples très simples, et non l'acquisition de méthodes systématiques pour la recherche de limites. Toute complication technique est donc à exclure pour les exemples étudiés.

Les notions de continuité en un point et de continuité sur un intervalle ne sont pas au programme.

c) Dérivation en un point.

Approximation par une fonction affine, au voisinage de 0, des fonctions qui à h associent

$$(1+h)^2, (1+h)^3, \frac{1}{1+h}, \sqrt{1+h}.$$

Lorsqu'au voisinage de $h=0$, $f(a+h)$ peut s'écrire sous la forme $f(a+h) = f(a) + Ah + h \varphi(h)$, avec

$$\lim_{h \rightarrow 0} \varphi(h) = 0, \text{ on dit que la fonction } f \text{ admet } A \text{ pour}$$

nombre dérivé au point a (l'unicité est admise).

Interprétation géométrique : tangente.

Interprétation mécanique : vitesse.

Limite en zéro du taux d'accroissement

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

d) Dérivation sur un intervalle. Fonction dérivée.

Dérivées d'une somme, d'un produit, d'un inverse, d'un quotient.

Dérivée de $x \mapsto f(ax+b)$.

Dérivée de $x \mapsto \sqrt{x}$.

e) Application à l'étude du comportement global des fonctions.

On admet les propositions suivantes :

— Si f est dérivable sur l'intervalle I et si sa dérivée f' est nulle sur I , alors f est constante sur I .

— Si f est dérivable sur I et si f' est positive sur I , alors f est croissante sur I .

— Si f est dérivable sur $[a, b]$, où $a < b$, et si f' est à valeurs strictement positives sur $]a, b[$, alors f établit une bijection strictement croissante de $[a, b]$ sur $[f(a), f(b)]$.

f) Fonctions circulaires.

Etude des fonctions $x \mapsto \sin x$ et $x \mapsto \cos x$: dérivée, sens de variation, représentation graphique, périodicité, éléments de symétrie.

Équations $\cos x = a$, $\sin x = a$.

Exemples numériques de fonctions $t \mapsto \cos(\omega t + \alpha)$.

Travaux pratiques.

Exemples d'études, à partir d'une fonction f connue de fonctions telles que

$$f \circ \lambda, \lambda f, f(x \circ \lambda), f(\lambda x), |f|.$$

Exemples d'étude de fonctions

$$x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}, x \mapsto \sqrt{ax+b}$$

à coefficients numériques.

Il convient de combiner l'expérimentation graphique et numérique et le raisonnement mathématique ; on mettra en valeur sur des exemples l'influence de la taille de l'intervalle sur la qualité de l'approximation.

Les élèves doivent connaître les règles de dérivation et savoir les appliquer à des exemples ne présentant aucune complication technique.

Les démonstrations de ces règles ne sont pas au programme, mais on mettra en valeur l'idée fondamentale qui conduit à ces résultats : on néglige au cours des calculs les termes d'ordre supérieur à 1, c'est à dire du type $h \varphi(h)$ où $\lim_{h \rightarrow 0} \varphi(h) = 0$.

On dispose d'énoncés analogues pour les fonctions décroissantes.

En dehors du cas de la racine carrée, l'étude des fonctions réciproques n'est pas au programme.

On s'aidera de l'interprétation des résultats sur le cercle trigonométrique. On admet la valeur des dérivées des fonctions sinus et cosinus à l'origine.

Dans l'ensemble des travaux pratiques, il convient de combiner les différents outils du programme (majorations, encadrements, dérivation, emploi de calculatrices et des représentations graphiques). On choisira bon nombre de situations dans les problèmes issus de la géométrie et de la physique, on évitera de multiplier les exemples donnés a priori et on se gardera de toute technicité gratuite.

- Exemples d'étude du sens de variation d'une fonction.
- Exemples de recherche d'extrémums.
- Exemples de tracé de la courbe représentative d'une fonction.
- Exemples d'étude d'équations $f(x) = \lambda$ ou d'inéquation $f(x) \leq \lambda$.

L'étude des fonctions construites à partir des fonctions circulaires n'est pas un objectif du programme. On pourra, à titre d'activité, étudier la fonction tangente, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves sur ce point.

Certaines situations peuvent impliquer l'étude de branches infinies. On s'inspirera de la démarche utilisée au b) mais sans mise en place systématique de fonctions de référence ; on se bornera à des exemples très simples, portant sur des fonctions homographiques ou telles que $x \mapsto x + \frac{1}{x}$. Aucune connaissance sur les limites infinies, les limites à l'infini et les branches infinies n'est exigible des élèves.

III — GEOMETRIE

Le programme est organisé autour de quatre objectifs essentiels :

- l'approfondissement de la géométrie plane à travers l'étude des configurations et de l'action des transformations sur celles-ci ;

- la pratique de l'outil vectoriel ;
- la description et l'étude de configurations simples de l'espace ;
- la mise en œuvre de figures à tous les stades de la recherche et de la rédaction.

En bref, il s'agit de développer une certaine maîtrise du plan et de l'espace physiques. Tout point de vue axiomatique est donc exclu pour l'ensemble de la géométrie.

1. Outil vectoriel et configurations.

L'objectif est de fournir aux élèves trois outils pour l'étude de la géométrie du plan et de l'espace : étude directe des configurations, calcul vectoriel, emploi d'un repère adéquat. Il est essentiel de marquer les liens entre ces trois points de vue. Le calcul vectoriel n'est pas à considérer comme une fin en soi et le passage aux coordonnées doit tenir une place modeste ; il est essentiel de centrer les activités autour de l'étude des configurations.

a) Points, vecteurs, repères du plan.

Bases et repères.
Vecteurs colinéaires ; vecteurs directeurs d'une droite.
Alignement de trois points ; parallélisme de deux droites.

Il s'agit ici de consolider les acquis de Seconde au fur et à mesure des activités. Les élèves doivent savoir déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur d'une droite définie par une équation cartésienne, et exprimer le parallélisme de deux droites. On observera que le choix d'une origine permet d'établir une bijection entre le plan et l'ensemble de ses vecteurs et de représenter graphiquement les vecteurs du plan.

b) Points, vecteurs, repères de l'espace.

Extension du calcul vectoriel à l'espace (admise).
Bases et repères.
Vecteurs colinéaires ; vecteurs directeurs d'une droite.
Alignement de trois points, parallélisme de deux droites.
Vecteurs directeurs d'un plan ; vecteurs coplanaires.
Parallélisme de deux plans, d'une droite et d'un plan.

Aucune construction théorique du calcul vectoriel dans l'espace n'est au programme ; toute reconstruction des propriétés d'incidence à partir du calcul vectoriel est exclue.

A travers l'ensemble des activités de géométrie dans l'espace, on complètera les énoncés vus en seconde sur les propriétés d'incidence et de parallélisme et on marquera leur lien avec le calcul vectoriel. Les liens qui,

c) Orthogonalité, produit scalaire.

Extension à l'espace du produit scalaire et de ses propriétés (admise).
Orthogonalité de deux droites, d'une droite et d'un plan ; vecteur normal à un plan.
Plans perpendiculaires.
Projection orthogonale sur un plan ; projection orthogonale d'un angle droit.
Bases orthonormales, repères orthonormaux (plan et espace) ; expression du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormale, de la distance dans un repère orthonormal.

d) Angles orientés dans le plan, rotations.

α) Orientation du plan ; mesure de l'angle orienté d'un couple de vecteurs dans le plan orienté.
Bases orthonormales directes, indirectes. Etant donné un vecteur unitaire $\vec{u}$, il existe un vecteur unitaire $\vec{v}$ et un seul tel que $(\vec{u}, \vec{v})$ soit une base orthonormale directe.
Cosinus et sinus de l'angle orienté d'un couple de vecteurs.

β) Rotations du plan orienté : la rotation de centre O et d'angle θ fixe O et associe à tout point M distinct de O le point M' tel que $(\vec{OM}, \vec{OM'}) = \theta$.
Pour tout couple de points A et B distincts, ayant pour images respectives A' et B', $(\vec{AB}, \vec{A'B'}) = \theta$.

γ) Formules d'addition des fonctions cosinus et sinus ; formules de duplication.

Travaux pratiques

Exemples de problèmes d'alignement et de concours dans les tétraèdres et les parallélépipèdes.
Exemples simples de recherche de sections planes (sections de prismes et de pyramides par des plans parallèles au plan de base ; méridiennes et parallèles de surfaces de révolution).
Sphère ; sections planes, plan tangent.

Exemples de calculs de distances et d'angles dans les configurations usuelles (triangles, polygones réguliers, tétraèdre régulier, cube, ...) et de calcul d'aires de polygones.

en géométrie plane, associent l'addition des vecteurs à la translation, et la multiplication d'un vecteur par un nombre réel à l'homothétie s'étendent à l'espace. Cependant, l'étude de la translation et de l'homothétie dans l'espace n'est pas au programme.

Les élèves doivent connaître les propriétés élémentaires de la projection orthogonale sur un plan (conservation de l'équipollence, du parallélisme, de l'alignement, du barycentre...) mais les démonstrations ne sont pas exigibles.

Le plan est orienté à partir du choix d'un sens de parcours sur un cercle. Aucune théorie de l'orientation ne figure au programme ; il convient de s'appuyer sur les propriétés vues en Seconde des angles orientés de demi-droites, sans chercher à donner un statut théorique aux angles et à leur mesure. On n'hésitera pas à faire les abus de langage et de notations usuels : confusion d'écriture entre un angle et une de ses mesures, telle que $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{4}$ ou $(0^\circ, 0^\circ) = \frac{\pi}{4}$, ou encore, pour un angle non orienté, $\widehat{AOB} = \frac{\pi}{2}$.

Les élèves doivent savoir que, si $(\vec{x}, \vec{y}) = \alpha$, alors $(\vec{y}, \vec{x}) = -\alpha$, $(\vec{x}, -\vec{y}) = \alpha + \pi$, $(-\vec{x}, -\vec{y}) = \alpha$.
Pour tout point M, d'image M' : $\vec{OM'} = \cos \theta \vec{OM} + \sin \theta \vec{ON}$, où N est l'image de M par le quart de tour direct de centre O.

Les formules de conversion de sommes en produits et de produits en sommes ne sont pas au programme ; il en va de même de la linéarisation des puissances autres que $\cos^2 x$ et $\sin^2 x$.

Pour l'ensemble des activités sur les configurations de l'espace, les élèves doivent être entraînés à l'emploi systématique de représentations graphiques : croquis avec ponctuation, projection orthogonale sur un plan bien choisi, dessin en vraie grandeur d'une section plane... Mais aucune connaissance n'est exigible sur la géométrie descriptive et la perspective cavalière.

Pour les polygones réguliers, on se limitera à des cas simples tels que : triangle et hexagone, carré et octogone, éventuellement pentagone et décagone. Toute technicité particulière doit être évitée dans l'étude des

2014

B.O. n° 29 - 18 juillet 1985

Lignes ou surfaces de niveau de $M \mapsto \vec{K} \cdot \vec{OM}$.

Transformation des expressions

 $\vec{MA} \cdot \vec{MA}, \vec{MA} \cdot \vec{MB}, \vec{MA} \cdot \vec{MB}, \vec{MA} \cdot \vec{MB}$; lignes de niveau des applications associées.

triangles ; les seules connaissances exigibles des élèves sont les suivantes :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A, S = \frac{1}{2} bc \sin A,$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}, A+B+C = \pi.$$

On observera que ces relations permettent de caractériser simplement les triangles isométriques et les triangles semblables.

L'étude de ces expressions met en valeur le rôle du milieu du segment AB ; elle est à relier aux propriétés du parallélogramme. Pour deux vecteurs $\vec{u}, \vec{v}$, elle fournit une interprétation géométrique des expressions $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2, \|\vec{u} - \vec{v}\|^2$ de leur somme et de leur différence. Les élèves doivent savoir relier la condition $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ aux propriétés du rectangle et l'utiliser pour la génération et la mise en équation du cercle de diamètre AB.

Exemples de recherche des réflexions et des rotations laissant stable une configuration (telle que parallélogramme, rectangle, losange, carré, triangle équilatéral...).

Réflexions échangeant deux droites ; bissectrices.

Exemples de recherche de lieux géométriques dans le plan (conditions de distances et d'angles, points liés à une configuration mobile).

Le recours systématique aux méthodes analytiques est exclu.

2. Transformations et configurations dans le plan.

L'objectif est de mettre en œuvre les transformations mentionnées dans le programme sur les configurations usuelles. L'étude des transformations doit être placée dans cette perspective, et non faire l'objet d'un développement en soi.

a) Actions sur les configurations élémentaires.

Effet d'une translation, d'une homothétie, d'une réflexion, d'une rotation sur le parallélisme, l'équipotence, les barycentres, les distances, les angles et les aires.

Les élèves doivent connaître les résultats et être capables de les mettre en œuvre sur les configurations usuelles ; les démonstrations ne sont pas exigibles et il serait fastidieux de les faire de manière exhaustive.

b) Isométries fixant un point O.

Étant donné deux points A et B distincts de O tels que $OA = OB$, il existe une réflexion et une seule fixant O et échangeant A et B, une rotation et une seule de centre O transformant A en B.

Composée de deux rotations de centre O ; rotation réciproque. Composée de deux réflexions fixant O ; décomposition d'une rotation de centre O en produit de deux réflexions.

Toute isométrie fixant O est soit une réflexion, soit une rotation.

Une symétrie orthogonale par rapport à une droite (dans le plan) est plus brièvement appelée réflexion ; les élèves doivent connaître ces deux termes.

Aucune connaissance sur les autres cas de composition de transformations n'est exigible des élèves.

Sont en dehors du programme :

- l'étude générale des isométries du plan ;
- le langage des groupes ;
- les notions d'application affine et d'application linéaire associée ;
- l'écriture générale des réflexions et des rotations dans un repère orthonormal.

Travaux pratiques

Exemples de recherche de translations, d'homothéties, de réflexions et de rotations transformant une configuration en une autre (segments, cercles...) ; exemples d'applications à l'étude de problèmes d'alignement, d'orthogonalité...

Théorème de l'angle inscrit ; lignes de niveau de $f \mapsto (MA, MB)$.

Les élèves doivent savoir que les transformations considérées transforment les droites en droites, les cercles en cercles, et conservent le contact entre une droite et un cercle ou entre deux cercles.

L'objectif est ici de mettre en valeur une idée : étudier un problème en introduisant des transformations adéquates ; on s'attachera à choisir des situations à la fois très simples et riches en résultats.

B.O. n° 29 - 18 juillet 1985

ANNEXE

Classes de première A1 et B
Programme de mathématiques

Exposé des motifs

Les programmes qui suivent conservent, pour l'essentiel, les objectifs et la substance des programmes mis en vigueur en 1982. Cependant le bilan de trois années de fonctionnement a montré la nécessité de les infléchir dans la même perspective que pour la classe de seconde (cf. note de service du B.O.E.N. n° 38 du 25 octobre 1984), avec le souci de tenir davantage compte des *rythmes* d'acquisition des élèves et des *difficultés* (conceptuelles et techniques) présentées par certaines notions.

Les modifications apportées s'inspirent de trois idées essentielles :

a) On a voulu mieux préciser les *objectifs* et les *contenus* du programme en dégageant nettement les *capacités requises* ou non requises des élèves, dans le double but de mieux éclairer les professeurs et les élèves et de combattre l'inflation. Ce point est détaillé en tête du programme.

b) On a voulu insister sur l'importance du *travail personnel* des élèves, tant en classe qu'à la maison, et sur le rôle formateur des *activités de résolution de problèmes*. Dans cette perspective une rubrique de *travaux pratiques* a été introduite dans chaque chapitre ; leur fonction est précisée en tête du programme. En revanche, l'idée de thème, introduite dans le programme de 1982, n'a pas été conservée, car son interprétation a donné lieu à de nombreuses ambiguïtés.

c) On a voulu s'en tenir à un *cadre* et un *vocabulaire théorique* nettement plus modestes, mais suffisamment efficaces pour l'étude des situations usuelles et assez riches pour servir de support à une formation mathématique de qualité.

Objectifs, programme et commentaire

1. L'horaire hebdomadaire de la classe est de 5 heures.

2. Le texte qui suit est présenté en deux colonnes : à gauche, le *programme* fixe les capacités exigibles des élèves ; à droite, un *commentaire* précise le sens ou les limites à donner à certaines questions du programme. Les *objectifs* sont placés en bandeau.

On a délimité, d'une part, les capacités exigibles des élèves et, d'autre part, des activités possibles ou souhaitables mais ne faisant pas l'objet d'une telle exigence : ces dernières sont repérées par la mention « *on pourra... mais...* ». En outre, pour éviter toute ambiguïté sur les limites du programme et lutter contre l'inflation, il est

indiqué que certaines notions sont « *hors programme* », ce qui signifie qu'elles n'ont pas à être abordées au niveau considéré, ou que « *tout excès de technicité est exclu* », ou encore qu'il faut se limiter à des « *exemples simples* ».

La mention « *admis* » signifie que la démonstration est hors programme. Pour les démonstrations indiquées comme « *non exigibles* », le professeur est libre, juge de l'opportunité de les faire, d'en donner une esquisse, ou d'admettre le résultat.

3. Le *cours* proprement dit doit être bref : il porte sur quelques notions et résultats de base que l'élève doit connaître et savoir utiliser. Les rubriques de « *travaux pratiques* » précisent le champ des problèmes que les élèves ont à étudier ; les activités correspondantes doivent occuper une part très importante du temps de travail, aussi bien en classe qu'à la maison. Ces travaux pratiques sont de deux sortes : les uns mettent en œuvre des *techniques classiques et bien délimitées, dont la maîtrise est exigible des élèves*. Les autres, qui portent la mention « *Exemples de* » (ce sont les plus nombreux), visent à développer un savoir-faire ou à illustrer une idée ; *aucune connaissance spécifique ne peut être exigée à leur propos*, mais les élèves devront au terme de l'année avoir acquis une certaine familiarité avec le type de problème considéré.

Les *problèmes et méthodes numériques* doivent tenir une large place ; ils jouent un rôle essentiel dans la compréhension de nombreuses notions mathématiques et dans les différents secteurs d'intervention des mathématiques ; ils permettent aussi d'entraîner les élèves à combiner l'expérimentation et le raisonnement en mathématiques. L'emploi systématique des *calculatrices* vient renforcer les possibilités d'étude de ces questions, aussi bien pour effectuer des calculs que pour vérifier des résultats ou alimenter le travail de recherche. L'emploi de calculatrices programmables et, à l'occasion, celui de moyens informatiques, sont souhaitables.

Les *activités graphiques* doivent elles aussi tenir une place importante ; elle concourent à la formation personnelle des élèves, en développant les *qualités de soin et de précision* et en mettant l'accent sur des *réalisations* combinant un savoir-faire manuel, un appel à l'intuition et une réflexion théorique.

4. L'enseignement des mathématiques est à relier aux autres disciplines : on étudiera des situations issues d'autres disciplines et notamment des sciences économiques et sociales, si possible en collaboration avec les enseignants des disciplines concernées ; on insistera à la fois sur la phase de mathématisation et sur la phase d'interprétation des résultats. On introduira autant que possible une perspective historique, ce qui permettra de mieux saisir le sens et la portée des problèmes et des notions étudiés et de les situer dans le développement scientifique et culturel. En section A1 l'étude de quelques textes mathématiques originaux en rapport avec le programme est vivement conseillée.

B.O. n° 30 - 5 septembre 1985

I --- Organisation de données --- Statistiques

Cette partie est particulièrement bien adaptée aux objectifs des sections A1 et B. Elle favorise les activités interdisciplinaires et donne aux élèves l'occasion d'organiser, de représenter, de traiter des données.

Programme

1) Organisation de données.

Travaux pratiques

Exemples d'utilisation de représentations en arbre, de tableaux à double entrée, de partitions.

Exemples de mise en place d'algorithmes de classement.

Exemples de codage.

2) Statistique

Séries statistiques à une variable, quantitative ou qualitative.

Caractéristiques de description et d'analyse d'une série statistique quantitative : moyenne (caractéristique de position); écart-type (caractéristique de dispersion).

Travaux pratiques

Exemples de recherche et d'utilisation de représentations graphiques de séries statistiques à une variable.

Exemples d'étude des effets d'un regroupement en classes.

Exemples de séries statistiques obtenues à partir de l'observation de phénomènes aléatoires.

Commentaire

Il s'agit essentiellement d'habituer les élèves à quelques techniques d'organisation de données. Aucune connaissance théorique n'est exigible des élèves.

Le langage des ensembles (appartenance, inclusion, intersection, réunion, complémentaire, partition, application, bijection) sera utilisé à bon escient sans faire l'objet d'un exposé en soi.

En outre cette partie du programme, comme la partie suivante, consacrée à la statistique, se prête particulièrement à la consolidation des techniques élémentaires de calcul : pourcentages, usage de fractions, proportionnalité.

Il est important que les élèves sachent utiliser et organiser des documents statistiques issus de domaines variés et comprennent leur importance dans la description de phénomènes sociaux ou économiques, du passé ou du présent.

Les activités pourront mettre en évidence l'intérêt de notions telles que : mode, médiane, quartiles, mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible des élèves.

II --- Activités numériques et algébriques

L'objectif est non seulement de maîtriser les techniques usuelles du calcul algébrique mais aussi d'apprendre à mettre en équation des problèmes issus de situations variées et à interpréter les résultats obtenus. Pour les problèmes de majoration, d'encadrement et d'approximation, il convient d'exploiter conjointement les aspects graphique, numérique et algébrique ainsi que l'étude des variations de fonctions. Les activités doivent combiner les expérimentations graphiques et numériques avec les justifications adéquates. Pour toutes ces questions, l'emploi des calculatrices est un outil efficace.

a) Calcul algébrique

Factorisation d'un polynôme par $x-a$.

Equation du second degré.

Travaux pratiques

Exemples d'étude de problèmes conduisant à une équation du second degré.

Résolution et interprétation graphique de systèmes d'équations ou inéquations linéaires à deux inconnues à coefficients numériques.

Exemples de résolution de systèmes linéaires à coefficients numériques.

b) Majorations, encadrements

Terminologie concernant les approximations d'un nombre réel a :

— un encadrement de a est un couple (b, c) tel que $b \leq a \leq c$;

— on dit que a' est une valeur approchée de a à la précision 10^{-P} lorsque $|a' - a| \leq 10^{-P}$;

— écriture de a en notation scientifique :

$$a = \alpha \cdot 10^k, \text{ où } 1 \leq |\alpha| < 10$$

Positions relatives des nombres $x, x^2, x^3, \sqrt{x}$ selon que $x \geq 1$ ou $0 \leq x \leq 1$ (en relation avec la représentation des fonctions).

III --- Suites et fonctions numériques.

A — Suites numériques

L'objectif principal est de familiariser les élèves avec la description de situations discrètes simples au moyen de suites, de mettre en évidence quelques modes de génération de suites et quelques résultats sur le comportement global et asymptotique des suites.

Exemples de modes de génération de suites :

— suite de valeurs $f(n)$ d'une fonction

— suite définie par une relation $u_{n+1} = f(u_n)$ et la valeur initiale u_0

— suites arithmétiques et géométriques, définies respectivement par :

$$u_{n+1} = u_n + a \text{ et } u_{n+1} = bu_n.$$

$$\text{Calcul de } 1+2+3+\dots+n \text{ et de } 1+b+b^2+\dots+b^n$$

Suites croissantes, décroissantes.

Le langage des limites sera mis en place en deux étapes :

— observation de quelques suites de référence.

Exemples simples de comparaison d'une suite aux suites précédentes.

Pour l'ensemble des travaux pratiques de ce paragraphe, on évitera de multiplier les exemples posés a priori et on se gardera de tout excès de technicité. Certaines situations comportent de façon naturelle des paramètres : on pourra alors étudier leur influence mais on se bornera à des cas très simples. Toute étude introduisant a priori des paramètres est exclue.

Pour les équations linéaires, il convient de se limiter à des systèmes de taille très modeste. La méthode d'élimination de Gauss est à pratiquer sur des exemples, mais sa description générale n'est pas au programme.

Majorations et encadrements ne sont pas des objets d'étude en soi mais interviennent de façon essentielle dans l'ensemble des activités mathématiques. Toute étude générale du calcul des approximations est exclue et aucun énoncé de résultats à ce propos n'est exigible des élèves.

Un élève doit savoir :

— dans une suite $u_n = f(n)$, exprimer des termes tels que u_{n+1}, u_{n-3}, u_{2n} en fonction de n .

— dans une suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ et u_0 , calculer les premiers termes.

L'étude des opérations sur les suites est en dehors du programme et aucune connaissance n'est exigible sur les suites récurrentes.

Les suites, comme la statistique, sont un terrain privilégié pour une première utilisation du symbole $\sum$.

L'observation des suites de référence concerne les suites :

α) $n, n^2, \sqrt{n}, h^n$ (h entier supérieur à 1)

On convient de dire que ces suites tendent vers $+\infty$ lorsque n tend vers $+\infty$.

Travaux pratiques

Exemples d'étude de problèmes conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques.

Intérêts simples et intérêts composés.

Exemples d'étude de phénomènes économiques, biologiques, démographiques... décrits par une suite.

B — Fonctions numériques.

Les fonctions numériques permettent de décrire des situations continues.

L'objectif principal est d'exploiter la dérivation pour l'étude globale et locale des fonctions. Les quelques notions sur les limites qui figurent au programme fournissent un langage commode pour introduire la dérivée ; elles ne constituent pas un objectif en elles-mêmes et il n'y a donc pas lieu de s'attarder à leur étude.

Il est important que les élèves sachent étudier les fonctions usuelles indiquées dans le programme ainsi que quelques exemples simples de celles qui s'en déduisent par opérations algébriques ou par composition.

Le programme se place dans le cadre des applications définies sur un intervalle ; les élèves doivent savoir étudier les situations qui s'y ramènent simplement.

a) Comportement global d'une fonction

Les premiers éléments de l'étude d'une fonction (majorations, minorations, monotonie) ont été mis en place en seconde. Les activités sur les fonctions conduisent à préciser le sens des notations suivantes :

$$\alpha f, f+g, fg, \alpha f, f \geq g, f \leq g.$$

h) Etude des fonctions au voisinage de 0 ; langage des limites.

L'observation des fonctions $h \mapsto h^n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) au voisinage de 0 amène à dire que ces fonctions admettent en 0 la limite 0.

Lorsqu'on a établi que, pour $|h|$ assez petit, $|g(h)-L| \leq \lambda |h|^n$, où n est un entier strictement positif, on dit que g admet L pour limite au point 0, ce qu'on note $\lim_{h \rightarrow 0} g(h) = L$.

c) Dérivation en un point.

Approximation par une fonction affine, au voisinage de 0, des fonctions qui à h associent

$$(1+h)^2, (1+h)^3, \frac{1}{1+h}, \sqrt{1+h}.$$

Lorsque au voisinage de $h=0$, $f(a+h)$ peut s'écrire sous la forme $f(a+h) = f(a) + Ah + h^2 \varphi(h)$, avec $\lim_{h \rightarrow 0} \varphi(h) = 0$, on dit que la fonction f admet A pour nombre dérivé au point a (l'unicité est admise).

Interprétation géométrique : tangente.

Limite en zéro du taux d'accroissement

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

$$b) \frac{1}{n}, \frac{1}{n^2}, \frac{1}{\sqrt{n}}, \frac{1}{b^n} \text{ (b entier supérieur à 1)}$$

On convient de dire que ces suites tendent vers 0 lorsque n tend vers $+\infty$.

La comparaison d'une suite (u_n) à une suite de référence (a_n) citée ci-dessus consiste à établir des inégalités du type :

$$u_n \geq \lambda a_n, u_n \leq \lambda a_n, |u_n - L| \leq \lambda a_n, \text{ variables à partir d'un certain rang.}$$

Cela permet d'étendre à de telles suites la notion de limite.

Les élèves n'ont pas à connaître le comportement asymptotique de suites géométriques lorsque b n'est pas entier.

Il n'y a pas lieu d'effectuer un exposé théorique au sujet du statut de la notion de fonction, des opérations algébriques et de la relation d'ordre sur les fonctions, mais on soulignera les liens entre les propriétés des fonctions et celles de leurs représentations graphiques.

Les seules capacités exigibles des élèves portent sur l'étude de fonctions pour lesquelles les majorations figurant au programme permettent de conclure et sont faciles à obtenir.

L'objectif est une première prise de contact avec les fonctions de référence et leur mise en œuvre sur quelques exemples très simples, et non l'acquisition de méthodes systématiques pour la recherche de limites. Toute complication technique est donc à exclure pour les exemples étudiés.

Les notions de continuité en un point et de continuité sur un intervalle ne sont pas au programme.

Il convient de combiner l'expérimentation graphique et numérique et le raisonnement mathématique ; on mettra en valeur l'influence de la taille de l'intervalle sur la qualité de l'approximation. On prendra des exemples issus de la vie économique et sociale (évolution de populations, de prix...).

On pourra donner d'autres interprétations (vitesse, coût marginal).

d) Dérivation sur un intervalle. Fonction dérivée.

Dérivées d'une somme, d'un produit, d'un inverse, d'un quotient.

$$\text{Dérivée de } x \mapsto f(ax+b).$$

$$\text{Dérivée de } x \mapsto \sqrt{x}.$$

e) Application à l'étude du comportement global des fonctions. Pour les fonctions dérivables sur un intervalle on admet les propositions suivantes :

— la dérivée de f est nulle sur I si et seulement si la fonction f est constante sur I ,

— la dérivée f' est positive sur I si et seulement si f est croissante sur I ,

— si f est dérivable sur $[a, b]$ ($a < b$) et si f' est à valeurs strictement positives sur $]a, b[$, alors f établit une bijection strictement croissante de $[a, b]$ sur $[f(a), f(b)]$.

Travaux pratiques

— Exemples d'étude du sens de variation d'une fonction

— Exemples de recherche d'extremums.

— Exemples de tracé de la courbe représentative d'une fonction :

— Exemples d'étude d'équations $f(x) = \lambda$ ou d'inéquations $f(x) \leq \lambda$.

— Exemples d'étude, à partir d'une fonction f connue, de fonctions telles que $f+\lambda, \lambda f, f(x+\lambda), f(\lambda x)$.

— Exploration des fonctions exponentielles :

L'étude des suites géométriques, de phénomènes économiques ou biologiques, l'étude expérimentale de la touche x^y d'une calculatrice, permettent d'introduire les fonctions exponentielles pour des bases simples :

$$2, 10, \frac{1}{2}, \frac{1}{10} \text{ et de mettre en évidence leurs propriétés fondamentales.}$$

IV — Géométrie plane

Bien qu'il n'y ait pas de contenus nouveaux en géométrie, il est souhaitable qu'une certaine pratique géométrique soit entretenue concernant, en particulier l'utilisation de figures et la mesure de distances, d'aires ou d'angles.

Les élèves doivent connaître les règles de dérivation et savoir les appliquer à des exemples ne présentant aucune complication technique.

Les démonstrations de ces règles ne sont pas au programme, mais on pourra mettre en valeur l'idée fondamentale qui conduit à certains de ces résultats : on néglige au cours des calculs, les termes d'ordre supérieur à 1, c'est-à-dire du type

$$h^p(h) \text{ où } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^p(h)}{h} = 0.$$

On dispose d'énoncés analogues pour les fonctions décroissantes.

En dehors du cas de la racine carrée, l'étude des fonctions réciproques n'est pas au programme.

Dans l'ensemble des travaux pratiques, il convient de combiner les différents outils du programme (majorations, encadrements, dérivation, emploi des calculatrices et des représentations graphiques). On choisira bon nombre de situations dans les sciences économiques et sociales ; on évitera de multiplier les exemples donnés a priori et on se gardera de toute technicité gratuite.

Certaines situations peuvent impliquer l'étude de branches infinies. On s'inspirera de la démarche utilisée au b) mais sans mise en place systématique de fonctions de référence ; on se bornera à des exemples très simples, portant sur des fonctions homographiques ou telles que $x \mapsto x + \frac{1}{x}$. Aucune connaissance sur les limites infinies, les limites à l'infini et les branches infinies n'est exigible des élèves.

On introduira à cette occasion les racines $n^{\text{ièmes}}$ et les notations $a^{\frac{1}{n}}$ et $\sqrt[n]{a}$ ($a > 0$ et n entier positif non nul).

2122

Travaux pratiques

- ° 30 - 5 septembre 1985
- Exemples de calculs de distances d'aires et d'angles dans des configurations simples du plan (triangles, polygones réguliers simples).
 - Exemples d'étude de techniques géométriques (mesure de grandeurs, repérages, représentations, constructions...) utilisées dans des domaines tels que la topographie, la géographie, l'architecture,...

On n'utilisera que des résultats de géométrie plane, mais pour que les élèves gardent une certaine pratique de la représentation d'objets de l'espace, il est souhaitable de faire fonctionner parfois cette géométrie plane dans une section plane d'un solide simple.

PROGRAMMES

TERMINALES $A_1, B, C, D, E.$

Enseignements élémentaire et secondaire

 Modification, en ce qui concerne les programmes de mathématiques des classes de terminale C, D et E, de l'arrêté du 9 mars 1982 modifié relatif aux programmes des disciplines des classes de première et des classes terminales conduisant au baccalauréat de l'enseignement du second degré

R.L.R. : 524 6

Arrêté du 9 juillet 1986

Vu L. n° 75-620 du 11-7-1975 ; L. n° 83-663 du 22-7-1983 mod. et compl. par L. n° 85-97 du 25-1-1985 ; D. n° 59-57 du 6-1-1959 mod. not. par D. n° 65-438 du 10-6-1965 et n° 68-639 du 9-7-1968 ; D. n° 62-1173 du 29-9-1962 mod. not. par D. n° 83-369 du 4-5-1983 ; D. n° 76-1304 du 28-12-1976 ; D. n° 85-924 du 30-8-1985 ; A. 31-10-1980 mod. not. par A. 24-5-1983 ; A. 29-12-1981 ; A. 29-12-1981 mod. par A. 6-6-1985 ; A. 9-3-1982, mod. par A. 21-6-1985 ; A. 14-3-1986, mod. avis du conseil de l'enseignement général et technique du 5-6-1986.

Article premier. — Le programme de mathématiques des classes de terminale C, D et E, défini à l'annexe I de l'arrêté du 9 mars 1982 susvisé, est remplacé par le programme annexé au présent arrêté.

Art. 2. — Les dispositions du présent arrêté entrent en application à la rentrée de l'année scolaire 1986-1987.

Art. 3. — Le directeur des Lycées et collèges est chargé de l'exécution du présent arrêté qui sera publié au *Journal officiel* de la République française (1).

Pour le ministre et par délégation,
Le directeur des Lycées et collèges
M. LUCIUS

(J.O. du 14 août 1986).

(1) Le présent arrêté et son annexe peuvent être consultés dans les services des rectorats.

ANNEXE

I. Exposé des motifs

1. Les programmes qui suivent conservent, pour l'essentiel, les objectifs des programmes mis en application en 1983. Le bilan de trois années de fonctionnement a montré la nécessité de les infléchir dans la même perspective que pour la classe de seconde et les classes de première S et E (cf. arrêté du 21 juin 1985, publié au B.O.E.N. n° 29 du 18 juillet 1985).

2. Pour répondre à une demande sans cesse accrue d'ingénieurs, de chercheurs, d'enseignants et de techniciens ayant une formation scientifique solide, on a voulu contribuer à ouvrir largement les sections scientifiques, et en particulier les sections C et E, tout en offrant aux élèves une formation mathématique de qualité.

Pour atteindre ces objectifs, les modifications apportées, qui prolongent celles du programme de première S et E, s'inspirent de quatre intentions majeures :

a) On a voulu écarter résolument les sujets présentant de trop grandes difficultés conceptuelles et techniques pour la majorité des élèves, au bénéfice d'une *meilleure solidité sur les points essentiels*.

b) On a voulu s'en tenir à un *cadre et un vocabulaire théoriques nettement plus modestes*, mais suffisamment efficaces pour l'étude des situations usuelles et assez riches pour servir de support à une formation mathématique solide.

c) On a voulu mieux, *dégager les objectifs et les contenus* du programme en précisant nettement les capacités requises ou non requises des élèves, dans le double but de mieux éclairer les professeurs et les élèves et de combattre l'inflation (ce point est détaillé en tête du programme). On a limité de façon plus stricte le niveau d'approfondissement à donner aux concepts, ainsi que le degré de technicité exigible des élèves pour certains problèmes.

d) On a voulu insister sur l'importance du *travail personnel des élèves*, tant en classe qu'à la maison, et sur le rôle formateur des activités de résolution de problèmes. Dans cette perspective, une rubrique de *travaux pratiques* a été, comme en classe de première, introduite dans chaque chapitre.

3) Ces intentions se sont traduites par les lignes directrices suivantes :

a) *En analyse*, le programme combine l'étude des fonctions avec celle des suites (cette dernière étant moins approfondie en terminale D). Les interventions du calcul différentiel et intégral sont largement exploitées ainsi que les problèmes numériques et les représentations graphiques.

Le point de vue adopté pour les concepts de limite et de continuité reste celui de la classe de première. En ce qui concerne l'étude locale des fonctions et notamment les formes indéterminées, le programme se borne à des exemples techniquement simples ce qui a permis la suppression de l'étude des développements limités. Enfin, quelques énoncés théoriques concernant l'étude globale des fonctions ont été supprimés.

b) *En géométrie*, il est essentiel de développer une vision géométrique des problèmes dans les différentes parties du programme, à travers l'étude des configurations usuelles du plan et de l'espace, l'emploi de représentations graphiques et le tracé des courbes planes. Cet objectif étant de grande importance pour toute formation à dominante scientifique, le programme de terminale D comporte dans ce but un chapitre de géométrie, exploitant les acquis du programme de géométrie de première et du programme d'analyse.

En terminale C et E le calcul vectoriel et les transformations sont des outils au service de l'étude des configurations, et non des objectifs en soi. Il convient de dégager l'idée de linéarité à travers l'étude des configurations et des transformations, et celle d'invariant à travers l'étude des transformations et de leur composition ; cependant, les notions d'espace vectoriel abstrait, d'application affine et de groupe de transformations ont été écartées du programme.

Dans les trois classes, le programme comporte une initiation au tracé des courbes paramétrées, sans faire appel au cadre théorique des fonctions à valeurs vectorielles. Les interprétations cinématiques sont à donner en liaison avec l'enseignement de la physique ; la cinématique du point a été retirée du programme de mathématiques.

c) *En algèbre*, la résolution des systèmes d'équations linéaires à coefficients numériques par la méthode de Gauss a été maintenue, mais son interprétation en termes de vecteurs de $\mathbb{R}^n$ et, plus généralement, l'étude de l'espace $\mathbb{R}^n$ ont été enlevées du programme.

d) *En combinatoire, probabilités, statistiques*, l'équilibre des contenus a été conçu de manière à mieux prendre en compte l'importance des phénomènes aléatoires dans toutes les sciences : c'est pourquoi les probabilités occupent une place importante dans le programme de terminale D ; dans cette même perspective, le langage élémentaire des événements a été introduit en terminales C et E.

Dans les trois classes, l'objectif essentiel est d'initier les élèves à la démarche mathématique propre au calcul des probabilités à travers l'étude de quelques expériences aléatoires simples, toute considération théorique sur les espaces probabilisés et sur les variables aléatoires (qui ne figurent qu'en terminale D) étant hors programme.

En statistique descriptive, les acquis de première concernant les séries à une variable doivent être entretenus. En revanche, malgré leur utilité incontestable, les séries à deux variables ont été retirées du programme dans un souci d'allègement.

II. Présentation du texte des programmes C, D, E

1. L'horaire des classes terminales C et E est de 9 heures hebdomadaires (8 + 1) ; celui de terminale D est de 6 heures. Il est essentiel d'assurer un bon équilibre entre les différentes parties du programme. Le texte qui suit définit les objectifs et précise les connaissances et les capacités exigibles des élèves, mais chaque professeur garde toute liberté pour l'organisation de son enseignement. Toutes les indications mentionnées dans ce texte concernant les capacités exigibles ou non des élèves valent pour l'ensemble des épreuves d'évaluation, y compris celles du baccalauréat. Le programme de terminale forme un tout avec celui de première ; sur les points du programme de première non repris dans le texte de terminale, les activités de résolution d'exercices et de problèmes fourniront un champ de fonctionnement pour les capacités acquises en première et permettront, en cas de besoin, de consolider ces acquis.

2. Le texte qui suit comporte d'abord un chapitre définissant les *objectifs généraux*, c'est-à-dire valables pour l'ensemble du programme. Ensuite, chaque chapitre comporte un *bandeau* définissant les *objectifs essentiels* de ce chapitre et *deux colonnes* : à gauche, le *programme* fixe les connaissances et les capacités exigibles des élèves ; à droite, un *commentaire* précise le sens ou les limites à donner à certaines questions du programme.

On a délimité, d'une part, les *capacités exigibles* des élèves et, d'autre part, des *activités possibles ou souhaitables* ne faisant pas l'objet d'une telle exigence ; pour ce dernier type de questions, le programme précise que des *indications* doivent être fournies aux élè-

ves. En outre, pour éviter toute ambiguïté sur les limites du programme et lutter contre l'inflation, il est indiqué que certaines notions sont « hors programme » (ce qui signifie qu'elles n'ont pas à être abordées au niveau considéré), ou que « tout excès de technicité est exclu », ou encore qu'il faut se limiter à des « exemples simples ».

La mention « admis » signifie que la démonstration est hors programme. Pour les démonstrations indiquées comme « non exigibles », le professeur est laissé juge de l'opportunité de les faire, d'en donner une esquisse, ou d'admettre le résultat, tout en maintenant un bon équilibre entre ces différentes possibilités.

3. Le cours proprement dit doit être bref : il porte sur quelques notions et résultats de base que l'élève doit connaître et savoir utiliser. Les rubriques de « travaux pratiques » précisent le champ des problèmes que les élèves ont à étudier ; les activités correspondantes doivent occuper une part très importante du temps de travail, aussi bien en classe qu'à la maison. Ces travaux pratiques sont de deux sortes : les uns mettent en œuvre des techniques classiques et bien délimitées, dont la maîtrise est exigible des élèves. Les autres, qui portent la mention « Exemples de » (ce sont les plus nombreux), visent à développer un savoir-faire ou à illustrer une idée, aucune connaissance spécifique ne peut être exigée à leur propos, mais les élèves devront au terme de l'année avoir acquis une certaine familiarité avec le type de problème considéré.

III. Objectifs généraux des programmes C, D, E

1. Les représentations graphiques doivent tenir une place très importante dans l'ensemble des parties du programme. Outre leur intérêt propre, elles permettent de donner un contenu intuitif et concret aux objets mathématiques étudiés ; leur mise en œuvre développe aussi les qualités de soin et de précision et met l'accent sur des réalisations combinant une compétence manuelle et une réflexion théorique.

2. Les problèmes et méthodes numériques figurant dans les différentes parties du programme doivent être largement exploités : ils jouent un rôle essentiel dans la compréhension de nombreuses notions mathématiques et dans les différents secteurs d'intervention des mathématiques ; ils permettent aussi d'entraîner les élèves à combiner l'expérimentation et le raisonnement en mathématiques et concourent au développement des qualités de soin et de rigueur. L'emploi systématique des calculatrices vient renforcer les possibilités d'étude de ces questions, aussi bien pour effectuer des calculs que pour vérifier des résultats ou alimenter le travail de recherche.

Il convient en outre de mettre en valeur les aspects algorithmiques des méthodes et des résultats indiqués par le programme (approximation d'un nombre à l'aide de suites, recherche de solutions approchées d'une équation numérique, calcul de valeurs approchées d'une intégrale, représentation graphique d'objets définis géomé-

triquement ou analytiquement, résolution de systèmes linéaires, ...). On explicitera ce type de démarche sur quelques exemples simples d'algorithmes relatifs à un même problème : construction et mise en forme de ces algorithmes, comparaison de leurs performances ; mais aucune connaissance spécifique sur ces questions n'est exigible des élèves.

3. Les élèves doivent savoir utiliser une calculatrice scientifique programmable dans les situations liées au programme. Un modèle de bas de gamme suffit. Cet emploi repose sur les capacités suivantes, qui constituent un savoir-faire de base et sont seules exigibles :

— Savoir utiliser les touches des fonctions qui figurent au programme ;

— Savoir programmer le calcul des valeurs d'une fonction d'une variable permis par ces touches ;

— Savoir programmer le calcul du $n^{\text{ième}}$ terme d'une suite définie par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ et une condition initiale.

4. L'impact de l'informatique doit être progressivement pris en compte : la mise en valeur des aspects algorithmiques et l'emploi des calculatrices programmables ont été évoqués ci-dessus ; il convient aussi d'utiliser les matériels informatiques existant dans les établissements et d'habituer les élèves, sur des exemples simples, à rédiger des programmes de manière méthodique, mais aucune capacité n'est exigible des élèves dans ce domaine.

5. L'enseignement des mathématiques est à relier à celui des autres disciplines sous deux aspects principaux : organisation concertée des activités d'enseignement ; étude de situations issues de ces disciplines, comprenant une phase de mathématisation et une phase d'interprétation des résultats (le programme fournit quelques repères à ce sujet). En ce domaine, toutes les indications nécessaires doivent être données aux élèves et les seules capacités exigibles sont celles qui figurent explicitement au programme de mathématiques.

De même, il convient de mettre en valeur le contenu culturel des mathématiques ; en particulier, l'introduction d'une perspective historique peut permettre aux élèves de mieux saisir le sens et la portée des notions et des problèmes étudiés, et de mieux comprendre les ressorts du développement scientifique.

6. Les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique, loin d'être incompatibles, doivent être développées de pair : formuler un problème, conjecturer un résultat, expérimenter sur des exemples, mettre en œuvre des outils théoriques, mettre en forme une solution, évaluer la pertinence des résultats obtenus en fonction du problème posé, ne sont que des moments différents d'une même activité mathématique. Dans ce contexte, la clarté et la précision des raisonnements, la qualité de l'expression écrite et orale constituent des objectifs majeurs.

I. Algèbre et combinatoire

1. Combinatoire ; probabilités

En combinatoire, l'objectif est d'entraîner les élèves à organiser, grâce à un minimum de langage ensembliste, des données issues de secteurs variés, et à traiter des problèmes simples de dénombrement relatifs à ces données.

En probabilités, l'objectif est d'entraîner les élèves à décrire grâce au langage élémentaire des événements, quelques expériences aléatoires simples, et à employer les techniques de dénombrement figurant au programme pour calculer des probabilités. On évitera toute théorie formalisée ; en particulier, la notion d'espace probabilisé est hors programme. Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera sur l'observation d'une série statistique, pratiquée en première : sur un exemple d'expérience aléatoire, on dégagera brièvement les propriétés des fréquences et on mettra en évidence la stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois ; la justification théorique de ce point de vue, notamment par la loi faible des grands nombres, est hors programme.

Sur des exemples significatifs, on amènera les élèves à conduire et à rédiger des raisonnements par récurrence (passage de n à $n+1$, passage de $1, 2, \dots, n$ à $n+1, \dots$). Mais on évitera la mise en forme de récurrences dans les cas intuitivement évidents et on s'abstiendra de toute considération théorique sur le principe de récurrence.

a) Combinatoire, dénombrements

Cardinal du produit cartésien de deux ensembles finis.

Cardinal de l'ensemble A^D des p -listes d'éléments d'un ensemble fini A . Cas où les éléments sont distincts deux à deux : dénombrement des arrangements et des permutations, notation $n!$.

Parties de cardinal donné d'un ensemble fini : dénombrement des combinaisons, notation C_n^p ou $\binom{n}{p}$.

relations $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_{n+1}^p = C_n^p + C_n^{p-1}$ et interpréta-

tion ensembliste de ces relations.

Formule du binôme (sur $\mathbb{C}$).

b) Notions sur le calcul des probabilités

Événements, événements élémentaires ; la probabilité d'un événement sera définie par addition de probabilités d'événements élémentaires. Événements disjoints, événement contraire, réunion et intersection de deux événements.

Travaux pratiques

Exemples de dénombrements attachés à des situations combinatoires.

Exemples de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux, ...).

Exemple d'emploi de dénombrements pour le calcul de probabilités.

Les élèves doivent connaître les symboles d'appartenance ($x \in A$), d'inclusion ($A \subset B$), de réunion, d'intersection et de complémentaire ($\bar{A}$ ou A^c) ; mais aucune étude systématique de ces opérations et relations n'est au programme.

Sont exigibles (pour des ensembles finis) :

— le cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble ;

— le cardinal d'une réunion de parties disjointes ;

— la formule reliant $\text{card}(A \cup B)$ et $\text{card}(A \cap B)$

Seul est au programme le cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini

Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'événements disjoints, d'un événement contraire, et connaître la formule reliant les probabilités de $A \cup B$ et de $A \cap B$.

Les notions de probabilité conditionnelle, de probabilité produit et de variable aléatoire ne sont pas au programme.

2. Nombres complexes

Les nombres complexes, outre leur intérêt algébrique, fournissent des *outils* pour la *trigonométrie* et pour l'étude des *configurations géométriques planes*. Ce dernier aspect est précisé dans le programme de géométrie.

Présentation du corps des nombres complexes.
Partie réelle, partie imaginaire, nombre complexe conjugué ; notations $\operatorname{Re}(z)$, $\operatorname{Im}(z)$, $\bar{z}$.

Représentation géométrique, affixe d'un point, d'un vecteur.

Module, module d'un produit, inégalité triangulaire.
Argument d'un nombre complexe non nul, notation $\arg z$.

Relation $e^{i\theta} e^{i\theta'} = e^{i(\theta + \theta')}$, lien avec les formules d'addition ; formule de Moivre. Formules d'Euler :

$$\cos \theta = \frac{1}{2} (e^{i\theta} + e^{-i\theta}), \quad \sin \theta = \frac{1}{2i} (e^{i\theta} - e^{-i\theta}).$$

Travaux pratiques

Résolution des équations du second degré à coefficients réels.

Transformation de $a \cos \theta + b \sin \theta$, où a et b sont réels.

Conversion de produits trigonométriques en sommes et de sommes en produits.

Exemples de mise en œuvre des formules de Moivre et d'Euler (linéarisation de polynômes trigonométriques,...).

Racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité ; interprétation géométrique.

3. Systèmes d'équations linéaires

Résolution d'un système d'équations linéaires à coefficients numériques par opérations élémentaires sur les lignes (méthode de Gauss) :

- addition d'un multiple d'une ligne à une autre
- multiplication d'une ligne par un nombre non nul
- échange de deux lignes.

Travaux pratiques

Exemples de résolution de systèmes linéaires à coefficients numériques.

Exemples d'étude de problèmes géométriques (dans le plan et dans l'espace) conduisant à des systèmes d'équations linéaires : décomposition d'un vecteur, intersections.

Aucune méthode d'introduction des nombres complexes n'est imposée ; les idées doivent être mises en valeur, mais une construction détaillée n'est pas souhaitable.

A ce propos, on donnera la définition d'un corps (commutatif), mais aucune étude de cette notion n'est au programme.

Les élèves doivent savoir interpréter le module et l'argument de $z' - z$.

La résolution d'équations à coefficients complexes est hors programme.

On se bornera à des exposants peu élevés ; les formules trigonométriques ainsi obtenues n'ont pas à être mémorisées.

Les élèves doivent savoir en déduire les solutions de l'équation $z^n = a$, où a est mis sous forme trigonométrique. Aucune connaissance n'est exigible sur les méthodes de résolution algébrique, même si $n = 2$.

On pourra utiliser le codage suivant
 $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$, $L_i \leftarrow \alpha L_i$, $L_i \leftrightarrow L_j$.

Les élèves doivent savoir que toute opération élémentaire transforme un système en un système équivalent. Aucune connaissance n'est exigible sur la description générale de cette méthode ; on soulignera son aspect algorithmique, mais la mise en forme de l'algorithme n'est pas au programme.

II. Analyse

Le programme d'analyse porte sur les suites et les fonctions numériques, ce qui permet d'étudier des situations discrètes et des situations continues.

— Pour les *suites*, l'objectif est double : fournir quelques outils efficaces pour l'étude du comportement global et asymptotique d'une suite donnée ; explorer, sur des exemples simples, quelques méthodes d'approximations d'un nombre au moyen de suites.

— Pour les *fonctions*, l'objectif principal est d'exploiter la *dérivation* et l'*intégration* pour l'étude globale et locale des fonctions usuelles et des fonctions qui s'en déduisent de manière simple. *Quelques problèmes d'importance majeure fournissent un terrain pour cette étude* : étude de variations, recherche d'extrêmes, étude d'équations, et d'inéquations, calcul de grandeurs géométriques, approximation d'une fonction au moyen de fonctions plus simples par encadrement.

Pour l'ensemble du programme d'analyse, il convient d'exploiter aussi bien les *aspects qualitatifs* (monotonie, convergence,...) que les *aspects quantitatifs* (majorations, encadrements, vitesse de convergence, approximation à une précision donnée,...). En plus, les *interactions entre suites et fonctions* sont à souligner : mise en valeur des analogies et des différences, passage du continu au discret (approximation de nombres attachés à des fonctions au moyen de suites) et du discret au continu (emploi des ressources du calcul différentiel pour l'étude de suites). En outre, les activités sur les suites et les fonctions ne sauraient se borner à des exercices portant sur des exemples donnés a priori ; il convient aussi d'étudier des *situations* issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences et techniques et de la vie économique et sociale. Enfin, il revient au professeur d'organiser l'enseignement des divers points du programme concernant les suites et les fonctions : l'ordre adopté dans le texte qui suit correspond à une simple commodité de rédaction.

1. Suites numériques

Le programme se place dans le cadre des *suites définies pour tout entier naturel* ; on remarquera brièvement que les notions et résultats s'étendent sans changement au cas des suites définies à partir d'un certain rang. L'étude des opérations sur les suites n'est pas au programme.

Pour la *convergence*, le point de vue adopté reste le même qu'en première. Les définitions par (ε, N) et (A, N) et l'introduction de la droite numérique achevée $\mathbb{R}$ sont hors programme.

a) Comportement global d'une suite

Les premiers éléments ont été mis en place en première (croissance, décroissance) ; on ajoutera la définition des suites monotones, des suites bornées et des suites périodiques.

b) Énoncés usuels sur les limites (admis)

Comparaison :

- Si, à partir d'un certain rang, $x_n \geq u_n$ et si $\lim u_n = +\infty$, alors $\lim x_n = +\infty$; énoncé analogue lorsque $x_n \leq u_n$ et $\lim u_n = -\infty$.
- Si, à partir d'un certain rang, $|x_n - L| \leq u_n$, et si $\lim u_n = 0$, alors $\lim x_n = L$;
- Si, à partir d'un certain rang, $x_n \leq y_n$ et si $\lim x_n = L$ et $\lim y_n = L'$, alors $L \leq L'$;
- Si, à partir d'un certain rang, $u_n \leq x_n \leq v_n$, et si $\lim u_n = \lim v_n = L$, alors $\lim x_n = L$.

Opérations :

- Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient.

- Image d'une suite par une fonction : étant donné une fonction f définie sur un intervalle I et une suite

Pour l'étude de la monotonie et l'obtention de majorations, on entraînera les élèves à exploiter la variation des fonctions, et, sur des exemples simples, le raisonnement par récurrence. Aucun énoncé général sur le comportement des suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$ n'est pas au programme.

La signification intuitive des énoncés de ce paragraphe doit être mise en valeur. L'objectif est d'apprendre aux élèves à les mettre en œuvre sur des exemples simples. On évitera en outre de multiplier les exemples posés a priori ; il convient d'exploiter les situations mentionnées dans les travaux pratiques (approximation de nombres, problèmes d'évolution...).

De manière générale, dans la plupart des situations de majorations et d'encadrements intervenant dans le programme d'analyse, les inégalités larges suffisent ; les inégalités strictes doivent être réservées aux cas où elles sont indispensables.

Ces énoncés doivent couvrir d'une part le cas des limites finies, d'autre part celui des limites infinies. Toute règle relative à des cas d'indétermination est hors programme.

Bien entendu, cet énoncé, condensé pour faciliter la mémorisation, recouvre plusieurs cas qu'il convient de

(u_n) de points de I , si $\lim u_n = a$ (finie ou non) et si $\lim f(x) = \lambda$ (finie ou non), alors $\lim f(u_n) = \lambda$.
 $x \rightarrow a$
Convergence de suites monotones : toute suite croissante majorée converge.

c) Suites de référence

Limite et comparaison des comportements des suites $\ln(n)$, (a^n) , a réel strictement positif ; (n^a) , a réel.

Travaux pratiques

Exemples d'étude du comportement de suites de la forme $u_n = f(n)$ (encadrement, monotonie, limite).

Exemples d'étude du comportement de suites définies par une relation $u_{n+1} = f(u_n)$, et d'approximation d'un point fixe de f à l'aide d'une telle suite.

Exemples d'emploi de suites pour l'approximation d'un nombre.

2. Fonctions numériques : étude locale et globale

Le programme se place dans le cadre des *fonctions définies sur un intervalle*. Pour l'essentiel, il porte sur le cas des *fonctions* bien régulières sur cet intervalle (c'est-à-dire possédant des dérivées jusqu'à un ordre suffisant), ce qui permet d'exploiter les outils du calcul différentiel. Quelques énoncés sur les *limites* figurent au programme : ils ne constituent pas un objectif en soi, mais visent uniquement à faciliter, le cas échéant, l'étude du *comportement aux bornes de l'intervalle* et notamment du comportement asymptotique au voisinage de $+\infty$. Il n'y a pas lieu de multiplier les exemples posés a priori et on se gardera de tout excès de technicité. Enfin, il peut arriver qu'une situation mène à l'étude de *singularités* (points de discontinuité, points anguleux, ...) : la mise en place d'un cadre théorique est exclue, et, pour les discontinuités de la fonction ou de sa dérivée, on se bornera à des exemples où les limites à droite et à gauche (finies ou non) existent ; en outre toutes les indications doivent être fournies aux élèves pour se ramener, par *restriction*, au cas des *fonctions définies sur un intervalle*.

La *continuité sur un intervalle* est introduite dans le seul but de fournir un langage efficace pour l'énoncé et l'emploi de quelques théorèmes usuels ; on se bornera à l'étude de situations où les énoncés du programme suffisent pour établir simplement la continuité des fonctions mises en jeu.

Pour la *notion de limite*, le point de vue adopté reste le même qu'en première. Les définitions par (ε, δ) , (ε, A) , ... sont hors programme.

a) Langage des limites et de la continuité.

Les fonctions étudiées dans ce paragraphe sont définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

Introduction des symboles

$\lim f(x)$ et $\lim f(x)$

$x \rightarrow l$ et $x \rightarrow -\infty$

distinguer clairement et d'illustrer à l'aide d'exemples.

On dispose d'un énoncé analogue pour les suites décroissantes.

Cette question est à traiter en relation avec l'étude correspondante pour les fonctions. On enrichit ici le tableau des suites de référence introduites en première, afin d'élargir le champ d'étude du comportement asymptotique des suites.

Certaines études de comportement asymptotique mettent en jeu des formes indéterminées ; on se limitera à des exemples simples, et, en dehors des cas figurant explicitement au programme (comparaison des suites de référence), des indications doivent être fournies sur la méthode à suivre (emploi d'encadrements, image par une fonction, ...).

Toute étude de ce type de suite devra comporter des indications sur la méthode à suivre. Dans le cas de l'approximation d'un point fixe α de f , on soulignera l'intérêt (théorique et numérique) d'une inégalité $|f(x) - \alpha| < k|x - \alpha|$, où $k < 1$.

Sur les exemples étudiés on mettra en évidence différentes étapes : construction d'un algorithme d'approximation au moyen d'une suite, étude de cette suite, obtention de la précision visée.

Il convient d'interpréter graphiquement et numériquement les notions et les énoncés de ce paragraphe, afin d'éclairer leur signification.

Pour cette brève introduction, on s'appuiera sur l'analogie avec le cas des suites, étudié en première.

Introduction du symbole $\lim f(x)$ lorsque a appartient à I (cette limite est alors égale à $f(a)$), puis lorsque a n'appartient pas à I .

Si f admet une limite en tout point de I on dit que f est continue sur I .

Toute fonction dérivable sur un intervalle est continue sur cet intervalle.

Prolongement par continuité d'une fonction définie et continue sur $[a, b]$ et admettant une limite en a (ou continue sur $[a, b]$ et admettant une limite en b).

Toute fonction définie sur un intervalle I contenant un point c et dont les restrictions pour $x \leq c$ et pour $x \geq c$ sont continues est continue sur I .

Image d'un intervalle par une fonction continue strictement monotone.

b) Énoncés usuels sur les limites (admis) :

- Comparaison, compatibilité avec l'ordre.
- Somme, produit, quotient.
- Application à la recherche de la limite d'une fonction polynôme ou d'une fonction rationnelle en $+\infty$ ou en $-\infty$.
- Limite d'une fonction composée : si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ et si $\lim_{y \rightarrow b} g(y) = \lambda$, (où a, b, λ sont finis ou non), alors $\lim_{x \rightarrow a} (g \circ f)(x) = \lambda$.

c) Calcul différentiel

Dérivation d'une fonction composée.

Dérivées successives.

On s'appuiera sur le cas $\lim_{h \rightarrow 0} g(h)$, abordé en première.

La continuité en un point, considérée isolément, ne doit pas faire l'objet d'une étude systématique. A propos d'exemples très simples d'étude locale (discontinuités, points anguleux), on introduira brièvement, par restriction, les notions de limite à gauche et de limite à droite, et, en particulier, de dérivée à gauche et de dérivée à droite. La notion de continuité sur d'autres parties de $\mathbb{R}$ que les intervalles est hors programme.

On observera que la conclusion de cet énoncé s'étend au cas d'une fonction définie sur un intervalle $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$, et admettant $f(a)$ pour limite en a (ou dérivable sur $[a, b]$, et admettant $f(b)$ pour limite en b).

Les différents énoncés sur la continuité ne constituent pas un objectif en soi ; ils fournissent des jalons pour l'étude d'une fonction : intervalles de dérivabilité, limites aux bornes de tels intervalles, intervalles de continuité.

Lorsque l'intervalle considéré n'est pas un segment, les élèves doivent savoir déterminer les extrémités de l'intervalle image connaissant les limites de la fonction aux extrémités de son intervalle de définition.

Ces énoncés sont calqués sur ceux relatifs aux suites. Il n'y a pas lieu de s'attarder à leur présentation : l'objectif est d'apprendre aux élèves à les mettre en œuvre sur des exemples simples.

La démonstration de cette règle n'est pas au programme, mais on mettra en valeur l'idée fondamentale qui conduit au résultat : on néglige au cours des calculs les termes d'ordre supérieur à 1.

On utilisera les notations $f', f'', \dots$. En liaison avec les sciences physiques, on donnera aussi les notations purement symbolique $\frac{df}{dx}$, $\frac{d^2f}{dx^2}$, la notion de

différentiel est hors programme. On mettra en évidence la relation entre la monotonie de la dérivée et la position de la courbe par rapport aux tangentes ; mais aucune connaissance spécifique n'est exigible des élèves sur ces questions, et notamment sur la convexité et les points d'inflexion.

Inégalité des accroissements finis : étant donné une fonction f dérivable sur un segment $[a, b]$,

- Si $m \leq f' \leq M$ et si $a < b$, alors
 $m(b-a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b-a)$;
- Si $|f'| \leq M$, alors $|f(b) - f(a)| \leq M|b-a|$.

Primitives d'une fonction continue sur un intervalle.
 Définition. Primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante. Deux primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées.

d) Fonctions usuelles

— Fonction logarithme népérien et fonction exponentielle ; notation $\ln$ et $\exp$. Relation fonctionnelle, dérivation, comportement asymptotique. Approximation par une fonction affine, au voisinage de 0, des fonctions $h \mapsto \exp h$ et $h \mapsto \ln(1+h)$.

Nombre e ; notation e^x , a^b (a strictement positif, b réel).

— Fonctions puissances $x \mapsto x^\alpha$ (x réel et α entier) et $x \mapsto x^\alpha$ (x strictement positif et α réel). Dérivation, comportement asymptotique. Cas où $\alpha = \frac{1}{n}$ (n entier strictement positif) ; notation $\sqrt[n]{x}$ (x positif).

— Fonctions circulaires sinus et cosinus, fonction tangente ; notations $\sin$, $\cos$ et $\tan$.

Croissance comparée des fonctions de référence :

$$x \mapsto \exp x, x \mapsto x^\alpha, x \mapsto \ln x :$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\exp x}{x^\alpha} = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{\exp x} = 0 ;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{\ln x} = +\infty ;$$

Travaux pratiques

Étude du sens de variation d'une fonction, recherche de son signe, recherche des extremums.

Recherche d'asymptotes ; exemples d'étude du comportement asymptotique d'une fonction.

Exemples de tracé de la courbe représentative d'une fonction.

Exemples d'étude d'équations $f(x) = \lambda$ ou d'inéquations $f(x) \leq \lambda$.

Exemples d'emploi de majorations et d'encadrements d'une fonction par des fonctions plus simples (recherche de valeurs approchées en un point, recherche de limites, ...). Exemples d'emploi d'inégalité sur les dérivées pour l'obtention de telles majorations.

Exemples de recherche de solutions approchées d'une équation numérique.

Ces résultats sont déduits de l'énoncé admis en classe de Première sur le sens de variation des fonctions. Le théorème de Rolle et la formule $f(b) - f(a) = (b-a)f'(c)$ sont en dehors du programme.

L'existence des primitives est admise.

Le mode d'introduction des fonctions $\ln$ et $\exp$ n'est pas imposé. L'existence et la dérivabilité de ces fonctions peuvent être admises.

Hormis les deux exemples de l'exponentielle et de la racine $n^{\text{ième}}$, l'étude des fonctions réciproques n'est pas au programme.

En liaison avec l'enseignement d'autres disciplines on mentionnera la fonction logarithme décimal $x \mapsto \log x$. Les élèves doivent avoir une bonne pratique des représentations graphiques des fonctions étudiées dans ce paragraphe et savoir en déduire celles des fonctions directement apparentées, telles que $t \mapsto \cos u(t)$, $t \mapsto e^{at}$, $t \mapsto a^t$.

Certaines situations mettent en jeu des formes indéterminées : on se bornera à des exemples simples et, en dehors des cas figurant explicitement au programme (comportement des fonctions usuelles, définition du nombre dérivé), des indications devront être données sur la nature du résultat visé et sur la méthode à suivre (emploi d'encadrements, composition de fonctions, ...).

Pour l'étude des comportements asymptotiques en $+\infty$ (ou en 0), on exploitera la comparaison de la fonction donnée f à une fonction plus simple g telle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f-g) = 0$; des indications doivent être fournies sur la forme de la fonction g à utiliser.

Pour tous les problèmes de majoration, d'encadrement et d'approximation des fonctions, des indications doivent être données sur la méthode à suivre. L'exploitation, sur des exemples simples tels que e^x , $\ln(1+x)$, $\sin x$, du théorème sur le sens de variation, appliqué aux dérivées d'ordre convenable d'une fonction auxiliaire constitue un outil intéressant. Cependant aucun énoncé sur les majorations Tayloriennes n'est au programme, et il n'y a pas de catalogue de situations classiques à mémoriser.

On pourra sur des exemples, explorer et itérer quelques méthodes (dichotomie, tangente, interpolation linéaire, ...) mais aucune connaissance sur ces méthodes n'est exigible des élèves.

3. Calcul intégral

a) Intégrale d'une fonction continue sur un segment.

Étant donné une fonction f continue sur un intervalle I et un couple (a, b) de points de I , le nombre $F(b) - F(a)$, où F est une primitive de f , est indépendant du choix de F ; on l'appelle intégrale de a à b de f et on le note $\int_a^b f(t) dt$.

Dans le cas d'une fonction de signe constant, interprétation graphique de l'intégrale à l'aide d'une aire.

b) Propriétés de l'intégrale.

Relation de Chasles.

$$\text{Linéarité : } \int_a^b (\alpha f + \beta g)(t) dt = \alpha \int_a^b f(t) dt + \beta \int_a^b g(t) dt.$$

Positivité : si $a \leq b$ et $f \geq 0$, alors $\int_a^b f(t) dt \geq 0$
 intégration d'une inégalité.

Inégalité de la moyenne :

$$\text{— si } m \leq f \leq M \text{ et } a \leq b, \text{ alors } m(b-a) \leq \int_a^b f(t) dt \leq M(b-a)$$

$$\text{— si } |f| \leq M, \text{ alors } \left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq M|b-a|.$$

Valeur moyenne d'une fonction.

c) Techniques de calcul.

— Lecture inverse de formules de dérivation : primitives des fonctions de la forme $x \mapsto g'(ax+b)$, $(\exp g)'$, $g^\alpha g'$, où $\alpha \neq -1$; et $\frac{g'}{g}$.

(g étant à valeurs strictement positives).

— Intégration par parties.

d) Équations différentielles linéaires à coefficients constants sous second membre du premier ou du second ordre

Résolution de l'équation du premier ordre : existence et unicité de la solution vérifiant une condition initiale donnée.

Résolution de l'équation du second ordre : recherche de solutions à l'aide de l'équation caractéristique ; existence et unicité (admissibles) de la solution vérifiant des conditions initiales données.

Travaux pratiques

Exemples de calcul d'intégrales par primitivation et par intégration par parties.

Exemples d'encadrement d'une intégrale au moyen d'un encadrement de la fonction à intégrer.

Exemples de calcul de valeurs approchées d'intégrales.

Par suite, étant donné un point a de I , la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ est l'unique primitive de f sur I prenant la valeur zéro au point a . En dehors de ce cas, aucune connaissance n'est exigible sur la variation d'une intégrale en fonction des bornes d'intégration. Aucune théorie de la notion d'aire n'est au programme ; on admettra son existence et ses propriétés élémentaires. Les élèves doivent connaître l'aire des domaines usuels : rectangle, triangle, trapèze, secteur d'un disque.

Il convient d'interpréter en termes d'aires certaines de ces propriétés (relation de Chasles, intégration d'inégalités, valeur moyenne d'une fonction, ...) afin d'éclairer leur signification.

La notion de valeur moyenne est à relier à l'enseignement de la physique.

Les élèves doivent savoir reconnaître si un exemple donné de fonction est de l'une de ces formes. Ils doivent aussi savoir exploiter une périodicité ou une symétrie pour le calcul d'intégrales, mais toute formule de changement de variable est hors programme.

Pour ces questions les élèves peuvent utiliser sans justification les fonctions $t \mapsto e^{\lambda t}$, λ complexe, les solutions étant finalement exprimées sous forme réelle. Cette méthode n'est pas exigible.

On se limitera à des exemples très simples et des indications pour l'encadrement de la fonction à intégrer devront être fournies.

On pourra, sur des exemples simples, décrire et appliquer quelques méthodes usuelles (rectangles, point milieu, trapèzes) et comparer leurs performances. Mais aucune connaissance n'est exigible des élèves sur ces questions, et toutes les indications nécessaires devront être fournies.

Exemples de calcul d'aires planes à l'aide du calcul intégral, et de calcul de volumes de solides usuels à l'aide de la formule $v = \int_a^b S(z) dz$. Volume d'une boule, d'un prisme, d'une cylindre, d'une pyramide, d'un cône.

Exemples simples d'étude de phénomènes continus satisfaisant à une loi d'évolution et à une condition initiale menant à une équation différentielle linéaire à coefficients constants sans second membre du premier ou du second ordre.

En liaison avec l'enseignement des autres sciences, on pourra être amené à donner des applications au calcul d'autres grandeurs, géométriques, mécaniques ou physiques. Mais ces applications ne figureront pas au programme de mathématiques.

On mettra en évidence certains comportements mathématiques (amortissement, oscillation...), mais aucune connaissance sur ces questions n'est exigible des élèves.

Certaines de ces situations seront choisies en relation avec l'enseignement des sciences physiques (mécanique du point, circuits électriques...).

III. Géométrie

Le programme comporte deux objectifs essentiels :

- Approfondir la géométrie du plan et de l'espace à travers l'étude d'objets géométriques et de l'action de transformations sur ces objets.

- Développer une vision géométrique des problèmes grâce à la mise en œuvre systématique d'activités graphiques (figures, tracés de courbes, croquis à main levée, schémas...) permettant de représenter les objets mathématiques étudiés dans les différentes parties du programme.

— En géométrie plane, le champ des objets étudiés en première est enrichi (coniques, exemples simples de courbes paramétrées) et celui des transformations est élargi et réorganisé à travers l'étude plus systématique de la composition des transformations élémentaires et la recherche d'invariants associés, ce qui conduit à exploiter les isométries, les déplacements et les similitudes directes. Cet approfondissement de la géométrie plane passe par une bonne pratique des outils fournis par le programme (énoncés de base sur les configurations et les transformations, calcul vectoriel, calcul dans un repère adéquat, emploi des nombres complexes).

— En géométrie de l'espace, l'objectif, plus modeste mais tout aussi essentiel, est de développer la maîtrise des objets usuels de l'espace physique déjà étudiés en Première et de transformations élémentaires opérant sur ceux-ci. Ce développement doit être mené en interaction étroite avec celui de la géométrie plane.

A propos de l'étude des projections et des transformations, la linéarité des applications vectorielles associées doit être mise en évidence et exploitée, mais l'étude systématique des applications linéaires, et a fortiori des applications affines, n'est pas au programme : les transformations vectorielles fournissent un outil pour l'étude des configurations et des transformations ponctuelles ; elles ne constituent pas un objet d'étude en soi.

1. Outil vectoriel et configurations (plan et espace)

Il s'agit ici de compléter les outils étudiés en Première. Il n'y a pas à revenir sur les fondements du calcul vectoriel ; la notion générale d'espace vectoriel est hors programme.

a) Barycentres ; transformation d'une somme $\sum \alpha_i \vec{MA}_i$ dans chacun des cas $\sum \alpha_i \neq 0$ et $\sum \alpha_i = 0$

b) Caractérisation vectorielle d'un segment $(\vec{AM} = t \vec{AB}, 0 \leq t \leq 1)$, d'une demi-droite, d'une droite, d'un plan ; traduction dans un repère.

Caractérisation d'un plan par $\vec{k} \cdot \vec{AM} = 0$; équation du plan dans un repère orthonormal.

c) Projection ponctuelle, projection vectorielle associée, linéarité d'une projection vectorielle, conservation des barycentres par une projection ponctuelle.

d) Dans l'espace orienté, bases (ou repères) orthogonales directes, indirectes.

Les élèves doivent connaître l'associativité de la barycentration.

Les élèves doivent savoir déterminer un vecteur normal à un plan donné par une équation.

Aucune théorie de l'orientation ne figure au programme, on s'appuiera sur les conventions physiques usuelles.

Produit vectoriel, notations $\vec{u} \times \vec{v}$ et $\vec{u} \wedge \vec{v}$; expression analytique dans une base orthonormale directe

e) Dans le plan orienté : déterminant de deux vecteurs, notation $\det(\vec{u}, \vec{v})$; expression dans une base orthonormale directe.

Travaux pratiques

Transformation de $\sum \alpha_i \vec{MA}_i$, applications ; cas de deux points : lignes ou surfaces de niveau de $M \rightarrow \frac{MA}{MB}$. Ensemble des points M du plan tels que $(\vec{MA}, \vec{MB}) = \alpha$ modulo π , ou modulo 2π .

Exemples d'emploi des nombres complexes pour l'étude d'une configuration plane.

Exemples de calculs de distances et d'angles dans les configurations usuelles du plan et de l'espace.

Exemples d'emploi d'un repère orthonormal dans le plan ou dans l'espace.

Changement (de base ou) de repère orthonormal direct dans le plan.

Expression analytique d'une translation, d'une rotation plane.

2. Courbes planes

L'introduction des quelques notions sur les courbes paramétrées est motivée par l'étude de situations géométriques, mécaniques ou physiques ; on évitera donc de multiplier les exemples posés a priori. On se gardera aussi de toute technicité ; en particulier l'étude des branches infinies et des points où le vecteur dérivé s'annule, la recherche des points multiples et l'emploi de coordonnées polaires sont hors programme. Pour l'obtention de périodicité et de symétries, toutes les indications utiles doivent être fournies.

a) Notions sur les courbes paramétrées du plan

Courbe définie en repère orthonormal par $t \mapsto \vec{OM}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$. Vecteur dérivé, interprétation cinématique (vecteur vitesse), tangente.

b) Coniques

Définition par foyer et directrice (lignes de niveau du rapport $\frac{MF}{Fl}$), excentricité ; équation cartésienne dans un repère adapté, équation réduite : cas d'une parabole, cas d'une conique à centre.

Les élèves doivent savoir utiliser le produit vectoriel pour calculer l'aire d'un parallélogramme ou d'un triangle, pour déterminer un vecteur normal à un plan et obtenir ainsi une équation cartésienne du plan défini par un point et deux vecteurs directeurs ou par trois points.

Les élèves doivent connaître les formules :

$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos \theta$, $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \sin \theta$ et savoir traduire la colinéarité des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ par la relation $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$

Les élèves doivent connaître la condition de cocyclicité de quatre points qui en résulte.

Les élèves doivent savoir déterminer l'abscisse d'un barycentre, évaluer un angle à l'aide de l'argument d'un quotient et traduire l'orthogonalité ou la colinéarité de deux vecteurs. Toute autre formation de propriétés géométriques à l'aide des nombres complexes doit faire l'objet d'indications.

Les élèves doivent être capables de calculer la distance d'un point à une droite du plan, à un plan ou à une droite de l'espace.

La reconnaissance d'une rotation plane à partir de son expression analytique n'est pas exigible des élèves

L'étude des fonctions vectorielles (limites, continuité, calcul différentiel...) est hors programme. Le vecteur dérivé est défini par ses coordonnées $x'(t)$, $y'(t)$, pour la notion de tangente on se limitera au cas où ce vecteur n'est pas nul. Les élèves doivent savoir dresser un tableau de variations coordonnées des fonctions x et y et l'utiliser pour le tracé de la courbe

La génération bifocale de l'ellipse et de l'hyperbole pourra faire l'objet d'une activité, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves à ce propos

Mise en place d'une parabole ou d'une conique à centre à partir d'une équation de la forme $y^2 = 2px$ ou $\alpha x^2 + \beta y^2 = \gamma$.

Travaux pratiques

Exemples d'étude de lieux géométriques à l'aide d'un paramétrage.

Exemples d'obtention et d'emploi de représentations paramétriques de coniques (détermination de la tangente en un point...).

3. Transformations et configurations

En géométrie plane, il s'agit d'approfondir et de réorganiser les acquis des classes antérieures grâce à une étude plus systématique de la composition des transformations et de leur action sur les configurations, d'abord dans le cadre des isométries et des déplacements, puis dans celui des similitudes directes. Il ne convient donc pas de reprendre l'étude des isométries à partir de zéro ; on s'appuiera sur les résultats de Première concernant les translations et les isométries fixant un point donné, ces dernières étant soit des réflexions, soit des rotations ; de même, les propriétés élémentaires de l'homothétie vues en seconde et en première seront exploitées pour l'étude des similitudes.

En géométrie de l'espace, on étudie l'action des transformations élémentaires sur les configurations usuelles mais l'étude systématique de transformations composées est hors programme, ainsi que la notion de transformation vectorielle associée.

a) *Isométries du plan* (bijections conservant la distance).

La composée de deux isométries est une isométrie, la réciproque d'une isométrie est une isométrie.

Étant donné un point O, une isométrie I se décompose de manière unique en $I = t_u \circ r$, où u est une isométrie fixant O et I une translation.

Toute isométrie ou bien conserve les angles orientés (déplacement) ou bien les change en leur opposé (antidéplacement).

Tout déplacement est soit une translation, soit une rotation.

Étant donné des points A, B, A', B' tels que $A'B' = AB \neq 0$, il existe un déplacement et un seul transformant A en A', B en B'.

Transformation vectorielle associée à une isométrie du plan ; cas d'une translation, d'une réflexion, d'une rotation.

Linéarité, conservation du produit scalaire, effet sur le déterminant. Caractérisation des déplacements.

Mis à part le cas où le paramétrage est donné (points liés à une configuration mobile,...) la méthode à suivre pour l'obtention d'un tel paramétrage doit être indiquée.

Les élèves doivent connaître le paramétrage I — (a cost, b sint) de l'ellipse et savoir exploiter le lien d'affinité orthogonale qu'il permet d'établir entre l'ellipse et le cercle. Ce cas mis à part, aucune connaissance spécifique n'est exigible des élèves sur les paramétrages des coniques ou sur l'affinité orthogonale.

Les élèves doivent savoir que les isométries transforment les droites en droites et les cercles en cercles, le parallélisme et le contact étant conservés. Ils doivent connaître leur effet sur l'équipollence, les barycentres, les angles et les aires.

Les élèves doivent connaître les règles qui en résultent pour la composée de deux isométries selon la nature de celles-ci et pour la réciproque d'un déplacement ou d'un antidéplacement.

L'étude systématique des antidéplacements est hors programme.

Les élèves doivent savoir déterminer ce déplacement et, dans le cas d'une rotation, construire son centre.

Il s'agit ici de mettre en place un outil efficace pour la résolution de nombreux problèmes concernant les transformations ponctuelles. En revanche, la reconstitution des propriétés fondamentales des isométries ponctuelles à partir de celles des isométries vectorielles est hors programme.

La transformation vectorielle associée à une composée g est la composée des transformations vectorielles associées à g et à I. La transformation vectorielle associée à la réciproque de I est la réciproque de la transformation vectorielle associée à I.

b) *Similitudes directes du plan*

Composée d'une homothétie de rapport positif et d'une rotation de même centre : effet sur les distances, conservation des angles orientés.

Similitudes directes (bijections transformant les distances dans un rapport donné et conservant les angles orientés).

La composée de deux similitudes directes est une similitude directe, la réciproque d'une similitude directe est une similitude directe.

Toute similitude directe de rapport k est la composée d'un déplacement et d'une homothétie de rapport k.

Écriture complexe. Forme réduite : centre et angle d'une similitude directe quand elle n'est pas une translation.

Étant donné des points A, B, A', B' tels que $AB \neq 0$ et $A'B' \neq 0$, il existe une similitude directe et une seule transformant A en A' et B en B'.

Transformation vectorielle associée à une similitude directe ; compatibilité avec la composition. Cas des homothéties et des translations ; composée de deux homothéties ou translations.

c) *Notions sur les transformations élémentaires de l'espace*

Translation. Homothétie, symétrie centrale. Réflexion (symétrie orthogonale par rapport à un plan). Rotation définie par son axe et son angle, demi-tour. Rotation induite dans un plan orthogonal à l'axe ; décomposition d'une rotation en produit de deux réflexions.

Travaux pratiques

Exemples d'emploi des transformations planes pour l'étude de configurations et de lieux géométriques.

Exemples d'étude des isométries laissant invariante une configuration du plan.

Exemples de recherche et d'emploi d'isométries ou de similitudes directes transformant une configuration donnée en une autre (segments, triangles, rectangles, cercles,...).

Exemples de recherche de symétries ou de rotations laissant invariant un solide usuel donné (tétraèdre, cube, octaèdre, ...).

La donnée d'un point O permet d'identifier les isométries fixant O et les isométries vectorielles, ce qui permet d'obtenir simplement les propriétés des isométries vectorielles.

L'étude générale des similitudes (bijections transformant les distances dans un rapport donné) est hors programme.

Ce rapport est appelé rapport de la similitude directe considérée.

Les élèves doivent savoir que les similitudes directes transforment les droites en droites, les cercles en cercles, le parallélisme ou le contact étant conservés. Ils doivent connaître leur effet sur l'équipollence, les barycentres et les aires.

Les élèves doivent savoir caractériser le cas d'une translation ou d'une homothétie ; dans les autres cas, des indications doivent être fournies pour la construction géométrique du centre de cette similitude.

Les élèves doivent savoir la nature d'une composée d'homothéties et de translations suivant son rapport et préciser, suivant le cas, son vecteur ou son centre.

Les élèves doivent savoir que les transformations considérées transforment les droites en droites, les plans en plans, les sphères en sphères et conservent le parallélisme ; ils doivent connaître leur effet sur l'équipollence, les barycentres, les distances, les aires planes et les volumes.

Classe de terminale D : Objectifs, programme et commentaire

I. Analyse

Le programme d'analyse porte essentiellement sur les fonctions numériques. L'objectif principal est d'exploiter la dérivation et l'intégration pour l'étude globale et locale des fonctions usuelles et des fonctions qui s'en déduisent de manière simple. Quelques problèmes d'importance majeure fournissent un terrain pour cette étude : étude de variations, recherche d'extrémums, étude d'équations et d'inéquations, calcul de grandeurs géométriques, approximation d'une fonction au moyen de fonctions plus simples par encadrement.

Quelques notions sur les suites complètent le programme d'analyse dans le seul but de permettre l'étude de situations discrètes sur des exemples simples.

Pour l'ensemble du programme d'analyse, il convient d'exploiter aussi bien les aspects qualitatifs (monotonie, convergence, ...) que les aspects quantitatifs (majorations, encadrements, vitesse de convergence, approximation à une précision donnée, ...). Enfin, les activités sur les suites et les fonctions ne sauraient se borner à des exercices portant sur des exemples donnés a priori ; il convient aussi d'étudier des situations issues des sciences biologiques et physiques, de la géométrie et de la vie économique et sociale.

1. Fonctions numériques : étude locale et globale

Le programme se place dans le cadre des fonctions définies sur un intervalle. Pour l'essentiel, il porte sur le cas des fonctions bien régulières sur cet intervalle (c'est-à-dire possédant des dérivées jusqu'à un ordre suffisant), ce qui permet d'exploiter les outils du calcul différentiel. Quelques énoncés sur les limites figurent au programme : ils ne constituent pas un objectif en soi, mais visent uniquement à faciliter, le cas échéant, l'étude du comportement aux bornes de l'intervalle, et, notamment, du comportement asymptotique au voisinage de $+\infty$; on évitera de multiplier les exemples posés a priori, et toutes les indications nécessaires doivent être fournies.

La continuité sur un intervalle est introduite dans le seul but de fournir un langage efficace pour l'énoncé et l'emploi de quelques théorèmes usuels ; on se bornera à l'étude de situations où les énoncés du programme suffisent pour établir simplement la continuité des fonctions mises en jeu.

Pour la notion de limite, le point de vue adopté reste le même qu'en Première. Les définitions par (ε, α) , (ε, A) , ... sont hors programme, ainsi que l'introduction de la droite numérique achevée $\mathbb{R}$.

a) Langage des limites et de la continuité

Les fonctions étudiées dans ce paragraphe sont définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

Introduction des symboles

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

$x \rightarrow +\infty$ $x \rightarrow -\infty$

Introduction du symbole $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ lorsque a appartient à I (cette limite est alors égale à $f(a)$), puis lorsque a n'appartient pas à I .

Si I admet une limite en tout point de I , on dit que f est continue sur I .

Toute fonction dérivable sur un intervalle est continue sur cet intervalle.

Il convient d'interpréter graphiquement et numériquement les notions et les énoncés de ce paragraphe afin d'éclairer leur signification.

Pour cette brève introduction, on s'appuiera sur l'analyse avec le cas des suites, étudié en Première.

On s'appuiera sur le cas $\lim_{h \rightarrow 0} g(h)$, abordé en Première.

La continuité en un point, considérée isolément, ne doit pas faire l'objet d'une étude systématique. On donnera quelques exemples très simples de discontinuités de la fonction ou de sa dérivée, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves à ce propos. La notion de continuité sur d'autres parties de $\mathbb{R}$ que les intervalles est hors programme.

On observera que la conclusion de cet énoncé s'étend au cas d'une fonction définie sur un intervalle $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$ et admettant $f(a)$ pour limite en a (ou dérivable sur $]a, b[$ et admettant $f(b)$ pour limite en b).

Prolongement par continuité d'une fonction définie et continue sur $]a, b[$ et admettant une limite en a (ou continue sur $]a, b[$ et admettant une limite en b).

Image d'un intervalle par une fonction continue strictement monotone.

b) Énoncés usuels sur les limites (admis)

Comparaison :

— Si, pour x assez grand $f(x) \geq u(x)$ et si $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = +\infty$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$;

énoncé analogue lorsque $f(x) \leq u(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = -\infty$.

— Si, pour x assez grand, $f(x) - L \leq u(x)$ et si $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = 0$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$.

— Si, pour x assez grand, $f(x) \leq g(x)$ et si $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = L$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L'$, alors $L \leq L'$.

— Si, pour x assez grand, $u(x) \leq f(x) \leq v(x)$ et si $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} v(x) = L$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$.

Opérations :

— Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient.

— Application à la recherche de la limite d'une fonction polynôme ou d'une fonction rationnelle en $+\infty$ ou en $-\infty$.

— Limite d'une fonction composée : si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ et si $\lim_{y \rightarrow b} g(y) = \lambda$ (où a, b, λ sont finis ou non), alors

$\lim_{x \rightarrow a} g(f(x)) = \lambda$.

c) Calcul différentiel

Dérivation d'une fonction composée.

Dérivées successives.

Inégalité des accroissements finis : étant donné une fonction f dérivable sur un segment $[a, b]$,

— Si $m \leq f' \leq M$ et si $a < b$, alors

$m(b-a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b-a)$;

— Si $|f'| \leq M$, alors $|f(b) - f(a)| \leq M|b - a|$.

Les différents énoncés sur la continuité ne constituent pas un objectif en soi ; ils fournissent des jalons pour l'étude d'une fonction sur un intervalle : dérivabilité, limites aux bornes, continuité.

Lorsque l'intervalle considéré n'est pas un segment, les élèves doivent savoir déterminer les extrémités de l'intervalle image connaissant les limites de la fonction aux extrémités de son intervalle de définition.

Les énoncés ci-contre concernent le cas des limites en $+\infty$, on dispose d'énoncés analogues pour les limites en $-\infty$ et pour les limites en un point a .

La signification intuitive des énoncés de ce paragraphe doit être mise en valeur. L'objectif est d'apprendre aux élèves à les mettre en œuvre sur des exemples simples. On évitera en outre de multiplier les exemples posés a priori ; il convient d'exploiter les situations de comportement asymptotique mentionnées dans les travaux pratiques.

De manière générale, dans la plupart des situations de majorations et d'encadrements intervenant dans le programme d'analyse, les inégalités larges suffisent ; les inégalités strictes doivent être réservées aux cas où elles sont indispensables.

Ces énoncés doivent couvrir d'une part le cas des limites finies, d'autre part celui des limites infinies. Toute règle relative à des cas d'indétermination est hors programme.

Bien entendu, cet énoncé, condensé pour faciliter la mémorisation, recouvre plusieurs cas qu'il convient de distinguer clairement et d'illustrer à l'aide d'exemples.

La démonstration de cette règle n'est pas au programme, mais on mettra en valeur l'idée fondamentale qui conduit au résultat : on néglige au cours des calculs les termes d'ordre supérieur à 1.

On utilisera les notations f' , f'' , ... en liaison avec les sciences physiques, on donnera aussi les notations

purement symboliques $\frac{df}{dx}$, $\frac{d^2f}{dx^2}$, ... La notion de différentielle est hors programme, ainsi que toute notion concernant la concavité ou les points d'inflexion.

Ces résultats sont déduits de l'énoncé admis en classe de Première sur le sens de variation des fonctions. Le théorème de Rolle et la formule $f(b) - f(a) = (b-a)f'(c)$ sont en dehors du programme.

Primitives d'une fonction continue sur un intervalle
 Définition. Deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante. Primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées.

d) Fonctions usuelles.

— Fonction logarithme népérien et fonction exponentielle ; notation $\ln$ et $\exp$. Relation fonctionnelle, dérivation, comportement asymptotique. Approximation par une fonction affine, au voisinage de 0, des fonctions $h \rightarrow \exp h$ et $h \rightarrow \ln(1+h)$. Nombre e ; notation e^x , a^b (a strictement positif, b réel).

— Fonctions puissances $x \mapsto x^n$ (x réel et n entier) et $x \mapsto x^\alpha$ (x strictement positif et α réel). Dérivation,

comportement asymptotique. Cas où $\alpha = \frac{1}{n}$ (n entier strictement positif) ; notation $\sqrt[n]{x}$ (x positif).

— Fonctions circulaires sinus et cosinus, fonction tangente ; notation $\sin$, $\cos$ et $\tan$.

— Croissance comparée des fonctions de référence $x \mapsto \exp x$, $x \mapsto x^\alpha$, $x \mapsto \ln x$ au voisinage de $+\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\exp x}{x^\alpha} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{\exp x} = 0 ;$$

$$\sin x \leq 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0.$$

e) Notions sur les suites numériques

Énoncés usuels sur les limites (admis)

— Comparaison, compatibilité avec l'ordre.
 — Somme, produit, quotient.
 — Image d'une suite par une fonction : étant donné une fonction f définie sur un intervalle I et une suite (u_n) de points de I , si $\lim u_n = a$ (finie ou non) et si $\lim f(x) = \lambda$ (finie ou non), alors $\lim f(u_n) = \lambda$.
 $x \rightarrow a$

Limite et comportements asymptotiques comparés des suites $(\ln n)$; (a^n) , a réel strictement positif ; (n^α) , α réel.

Travaux pratiques

Étude du sens de variation d'une fonction, recherche de son signe, recherche des extremums.

Recherche d'asymptotes ; exemples d'étude du comportement asymptotique d'une fonction ou d'une suite de la forme $u_n = f(n)$.
 Exemples de tracé de la courbe représentative d'une fonction

Exemples d'étude d'équations $f(x) = \lambda$ ou d'inéquations $f(x) \leq \lambda$.

Exemples d'emploi de majorations et d'encadrements d'une fonction par des fonctions plus simples (recherche de valeurs approchées en un point, recherche de limites...)

L'existence des primitives est admise.

Le mode d'introduction des fonctions $\ln$ et $\exp$ n'est pas imposé. L'existence et la dérivabilité de ces fonctions peuvent être admises. Hormis les deux exemples de l'exponentielle et de la racine n ème, l'étude des fonctions réciproques n'est pas au programme.

En liaison avec l'enseignement d'autres disciplines on mentionnera la fonction logarithme décimal $x \mapsto \log x$.

Les élèves doivent avoir une bonne pratique des représentations graphiques des fonctions étudiées dans ce paragraphe et savoir en déduire celles des fonctions directement apparentées, telles que $t \mapsto \cos \omega t$, $t \mapsto e^{\lambda t}$, $t \mapsto a^t$.

Certaines études aux bornes mettent en jeu des formes indéterminées. S'il s'agit d'une étude en $+\infty$ ou en $-\infty$ aucune autre connaissance que celles mentionnées ci-contre n'est exigible des élèves ; dans le cas d'une étude en un point a , on se limitera à quelques exemples se résolvant très simplement à l'aide du nombre dérivé en ce point d'une fonction usuelle, et des indications doivent être données sur la méthode à suivre.

Le programme se place dans le cadre des suites définies pour tout entier naturel. L'étude des opérations sur les suites n'est pas au programme.

Les énoncés ci-contre sont calqués sur ceux relatifs aux fonctions. Il n'y a pas lieu de s'attarder à leur présentation : l'objectif est d'apprendre aux élèves à les mettre en œuvre sur des exemples simples.

Pour l'étude des comportements asymptotiques en $+\infty$ ou en $-\infty$ on exploitera la comparaison de la fonction donnée f à une fonction plus simple g telle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f-g) = 0$; des indications doivent être fournies sur la forme de la fonction g à utiliser.

Pour tous les problèmes de majoration, d'encadrement et d'approximation des fonctions, des indications doivent être données sur la méthode à suivre.

Exemples de recherche de solutions approchées d'une équation numérique, et notamment d'approximation d'un point fixe d'une fonction f à l'aide d'une suite de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. Calcul intégral

a) Intégrale d'une fonction continue sur un segment

Étant donné une fonction f continue sur un intervalle I et un couple (a, b) de points de I , le nombre $F(b) - F(a)$, où F est une primitive de f , est indépendant du choix de F ; on l'appelle intégrale de a à b de f et on le note $\int_a^b f(t) dt$.

Dans le cas d'une fonction positive, interprétation graphique de l'intégrale à l'aide d'une aire.

b) Propriétés de l'intégrale

Relation de Chasles.

Linéarité :

$$\int_a^b (\alpha f + \beta g)(t) dt = \alpha \int_a^b f(t) dt + \beta \int_a^b g(t) dt.$$

Positivité : si $a \leq b$ et $f \geq 0$, alors $\int_a^b f(t) dt \geq 0$; intégration d'une inégalité.

Inégalité de la moyenne :

— Si $m \leq f \leq M$ et $a \leq b$,

$$\text{alors } m(b-a) \leq \int_a^b f(t) dt \leq M(b-a) ;$$

$$\text{— Si } |f| \leq M, \text{ alors } \left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq M|b-a|.$$

Valeur moyenne d'une fonction.

c) Techniques de calcul

— Lecture inverse de formules de dérivation : primitives des fonctions de la forme $x \mapsto g'(ax+b)$, $(\exp g)'$, $g^\alpha g'$, où $\alpha \neq -1$, et $\frac{g'}{g}$ (g étant à valeurs

strictement positives).

— Intégration par parties.

d) Équations différentielles linéaires à coefficients constants sous second membre du premier ou du second ordre.

Résolution de l'équation du premier ordre : existence et unicité de la solution vérifiant une condition initiale donnée.

Résolution de l'équation du second ordre : recherche de solutions à l'aide de l'équation caractéristique ; existence et unicité (admissibles) de la solution vérifiant des conditions initiales données.

Travaux pratiques

Exemples de calcul d'intégrales par primitivation et par intégration par parties.

On pourra, sur des exemples, explorer et itérer quelques méthodes (dichotomie, tangente, interpolation linéaire...) mais aucune connaissance sur ces méthodes n'est exigible des élèves. Dans le cas de l'approximation d'un point fixe α de f , on soulignera l'intérêt (théorique et numérique) d'une inégalité $|f(x) - \alpha| \leq k|x - \alpha|$, où $k < 1$; en outre, l'étude de la suite (u_n) devra comporter des indications sur la méthode à suivre.

Par suite, étant donné un point a de I , la fonction

$$x \mapsto \int_a^x f(t) dt \text{ est l'unique primitive de } f \text{ sur } I \text{ prenant}$$

la valeur zéro au point a . En dehors de ce cas, aucune connaissance n'est exigible sur la variation d'une intégrale en fonction des bornes d'intégration. Aucune théorie de la notion d'aire n'est au programme : on admettra son existence et ses propriétés élémentaires. Les élèves doivent connaître l'aire des domaines usuels : rectangle, triangle, trapèze, secteur d'un disque.

Il convient d'interpréter en termes d'aires certaines de ces propriétés (relation de Chasles, intégration d'inégalités, valeur moyenne d'une fonction...) afin d'éclaircir leur signification.

La notion de valeur moyenne est à relier à l'enseignement de la physique.

Les élèves doivent savoir reconnaître si un exemple donné de fonction est de l'une de ces formes. Ils doivent aussi savoir exploiter une périodicité ou une symétrie pour le calcul d'intégrales, mais toute formule de changement de variable est hors programme.

Pour ces questions les élèves peuvent utiliser sans justification les fonctions $t \mapsto e^{\lambda t}$, λ complexe, les solutions étant finalement exprimées sous forme réelle. Cette méthode n'est pas exigible.

Toute intégration par parties doit faire l'objet d'une indication.

Exemples d'encadrement d'une intégrale au moyen d'un encadrement de la fonction à intégrer.

Exemples de calcul de valeurs approchées d'intégrales.

Exemples de calcul d'aires planes à l'aide du calcul intégral, et de calcul de volumes de solides usuels à l'aide de la formule $V = \int_a^b S(z) dz$. Volume d'une boule, d'un prisme, d'un cylindre, d'une pyramide.

Exemples simples d'étude de phénomènes continus satisfaisant à une loi d'évolution et à une condition initiale menant à une équation différentielle linéaire à coefficients constants sans second membre du premier ou du second ordre.

II. Algèbre et géométrie

1. Nombres complexes

Les nombres complexes, outre leur intérêt algébrique, fournissent des *outils* pour l'ensemble du programme et pour la physique.

Nombres complexes. Partie réelle, partie imaginaire, nombre complexe conjugué ; notations $\text{Re}(z)$, $\text{Im}(z)$, $\bar{z}$. Représentation géométrique, affixe d'un point, d'un vecteur ; interprétation géométrique de $z \mapsto z + a$.

Module, module d'un produit, inégalité triangulaire. Argument d'un nombre complexe non nul, notation $\arg$. Relation $e^{i(\theta+\phi)} = e^{i\theta} e^{i\phi}$, lien avec les formules d'addition ; formule de Moivre. Formules d'Euler : $\cos \theta = \frac{1}{2}(e^{i\theta} + e^{-i\theta})$, $\sin \theta = \frac{1}{2i}(e^{i\theta} - e^{-i\theta})$.

Interprétation géométrique de $z \mapsto e^{i\alpha} z$.

Travaux pratiques

Résolution des équations du second degré à coefficients réels

Exemples de mise en œuvre des formules de Moivre et d'Euler (linéarisation de polynômes trigonométriques...).

2. Systèmes d'équations linéaires

Résolution d'un système d'équations linéaires à coefficients numériques par opérations élémentaires sur les lignes (méthode de Gauss) :

- addition d'un multiple d'une ligne à une autre ;
- multiplication d'une ligne par un nombre non nul ;
- échange de deux lignes.

On se limitera à des exemples très simples et des indications pour l'encadrement, de la fonction à intégrer devront être fournies.

On pourra, sur ces exemples simples, décrire et appliquer quelques méthodes usuelles (rectangles, point milieu, trapèzes). Mais aucune connaissance n'est exigible des élèves sur ces questions, et toutes les indications nécessaires devront être fournies.

En liaison avec l'enseignement des autres sciences, on pourra être amené à donner des applications au calcul d'autres grandeurs, géométriques, mécaniques ou physiques. Mais ces applications ne figurent pas au programme de mathématiques.

On mettra en évidence certains comportements mathématiques (amortissement ; oscillation,...), mais aucune connaissance sur ces questions n'est exigible des élèves. Certaines de ces situations seront choisies en relation avec l'enseignement des sciences physiques et biologiques (circuits électriques, évolution de populations,...).

Aucune méthode d'introduction des nombres complexes n'est imposée ; les idées doivent être mises en valeur, mais une construction détaillée n'est pas souhaitable.

Les élèves doivent savoir interpréter géométriquement

le module de $b - a$ et l'argument de $\frac{b-a}{c-a}$. Toute autre

formulation de propriétés géométriques à l'aide des nombres complexes doit faire l'objet d'indications.

La résolution d'équations à coefficients complexes et l'étude des racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité sont hors programme.

On se bornera à des exposants peu élevés, les formules trigonométriques ainsi obtenues n'ont pas à être mémorisées.

On pourra utiliser le codage suivant :

$L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$, $L_i \leftarrow \alpha L_i$, $L_i \leftrightarrow L_j$
Les élèves doivent savoir que toute opération élémentaire transforme un système en un système équivalent. Aucune connaissance n'est exigible sur la description générale de cette méthode ; on soulignera son aspect algorithmique, mais la mise en forme de l'algorithme n'est pas au programme.

Travaux pratiques

Exemples de résolution de systèmes linéaires à coefficients numériques.

3. Géométrie

Les activités géométriques répondent à deux objectifs principaux :

- Entretien la *pratique des objets géométriques usuels* du plan et de l'espace.
- Exploiter des situations géométriques comme *source de problèmes*, notamment en analyse, et, inversement, entretenir une *vision géométrique* grâce à la mise en œuvre systématique d'*activités graphiques* (tracés de courbes, schémas,...) permettant de représenter les objets mathématiques étudiés dans les différentes parties du programme.

Le programme de géométrie ne comporte que des *travaux pratiques* mettant en œuvre les connaissances de géométrie du plan et de l'espace figurant aux programmes des classes antérieures, et notamment de Seconde et de Première ; aucune autre connaissance n'est exigible des élèves.

D'autre part, certains problèmes physiques (mouvement d'un point, signaux électriques,...) conduisent à l'étude de *courbes planes paramétrées* en repère orthonormal ; les élèves devront savoir, à l'aide du vecteur dérivé supposé non nul, déterminer une tangente et savoir utiliser un tableau de variations pour tracer la courbe.

Enfin, en relation avec l'enseignement de la physique, on pourra être amené à donner quelques notions sur d'autres outils géométriques (produit vectoriel, barycentre,...), mais aucune connaissance sur ces questions n'est exigible des élèves en mathématiques.

Travaux pratiques

Exemples d'étude de problèmes portant sur les objets usuels du plan et de l'espace (calculs de distances, d'angles, d'aires, de volumes...) et de problèmes issus de situations géométriques (études de fonctions, optimisation,...).

Exemples de recherche de symétries ou de rotations laissant invariant un solide usuel (tétraèdre régulier, cube, octaèdre régulier, cylindre de révolution,...).

Exemples d'étude de courbes paramétrées du plan, issues de la mécanique ou de la physique.

Certaines situations en biologie et en sciences physiques font appel à quelques propriétés d'invariance par des transformations élémentaires de l'espace (translations, homothéties, réflexions, rotations) ; mais l'étude des propriétés de ces transformations n'est pas au programme.

L'étude des branches infinies et des points où le vecteur dérivé s'annule est hors programme.

Pour l'obtention de périodicités et de symétries toutes les indications utiles doivent être fournies.

III. Combinatoire, probabilités

1. Organisation de données combinatoires ; dénombrements

L'objectif est d'entraîner les élèves à *organiser*, grâce à un minimum de langage ensembliste, des données issues de secteurs variés, et à traiter des problèmes simples de *dénombrement* relatifs à ces données.

Sur des exemples significatifs, on amènera les élèves à conduire et à rédiger des raisonnements par récurrence. Mais on évitera la mise en forme de récurrence dans les cas intuitivement évidents et on s'abstiendra de toute considération théorique sur le principe de récurrence.

Cardinal du produit cartésien de deux ensembles finis.
Cardinal de l'ensemble A^P des p -listes d'éléments d'un ensemble fini A . Cas où les termes d'une telle liste sont distincts deux à deux : dénombrement des arrangements et des permutations, notation $n!$

Les élèves doivent connaître les symboles d'appartenance ($x \in A$), d'inclusion ($A \subset B$), de réunion, d'intersection et de complémentaire ($\bar{A}$ ou A^c) ; mais aucune étude systématique de ces opérations et relations n'est au programme.

2362

B.O. n° 31 - 11 septembre 1986

Parties de cardinal donné d'un ensemble fini : dénombrement des combinaisons, notation C_n^p ou $\binom{n}{p}$. Relations $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_n^{p+1} = C_n^p + C_{n-1}^p$ et interprétation ensembliste de ces relations. Formule du binôme (sur $\mathbb{C}$).

Sont exigibles (pour des ensembles finis) :
 — le cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble ;
 — le cardinal d'une réunion de parties disjointes ;
 — la formule reliant $\text{card}(A \cup B)$ et $\text{card}(A \cap B)$.

2. Probabilités

L'objectif est d'entraîner les élèves à *décrire*, grâce au langage élémentaire des événements et des variables aléatoires, *quelques expériences aléatoires* simples, et à employer les techniques de dénombrement figurant au programme pour *calculer des probabilités* ainsi que les valeurs typiques d'une variable aléatoire. *On évitera toute théorie formalisée* ; en particulier, la notion d'espace probabilisé est hors programme. Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera sur l'observation d'une série statistique, pratiquée en première : sur un exemple d'expérience aléatoire, on dégagera brièvement les propriétés des fréquences et on mettra en évidence la stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois ; la justification théorique de ce point de vue, notamment par la loi faible des grands nombres, est hors programme.

a) Événements, événements élémentaires ; la probabilité d'un événement sera définie par addition de probabilités d'événements élémentaires.

Seul est au programme le cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini.

Cas où les événements élémentaires sont équiprobables.

Événements disjoints, événement contraire, réunion et intersection de deux éléments.

Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'événements disjoints, d'un événement contraire, et connaître la formule reliant les probabilités de $A \cup B$ et de $A \cap B$.

Probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle ; indépendance de deux événements.

Expériences successives, schéma de Bernoulli ; distribution binomiale.

La notion de probabilité produit n'est pas au programme.

b) Variable aléatoire (réelle) prenant un nombre fini de valeurs et loi de probabilité associée, fonction de répartition, espérance mathématique, variance, écart-type.

On prendra un point de vue très simple : certaines situations de probabilité s'expriment commodément par l'affectation de probabilités $p_1, p_2, \dots, p_n$ aux valeurs $x_1, x_2, \dots, x_n$ d'une grandeur numérique X associée à une expérience aléatoire ; on dit alors que X est une variable aléatoire. Les événements $(X = x_1), (X = x_2), \dots, (X = x_n)$ sont les événements élémentaires de la loi de probabilité de X .

Espérance de la loi binomiale.

Pour la fonction de répartition, on emploiera la convention $F(x) = P(X \leq x)$.

Travaux pratiques

Exemples de dénombrements attachés à des situations combinatoires.

Exemples de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux, ...).

Exemples d'emploi de dénombrements pour le calcul de probabilités.

Exemples de situations menant à l'étude d'une variable aléatoire.



Modification du programme de mathématiques des classes terminales A1 et B

R.L.R. : 524-6 ; 524-7

Arrêté du 30 juillet 1986

(Education nationale : DLC)

Vu L. n° 75-620 du 11-7-1975 ; L. n° 83-663 du 22-7-1983 mod. et compl. par L. n° 85-97 du 25-1-1985 ; D. n° 59-57 du 6-1-1959 mod. not. par D. n° 65-438 du 10-6-1965 et n° 68-639 du 9-7-1968 ; D. n° 62-1173 du 29-9-1962 mod. not. par D. n° 81-36 du 19-1-1981 ; D. n° 76-1304 du 28-12-1976 ; D. n° 85-924 du 30-8-1985 ; A. 31-10-1980 mod. not. par A. 24-5-1983 ; arrêtés 29-12-1981 ; A. 9-3-1982 ; A. 6-6-1985 ; A. 5-8-1985 ; A. 14-3-1986 mod. ; avis du conseil de l'enseignement général et technique du 3-7-1986.

Article premier. — Le programme de mathématiques des classes de Terminale A1 et B est fixé en annexe du présent arrêté. Il se substitue au programme de l'arrêté du 9 mars 1982 susvisé.

Art. 2. — Les dispositions du présent arrêté entrent en application à la rentrée scolaire 1986-1987.

Art. 3. — Le directeur des Lycées et collèges est chargé de l'application du présent arrêté qui sera publié au *Journal officiel* de la République française (1).

Pour le ministre de l'Education nationale et par délégation :

Le directeur des Lycées et collèges,

M. LUCIUS

(J.O. du 7 août 1986)

ANNEXE

I — Exposé des motifs

1. Les programmes qui suivent conservent, pour l'essentiel, les objectifs des programmes mis en application en 1983. Le bilan de trois années de fonctionnement a montré la nécessité de les infléchir dans la même perspective que pour la classe de Seconde et les classes de Première A1 et B (cf. arrêté du 5 août 1985, publié au *BOEN* n° 30 du 5 septembre 1985).

(1) Le présent arrêté et son annexe sont disponibles dans les services des rectorats.

2. On a voulu donner aux élèves de terminale A1 et B une formation mathématique solide conçue en fonction de la poursuite d'études supérieures dans le domaine des sciences économiques, sociales et humaines. Pour favoriser un éventail assez large d'orientations, les contenus des programmes des deux classes sont très voisins ; c'est au niveau du choix des thèmes étudiés qu'une diversification s'impose, en fonction des finalités propres à chacune des deux classes et des centres d'intérêt des élèves. Pour atteindre ces objectifs, les modifications apportées, qui prolongent celles du programme de Première A1 et B, s'inspirent de quatre intentions majeures :

a) On a voulu écarter résolument les sujets présentant de trop grandes difficultés conceptuelles et techniques pour la majorité des élèves, au bénéfice d'une *meilleure solidité sur les points essentiels*.

b) On a voulu s'en tenir à un *cadre et un vocabulaire théoriques modestes*, mais suffisamment efficaces pour l'étude des situations usuelles et assez riches pour servir de support à une formation mathématique solide.

c) On a voulu mieux *décaler les objectifs et les contenus* du programme en précisant nettement les capacités requises ou non requises des élèves, dans le double but de mieux éclairer les professeurs et les élèves et de combattre l'inflation (ce point est détaillé en tête du programme). On a limité de façon plus stricte le niveau d'approfondissement à donner aux concepts, ainsi que le degré de technicité exigible des élèves pour certains problèmes.

d) On a voulu insister sur l'importance du *travail personnel des élèves*, tant en classe qu'à la maison, et sur le rôle formateur des activités de *résolution de problèmes*. Dans cette perspective, une rubrique de *travaux pratiques* a été, comme en classe de Première, introduite dans chaque chapitre.

3. Ces intentions se sont traduites par les lignes directrices suivantes :

a) *En analyse*, le programme porte essentiellement sur l'exploitation du calcul différentiel et intégral pour l'étude des *fonctions* et notamment pour les phénomènes exponentiels continus ou discrets. Les problèmes numériques et les représentations graphiques, ainsi que l'étude de situations issues des sciences économiques et sociales jouent ici un rôle très important. Le point de vue adopté pour le concept de limite reste celui de la classe de Première. Le programme met l'accent sur les études asymptotiques en $+\infty$ et se borne à des exemples techniquement simples.

b) *En combinatoire, probabilités, statistique*, l'équilibre des contenus a été conçu de manière à mieux prendre en compte l'importance des *phénomènes aléatoires* dans toutes les sciences ; c'est pourquoi les probabilités occupent une place importante dans les programmes A1 et B. L'objectif essentiel est d'initier les élèves à la démarche mathématique propre au calcul des probabilités à

travers l'étude de quelques expériences aléatoires simples, toute considération théorique sur les espaces probabilisés étant hors programme.

En outre, en *Terminale B*, le programme comporte une étude élémentaire des *séries statistiques à deux variables*, menée en vue des sciences économiques et sociales.

c) *En algèbre*, l'étude des systèmes d'équations et d'inéquations linéaires à coefficients numériques, déjà engagée en Première, est poursuivie, en liaison avec l'étude de quelques exemples simples de *problèmes d'optimisation*.

En outre, en *Terminale A1*, le programme comporte une étude élémentaire des *nombre complexes*, en liaison avec une réflexion sur les extensions successives de la notion de nombre.

d) *En géométrie*, aucune connaissance nouvelle n'est introduite ; il s'agit essentiellement d'entretenir une *vision géométrique des problèmes* dans les différentes parties du programme.

II — Présentation du texte des programmes

1. L'horaire des classes Terminales A1 et B est de 5 heures hebdomadaires. Il est essentiel d'assurer un bon équilibre entre les différentes parties du programme. Le texte qui suit définit les objectifs et précise les connaissances et les capacités exigibles des élèves, mais chaque professeur garde toute liberté pour l'organisation de son enseignement. Toutes les indications mentionnées dans ce texte concernant les capacités exigibles ou non des élèves valent pour l'ensemble des épreuves d'évaluation, y compris celles du baccalauréat. Le programme de Terminale forme un tout avec celui de Première ; sur les points du programme de Première non repris dans le texte de Terminale, les activités de résolution d'exercices et de problèmes fourniront un champ de fonctionnement pour les capacités acquises en Première et permettront, en cas de besoin, de consolider ces acquis.

2. Le texte qui suit comporte d'abord un chapitre définissant les *objectifs généraux*, c'est-à-dire valables pour l'ensemble du programme. Ensuite, chaque chapitre comporte un *bandeau* définissant les *objectifs essentiels* de ce chapitre et *deux colonnes* : à gauche, le *programme* fixe les connaissances et les capacités exigibles des élèves ; à droite, un *commentaire* précise le sens ou les limites à donner à certaines questions du programme.

On a délimité, d'une part, les *capacités exigibles* des élèves et, d'autre part, des *activités possibles ou souhaitables* ne faisant pas l'objet d'une telle exigence ; pour ce dernier type de questions, le programme précise que des *indications* doivent être fournies aux élèves. En outre, pour éviter toute ambiguïté sur les limites du programme et lutter contre l'inflation, il est indi-

qué que certaines notions sont « *hors programme* » (ce qui signifie qu'elles n'ont pas à être abordées au niveau considéré), ou que « *tout excès de technicité est exclu* », ou encore qu'il faut se limiter à des « *exemples simples* ».

La mention « *admis* » signifie que la démonstration est hors programme. Pour les démonstrations indiquées comme « *non exigibles* », le professeur est laissé juge de l'opportunité de les faire, d'en donner une esquisse, ou d'admettre le résultat tout en maintenant un bon équilibre entre ces différentes possibilités.

3. Le *cours* proprement dit doit être *bref* : il porte sur quelques *notions et résultats de base* que l'élève doit connaître et savoir utiliser. Les rubriques de « *travaux pratiques* » précisent le *champ des problèmes* que les élèves ont à étudier ; les activités correspondantes doivent occuper une *part très importante du temps de travail*, aussi bien en classe qu'à la maison. Ces travaux pratiques sont de *deux sortes* : les uns mettent en œuvre des *techniques classiques et bien délimitées*, dont la maîtrise est exigible des élèves. Les autres, qui portent la mention « *Exemples de* » (ce sont les plus nombreux), visent à développer un savoir-faire ou à illustrer une idée ; aucune connaissance spécifique ne peut être exigée à leur propos, mais les élèves devront, au terme de l'année, avoir acquis une certaine familiarité avec le type de problème considéré.

III — Objectifs généraux des programmes

1. Les *représentations graphiques* doivent tenir une place très importante dans l'ensemble des parties du programme. Outre leur intérêt propre, elles permettent de donner un contenu intuitif et concret aux objets mathématiques étudiés ; leur mise en œuvre développe aussi les qualités de soin et de précision et met l'accent sur des réalisations combinant une compétence manuelle et une réflexion théorique.

2. Les *problèmes et méthodes numériques* figurant dans les différentes parties du programme doivent être largement exploités ; ils jouent un rôle essentiel dans la compréhension de nombreuses notions mathématiques et dans les différents secteurs d'intervention des mathématiques ; ils permettent aussi d'entraîner les élèves à combiner l'expérimentation et le raisonnement en mathématiques et concourent au développement des qualités de soin et de rigueur. L'emploi systématique des calculatrices vient renforcer les possibilités d'étude de ces questions, aussi bien pour effectuer des calculs que pour vérifier des résultats ou alimenter le travail de recherche.

Il convient en outre de *mettre en valeur les aspects algorithmiques* des méthodes et des résultats indiqués par le programme (approximation d'un nombre à l'aide de suites, recherche de solutions approchées d'une équation

numérique, calcul de valeurs approchées d'une intégrale, ...) ; mais aucune connaissance spécifique sur ces questions n'est exigible des élèves.

3. Les élèves doivent savoir utiliser une *calculatrice scientifique programmable* dans les situations liées au programme. Un *modèle de bas de gamme suffit*. Cet emploi repose sur les capacités suivantes, qui constituent un savoir-faire de base et sont *seules exigibles* :

- Savoir utiliser les touches des fonctions qui figurent au programme ;
- Savoir programmer le calcul des valeurs d'une fonction d'une variable permis par ces touches ;
- Savoir programmer le calcul du n-ième terme d'une suite définie par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ et une condition initiale.

4. L'*impact de l'informatique* doit être progressivement pris en compte : la mise en valeur des aspects algorithmiques et l'emploi des calculatrices programmables ont été évoqués ci-dessus ; il convient aussi d'utiliser les *matériels informatiques* existant dans les établissements et d'habituer les élèves, sur des exemples simples, à rédiger des *programmes* de manière méthodique, mais aucune capacité n'est exigible des élèves dans ce domaine.

5. L'*enseignement des mathématiques est à relier à celui des autres disciplines*, sous deux aspects principaux : *organisation concertée* des activités d'enseignement ; *étude de situations* issues de ces disciplines, comprenant une phase de mathématisation et une phase d'interprétation des résultats (le programme fournit quelques repères à ce sujet). En ce domaine, toutes les indications nécessaires doivent être données aux élèves et les seules capacités exigibles sont celles qui figurent explicitement au programme de mathématiques.

De même, il convient de mettre en valeur le contenu culturel des mathématiques. En particulier, en terminale A1 l'introduction d'une *perspective historique* permet de mieux saisir le sens et la portée des notions et des problèmes étudiés, et de mieux comprendre les ressorts du développement scientifique ; en outre, l'étude de quelques textes mathématiques originaux en rapport avec le programme est vivement conseillée.

6. Les *capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique*, loin d'être incompatibles, doivent être développées de pair : formuler un problème, conjecturer un résultat, expérimenter sur des exemples, mettre en œuvre des outils théoriques, mettre en forme une solution, évaluer la pertinence des résultats obtenus en fonction du problème posé, ne sont que des moments différents d'une même activité mathématique. Dans ce contexte, la clarté et la précision des raisonnements, la qualité de l'expression écrite et orale constituent des objectifs majeurs.

Objectifs, programme et commentaire

I.A. Nombres complexes (ne figure qu'au programme A1)

L'objectif de ce chapitre est essentiellement culturel : on mettra en valeur les idées qui ont conduit à l'introduction des nombres complexes.

Nombres complexes. Partie réelle, partie imaginaire, nombre complexe conjugué ; notations $\operatorname{Re}(z)$, $\operatorname{Im}(z)$, $\bar{z}$. Représentation géométrique, affixe d'un point, d'un vecteur.
Module, module d'un produit, inégalité triangulaire.

Aucune méthode d'introduction des nombres complexes n'est imposée ; les idées doivent être mises en valeur, mais une construction détaillée n'est pas souhaitable.

Les élèves doivent savoir interpréter géométriquement le module de $z' - z$. Toute autre formulation de propriétés géométriques à l'aide des nombres complexes doit faire l'objet d'indications.

Travaux pratiques

Résolution des équations du second degré à coefficients réels.

La résolution d'équations à coefficients complexes et l'étude des racines $n^{\text{ème}}$ de l'unité sont hors programme.

I.B. Statistique (ne figure qu'au programme B)

L'objectif est d'exploiter les acquis de Première sur les séries statistiques à une variable et de fournir quelques outils pour l'étude des séries à deux variables.

Séries statistiques à deux variables quantitatives :
— tableaux d'effectifs, fréquences marginales, fréquences conditionnelles ;
— nuage de points de $\mathbb{R}^2$ associé, point moyen.
Ajustement affine par moindres carrés, droites de régression.
Coefficient de corrélation linéaire.

Travaux pratiques

Exemples de calcul de moyennes et de corrélations linéaires portant sur des séries statistiques à deux variables.

Exemples d'ajustement affine par moindres carrés de deux séries statistiques à une variable.

Sur les exemples étudiés, on s'attachera à mettre en lumière la signification des notions introduites et la pertinence des méthodes mises en œuvre.

On pourra aussi exploiter des situations nécessitant d'autres types d'ajustement, en les ramenant au cas de l'ajustement affine. Mais aucune connaissance spécifique n'est exigible des élèves sur ces questions, et toutes les indications utiles devront être fournies.

II. Combinatoire, probabilités

En *combinatoire*, l'objectif est d'entraîner les élèves à *organiser*, grâce à un *minimum* de langage ensembliste, des données issues de secteurs variés, et à traiter des problèmes simples de *dénombrement* relatifs à ces données.

En *probabilités*, l'objectif est d'entraîner les élèves à *décrire*, grâce au langage élémentaire des événements, quelques expériences aléatoires simples, et à employer les techniques de dénombrement figurant au programme pour calculer des probabilités. On évitera toute théorie formalisée ; en particulier, la notion d'espace probabilisé est hors programme. Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera sur l'observation d'une série statistique, pratiquée en Première ; sur un exemple d'expérience aléatoire, on dégagera brièvement les propriétés des fréquences et on mettra en évidence la stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois ; la justification théorique de ce point de vue, notamment par la loi faible des grands nombres, est hors programme.

Sur des exemples significatifs, on amènera les élèves à conduire et à rédiger des raisonnements par récurrence. Mais on évitera la mise en forme de récurrences dans les cas intuitivement évidents et on s'abstiendra de toute considération théorique sur le principe de récurrence.

En *algèbre*, le programme ne comporte que des *travaux pratiques* ; on s'appuiera sur les connaissances acquises en Seconde et en Première pour étudier des situations simples relevant de la programmation linéaire, issues des sciences économiques et sociales.

1. Organisation de données, combinatoires, dénombrements

Cardinal du produit cartésien de deux ensembles finis. Cardinal de l'ensemble A^p des p -listes d'éléments d'un ensemble fini A . Cas où les termes d'une telle liste sont distincts deux à deux ; dénombrement des arrangements et des permutations, notation $n!$.

Parties de cardinal donné d'un ensemble fini ; dénombrement des combinaisons, notation C_p^n ou $\binom{n}{p}$.

Relations $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_{n+1}^p = C_n^p + C_n^{p-1}$ et

interprétation ensembliste de ces relations.
Formule du binôme.

2. Probabilités

Événements, événements élémentaires ; la probabilité d'un événement sera définie par addition de probabilités d'événements élémentaires. Cas où les événements élémentaires sont équiprobables.

Événements disjoints, événement contraire, réunion et intersection de deux événements.

Probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle ; indépendance de deux événements.

Expériences successives, schéma de Bernoulli ; distribution binomiale.

Travaux pratiques

Exemples de dénombrements attachés à des situations combinatoires.

Exemples de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urne, jeux, ...).

Exemples d'emploi de dénombrements pour le calcul de probabilités.

Exemples d'étude numérique et graphique de problèmes de programmation linéaire à deux variables, d'origine économique ou sociale.

III. Analyse

Un premier objectif est d'exploiter la dérivation et d'élargir son champ d'intervention grâce à la composition de fonctions simples et à l'introduction des fonctions logarithmiques et exponentielles.

Un second objectif consiste à introduire quelques éléments de calcul intégral et à les mettre en œuvre sur quelques exemples simples.

Les élèves doivent connaître les symboles d'appartenance ($x \in A$), d'inclusion ($A \subset B$), de réunion, d'intersection et de complémentaire ($\bar{A}$ ou A^c) ; mais aucune étude systématique de ces opérations et relations n'est au programme.

Sont exigibles (pour des ensembles finis) :
— le cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble ;
— le cardinal d'une réunion de parties disjointes ;
— la formule reliant $\operatorname{card}(A \cup B)$ et $\operatorname{card}(A \cap B)$.

Seul est au programme le cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini.

Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'événements disjoints, d'un événement contraire, et connaître la formule reliant les probabilités de $A \cup B$ et de $A \cap B$.

Les notions de probabilité produit et de variable aléatoire ne sont pas au programme.

On se bornera à des situations menant à l'optimisation d'une fonction linéaire $(x, y) \mapsto ax + by$, lorsque les contraintes se traduisent par des équations et inéquations du premier degré.

Quelques problèmes d'importance majeure fournissent un terrain pour cette étude : étude de variations, recherche d'extrêmes, étude d'équations et d'inéquations, calcul de grandeurs géométriques, approximation d'une fonction au moyen de fonctions plus simples par encadrement.

Les activités ne sauraient se borner à des exercices portant sur des exemples donnés a priori ; il convient aussi d'étudier des situations issues de la géométrie et de la vie scientifique, économique et sociale.

1. Fonctions numériques

Le programme se place dans le cadre des *fonctions définies sur un intervalle*. Pour l'essentiel, il porte sur le cas des *fonctions bien régulières sur cet intervalle* (c'est-à-dire possédant des dérivées jusqu'à un ordre suffisant), ce qui permet d'exploiter les outils du calcul différentiel. Quelques énoncés sur les *limites* figurent au programme ; ils ne constituent pas un objectif en soi, mais visent uniquement à faciliter, le cas échéant, l'étude du comportement asymptotique au voisinage de $+\infty$; on évitera de multiplier les exemples posés a priori et toutes les indications nécessaires doivent être fournies.

a. Calcul différentiel

Dérivation d'une fonction composée.

Dérivées successives.

Inégalité des accroissements finis : étant donné une fonction f dérivable sur un segment $[a, b]$,

- Si $m \leq f' \leq M$ et si $a < b$, alors $m(b-a) \leq f(b)-f(a) \leq M(b-a)$;
- Si $|f'| \leq M$, alors $|f(b)-f(a)| \leq M|b-a|$.

Primitives d'une fonction continue sur un intervalle.

Définition. Deux primitives d'une même fonction différent d'une constante. Primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées.

b. Énoncés usuels sur les limites (admis)

Les fonctions étudiées dans ce paragraphe sont définies sur un intervalle de $\mathbb{R}$.

Langage des limites : brève introduction des symboles $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$.

$x \rightarrow +\infty$ $x \rightarrow -\infty$ $x \rightarrow a$

Comparaison

- Si, pour x assez grand, $f(x) \geq u(x)$ et si $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = +\infty$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; énoncé analogue lorsque $f(x) \leq u(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = -\infty$.

La démonstration de cette règle n'est pas au programme, mais on mettra en valeur l'idée fondamentale qui conduit au résultat : on néglige au cours des calculs les termes d'ordre supérieur à 1.

On utilisera les notations f' , f'' , ... La notion de différentielle est hors programme. En liaison avec l'enseignement des sciences économiques et sociales on mettra en évidence la relation entre le sens de variation de la dérivée et la position de la courbe par rapport aux tangentes ; mais aucune connaissance spécifique n'est exigible des élèves sur ces questions, et notamment sur la convexité et les points d'inflexion.

Ces résultats sont déduits de l'énoncé admis en classe de Première sur le sens de variation des fonctions. Le théorème de Rolle et la formule $f(b)-f(a) = (b-a)f'(c)$ sont en dehors du programme.

La notion de continuité est prise ici en un sens purement intuitif ; l'étude de cette notion n'est pas au programme. L'existence des primitives est admise.

Dans le même esprit qu'en classe de Première, les notions et les énoncés de ce paragraphe sont introduits à l'aide d'une approche numérique et graphique ; ils ne feront l'objet d'aucun développement théorique.

Les énoncés ci-contre concernent le cas des limites en $+\infty$; on dispose d'énoncés analogues pour les limites en $-\infty$ et pour les limites en un point a . Il n'y a pas lieu de s'attarder à leur présentation, mais leur signification intuitive doit être mise en valeur. L'objectif est d'apprendre aux élèves à les mettre en œuvre sur des exemples très simples.

- Si, pour x assez grand, $|f(x)-L| \leq u(x)$ et si $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = 0$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$.
- Si, pour x assez grand, $f(x) \leq g(x)$ et si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = L'$, alors $L \leq L'$.

Opérations :

- Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient
- Application à la recherche de la limite d'une fonction polynôme ou d'une fonction rationnelle en $+\infty$ ou en $-\infty$.
- Limite d'une fonction composée.

c. Fonctions usuelles

- Fonction logarithme népérien et fonction exponentielle ; notation $\ln$ et $\exp$. Relation fonctionnelle, dérivation, comportement asymptotique. Nombre e ; notation e^a (a strictement positif, b réel).

- Fonctions puissances $x \mapsto x^n$ (x réel et n entier) et $x \mapsto x^\alpha$ (x strictement positif et α réel). Dérivation, comportement asymptotique. Cas où $\alpha = \frac{1}{n}$ (n entier

strictement positif) ; notation $\sqrt[n]{x}$ (x positif).

- Croissance comparée des fonctions de référence $x \mapsto \exp x$, $x \mapsto x^\alpha$, $x \mapsto \ln x$ au voisinage de $+\infty$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\exp x}{x^\alpha} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{\exp x} = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0$.

Si $\alpha < 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0$.

- Application à l'étude des suites géométriques (a^n), où $a > 0$, et des suites de puissances (n^α), où $\alpha \in \mathbb{R}$, et de leur croissance comparée.

Travaux pratiques

Étude du sens de variation d'une fonction, recherche de son signe, recherche des extrêmes.

Exemples de tracé de la courbe représentative d'une fonction.
Exemples d'étude d'équations $f(x) = \lambda$.

On évitera en outre de multiplier les exemples posés a priori, il convient d'exploiter les situations de comportement asymptotique mentionnées dans les travaux pratiques. De manière générale, dans la plupart des situations de majorations et d'encadrements intervenant dans le programme d'analyse, les inégalités larges suffisent ; les inégalités strictes doivent être réservées aux cas où elles sont indispensables.

Ces énoncés doivent couvrir d'une part le cas des limites finies, d'autre part celui des limites infinies. Toute règle relative à des cas d'indétermination est hors programme. En dehors des cas de fonctions composées de la forme $x \mapsto (ax+b)$, les fonctions f et g interviennent dans la fonction $g \circ f$ devront être mentionnées explicitement.

Le mode d'introduction des fonctions $\ln$ et $\exp$ n'est pas imposé ; l'existence et la dérivabilité de ces fonctions peuvent être admises. Hormis les deux exemples de l'exponentielle et de la racine $n^{\text{ième}}$, l'étude des fonctions réciproques n'est pas au programme.

En liaison avec l'enseignement d'autres disciplines, on pourra mentionner la fonction logarithme décimal $x \mapsto \log x$, mais aucune connaissance sur ce point n'est exigible des élèves.

Les élèves doivent avoir une bonne pratique des représentations graphiques des fonctions étudiées dans ce paragraphe, ainsi que des fonctions circulaires, et savoir en déduire celles des fonctions directement apparentées, telles que $t \mapsto \cos t$, $t \mapsto e^{\alpha t}$, $t \mapsto a^t$. Hormis les cas indiqués ici, l'étude des fonctions de la forme $x \mapsto f(\cos x, \sin x)$ est hors programme.

Certaines études aux bornes mettent en jeu des formes indéterminées en $+\infty$ ou en $-\infty$; aucune autre connaissance que celles mentionnées ci-contre n'est exigible des élèves. L'étude des formes indéterminées en un point a est hors programme.

Pour l'étude des branches infinies, et notamment pour la mise en évidence d'asymptotes non verticales, on se limitera à des exemples simples : on montrera tout le parti qu'on peut tirer graphiquement de formes telles que $x \mapsto a + p(x)$ ou $x \mapsto ax + b + p(x)$ avec $\lim_{x \rightarrow +\infty} p(x) = 0$. Pour l'obtention de telles formes, toutes

les indications utiles devront être fournies aux élèves.

Exemples d'emploi de majorations et d'encadrements d'une fonction par des fonctions plus simples (recherche de valeurs approchées en un point,...).

Exemples d'algorithmes d'approximation d'un nombre réel.

Exemples d'approximation d'un point fixe α d'une fonction f à l'aide d'une suite de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$.

Exemples d'étude de phénomènes exponentiels discrets (suites géométriques) ou continus (fonctions exponentielles) issus de situations économiques, sociales ou scientifiques.

2. Notions de calcul intégral

a. Intégrale d'une fonction continue sur un segment

Étant donné une fonction f continue sur un intervalle I et un couple (a, b) de points de I , le nombre $F(b) - F(a)$, où F est une primitive de f , est indépendant du choix de F ; on l'appelle intégrale de a à b de f et on le note $\int_a^b f(t) dt$.

Dans le cas d'une fonction de signe constant, interprétation graphique de l'intégrale à l'aide d'une aire.

b. Propriétés de l'intégrale

Relation de Chasles.

Linéarité : $\int_a^b (\alpha f + \beta g)(t) dt = \alpha \int_a^b f(t) dt + \beta \int_a^b g(t) dt$.

Positivité : si $a \leq b$ et $f \geq 0$, alors $\int_a^b f(t) dt \geq 0$;

intégration d'une inégalité.

Inégalité de la moyenne :

— Si $m \leq f \leq M$ et $a \leq b$, alors

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(t) dt \leq M(b-a).$$

Valeur moyenne d'une fonction.

c. Techniques de calcul

— Lecture inverse de formules de dérivation ; primitivité des fonctions de la forme $x \mapsto g'(ax+b)$.

$(\exp g)' = g' \exp g$, où $\alpha \neq -1$ et $\frac{g'}{g^\alpha}$ (g à valeurs

strictement positives).

— Intégration par parties.

Pour tous les problèmes de majoration, d'encadrement et d'approximation des fonctions, des indications doivent être données sur la méthode à suivre.

Sur les exemples étudiés on mettra en évidence différentes étapes : construction d'un algorithme d'approximation au moyen d'une suite, étude de cette suite, obtention de la précision visée.

L'étude de la suite (u_n) devra comporter des indications sur la méthode à suivre ; on se limitera aux cas où l'on établit une inégalité $|f(x) - \alpha| \leq k|x - \alpha|$, où $k < 1$.

Aucune théorie de la notion d'aire n'est au programme ; on admettra son existence et ses propriétés élémentaires. Les élèves doivent connaître l'aire des domaines usuels ; rectangle, triangle, trapèze, secteur d'un disque.

Il convient d'interpréter en termes d'aires certaines de ces propriétés (relation de Chasles, intégration d'inégalités, valeur moyenne d'une fonction,...) afin d'éclaircir leur signification.

Les élèves doivent savoir reconnaître si un exemple donné de fonction est de l'une de ces formes. Ils doivent aussi savoir exploiter une périodicité ou une symétrie pour le calcul d'intégrales, mais toute formule de changement de variable est hors programme.

Travaux pratiques

Exemples de calcul d'intégrales par primitivation et par intégration par parties.

Exemples de calcul de valeurs approchées d'une intégrale au moyen d'un encadrement de la fonction.

Exemples de calcul d'aires planes à l'aide du calcul intégral, et du calcul de volumes de solides usuels (bouteille, prisme, cylindre, cône,...), à l'aide de la formule $V = \int_a^b S(z) dz$.

Géométrie

Les activités géométriques répondent à deux objectifs principaux :

- entretenir la *pratique des objets géométriques usuels* du plan et de l'espace ;
- exploiter des situations géométriques comme *source de problèmes*, notamment en analyse, et, inversement, entretenir une *vision géométrique* grâce à la mise en œuvre systématique d'*activités graphiques* (tracés de courbes, schémas,...) permettant de représenter les objets mathématiques étudiés dans les différentes parties du programme.

Comme en Première, il n'y a pas de contenus spécifiques à la classe de Terminale en géométrie, mais dans toutes les parties du programme des exercices ou problèmes peuvent prendre appui sur une situation géométrique et demander la mise en œuvre de connaissances simples acquises dans les classes antérieures.

Toute intégration par parties doit faire l'objet d'une indication.

On se limitera à des exemples très simples, et les encadrements à utiliser devront être fournis.

Les formules donnant les volumes des solides usuels n'ont pas à être mémorisées.

En Terminale A1 certains des exemples étudiés pourront être tirés de l'histoire du calcul intégral.

Université Paris 7 - I.R.E.M
 Tour 56 couloir 56/55 - 3e étage
 2, place Jussieu 75005 PARIS.

Tel : 43 36 25 25
 Poste : 53 83

OCTOBRE 1986

PUBLICATIONS DE L'I.R.E.M PARIS 7

BROCHURES

<u>N°</u>	<u>Titre</u>	<u>Prix</u>	<u>Avec Port</u>
4	Groupe Français-Mathématiques (Tome 1).....	37F	47F
5	Quelques réflexions sur la démonstration.....	16F	24F
7	Pavages et coloriage.....	11F	18F
10	Calcul mental.....	14F	21F
11	Calcul 1.....	15F	22F
12	Calcul 2.....	19F	26F
14	De la température résultante à l'angle solide.....	12F	19F
15	Groupe Français-Mathématiques (Tome 2).....	35F	45F
16	Les jeux du "Club des Cordelières".....	31F	38F
17	Coloriages géométriques.....	26F	40F
21	Almanathématique.....	11F	18F
22	Frises.....	11F	18F
23	Récurrance.....	31F	41F
24	Climatisons les Mathématiques.....	20F	30F
25	Les Forces en statique.....	9F	16F
26	Bibliographie pour l'enseignement des Maths.....	23F	33F
27	Nombre d'or.....	49F	63F
28	Rotations/Angles.....	21F	31F
29	La vitesse.....	20F	30F
30	Représentations graphiques.....	22F	32F
32	Les Angles.....	47F	61F
34	Métrologie.....	20F	30F
35	Activités spatiales.....	26F	36F

36 Trains épicycloïdaux.....	23F	33F
38 Conception du cercle chez les élèves de l'école élémentaire.....	36F	46F
39 Pot Pourri.....	27F	37F
40 Groupe de recherche Aviation/Enseignement (1).....	12F	19F
41 Réseaux.....	43F	63F
43 Cinématique relativiste.....	20F	27F
45 Petites variations ou l'art de dériver sans le savoir.....	23F	33F
46 Nombres à l'école élémentaire.....	30F	40F
47 Matériaux pour Logo.....	21F	31F
48 Mesure des longueurs et des aires.....	24F	34F
49 Devoirs à la maison pour le premier cycle.....	23F	33F
50 Groupe de recherche Aviation/Enseignement (2).....	12F	19F
51 Instruments de Géométrie.....	11F	18F
53 Lisp et Prolog.....	24F	34F
54 Echelles logarithmiques.....	11F	18F
55 Dessin géométrique.....	15F	22F
56 Héliomath.....	17F	24F
57 Statistiques.....	36F	46F
58 Informatique et Mathématiques en Terminale C.....	51F	61F
59 "Et si la descriptive servait à quelque chose".....	28F	35F
60 Groupe de recherche Aviation/Enseignement.....	21F	31F
61 Mathématiques : Approche par des textes historiques.....	36F	46F
62 Liaison Ecole-Collège, Nombres décimaux.....	41F	51F
63 Une section de Deug SSM Première année 84-85.....	43F	56F
64 Une année de Géométrie en Terminale C.....	21F	31F
65 Programmes de Mathématiques Ecole Elémentaire et Collèges.....	9F	16F
66 Programmes de Mathématiques des Lycées Techniques.....	22F	32F
67 Programmes de Mathématiques des Lycées Classiques.....	17F	24F

LES CAHIERS DE DIDACTIQUE

<u>N°</u>	<u>Titre</u>	<u>Auteur(s)</u>	<u>Prix</u>	<u>Avec Port</u>
1	De l'ingénierie didactique.....	J. Robinet	2F	6F
2	Quelques éléments de théorie piagétienne et... didactique des Mathématiques.....	J. Rogalski	5F	9F
3	Rapport enseignement apprentissage : Dialectique outil-objet, jeux de cadre.....	R. Douady	5F	9F
5	Quelques concepts, quelques généralités et quelques références.....	Collectif	2F	6F
6	De la didactique des Mathématiques à l'heure actuelle.....	R. Douady	5F	9F
7	Acquisition des premiers concepts de l'analyse sur $\mathbb{R}$ dans une section ordinaire de première année de DEUG.....	F. Boschet A. Robert	14F	21F
8	Modélisation et reproductibilité en didactique des Mathématiques.....	M. Artigue	8F	12F
9	Histoire de la convergence uniforme.....	J. Robinet	4F	8F
10	Des Analystes avant l'analyse.....	M.C Bour	6F	10F
12	A propos de l'acquisition de la bidimension- nalité chez les élèves d'âge préscolaire et scolaire.....	J. Rogalski	9F	16F
13	Enseignement et acquisition de la bidimen- sionnalité (Analyse des effets macroscopiques de l'enseignement).....	J. Rogalski	5F	9F
15	Analyse non standard et enseignement.....	M. Artigue V. Gautheron E. Isambert	15F	22F

16	Typologie de logiciels pouvant impliquer des activités mathématiques à l'école élémentaire : quelques résultats.....	F. Tréhard	7F	11F
17	Une intervention en didactique des Mathématiques à des élèves instituteurs en 3ème année d'école normale (FP3).....	A. Robert	10F	17F
18	Rapports enseignement/Apprentissage (début de l'analyse sur R).....			
	Fascicule 0 : connaissance des élèves sur les débuts de l'analyse sur R à la fin des études scientifiques secondaires françaises.....	A. Robert	3F	6F
	Fascicule 1 : Analyse d'une section de DEUG A première année (les connaissances antérieures et l'apprentissage).....	A. Robert	8F	12F
	Fascicule 2 : Analyse d'une section de DEUG A première année (connaissances antérieures et procédures en cours d'apprentissage).....	C. Houard M. Quatreuille	4F	8F
	Fascicule 3 : Les limites de l'évaluation : - la section témoin - heurs et malheurs de la section expérimentale.....	A. Robert	5F	9F
19	Introduction de la multiplication à l'école primaire : histoire, analyses didactiques, manuels actuels.....	D. Butlen	21F	31F
20	A propos de l'enseignement de la proportionnalité.....	M. Pezard	3F	7F
21	Les réels : Quels modèles en ont les élèves ?	J. Robinet	10F	16F
22	Une séquence d'enseignement sur l'intégrale en DEUG A première année.....	D. Grenier M. Legrand F. Richard	18F	28F
23	Comment faire du neuf avec du vieux ? Tracés de courbes en Logo.....	P. Jarraud	6F	9F

Supplément au n° 23 :			
Comment faire du neuf avec du vieux ?			
Tracés de courbes en Logo II.....	P. Jarraud	3F	6F
24 Représentation des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et du collège.....			
	M.J Perrin	11F	18F
25 ₁ Utilisation de l'ordinateur pour l'apprentis- sage d'un algorithme de calcul des produits Compte-rendu de l'expérimentation.....			
	D. Butlen C.Lethielleux	3F	6F
25 ₂ Utilisation de l'ordinateur pour l'apprentis- sage d'un algorithme de calcul des produits Compte-rendu de l'expérimentation.....			
	D. Butlen C. Lethielleux	12F	19F
26 L'histoire de l'enseignement des Mathéma- tique comme sujet de recherches en didac- tique des Mathématiques.....			
	G. Schubring	7F	11F
27 Basic, Riemann, Darboux Illustration de l'intégrale sur un micro- ordinateur.....			
	P. Jarraud	4F	8F
28 Didactique dans l'enseignement supérieur : une démarche.....			
	A. Robert	8F	12F
29 Esquisse d'une genèse des notions d'algèbre linéaire enseignées en DEUG.....			
	J. Robinet	18F	28F
30 Sur l'analyse des traités d'analyse : les fondements du calcul différentiel dans les traités français, 1870-1914.....			
	M. Zerner	5F	9F
31 Etude comparative de diverses productions d'étudiants de première année de DEUG scientifique selon les séries de baccalauréat d'origine.....			
	H. Authier M. Cantacuzene	16F	22F
32 Un essai d'expérience didactique : L'enseignement des Mathématiques à l'école expérimentale de Bonneuil S/Marne.....			
	I. Bloch	10F	16F

DIVERS

Intelligence artificielle.....	J.P Roy	2F	6F
Questionnaire pour comprendre.....	E. Saltiel	20F	30F
DEUG SSM Section E - Un an de fonctionnement...	M. Artigue	22F	32F
Bulletin de liaison des professeurs de Mathématiques.....		7F	11F

REPRODUCTION DE TEXTES ANCIENS

(ancienne série)

I Disme (Simon Stevin).....	4F	8F
II Géométrie élémentaire (Félix Klein).....	12F	19F
IV Dictionnaire Mathématique (M. Ozanam).....	18F	25F

(nouvelle série)

N° 1 : Histoire des recherches sur la quadrature du cercle (J.E Montucla).....	26F	36F
N° 2 : Elémens du calcul des probabilités (Marquis de Condorcet).....	19F	26F
N° 3 : Traité des Indivisibles (Gilles Personne de Roberval).....	24F	34F

BROCHURES INTER-I.R.E.M

N° 2 : Technologie et Mathématiques en F.....	35F	45F
N° 3 : Quelles activités pour quel apprentissage.....	35F	45F

BULLETINS INTER-I.R.E.M

N° 21 : Rétroprojection.....	10F	20F
N° 22 : Catalogue des publications I.R.E.M.....	20F	30F
N° 23 : Enseignement de la géométrie.....	15F	25F
N° 24 : Astronomie.....	20F	30F

THESES

Aline Robert :		
L'acquisition de la notion de convergence des suites numériques dans l'enseignement supérieur.		
Divers articles de Mathématiques.....	101F	121F
Jacqueline Robinet :		
Ingénierie didactique de l'élémentaire au supérieur.....	63F	77F
Michèle Artigue :		
Contribution à l'étude de la reproductibilité des situations didactiques.....	60F	74F
(en réd.)	33F	43F
Régine Douady :		
Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des Mathématiques		
- Une réalisation dans tout le cursus primaire.....	111F	131F
Denis Butlen :		
Apport de l'ordinateur à l'apprentissage des écritures multiplicatives au cours élémentaire.....	28F	38F
Farasololalao Rakotovoavy :		
Difficultés linguistiques et pédagogiques soulevées par l'emploi dans les textes Mathématiques de certains adjectifs marqueurs de variance.....	36F	46F

Monique Pezard :

Une expérience d'enseignement de la proportionnalité aux
élèves instituteurs..... 39F 49F

Claudine Gautier :

Etude de quelques pratiques d'élèves autour de l'emploi de
"suites d'opérations"..... 31F 41F

D. Djament :

Une expérience d'enseignement des Mathématiques dans un
cours préparatoire d'une zone d'éducation prioritaire..... 51F 61F

Editeur : I.R.E.M

Directeur/Responsable de la publication ; Michèle ARTIGUE

Tirage : 200 exemplaires

dépôt légal ; 2-86612-041-8

octobre 86

I.R.E.M PARIS VII - Tour 56-55 - 3e étage - 2 Place Jussieu 75005 PARIS