

ire.m.

UNIVERSITE PARIS VII

ETUDE COMPARATIVE DE DIVERSES PRODUCTIONS D'ETUDIANTS DE
PREMIERE ANNEE DE DEUG SCIENTIFIQUE SELON LES SERIES DE
BACCALAUREAT D'ORIGINE

PAR H. AUTHIER

ANNEXE SUR LA METHODE GRAPHIQUE

PAR M. CANTACUZENE

cahier de
didactique des
mathématiques
numéro
31

SEPTEMBRE 1986

Introduction : Problématique et méthodologie.

Cette étude se situe dans une problématique explicitée antérieurement (voir cahiers de didactique N° 18-1). Dans ce qui suit la référence aux résultats de recherches antérieures renverra aux résultats explicités dans les cahiers de didactique N° 18-0 ou 18-1.

Plus précisément nous désirons confirmer et affiner des conditions "nécessaires" de réussite en termes de connaissances antérieures en analyse.

Ces connaissances sont caractérisées par leur mise en fonctionnement dans les différents cadres d'intervention possibles des notions testées. Cette caractérisation se fait par l'intermédiaire des blocs de connaissance et des procédures.

En particulier deux hypothèses sont à vérifier. La première est que des étudiants équivalents, c'est-à-dire ayant par exemple une même note à un prétest, apprennent mieux si leurs connaissances sont réparties dans divers cadres que si elles sont concentrées dans un nombre plus restreint de cadres.

La seconde est l'existence de connaissances minimales dans chaque cadre et ceci dans un nombre minimum de cadres, pour avoir une prévision positive d'apprentissage.

Nous mettons par ailleurs en relation ces conditions "nécessaires" et les études antérieures caractérisées par les séries de bac obtenues (essentiellement C, D et F). Nous pensons, en effet, que l'enseignement dispensé dans certaines sections privilégie certains cadres, par exemple le cadre numérique, au détriment des autres et que cela intervient dans les différences constatées au niveau de l'apprentissage ultérieur.

Pour réaliser ceci nous utilisons la méthode des blocs sur une épreuve passée en début d'année et des comparaisons avec d'autres épreuves ultérieures.

Par ailleurs nous testerons également une méthodologie particulière de dépouillement, (la graphique).

L'étude porte sur deux populations différentes d'étudiants de Deug SSM : une section normale de Deug (133 étudiants) et un groupe spécial destiné aux étudiants étrangers ou issus de terminale F, suivant un enseignement intégré (20 étudiants).

Tous les étudiants ont passé un même prétest. Les étudiants de la section normale ont passé deux partiels, un d'analyse et un d'algèbre en janvier. Les étudiants du groupe spécial ont eu quatre interrogations au cours du premier trimestre.

- * Pour le prétest, chaque copie a été affectée d'une note globale destinée à permettre des comparaisons ultérieures.

De plus un certain nombre de scores correspondant à des connaissances précises, appelées blocs de connaissance ont été attribués à chaque copie. Ces scores ont été attribués en fonction des réponses à une ou plusieurs questions de ce prétest. Nous avons retenu un bloc "calculs élémentaires" associé à la mise en oeuvre de calculs algébriques simples, un bloc " inégalités " associé à la manipulation d'inégalités sur \mathbb{R} , un bloc " ordre sur \mathbb{R} " associé à la mise en fonctionnement de notions simples d'ordre sur \mathbb{R} , deux blocs graphiques " production de graphes " et " interprétation de graphes " et enfin un bloc " mathématisation " associé à la faculté de mathématiser un problème donné et de fournir une réponse au problème initial.

Chaque copie a été affectée également d'un certain nombre de scores correspondant à l'utilisation de certaines procédures.

Nous avons retenu essentiellement trois types de procédures. La première " automatismes " est associée à l'utilisation de procédures algorithmiques évoquant des automatismes, dans des questions intervenant dans la détermination des blocs " calculs élémentaires " et " inégalités ".

Un deuxième type de procédures est associé à l'explicitation éventuelle des réponses et au type d'explicitation utilisé, dans les questions intervenant dans la détermination du bloc " interprétation des graphes ". Enfin une procédure est associée aux questions intervenant dans la détermination du bloc " ordre sur \mathbb{R} ".

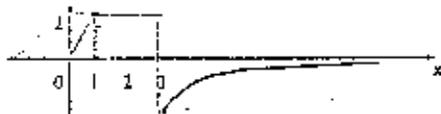
- * D'autre part, les partiels et les copies d'interrogation ont été affectés d'une note globale. Nous avons aussi relevé les procédures utilisées dans les interrogations.

Enfin ces données ont été traitées en utilisant des croisements deux par deux comme dans les cahiers 18, mais aussi globalement en utilisant la méthode de la graphique (voir annexe 1). Dans ce type de dépouillement, les données sont codées sous forme de cases plus ou moins noircies. Les colonnes représentent essentiellement les scores aux blocs et procédures aussi que les notes aux partiels et prétest. Les lignes représentent les étudiants. Cette méthode conduit à relier des colonnes et des lignes représentant le même type de répartition et noir et de blanc. Le regroupement des lignes permet de déterminer des familles d'étudiants ayant le même "profil" de connaissance, et des profils plus performants que d'autres.

Plan

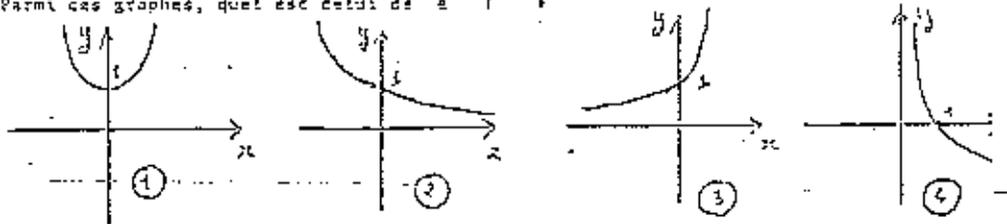
- I - Détermination des blocs et des procédures.
liens entre blocs et procédures.
- II - Comparaison des résultats, en termes de blocs et de procédures, des différentes populations.
- 1) scores aux blocs de connaissances selon les séries du bac.
 - 2) scores aux procédures selon les séries du bac.
 - 3) répartition du nombre de blocs de connaissance vides selon les séries du bac.
 - 4) Description des différentes familles issues du traitement des données par la graphique.
- III - Conditions "nécessaires" de réussite.
- 1) section normale : - réussite aux partiels selon le profil, le nombre de blocs vides.
 - à score au prétest égal, évolution des performances suivant le nombre de blocs vides.
 - blocs et procédures discriminants.
 - 2) Groupe spécial : - évolution personnelle en fonction du profil
 - procédures et difficultés lors des interrogations ultérieures. (liens avec le profil).
- IV - Le cas particulier du bac F :
- 1) participation et réussite à certaines questions du prétest selon les séries de bac.
 - 2) un prétest pour les F : propositions.

1. Représenter dans le plan $A = \{(x,y) : x \in \mathbb{R} ; y \in \mathbb{R} ; |x-1| \leq \frac{1}{2}\}$.
2. Soient deux réels a et b vérifiant $-1 < a < 1$, $-1 < b < 1$; donner un encadrement de $(a-b)$.
3. On considère l'ensemble des nombres de la forme $1 + \frac{1}{n}$ (n entier strictement positif). Cet ensemble est-il minoré ? majoré ? Justifier complètement.
4. Soit f une fonction de \mathbb{R}^+ dans \mathbb{R} dont le graphe est le suivant :



En quels points f est-elle continue ? En quels points f est-elle dérivable ?
Quelle est l'allure du graphe de la fonction dérivée ?

5. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation en x : $(x-1)^2 + 2 = 0$.
6. Quelle est la dérivée de la fonction $\sqrt{x^2-x+1}$?
7. Parmi ces graphes, quel est celui de e^{-x} ?



8. Quelles sont les valeurs de $\theta \in [0, 2\pi[$, pour lesquelles on a : $\cos \theta + \sin \theta > 1$?
9. Quelle est l'équation de la droite passant par les points $(-10,0)$ et $(10,149)$?
10. Étant donnés deux réels positifs u et v , existe-t-il toujours un rectangle de demi-périmètre u cm et d'aire v cm² ?
11. On considère l'application f de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par $f(x) = 0$ sur $[-1,0]$, $f(x) = \sqrt{2}|x| + \sqrt{2}$ sur $]0, +\infty[$ et $f(x) = \sqrt{x^2} - 1$ sur $]-\infty, -1[$. Résoudre $f(x) = \frac{4}{3}$.
12. Résoudre graphiquement l'inéquation suivante : $x^2 + 2x + 1 > 0$.

IL EST DEMANDÉ DE DÉMONTRER TOUTES LES AFFIRMATIONS MÊME SI CE N'EST PAS EXPLICITEMENT RÉDIT DANS L'ÉNONCÉ D'UNE QUESTION.

Texte du prétest

Ce prétest a été passé par 153 étudiants - 133 d'entre eux faisaient partie d'une section normale de Deug, 20 d'un groupe spécial destiné aux étudiants étrangers ou issus de terminale F, suivant un enseignement intégré.

La série de bac de 140 étudiants seulement était connue. Ils se répartissent de la façon suivante : 76 étudiants ont un bac C, 31 un bac D, 17 un bac F, 16 ont un autre bac (ce sont généralement des étrangers).

I - Détermination des blocs et des procédures (dans la prétest)

1) Blocs numériques

a) Bloc "calcul élémentaire" E .

On cherche à caractériser dans ce bloc la mise en oeuvre de calculs algébriques simples.

Les scores à ce bloc sont attribués en fonction des réponses aux questions 5, 6, 8 (à l'exclusion du traitement de l'inéquation) et 11.

le score 0 a été donné si deux réponses correctes au plus ont été fournies,
le score 1 a été donné si trois réponses correctes ont été fournies ,
le score 2 a été donné si au moins quatre réponses correctes ont été fournies.

b) Bloc "inégalités" I .

On cherche à caractériser dans ce bloc la mise en fonctionnement d'inégalités dans \mathbb{R} .

Les scores à ce bloc sont attribués en fonction des réponses aux questions 1 (traitement de l'inéquation), 2 et 8 (traitement de l'inéquation).

le score 0 a été attribué quand aucune réponse correcte n'a été fournie.
le score 1 a été attribué quand une réponse correcte a été fournie,
le score 2 a été attribué quand au moins deux réponses correctes ont été fournies.

c) Liens entre les deux blocs précédents : création d'un bloc numérique : N

On peut remarquer que le traitement par la graphique, dont nous reparlerons, indique une corrélation entre les deux blocs précédents.

Cela nous a amené à préciser cette relation dans les tableaux suivants :

Le premier tableau indique la répartition des scores au bloc E "calculs élémentaires" selon les scores au bloc I "inégalités".

scores au bloc E "calculs élémentaires"		scores au bloc I "inégalités"							
		0		1		2		total	
		effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%
0		11	58%	7	37%	1	5%	19	
1		15	25%	23	44%	16	31%	52	
2		14	17%	28	34%	40	49%	82	
total		38	25%	58	38%	57	37%	153	

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

Ce tableau permet de constater que les étudiants qui ont le score 2 au bloc "inégalités" ont plus souvent que la moyenne le score 2 au bloc "calculs élémentaires" et moins souvent que la moyenne le score 0 à ce bloc.

De même les étudiants qui ont le score 1 au bloc "inégalités" ont plus souvent que la moyenne le score 1 au bloc "calculs élémentaires" et moins souvent le score 2 à ce bloc. Il faut remarquer que pour le score 1 au bloc "inégalité" la répartition est plus proche de la moyenne que pour les autres. Les étudiants ayant le score 0 au bloc "inégalités" ont plus souvent que la moyenne le score 0 au bloc "calculs élémentaires" et moins souvent le score 2 à ce bloc.

Le deuxième tableau indique la répartition des scores au bloc I "inégalités" selon les scores au bloc E "calculs élémentaires".

Les effectifs sont les mêmes que dans le premier tableau, les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes

scores au bloc I "inégalités"	scores au bloc E "calculs élémentaires"			total
	0	1	2	
	%	%	%	%
0	29 %	12 %	2 %	12 %
1	34 %	40 %	28 %	34 %
2	37 %	48 %	70 %	53 %

Ce tableau confirme que les étudiants qui ont le score 0 au bloc "calculs élémentaires" ont plus souvent que la moyenne le score 0 au bloc "inégalité" et moins souvent le score 2 à ce bloc.

De même les étudiants ayant le score 1 au bloc "calculs élémentaires" ont plus souvent que la moyenne le score 1 au bloc "inégalité" et moins souvent le score 2 à ce bloc. Il faut remarquer que pour le score 1 au bloc "calculs élémentaires" la répartition est plus voisine de la moyenne que pour les autres.

Enfin, les étudiants ayant le score 2 au bloc "calculs élémentaires" ont plus souvent que la moyenne le score 2 au bloc "inégalité" et moins souvent le score 0 à ce bloc.

Cela nous amène, comme dans les recherches précédentes, à créer un bloc numérique N réunissant les deux blocs "inégalités" et "calculs élémentaires". Les scores à ce bloc sont attribués de la façon suivante :

Le score 0 au bloc numérique N (bloc vide) est attribué lorsque le score à l'un des deux blocs "inégalités" ou "calculs élémentaires" est 0 et l'autre au plus 1.

Le score 1 au bloc numérique (bloc à moitié plein) est attribué soit lorsque le score aux deux blocs "inégalités" et "calculs élémentaires" est 1 soit lorsque le score à l'un de ces deux blocs est 0 et que le score à l'autre bloc est 2.

Le score 2 au bloc numérique (bloc plein) est attribué lorsque le score à l'un des blocs "inégalités" ou "calculs élémentaires" est 1 ou 2 et que le score à l'autre bloc est 2.

d) Bloc "ordre sur \mathbb{R} " : 0.

On cherche à caractériser dans ce bloc la mise en fonctionnement de notions d'ordre simples sur \mathbb{R} .

Le score à ce bloc est attribué en fonction des réponses à la question 3 (minoration et majoration).

Le score 0 est attribué quand aucune réponse correcte n'est fournie.

Le score 1 est attribué pour une réponse correcte à la question de la minoration ou à celle de la majoration.

Le score 2 est attribué pour une réponse correcte à la fois à la question de la minoration et à celle de la majoration.

Pour l'attribution des scores les réponses du type :

" $\frac{1}{n}$ tend vers 0 quand n tend vers l'infini donc l'ensemble est minoré par 1 " n'ont pas été considérées comme correctes.

Elles l'ont par contre été dans un bloc 0^+ dont les scores ont été attribués de la même façon que pour le bloc 0 .

2) blocs "graphiques"

a) Bloc "production de graphes" : pg.

On cherche à caractériser dans ce bloc la production de graphes.

Le score à ce bloc est attribué en fonction des réponses aux questions 1 (à l'exclusion du traitement de l'inéquation), 4 (productions du graphe de la dérivée) et 12 (graphe de $x^3 + 2x + 1 = y$)

Le score 0 est attribué quand aucun graphe n'est produit.

Le score 1 est attribué quand l'un des graphes demandé est produit.

Le score 2 est attribué quand au moins deux des graphes demandés sont produits.

b) Bloc "interprétation de graphes" : ig.

On cherche à caractériser dans ce bloc la possibilité de "lire" une information sur un graphe.

Le score à ce bloc est attribué en fonction des réponses aux questions 4 (continuité, dérivabilité, graphes de la dérivée à l'exclusion de la production de ce graphe), 7. et 12 (résolution graphique).

Le score 0 a été attribué en cas de réponse correcte à au plus une question (la question 4 compte pour 3 questions).

Le score 1 a été attribué en cas de réponses correctes à 2 ou 3 questions.

Le score 2 a été attribué dans le cas de réponses correctes à au moins quatre questions.

c) Liens entre les deux blocs précédents : création du bloc graphique (G)

On peut remarquer que le traitement par la graphique, dont nous reparlerons, indique une corrélation entre les deux blocs précédents.

Cela nous a amené à préciser cette relation dans les tableaux suivants

scores au bloc "production de graphes" Pg scores au bloc Ig "interprétation de graphes"	0		1		2		total
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif %
0	16	40%	18	45%	6	15%	40
1	17	21%	38	47%	25	31%	80
2	0		6	18%	27	82%	33
TOTAL	33	21%	62	40%	58	38%	153

Ce premier tableau indique la répartition des scores au bloc Pg "production de graphes" selon les scores au bloc Ig "interprétation de graphes". Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

Le tableau permet de constater que les étudiants ayant le score 0 au bloc Ig "interprétation de graphes" ont plus souvent que la moyenne le score 0 au bloc Pg "production de graphes" et moins souvent le score 2 à ce bloc.

Les étudiants ayant le score 1 au bloc Ig "interprétation de graphes" ont plus souvent que la moyenne le score 1 au bloc Pg "production de graphes" et moins souvent le score 2 à ce bloc.

Comme précédemment on peut remarquer que pour ce score la répartition est plus voisine de la répartition moyenne.

Ceux qui ont le score 2 au bloc Ig "interprétation de graphes" ont plus souvent que la moyenne le score 2 au bloc Pg : "production de graphes" et moins souvent le score 0 ou 1 à ce bloc.

Le deuxième tableau indique la répartition des scores un bloc Ig "interprétation de graphes" selon les scores au bloc Pg "production de graphes". Les effectifs sont les mêmes que dans le tableau précédent, les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

scores au bloc Pg "production de graphes" \ scores au bloc Ig "interprétation de graphes"	0 %	1 %	2 %	total %
0	48 %	29 %	10 %	26 %
1	51 %	61 %	43 %	52 %
2	0	10 %	46 %	21 %

Ce tableau confirme que les étudiants ayant un score 0 au bloc Pg "production de graphes" ont plus souvent que la moyenne le score 0 au bloc Ig "interprétation de graphes" et moins souvent le score 2 à ce bloc.

Ceux qui ont le score 1 au bloc Pg "production de graphes" ont plus souvent que la moyenne le score 1 au bloc Ig "interprétation de graphes" et moins souvent le score 2 à ce bloc.

Enfin ceux qui ont le score 2 au bloc Pg "production de graphes" ont plus souvent que la moyenne le score 2 au bloc Ig "interprétation de graphes" et moins souvent le score 0 ou 1 à ce bloc.

Cela nous amène, comme précédemment, à créer un bloc graphique G réunissant les deux blocs "interprétation de graphes" et "production de graphes".

Les scores à ce bloc sont attribués de la façon suivante :

Le score 0 (bloc graphique vide) au bloc graphique est attribué lorsque le score à l'un des deux blocs "production de graphes" ou "interprétation de graphes" est 0 et que le score à l'autre est au plus 1 .

Le score 1 au bloc graphique (bloc graphique à moitié plein) est attribué soit lorsque le score à chacun des deux blocs "production de graphes" et "interprétation de graphes" est 1 , soit lorsque le score à l'un d'entre eux est 0 et le score à l'autre 2 .

Le score 2 au bloc graphique (bloc graphique plein) est attribué lorsque le score à l'un des deux blocs "production de graphes" et "interprétation de graphes" est 2 et que le score à l'autre est au moins 1 .

3) bloc "mathématisation".

On cherche à caractériser dans ce bloc la faculté de mathématiser un problème et de fournir la réponse au problème initial.

Le score à ce bloc a été attribué en fonction des réponses à la question 10.

Le score 0 a été attribué à ceux qui ne posent pas le problème en terme mathématiques (équation de 2e degré) et ne le résolvent pas.

Le score 1 a été attribué à ceux qui trouvent l'équation du second degré sans toutefois répondre à la question.

Le score 2 a été attribué à ceux qui répondent complètement et correctement à la question.

4) procédures :

Nous avons examiné cinq sortes de procédures. Notre choix a été motivé par les raisons suivantes. D'abord les procédures semblaient caractéristiques de certaines populations. Cela nous a permis en effet de mieux différencier ces populations. Ensuite, nous pensions que certaines de ces procédures pouvaient être liées à des cadres plus ou moins remplis ou préférentiels. Cela nous a permis d'affiner l'étude en termes de bloc et d'étudier l'incidence, à score aux blocs équivalent, des procédures sur les performances ultérieures.

a) Procédure "Automatismes" (Au) : Elle correspond à l'utilisation de procédures algorithmiques évoquant des automatismes. Ces procédures sont d'autre part inutiles ou erronées.

L'attribution des scores à cette procédure correspond au développement de $(x-1)^2$ dans la question 5, à l'acceptation de la racine négative dans la résolution de $\sqrt{2}x + \sqrt{2} = \frac{4}{3}$ dans la question 11 et à l'affirmation " $\cos\theta > \cos\theta'$ donc $\theta > \theta'$ " dans la question 8.

Ceux qui n'utilisent jamais ces procédures ont le score 0.

Ceux qui utilisent une de ces procédures ont le score 1.

Enfin ceux qui utilisent au moins deux de ces procédures ont le score 2.

b) Procédure "passage par le cadre numérique" (n) :

Elle correspond au besoin de donner des valeurs numériques explicites aux objets dans les questions graphiques.

Les scores à cette procédure sont attribués en fonction de l'attribution d'une valeur explicite à la fonction pour x supérieur à 3 dans la question 4, ou aux différentes fonctions de la question 7 et au refus d'utiliser le dessin ou à la volonté de rester dans le cadre numérique pour "résoudre" l'inéquation de la question 12.

Ceux qui n'utilisent aucune de ces procédures ont le score 0 , les autres ont le score 1 .

c) Procédure "justifications"

Elle correspond au fait de justifier les réponses dans les questions d'interprétation graphique (question 4, question 7).

Ceux qui ne justifient jamais ont le score 0. Ceux qui donnent une justification (généralement dans la question 7) ont le score 1 .

Ceux qui justifient au moins deux de leurs réponses ont le score 2.

d) procédure "limite" :

Cette procédure correspond au fait que l'étudiant a choisi de considérer la limite de $\frac{1}{n}$ dans la question 3, la limite en $+\infty$ pour justifier le choix du graphe dans la question 7.

Ceux qui n'utilisent aucune de ces procédures ont le score 0.

Ceux qui choisissent cette procédure dans les deux questions, ont le score 2.

Ceux qui ne l'utilisent que dans une question, ont le score 1 (mais l'on indiquera dans quelle question ils l'utilisent).

e) procédures marginales : Elles sont appelées ainsi car elles ne concernent qu'un petit nombre d'étudiants.

Il y en a deux : l'une correspond à l'utilisation du théorème des valeurs intermédiaires dans la question 11 ou la question 12. (elle est noté "utilisation des théorèmes" Th).

L'autre correspond à l'utilisation de dessins, en particulier dans les questions 8 et 11. (elle est notée "utilisation de dessins" UD).

5) Liens blocs de connaissance - procédures.

Pour étudier l'association éventuelle des procédures à des cadres plus ou moins pleins ou préférentiels nous avons étudié la répartition des scores aux différentes procédures selon les scores aux blocs "numérique" ou "graphique".

a) Liens avec le bloc numérique :

- Répartition des scores à la procédure "automatismes" selon les scores au bloc numérique

score à la procédure "Automatismes" \ score au bloc "numérique" N	0		1		2		total
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif %
0	14	42%	13	39%	5	18%	3
1	7	19%	22	59%	7	19%	37
2	25	30%	46	55%	13	15%	84
total	46	30%	81	53%	26	17%	153

Les pourcentages sont calculés sur le total de la ligne.

On constate que la répartition des étudiants ayant le bloc numérique plein, est identique à la répartition moyenne.

Par contre ceux qui ont un bloc numérique à moitié plein ont plus souvent que la moyenne le score 1 à la procédure "automatismes" et moins souvent le score 0 à cette procédure.

De même ceux qui ont un bloc numérique vide ont moins souvent que la moyenne le score 1 à la procédure "automatismes" et plus souvent le score 0 à cette procédure.

La répartition des scores à la procédure "automatismes" est peu liée aux scores au bloc numérique. Cependant ceux qui ont un bloc numérique vide soit n'utilisent pas cette procédure, soit l'utilisent plus systématiquement que la moyenne. Ceux qui ont un bloc numérique à moitié plein utilisent cette procédure plus souvent que la moyenne mais ils l'utilisent de façon moins systématique (ils ont moins souvent le score 2 à cette procédure et plus souvent le score 1)

- répartition des scores à la procédure "justification" selon les scores au bloc numérique :

scores au bloc numérique \ scores à la procédure "justification"	0		1		2		total
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif %
0	19	48%	10	31%	3	9%	32
1	13	35%	15	40%	9	24%	37
2	17	20%	33	39%	34	40%	84
total	49	32%	58	38%	46	30%	153

Les pourcentages sont calculés sur le total de la ligne.

On constate que ceux qui ont le bloc numérique vide ou à moitié plein ont plus souvent le score 0 à la procédure "justification" et moins souvent le score 2 à cette procédure. (Ceci est d'ailleurs plus accentué pour ceux qui ont le bloc numérique vide).

Par contre ceux qui ont le bloc numérique plein ont moins souvent que la moyenne le score 0 à la procédure justification et plus souvent le score 2 à cette procédure.

La répartition des scores à la procédure "justification" est liée aux scores au bloc numérique. En effet plus le bloc numérique est rempli plus le score 2 où la procédure est fréquent, moins le score 0 est fréquent.

- répartition des scores à la procédure "passage par le cadre numérique" selon les scores au bloc numérique :

scores à la procédure "passage par le cadre numérique" scores au bloc numérique	0		1		total effectif %
	effectif	%	effectif	%	
0	27	85%	5	15%	32
1	23	62%	14	38%	37
2	45	53%	39	46%	84
TOTAL	95	62%	58	38%	153

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

On peut constater que ceux qui ont un bloc numérique vide ont plus souvent que la moyenne que le score 0 à la procédure "passage par le cadre numérique" et moins souvent le score 1 à cette procédure.

Cette répartition est inversée pour ceux qui ont bloc numérique au moins à moitié plein, elle est aussi plus proche de la répartition moyenne.

Il semble donc que la mise en oeuvre de cette procédure soit liée à un bloc numérique au moins à moitié plein.

- Répartition des scores à la procédure "limite" selon les scores au bloc numérique.

scores à la procédure "limites" scores au bloc numérique	0		1 question 3		1 question 7		2		total effectif
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	
0	18	57%	10	30%	1	3%	3	9%	32
1	12	32%	14	38%	4	11%	7	19%	37
2	36	43%	19	23%	18	21%	11	13%	84
TOTAL	66	43%	43	28%	23	15%	21	14%	153

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

On constate que si la répartition des étudiants ayant le score 2 au bloc numérique est voisine de la répartition moyenne, il n'en n'est pas de même pour ceux qui ont le bloc numérique vide.

Ces derniers ont plus souvent que la moyenne le score 0 à la procédure.

Ils ont également moins souvent que la moyenne le score 2 à cette procédure. Ils utilisent moins souvent que la moyenne la procédure "limite" à la question 7. Les étudiants ayant un bloc numérique à moitié plein utilisent plus souvent que la moyenne la procédure "limite" à la question 7. Ils ont moins souvent que la moyenne le score 0.

En résumé : la répartition de l'utilisation de la procédure "limites" dans la question 3 n'a pas l'air liée aux scores au bloc numérique, ceux qui ont un score 1 au bloc numérique l'utilisent seulement un peu plus fréquemment que les autres. Par contre l'utilisation de la procédure dans la question 7 suppose un bloc numérique au moins à moitié plein.

b) Liens avec le bloc graphique

- Répartition des scores à la procédure "automatismes" selon les scores au bloc graphiques.

scores à la procédure "automatismes"	0		1		2		total effectif %
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	
0	6	11%	34	64%	13	24%	53
1	19	45%	18	43%	5	12%	42
2	21	36%	29	50%	8	14%	58
total	46	30%	81	53%	26	17%	153

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

Ceux qui ont le bloc graphique vide utilisent plus souvent que la moyenne la procédure "automatismes" (aussi bien avec le score 1 que le score 2).

Ceux qui ont le bloc graphique au moins à moitié plein utilisent moins souvent que la moyenne la procédure "automatismes". On peut remarquer que chez ceux qui ont le bloc graphique à moitié plein cette tendance est accentuée.

La procédure "automatismes" semble donc liée à un bloc graphique vide, mais aussi dans une certaine mesure à un bloc graphique plein bien que dans ce cas elle soit utilisée moins souvent que la moyenne.

- Répartition des scores à la procédure "justifications" selon les scores au bloc graphique

scores à la procédure "justifications" scores au bloc graphique	0		1		2		total
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif %
0	23	43%	21	40%	9	17%	53
1	16	38%	17	40%	9	21%	42
2	10	17%	20	34%	28	48%	58
total	49	32%	58	38%	46	30%	153

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

On peut constater que ceux qui ont le score 0 ou 1 au bloc graphique utilisent moins souvent que la moyenne en procédure "justifications".

De même ceux qui ont le bloc graphique plein utilisent plus souvent que la moyenne cette procédure, en particulier ils ont plus souvent que la moyenne le score 2 à cette procédure.

Plus le bloc graphique est plein, plus souvent la procédure justification est utilisée.

- Répartition des scores à la procédure "passage par le cadre numérique" selon les scores au bloc graphique.

scores à la procédure "passage par le cadre numérique" scores au bloc graphique	0		1		total
	effectif	%	effectif	%	effectif
0	38	72%	15	28%	53
1	26	62%	16	38%	42
2	31	53%	27	46%	58
total	95	62%	58	38%	153

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

On peut constater que ceux qui ont le bloc graphique à moitié plein (score 1) utilisent cette procédure aussi souvent que la moyenne.

Par contre ceux qui ont un bloc graphique vide (score 0) l'utilisent moins souvent que la moyenne, ceux qui ont un bloc graphique plein (score 2) l'utilisent par contre plus souvent que la moyenne.

Pour cette procédure aussi plus le bloc graphique est plein, plus souvent la procédure est utilisée.

- Répartition des scores à la procédure "limites" selon les scores au bloc graphique.

scores à la procédure "limites" au bloc graphique	0		1 question 3		1 question 7		2		total effectif
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	
0	20	38%	21	40%	4	7%	8	15%	53
1	20	48%	8	19%	7	17%	7	17%	42
2	26	45%	14	24%	12	21%	6	10%	58
total	66	43%	43	28%	23	15%	21	14%	153

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

Ceux qui ont le bloc graphique vide (score 0) utilisent plus souvent la procédure limite que la moyenne, mais ils utilisent moins la procédure "limite" dans la question 7 que la moyenne.

Ceux qui ont le bloc graphique plein ou à moitié plein (score 1 ou 2) utilisent la procédure "limite" à peine moins que la moyenne. Par contre ils utilisent plus souvent la procédure "limite" dans la question 7.

La procédure "limite" dans la question 3 semble d'autant plus souvent utilisée que le bloc graphique est moins plein, par contre l'évolution est inverse pour la procédure "limite" dans la question 7.

En résumé =

Les procédures considérées sont de deux ordres. La procédure "automatismes" et la procédure "limite dans la question 3" sont utilisées dans des questions testant des connaissances dans le cadre numérique, la procédure "justification", la procédure "passage par le cadre numérique" ou la procédure "limite" dans la question 7 sont utilisées dans des questions testant des connaissances dans le cadre graphique.

Pour la première catégorie de procédures on peut constater^{que} leur mise en oeuvre n'est pas très liée aux scores au bloc numérique (même si leur utilisation est plus fréquente chez les étudiants qui ont le score 1 au bloc numérique et moins fréquente chez ceux qui ont le score 0 à ce bloc).

Par contre l'une comme l'autre sont liées à la présence d'un score 0 au bloc graphique (bloc vide).

Pour la seconde catégorie de procédures on constate que leur fréquence augmente avec le score au bloc graphique. Cela correspond à la nature de ces procédures. De plus leur mise en oeuvre suppose un bloc numérique suffisamment rempli (au moins à moitié plein). En fait ces procédures consistent souvent à l'explicitation en termes numériques de questions graphiques. Elles sont en fait l'expression d'un passage du cadre graphique au cadre numérique.

II - Comparaison des résultats au prétest, en termes de blocs et de procédures et des séries de bac

1) Répartition des scores aux blocs de connaissance en fonction de la série de bac:

a) Blocs numériques :

- Blocs "calculs élémentaires".

série de bac scores au bloc "cal- culs élémén- taires"	C		D		F		"autres"		total	
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%
0	11	14%	10	32%	4	23%	8	50%	33	93%
1	29	38%	10	32%	9	53%	7	44%	55	40%
2	36	47%	11	35%	4	23%	1	6%	52	37%
total	76	99%	31	99%	17	99%	16	100%	140	

Remarque : les copies prises en compte pour cette comparaison sont celles dont la série de bac était connue soit 140 seulement (sur 153 copies de prétest).

Les pourcentages sont calculés sur le total de la colonne.

On constate que les titulaires d'un bac C sont ceux qui ont le meilleur score (puisque'ils ont plus souvent que la moyenne le bloc "calculs élémentaires" plein et moins souvent que la moyenne le bloc vide).

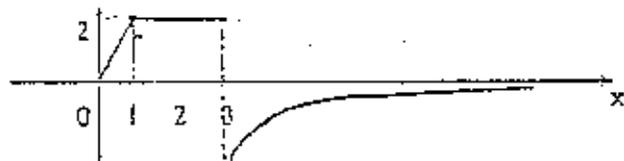
Les titulaires d'un "autre bac", en majorité des étrangers sont ceux qui ont le plus mauvais score (la moitié d'entre eux ont un bloc vide, 1 seul sur 16 a un bloc plein).

Les titulaires d'un bac D ou F ont des scores intermédiaires : les titulaires d'un bac D ont plus souvent que la moyenne un bloc vide, les titulaires d'un bac F ont pour 75% d'entre eux au plus un bloc à moitié plein.

La comparaison entre les titulaires d'un bac D et d'un bac F montre que les seconds sont moins souvent que les premiers un bloc vide, et moins souvent que les premiers un bloc plein.

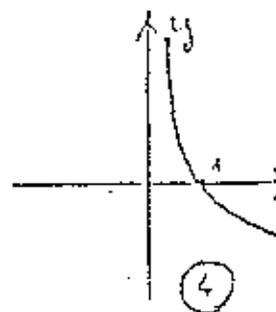
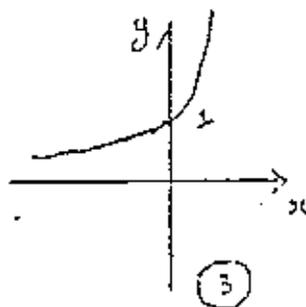
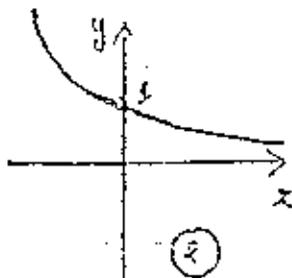
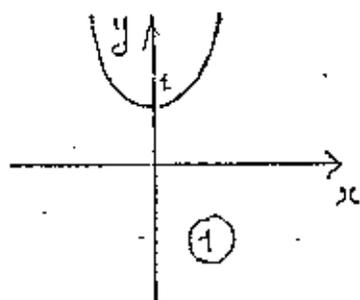
- Bloc "inégalités" I

1. Représenter dans le plan $A = \{(x,y) ; x \in \mathbb{R} ; y \in \mathbb{R} ; |x-1| < \frac{1}{2}\}$.
2. Soient deux réels a et b vérifiant $-1 < a < 4$, $-3 < b < -1$; donner un encadrement de $(a-b)$.
3. On considère l'ensemble des nombres de la forme $1 + \frac{1}{n}$ (où n entier strictement positif). Cet ensemble est-il minoré ? majoré ? Justifier complètement.
4. Soit f une fonction de \mathbb{R}^+ dans \mathbb{R} dont le graphe est le suivant :



En quels points f est-elle continue ? En quels points f est-elle dérivable ?
 Quelle est l'allure du graphe de la fonction dérivée ?

5. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation en x : $(x-1)^2 + 2 = 0$.
6. Quelle est la dérivée de la fonction $\sqrt{x^2 - x + 1}$?
7. Parmi ces graphes, quel est celui de e^{-x} ?



8. Quelles sont les valeurs de $\theta \in [0, 2\pi[$, pour lesquelles on a : $\cos \theta + \sin \theta > 1$
9. Quelle est l'équation de la droite passant par les points $(-10, 0)$ et $(10, 149)$?
10. Etant donnés deux réels positifs u et v , existe-t-il toujours un rectangle de demi-périmètre u cm et d'aire v cm² ?
11. On considère l'application f de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par $f(x) = 0$ sur $[-1, 0]$, $f(x) = \sqrt{2}|x| + \sqrt{2}$ sur $]0, +\infty[$ et $f(x) = \sqrt{-x^2} - 1$ sur $] -\infty, -1[$. Résoudre $f(x) = \frac{4}{3}$.
12. Résoudre graphiquement l'inéquation suivante : $x^3 + 2x + 1 > 0$.

IL EST DEMANDE DE DEMONSTRER TOUTES LES AFFIRMATIONS MÊME SI CE N'EST PAS EXPLICITEMENT REDIT DANS L'ENONCE D'UNE QUESTION.

Texte du sujet

séries de bac scores au bloc "inégalités"	C effectif%		D effectif%		F effectif%		autres effectif%		total effectif%	
0(bloc vide)	2	3%	2	6%	5	29%	6	37%	15	11%
1(bloc à moitié plein)	23	30%	13	42%	5	29%	7	44%	48	34%
2(bloc plein)	51	67%	16	52%	7	41%	3	19%	77	55%
total	76		31		17		16		140	

Les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

On constate que presque tous les étudiants titulaires d'un bac C ou D ont au moins un bloc "inégalités" à moitié plein. Ils se différencient par les scores 2 au bloc "inégalités" (la moitié des D contre les 2/3 des C ont un bloc "inégalités" plein).

Par contre les titulaires d'un bac F, ou d'un "autre bac" ont pour le tiers d'entre eux un bloc "inégalités" vide.

- Bloc numérique N :

séries de bac scores au bloc numérique	C effectif%		D effectif%		F effectif%		autres effectif%		total effectif%	
0	6	8%	4	13%	6	35%	11	69%	27	19%
1	19	25%	12	39%	2	12%	2	12%	35	25%
2	51	67%	15	48%	9	53%	3	19%	78	56%
total	76		31		17		16		140	

Les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

On retrouve, bien sur, les tendances constatées dans les tableaux relatifs à la répartition des scores aux blocs "calculs élémentaires" et "inégalités".

Ce sont les titulaires d'un bac C qui ont le meilleur score, 8% d'entre eux seulement ont un bloc numérique vide, 67% d'entre eux ont un bloc numérique plein.

Les titulaires d'un "autre bac" ont le plus mauvais score : 69% d'entre eux ont un bloc numérique vide.

Les titulaires d'un bac D ou d'un bac F ont des scores intermédiaires : les premiers réussissant légèrement mieux que les seconds puisque 13% contre 35% ont un bloc numérique vide et 39% contre 12% un bloc à moitié plein.

- Blocs "ordre sur R" : 0 et 0*

scores au bloc "ordre sur R" \ séries de bac	C		D		F		autres		total	
	effectif%		effectif%		effectif%		effectif%		effectif%	
0	21	28%	19	61%	11	65%	11	69%	62	44%
1	23	30%	6	19%	5	29%	3	19%	37	26%
2	32	42%	6	19%	1	6%	2	12%	41	29%
TOTAL	76		31		17		16		140	

les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

On peut voir que les 2/3 environ des titulaires d'un bac D, F ou "autre bac" ont le bloc "ordre sur R" vide.

Les titulaires d'un bac F ont un plus mauvais score que les titulaires d'un bac D puisque 1 seul d'entre eux (6%) contre 19% des seconds a un bloc "ordre" plein.

scores au bloc "ordre sur R" \ séries de bac	C		D		F		"autres bacs"		Total	
	effectif%		effectif%		effectif%		effectif%		effectif%	
0	0		1	3%	8	47%	6	37%	15	11%
1	34	45%	16	52%	6	35%	7	44%	63	45%
2	42	55%	14	45%	3	18%	3	19%	52	37%
total	76		31		17		16		140	

On peut constater que la prise en compte des réponses du type " $\frac{1}{n}$ " tend vers 0 quand n tend vers l'infini donc l'ensemble est minoré par 1", permet aux titulaires du bac D d'avoir un score comparable à celui des titulaires du bac C. Par contre la différence entre les titulaires d'un bac D et ceux d'un bac F s'accroît puisque la moitié de ces derniers ont un bloc 0* vide (contre 3% pour les titulaires d'un bac D).

En résumé : La répartition des scores aux blocs numériques selon la série de bac est assez contrastée. On peut voir une différence entre ce qui se passe d'une part pour les blocs "calculs élémentaires" "inégalités" et "numérique" et d'autre part pour les blocs "ordre sur \mathbb{R} ". Cela justifie en partie le choix de constituer un bloc numérique uniquement à partir des blocs "calculs élémentaires" et "inégalités", et non comme dans les recherches précédentes à partir de ces deux blocs et du bloc "ordre sur \mathbb{R} ". Le traitement par la graphique dont nous reparlerons, donne d'ailleurs une spécificité à ce bloc "ordre sur \mathbb{R} " alors qu'il fait apparaître une corrélation entre les blocs "calculs élémentaires" et "inégalités". Si l'on regarde la répartition des scores aux blocs "calculs élémentaires", "inégalités" et "numérique" on voit un certain nombre d'analogies.

D'abord, dans tous ces blocs, ce sont les titulaires d'un bac C qui ont, de loin, les meilleurs scores.

De même ce sont les titulaires d'un "autre bac" qui ont les plus mauvais scores. Ce sont pour la plupart des étudiants étrangers (14 sur 16) : peut-être y-a-t-il des problèmes de compréhension de la langue ?

Les titulaires d'un bac D ou F ont des scores intermédiaires. En ce qui concerne les blocs précédents, les titulaires d'un bac D ont de meilleurs scores que les titulaires d'un bac F.

On peut en particulier souligner le faible score des bacs F dans le bloc "inégalité". C'est à ce niveau que se fait la différence entre les titulaires d'un bac D ou d'un bac F. En ce qui concerne le bloc "calculs élémentaires" leurs résultats sont assez comparables.

Si l'on regarde la répartition des scores aux blocs "ordre sur \mathbb{R} " et que

l'on ne prend pas en compte les réponses du type " $\frac{1}{n}$ tend vers 0 quand n tend vers l'infini donc l'ensemble est minoré par 1", on constate que les titulaires des Bac D, F, "autres bacs" ont des résultats assez comparables et mauvais (les 2/3 environ ont le bloc vide).

Par contre les titulaires d'un bac C, seuls, réussissent ; les 3/4 d'entre eux environ (72%) ont au moins un bloc à moitié plein. On a donc dans ce cas une opposition très nette entre les titulaires des bac C d'une part et les autres d'autre part.

Par contre, si on prend en compte les réponses du type précédent on a un contraste entre les titulaires d'un bac C ou d'un bac D qui ont presque tous au moins un bloc à moitié plein, et les titulaires d'un bac F ou d'un "autre bac" d'autre part qui pour 47% (ou 37%) d'entre eux ont un bloc vide.

En ce qui concerne les bac F, la question 3 est très peu abordée. On peut se demander toutefois si les raisons de cette désaffection sont liées à une méconnaissance de l'ordre sur \mathbb{R} ; par exemple, l'indexation par \mathbb{N} de l'ensemble peut jouer un rôle. Nous reparlerons de cette question dans la partie IV.

5) Blocs graphiques :

- Bloc "production de graphes"

scores au bloc "production de graphes"	série de bac		C		D		F		autres bacs		total	
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%
0	8	10%	11	35%	5	29%	7	44%	31	22%		
1	29	38%	12	39%	9	53%	6	37%	56	40%		
2	39	51%	8	26%	3	18%	3	19%	53	38%		
total	76		31		17		16		140			

Les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

On constate là encore que les titulaires d'un bac C ont les meilleurs scores (puisque 89% d'entre eux ont au moins un bloc "production de graphes" à moitié plein, et la moitié un bloc plein).

Les titulaires d'un "autre bac" ont les plus mauvais scores : 44% d'entre eux ont un bloc "production de graphes" vide, 81% ont au plus un bloc à moitié plein.

Les titulaires d'un bac D ou F ont des scores intermédiaires, assez comparables.

- Bloc "interprétation de graphes"

scores au bloc "interprétation de graphes"	séries de bac		C		D		F		"autres bacs"		total	
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%
0	17	22%	6	19%	3	18%	9	56%	35	25%		
1	34	44%	1	6%	12	70%	6	37%	73	52%		
2	25	33%	4	13%	2	12%	1	6%	32	23%		
TOTAL	76		31		17		16		140			

Les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

On constate que les titulaires d'un bac C, D ou F ont à peu près aussi souvent le bloc "interprétation graphique" vide (score 0 à ce bloc) (20%).

Par contre les titulaires d'un "autre bac" ont les plus mauvais scores au bloc "interprétation de graphes" puisque plus de la moitié d'entre eux ont le score 0 à ce bloc, et 1 seul a le score 2.

Les titulaires d'un bac C ont plus souvent que les titulaires d'un bac D ou F le score 2 au bloc "interprétation de graphes". Les derniers ayant la même répartition aux scores à ce bloc.

- Bloc graphique :

séries de bac scores au bloc graphique	C		D		F		"autres"		total	
	effectif	%								
0	20	26%	14	45%	5	29%	9	56%	48	34%
1	16	21%	8	26%	9	53%	4	25%	37	26%
2	40	52%	9	29%	3	18%	3	19%	55	39%
TOTAL	76		31		17		16		140	

On constate que les titulaires d'un "autre bac" ont toujours les plus mauvais scores.

Par contre les titulaires d'un bac C ou d'un bac F ont aussi souvent les uns que les autres le score 0 au bloc graphique, et beaucoup moins souvent que les titulaires d'un bac D.

Les titulaires d'un bac F ou d'un bac D ont beaucoup moins souvent que les titulaires d'un bac C, le score 2 au bloc graphique (les bacs D ont d'ailleurs un peu plus souvent ce score que les bacs F).

En fait, le bloc graphique permet de différencier les titulaires d'un bac D ou d'un bac F alors que les blocs "interprétation de graphes" ou "production de graphes" ne le permettaient pas.

Les scores 0 aux blocs "interprétation de graphes" et "production de graphes" sont attribués aux mêmes étudiants en grande majorité en ce qui concerne ceux qui sont titulaires d'un bac F, et à des étudiants différents en ce qui concerne ceux qui sont titulaires d'un bac D.

On peut dire que les titulaires d'un bac C ont de meilleurs scores que les autres aux blocs graphiques (malgré une fréquence de scores 0 au bloc "interprétation de graphes" comparable à celle des titulaires d'un bac F ou D).

Les titulaires d'un "autre bac" ont toujours les plus mauvais scores. Par contre contrairement au bloc numérique, les titulaires d'un bac F ont de meilleurs scores que les titulaires d'un bac D.

c) Bloc "mathématisation" :

séries de scores au bac bloc "mathématisation"	C		D		F	autres
	effectif	%	effectif	%	effectif	effectif
0	42	55%	24	77%	16	15
1	16	21%	5	16%	1	1
2	18	24%	2	6%	0	0
TOTAL	76		31		17	16

Les pourcentages sont calculés sur le total de la colonne.

On remarque que les titulaires d'un bac F ou "autre bac" ont presque tous le score 0 au bloc mathématisation.

On peut constater d'ailleurs que les titulaires d'un bac F sont très peu nombreux à aborder cette question. Nous reviendrons sur ce sujet dans la partie IV.

Les titulaires d'un bac C ont pour moitié le score 0 au bloc "mathématisation" contre les trois-quarts des titulaires d'un bac D.

On peut constater de mauvais résultats de la part de tous les étudiants à ce bloc, même si les titulaires d'un bac C et, dans une moindre mesure, les titulaires d'un bac D ont de meilleurs scores que les autres.

Les résultats de ce premier paragraphe permettent de voir, comme dans les recherches antérieures que les titulaires d'un bac C ont de meilleurs scores que les autres étudiants (donc en particulier que les titulaires d'un bac D).

Plus précisément ils ont plus souvent que les autres, un minimum de connaissances dans tous les cadres d'intervention testés (à l'exclusion de l'interprétation de graphes). Dans ce cas, ils ont également, plus souvent que les autres, des connaissances solides (score 2) et ceci dans tous les cadres.

Si on compare la répartition des scores aux différents blocs, des titulaires d'un bac C d'une part, et des titulaires d'un bac D d'autre part, on peut mettre en évidence trois catégories de blocs.

La première catégorie de blocs comprend le bloc "Inégalités", le bloc "ordre sur \mathbb{R} " (0^+).

Pour ces deux blocs la répartition des scores des titulaires d'un bac C ou d'un bac D sont assez semblables (les titulaires d'un bac D ont un peu plus souvent que les autres le score 1)

La deuxième catégorie comprend les blocs "numérique" et "interprétation de graphes".

Dans ce cas les répartitions des scores de ces deux populations sont contrastées. En fait, les titulaires d'un bac C ou D ont presque aussi souvent les uns que les autres un minimum de connaissances dans ces cadres, mais les étudiants issus de terminale D ont beaucoup plus souvent des connaissances seulement moyennes.

La dernière catégorie comprend les blocs "ordre sur \mathbb{R} " (O), "production de graphes" "graphique", "mathématisation". Les répartitions des scores sont contrastées.

Dans ce cas les étudiants issus de terminale D ont plus souvent des trous dans les connaissances testées, et même s'ils n'ont pas de trous, leurs connaissances sont moins solides. Le bloc "calculs élémentaires" appartient aussi à cette catégorie, mais avec des répartitions moins contrastées.

Ces résultats sont légèrement différents de ceux des recherches antérieures.

Les résultats au bloc "ordre sur \mathbb{R} " (O*) et "inégalités" sont meilleurs (par rapport à ceux des étudiants issus de terminale C pour les étudiants issus de terminale D).

En fait l'étude question par question indique pour l'ensemble des étudiants une augmentation du nombre de réponses justes à la question 2, c'est à dire dans le traitement des inégalités. Peut-être y-a-t-il là un effet des nouveaux programmes de second cycle ?

Les résultats des étudiants issus de D au bloc "calculs élémentaires" sont (toujours par rapport aux résultats des étudiants issus de section C) moins bons.

En fait la répartition des étudiants issus de terminale D est du même type que celle établie dans le cahier 18-1, par contre les étudiants issus de terminale C ont de meilleurs scores. De plus on doit noter des modifications importantes quant aux questions prises en compte pour ce bloc, donc pour la détermination des scores à ce bloc.

Il reste, cependant, que les étudiants issus de terminale D (comparativement aux étudiants issus de terminale C) ont leurs meilleurs résultats dans le bloc "numérique", leur plus mauvais dans les blocs "ordre sur \mathbb{R} " (O), "graphique" et "mathématisation".

La présente étude permet de plus de comparer les résultats des titulaires d'un bac F ou "autres" à ceux des titulaires d'un bac D ou C. Les faibles effectifs rendent les résultats fragiles mais on peut voir des tendances. On constate que les titulaires d'un autre bac ont les plus mauvais scores à tous les blocs.

Dans chaque cadre testé, ils ont plus souvent que les autres, des trous dans leurs connaissances et même s'ils ont des connaissances elles sont, plus souvent, moins solides.

Ce groupe étant essentiellement composé d'étrangers et le prétest étant passé avant le début des cours, on ne peut exclure des problèmes de compréhension du texte, mais aucune étude n'a été faite dans ce sens.

Les titulaires d'un bac D ou F ont des scores intermédiaires. Comme pour les titulaires d'un bac D on peut regrouper les blocs en comparant la répartition des scores des étudiants issus de terminale F et de ceux issus de terminale C. Il n'y a pas de blocs dans la première catégorie. Par contre dans la deuxième catégorie on trouve trois blocs, "calculs élémentaires", "interprétation de graphes", "graphique".

Pour ces trois blocs, donc, les répartitions des résultats sont contrastées mais uniquement au niveau des scores 1 et 2, les titulaires d'un bac F ont plus souvent que ceux qui viennent d'une terminale C des connaissances seulement moyennes (score 1).

Dans la dernière catégorie, on trouve les blocs "inégalités", "numérique", "ordre sur \mathbb{R} " (0 et 0^*), "mathématisation", "production de graphes".

Pour ces blocs la répartition des scores est contrastée mais surtout au niveau des scores 0 et 2. Les titulaires d'un bac F ont plus souvent des trous dans les connaissances correspondantes et lorsqu'ils n'en n'ont pas, leurs connaissances sont plus souvent moins solides que celles des titulaires d'un bac C.

On voit donc que les titulaires d'un bac F ont leurs meilleurs résultats (comparativement à ceux d'un bac C) dans le bloc "graphique", et leurs moins bons dans les blocs "numérique", "ordre sur \mathbb{R} " (0) et "mathématisation".

Les deux derniers blocs sont aussi liés à de mauvais résultats pour les bac D. La comparaison des répartitions des scores à ces blocs pour les titulaires de bac D ou F montre que les premiers ont de meilleurs résultats que les seconds à ces blocs.

En ce qui concerne le bloc "ordre sur \mathbb{R} " les titulaires des bacs F ont plus souvent le bloc à moitié plein et les titulaires d'un bac D plus souvent ce bloc plein presque tous les titulaires d'un bac F ont le bloc "mathématisation" vide.

2) Répartition des scores aux procédures selon les séries de bac.

- Procédure : "automatismes".

scores à la procé- dure "automa- tismes"	séries de bac		C		D		F		"autres"	
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%
0	25	33%	7	22%	4	23%	4	25%		
1	40	53%	16	52%	10	59%	10	62%		
2	11	14%	8	26%	3	18%	2	12%		
TOTAL	76		31		17		16			

Les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

On peut constater une grande similitude des différentes répartitions des scores à la procédure "automatismes". Les titulaires du bac C ont un peu plus souvent le score 0 à cette procédure et ceux qui ont un bac D ont un peu plus souvent le score 2.

- Procédure "passage par le cadre numérique".

scores à la procédure "passage par le cadre numérique"	séries de bac C		D		F		"autres"		total	
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%
0	44	58%	18	58%	11	65%	14	87%	87	62%
1	32	42%	13	42%	6	35%	2	12%	53	38%
total	76		31		17		16		140	

Les pourcentages sont calculés sur le total de la colonne.

On peut voir que les titulaires de bac C ou D utilisent aussi souvent la procédure "passage par le cadre numérique" les uns que les autres.

Ils l'utilisent plus souvent que les titulaires d'un bac F et beaucoup plus souvent que les titulaires d'un "autre bac" (ces derniers sont très peu nombreux à utiliser cette procédure).

- Procédure "justification".

scores à la procédure "justification"	séries de bac C		D		F		"autres"		total	
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%
0	16	21%	9	29%	7	41%	12	75%	44	31%
1	30	39%	14	45%	6	35%	3	19%	53	38%
2	30	39%	8	26%	4	23%	1	6%	43	31%
TOTAL	76		31		17		16		140	

Les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

On peut constater que les titulaires d'un bac C sont ceux qui utilisent le plus souvent cette procédure (ils ont plus souvent que les autres le score 2 et moins souvent le score 0).

De même ce sont les titulaires d'un "autre bac" qui utilisent le moins souvent la procédure "justification". (ils ont plus souvent que les autres le score 0 et moins souvent le score 2).

Les répartitions des scores à cette procédure pour les titulaires de bac D ou F sont également contrastées. Les titulaires d'un bac F utilisent moins souvent cette procédure que ceux qui ont un bac D.

- Procédure "limite"

scores à la pro- cédure "limites"	séries de bac	C		D		F		autres	
		effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%
0		34	45%	9	29%	6	35%	10	62%
1 question 7		13	17%	1	3%	6	35%	0	
1 question 3		18	24%	14	45%	3	18%	5	31%
2		11	14%	7	22%	2	12%	1	6%
TOTAL		76		31		17		16	

Les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

On constate que les titulaires des "autres bacs" ont plus souvent le score 0 que les autres; ils sont suivis, par ordre de fréquence décroissante, par les titulaires de bac C, de bac F et enfin de bac D.

Ces derniers ont également plus souvent le score 2 que les titulaires des bacs F ou C, et que les titulaires d'un autre bac.

Par ailleurs tous n'utilisent pas cette procédure de la même façon.

En effet les titulaires d'un bac D utilisent massivement cette procédure dans la question 3 mais peu dans la question 7. Les titulaires d'un bac C l'utilisent aussi souvent dans l'une ou l'autre question.

Les titulaires d'un bac F l'utilisent plutôt dans la question 7 (en fait tous ceux qui justifient leur réponse dans la question 7 utilisent cette procédure).

- Procédures marginales :

séries de bac	C effectif	D effectif	F effectif	"autres" effectif
procédure "théorème des valeurs intermédiaires"	11	2	0	0
procédure "utilisation de dessin"	9	2	3	0

Les chiffres du tableau représentent l'effectif des populations concernées utilisant la procédure correspondante.

Les effectifs sont très réduits ce qui limite la signification des résultats. On remarque que les titulaires de bac F utilisent la procédure "utilisation de dessin" dans la même proportion que les titulaires de bac C et plus souvent que les titulaires de bac D.

On remarque aussi que la procédure "théorème des valeurs intermédiaires" n'est utilisé que par des étudiants issus de sections C ou D, plus souvent par les titulaires de bac C que ceux de bac D.

En résumé, la procédure "passage par le cadre numérique" est plutôt une procédure de titulaires de bac C et D, mais est utilisée par les titulaires d'un bac F. Par ailleurs la procédure "justification" est une procédure surtout utilisée par les titulaires de bac C et dans une moindre mesure de titulaires de bac D. Autrement dit les titulaires d'un bac F justifient peu leurs réponses, les titulaires d'un "autre bac" le font encore moins. Enfin la procédure limite est utilisée par les titulaires d'un bac D surtout dans la question 3, par les titulaires d'un bac F surtout dans la question 7 (les titulaires d'un bac C l'utilisent de la même façon dans les deux questions). On peut se rappeler à ce sujet les liens de la procédure limite dans les questions 7 et 3 avec, les blocs numérique et graphique d'une part, et la différentiation, précédente des titulaires des bacs F et D, concernant les blocs numérique et graphique d'autre part.

3) Répartition du nombre de blocs non vides en fonction de la série de bac.

série de bac / nombre de blocs non vides	C		D		F		autres	
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%
au plus moins de 3	16	21%	13	42%	7	41%	12	75%
4	17	22%	12	39%	10	59%	2	12%
au moins 5	43	56%	6	19%	0		2	12%
TOTAL	76		31		17		16	

Les blocs intervenant dans ce décompte sont les blocs : "calculs élémentaires", "inégalités", "ordre sur \mathbb{R} (0)", "interprétation de graphes", "production de graphes", "mathématisation".

Les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

On constate que les titulaires d'un bac C ont plus souvent que les autres (pour plus de la moitié d'entre eux) au moins 5 blocs ^{non} vides. Par contre les titulaires d'un autre bac ont plus souvent au plus 3 blocs non vides (les trois quarts sont dans ce cas).

Les titulaires des bac D et F ont pour 40% d'entre eux au plus trois blocs non vides.

Les 2/3 des titulaires d'un bac D et la totalité des titulaires d'un bac F restants ont 4 blocs non vides.

On peut donc déterminer des étudiants "types" (et éventuellement fictifs) suivant leur série de bac.

Un étudiant "type" ayant un "autre bac" aurait moins de trois blocs non vides : ce pourrait être un des deux blocs "calculs élémentaires" ou "inégalités" (mais pas les deux puisqu'il aurait le bloc numérique vide) et éventuellement des blocs graphiques. Il utiliserait peu de procédures.

Un étudiant "type" ayant un bac F aurait soit moins de 3 blocs non vides (ce seraient les blocs graphiques et le bloc "calculs élémentaires") soit quatre blocs non vides et ce seraient dans ce cas les trois blocs précédents complétés du bloc "inégalités".

Il utiliserait peu la procédure "justification", mais utiliserait la procédure limite dans la question 7.

Un étudiant "type" ayant un bac D aurait soit moins de 3 blocs non vides et ce seraient dans ce cas les trois blocs "calculs élémentaires", "inégalités" et "interprétation de graphes", soit 4 blocs non vides et il compléterait alors les 3 précédents par le bloc "production de graphes".

Il utiliserait un peu la procédure "justification" et il utiliserait la procédure limite dans la question 3.

Enfin un étudiant "type" ayant un bac C aurait au moins les blocs "calculs élémentaires", "inégalités", "production de graphe", complétés par le bloc "interprétation graphique" ou "ordre sur \mathbb{R} " (0) ^{numérique} (et même dans la plupart des cas ces deux blocs). Il utiliserait la procédure justification.

La répartition effective des blocs pour chaque étudiant est l'objet du paragraphe suivant.

4) Description des différentes familles issues du traitement par la graphique (voir annexe 1)

Le tableau issu du traitement des données par la graphique (annexe 2) fait appa-

raître des colonnes qui se ressemblent en ce sens que les répartitions du noir et du blanc sont du même type dans chaque colonne.

Il y a d'abord les deux colonnes décrivant les scores aux blocs "calculs élémentaires" d'une part, et, "inégalités" d'autre part. C'est ce qui a donné l'idée de créer le bloc numérique.

Il y a ensuite trois colonnes dont deux décrivent les scores aux blocs "production de graphes" d'une part et "interprétation de graphes" d'autre part. C'est ce qui a donné l'idée de créer le bloc graphique. L'autre colonne décrit les scores au prétest.

Nous trouvons ensuite quatre colonnes qui décrivent les scores aux blocs "ordre sur $\mathbb{R}(O)$ " et "mathématisation" d'une part, les scores aux partiels d'autre part. Nous verrons si ces blocs sont plus discriminants que d'autres en ce qui concerne la réussite aux partiels dans le chapitre suivant. Enfin nous trouvons les quatre colonnes des scores aux procédures "automatismes" "limite", "passage par le cadre numérique" et "justification", puis les deux colonnes des procédures marginales. Par ailleurs, ce tableau fait aussi apparaître des bandes "horizontales" composées de lignes qui se ressemblent (en ce sens que les répartitions du noir et du blanc sont du même type dans chaque ligne).

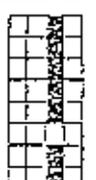
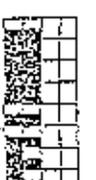
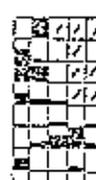
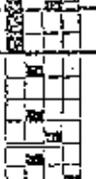
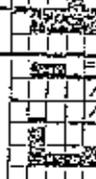
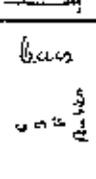
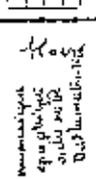
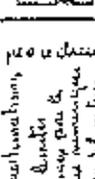
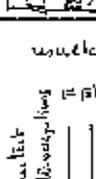
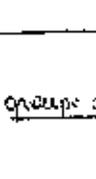
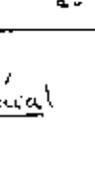
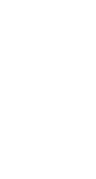
Cela nous permet de déterminer un certain nombre de familles d'étudiants ayant le même type de scores aux différents blocs.

Ce sont ces familles que nous allons décrire.

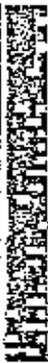
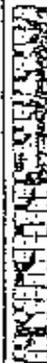
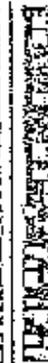
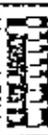
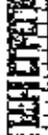
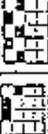
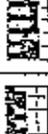
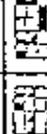
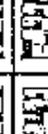
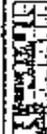
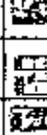
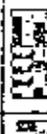
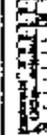
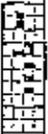
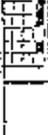
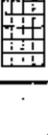
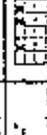
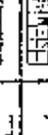
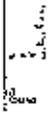
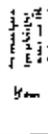
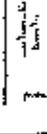
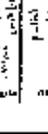
Dans le tableau suivant on n'envisage que des blocs de connaissance vides ou non vides.

Ainsi, un étudiant est réputé avoir le bloc numérique s'il a au moins un bloc numérique à moitié plein.

section normale

				famille ⑥ Koc numérique Koc graphique
				
				famille ⑤ Koc numérique Koc graphique
				
				famille ④ Koc numérique vide
				
bas 6 5 4 3 2 1	haut numérique graphique vide mathématique	protection culturelle littéraire paysage numérique vide mathématique	musicalité vide vide vide vide vide	

groupes spécial

				famille ③ Koc numérique graphique "vide sur 12" "mathématique"
				
				
				
				famille ① Koc numérique graphique "vide sur 12"
				
				
				
				famille ② Koc numérique graphique
				
				
				
				famille ② Koc numérique "vide sur 12" "mathématique"
				
				famille ② Koc numérique "vide sur 12"
				famille ② Koc numérique
				famille ① Koc numérique vide
				famille ① Koc numérique vide

bloc numérique effectif : 121 composition : 70C 27D 11F 5 "autres bacs"	Bloc numérique et bloc gra- phique effectif : 91 composition 54C 17D 9F 4 "autres bacs"	avec le bloc "mathématisation" effectif : 38 composition 30C 4D,	blocs numérique , graphique, "Mathématisation" effectif 10 famille ⑨ composition 4C, 3D, 1 "autre bac"
	avec le bloc "ordre sur \mathbb{R} " effectif : 55 composition : 43C, 7D,	blocs numérique, graphique, "ordre sur \mathbb{R} " effectif 28 famille ⑧ composition : 26C , 1D,	blocs numérique, graphique, "ordre sur \mathbb{R} " effectif 27 famille ⑦ composition : 17C, 6D, 2 "autres"
		bloc numérique et bloc graphique effectif 26 composition 7C, 7D, 9F, 1 "autre bac" famille ⑥	
bloc numérique bloc graphique vide effectif : 30 composition : 16C 10D 2F 1 "autre bac"	avec le bloc "mathématisation" effectif : 6 composition 3C 2D	bloc numérique et bloc "mathématisa- tion effectif 2 composition 1C, 1D famille ⑤	
	avec le bloc "ordre sur \mathbb{R} " effectif : 12 composition : 7C , 3D, 1 "au- tre bac"	bloc numérique, "mathématisation" et "ordre sur \mathbb{R} " effectif : 4 composition 2C, 1D famille ④	
	bloc numérique effectif : 16 composition : 8C, 6D, 2F .	bloc numérique et "ordre sur \mathbb{R} " effectif : 8 composition : 5C, 2D, 1 "autre bac" famille ③	
		bloc numérique effectif : 16 composition : 8C, 6D, 2F .	famille ②
bloc numérique vide effectif : 32 composition : 6C - 11 "autres bacs" - 6F - 4D .		famille ①	

Ces familles sont représentées sur le tableau ci-joint

La famille ① est constituée par les étudiants n'ayant pas le bloc numérique (c'est-à-dire ayant le score 0 à ce bloc).

Elle est composée essentiellement de titulaires de "autres bacs" et de bac F .

La famille ② est constituée par les étudiants n'ayant que le bloc numérique. Elle comprend 16 individus. Elle représente l'essentiel des étudiants titulaires d'un bac D qui ont un bloc graphique vide.

On peut remarquer que 2 étudiants seulement ayant un bac F sont dans cette famille. Elle est constituée de deux sous-groupes. En effet, on rassemble dans un même groupe ceux qui ont le bloc "interprétation de graphes" vide : cela concerne 6 étudiants ayant un bac C et 4 étudiants ayant un bac D.

On verra dans le chapitre suivant que ce sous-groupe se comporte de façon particulière aux partiels.

On peut faire quelques remarques quant aux procédures utilisées, bien que les faibles effectifs limitent la signification des résultats.

scores aux procé- dures	procédures	"automatismes"		"limite"		"justification"		"passage par le cadre" numériqu	
		effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%
0		2	12%		6%	3	19%	11	69%
1		9	56%	quest.3:7	44%	8	50%	5	31%
				quest.7:2	12%				
2		5	31%		6 37%	5	31%		
total		16		16		16		16	

Les pourcentages sont calculés sur le total de la colonne.

On constate que seule la répartition des scores à la procédure "limite" s'éloigne de la répartition moyenne.

On remarque que cette procédure est surtout utilisée dans la question 3.

Cela est normal puisque la procédure "limite" dans la question 3 est plutôt associée à un bloc graphique vide.

La famille ③ est constituée d'étudiants ayant le bloc numérique et le bloc "ordre sur $\mathbb{R}^n(0)$. Cette famille ne comprend que 8 personnes donc 5 titulaires de bac C. Bien que les effectifs soient très réduits on peut remarquer que cette famille s'écarte de la moyenne en ce qui concerne l'utilisation des procédures.

Deux procédures sont plus souvent utilisées, il s'agit des procédures "justification" et "passage par le cadre numérique". Par contre la procédure "limite" est moins souvent utilisée, et dans une certaine mesure la procédure "automatismes" également.

Le tableau suivant détaille ces résultats

scores aux procédures	procédures		"automatismes"	"limites"	"justifications"	"passage par le cadre numérique"
			effectif %	effectif %	effectif %	effectif %
0	1	12%		5 62%	2 25%	4 50%
1	6	75%	quest.3 2 25% quest.7 1 12%		2 25%	4 50%
2	1	12%		0	4 50%	

Les pourcentages sont calculés sur le total de la colonne.

Nous trouvons ensuite deux familles d'effectifs encore plus restreintes.

La famille (4) et la famille (5) ayant respectivement 4 et 2 membres.

Les membres de ces familles ont le bloc numérique, le bloc "mathématisation" et pour le première seulement le bloc "ordre sur \mathbb{R} ".

On peut remarquer que les résultats relatifs à la répartition des scores aux procédures "limites" et "justification" dans la famille (3) sont valables pour la famille (4) mais par contre les résultats concernant la répartition des scores aux procédures "automatismes" et "passage par le cadre numérique" ne le sont plus.

Le tableau ci-dessous donne les résultats de la répartition des scores aux procédures pour la famille (4).

scores aux procédures	procédures		"automatismes"	"limites"	"justification"	"passage par le cadre nu- rique"
			effectif	effectif	effectif	effectif
0			0	2	0	4
1			2	question 3:1 question 7:1	3	0
2			2	0	1	

La famille ⑤ est plus importante. Elle comprend 26 personnes. Ses membres ont le bloc graphique et le bloc numérique. On y trouve plus de la moitié des bac F : (9 sur 17).

Si l'on regarde les procédures utilisées on peut dresser le tableau suivant

scores aux procédures	procédures		"automatismes"	"limites"	"justifications"	"passage par le cadre numérique"
			effectif%	effectif%	effectif%	effectif%
0	5	19%		12 46%	10 38%	16 61%
1	16	61%	quest.3 6 23%	quest.7 3 11%	8 31%	10 38%
2	5	19%		5 19%	8 31%	

Les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes

On peut constater une répartition très voisine de la moyenne globale (seul le score 0 à la procédure "automatismes" est un peu moins souvent rencontré et le score 1 un peu plus souvent que la moyenne).

Dans cette famille, on isolera ultérieurement les étudiants du groupe spécial dont on verra qu'ils utilisent plus souvent la procédure "automatismes", et la procédure limite dans la question 7 que les autres.

D'autre part, on isolera aussi un sous-groupe de 4 étudiants (2D,1F,1C) associant la procédure "passage par le cadre numérique" et la procédure "justification", c'est-à-dire des étudiants donnant des valeurs explicites aux fonctions dans la question 4 par exemple et dont les résultats semblent différents des autres.

La famille ⑦ comprend 27 personnes dont 17 titulaires de bac C.

On peut distinguer deux sous-groupes : le premier dont les membres ont un bloc numérique à moitié plein, le second dont les membres ont un bloc numérique plein.

On verra ultérieurement l'incidence éventuelle dans ce cas, du bloc numérique plus ou moins rempli sur la réussite aux partiels.

Le premier comprend 10 personnes : 6 étudiants issus de terminale C et 3 de terminale D.

Le deuxième comprend 17 personnes, dont 11 étudiants issus de terminale C et 3 de terminale D.

Ces deux groupes se différencient peu en ce qui concerne l'utilisation des procédures décrite dans le tableau ci-dessous

procédures / scores aux procédures.	"automatismes"		"limites"		"justification"		"passage par le cadre numérique"	
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%
0	14	52%	12	44%	7	26%	14	52%
1	10	37%	quest.3 : 6 quest.7 : 3	22% 18%	11	41%	13	48%
2	3	11%	4	15%	9	33%		

Les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

On constate que la procédure "automatisme" est moins souvent utilisée par cette population que par la population globale. Par contre les procédures "justification" et "passage par le cadre numérique" sont un peu plus souvent utilisées par cette population.

La famille (8) comprend 28 personnes dont 26 titulaires d'un bac C. Les étudiants de cette famille ont les blocs numérique, graphique, "ordre sur \mathbb{R} " et mathématisation.

On divise cette famille en deux groupes, en considérant les procédures utilisées. Il y a un premier groupe que l'on pourrait appeler "sans procédures".

Il est composé de 14 étudiants ayant tous le bac C.

Il se caractérise par un faible usage des procédures ce que l'on peut constater dans le tableau ci-dessous.

procédures scores aux procé- dures	automatismes		limites		justification		passage par le cadre numérique	
	effectif %		effectif %		effectif %		effectif %	
0	5	36%	8	57%	3	21%	13	93%
1	4	28%	quest.3 2 14%		8	57%	1	7%
			quest.7 4 28%					
2	5	36%	1	7%	3	21%		

Les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

En fait, plus qu'une augmentation de la fréquence du score 0 à la procédure "automatismes" c'est plutôt une diminution de la fréquence du score 1 à la procédure que l'on peut remarquer.

De même, pour la procédure "justification" on assiste en fait à une diminution par rapport à la fréquence moyenne, de la fréquence du score 0 à la procédure et surtout à une augmentation de la fréquence du score 1 à cette procédure.

Par contre, la fréquence du score 0 à la procédure limite est plus grande que dans la population totale, et la fréquence du score 2 à cette procédure plus faible. (on peut remarquer que c'est l'utilisation de la procédure limite dans la question 3 qui est moins fréquente que dans la population globale).

La procédure "passage par le cadre numérique" est quant à elle presque inutilisée. Le deuxième groupe est caractérisé par l'utilisation de la procédure "justification" et "passage par le cadre numérique".

procédures scores aux procé- dures	automatismes		limites		justification		passage par le cadre numérique	
	effectif %		effectif %		effectif %		effectif %	
0	4	28%	6	43%	1	7%	0	
1	9	64%	quest.3 3 21%		2	14%	14	
			quest.7 3 21%					
2	1	7%	2	14%	11	78%		

Les pourcentages sont calculés sur le total des colonnes.

On constate que la procédure "automatismes" est dans ce cas moins fréquemment utilisée que dans la population globale (le score 1 est plus fréquent et le score 2 moins fréquent).

La répartition des scores à la procédure "limite" est conforme à la répartition moyenne (seule la procédure limite dans la question 7 est un peu plus fréquemment utilisée).

Mais cette population se caractérise par la fréquence du score 2 à la procédure "justification" et 1 à la procédure "passage par le cadre numérique".

Une telle division a déjà été faite dans la population (6).

On verra ultérieurement si l'utilisation de cette procédure (rappelons que dans ce cas elle consiste essentiellement à donner une valeur explicite aux fonctions dans la question 4 ou 7) a une incidence sur la réussite aux partiels.

Enfin, nous avons une famille (9) plus restreinte puisqu'elle ne comporte que 10 membres (4 étudiants issus de terminale C, 3 issus de terminale D).

procédures scores aux procédures	automatismes effectif	limites effectif	justification effectif	passage par le cadre numé- rique effectif
0	5	2	4	5
1	5	quest. 3 : 7 quest. 7 : 1	3	5
2	0	0	3	

On rencontre donc dans cette famille moins souvent que dans la population globale la procédure "automatismes", ou "limite" dans la question 7. Par contre on rencontre plus souvent la procédure "limite" dans la question 3 et un peu plus souvent la procédure "passage par le cadre numérique".

En conclusion le traitement par la graphique des données nous a permis de déterminer des familles ayant la même répartition de blocs non vides.

Il y a en fait cinq grandes catégories d'étudiants :

Ceux qui ont le bloc numérique vide, ceux qui ont le bloc numérique au moins à moitié plein et le bloc graphique vide, ceux qui ont le bloc numérique et le bloc graphique, ceux qui ont le bloc numérique, le bloc graphique et le bloc "ordre sur \mathbb{R} ", et enfin ceux qui ont le bloc numérique, le bloc graphique, le bloc "ordre sur \mathbb{R} " et le bloc "mathématisation".

Les titulaires d'un "autre bac" sont dans la première catégorie.

Les titulaires d'un bac F sont soit dans la première, soit dans la troisième catégorie.

Les titulaires d'un bac D sont dans la deuxième ou la troisième ou la quatrième catégorie (dans une proportion moindre dans ces dernières).

Les titulaires d'un bac C sont essentiellement dans la quatrième et la cinquième catégorie.

La méthode nous a permis aussi de distinguer des groupements de procédures (par exemple l'association de la procédure "justification" et de la procédure "passage par le cadre numérique"), et aussi d'affiner l'étude des liens entre les scores aux blocs de connaissance et les procédures utilisées, en faisant apparaître par famille, donc à scores aux blocs de connaissance équivalents, des procédures préférentielles : par exemple la procédure "automatismes" est moins souvent utilisée par ceux qui ont le bloc numérique, le bloc graphique et le bloc "ordre sur \mathbb{R} " que par ceux qui n'ont que le bloc numérique et le bloc graphique.

Cependant les faibles effectifs des familles considérées (et surtout de certaines d'entre elles) rendent fragiles ces conclusions.

III - Conditions "nécessaires" de réussite.

i) Section normale

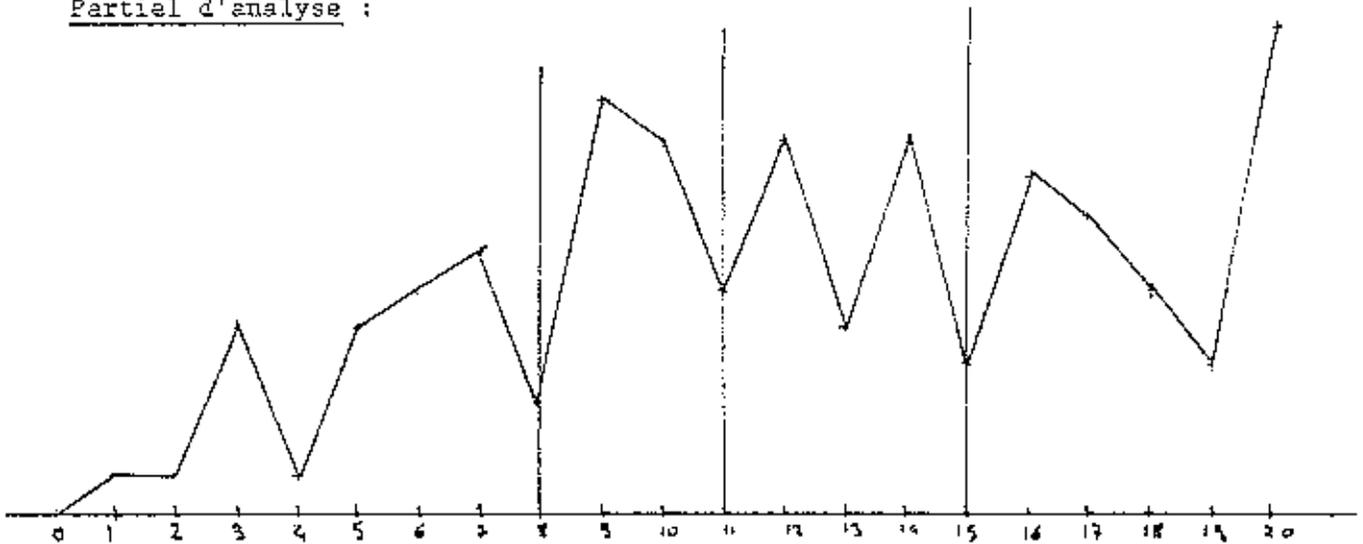
a) réussite aux partiels en fonction du profil

On appelle profil d'un étudiant, la composition en termes de blocs non vides de la famille à laquelle il appartient.

Pour chaque partiel, celui d'algèbre et celui d'analyse, un score a été attribué en fonction de la note obtenue. Il en a été fait de même pour le prétest.

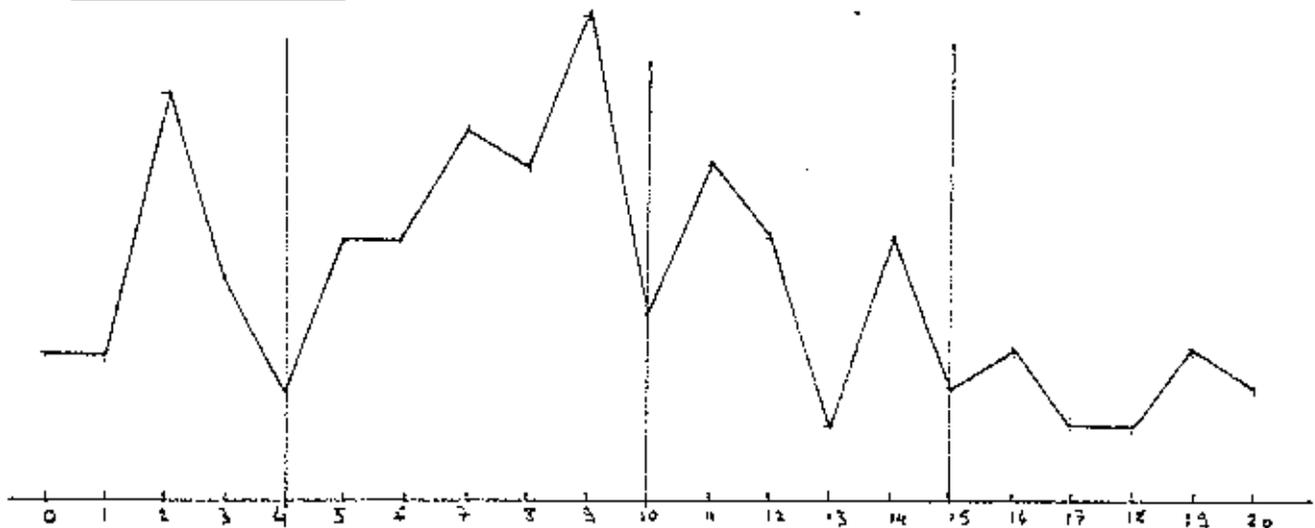
Pour établir les scores à ces différents partiels on a établi une courbe de dispersion des notes.

Partiel d'analyse :



Le graphique représente la courbe de répartition des notes au partiel d'analyse. Le score 0 a été attribué aux copies dont les notes étaient au plus égales à 8. Le score 1 a été attribué aux copies dont les notes étaient entre 9 et 11. Le score 2 a été attribué aux copies dont les notes étaient entre 12 et 15. Le score 3 a été attribué aux copies dont les notes étaient au moins égales à 16.

Partiel d'algèbre



Le graphique représente la courbe de répartition des notes au partiel d'algèbre.

Le score 0 a été attribué aux copies dont les notes étaient au plus égales à 4.
Le score 1 a été attribué aux copies dont les notes étaient entre 5 et 9.
Le score 2 a été attribué aux copies dont les notes étaient entre 10 et 14.
Le score 3 a été attribué aux copies dont les notes étaient supérieures ou égales à 15.

Le texte des partiels se trouve en annexe 3.

i) partiel d'analyse :

Le tableau suivant donne les scores obtenus au partiel d'analyse selon les familles décrites au chapitre suivant

scores au partiel familles	0		1		2		3		total
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif
① sous-groupe bloc "inégalités" non vides bloc vide sur \mathbb{R}	1		0		4		2		7
famille complète : bloc numérique vide	13	52%	4	16%	6		2		25
② sous-groupe : bloc "interprétation de graphe" vide	3		6		0		0		9
famille complète : bloc numérique	4		6		2		2		14
③ bloc numérique bloc "ordre sur \mathbb{R} "	1		1		3		2		7
④ blocs numérique, "ordre sur \mathbb{R} ", "mathématisation"	0		2		1		0		3
⑤ blocs numérique, "mathé- matisation"	1		0		0		1		2
⑥ sous-groupe : procédures "justification" et "passage par le cadre numérique"	5		0		0		0		5
famille complète : blocs numérique et graphique	7	39%	4	22%	4		3		18
⑦ sous-groupe : bloc numé- rique à moitié plein	4		0		3		3		10
famille complète : blocs numérique, graphique "ordre sur \mathbb{R} "	7	26%	5	18%	5	18%	10	36%	27
⑧ sous-groupe : procédure "justification" et "passage par le cadre numérique"	2		2		1		8		13
famille complète : blocs numérique, graphique "ordre sur \mathbb{R} " et mathéma- tisation"	4	14%	4	14%	2		18	64%	28
⑨ blocs numérique, graphique, "mathématisation"	0		3		4		2		9
Total	37	28%	29	22%	28	21%	39	29%	133

Les pourcentages lorsqu'ils sont indiqués sont calculés sur le total des lignes.

On peut constater, au vu des résultats indiqués dans ce tableau, qu'un bloc numérique vide est associé à l'échec au partiel d'analyse dans la mesure où 52% des membres de cette famille ont le score 0 au partiel.

On peut remarquer que les étudiants de ce bloc qui réussissent au partiel (score 3 ou 4 au partiel) ont pour la plupart le bloc "inégalité" non vide associé à un bloc "ordre sur \mathbb{R} " non vide.

On peut rapprocher ce résultat de celui de la famille (3) dont les membres ont le bloc numérique et le bloc "ordre sur \mathbb{R} " et réussissent au partiel d'analyse puisque 5 étudiants sur 7 de cette famille ont le score 2 ou 3 au partiel. La famille (2) est composée de deux groupes très contrastés.

Les étudiants du premier ont un bloc "interprétation de graphes" vide, et échouent au partiel (ils ont tous un score inférieur ou égal à 1), 4 sur 5 étudiants du second réussissent au partiel (score au moins égal à 2).

Si pour compléter ce résultat on regarde la famille (6) dont les membres ont le bloc numérique et le bloc graphique, on constate que cette famille est également constituée de deux groupes contrastés. Les étudiants du groupe constitué de ceux qui n'utilisent pas les procédures "justification" et "passage par le cadre numérique" ont une répartition des notes au partiel assez proche de la répartition moyenne (le score 3 étant un peu moins fréquent). Cela nuance donc le résultat précédent. Les étudiants utilisant les procédures "justification" et "passage par le cadre numérique" par contre, échouent tous au partiel (score 0).

On ne peut pas dire grand chose sur les familles (4) et (5) compte-tenu de leurs faibles effectifs.

La famille (7) est également composée de deux sous-groupes. On constate que les fréquences aux scores 0 ou 1 d'une part, 2 ou 3 d'autre part sont les mêmes pour les deux sous-groupes. Le fait d'avoir un bloc numérique plus ou moins plein ne jouerait pas à ce niveau. Par contre si l'on regarde d'une part les scores 0 et 1 d'autre part les scores 2 ou 3, on remarque que le score 0 est plus fréquent dans le groupe des étudiants ayant des blocs numériques à moitié plein, et le score 3 plus fréquent dans le groupe des étudiants ayant des blocs numériques pleins.

La réussite au partiel de cette famille est légèrement supérieure à la réussite de la population générale. (55% ont un score 2 ou 3 contre 49% dans la population globale).

La famille (9) semble un peu mieux réussir puisque 6 étudiants de cette famille sur 9 ont un score 2 ou 3, mais les effectifs sont vraiment très réduits.

Enfin la famille (8) est clairement associée à la réussite puisque 64% des étudiants.

de cette famille ont le score 3 et 28% le score 0 ou 1 (contre 30% et 51% dans la population globale).

On peut remarquer que le groupe utilisant les procédures "justification" et "passage par le cadre numérique" réussit un peu moins bien que l'autre groupe, 8 sur 13 (contre 10 sur 14) ont un score 3 au partiel mais le contraste existant pour le sous-groupe utilisant ces procédures dans la famille ⑥ a presque disparu dans la population ⑧.

Il faut souligner que les faibles effectifs limitent la signification des résultats précédents.

Il en est de même pour la partiel d'algèbre, de plus il faut souligner aussi pour ce dernier partiel que les questions du prétest étaient surtout des questions d'analyse, donc à priori moins adaptées au domaine algébrique.

ii) résultats au partiel d'algèbre

famille	scores au partiel		0		1		2		3		TOTAL
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif
① bloc numérique vide	10	40%	9	36%	5	20%	1	4%			25
② bloc numérique	7	50%	5	36%	1		1				14
③ bloc numérique bloc "ordre sur \mathbb{R} "	2		3		1		1				7
④ bloc numérique "ordre sur \mathbb{R} " "mathématisation"	0		2		1		0				3
⑤ blocs numériques "mathématisation"	1		0		1		0				2
⑥ sous-groupe : procédure "justification" et "passage par le cadre numérique"	2		3		0		0				5
famille complète : blocs numérique et graphique	9	50%	7	39%	2		0				18
⑦ sous-groupe bloc numé- rique à moitié plein	5		3		1		1				10
famille complète : blocs nu- mérique, graphique "ordre sur \mathbb{R} "	9	33%	6	22%	6	22%	6	22%			27
⑧ blocs numérique, graphique "ordre sur \mathbb{R} ", "mathématisation"	2	7%	5	18%	11	39%	10	36%			28
⑨ blocs numérique, graphique, "mathéma- tisation"	3		5		1		0				9
TOTAL	43	32%	42	31%	30	22%	18%	13%			133

Les pourcentages lorsqu'ils sont indiqués sont calculés sur le total des lignes. On constate que les étudiants des familles ②, ⑥, ⑨ échouent assez massivement au partiel d'algèbre puisque entre 86% et 89% des étudiants de ces familles ont au plus 9 au partiel d'algèbre (contre 64% dans la population globale). Cela est le cas aussi pour les familles ① et ③ mais dans une proportion moindre (75% des étudiants de ces familles ont au plus le score 1 au partiel).

Il n'y a pas de sous-groupes contrastés comme dans le cas du partiel d'analyse. Par contre les étudiants de la famille ⑧ réussissent puisque 78% des étudiants de cette famille ont au moins le score 2 et 37% d'entre eux ont le score 3 au partiel (contre 35% et 13% respectivement dans la population globale).

La population ⑦ a une répartition aux scores au partiel voisine de la moyenne, mais surtout, elle est composée de deux groupes très contrastés.

En effet, 80% des étudiants ayant un bloc numérique à moitié plein ont au plus le score 1, 59% des étudiants ayant un bloc numérique plein ont au moins le score 2. Ce contraste n'existait pas pour le partiel d'analyse.

En résumé, on peut dire que la famille ⑧, (composée d'étudiants n'ayant aucun bloc vide) est caractérisée par la réussite aux deux partiels.

La famille ⑦ a une répartition voisine de la moyenne pour les deux partiels (mais le sous-groupe des étudiants ayant le bloc numérique plein correspond à la réussite en algèbre).

Les étudiants de cette famille ont le bloc "mathématisation" vide et les autres pleins.

La famille ① ^{dont les membres ont} le bloc numérique vide correspond dans les deux cas à l'échec (sauf en analyse le sous-groupe ayant le bloc "Inégalités" et "ordre sur \mathbb{R} " non vides).

De même, la famille ② dont les membres n'ont que le bloc numérique correspond à l'échec aux deux partiels (en particulier en analyse le groupe de ceux qui ont le bloc "interprétation de graphes" vide).

La famille ⑥ des étudiants ayant un bloc numérique et un bloc graphique non vides correspond à l'échec en algèbre, mais seulement le groupe de ceux qui utilisent les procédures "justification" et "passage par le cadre numérique" correspond à l'échec en analyse.

Enfin deux populations correspondent à la réussite au partiel d'analyse mais pas à celui d'algèbre : la famille ③ de ceux qui ont le bloc numérique et le bloc "ordre sur \mathbb{R} " non vide, et la famille ⑨ de ceux qui ont tous les blocs non vides sauf le bloc "ordre sur \mathbb{R} ". Ces populations correspondent par contre à l'échec au partiel d'algèbre.

En conclusion on peut, compte-tenu des résultats précédents, en n'oubliant pas qu'ils portent sur de faibles effectifs, envisager un certain nombre de conditions "nécessaires" de réussite. Il faut d'ailleurs relativiser cette notion de "réussite" puisqu'elle ne s'appuie que sur la note à un partiel.

Une première condition "nécessaire" de réussite serait, en analyse, d'avoir soit un bloc numérique non vide, soit un bloc "inégalités" et un bloc "ordre sur \mathbb{R} " non vides.

Pour ceux qui ont le bloc numérique non vide, il semble "nécessaire" toujours en analyse de le compléter soit par un bloc "interprétation de graphes" soit par un bloc "ordre sur \mathbb{R} ".

Pour ceux qui ont un bloc numérique et un bloc graphique non vides, il semble, toujours en analyse, "nécessaire" soit de les compléter par un des deux blocs restants, soit de ne pas donner, dans les questions d'interprétation de graphes, des valeurs explicites aux fonctions.

En ce qui concerne l'algèbre, il semble "nécessaire" pour réussir d'avoir au moins les blocs graphique, numérique, et "ordre sur \mathbb{R} " non vides.

Dans le cas où l'on a ces trois blocs non vides il semble "nécessaire" soit de les compléter par le bloc "mathématisation", soit d'avoir un bloc numérique plein.

b) Réussite aux partiels suivant le nombre de blocs de connaissance non vides

Etude de l'évolution entre le prétest et les partiels suivant le nombre de blocs de connaissance non vides.

Les blocs de connaissance pris en compte sont les blocs "calculs élémentaires", "inégalités", "ordre sur \mathbb{R} (0)", "mathématisation", "production de graphes", "interprétation de graphes".

- Réussite au partiel d'analyse.

scores au partiel nombre de blocs non vides	0		1		2		3		TOTAL
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif %
au plus 3	17	39%	13	29%	9		5		44
4	8	31%	3	11%	9		6		26
au moins 5	12	19%	13	21%	10		28	44%	63
total	37	28%	29	22%	28	21%	39	29%	133

Réussite au partiel d'algèbre :

scores au partiel nombre de blocs non vides	0		1		2		3		total
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif %
au plus 3	20	45%	17	39%	5		2		44
4	11	46%	8	31%	6		1		26
au moins 5	12	19%	17	27%	19	30%	15	24%	63
TOTAL	43	32%	42	31%	30	22%	18	13%	133

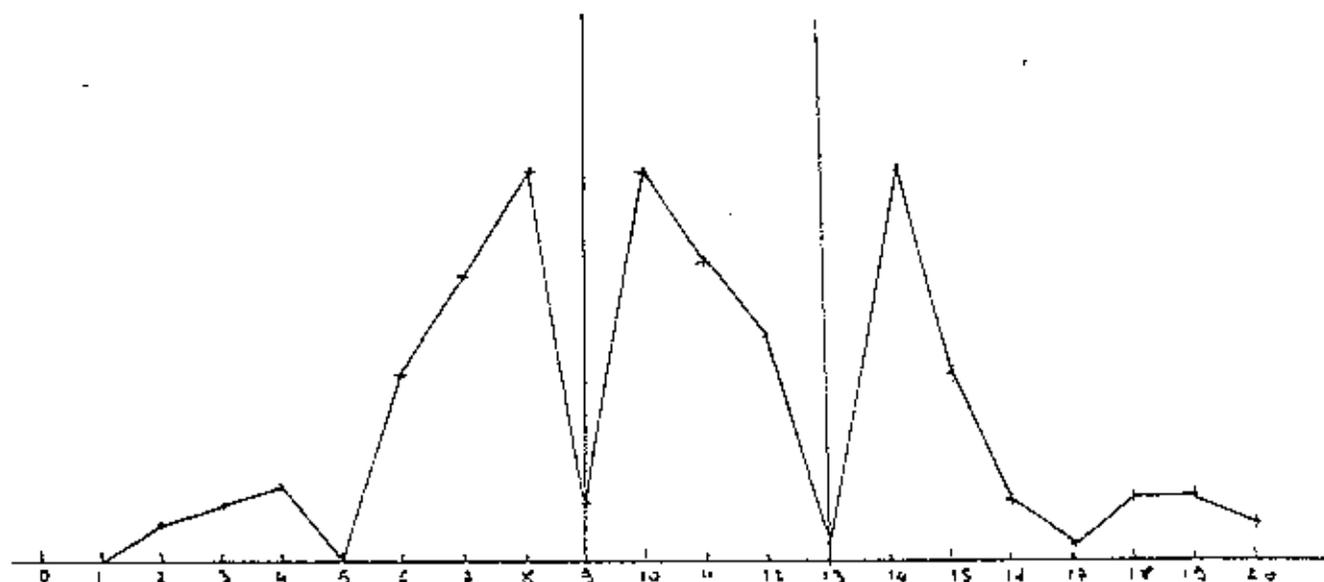
Les pourcentages éventuels sont calculés sur le total des lignes.

On remarque que les étudiants ayant au plus trois blocs non vides ont plus fréquemment les scores 0 et 1 que la moyenne, aux deux partiels.

De même, les étudiants ayant au moins cinq blocs non vides ont plus souvent les scores 2 et 3 que la moyenne, aux deux partiels.

Nous allons préciser ces résultats en regardant l'évolution entre les scores au prétest et les scores aux partiels en fonction du nombre de blocs non vides.

Comme pour les partiels on détermine des tranches significatives de notes en utilisant la courbe de dispersion des notes.



i) Répartition des scores aux partiels selon le nombre de blocs non vides lorsque la note au prétest est au plus égale à 9 .

Partiel d'analyse notes au partiel nombre de blocs non vides	note ≤ 9 effectif	note entre 10 et 11 effectif	note entre 12 et 15 effectif	note ≥ 16 effectif	total effectif
0 ou 1	5	1	1	0	7
2	11	1	2	0	14
3	7	3	3	3	16
4	2	0	1	0	3
5 ou 6	0	0	0	1	1
TOTAL	25	5	7	4	41

On constate donc que 16 de ceux qui ont au plus deux blocs non vides ont une note inférieure ou égale à 9 au partiel d'analyse. Par contre 11 de ceux qui ont au moins trois blocs non vides ont plus de 10 au partiel d'analyse. Les proportions sont presque inversées. De plus ces derniers ont de meilleurs résultats que les 5 étudiants ayant au plus deux blocs non vides et une note supérieure ou égale à 10 puisque 8 d'entre eux ont une note supérieure à 12 (dont 4 une note supérieure ou égale à 16).

Dans ce cas le nombre de blocs non vides a donc un lien très net avec la réussite au partiel.

Partiel d'algèbre

notes au partiel nombre de blocs non vides	note ≤ 9 effectif	note ≥ 10 effectif	
au plus 2	18	3	21
au moins 3	16	4	20

Pour le partiel d'algèbre la répartition des notes est la même dans les deux populations. Peut-être la nature du prétest, portant essentiellement sur des questions d'analyse est-elle à prendre en compte.

Répartition des notes aux partiels lorsque la note au prétest est entre 10 et 13.

Partiel d'analyse :

notes au partiel nombres de blocs non vides	note \leq 9 effectif	note entre 10 et 13 effectif	note \geq 14 effectif	total
3	2	3	2	7
4	9	4	10	22
5	6	6	7	19
6	2	1	4	7
total	17	14	23	55

Dans ce cas le nombre de blocs non vides n'a pas l'air d'être lié à la réussite au partiel d'analyse.

En effet 10 sur 29 ayant au plus 4 blocs non vides régressent contre 8 sur 26 ayant au moins 5 blocs non vides.

De même 12 sur 29 progressent dans le premier cas contre 11 sur 26 dans le deuxième. Ceci avait déjà été remarqué dans les recherches antérieures.

Partiel d'algèbre :

notes au partiel nombre de blocs non vides	note \leq 9 effectif	note $>$ 9 effectif	total effectif
3	6	1	7
4	17	5	22
5	12	7	19
6	2	5	7
total	36	18	55

Le contraste est là plus important que lorsque la note au prétest est inférieure ou égale à 9, en effet 23 sur 29 de ceux qui ont au plus 4 blocs non vides contre

14 sur 26 de ceux qui ont au moins 5 blocs non vides ont une note inférieure ou égale à 9 au partiel d'algèbre.

On peut remarquer aussi que la proportion de ceux qui ont moins de 9 au partiel décroît avec le nombre de blocs non vides.

Le sens de variation est le sens contraire quand on regarde ceux qui ont une note supérieure à 9 .

iii) Pour terminer cette étude on regarde la répartition des notes aux partiels pour une note au prétest supérieure à 13.

Partiel d'analyse.

notes au partiel nombre de blocs non vides	note \leq 13 effectif	note entre 13 et 16 effectif	note \geq 16 effectif	total effectif
4	1	0	0	1
5	6	3	6	15
6	6	1	13	20
total	13	4	19	36

Dans ce cas on constate donc un contraste entre ceux qui ont au plus 5 blocs non vides et ceux qui ont 6 blocs non vides.

Aussi bien en ce qui concerne les notes inférieures à 13 (7 sur 16 contre 6 sur 20), que pour les notes supérieures à 16 (6 sur 16 contre 13 sur 20).

Partiel d'algèbre :

notes au partiel nombres de blocs non vides	note \leq 13 effectif	note $>$ 13 effectif	total effectif
4 ou 5	11	5	16
6	7	13	20
total	18	18	36

Pour le partiel d'algèbre également on peut donc constater dans ce cas que ceux qui ont au plus 5 blocs non vides ont plus souvent que les autres une note inférieure ou égale à 13 au partiel. (on peut même constater qu'ils ont plus souvent une note inférieure à 9 au partiel puisque 10 d'entre eux sont dans ce cas contre 4 de ceux

qui ont 6 blocs non vides).

En résumé :

Dans la tranche de notes supérieures à 13 au prétest, les étudiants ont (sauf 1) 5 ou 6 blocs non vides. Pour les deux partiels, ceux qui réussissent le mieux sont ceux qui ont 6 blocs non vides. Les résultats des étudiants qui ont au plus 5 blocs non vides sont très différents de ceux des étudiants qui ont 6 blocs non vides. Dans la tranche de notes comprises entre 10 et 13 au prétest, on constate une différence entre 1^{er} partiel d'algèbre et celui d'analyse.

En effet, en algèbre les notes au partiel inférieures ou égales à 9 sont d'autant plus fréquentes que le nombre de blocs non vides est petit (on peut remarquer qu'aucun étudiant n'a moins de trois blocs non vides).

Par contre pour le partiel d'analyse, même si ceux qui ont au moins 5 blocs non vides réussissent légèrement mieux que les autres, il n'y a pas de réel contraste. Enfin, pour une note prétest inférieure ou égale à 9 on a une situation inversée par rapport à la précédente.

En effet les notes au partiel d'analyse inférieures ou égales à 9 sont d'autant plus fréquentes que le nombre de blocs vides est grand. Deux populations sont très contrastées celle des étudiants ayant au plus deux blocs non vides, et celle des étudiants ayant au moins trois blocs non vides (on peut remarquer que la majorité des étudiants a soit deux blocs non vides, soit trois blocs non vides).

Par contre la répartition des notes au partiel d'algèbre est sensiblement la même pour les étudiants ayant au plus deux blocs non vides et ceux qui ont au moins trois blocs non vides même si les premiers réussissent un peu moins bien que les seconds.

Autrement dit en règle générale, pour une même tranche de notes au prétest, il vaut mieux avoir le plus possible de blocs non vides. Pour chaque partiel, il y a une tranche de notes au prétest, pour laquelle cela joue très peu, mais ce n'est pas la même pour chaque partiel.

Les résultats confirment les résultats des recherches précédentes, il est à noter que nous n'avons pas ici étudié séparément les étudiants issus de série C ou D.

Il reste à regarder si certains blocs ou procédures, comme il a semblé l'apparaître dans l'étude par famille, sont discriminants.

c) Blocs et procédures discriminants

- Bloc numérique :

On a vu lors de l'étude par famille que le bloc numérique vide correspond, sauf exceptions, à l'échec aux deux partiels.

D'autre part on a vu, dans le cas d'une famille ayant le bloc numérique, le bloc graphique et "ordre sur \mathbb{R} " que le bloc numérique plein correspondait plus à la

réussite au partiel d'algèbre que le bloc numérique à moitié plein. C'est pour cela que nous établissons les tableaux suivants :

scores au bloc numérique \ scores au partiel d'analyse	0		1		2		3		total
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif %
0	13	52%	4	16%	6	24%	2	8%	25
1	9	29%	7	22%	6	19%	9	29%	31
2	15	19%	18	23%	16	21%	38	36%	77
total	37	28%	29	22%	28	21%	39	29%	133

scores au bloc numérique \ scores au partiel d'algèbre	0		1		2		3		total
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif
0	10	40%	9	36%	5	20%	1	4%	25
1	43	42%	13	42%	4	13%	1		31
2	20	26%	20	26%	21	27%	16	21%	77
TOTAL	3	33%	42	31%	30	22%	8	13%	133

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

L'examen du score 0 au bloc numérique est déjà fait puisque c'est ce qui caractérise la famille ①. On s'intéresse ici à l'incidence d'un bloc numérique plein ou à moitié plein sur la réussite aux deux partiels.

En ce qui concerne le partiel d'analyse on retrouve le fait déjà observé pour la famille ⑦ : la différenciation des étudiants ayant le bloc numérique plein de ceux qui ont un bloc numérique à moitié plein se fait au niveau des scores 0 et 3 au partiel d'analyse. Cependant globalement ceux qui ont un bloc numérique plein ont plus souvent les scores 2 et 3 que ceux qui ont un bloc numérique à moitié plein (ceci n'apparaissait pas dans l'étude de la famille ⑦ dont les membres, rappelons le, avaient un bloc graphique et un bloc "ordre sur \mathbb{R} " en plus du bloc numérique).

En ce qui concerne le partiel d'algèbre il y a une opposition très nette entre eux qui ont un bloc numérique à moitié plein et ceux qui ont un bloc numérique plein.

Cela confirme pour la population globale, le résultat observé pour la famille (7).

- bloc graphique :

Dans l'étude par famille on a vu pour la famille (3), composée d'étudiants n'ayant que le bloc numérique, l'importance du bloc "interprétation de graphes" vide dans l'échec au partiel d'analyse.

D'autre part on a constaté que les étudiants des familles ayant un bloc graphique vide, le bloc numérique et un bloc "ordre sur \mathbb{R} " ou "mathématisation" réussissaient moins bien que ceux des familles analogues mais dont les membres avaient le bloc graphique.

C'est pourquoi nous allons étudier la répartition des scores aux partiels d'analyse et d'algèbre en fonction des scores au bloc graphique, et pour le partiel d'analyse au bloc "interprétation de graphes".

scores au bloc "interprétation de graphes" \ scores au partiel d'analyse	0		1		2		3		total
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif
0	13	39%	10	30%	8	24%	2	6%	33
1	16	23%	16	23%	12	18%	24	35%	68
2	8	25%	3	9%	8	25%	13	41%	32
total	37	28%	29	22%	28	21%	39	29%	133

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

scores au bloc graphique \ scores au partiel d'analyse	0		1		2		3		total
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif
0	17	39%	12	28%	8	19%	6	14%	43
1	9	26%	7	20%	10	29%	8	23%	34
2	11	20%	10	18%	10	18%	25	45%	56
total	37	28%	29	22%	28	21%	39	29%	133

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

scores au partiel d'algèbre scores au bloc graphique	0		1		2		3		total
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif
0	20	46%	16	37%	6	14%	1		43
1	12	35%	13	38%	4	12%	5	15%	34
2	11	20%	13	23%	20	36%	12	21%	56
total	43	38%	42	31%	30	22%	18	13%	133

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

On constate que, comme prévu, la réussite aux partiels d'algèbre et d'analyse est liée aux scores au bloc graphique.

Plus précisément les étudiants qui ont le bloc graphique vide ont, pour les deux partiels, plus souvent le score 0 et le score 1 que la moyenne, et moins souvent le score 2 ou le score 3.

En ce qui concerne le partiel d'algèbre, les étudiants ayant le bloc graphique à moitié plein ont plus souvent que la moyenne le score 0 ou 1, bien que la fréquence de ces scores se rapproche de la fréquence moyenne. Ceux qui ont le bloc graphique plein ont plus souvent le score 3 ou le score 2 que la moyenne, moins souvent le score 0 ou le score 1.

Pour le partiel d'analyse la répartition aux scores au partiel de ceux qui ont un bloc graphique à moitié plein est voisine de la répartition moyenne. Ceux qui ont un bloc graphique plein ont moins souvent le score 0 au partiel et plus souvent le score 3 que la moyenne.

Si l'on compare pour le partiel d'analyse la répartition des scores au partiel selon les scores au bloc graphique d'une part et les mêmes scores au bloc "interprétation de graphes" d'autre part on voit que la répartition aux scores 0,1 au partiel d'une part 2,3 au partiel d'autre part est la même dans les deux tableaux que les blocs soient vides, pleins ou à moitié pleins.

Les seules différences sont pour les scores 0 et 1 au partiel, une fréquence plus grande du score 1 pour ceux qui ont un bloc graphique plein ce qui est normal, et pour les scores 2 et 3 au partiel une fréquence plus grande du score 2 pour ceux qui ont des blocs "interprétation de graphes" plein, et du score 3 pour ceux qui ont un bloc graphique vide.

Mais l'opposition que l'on avait constatée pour la famille (3) de ceux qui n'ont que la bloc numérique n'existe pas dans la population globale.

En résumé on constate une opposition entre ceux qui ont un bloc graphique vide et les autres en ce qui concerne la réussite aux deux partiels.

Par contre, c'est surtout en algèbre qu'apparaît une opposition entre ceux qui ont un bloc graphique plein et ceux qui ont un bloc graphique à moitié plein.

Enfin on a signalé la corrélation indiquée par le traitement des données par la graphique entre les résultats aux partiels et les blocs "ordre sur \mathbb{R} " et "mathématisation". On a d'ailleurs remarqué l'influence du bloc "ordre sur \mathbb{R} " dans l'étude par familles.

Ce sont ces liens que nous allons maintenant étudier.

- bloc "ordre sur \mathbb{R} " (O)

scores au bloc "ordre sur \mathbb{R} "	scores au partiel d'analyse		0		1		2		3		total effectif
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	
0	19	34%	16	28%	13	23%	9	16%			56
1	9	27%	7	21%	6	18%	11	33%			33
2	9	20%	6	14%	9	20%	20	45%			44
TOTAL	37	28%	29	22%	28	21%	39	29%			133

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

scores au bloc "ordre sur \mathbb{R} "	scores au partiel d'algèbre		0		1		2		3		total effectif
	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	effectif	%	
0	28	48%	20	36%	6	11%	2	3%			56
1	8	24%	9	27%	9	27%	7	21%			33
2	7	16%	13	29%	15	34%	9	20%			44
total	43	32%	42	31%	30	22%	18	13%			133

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

On peut remarquer que pour les deux partiels ceux qui ont le bloc "ordre sur \mathbb{R} " vide ont plus souvent le score 0 ou 1 aux partiels, et moins souvent le score 3 que la moyenne.

Les résultats sont d'autre part inversés pour ceux qui ont le bloc "ordre sur \mathbb{R} " plein.

Ceux qui ont un bloc "ordre sur \mathbb{R} " à moitié plein ont une répartition moyenne aux différents scores du partiel d'analyse, par contre au partiel d'algèbre ils ont moins souvent que la moyenne le score 0 et plus souvent le score 3.

- bloc "mathématisation"

scores au partiel d'analyse scores au bloc "mathématisation"	0 ou 1		2 ou 3		total effectif
	effectif	%	effectif	%	
0	50	56%	39	44%	89
1	9	39%	14		23
2	7	33%	14		21
TOTAL	66	50%	67	50%	133

scores au partiel d'algèbre scores au bloc "mathématisation"	0 ou 1		2 ou 3		total effectif
	effectif	%	effectif	%	
0	65	73%	24	27%	89
1	11	48%	12	52%	23
2	9	43%	12	57%	21
TOTAL	85	64%	48	36%	133

Les pourcentages sont tous calculés sur le total des lignes. On constate d'abord que la répartition des notes est la même pour ceux qui ont un bloc à moitié plein que pour ceux qui ont le bloc plein.

Pour chacun des deux partiels il y a un contraste net entre ceux qui ont le bloc "mathématisation" vide et les autres.

En résumé, pour le partiel d'analyse, la répartition des scores 0 et 1 c'est-à-dire au plus 11, d'une part, 2 et 3 c'est à dire au moins 12, d'autre part est la même pour les différents blocs. En effet, ceux qui ont un bloc vide (que ce soit un bloc numérique, un bloc graphique ou un bloc "ordre sur \mathbb{R} ") ont pour les deux tiers d'entre eux le score 0 ou 1, ceux qui ont un bloc à moitié plein ont pour la moitié d'entre eux le score 0 ou 1 (soit la moyenne globale), ceux qui ont un bloc plein ont pour presque les

deux tiers d'entre eux le score 2 ou 3 .

Il y a une évolution du même type pour le partiel d'algèbre, 85% de ceux qui ont un bloc graphique ou un bloc "ordre sur \mathbb{R} " vide, et 76% de ceux qui ont un bloc numérique vide ont un score 0 ou 1 c'est à dire au plus 9 au partiel.

Cette proportion est de l'ordre de 45% pour ceux qui ont un bloc plein.

Par contre, ceux qui ont un bloc numérique ou graphique à moitié plein ont plus souvent que la moyenne le score 0 ou 1, ceux qui ont un bloc "ordre sur \mathbb{R} " à moitié plein ont moins souvent que la moyenne le score 0 ou 1.

Nous allons maintenant étudier dans quelle mesure les procédures sont discriminantes. On a vu que pour certaines familles par exemple certaines semblaient liées à un échec.

- procédure "justification".

scores au partiel scores d'analyse à la procé- dure "justification"	0 ou 1		2 ou 3		total
	effectif	%	effectif	%	effectif
0	21	58%	15		36
1	29	57%	22		51
2	16	35%	30		46
TOTAL	66	50%	67	50%	133

scores au partiel scores d'algèbre à la procé- dure "justification"	0 ou 1		2 ou 3		total
	effectif	%	effectif	%	effectif
0	27	75%	9		36
1	36	70%	15		51
2	22	48%	24		46
total	85	64%	48	36%	133

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

On constate le même phénomène pour les deux partiels, seul, le score 2 à la procédure "justification" est associé à une fréquence moindre de score 0 ou 1 au partiel.

Autrement dit, seule une justification systématique des réponses aux questions d'interprétation de graphes correspond à la réussite aux partiels.

- Procédure "passage par le cadre numérique"

scores au partiel scores d'analyse à la procé- dure "passage par le cadre numé- rique"	0 ou 1		2 ou 3		total
	effectif	%	effectif	%	effectif
0	49	60%	33		82
1	17	33%	34		51
TOTAL	66	50%	67		133

scores au partiel scores d'algèbre à la procé- dure "passage par le cadre numérique"	0 ou 1		2 ou 3		total
	effectif	%	effectif	%	effectif
0	56	68%	26		82
1	29	57%	22		51
total	85	64%	48		133

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

On constate que les étudiants qui ont le score 1 à la procédure ont moins souvent que la moyenne le score 0 ou 1 au partiel d'analyse, ce n'est par contre pas le cas au partiel d'algèbre.

On a constaté dans le cas de la famille (6) que l'association de la procédure "justification" et de la procédure "passage par le cadre numérique" était liée à une moindre réussite au partiel d'analyse.

En fait, globalement ceux qui utilisent simultanément ces deux procédures ont les scores 0 et 1 ou 2 et 3 avec la même fréquence que ceux qui utilisent la fréquence "justification" comme le montre le tableau suivant.

scores à la procédure "justification" associés au score 1 à la procédure "passage par le cadre numérique"	scores au partiel d'analyse	
	0,1 effectif	2,3 effectif
1	10	6
2	10	20

Le fait remarqué pour cette famille (6) est peut-être non significatif (il ne faut pas oublier les faibles effectifs), ou bien lié au fait que les étudiants de cette famille n'ont que le bloc graphique et le bloc numérique, contrairement aux autres qui ont plus de blocs non vides.

En résumé, l'utilisation de la procédure "justification" correspond plutôt à la réussite, ce qui en soit n'est pas vraiment étonnant. La justification des réponses consistant à donner une valeur numérique explicite aux fonctions dont on interprète le graphe, ne modifie pas la fréquence des réussites.

- procédure "automatismes" :

scores à la procédure "automatismes"	scores au partiel d'analyse		total effectif
	0,1 effectif %	2,3 effectif %	
0	21 46%	25	46
1	30 47%	34	64
2	19 65%	8	23
TOTAL	66 50%	67	133

scores à la procédure "automatismes"	scores au partiel d'algèbre		total effectif
	0,1 effectif %	2,3 effectif %	
0	23 50%	23	46
1	44 69%	20	64
2	17 74%	6	23

Les pourcentages sont calculés sur le total de la ligne.

Seuls ceux qui ont le score 2 à la procédure "automatismes" ont plus souvent le score 0 ou 1, c'est à dire au plus 11, au partiel d'analyse que la moyenne. On a le même phénomène que pour la procédure "justification".

De même, ceux qui ont le score 0 à la procédure "automatismes" ont moins souvent le score 0 ou 1, c'est à dire au plus 9, au partiel d'algèbre que la moyenne, ceux qui ont le score 2 à cette procédure ont plus souvent le score 0 ou 1 que la moyenne au partiel d'algèbre. Là encore, on a un résultat assez attendu. Il faut remarquer que pour le partiel d'analyse, seul l'usage systématique de cette procédure correspond à l'échec.

Procédure "limites"

scores au partiel d'analyse		0,1		2,3	total
		effectif %		effectif %	effectif
0		25	42%	34	59
1	question 3	23	59%	16	39
	question 7	6	43%	8	14
2		12	57%	9	21
TOTAL		66	50%	67 50/	133

scores au partiel d'algèbre		0,1		2,3	total
		effectif %		effectif %	effectif
0		35	59%	24	59
1	question 3	29	74%	10	39
	question 7	8	57%	6	14
2		13	62%	8	21
TOTAL		85	64%	48	133

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

On constate les mêmes résultats, au partiel d'algèbre et au partiel d'analyse, en ce qui concerne l'utilisation de la procédure dans la question 7 ou dans la question 3.

En effet, l'utilisation de la procédure dans la question 7 est très peu discriminante vis à vis de la réussite puisque dans les deux cas ceux qui utilisent cette procédure ont les scores 0,1 ou 2,3 avec la même fréquence que la population globale.

Par contre, l'utilisation de la procédure à la question 3 correspond à une moindre réussite. En effet, ceux qui utilisent cette procédure ont plus souvent les scores 0 et 1 que la moyenne.

On peut se rappeler que cette procédure intervient dans une question testant les connaissances dans le bloc "ordre sur \mathbb{R} ", et que son utilisation est associée à un bloc graphique peu rempli.

procédures marginales

Les petits effectifs rendent les résultats sans doute peu significatifs mais il semblerait que l'utilisation de la procédure "utilisation du théorème des valeurs intermédiaires" corresponde plutôt à la réussite au partiel d'analyse et celle de la procédure "utilisation de dessins" à la réussite au partiel d'algèbre, comme on peut le voir dans le tableau suivant.

scores au partiel d'analyse procédures utilisées	0,1 effectif	2,3 effectif
"utilisation du théorème des valeurs intermédiaires"	7	11
"utilisation de dessins"	6	8

scores au partiel d'algèbre procédures utilisées	0,1 effectif	2,3 effectif
"utilisation du théorème des valeurs intermédiaires"	13	5
"utilisation de dessins"	4	10

2/ Groupe spécial

Les étudiants concernés se répartissent essentiellement dans deux familles : la famille (1) composée de ceux qui ont le bloc numérique vide et la famille (6) de ceux qui ont le bloc numérique et le bloc graphique.

a) réussite suivant les familles.

Les textes des interrogations sont en annexe 4.

7 étudiants sont dans la famille (1), un seul a de bons résultats tout au long du trimestre, un est en progrès (malgré une dernière copie manquante) : on peut remarquer que ce sont tous les deux des étrangers. Le problème de compréhension de la langue a pu se poser lors du prétest. D'autre part, le premier d'entre eux a le bloc graphique ^(plein). Les autres ont des résultats constants et faibles, ou sont en

régression (signalons en un qui a de bons résultats aux deux premières interrogations 7 étudiants sont dans la famille ⑤ ; un seul a de bons résultats malgré une baisse brutale à la dernière interrogation.

2 étudiants sont dans la famille ② (étudiants n'ayant qu'un bloc numérique). Un d'entre eux a de bons résultats, constants. On peut remarquer qu'il utilise la procédure marginale "utilisation de dessins".

1 étudiant est dans la famille ③, c'est-à-dire qu'il a le bloc numérique et le bloc "ordre sur R". Il a des résultats irréguliers, plutôt en régression. Enfin, deux étudiants disparaissent entre le prétest et les interrogations, l'un d'entre eux a un bac D et fait partie de la famille ④ (il a donc le bloc numérique le bloc "ordre sur R" et le bloc "mathématisation") l'autre a le bloc numérique le bloc graphique, le bloc "mathématisation".

Les étudiants de ce groupe spécial utilisent plus souvent que la moyenne la procédure "automatismes" (ils ont en particulier plus souvent le score 1 à cette procédure), et moins souvent que la moyenne la procédure "justification" comme l'indique le tableau ci-dessous.

procédures	scores aux procédures						
	0 effectif %		1 effectif %		2 effectif %		total effectif
automatismes	3	17%	12	66%	3	17%	
justification	10	55%	6	33%	2	11%	18

Les pourcentages sont calculés sur le total des lignes.

b) procédures rencontrées dans les copies des interrogations

Nous avons d'abord retenu des procédures erronées relevant de disfonctionnement dans le cadre numérique. Il ya d'une part, des erreurs dans le traitement des inégalités, (en particulier leur traitement multiplicatif), des valeurs absolues, des fractions (par exemple du type $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$). D'autre part, il y a l'utilisation de calculs approchés comme s'ils étaient exacts dans les problèmes d'encadrement par exemple (il y a là, peut-être, d'ailleurs, une représentation erronée des réels).

Les deux procédures sont surtout utilisées par les étudiants qui ont un bloc numérique vide (5 sur 7 pour la première, 3 sur 7 pour la seconde), ce qui est normal. Mais ceux qui ont un bloc numérique ^(au moins) à moitié plein les utilisent aussi : 5 sur 11 pour la première, 3 sur 11 pour la seconde).

Nous avons ensuite une procédure associée au cadre graphique, l'utilisation de dessin.

Cette procédure est utilisée par 6 étudiants sur 7 de la famille ① (bloc numérique vide) (3 d'entre eux ont un bloc graphique et 2 d'entre ces derniers utilisent la procédure).

Elle est utilisée par les deux étudiants de la famille ② n'ayant que le bloc numérique.

Enfin, elle est utilisée par 6 étudiants sur 8 de la famille ③ de ceux qui ont un bloc numérique et un bloc graphique.

C'est donc une procédure largement utilisée dans toutes les familles.

Un troisième type de procédures concerne le cadre symbolique.

Un certain nombre d'étudiants éprouve des difficultés dans les questions d'indexation : par exemple a_n peut devenir $a \times n$, $\sum_{i=1}^n a_i$ peut devenir $\sum_{i=1}^n a$. Certains ont aussi des difficultés dans l'utilisation des quantificateurs et la compréhension de phrases quantifiées (par exemple la dépendance de N et ϵ dans l'interrogation I 1), les problèmes d'encadrements dans l'interrogation II, le choix de valeurs particulières de ϵ et de N dans l'interrogation I 1) ^{celui} de n dans les questions de monotonie).

Pour ce type de procédures, on peut remarquer qu'aucun de ceux qui réussissent n'a de difficultés avec les indexations.

Par ailleurs sur les 7 étudiants ayant un bloc numérique vide, 5 ont des difficultés vis à vis des indices, et 5 également vis à vis des quantificateurs.

Sur les 10 étudiants ayant un bloc numérique (donc 8 ont aussi un bloc graphique) il n'y en a que 3 qui ont des difficultés avec les indices, 5 avec les quantificateurs.

Il faudrait, sans doute, dans un futur prétest, tester les connaissances des étudiants ayant un bac F ou étrangers dans le cadre symbolique.

Enfin un certain nombre expriment des modèles de convergence de suite du type "monotone" ou "primitif", par exemple dans l'interrogation I 1) on trouve :

" $u_0 = 0,37$, $u_1 = 0,38$, $u_2 = 0,38$, $u_3 = 0,39$, $u_4 = 0,39$, $u_5 = 0,39$
donc la suite converge à partir de $n = 3$ ".

Beaucoup ont aussi des difficultés à différencier limite et majorant : par exemple on trouve " (u_n) est croissante, majorée par 1 donc elle converge vers 1."

Les deux dernières procédures sont le fait de 2 étudiants (sur 7) ayant un bloc numérique vide, mais de 6 étudiants (sur 10) ayant un bloc numérique. Il faudrait donc un minimum de connaissances dans le cadre numérique pour les mettre en oeuvre. On peut remarquer qu'elles ne sont pas apparemment liées à l'utilisation de la procédure "limites" dans la question 3.

IV - La cas particulier du bac F

1) Participation et réussite à différentes questions du prétest suivant les séries de bac

a) Participation :

Le tableau ci-dessous indique le nombre d'étudiants abordant chaque question du prétest.

séries de bac questions	C effectif	D effectif	F effectif
1	70	28	10
2	74	29	17
minoration 3	70	27	7
majoration	61	28	7
4 continuité, dérivabilité, graphe)	74-69-48	28-28-13	14-15-8
5	74	30	15
6	76	31	16
7	76	30	17
8	63	16	8
9	72	28	16
10	42	14	7
11	59	24	14
12	53	15	9

On remarque donc que la participation des étudiants issus de terminale F est particulièrement faible pour certaines questions (on rappelle que la population totale comprend 76 étudiants issus de terminale C, 31 de la terminale D, 17 de terminale F).

Ce sont les questions 3 (qu'ils sont les seuls à délaissier), 8 et 12 (qui sont délaissées aussi par les étudiants issus de terminale D), et enfin 10 (qui est délaissée par tous les étudiants mais dans des proportions différentes suivant les séries de bac).

b) réussite aux questions 3 - 8 - 12 - 10

Le tableau ci-dessous donne le nombre de réponses correctes à la question par série de bac.

Dans la question 3, la notation "implicite" désigne des réponses qui n'explicitent par la décroissance de $(\frac{1}{n})$: par exemple : $\frac{1}{n}$ tend vers 0 quand n tend vers l'infini donc l'ensemble est minoré par 1.

séries de bac \ questions	C effectif	D effectif	F effectif
3 (minoration- majoration)	46-41	4-8	1-0
implicite	18-5	16-6	4-2
8	14	2	3
10(détermination de l'équation du 2e degré.	34	7	0
12	14	3	3

Les titulaires de bac F abordent peu la question 3 et ceux qui l'abordent ne la réussissent généralement pas. Ils n'explicitent pas la décroissance de $(\frac{1}{n})$. Ils sont peu nombreux à aborder la question 8 mais ceux qui l'abordent réussissent mieux que les étudiants des autres séries. La question 10 semble particulièrement peu adaptée aux étudiants ayant un bac F (7 sur 17 l'abordent, aucun ne la résoud même partiellement).

Enfin la question 12 est mal réussie par tous. Elle est peu abordée par les titulaires de bac F qui pourtant ont des connaissances dans le cadre graphique. En fait, il semble que la question n'ait pas toujours été bien comprise : certains ont voulu absolument donner une valeur numérique par exemple $-\frac{1}{3}$ et répondre $]-\frac{1}{3}, +\infty[$ parce qu'il leur semblait que la courbe coupait l'axe des x en ce point.

c) un prétest pour les F : propositions

Pour les titulaires de bac F il faudrait proposer un prétest qui serait modifié de la façon suivante.

Il faudrait remplacer la question 3 par une question testant les connaissances relatives au bloc "ordre sur \mathbb{R} " mais ne faisant pas intervenir un ensemble indexé par \mathbb{N} (ce qui semble ajouter des difficultés pour certains), et s'il doit être défini à l'aide d'une fonction, que celle-ci ne soit pas visiblement monotone (ceci pour éviter l'ambiguïté que l'on a soulignée précédemment).

Il faudrait garder une question de "trigonométrie" qui serait traitée à part. On introduirait un bloc spécial.

Il faudrait introduire une question testant les connaissances dans le cadre symbolique, par exemple sur les questions d'indexation.

Il faudrait reformuler la question 12 en évitant le mot "résoudre".

Enfin la question 10 paraît inadaptée aux étudiants issus de terminale F dans sa formulation actuelle.

Conclusion.

Cette étude a permis de vérifier l'importance fondamentale du nombre de blocs de connaissance non vides, dans la réussite de l'apprentissage ultérieur.

En effet nous avons constaté que pour une note équivalente au prétest, un plus grand nombre de blocs de connaissance non vides était associé à une meilleure évolution des résultats.

Par ailleurs, aussi bien l'étude des populations qui réussissent aux partiels, que l'étude bloc par bloc, permet de voir que d'une part ce qui importe c'est qu'un bloc soit vide ou non, et que d'autre part les blocs numérique, graphique, " ordre sur \mathbb{R} " vides sont autant discriminants les uns que les autres. On peut remarquer quelques distorsions, par exemple concernant l'influence d'un bloc numérique plein, dans les résultats du partiel d'algèbre.

Il semble, qu'un minimum de connaissances dans chacun des blocs précédents soit nécessaire pour pouvoir prévoir un apprentissage ultérieur réussi.

D'autre part l'étude par familles, aussi bien que l'étude bloc par bloc permettent de mettre en évidence les profils des étudiants issus des différentes terminales considérées, en termes de blocs vides ou non.

Les étrangers sont caractérisés par le bloc numérique vide. Les titulaires d'un bac F ont pour 35% d'entre eux un bloc numérique vide, les autres ont le bloc numérique et le bloc graphique non vide mais pas le bloc "ordre sur \mathbb{R} ". Les titulaires d'un bac D ont presque tous le bloc numérique, mais 35% d'entre eux ont un bloc graphique vide, et 81% ont au moins un des trois blocs vides. Seuls les titulaires d'un bac C ont pour 57% d'entre eux les trois blocs non vides et pour 71% d'entre eux un bloc numérique et un bloc graphique.

L'étude des procédures permet d'avoir un éclairage complémentaire.

Par exemple si l'on étudie les scores au bloc " ordre sur \mathbb{R} ", l'utilisation de la procédure " limite " dans la question 3, complète cette étude. On sait que la question 3 teste les connaissances dans le bloc " ordre sur \mathbb{R} ". L'utilisation de la procédure correspond donc à une tentative d'algorithme de raisonnements à priori non algorithmisables. Par ailleurs l'utilisation de cette procédure est le plus souvent associée à un bloc graphique vide. Il n'est pas étonnant que dans ce cas elle soit associée à de mauvais résultats au partiel. Or il s'avère que cette procédure est utilisée prioritairement par les titulaires d'un bac D.

De même l'utilisation de la procédure " justification " qui intervient dans les questions d'interprétation graphique est associée à un bloc graphique et un bloc numérique non vides (on a vu que cette procédure consiste essentiellement à traduire des informations données par un dessin dans le cadre numérique). Cette procédure est surtout utilisée par les titulaires de bac C, son usage est associé à de bons résultats au partiel. Pourtant l'explication consistant à donner une valeur numérique explicite aux fonctions représentées n'est pas associée à de bons résultats pour ceux qui n'ont que le bloc numérique et le bloc graphique ; les effectifs très réduits rendent cependant ce résultat très fragile .

La méthode de la graphique a été la seule méthode de traitement global des données utilisée pour ce type de travail. Nous ne pouvons donc pas comparer des efficacités respectives.

On peut cependant dire que cette méthode a permis de retrouver des corrélations trouvées différemment dans le cahier 18, mais aussi de remettre en question le groupement du bloc " ordre sur \mathbb{R} " avec les autres blocs numériques. (Il est vrai aussi que cette année les scores à ce bloc n'ont pas été déterminés de la même façon).

Elle a permis d'autre part de déterminer des profils d'étudiants (cinq grandes familles essentielles) montrant des associations de blocs et de procédures privilégiés. Cela a également permis de déterminer en termes de blocs et de procédures, des profils plus " performants " que d'autres. (On a vu que ces profils étaient en bonne partie associés à des séries de bac).

Cependant les familles ainsi déterminées ont des effectifs très réduits et cela limite la signification des résultats.

Enfin nous avons pu commencer une étude relative aux étudiants issus de terminale F. Cela devra être repris, à l'aide d'un nouveau prétest permettant, entre autres, de tester les connaissances des étudiants dans le cadre symbolique et dans le bloc " ordre sur \mathbb{R} ". Il apparaît cependant, par cette première étude, que certains des étudiants issus de terminale F ont un point faible en ce qui concerne le cadre numérique, en particulier dans le traitement des inégalités. (29% ont le score 0 au bloc " inégalités "). Par contre les titulaires d'un bac F ont plus souvent que ceux qui viennent de terminale D, un bloc graphique au moins à moitié plein (Presque tous ceux qui ont le bloc numérique ont le bloc graphique).

Le cadre graphique pourra donc être utilisé comme point d'appui pour des enseignements destinés à ce type de population, en particulier pour des enseignements de soutien ou de mise à niveau.

Nous avons l'intention de poursuivre notre travail dans ce sens, tout en continuant l'étude relative aux étudiants issus de terminale F.

Bibliographie :

- M. Attique : Une section de Deug SSM première année en 84-85. Brochure IREM - Paris VII - n° 63 (1986).
- S. Bonin : Initiation à la graphique (épi).
- F. Boschet : Cours sur les suites numériques dans les cours de l'enseignement supérieur, thèse de 3ème cycle - Université de Paris VII (1982).
- F. Boschet - A. Robert : L'acquisition des débuts de l'analyse sur \mathbb{R} dans une section ordinaire de Deug 1ère année - Cahier de didactique des Mathématiques. n° 7 - IREM de Paris-Sud (1984).
- R. Douady : Cahier de didactique des Mathématiques n° 3 (Paris 1983).
- Goldbraith : The mathematical vitality of secondary mathematics graduate and prospective teachers: a comparative study. E.S.M. Vol 13 - n° 1.
- A. Robert : - L'acquisition de la notion de convergence des suites numériques dans l'enseignement supérieur. Thèse d'état, Université de Paris VII (1982).
- L'acquisition de la notion de convergence des suites numériques dans l'enseignement supérieur. Recherches en didactique des Mathématiques - Vol 3 (1983).
- L'enseignement de la convergence des suites numériques en DEUG - Bulletin de l'APMEP n° 340 (1983).
- Connaissances des élèves sur les débuts de l'analyse sur \mathbb{R} à la fin des études secondaires scientifiques françaises. Cahier de didactique des Mathématiques n° 18-0 (Paris 1985).
- Analyse d'une section de Deug A première année (les connaissances antérieures et l'apprentissage) - Cahier de didactique des Mathématiques n° 18-1 (Paris 1985).
- J. Robinet :- Ingénierie didactique de l'élémentaire au supérieur. Thèse d'état, Université de Paris VII (1984).
- Une expérience d'ingénierie didactique sur la notion de limite de fonction - Recherches en didactique des Mathématiques - Vol 4 - n° 3 (1984).

Annexe 1

PRESENTATION D'UNE METHODE POUR L'ANALYSE DES DONNEES *

par Marianne Cantacuzène

La Graphique est une méthode visuelle d'analyse des données et de communication des résultats.

Elle a été inventée par le Professeur J.Bertin, il y a une trentaine d'années. Celui-ci s'est penché sur les possibilités du langage visuel : alors que le langage verbal, écrit ou parlé, est analytique, linéaire -on va du particulier au général- le langage visuel est synthétique par excellence, la vision globale permettant d'aller du général au particulier.

Or, ce langage visuel, qui nous entoure de plus en plus, est décodé sans trop de difficulté avec des "conventions" tacites. A condition, pour cela, d'utiliser correctement ces conventions. Ceci est l'objet des règles de "grammaire visuelle" énoncées dans la Graphique.

Organiser l'information sous forme de tableau à double entrée

Tous les problèmes d'analyse des données peuvent s'exprimer sous forme de tableau(x) à double entrée.

Ainsi, on croise des objets (ou individus) et des caractères (ou variables). A l'intersection des lignes et des colonnes, on trouve la valeur Z prise par un objet X pour un caractère Y.

Dans le travail de H.AUTHIER, le tableau des données est le suivant :

- . les objets (X) sont les 153 étudiants
- . les caractères (Y) sont les 22 caractéristiques qui les définissent (série de bac, résultats à différents tests, notions acquises,...).

*Cette contribution purement méthodologique est écrite à l'occasion du travail de H. Authier.

Toutefois, pour ne pas interférer sur les interprétations de ce travail, cette partie fait référence à un exemple d'école plus simple pour la démonstration.

Soit un tableau de données sur 8 caractéristiques de 10 quartiers :

- . les objets (X) sont les 10 quartiers
- . les caractères (Y) sont les 8 indicateurs
- . les valeurs Z sont de deux types :

- . différentiel OUI/NON pour les 3 premières colonnes,
- . ordonné FAIBLE / MOYEN / FORT pour le prix des loyers, ou en fonction d'une proportion pour les 3 dernières colonnes.

	Salle de cinéma	Dispensaire médical	Cabinet juridique	Prix moyen loyers	Nbre moy. d'enfants	% Ouvr. Employés	% Patrons Cod. Sup	% Inactifs
1	OUI	OUI	NON	MOYEN	2	56	33	21
2	OUI	NON	OUI	FORT	3	43	37	30
3	NON	OUI	NON	MOYEN	3	62	11	27
4	NON	OUI	NON	FAIBLE	3	84	4	12
5	OUI	NON	NON	MOYEN	2	57	19	24
6	NON	NON	OUI	FORT	1	35	55	10
7	OUI	NON	OUI	FORT	2	41	24	35
8	NON	OUI	NON	FAIBLE	3	78	7	15
9	NON	OUI	NON	FAIBLE	3	81	9	10
10	OUI	OUI	NON	MOYEN	1	50	25	25

Dans un tel tableau, les unités des caractères peuvent être tout-à-fait différentes : les types d'équipements (cinéma, dispensaire,...) ne sont pas de même nature que le nombre moyen d'enfant par famille ou que le % de population inactive.

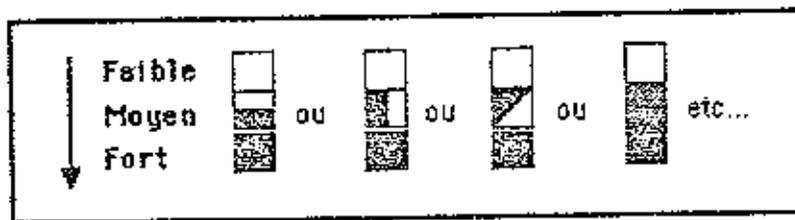
Visualiser le tableau à double entrée pour obtenir une matrice "zéro"

Le fait que les unités de caractères soient hétérogènes nous oblige à transformer les valeurs (Z) de ces unités en codes visuels comparables *.

* Dans les procédures statistiques d'analyse des données, cette étape équivaut à la standardisation des données.

Dans le cas de valeurs différentielles OUI/NON, la transformation est évidente : OUI devient une case noire, NON reste blanche.

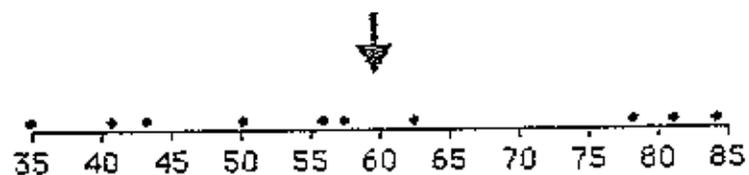
Dans le cas de valeurs ordonnées comme le prix des loyers FAIBLE/MOYEN/FORT, la transformation reste simple : FORT = case noire, FAIBLE = case blanche, MOYEN = visualisation intermédiaire.



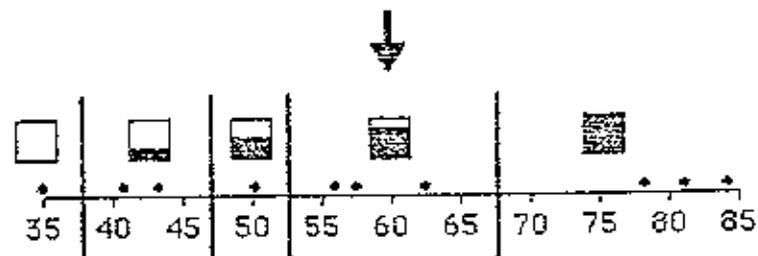
Dans le cas de valeurs ordonnées ayant des ordre des grandeurs hétérogènes (comme pour le % de catégories sociales dans les 10 quartiers), la question se complique. On doit passer par une étude de la distribution statistique de chaque caractère.

La distribution statistique d'un caractère est la répartition prise par la valeur des objets, classés de la plus petite à la plus grande.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
% Ouv. Empl.	56	43	62	84	57	35	41	78	61	50

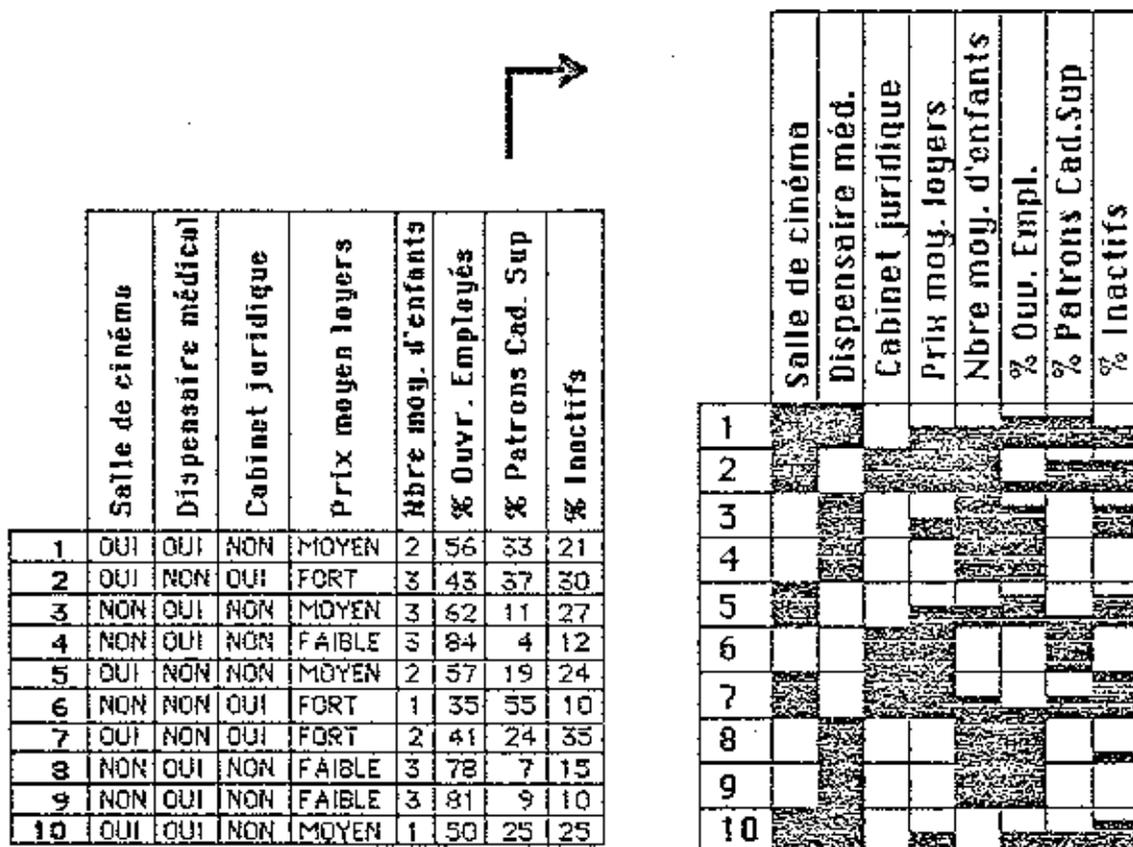


Une étude de cette répartition permet de "couper"* la distribution en quelques classes (5 ou 6) qui seront facilement visualisables.



* L'étude de la distribution est visuelle en Graphique, elle peut être plus "numérique", en utilisant des valeurs de référence comme la moyenne, l'écart-type,...

Ainsi, en transformant en paliers visuels le tableau de données de départ, on obtient une matrice "zéro".



Utiliser l'outil matriciel pour dégager des types

La nature des objets et des caractères leur confère une propriété, essentielle en Graphique, la permutabilité. Si les objets sont différents les uns des autres, sans ordre entre eux, alors ils sont permutable. Il en va de même pour les caractères.

Une construction graphique ou objets et caractères (c'est-à-dire lignes et colonnes) sont permutable, s'appelle Matrice Ordonnable.

Dans notre exemple, ni les quartiers ni les indicateurs socio-économiques, ne sont dans un ordre immuable.

Permuter une ligne ou une colonne, c'est la déplacer tout entière (soit avec des ciseaux et de la colle, soit avec un curseur sur un écran d'ordinateur !!) jusqu'à la placer près d'une autre qui lui ressemble.

Cette opération permet de constituer des groupes d'objets ou de caractères bien corrélés entre eux. On a ainsi mis en évidence des similitudes relatives, puisqu'on a "gommé" les unités et les ordres de grandeurs différents par la transformation en paliers visuels.

Les quartiers 4, 9, 8 ont les mêmes particularités, et s'opposent fortement au quartier 6. Les quartiers 3, 1, 10 forment un groupe de transition, assez proche des premiers quartiers cités ; les 5, 7, 2, toujours de transition, sont néanmoins plus proche du quartier 6.

Pour les caractères, on découvre que les quartiers à forte concentration ouvrière sont ceux où il y a le plus grand nombre moyen d'enfants par famille, et ceux où la présence d'un dispensaire est quasi systématique. Ils s'opposent aux caractéristiques plus "bourgeoises" (cinéma, patrons et inactifs, loyers élevés, présence d'un cabinet juridique dans le quartier...).

	Dispensaire méd.	% Ouv. Empl.	Nbre moy. d'enfants	Salle de cinéma	% Inactifs	Prix moy. loyers	% Patrons Cad.Sup	Cabinet juridique
4	■	■	■					
9	■	■	■					
8	■	■	■					
3	■	■	■					
1	■	■	■					
10	■	■	■					
5		■	■					
7		■	■					
2		■	■					
6								■

Bibliographie :

J. BERTIN La Graphique et le traitement graphique de l'information
Flammarion-Nouvelle Bibliothèque Scientifique-Paris 1977.

S. BONIN Initiation à la Graphique -Paris-L'épi-2ème ed-1983.

Annexe 3

Partiel d'analyse

Problème 1.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^{+*} par

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x \ln x} \quad \text{si } x \neq 1$$

$$f(1) = 2$$

1°) Etudier successivement :

- a) le comportement local en $x = 1$ (continuité, dérivabilité)
- b) les branches infinies du graphe de f
- c) les variations de f . (on pourra d'abord déterminer les variations de la fonction $z(x) = \ln x + \frac{1-x^2}{1+x^2}$).
- d) l'allure du graphe de f (sans préciser les inflexions éventuelles).

2°) Montrer que l'équation $f(x) = x$ a une seule racine ξ dans l'intervalle $]2, e[$. (on pourra étudier la fonction $g(x) = x^2 (\ln x - 1)$).

3°) Etudier la suite u définie par :

$$\begin{cases} u(0) = e \\ u(n+1) = f(u(n)) \quad \text{si } n \geq 0. \end{cases}$$

4°) Déterminer l'ensemble des racines de l'équation $f(x) = x$. Que peut-on dire de la suite u définie par

$$\begin{cases} u(0) = a \\ u(n+1) = f(u(n)) \quad \text{si } n \geq 0 \end{cases}$$

lorsque a est un réel positif quelconque ?

Annexe 3

Partiel d'algèbre

Problème 17.

Soit $N \geq 1$ un entier, et $E = \{P \in \mathbb{R}[X] ; \deg P \leq N\}$. On définit l'application linéaire Δ de E dans E par

$$\Delta(P)(X) = P(X) - P(X-1).$$

- 1°) Montrer que, pour tout $P \in E$, on a $\deg \Delta(P) \leq N-1$.
- 2°) Soit $P \in E$ et k le degré de P . Calculer le degré de $\Delta(P)$ en fonction de k . En déduire $\text{Ker } \Delta$.
- 3°) Montrer que $F = \{P \in E ; P(0) = 0\}$ est un sous-espace vectoriel de E . Quelle est la dimension de F ? (on pourra donner une base de F).
- 4°) Montrer que la restriction de Δ à F est un isomorphisme de F sur $E' = \{P \in \mathbb{R}[X] ; \deg P \leq N-1\}$.
- 5°) On suppose $N \geq 4$. Calculer $\Delta(1)$, $\Delta(X)$, $\Delta(X^2)$, $\Delta(X^3)$ et $\Delta(X^4)$.
- 6°) On suppose encore $N \geq 4$. Trouver $P \in F$ tel que $\Delta(P) = X^3$. En déduire, en fonction de l'entier positif n , la valeur de la somme $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \sum_{1 \leq k \leq n} k^3$.
- 7°) Soit $Q \in E'$. Montrer qu'il existe $P \in F$ tel que, pour tout entier positif n , on ait $P(n) = \sum_{1 \leq k \leq n} Q(k)$.
- 8°) Calculer $\Delta^{N+1} = \underbrace{\Delta \circ \dots \circ \Delta}_{N+1 \text{ facteurs}}$. Déterminez $\text{Im } \Delta^N$ et $\text{Ker } \Delta^N$. Soit $P \in E$ tel que $P \notin \text{Ker } \Delta^N$. Montrer que $(P, \Delta(P), \Delta^2(P), \dots, \Delta^N(P))$ est une base de E .

Annexe 4

Textes des interrogations du groupe spécial

- I - 1) Montrer, en utilisant la définition que la suite de terme général $u_n = \frac{2n+3}{3n+8}$ a pour limite $\frac{2}{3}$.
- 2) Etudier la monotonie et la convergence de la suite de terme général $u_n = \cos \frac{1}{n} - 1$.
- 3) Etudier la monotonie et la convergence de la suite de terme général $u_n = \sin \left(\frac{n\pi}{4} \right)$.
- II - 1) $u_n = 1 + \frac{1}{1!} + \dots + \frac{1}{n!}$
 $u_0 = 1$
- a) Calculer $u_n - u_p$ pour $n \geq p$.
- b) En majorant $\frac{1}{p+i}$ par $\frac{1}{2}$ établir que $u_n - u_p < \frac{2}{(p+1)!}$.
- c) En déduire que (u_n) est bornée.
 En déduire que (u_n) est convergente.
- d) Montrer que l'on peut trouver un encadrement de sa limite à 10^{-3} près.
- 2) Soit $a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$, $b_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2}$.
- a) Montrer que $a_n < \frac{1}{n^2} < a_{n-1}$ ($n \geq 2$).
- b) Calculer $\sum_{i=1}^n a_i$.
- c) Montrer que (b_n) est monotone et qu'elle converge.
- d) Donner un encadrement de sa limite à 0,5 près.
- 3) Soit $v_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^p}$ où p est un rationnel supérieur ou égal à 2.
- a) Comparer b_n et v_n .
- b) Que peut-on conclure quant à la convergence de v_n ?

.../...

III - 1) Etudier la convergence de la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = -\frac{1}{u_n} + 3 \end{cases} \quad n \geq 0.$$

2) Si (u_n) est convergente, à partir de quel n , u_n diffère de 2 de moins de 10^{-3} ?

3) Mêmes questions avec $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = -\frac{1}{u_n} + 3 \end{cases} \quad n \geq 0.$

IV - 1) Montrer en utilisant le théorème des accroissements finis que pour tout réel x strictement positif

$$\text{Log}(1+x) < x.$$

2) Soit $\begin{cases} u_0 > 0 \\ u_{n+1} = \text{Log}(1+u_n) \end{cases} \quad n > 0.$

Montrer que la suite de terme général u_n est décroissante.

3) La suite a-t-elle une limite ? Si oui, laquelle ?

4) Calcul de $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\text{Log}(1+x)} - \frac{1}{x} \right).$

(Les développements limités de $\text{log}(1+u)$ et $\frac{1}{1+u}$ en 0 sont rappelés).

5) En déduire la valeur de $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{u_{n+1}} - \frac{1}{u_n}$; qu'en conclure pour $\frac{1}{u_n}$?