

i.r.e.m.

UNIVERSITE PARIS VII

DIDACTIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR :
UNE DEMARCHE

PAR A. ROBERT

cahier de
didactique des
mathématiques
numéro
28

Il est notoire que l'enseignement actuel des mathématiques en première année de premier cycle scientifique n'obtient pas de bons résultats; c'est un fait admis par la communauté même des enseignants concernés. D'une part les abandons sont trop nombreux et pas nécessairement corrélés aux performances, d'autre part les performances réelles des étudiants, malgré la sélection qu'ils ont déjà subie, restent très faibles.

Quelles sont les causes de cet état de fait? Peut-il y avoir des améliorations?

Certains imputent les échecs au manque de travail personnel des étudiants ou à leur relative faiblesse initiale (fuite des meilleurs élèves en classes préparatoires, IUT, BTS même); les investigations sur les connaissances à l'issue des études secondaires, réalisées grâce à l'examen des réponses à un même prétest élaboré par A. Robert) ont confirmé les différences notables entre ces diverses populations (cf. cahier n° 18-0 de A. Robert et brochure sur une année de DEUG à Paris VII de M. Artigue).

D'autres enseignants du Supérieur incriminent le manque de débouchés, et donc de motivations réelles, ou encore le manque de structures adaptées aux étudiants (soutien, tutorat, passerelles).

Le plus souvent, ce sont des causes individuelles, ou institutionnelles qui sont donc évoquées; si les unes et les autres ont sûrement une part de responsabilité dans la situation, elles ne permettent pas d'envisager des changements ni des améliorations.

Or rappelons qu'en ce qui concerne l'enseignement obligatoire où se posent des questions analogues, les travaux des didacticiens ont déjà permis de dégager d'autres éléments de réponse en ce qui concerne les trop nombreux échecs constatés. Ainsi des hypothèses sur les rapports entre l'enseignement et les processus d'apprentissage ont été avancées, certains projets d'enseignement en ont été déduits, certaines réalisations effectives ont pu être testées dans le primaire (cf. R. Douady). Ces divers travaux ouvrent des perspectives d'amélioration effectives de l'enseignement grâce à une meilleure connaissance des faits didactiques, moyennant une formation des maîtres appropriée.

Qu'en est-il dans l'enseignement supérieur?

Pour notre part, nous reprenons l'hypothèse qu'une des variables jouant de façon importante dans les échecs cités est encore à ce niveau l'inadaptation de l'enseignement dans ses contenus et sa forme aux étudiants tels qu'ils sont; c'est donc dans l'imbrication de certaines variables individuelles et d'autres, plus institutionnelles que nous voyons un facteur décisif. Autrement dit, nous pensons que l'enseignement des mathématiques tel qu'il est pratiqué en général ne peut engendrer le réel apprentissage d'un assez grand nombre de notions chez un assez grand nombre de nos étudiants. En conséquence, nous pensons qu'il peut être efficace de proposer des modifications de l'enseignement basées sur des hypothèses concernant l'apprentissage de nos étudiants.

Le but de cet article est précisément, en apportant nos réponses actuelles, d'amorcer un débat sur les questions suivantes:

* Quelles hypothèses peut-on faire sur l'apprentissage des mathématiques en premier cycle universitaire, en particulier y a-t-il des hypothèses spécifiques à ce niveau d'enseignement?

* Y a-t-il des problèmes spécifiques liés à la conception et à la réalisation de projets d'enseignement basés sur de telles hypothèses?

* quels sont a priori les problèmes méthodologiques liés à l'évaluation de réalisation de tels projets?

Rappels sur nos hypothèses préalables en guise d'introduction

a) Il ne suffit pas de bien savoir les mathématiques pour bien les enseigner.

L'apprentissage des élèves ne résulte pas automatiquement des seuls exposés de l'enseignant, et/ou des activités qu'il propose quelles qu'elles soient; suivant les maîtres il y a ou non pour le même élève apprentissage d'un contenu donné, et pour un même maître, on note des variabilités interindividuelles et selon les contenus.

L'apprentissage individuel résulte certes pour une part de l'enseignement dispensé par le maître, mais c'est plutôt l'imbrication de tel type de discours ou d'activité (collective ou non) sur tel terrain individuel à propos de tel contenu qui nous semble constituer l'élément décisif dans l'explication des phénomènes d'enseignement. La théorie des situations de G. Brousseau a largement contribué à illustrer ce point de vue.

Par exemple, nous ne concevons pas de faire une étude séparée des seuls contenus à enseigner, car nous pensons qu'un même contenu, selon les connaissances antérieures des élèves, selon la distribution de ces élèves dans le groupe classe, selon l'organisation de la présentation qui en est faite peut donner lieu à des apprentissages fort différents.

C'est dire que nous pensons qu'il y a lieu de tenir compte des sujets apprenants, de leurs possibilités et de leurs diversités éventuelles pour tenter d'optimiser l'enseignement.

Si nous estimons nécessaire de bien savoir les mathématiques pour bien les enseigner, nous pensons qu'il est aussi très important de savoir comment les mathématiques peuvent être apprises.

b) De l'apprentissage: il existe des régularités dans les processus d'apprentissage scolaire, et on peut les mettre en évidence.

Nous faisons donc une hypothèse préalable très importante en ce qui concerne l'apprentissage: nous pensons que, par delà les diversités des situations qui résultent de toutes les variables en présence, il existe des régularités dans les processus individuels d'acquisition des connaissances compte-tenu des enseignements qui y sont associés.

De plus nous pensons que ces régularités peuvent être mises en évidence par des recherches. Nous introduisons ainsi l'hypothèse d'une certaine rationalité dans les phénomènes d'enseignement, et par suite d'une possibilité de reproduction et de contrôle. Pour beaucoup d'enseignants au contraire la classe est le théâtre d'une pièce toujours improvisée, et les décisions que prend le maître, consciemment ou non, restent de l'ordre de l'intuition, de l'expérience ou même de l'art. Certains enseignants considèrent même qu'il peut être dommageable pour la relation maître/élèves que soient explicitées ces régularités.

Nous rejoignons donc les sciences de l'éducation, dont les chercheurs ont la même hypothèse préalable et nous reprenons d'ailleurs certains de leurs résultats (en psychologie cognitive, ou sociale en particulier). Nous nous distinguons cependant de ces sciences, car nous estimons que les processus d'apprentissage sont intimement liés aux contenus

enseignés; nous en déduisons que les régularités les plus intéressantes, les plus pertinentes, sont celles qui se repèrent dans les apprentissages d'un contenu donné. Nous répartissons les contenus à enseigner en unités de base adéquates, appelés "champs conceptuels" et introduits par G. Vergnaud. Ces champs conceptuels sont déterminés de façon à ce qu'il y ait effectivement une certaine unité et une certaine spécificité dans les mécanismes de mise en fonctionnement des notions concernées et par suite dans leur appropriation éventuelle.

c) Conséquences pour l'enseignement, et démarche didactique

Nous pensons que la connaissance des processus d'apprentissage en situation scolaire permet de concevoir des enseignements où sont pris explicitement en compte ces processus. Nous prétendons de plus que ces enseignements sont par là-même susceptibles d'engendrer des acquisitions efficaces pour beaucoup d'élèves; dans une certaine mesure c'est le fait que le rapport enseignement/apprentissage soit plus contrôlé que d'habitude et ceci en référence aux élèves, qui nous amène à cette hypothèse d'amélioration potentielle de l'efficacité attendue.

Ces hypothèses justifient notre intérêt pour les régularités évoquées plus haut et nous placent dans une perspective qui n'est pas uniquement fondamentale. Notre démarche globale, en effet, va de la compréhension des processus d'apprentissage en situation à la conception d'enseignements (appelée ingénierie didactique), de cette conception à des réalisations effectives et des réalisations à l'observation et l'évaluation. Les enseignements sont conçus compte-tenu et des résultats des observations des comportements des élèves en situation scolaire, et des hypothèses cognitives que nous adoptons et des

épistémologies particulières à chaque champ conceptuel (nous y reviendrons). La phase d'évaluation est très importante dans la validation de la démarche, mais très délicate à effectuer; l'évaluation interne, c'est à dire la comparaison des prévisions et des résultats effectifs après enseignement, et le suivi des élèves concernés constituent pour l'instant les méthodes les plus utilisées.

d) des hypothèses à la recherche: schéma d'une démarche

Comme nous l'avons annoncé dans l'introduction, nous pensons encore, comme tous les didacticiens, que l'apprentissage des mathématiques dans le supérieur (premier cycle) ne résulte pas seulement des seules qualités de tel maître, particulièrement qualifié en mathématiques, de tels élèves, ou de tels programmes mais aussi de l'organisation du travail scolaire compte-tenu des possibilités individuelles, de la situation de classe, et des contenus. Mais nous estimons qu'à ce niveau des possibilités d'apprentissage nouvelles existent, compte-tenu de l'âge des étudiants et de leur préselection. En fait cette dernière caractéristique assure une certaine motivation, et nous ne l'exploitons pas plus.

Nous nous sommes donc attachés à préciser nos hypothèses cognitives, en distinguant celles qui sont plus spécifiques de notre terrain. Le résumé en est fait dans la première partie.

Mais ce qui nous intéresse n'est pas seulement la production d'hypothèses; nous cherchons particulièrement à dégager les hypothèses productives en matière de possibilité d'amélioration de l'enseignement. C'est donc à concevoir des projets d'enseignement, que nous supposons efficaces que doivent nous servir nos hypothèses; de plus, si elles sont valides, nous devons être en mesure de prévoir, pour une majorité d'étudiants en tout cas, les conséquences de tel enseignement sur tel apprentissage; autrement dit, nos projets d'enseignement doivent aussi permettre un certain contrôle des acquisitions.

Notre démarche globale reprend donc le schéma suivant, classique en didactique: nos hypothèses nous amènent à concevoir des projets d'enseignement; nous tentons d'évaluer des réalisations effectives de

ces projets, aussi bien en ce qui concerne leur efficacité sur l'apprentissage qu'en ce qui concerne la part de nos hypothèses effectivement à l'oeuvre dans la réalisation, ainsi que la validité de ces hypothèses.

Nous allons précisément aborder les problèmes préalables à une telle démarche: y-a-t-il des difficultés de réalisation spécifiques à l'université? y-a-t-il des problèmes d'évaluation spécifiques? Quelles propositions méthodologiques pouvons nous apporter?

I. Apprentissage des mathématiques en situation scolaire.

Avant d'aborder l'exposé de nos hypothèses sur l'apprentissage des mathématiques, nous devons préciser notre choix épistémologique en matière de mathématiques.

2.) Quelles mathématiques?

Nous adoptons une épistémologie des mathématiques de type problématique. En toute généralité, notre objectif est de faire acquérir des outils (concepts) pour résoudre des problèmes, problèmes de mathématiques ou y aboutissant. Un certain nombre de textes généraux de J.L. Ovaert précise cette conception, qui s'est inspirée de recherches sur l'histoire des mathématiques.

Ce point de vue n'est pas universellement adopté par la communauté des mathématiciens et des professeurs; dans certains cas, il n'existe pas de réflexion explicite sur le sujet; d'autres représentations individuelles sont même contradictoires, par exemple certains

enseignants ou enseignés conçoivent les mathématiques comme un texte, un développement théorique, paré ou non de qualités esthétiques ou autres. On conçoit l'importance de ces préalables épistémologiques, dans la mesure où nos objectifs d'apprentissage se définissent à partir de nos conceptions.

Ceci dit, tous les concepts ne nous semblent pas de la même nature (ce mot est sans doute impropre), et par là-même ne sont peut-être pas justiciables du même mode d'acquisition. Ainsi l'algèbre linéaire, les convergences, R , ont un statut de formalisation, unificateur et généralisateur (cf. J. Robinet); en fait, historiquement, ces notions ont été introduites, nous semble-t-il, comme un aboutissement, alors que les résolutions d'une partie des problèmes concernés fonctionnaient déjà bien dans chaque cas particulier; ces concepts ont joué le rôle d'outils indispensables dans des nouveaux problèmes beaucoup plus difficiles, d'une autre complexité (espaces vectoriels de dimension infinie, convergences plus générales dans des espaces topologiques etc...). Pour ces notions, nous avons des difficultés à trouver des problèmes relativement ouverts et néanmoins abordables par les élèves avant le cours correspondant, problèmes où les notions doivent être mobilisées comme outils (ce qui peut servir d'introduction efficace à l'apprentissage comme nous le verrons plus loin); pour d'autres concepts, ou pour introduire des extensions de concepts déjà connus (multiplication sur les décimaux, convergence uniforme par exemple) c'est plus facile, comme le montrent les travaux sur le sujet de R. Douady et J. Robinet respectivement.

Il n'en reste pas moins que c'est cette conception problématique des mathématiques qui nous sert, le cas échéant et pour partie, à guider nos

choix de contenus et d'organisation de ces contenus. Nous privilégions systématiquement la mise en fonctionnement des concepts dans des problèmes, et plus précisément dans des "vrais problèmes" susceptibles de donner du sens aux concepts en question.

Nous considérons que, ce faisant, nous optimisons la transposition didactique que nous opérons nécessairement.

Dans ces conditions, nous utilisons le mot "apprentissage" pour désigner cette possibilité de mise en fonctionnement des notions visées par l'enseignement, bien entendu dans des contextes adaptés au dit enseignement.

Nous allons maintenant décrire les hypothèses cognitives que nous adoptons, en rappelant d'abord extrêmement brièvement et même schématiquement les résultats de psychologie qui sont à l'origine de nos réflexions spécifiques. Nous exposerons ensuite les hypothèses valables pour tous les élèves en situation d'apprentissage des mathématiques (issues des travaux de didacticiens travaillant sur l'enseignement obligatoire) et les hypothèses plus particulières que nous avons été amené à préciser en ce qui concerne l'enseignement post-obligatoire. Nous devons préciser ici que ce sont des années d'observation quasi-journalière dans des classes qui sont à l'origine des premiers résultats en didactique des mathématiques.

b) Quelques rappels

Les travaux de psychologie sur l'apprentissage individuel sur les quels se basent les hypothèses cognitives de nombreux didacticiens, concernent le plus souvent les enfants jusqu'à 16 ans. Il faut d'abord citer les travaux de Piaget, dont sont surtout retenus à un niveau très global le caractère constructiviste de l'acquisition des connaissances en mathématiques (par l'action) et la théorie des rééquilibrations. Précisons que par "action" en mathématiques, il faut entendre résolution de problèmes.

Nous devons aussi faire référence aux travaux de Lautrey (et al.) qui ont mis en évidence certaines diversités fondamentales des cheminements cognitifs des enfants dans l'acquisition de notions comme l'inclusion ou la sériation (cf. développement opératoire). L'une des originalités de ces travaux de psychologie différentielle est, selon nous, le changement radical de point de vue sur l'interprétation des différences constatées entre les enfants: celles-ci ne sont plus vues comme des "bruits", des décalages individuels, mais comme des indices de progressions personnelles différentes. Cela amène les auteurs, pour interpréter sur le plan théorique ces diversités, à revoir la hiérarchie piagetienne mettant en tête "l'action" devant la perception et l'image mentale par exemple, et à proposer une interprétation plus souple, en termes d'interactions, des rôles de ces divers facteurs dans la construction des connaissances. Les connaissances étudiées ne résultent pas spécifiquement de l'apprentissage scolaire, pas plus que chez Piaget.

En ce qui concerne les aspects sociaux de l'apprentissage (en classe) les travaux des tenants des théories interactionnistes de la construction des connaissances sont souvent retenus par les didacticiens. Certains

auteurs ne s'intéressent là-encore qu'à des apprentissages non spécifiquement scolaires, de l'ordre du développement opératoire, comme Doise, Mugny, Perret-Clermont, ou Beaudichon dans le domaine de l'acquisition de la langue; d'autres, comme Perret-Clermont, Schubauer-Leoni, Brun, ont commencé à investir même le domaine scolaire; pour tous, le travail collectif et plus spécialement les conflits cognitifs entre pairs facilitent certaines appropriations individuelles, par dépassement de centrations individuelles partielles et éventuellement contradictoires et réorganisation "englobante". Ces phases d'apprentissage ne peuvent évidemment pas avoir lieu n'importe quand, ni avec n'importe quels partenaires, comme le précisent ces recherches.

Il existe aussi de nombreux travaux portant sur les relations "maître-élèves" (Gilly par exemple), d'orientation psychosociologique. Je citerai le travail de P. Marc sur les attentes, implicites ou même inconscientes des maîtres, prouvant l'importance des facteurs sociaux dans la perception qu'ont les maîtres des élèves. Ainsi, à performance scolaire équivalente, des élèves d'origine sociale plus modeste peuvent être plus mal perçus que d'autres, alors même que le maître ne connaît pas ces renseignements. Le concept didactique de "contrat didactique" permet de relayer ce type de résultats.

Ceci nous amène aux recherches sur les représentations inconscientes des divers partenaires de la relation scolaire, en ce qui concerne et l'objet mathématique et son apprentissage; étudiées par exemple par Nimier, ces représentations sont plus difficiles à prendre en compte explicitement dans des travaux de didactique, si ce n'est par la prise de conscience d'une certaine relativité obligatoire des prévisions que

l'on peut faire sur les réalisations effectives de séquences d'enseignement.

De tous les travaux de sociologie qui dressent le bilan social de l'école, en décrivant en particulier les échecs scolaires, on peut retenir l'importance considérable de la variable "origine sociale"; cela a amené certains chercheurs à des investigations sur les interprétations cognitives des corrélations entre réussite scolaire et origine sociale; ainsi Lautrey a mis en évidence le lien entre les pratiques éducatives plus ou moins rigides et caractéristiques des différents milieux sociaux et les performances scolaires. Des hypothèses liées au contenu de l'enseignement peuvent aussi être faites à ce sujet (cf. Perrin, Robert).

En ce qui concerne l'apprentissage des adultes, on doit citer les travaux de psychologues piagétiens comme Navarro, Vermersch (et al.). On y trouve l'hypothèse que les instruments de psychologie génétique mis au point pour les enfants jusqu'à 16 ans sont encore valides, et opératoires. De plus, ce qui spécifierait les adultes serait la présence simultanée de plusieurs registres de fonctionnement, comme les registres formel, préopératoire, ..., utilisés à tour de rôle selon les individus et les situations (cf. Vermersch).

En psychologie du travail enfin, on trouve posées de nombreuses questions méthodologiques en particulier sur l'appréhension des apprentissages chez les adultes.

c) hypothèses cognitives

1) Hypothèses communes aux enseignements obligatoires et post-obligatoires

Nous adoptons pour partie des hypothèses déjà admises par des didacticiens travaillant sur l'enseignement obligatoire et même partiellement testées dans des réalisations effectives de projets d'enseignement basés sur ces hypothèses. Il s'agit des travaux de R. Douady et de certains travaux de l'équipe de G. Brousseau, par exemple.

* apprentissages individuels

Nous admettons que globalement les différents mécanismes cognitifs correspondant aux apprentissages mathématiques ne sont pas qualitativement différents de ceux qui sont à l'œuvre avant 16 ans.

Nous nous appuyons pour cela sur la non-contradiction avec cette hypothèse de tous les travaux des didacticiens portant sur le niveau post-obligatoire, que les hypothèses cognitives y soient explicitement précisées (Audibert, Fishbein, Robert, Robinet, Tall) ou non (Berthelot, Cornu, Legrand).

Nous admettons ainsi l'importance de l'action dans l'apprentissage et, en son sein, des mécanismes de déséquilibres/rééquilibrations. Nous reprenons en conséquence l'hypothèse de R. Douady de l'efficacité pour beaucoup d'étudiants de résolutions de problèmes du type suivant: une notion mathématique nouvelle, visée par l'apprentissage, est introduite dans un problème et doit être mobilisée comme outil de résolution dans plusieurs cadres. Citons, pour préciser, les cadres graphique, numérique, algébrique, géométrique, formel etc.. De plus, dans les cadres intervenants dans le problème choisi, les connaissances des élèves sur la notion visée doivent être différentes, avec nécessairement un cadre

où il existe effectivement des acquis mathématiques, perceptifs ou autres.

Ces problèmes interviennent avant le cours sur la notion, et l'enseignement s'organise suivant le cycle schématisé en "ancien, recherche, explicitation, institutionnalisation, familiarisation, réinvestissement" suivant les termes de R. Douady. Cette organisation est supposée efficace si elle est mise en fonctionnement pour un nombre suffisant de notions.

Les travaux de C. Laborde, après ceux de psychologues genevois comme J. Brun, ont montré d'autre part l'importance d'un apprentissage spécifique des formulations en mathématiques; contrairement à une opinion répandue, selon la quelle le signe est associé sans difficulté au concept, nous faisons avec elle l'hypothèse, largement étayée dans sa thèse, que les signifiants et leur usage par les élèves sont une source de problèmes réels, même si les concepts correspondants sont en voie d'acquisition.

l'apprentissage scolaire

Nous admettons également l'efficacité du travail en groupes et des conflits à certains moments de l'apprentissage. Personnellement nous y voyons un intérêt d'un autre ordre: faire diminuer l'insécurité au moment de l'abord de nouvelles notions, en particulier dans des problèmes du type évoqué plus haut. Nous pensons que l'inconnu est inconfortable.

L'apprentissage de l'usage des formulations mathématiques, qui répondent précisément à une nécessité de communication, semble être un terrain qui se prête bien à un travail en groupes de type émission de messages et réception (cf. Laborde et équipe de Grenoble).

Nous admettons aussi que dans tout le travail sur les preuves en mathématiques (cf. Balacheff) ce type de travail est particulièrement adapté.

2) des hypothèses plus spécifiques: apprentissage pour des adultes

* facteurs favorisant l'apprentissage

Nous faisons l'hypothèse qu'à ce niveau d'études, la part de ce qui peut être appris par d'autres moyens que "l'action" et en particulier la résolution de problèmes préalable au cours, est plus grande qu'avant 16 ans. Nous pensons par exemple à l'utilisation de la perception (visuelle en particulier), du formalisme, de l'imitation méthodique etc... Les recherches sur l'utilisation du cadre informatique dans l'enseignement des mathématiques pourraient être très éclairantes à ce sujet d'ailleurs.

* différents cadres préférentiels

Compte-tenu des diversités dans les cheminements cognitifs antérieurs des étudiants, nous pensons qu'il s'est établi chez certains des cadres préférentiels de fonctionnement mathématique, relativement stables. Cela peut être le cadre graphique chez les uns, le cadre formel chez d'autres, ou encore le cadre numérique. Nous avons quelques arguments pour étayer cette hypothèse sur la quelle nous travaillons par ailleurs. Ainsi, en regroupant les procédures qui sont utilisées par les mêmes étudiants dans diverses tâches d'analyse, nous avons mis en évidence des régularités individuelles, et nous avons pu définir des types de comportement (cf. cahier de didactique n°7). Cela a été fait indépendamment de l'exactitude des procédures utilisées. Nous avons repéré des étudiants préférant toujours le recours à des conduites de type algorithmique, même si ce n'est pas adapté; pour d'autres

étudiants, on trouve de façon stable des procédures faisant appel aux images mentales, et aux dessins, chez d'autres encore on note une prédilection pour les raisonnements formels.

Nous avons aussi montré que la maîtrise des formalisations en analyse n'était pas nécessairement en rapport avec les performances des étudiants. On a constaté que, sur une population donnée d'étudiants de première année, les élèves d'origine sociale modeste, tout en ayant parmi les meilleures notes à un prétest sur les acquis antérieurs, avaient massivement un moins bon type de formulation (déterminé par la formalisation d'une phrase donnée en langage naturel).

Cette hypothèse renforce l'importance des jeux de cadres que nous avons évoqués plus haut; en effet cela peut mieux permettre de garantir que chacun retrouvera dans les activités proposées pour introduire les nouvelles notions un cadre préférentiel pour lui.

*travail sur les représentations.

Nous émettons une hypothèse sur la quelle nous travaillons par ailleurs et qui concerne les représentations qu'ont les étudiants des mathématiques et de la meilleure façon de les apprendre. Il faut préciser tout de suite qu'il ne s'agit pas des représentations inconscientes, étudiées par Nimier par exemple, mais des représentations qui émergent spontanément à la conscience par simple questionnement et sans aucune interprétation d'ordre psychanalytique. Nous pensons que l'apprentissage peut être favorisé par un travail explicite sur ce type de représentations. Autrement dit nous pensons qu'on peut agir efficacement sur les "épistémologies naïves" des sujets apprenants pour reprendre l'expression de Y. Chevallard. Ce travail explicite est de

l'ordre du métamathématique ce qui explique que nous le privilégions avec des adultes.

Par exemple, une forme courante de représentation incomplète du fonctionnement du rapport enseignement/apprentissage nous semble être ce que Chevallard appelle l'illusion de la transparence. Véhiculée souvent par le maître, qui croit que son discours, rendu le plus clair possible, peut être entendu tel quel par l'élève, cette illusion peut aussi être partagée par les étudiants qui pensent que la balle est d'abord dans le camp du maître; de ce fait les élèves ne mettent pas toujours dans leurs propres activités l'enjeu d'apprentissage qui pourrait y être. Nous pensons que cette représentation peut être modifiée par des explications, des illustrations bien choisies et des pratiques à condition que ces dernières soient explicitement mises en rapport avec la représentation que l'on vise.

Signalons que le travail sur les productions des mathématiciens au cours des temps semble être une bonne occasion à mener des interventions de type métamathématique sur l'épistémologie des mathématiques.

Nous mettons dans la même catégorie les réflexions méthodologiques que l'on peut faire aux étudiants car elles enrichissent la représentation qu'ils se font du savoir, tout comme les interventions explicites sur les procédures erronées ou les modèles incomplets qui peuvent être faites sur le plan individuel.

De nombreux auteurs ont déjà proposé d'enrichir l'enseignement de réflexions explicites d'ordre méthodologique ou heuristique. Citons G. Glaeser ou plus récemment une équipe de Grenoble dans le fascicule intitulé "l'apprentissage du raisonnement". Cependant nous avons ajouté cette dimension des représentations du sujet car elle nous paraît être

susceptible d'expliquer certains des phénomènes dont nous prétendons qu'ils peuvent se passer.

Soulignons, pour terminer sur ce point, que des recherches doivent être menées pour valider ce type d'hypothèses qui n'ont pas fait encore l'objet de travaux spécifiques (à ma connaissance).

d) De grandes interrogations

Il reste de nombreuses questions portant sur l'apprentissage sur les quelles nous n'avons aucune hypothèse théorique; ainsi sur le rôle de la mémoire et sur des exploitations didactiques appropriées à chacun, nous n'avons pratiquement aucune idée et aucune stratégie prenant en compte les évidentes diversités individuelles à ce sujet; de même sur le rôle du temps, temps minimum qu'il faut "rester" sur une notion pour en permettre une assimilation par exemple, quelles que soient les méthodes d'enseignement adoptées, notre réflexion théorique est très faible, nous adoptons les positions empiriques que tout enseignant finit par se créer. Nous n'avons pas encore non plus intégré à des projets d'enseignement les différences individuelles de rapidité, mais les travaux sur le travail collectif en petits groupes devraient permettre d'avancer sur ce point.

II Problèmes liés à la conception et à la réalisation de projets d'enseignement en premier cycle universitaire

a) Difficultés liées aux contraintes institutionnelles

Elles peuvent être dues en premier cycle au fait qu'il est nécessaire à notre avis de respecter une coordination profonde entre les disciplines (mathématiques, physique et chimie au moins) et que cette coordination est très difficile à réaliser. D'une part les uns et les autres ont de très grandes contraintes de programme (programme officiel par semestre); par suite les réorganisations éventuelles de contenu ne peuvent être que locales et assez modestes. D'autre part les notions mathématiques dont se servent les physiciens et les chimistes sont souvent introduites par les mathématiciens de façon totalement indépendante de ces besoins; on contribue ainsi à alimenter une représentation erronée des mathématiques, disjoignant celles des mathématiciens et celles des physiciens. Les travaux de M. Artigue sur une expérience en Deug à Paris VII (1981) ont largement illustré cette dichotomie des représentations des différentielles qu'avaient les étudiants. Il est alors paradoxal si ce n'est illusoire de chercher à introduire les notions mathématiques comme outils.

b) Difficultés inhérentes au type de projet

Nous proposons donc, pour un certain nombre de nouvelles notions, une organisation de l'enseignement différente de ce qui se fait généralement. Un problème ouvert, mais abordable, est proposé en Travaux Dirigés avant que le cours sur la notion visée ait eu lieu. Ce schéma peut être source de difficultés importantes. En effet, ce type

d'activités n'est efficace, comme nous l'avons rappelé, qu'au sein de toute une organisation globale de l'enseignement. Il est indispensable par exemple d'institutionnaliser après les recherches en petits groupes, et ce cours, qui doit homogénéiser les résultats de la classe, décontextualiser ce qui peut l'être, étiqueter les nouveaux résultats, doit tenir compte des démarches de chaque groupe pour avoir une efficacité optimale. Des exercices de renforcement sont tout aussi indispensables, ainsi que des réinvestissements bien choisis. Autrement dit, isolées du reste de ce qui est prévu, les séances de recherche collective de problèmes d'introduction ne servent sans doute pas à grand chose, en tout cas ce n'est pas ce que nous avons conçu.

Cela a des conséquences qui sont des sources de difficultés. D'une part, cela implique que les collègues qui font le cours tiennent compte, effectivement, de ce qui s'est passé dans chaque groupe de T.D.; par conséquent chaque enseignant de T.D. doit pouvoir décrire ce qui s'est passé dans son groupe; il doit donc disposer de caractérisations des comportements possibles, et doit pouvoir reconnaître les comportements attendus, le cas échéant.

Cela nécessite que les propositions de séquences du type précédent soient toujours accompagnées d'un mode d'emploi assez complet: on doit disposer non seulement des descriptions des différents déroulements possibles de la séance avec les interventions adéquates de l'enseignant dans chaque cas mais encore des différents comportements attendus et des critères permettant une estimation qualitative, instantanée et par l'enseignant lui-même de ce qui s'est passé. Il faut donc que les ingénieries soient élaborées avec soin, et que les intervenants les apprennent.

Cela nécessite ensuite une coordination entre les divers intervenants très coûteuse au moins en temps.

De plus c'est difficile d'enseigner en tenant compte d'activités préalables car cela laisse une marge d'incertitude quant au texte du cours adéquat ce jour-là; c'est difficile de laisser chercher les étudiants sans savoir exactement ce qui va se passer, avec une apparente perte de temps, et la contrainte d'un compte rendu quasi immédiat de la séance. On connaît les difficultés que nous avons en tant qu'observateur à évaluer ce qui s'est passé réellement pendant une séance d'enseignement; que dire de cette nécessité, même plus modeste, imposée aux enseignants eux-mêmes, qui n'étant pas didacticiens ne sont pas du tout préparés à une telle activité?

Mais il y a encore une autre condition à respecter si on veut que ce soient effectivement nos hypothèses qui soient à l'oeuvre. C'est que les étudiants (et les enseignants) aient "joué le jeu" de la séquence, s'y soient effectivement investis, malgré des habitudes souvent différentes. Or les contrats implicites en vigueur la plupart du temps sont différents, les activités des étudiants ne font pas partie⁽¹⁾ "du temps du savoir". Changer l'organisation même de l'enseignement, les enjeux de ses différents moments, n'est pas chose simple. Les enseignants sont habitués à optimiser une autre façon d'enseigner, où leurs qualités personnelles de clarté peuvent sembler responsables des apprentissages. Les étudiants sont habitués à un fonctionnement moins fatigant, moins autonome et où ils ne s'engagent pas sauf dans des exercices d'application, souvent chez eux. Il faut donc changer les contrats, et c'est difficile. En tout état de cause cela ne peut se faire instantanément, cela demande d'avoir suffisamment de séquences pour

(1) selon Y. Chevallard

laisser les partenaires s'adapter à ce mode de travail. Personnellement il m'a fallu par exemple deux mois en première année de premier cycle pour que le travail en petits groupes commence à bien fonctionner dans mon groupe de T.D., pour prendre cet exemple; et ce n'est qu'après ce délai que je commence à ne pas perdre de temps et même à en gagner.

Soulignons que nous estimons qu'une explicitation des avantages (et des inconvénients) de tel ou tel mode de travail facilite beaucoup son adoption par les étudiants. On rejoint notre argumentation sur l'efficacité du travail explicite sur les représentations du mode d'accès au savoir mathématique.

Pour revenir aux difficultés de réalisation de nos projets d'enseignement, il est donc nécessaire à notre avis que les collègues s'engagent pour un temps long dans un enseignement éventuellement ressenti comme plus difficile, moins gratifiant, qui leur prend plus de temps, sans les points de repère habituels; or l'efficacité de cet enseignement n'est pas encore prouvée, et ne le sera, le cas échéant, que si un certain nombre de collègues s'engagent dans une telle pratique, y compris donc sans conviction. Il y a là une difficulté de taille. Pour corser cette difficulté, nous devons ajouter qu'il est déjà délicat de s'approprier une séquence imaginée par quelqu'un d'autre avec des objectifs très déterminés; quand en plus les hypothèses justifiant la séquence ne sont pas partagées, cela devient encore pire.

c) Exemples

Un certain nombre d'ingénieries ont été réalisées pour la première année de premier cycle, plus ou moins difficilement suivant la nature des

concepts visés. Signalons quelques séquences sur la convergence des suites, la continuité, les développements limités et parties principales, l'intégration et les équations différentielles. Les premières sont publiées dans le cahier de didactique n°7, sur l'intégration on peut consulter le cahier n° 22, et sur les équations différentielles les travaux de M. Artigue.

D'autres séquences sur l'algèbre en particulier ont été expérimentées sans avoir été rédigées pour l'instant; en effet, une expérience pédagogique, inspirée des principes développés ci-dessus, a été menée en première année de premier cycle à Paris VI pendant deux ans. Cependant seul l'enseignement des mathématiques y était expérimental, ce qui diminue nécessairement la portée de l'expérience (cf. a)). D'autre part cette expérience ne constituait pas une expérience de didactique; ses objectifs étaient purement pédagogiques, elle n'engageait personne sur le plan didactique, ses conditions de réalisation n'ont pas été optimales vu les contraintes énoncées plus haut, et aucune évaluation n'en a même été tentée.

Le texte des principes adoptés par l'équipe enseignant dans cette section expérimentale est joint en annexe.

III Problèmes méthodologiques liés à l'évaluation d'un projet d'enseignement

La conclusion idéale à laquelle nous aimerions parvenir pourrait s'énoncer ainsi:

* il y a eu un apprentissage efficace et contrôlé pour de nombreux étudiants, et même pour plus d'étudiants qu'en général

* cela est dû, au moins en grande partie, à nos initiatives spécifiques.

Il est clair que nous ne pourrions jamais apporter de preuves formelles (comme en mathématiques) à ces propositions.

Pourtant, il est nécessaire d'avoir une évaluation, ne serait-ce que partielle, de ce type d'enseignement, aussi bien pour pouvoir réaliser des expériences que pour avancer sur nos hypothèses cognitives initiales. Existe-t-il des marges de manoeuvre dans l'enseignement, peut-on concevoir des choix améliorant les apprentissages?

Il faut aussi mesurer l'importance de ce type de résultats pour la communauté des mathématiciens et des professeurs de mathématiques à tous les niveaux. Nous avons déjà soulevé cette question au paragraphe précédent au niveau individuel, le problème se pose aussi au niveau de l'institution.

Or, dans l'état actuel de nos travaux, nous ne sommes pas arrivés à la conclusion énoncée au début de ce paragraphe, ni d'ailleurs à une autre différente, car nous avons rencontré trop de problèmes méthodologiques préalables à une telle évaluation, outre les problèmes de réalisation (non résolus) évoqués ci-dessus.

Nos interrogations comportent deux volets, la question de l'évaluation de l'apprentissage et celle de la comparaison avec les résultats d'un enseignement ordinaire.

a) En ce qui concerne les apprentissages, nous pouvons utiliser les méthodes habituelles de comparaison des comportements attendus et des comportements observés, par exemple dans des épreuves écrites bien choisies. L'étude des comportements de l'élève lorsqu'il s'engage dans un problème, l'examen des questions qu'il se pose, sont également des méthodes privilégiées d'évaluation (interne).

Cependant, ceci nécessite de savoir à quel moment de l'apprentissage une telle évaluation a un sens, et sur quelles tâches il est significatif d'interroger les étudiants. Si les exercices sont proches de ceux qui ont fait l'objet de l'enseignement, on pourra évoquer les effets du contrat et non une véritable appropriation, s'ils en sont plus éloignés, ce sont peut-être les capacités individuelles qu'on teste autant que les apprentissages. Si on fait passer les tests tout de suite après l'enseignement, on n'est pas sûr qu'une acquisition durable (souhaitée) a bien eu lieu, si on les fait passer plus tard, on n'est pas sûr que les réorganisations dues à ce qui s'est passé entre temps ne sont pas à l'origine des performances observées.

De plus il n'est pas évident d'interpréter les résultats de tests, compte-tenu des paramètres individuels en présence (acquis antérieurs diversifiés, variations individuelles contingentes...).

Cela nécessite en tout cas des études de didactique préalables relativement poussées, qui n'ont pas toujours été faites compte-tenu des difficultés de réalisation déjà signalées...

b) Reste les problèmes de comparaison.

Cette question nous a beaucoup préoccupé et nous a mené à proposer une méthodologie particulière, permettant peut-être d'avancer sur ce point.

Première question: comment comparer à leur entrée à l'université deux populations d'étudiants de première année de 150 personnes chacune pour donner un ordre de grandeur?

En effet lorsqu'ils entrent à l'université après 12 années au moins d'école, les étudiants ont des connaissances antérieures diverses, et qui vont joué un rôle important dans leurs acquisitions ultérieures, comme nous l'avons montré (cf. cahiers de didactique n°7 et 18).

Il sera donc raisonnable de ne comparer par la suite que ce qui est comparable, c'est à dire des étudiants dans le même état moyen initial en quelque sorte.

Comment donc repérer ces acquis antérieurs en définissant des classes d'étudiants comparables?

Compte-tenu de nos hypothèses sur l'apprentissage, nous avons pensé qu'un bon critère d'appréciation des connaissances des étudiants à l'issue de leurs études secondaires était le degré de mise en fonctionnement des notions concernées dans les différents cadres où elles interviennent. En effet, ce critère devrait non seulement différentier actuellement les étudiants, mais encore devrait avoir un caractère prédictif sur les apprentissages ultérieurs; rappelons que selon nous, les acquisitions peuvent être favorisées, chez un grand nombre d'étudiants, par des jeux de cadres dans des problèmes: ces jeux de cadres sont d'autant plus faciles à mettre en place qu'il existe des connaissances dans de nombreux cadres.

Nous allons détailler notre méthode en ce qui concerne l'analyse. Nous avons déterminé, en nous basant sur les cadres de l'analyse, un certain nombre de blocs de connaissances (graphique, numérique, formel, ordre sur R, inégalités...) en distinguant, le cas échéant, différents aspects des mises en fonctionnement relevant de ces blocs. Par exemple, en ce qui concerne le bloc "formel", nous avons distingué les 3 sous-blocs *

- * interprétation d'écritures symboliques
- * formalisations par l'étudiant
- * manipulations des écritures symboliques.

De même pour le bloc "graphique" nous avons distingué les réalisations de graphiques et leurs utilisations (interprétations).

Les degrés de mises en fonctionnement des notions d'analyse concernées sont traduits par des scores numériques (0, 1/2, 1) attribués à chaque étudiant pour chaque bloc. Ces scores sont établis suivant les réponses à des exercices dont nous estimons qu'ils caractérisent les mises en fonctionnement des notions correspondantes dans les cadres adéquats. Les répartitions des scores aux différents blocs déterminent un profil pour chaque étudiant et nous faisons l'hypothèse que ce profil caractérise suffisamment les acquis des étudiants pour permettre les comparaisons ultérieures.

Nous avons fait fonctionner cette méthode pour caractériser les différences entre les connaissances des étudiants selon leur section de terminale. Sur une population de Deug première année, ayant passé en octobre 84 un prétest destiné à établir ce type de profil en analyse, nous avons trouvé que la principale différence entre les étudiants issus de C et ceux issus de D concernait le nombre de blocs vides; seulement 20% d'étudiants venant de terminale C avaient plus d'un bloc vide (score

0, pas de connaissances) sur 5 blocs attribués, contre 53% d'étudiants issus de terminale D, pour une population comprenant 55% d'étudiants issus de C. Ajoutons que les évolutions ultérieures en matière d'apprentissage en analyse ont amplement confirmé le caractère prédictif de ces résultats. Cependant une exploitation plus fine des profils, par section d'origine par exemple, s'est révélée délicate compte-tenu des effectifs alors trop petits; ces résultats sont rédigés dans le cahier de didactique n° 18-1.

Il y a un autre type de difficultés qui surgit lorsqu'on a le projet de comparer deux enseignements différents. En effet, si ces enseignements sont effectivement différents en ce qui concerne les mécanismes d'apprentissage mobilisés, ce qui justifie précisément le besoin de comparaison, les différences vont porter vraisemblablement à la fois sur les contenus et sur les méthodes; les exercices et problèmes sur lesquels aura été mis l'accent vont différer; il y aura de ce fait peu de problèmes ayant été autant préparés par les deux enseignements (équidistants pourrait-dire) et il est difficile, voire peu interprétable, de comparer des performances sur des tâches qui n'ont pas fait l'objet de la même préparation.

Une autre méthode peut être avancée pour pallier à ce type de difficultés, c'est le suivi des étudiants après les enseignements étudiés. La grande diversification des études limite malheureusement beaucoup cette possibilité. Par exemple, sur les 137 étudiants reçus en 1985 dans la section expérimentale de Deug première année évoquée ci-dessus, 89 seulement ont été en deuxième année et se sont dispersés dans les trois sections possibles, comprenant chacune plus de 200 étudiants. Les comparaisons perdent alors toute signification. (Nous

remercions au passage Mmes Laçota et Notaire de bien avoir voulu nous communiquer ces chiffres et nous laisser mener nos investigations).

Admettons enfin qu'il y ait un apprentissage effectif d'un plus grand nombre d'étudiants suite à la réalisation d'un projet d'enseignement inspiré de nos hypothèses cognitives. Peut-on être sûr que ce résultat est dû aux initiatives que nous avons prises, et non à d'autres éléments de la situation, comme par exemple le désir des enseignants de réussir une expérience qui leur demande un tel investissement? A ce sujet, on peut remarquer que les sections témoins prévues dans des expériences (même limitées) de comparaison n'ont pas les mêmes résultats que des sections non impliquées à l'avance dans la comparaison (cf. expériences sur la convergence uniforme dans la thèse de J. Robinet).

Peut-on affirmer d'autre part que ce sont nos hypothèses et pas d'autres qui constituent l'élément décisif pour interpréter l'efficacité de ces initiatives?

De nombreuses reproductions de ce type d'expériences peuvent contribuer à apporter des réponses à ces questions avec les difficultés évoquées plus haut...

Conclusion

a) Actuelle

Comme de nombreux didacticiens travaillant sur l'enseignement obligatoire, nous pensons qu'on peut changer les effets de l'enseignement des mathématiques en premier cycle universitaire scientifique en en modifiant l'organisation globale, y compris au plan des contenus. Plus précisément, nous estimons qu'il peut être efficace de prendre en compte les hypothèses cognitives que nous avons énoncées sur l'apprentissage des étudiants en situation scolaire, cette prise en compte se traduisant par des ingénieries appropriées.

Cependant le niveau auquel nous nous plaçons nous a amené d'une part à préciser, voire à compléter les hypothèses sur l'apprentissage; en particulier nous avons développé dans cet article l'hypothèse qu'on peut travailler explicitement sur les représentations qu'ont les étudiants des mathématiques et de l'accès au savoir mathématique, et qu'on doit tenir compte des diversités cognitives stables qui se sont fait jour. D'autre part, nous avons dégagé un certain nombre de contraintes spécifiques qui nous semblent peser à ce niveau sur les ingénieries et les évaluations.

Cela dit, dans la mesure où une expérience didactique complète n'a pas encore été menée, le débat est plus qu'ouvert.

b) Perspectives

Nos recherches actuelles portent sur les représentations des mathématiques que peuvent avoir les étudiants, sur les représentations

qu'ils se font de l'accès à ce savoir et sur les moyens de les compléter si ce n'est de les modifier éventuellement. A cet effet nous avons proposé un questionnaire à des élèves de la seconde au premier cycle et avec I. Tenaud nous avons réfléchi à un enseignement méthodologique de la géométrie pour des étudiants préparant le CAPES. Les premières réponses témoignent surtout d'un manque de représentations en ce qui concerne les mathématiques, et de représentations très stéréotypées en ce qui concerne leur acquisition. D'autre part une étude sur les interactions entre partenaires d'un petit groupe de travail a montré qu'il est possible de repérer un certain nombre de régularités dans les interventions, et a permis de dégager les moments décisifs.

Par ailleurs l'étude des comparaisons de populations au moyens des blocs de connaissances s'est poursuivie cette année grâce aux travaux de H. Authier sur deux populations de Deug.

Enfin une étude sur l'algèbre linéaire a été entreprise en commun avec J. Robinet. Nous cherchons à dégager pourquoi ce domaine, introduit maintenant à l'université pour la première fois pour un certain nombre d'étudiants, présente tant de difficultés pour certains. Cela permet d'aborder autrement le problème des diversités. D'autre part une étude épistémologique est en cours.

Bibliographie

- Artigue M. Une section de DEUG SSM première année en 84-85, Brochure IREM Paris VII n°63 (1986)
- Audibert G. Démarches de pensée et concepts utilisés par les élèves de l'enseignement secondaire en géométrie euclidienne plane, Thèse (1982) Université de Montpellier
- Balacheff N. Preuve et démonstration, Recherches en didactique des mathématiques, Vol. 3.3
- Beaudichon J. La communication sociale chez l'enfant, PUF (1982)
- Berthelot C. et R. Quelques apports de la théorie des situations à l'étude de l'introduction de la notion de limite en classe de première A, mémoire de DEA Bordeaux (1983)
- Brousseau G.* Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, Recherches en didactique des mathématiques, Vol 4.2
- * Problème de l'enseignement des décimaux, Recherches en didactique des mathématiques Vol 1.1
- * Problèmes de didactique des décimaux, Recherches en didactique des mathématiques Vol 2.1
- Brun (et Saada) Formulations écrites et résolution de problèmes additifs Interactions didactiques, Recherche n° 5, Genève-Neuchâtel
- Chevallard Y. La transposition didactique, La pensée sauvage (1985)
- Cornu B. Apprentissage de la notion de limite: conceptions et obstacles, Thèse 3me cycle (1983) Université de Grenoble
- De la Garranderie Les profils pédagogiques, Le centurion (1982)

- Doise (et Mugny) Le développement social de l'intelligence, Interéditions (1981)
- Douady R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques, une réalisation dans tout le cursus primaire, Thèse (1984) Université Paris VII
- Fishbein Image and concept in learning mathematics, Educationnal studies in mathematics Vol 8 n°2
- Gilly M. Maître-élève, rôles institutionnels et représentations, PUF (1980)
- Glaeser G. Mathématiques pour l'élève professeur, Hermann (1971)
- Grenier D. Une séquence d'enseignement sur l'intégrale en DEUG A 1re année, Cahier de didactique n°22, Irem Paris 7
- Laborde C. Deux cadres en interaction dans l'enseignement des mathématiques: Langue naturelle et écriture symbolique, Thèse (1982) Université de Grenoble
- Lautrey J. * Classe sociale, milieu familial, intelligence, PUF (1980)
* Diversité comportementale et développement cognitif, Psychologie française 1984 Vol 29,1
- Legrand M.: cf Grenier
- Marc P. Autour de la notion pédagogique d'attente, Peter Lang (1985)
- Mugny Psychologie sociale du développement cognitif, Peter Lang (1985)
- Nimier Mathématiques et affectivité, recherche sur divers modes de relation à l'objet mathématique, Thèse (1983) Université de Reims
- Navarro C. In "Perspectives piagétienne" sous la direction de L. Not, Théorie opératoire de l'intelligence et analyse des processus cognitifs de l'adulte dans la réalisation de tâches: quelques études récentes, Privat (1982)

Ovaert Quelle philosophie et quelle vision des mathématiques transmet-on aux futurs enseignants? CIEM Grenoble (1975)

Perret-Clermont N. * La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale, Peter Lang (1979)

*(et Schubauer-Leoni) Interactions sociales et représentations symboliques, Recherches en didactique des mathématiques Vol.1.3

Piaget L'équilibration des structures cognitives, problème central du développement, PUF (1975)

Richard F.:cf. Grenier

Robert A.* L'acquisition de la notion de convergence des suites numériques dans l'enseignement supérieur, Thèse (1982) Université Paris VII

* L'acquisition des débuts de l'analyse sur R dans une section ordinaire de DEUG première année, Cahier de didactique n°7, Irem Paris 7

* Rapports Enseignement/Apprentissage (Débuts de l'analyse sur R) Cahier de didactique n°18

Fascicule 0 : connaissances des élèves sur les débuts de l'analyse sur R à la fin des études scientifiques secondaires françaises

Fascicule 1 : Analyse d'une section de Deug A Première année (les connaissances antérieures et l'apprentissage)

Fascicule 3 : les limites de l'évaluation (la section témoin, heurs et malheurs de la section expérimentale)

Robinet J. Ingénierie didactique de l'élémentaire au supérieur, Thèse (1984) Université Paris VII

Schubauer-Leoni:cf Perret-Clermont

Tall D. * Conflicts and catastrophs in the learning of mathematics,
(1977) Mathematical Education for Teaching 2,4

* (et Vinner) Concept image and concept definition in
mathematics with particular reference to limits and continuity,
Educational Studies in Mathematics 12 (1981)

Vergnaud G. Quelques orientations théoriques et méthodiques des
recherches françaises en didactique des mathématiques, Recherches en
didactique des mathématiques Vol 2.2

Vermersch P. Peut-on utiliser les données de la psychologie génétique
pour analyser le fonctionnement cognitif des adultes? Théorie opératoire
de l'intelligence et registres de fonctionnement, Cahiers de psychologie
(1979) 22 1/2

Ouvrages collectifs

Apprentissage du raisonnement Irem de Grenoble (1986)

Rapports du Greco "Didactique des disciplines scientifiques"

ANNEXE

La section expérimentale de première année de premier cycle

Notre projet concerne l'enseignement des mathématiques dans une section de première année de premier cycle (type DEUG A, ou SP4), de 180 à 210 étudiants répartis en groupes de Travaux Dirigés d'une trentaine d'élèves et, le cas échéant, regroupés en "bi-groupes" (réunion de deux groupes de T.D.). Tout étudiant participe à

- six heures de T.D. réparties en trois fois deux heures,
- trois (resp. quatre) heures de cours réparties en deux fois une heure et demie (resp. deux heures) en bi-groupes.

De plus les enseignants assurent une heure de concertation au moins par semaine (coordination des contenus enseignés, choix des problèmes sur table ou à la maison ...).

Cette organisation a déjà fonctionné en 1984-1985 et au premier semestre de 1985-1986.

Principes de l'expérience

Il s'agit pour nous de mettre en oeuvre un enseignement efficace (pour nous, avoir appris un concept, c'est savoir le faire fonctionner), un enseignement adapté aux étudiants tels qu'ils sont au sortir des classes terminales diverses qu'ils ont suivies (terminales C et D essentiellement).

Nous essayons de baser l'apprentissage sur des problèmes dans les quels les notions prennent du sens, et pas systématiquement sur l'expo-

sé préalable, ex nihilo, de propriétés à appliquer ensuite. Pour nous en conséquence, le cours (magistral ou non) peut, pour un certain nombre de nouvelles notions, ne pas précéder leur mise en application dans des problèmes. Dans ce type de problèmes que nous proposons en guise de gène artificielle pourrait-on dire, les notions visées interviennent dans plusieurs cadres mathématiques (graphique, numérique, algébrique...) plus ou moins familiers aux étudiants et ceux-ci s'appuient sur leurs acquis antérieurs dans certains cadres et sur leurs diversités pour aborder les nouveautés. Ce processus leur permet d'affecter un maximum de sens aux notions, utilisées ainsi comme outils de résolution de problèmes d'abord. Ensuite, les concepts sont repris en cours, dans un exposé ordonné et complet, tenant compte des activités préalables. Cela nécessite une coordination effective entre les divers intervenants (d'où la concertation) et cela exige d'élaborer des problèmes appropriés.

Cela implique aussi, pour tenir compte justement de ce qui a pu se passer en T.D., de diminuer les effectifs des étudiants pendant les cours d'où les bi-groupes.

D'autre part, nous avons constaté qu'une des causes d'abandon en première année d'Université est l'isolement conduisant au désarroi de nombreux étudiants (cf. enquêtes C.I.A.O.). Nous avons essayé de renforcer l'encadrement pour y remédier: les cours en bi-groupes sont un des éléments qui y contribuent. De plus nous faisons passer aux étudiants le jour de la rentrée un prétest portant sur leurs connaissances antérieures. Ce prétest nous permet à la fois de localiser les lacunes générales et de nous adapter à nos étudiants, et de discuter individuellement avec les

étudiants sur leurs erreurs particulières.

Une autre déficience constatée chez nos étudiants est le manque de méthode de travail; nous essayons d'intervenir sur ce plan (travail personnel, rédaction des problèmes, expression orale, usage de documents, utilisation des ordinateurs ...) mais c'est très difficile.

Enfin, nous tentons de faire pratiquer fréquemment un réel travail collectif en T.D., en particulier à l'occasion de ces problèmes d'introduction à de nouvelles notions, où l'apport de chacun, avec son originalité, a son importance. Ce type d'organisation du travail en petits groupes (de deux à quatre étudiants par groupe) permet aussi une gestion plus facile de l'hétérogénéité, dans la mesure où les cheminements des divers groupes peuvent être différents.

La mise au point du contenu effectif du cours et de sa progression ne devrait se faire qu'en collaboration avec les collègues des autres disciplines; mais notre programme ne peut s'écarter du programme officiel fixé par l'Université, et comme les collègues ont les mêmes contraintes en physique et en chimie, cette collaboration interdisciplinaire s'avère extrêmement difficile à réaliser. Globalement, nous privilégions les questions de mise en fonctionnement des outils mathématiques, en réorganisant éventuellement les contenus autour de l'apprentissage de ces outils et de leur mise en oeuvre dans des problèmes "riches" (résolutions d'équations, approximations, études locale et globale de fonctions...); ceci nous amène, encore une fois, à faire fonctionner certaines notions avant de les avoir (ré)introduites "formellement" dans

le cours.

Les questionnaires que nous avons proposés aux étudiants en matière d'évaluation de notre projet ont témoigné de leur satisfaction (y compris pour les redoublants); les réponses nous ont amenés à remplacer la moitié des problèmes habituellement donnés à chercher à la maison par des problèmes en temps limité en amphitheâtre (dans le but de les préparer aussi à cette forme de travail demandée à l'examen).

Dans la mesure où les sections sont indépendantes, les pourcentages de reçus n'ont aucune signification en ce qui concerne d'éventuelles comparaisons entre elles. Seul, un suivi des étudiants pourrait nous renseigner sur l'efficacité de nos méthodes, avec la difficulté, bien connue des services d'orientation, de ce genre d'études. Nous ne nous y sommes pas encore lancés!