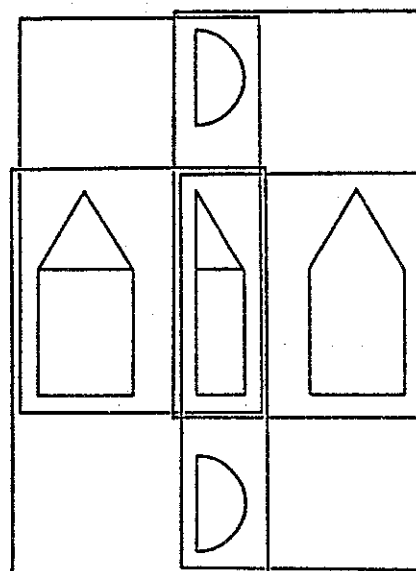


ET SI LA

DESCRIPTIVE

[illegible]

... **SERVAIT**

A' QUELQUE CHOSE?"

<u>NIVEAU</u>	A partir de la classe de 1ère E ou F
<u>PUBLIC</u>	Elèves, Etudiants - Professeurs de Construction, de Mathématiques et de Mécanique
<u>SUJET</u>	Utilisation de la Descriptive dans quelques domaines technologiques.
<u>OBJECTIF</u>	Comparer - Relier - Appliquer

ET SI LA DESCRIPTIVE

SERVAIT A QUELQUE CHOSE

(FASCICULE I)

GROUPE INTERDISCIPLINAIRE I.R.E.M DU LYCEE TECHNIQUE RASPAIL

Michèle ROQUES

Patrick BARRIANT

Michel GAGNARD

Bernard JOUGLENS

NOTE IMPORTANTE :

La lecture du fascicule I renvoie à des schémas du fascicule II. Ces renvois sont indiqués de deux manières :

1. lorsqu'un numéro de figure est accompagné d'un astérisque, cette figure est dans le fascicule II, sous la même rubrique.
2. lorsqu'on trouve la notation du type (II p. 8), le schéma correspondant est à la page 8 du fascicule II.

FASCICULE I

SOMMAIRE

GEOMETRIE DESCRIPTIVE ET DESSIN DE CONSTRUCTION

-Eléments de Géométrie descriptive	Page 1
-Dessin de construction	Page 13
I Conventions de représentation	Page 13
II Lien Géométrie descriptive-Dessin de construction	Page 21
-Exemples d'utilisation de la descriptive	
I Intersections de surfaces	Page 25
1-point par point	
2-surfaces auxiliaires	
II Outil de coupe	Page 30

DESCRIPTIVE ET CINEMATIQUE

Equiprojectivité-Notation des vitesses	Page 37
I Hélice	Page 41
II Pompe à débit variable	Page 43
III Joint de Cardan	Page 45
IV Pompe volumétrique	Page 51

Les enseignants de mathématiques en Lycées Techniques Industriels constatent que la plupart des élèves ne montrent pas trop d'enthousiasme pour la Géométrie descriptive alors qu'ils paraissent plus intéressés par le Dessin de construction, ces deux domaines semblant pourtant être très proches dans les méthodes employées.

Cette brochure voudrait être un lien entre la Géométrie descriptive et quelques domaines techniques où elle est utilisée implicitement ou explicitement.

Ainsi, dans un premier temps, la brochure essaiera de mettre en lumière, sur des exemples simples, les méthodes communes au Dessin de construction et à la Géométrie descriptive. Puis elle donnera, à partir de situations le plus souvent concrètes, des exemples d'utilisation de la Géométrie descriptive en cinématique graphique.

GEOMETRIE DESCRIPTIVE

ET

DESSIN DE CONSTRUCTION

ELEMENTS DE GEOMETRIE DESCRIPTIVE

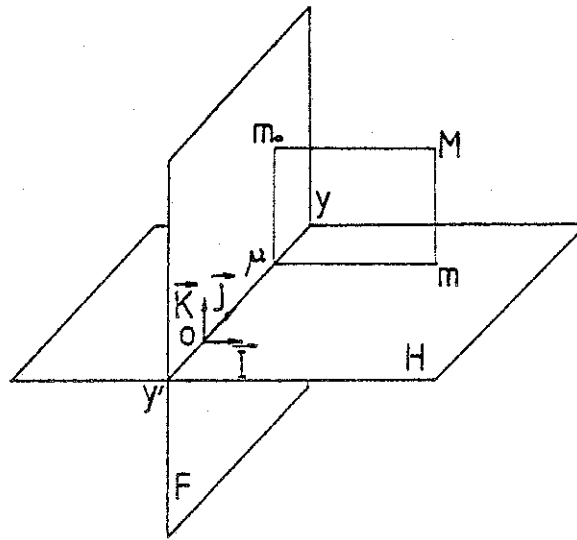
I) GENERALITES

1) Plans de projection:

Soit $(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ un repère orthonormé direct de l'espace affine euclidien orienté E de dimension 3.

Le plan H déterminé par $(O, \vec{I}, \vec{J})$ est appelé plan horizontal de projection. Le plan F déterminé par $(O, \vec{J}, \vec{K})$ est appelé plan frontal de projection. H et F sont donc perpendiculaires.

La droite d'intersection des plans H et F , définie par $(O, \vec{J})$ et notée $y'y$, est appelée ligne de terre.



2) Représentation d'un point :

Un point M quelconque de E , de coordonnées (x, y, z) se projette orthogonalement en m sur H et en m_0 sur F . Le plan (M, m, m_0) perpendiculaire à la ligne de terre en μ est appelé plan de profil.

Nous avons $\vec{OM} = \vec{O\mu} + \vec{\mu m} + \vec{mM}$

$$= \vec{O\mu} + \vec{\mu m} + \vec{\mu m_0}$$

$$= y\vec{J} + x\vec{I} + z\vec{K}$$

x est appelé éloignement de M ; z est appelé cote de M .

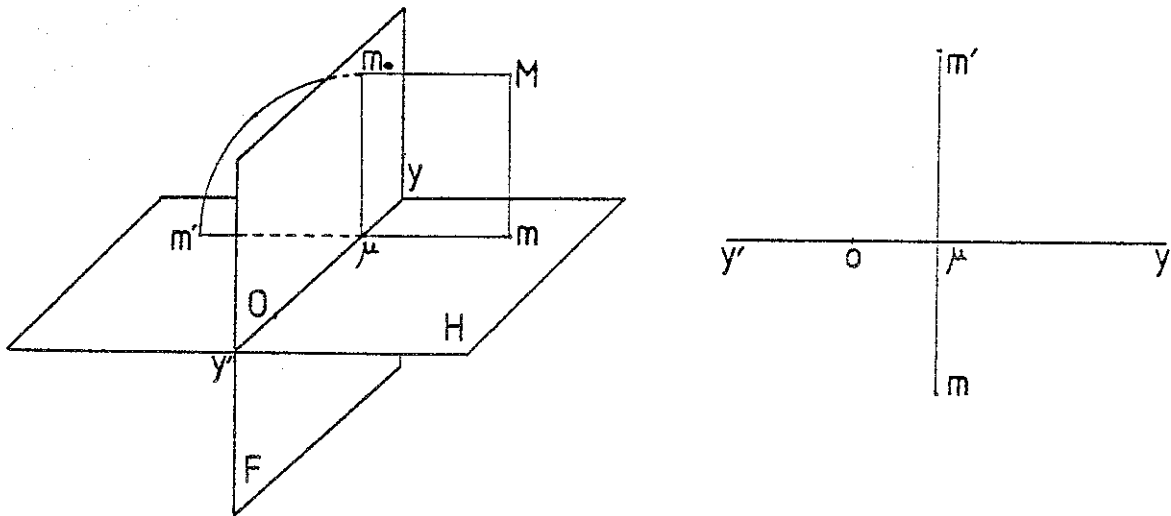
Pour obtenir une représentation plane de M , on effectue la rotation d'axe $(O, \vec{J})$ et d'angle $(-\pi/2)$ qui amène le plan F en coïncidence avec le plan H . Dans cette rotation, l'image de m_0 est m' ($\mu m' = \mu m_0$).

La feuille de dessin représente alors le plan horizontal.

On y fait figurer:

- la ligne de terre $y'y$
- l'origine O si nécessaire
- les points m, m', μ alignés sur une perpendiculaire à $y'y$ en μ appelée ligne de rappel, tracée en pointillé ou en rouge.

La figure ainsi obtenue est l'épure du point M . m est appelé projection horizontale de M ; m' est appelé projection frontale de M .



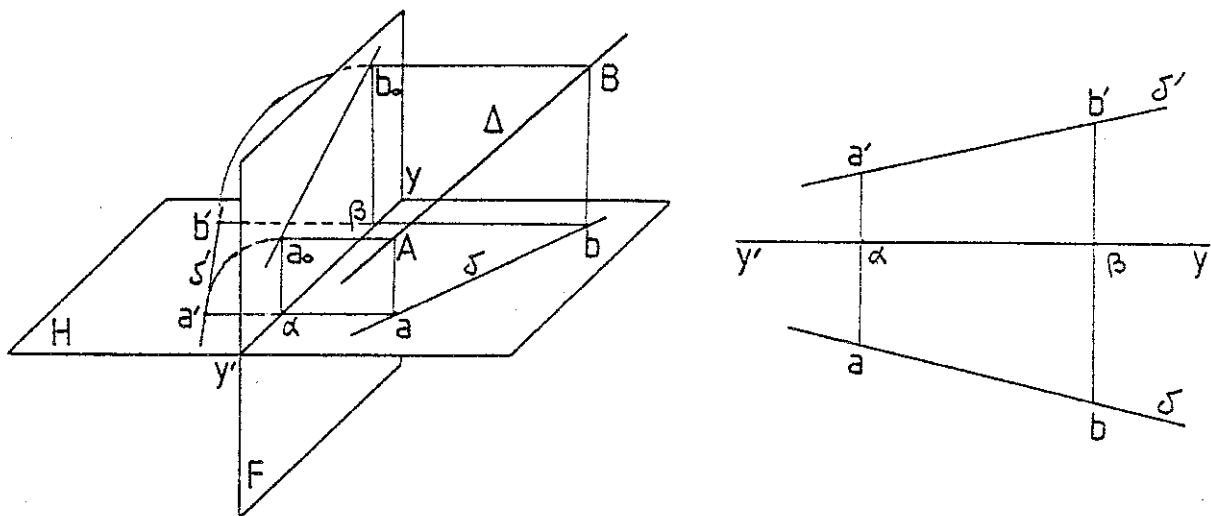
Remarque:

Tout point de l'espace E se note en général par une lettre majuscule; sa projection horizontale sur l'épure par la même lettre minuscule; sa projection frontale par la même lettre minuscule primée.

Le point M de E est défini par le couple (m, m') .

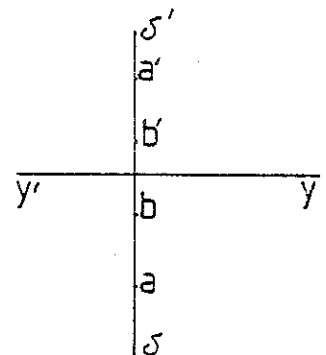
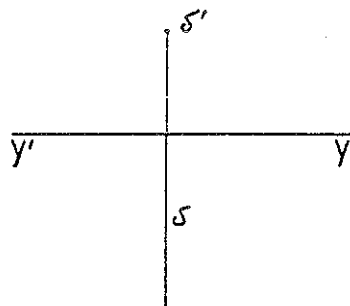
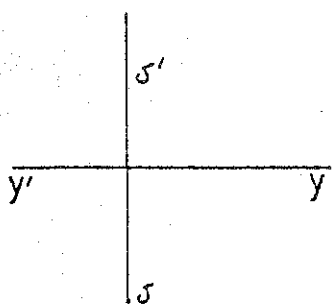
II) LA DROITE

1) Cas général :



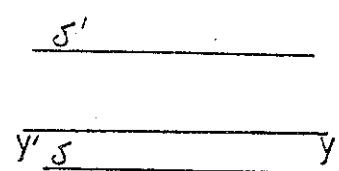
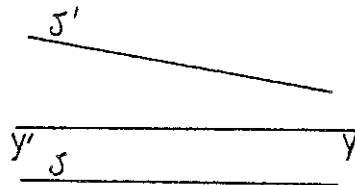
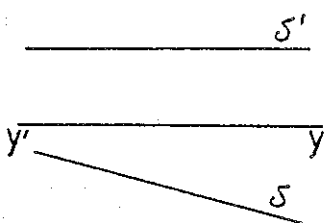
Toute droite Δ de l'espace E est définie par deux points distincts A et B . D'après ce qui précède, l'épure de Δ est constituée par le couple (δ, δ') .

2) Cas particuliers :



Droite verticale: $\Delta \perp H$ Droite de bout: $\Delta \perp F$

Droite de profil: $\Delta \perp y'y$



Droite horizontale: $\Delta \parallel H$ Droite frontale: $\Delta \parallel F$ Droite parallèle à $y'y$

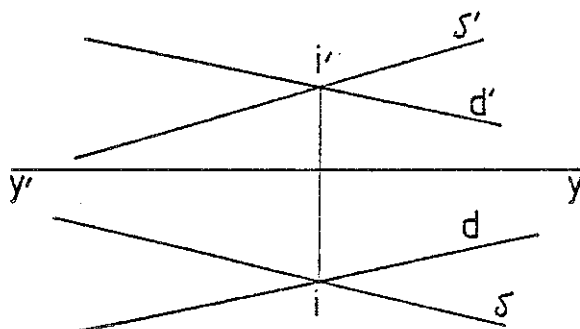
III) LE PLAN

1) Cas général :

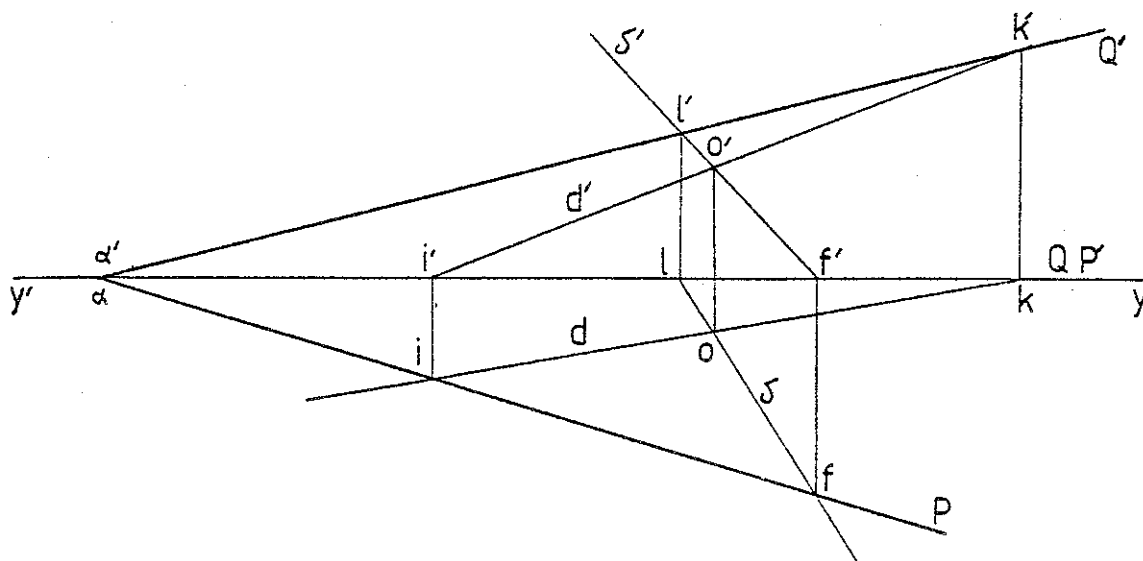
Tout plan P de l'espace E est défini par :

- trois points non alignés
- deux droites sécantes
- deux droites parallèles
- ou une droite et un point n'appartenant pas à la droite.

Si un plan π est déterminé par deux droites D et Δ sécantes en I , on a l'épure suivante:



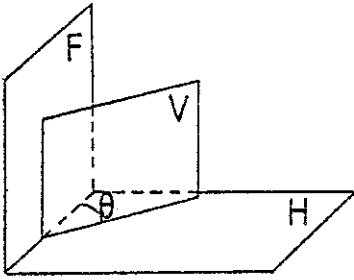
Si nous considérons les intersections de ce plan π avec les plans de projection, nous obtenons deux droites appelées traces du plan:



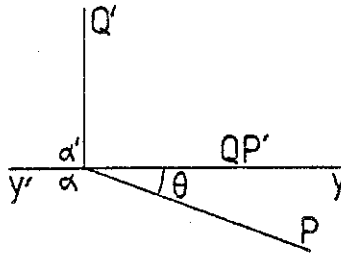
-trace horizontale: $((if), (i'f'))$ notée $(\alpha P, \alpha'P')$.

-trace frontale : $((kl), (k'l'))$ notée $(\alpha Q, \alpha'Q')$.

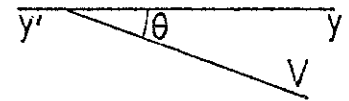
2) Cas particuliers :



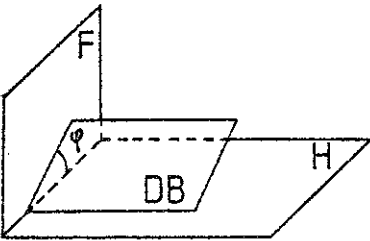
Plan vertical: $V \perp H$



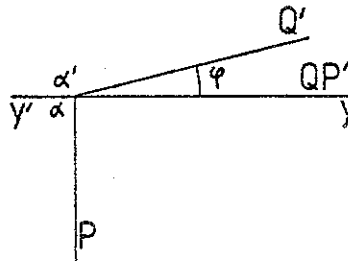
Epure



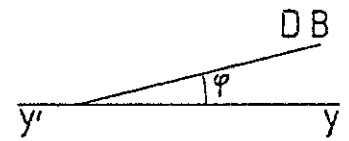
Epure simplifiée



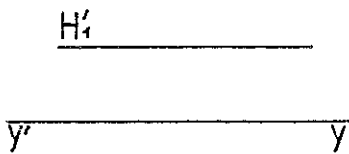
Plan de bout: $DB \perp F$



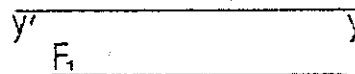
Epure



Epure simplifiée



Plan horizontal: $H_1 // H$



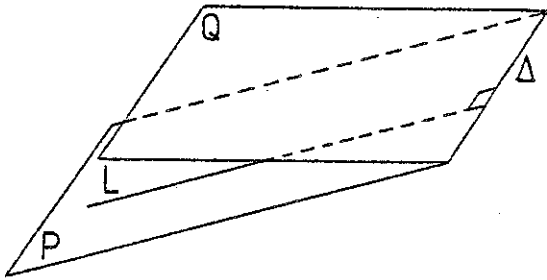
Plan frontal: $F_1 // F$

IV) DROITE ET PLAN PERPENDICULAIRES

1) Propriété: projection orthogonale d'un angle droit.

Pour qu'un angle droit représenté par le couple de droites (U, V) se projette orthogonalement sur un plan P suivant un angle droit, il faut et il suffit que la droite U ou la droite V soit parallèle au plan de projection P .

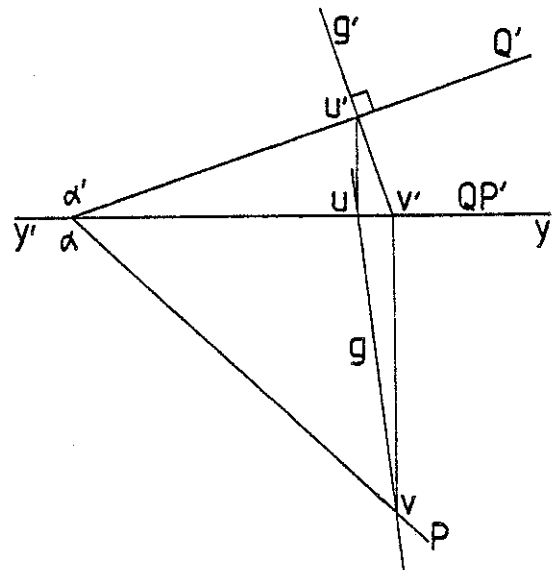
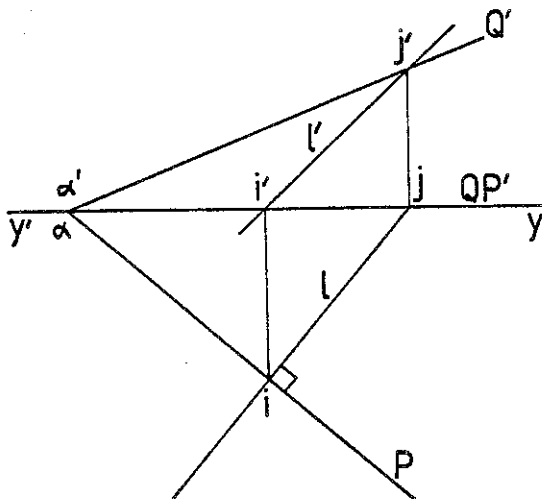
2) Ligne de plus grande pente:



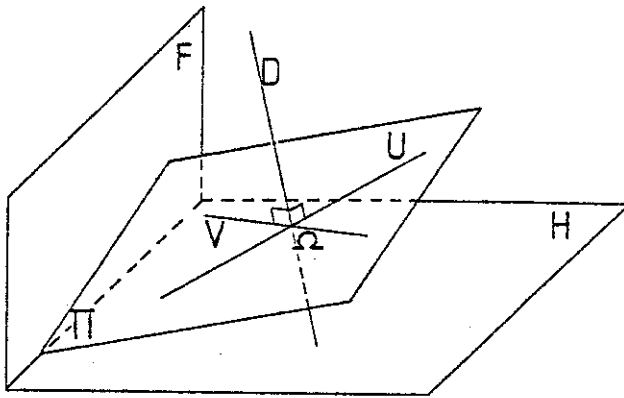
On appelle ligne de plus grande pente d'un plan P par rapport à un plan Q toute droite L du plan P perpendiculaire à la droite d'intersection Δ des deux plans.

En conséquence, toute droite L (resp G) d'un plan π , perpendiculaire à la trace horizontale (resp. frontale) de ce plan, est ligne de plus grande pente du plan π par rapport au plan horizontal H (resp. plan frontal F).

D'où les épures :



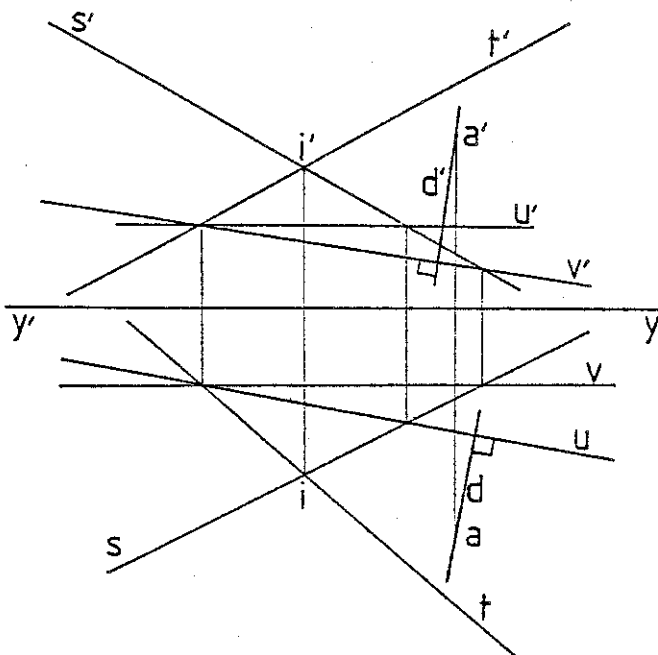
3) Droite perpendiculaire à un plan :



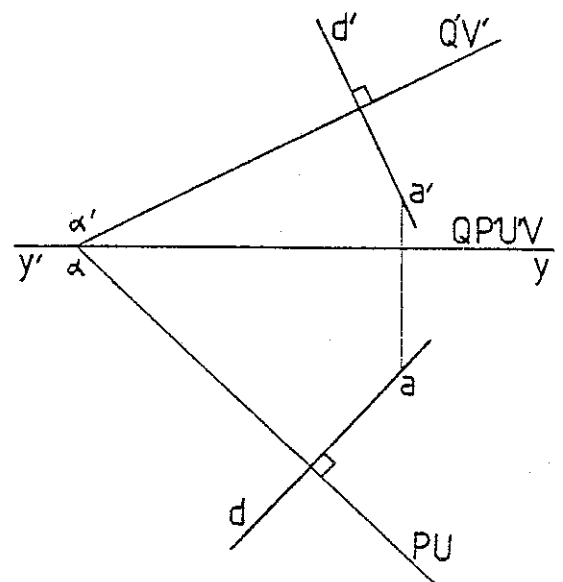
Pour qu'une droite D soit perpendiculaire à un plan Π , il faut et il suffit qu'elle soit perpendiculaire à deux droites sécantes U et V de ce plan.

Conséquence: épure de la droite D passant par un point A quelconque de E et perpendiculaire à un plan Π donné.

On détermine une droite horizontale U et une droite frontale V de ce plan Π . D aura une projection horizontale d perpendiculaire à la projection horizontale u de U, et une projection frontale d' perpendiculaire à la projection frontale v' de V.



Plan Π donné par deux droites S et T sécantes en I

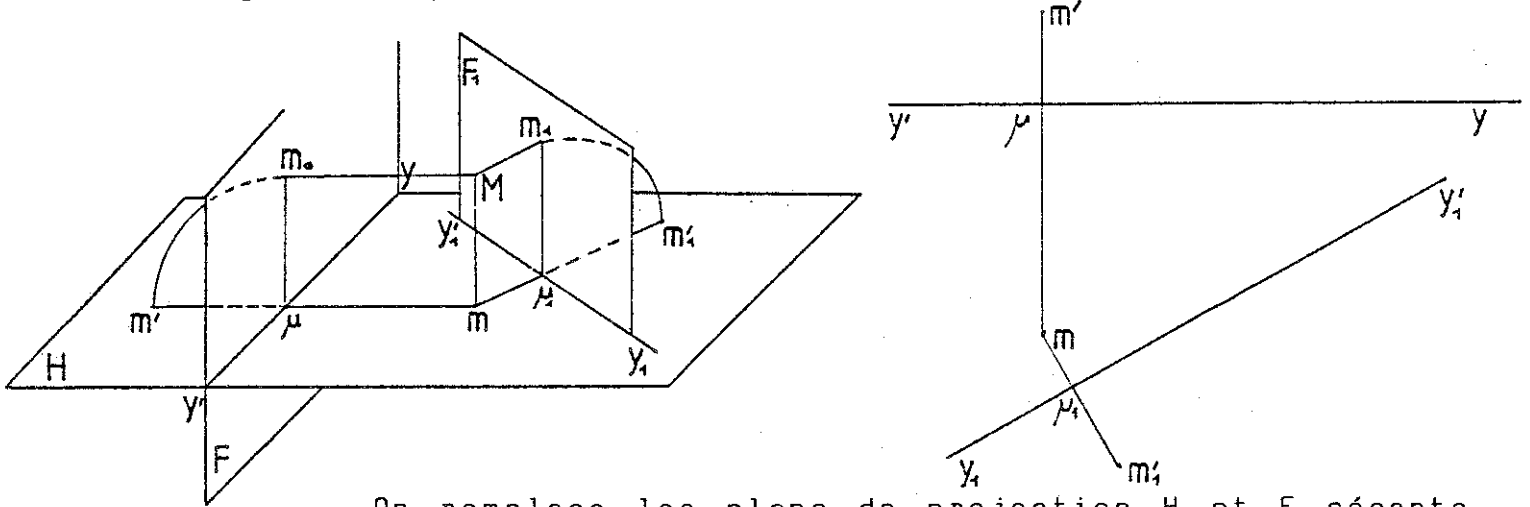


Plan Π donné par ses traces

V) TRANSFORMATIONS DE E

1) Changement de plan:

Effectuons par exemple un changement de plan frontal. Un changement de plan horizontal s'effectuerait d'une manière analogue.



On remplace les plans de projection H et F sécants suivant $y'y$ par les plans H et F_1 sécants suivant y'_1y_1 , F_1 étant un nouveau plan frontal.

Dans cette transformation, tout point M de E

- conserve sa projection horizontale m
- admet une nouvelle projection frontale m_1 de même cote que m_0 .

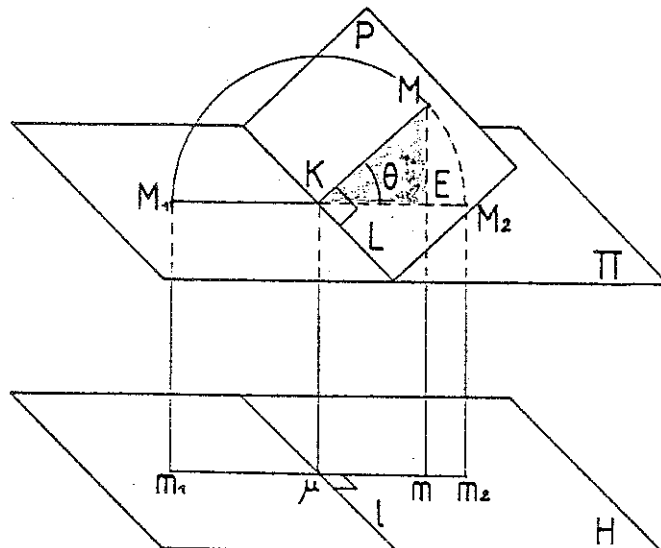
2) Rabattement:

Rabattre un plan P sur un plan π , c'est l'amener en coïncidence avec le plan π par une des deux rotations possibles ayant pour axe la droite d'intersection L des deux plans, appelée charnière.

a) Rabattement sur un plan horizontal ou frontal:

α) Rabattement de P sur un plan horizontal π ($\pi // H$):

La charnière est donc une horizontale de P. Il suffit ainsi de se donner une horizontale de P pour déterminer le plan π .



8) Remarque:

Dans le rabattement d'un plan P sur un plan π , pour que des points de P aient des images alignées, il faut et il suffit que ces points soient alignés. Cette propriété est utilisée dans ce que l'on appelle la "méthode des alignements". (comme par exemple dans IV 2 c).

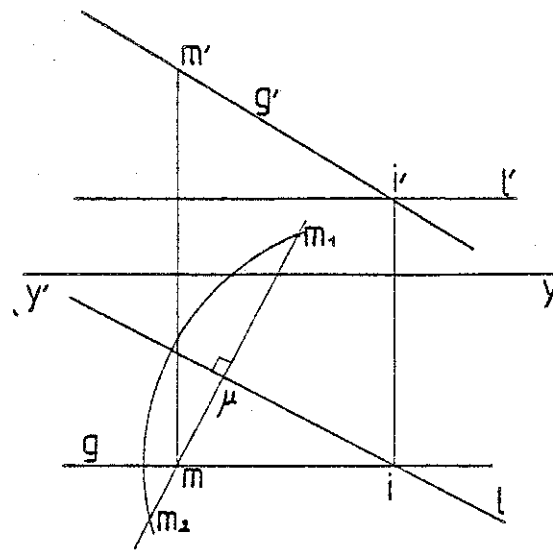
b) Procédé de la frontale (resp. horizontale)

Dans ce procédé, on évite de tracer le triangle de rabattement.

α) Si π est le plan horizontal contenant une horizontale L donnée:

Pour obtenir l'image d'un point M dans le rabattement du plan (M, L) sur π , on trace la frontale G du plan (M, L) passant par M qui coupe L en I . On obtient la longueur MI par $i'm'$, et de plus I est un point invariant. Donc:

$$IM = i'm' = im_1 = im_2$$



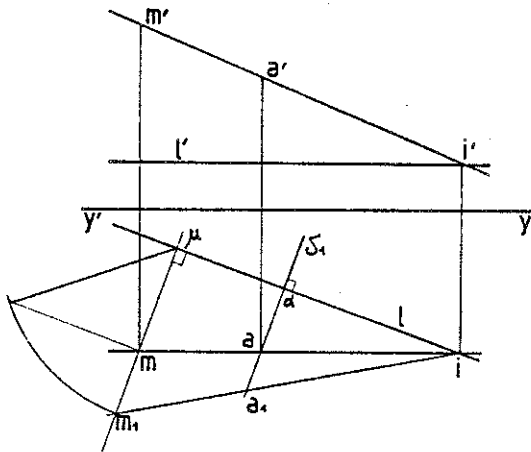
β) Si π est le plan frontal contenant une frontale K donnée:

On procède d'une manière similaire en traçant cette fois l'horizontale du plan (M, K) passant par M pour obtenir l'image de M dans le rabattement du plan (M, K) sur le plan π .

$$(IM = im = i'm'_1 = i'm'_2)$$

On peut utiliser un procédé analogue dès qu'on connaît le segment $[M, I]$ en vraie grandeur.

Dans l'exemple choisi, π est horizontal.

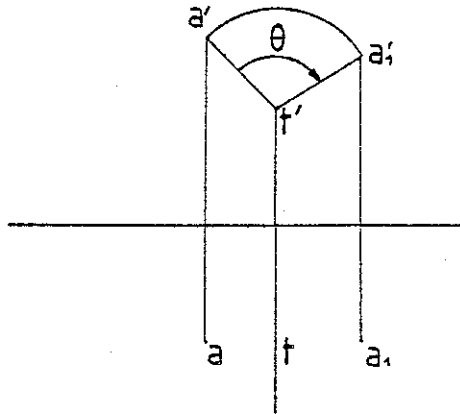


-D'où le point a. On en déduit
a' qui appartient à $(m'i')$.

On choisit l'axe de rotation vertical ou de bout. Sinon, on le rend vertical ou de bout, par exemple par un changement de plan.

D'où A_1 le transformé de A par cette rotation.

b) Rotation d'axe de bout T et d'angle θ :



Dans cette rotation,

-l'éloignement du point A est inchangé.

-la projection frontale a' subit la rotation plane de centre t' et d'angle θ .

D'où A_1 le transformé de A dans cette rotation.

DESSIN DE CONSTRUCTION

I) CONVENTIONS DE REPRESENTATION :

L'un des buts du Dessin de construction est de donner une représentation d'un objet ou d'une pièce le constituant.

Pour cela, par exemple, on projette orthogonalement la pièce sur des plans de projection (en général trois plans perpendiculaires) permettant d'en obtenir une représentation "des plus caractéristiques". Ainsi, pour "la boîte à sel", on a choisi un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ définissant les trois plans F, H et P. (fig. 1* et 2*)

1) Vues d'une pièce:

On considère, par exemple, la projection orthogonale de la "boîte à sel" sur le plan P.

On ne conserve dans cette projection que les points visibles par un observateur situé à l'infini dans la direction $\vec{i}$, ce qui explique la présence du segment $[a, b]$ dans la figure 1* et son absence (ou son remplacement par un trait en pointillé) dans la figure 2*. Chacune des projections ainsi définies constitue une vue de la pièce.

Parmi ces vues, on choisit celle qui paraît la plus représentative de la forme de la pièce et on l'appelle vue de face. Pour "la boîte à sel" (fig. 2*) on a choisi par exemple la projection sur le plan F comme vue de face: c'est donc ce que verrait un observateur o_1 situé à l'infini dans la direction $\vec{j}$.

La vue de face étant fixée, on choisit les autres vues nécessaires à la définition complète de la pièce.

Ce que verrait un observateur o_2 situé à l'infini dans la direction $\vec{i}$ (à gauche de la pièce pour o_1) s'appelle vue de gauche. Ce que verrait un observateur o_3 situé à l'infini dans la direction $(-\vec{i})$ (à droite de la pièce pour o_1) s'appelle vue de droite. (fig. 2*)

Ce que verrait un observateur o_4 situé à l'infini dans la direction $\vec{k}$ (au-dessus de la pièce pour o_1) s'appelle vue de dessus. Ce que verrait un observateur o_5 situé à l'infini dans la direction $(-\vec{k})$ (au-dessous de la pièce pour o_1) s'appelle vue de dessous.

2)-Convention de représentation:

Dans la représentation plane qu'on fait de la pièce ("dessin de définition de la pièce") on peut donner une position centrale à la vue de face (fig.3*). Dans la convention européenne, on représente la vue de droite à gauche de la vue de face, et celle de gauche à droite de la vue de face. De même, on représente la vue de dessus au-dessous de la vue de face, et celle de dessous au-dessus de la vue de face.

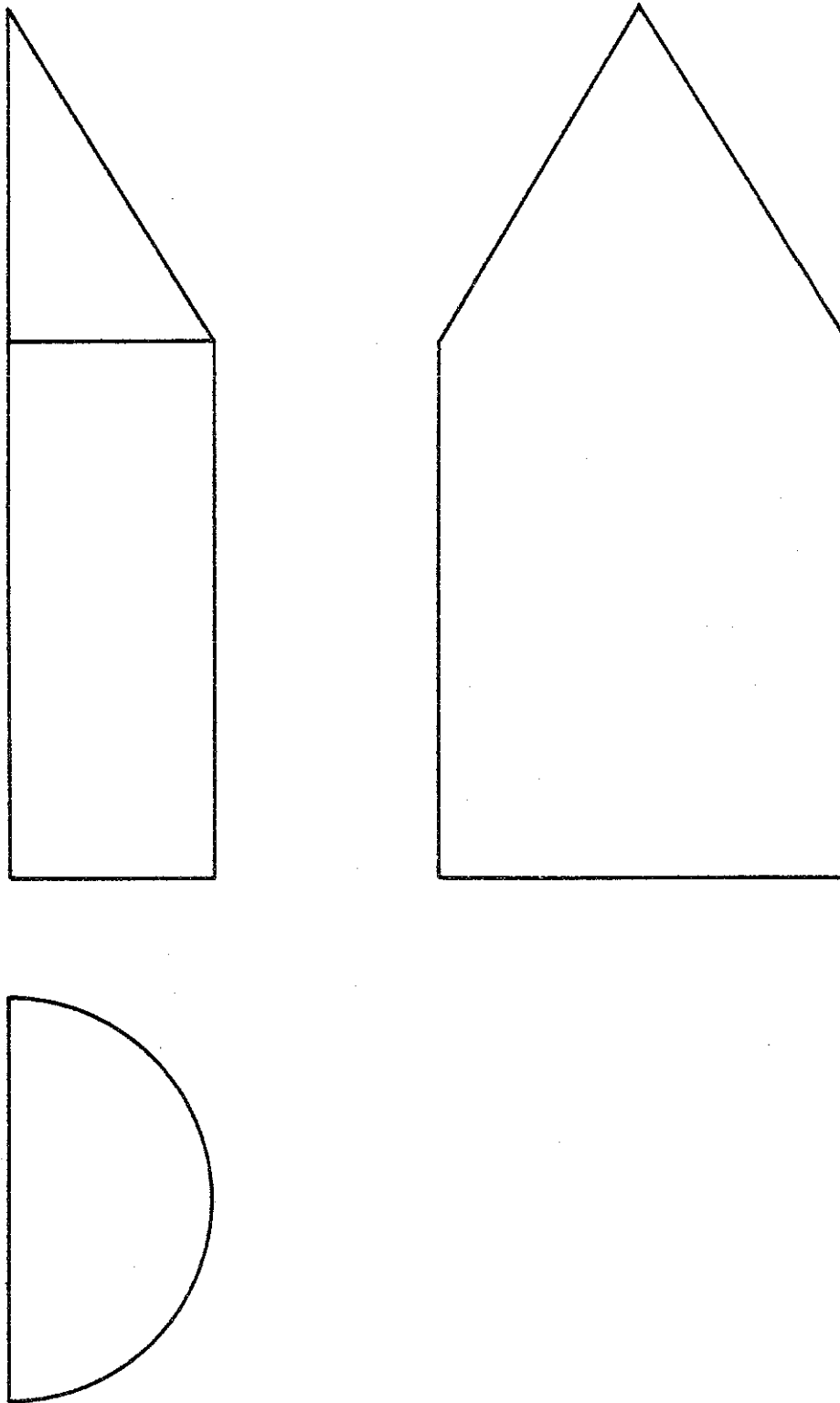
[En fait, on transforme la vue de gauche par la rotation d'axe parallèle à $(0, \vec{k})$ et d'angle $(+\pi/2)$ pour la représenter sur le plan F de la vue de face. De même, on fait subir une rotation d'axe parallèle à $(0, \vec{k})$ et d'angle $(-\pi/2)$ à la vue de droite pour la représenter dans le plan F. On fait subir également une rotation d'axe parallèle à $(0, \vec{i})$ et d'angle $(+\pi/2)$ à la vue de dessous pour la représenter dans le plan F, et une rotation d'axe parallèle à $(0, \vec{i})$ et d'angle $(-\pi/2)$ à la vue de dessus pour la représenter dans le plan F.]

On fait donc apparaître quatre dessins de définition possibles de la pièce (fig.3*). La figure 4 est une de ces possibilités.

Remarques:

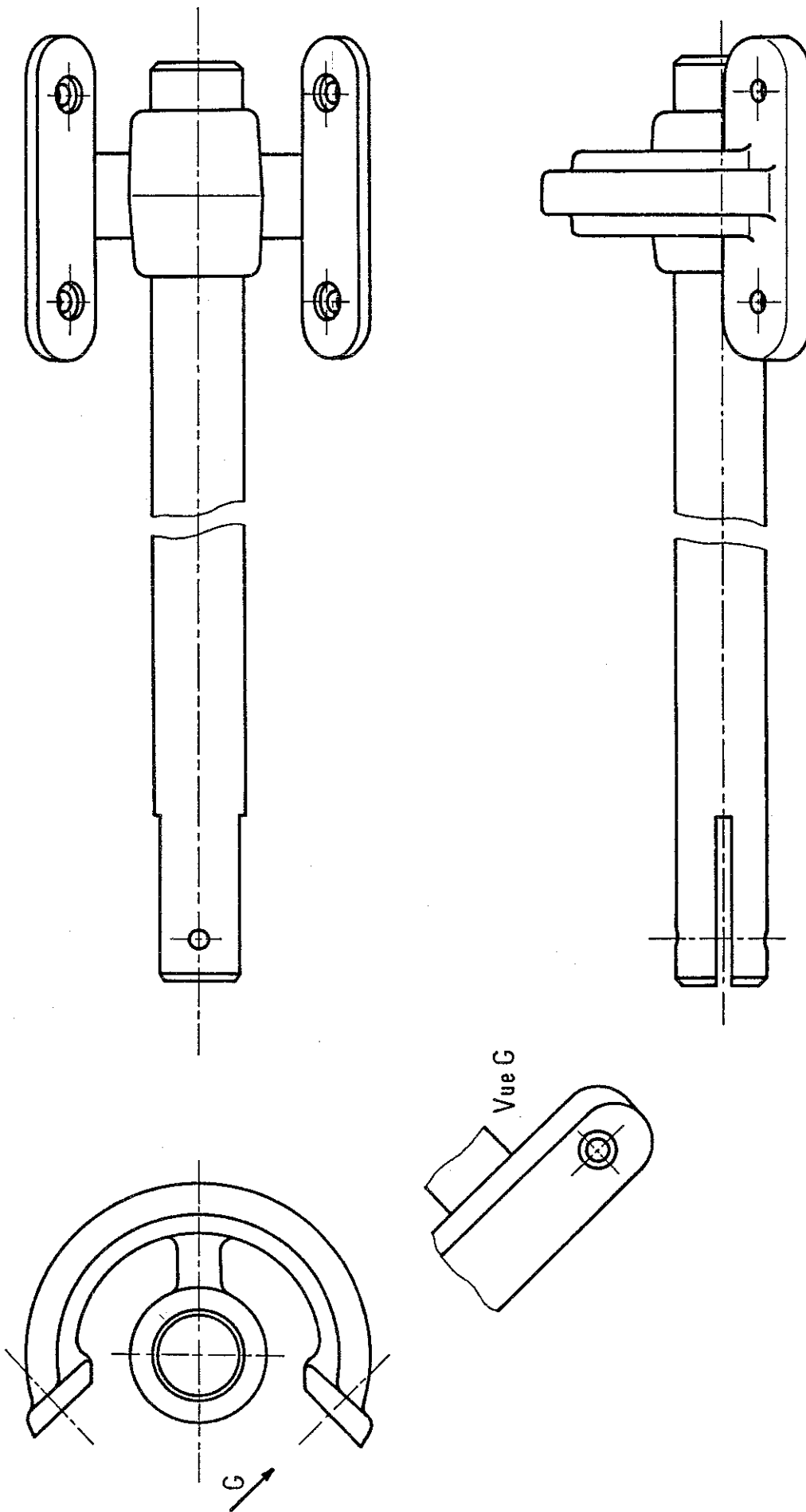
1- Il existe une convention dite américaine où la vue de droite est placée à droite de la vue de face, la vue de gauche à gauche, la vue de dessus au-dessus et la vue de dessous au-dessous.

2- Le dessin de définition fait l'objet d'une mise en page particulière (espacement particulier des différentes figures).



Echelle 1	BOITE A SEL
	

Fig. 4



ETRIER DE RODOIR
PNEUMATIQUE

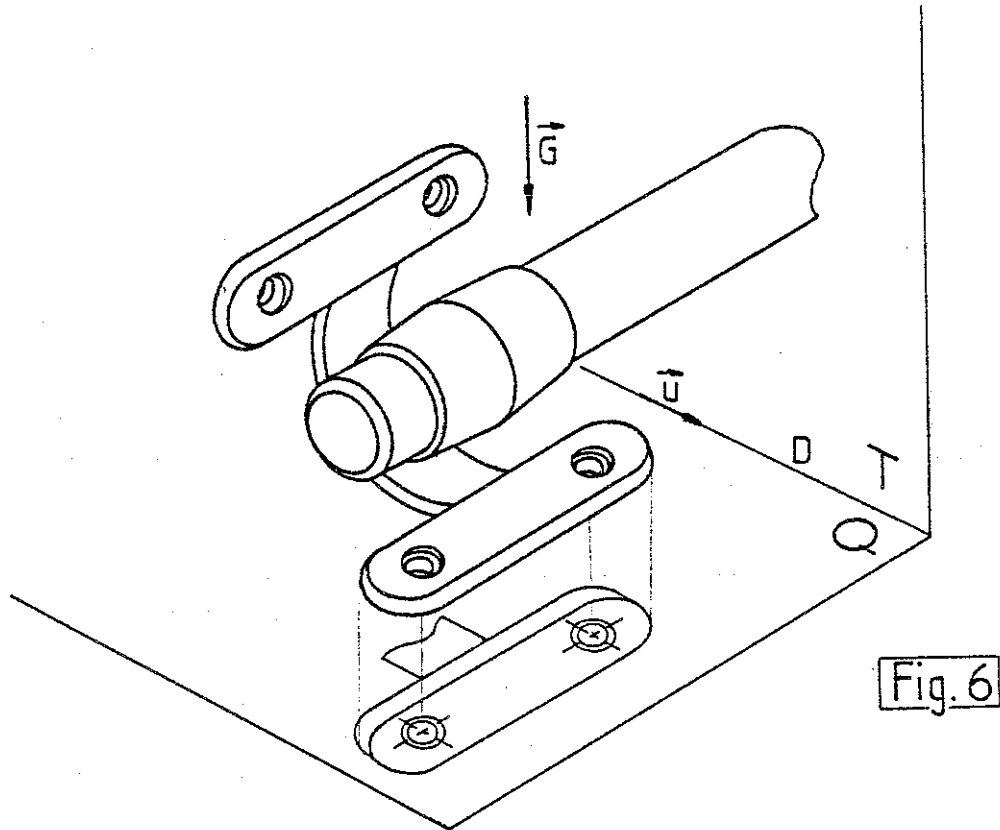
Echelle 2



3) Vues supplémentaires:

On a parfois besoin d'une vue supplémentaire pour préciser certaines formes d'une pièce, comme dans l'exemple de la figure 5. (Etrier de rodage pneumatique).

Pour ce faire, on choisit un vecteur $\vec{G}$ parallèle au plan T d'une vue (dans cet exemple, le plan T est le plan de la vue de droite : Fig. 6).



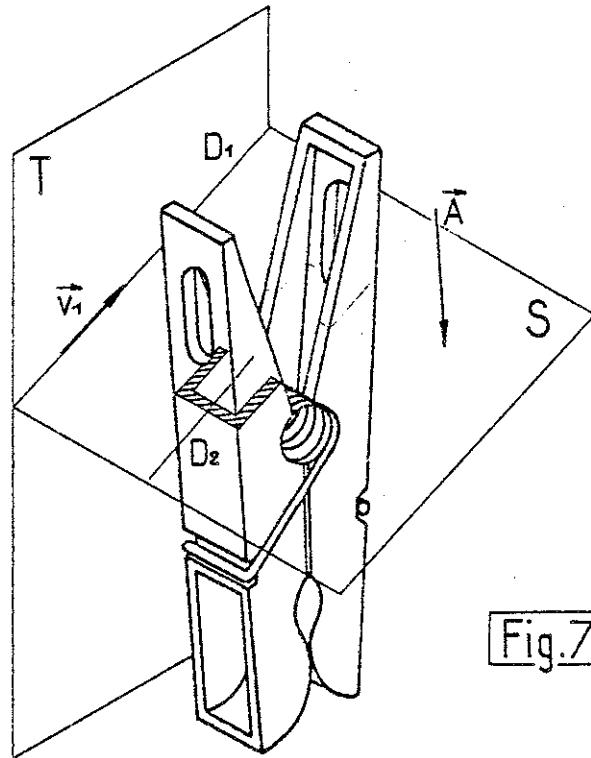
On projette orthogonalement la pièce sur un plan Q perpendiculaire à $\vec{G}$. Soit $\vec{u}$ un des vecteurs directeurs de la droite d'intersection D des plans T et Q. On ne conserve alors de la projection que ce que verrait un observateur o_g situé à l'infini dans la direction $(-\vec{G})$. Cette vue s'appelle "vue G".

On représente cette vue dans le plan T "en conservant la direction $\vec{G}$ " (c'est-à-dire qu'on fait subir à cette vue G une rotation d'axe de direction $\vec{u}$ et d'angle $(+\pi/2)$ ou $(-\pi/2)$ selon les cas, sans représenter D sur le plan T).

Dans le cas traité, on a effectué la rotation d'angle $(-\pi/2)$ autour d'un axe de vecteur directeur $\vec{u}$. Comme précédemment, on représente alors le plan T dans le plan F de la vue de face (fig. 5).

4) Sections :

Pour préciser un détail de la pièce (fig.7), on peut considérer l'intersection de la pièce avec un plan S perpendiculaire au plan T d'une vue. Cette intersection constitue ce que l'on appelle une "section" (fig.8*).



On dessine dans le plan T la droite d'intersection D_1 des plans S et T. On utilise alors deux types de représentation de cette section dans le plan T.

1-On choisit un vecteur $\vec{A}$ perpendiculaire à S. Soit $\vec{v}_1$ l'un des vecteurs directeurs de D_1 .

On représente dans le plan T la section obtenue en faisant subir au plan S une rotation d'axe de direction $\vec{v}_1$ et d'angle $(+\pi/2)$ ou $(-\pi/2)$ selon les cas. Cette représentation s'appelle "section sortie" et on la désigne par AA (fig.8*).

2-Dans le cas où la section présente un axe de symétrie D_2 parallèle à D_1 , on la dessine en traits fins directement sur le plan T de la vue correspondante en effectuant une rotation autour de D_2 d'angle $(+\pi/2)$ ou $(-\pi/2)$.

Cette représentation s'appelle "section rabattue" (fig.9).

Remarque: Dans ce cas, il n'est pas utile de nommer la section sur le dessin.

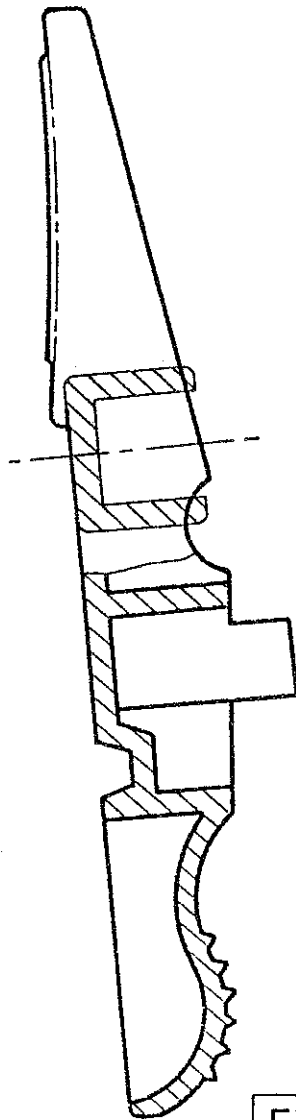


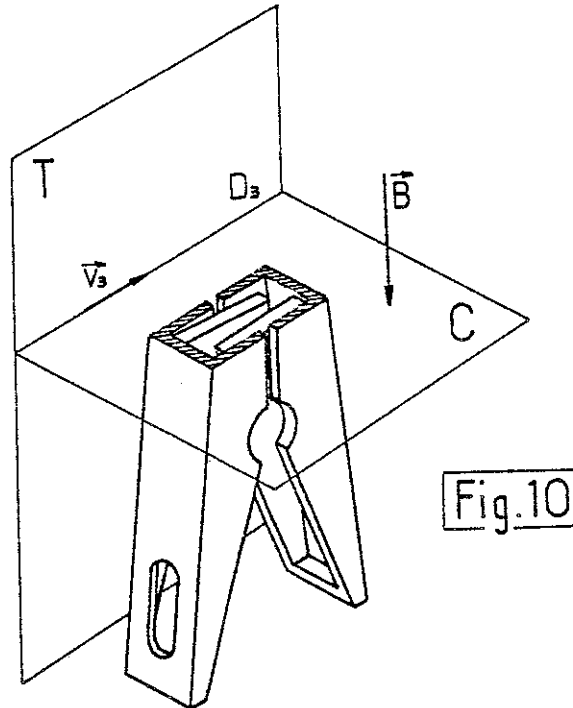
Fig.9

5) Coupes:

On a parfois besoin de préciser la forme intérieure d'une pièce ou d'un mécanisme.

Pour cela, on coupe la pièce ou le mécanisme par un plan C perpendiculaire au plan T d'une vue, et on choisit un vecteur $\vec{B}$ perpendiculaire à C (fig.10).

Ce que verrait un observateur o_7 situé à l'infini dans la direction $(-\vec{B})$, une fois enlevée la partie de la pièce ou du mécanisme située entre le plan C et lui, s'appelle "vue en coupe BB".



Soit $\vec{v}_3$ l'un des vecteurs directeurs de la droite d'intersection D_3 des plans C et T.

On représente alors dans le plan T la vue en coupe BB en faisant subir au plan C une rotation d'axe de direction $\vec{v}_3$ et d'angle $(+\pi/2)$ ou $(-\pi/2)$ selon les cas (fig.8^{*}).

Remarques:

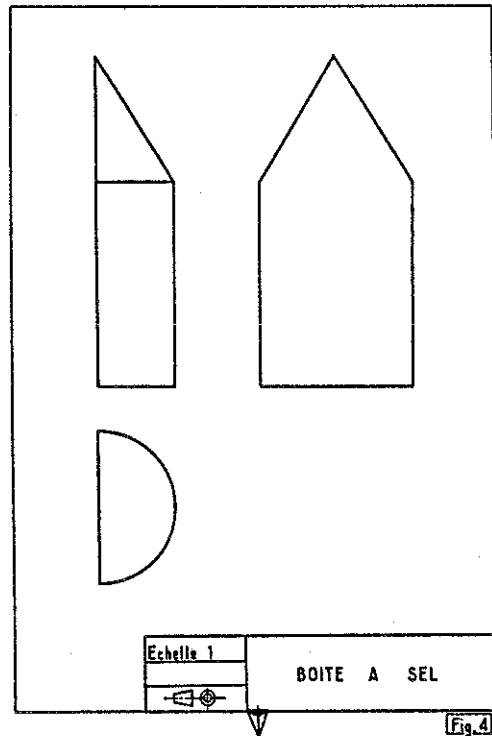
-L'intersection de la pièce avec le plan de coupe C est hachurée en traits fins sur la représentation de la vue en coupe.

-Dans le cas où le plan de coupe C' est parallèle au plan T' d'une autre vue, on représente une partie de la vue en coupe sur la vue appartenant au plan T' (coupe EE de la figure 8^{*}), ce qui permet de limiter le nombre de vues nécessaires à la définition complète de la pièce ou du mécanisme. Cette représentation s'appelle une "vue en coupe partielle".

II) LIEN GEOMETRIE DESCRIPTIVE-DESSIN DE CONSTRUCTION

Dans un dessin de construction, on peut déceler des analogies avec la Géométrie descriptive.

Considérons le dessin de la boîte à sel (fig.4).



La correspondance entre les vues 1 et 2 peut être donnée en Géométrie descriptive par l'épure I de la figure 12*, la direction des projetantes étant donnée par la disposition des vues 1 et 2 sur le dessin, et la ligne de terre $x'x$ perpendiculaire à la direction des projetantes ayant été choisie arbitrairement.

La correspondance entre les vues 1 et 3 peut être donnée en Géométrie descriptive par l'épure II de la figure 12*, la direction des projetantes étant donnée par la disposition des vues 1 et 3 sur le dessin et la ligne de terre $z'z$ étant fixée par la conservation de l'éloignement du point A ($\overline{\alpha a} = \overline{\gamma a_1}$).

Pour faire apparaître la correspondance directe entre les vues 3 et 2 en Géométrie descriptive, il faudrait l'épure III de la figure 12* telle que :

$$\overline{\beta a_1} = \overline{\alpha a'} \quad \text{et} \quad \overline{\beta a} = \overline{\gamma a'}$$

Faisons apparaître les lignes de terre $x'x$ et $z'z$ sécantes en O sur le dessin de construction (fig.13). On remarque que l'on peut faire apparaître de la même manière que ci-dessus un autre système de lignes de terre x'_1x_1 et z'_1z_1 se coupant en O_1 ($\overline{\alpha_1 a} = \overline{\gamma_1 a_1}$).

D'où:

$$\begin{aligned}\overline{\alpha\alpha_1} &= \overline{\alpha a} + \overline{a\alpha_1} \\ &= \overline{\gamma a_1} + \overline{a_1\gamma_1} \\ &= \overline{\gamma\gamma_1}\end{aligned}$$

Par conséquent, $\text{mes}(\overrightarrow{\alpha\alpha_1}, \overrightarrow{00_1}) = \text{mes}(\overrightarrow{00_1}, \overrightarrow{\gamma\gamma_1}) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$.
($k \in \mathbb{Z}$). La droite (00_1) est ainsi appelée communément "Droite à 45°".

En pratique, cette droite s'obtient à partir de trois projections d'un point (fig.14) et permet d'établir la correspondance directe entre les vues 2 et 3

Remarques:

1-On peut considérer que sur la figure 13 la vue 3 peut se déduire partiellement à partir de l'épure I (ligne de terre x'x) par un changement de plan horizontal, z'z étant la nouvelle ligne de terre.

2-L'utilisation de la "droite à 45°" est une technique rapide de tracé au service du dessinateur. Aussi la construction et le tracé de cette droite, ainsi que le tracé des lignes de rappel n'apparaissent pas sur le dessin final.

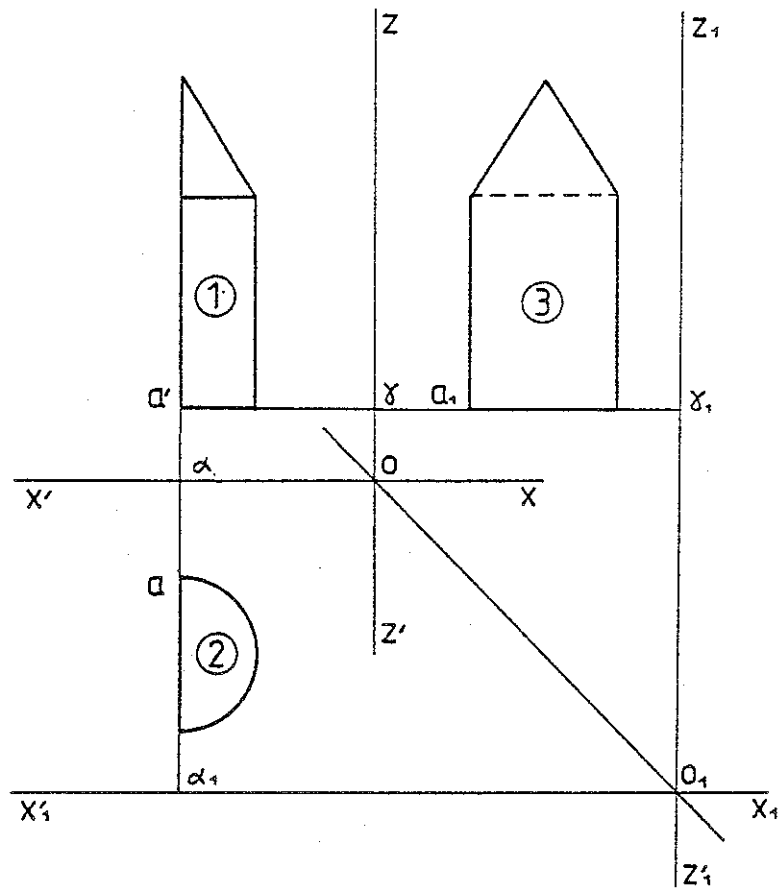


Fig. 13

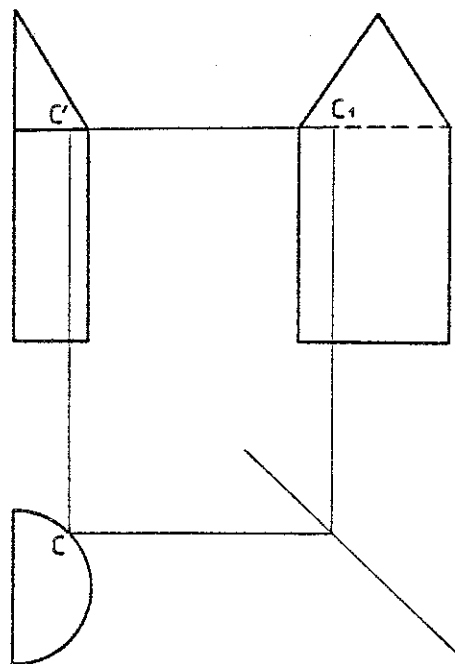


Fig. 14

EXEMPLES D'UTILISATION DE LA GEOMETRIE DESCRIPTIVE

EN DESSIN DE CONSTRUCTION

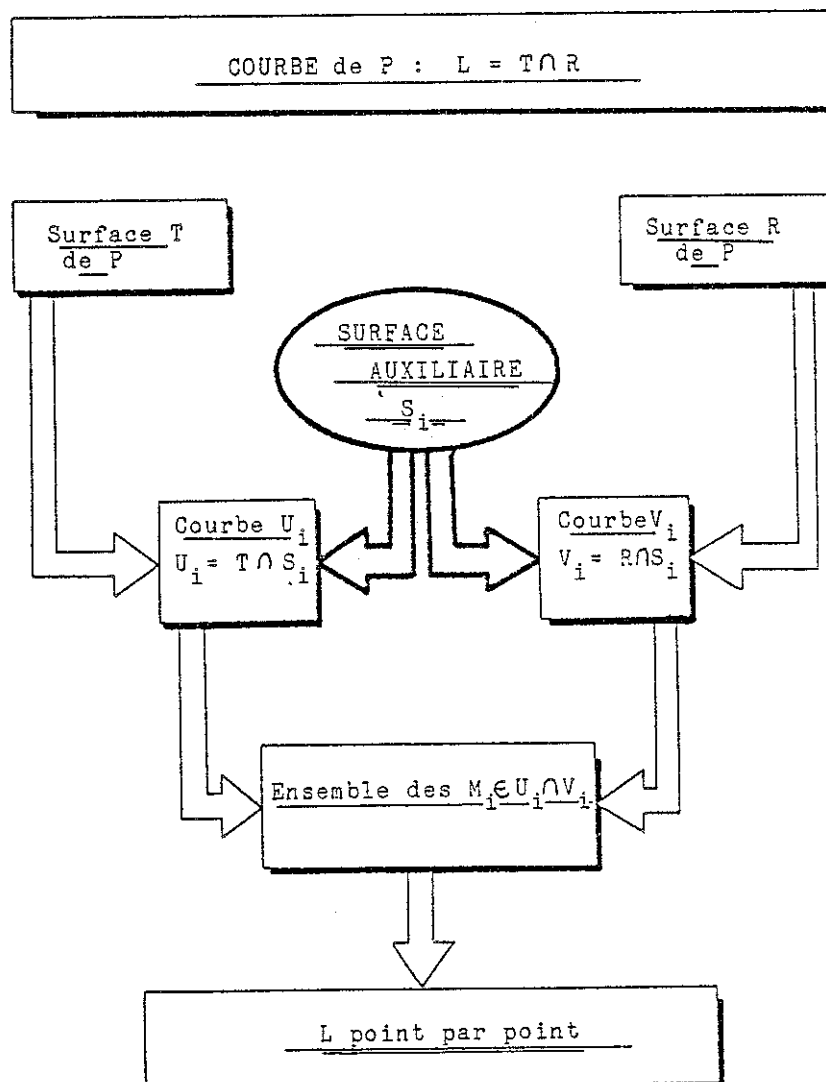
1) TRACE DE L'INTERSECTION DE DEUX SURFACES

On désire obtenir les projections planes de l'intersection L de deux surfaces T et R d'une pièce P sur les vues définissant cette pièce.

On utilise pour cela des surfaces auxiliaires S_i choisies de façon que :

- l'on connaisse immédiatement les courbes d'intersection U_i et V_i de S_i avec les surfaces T et R .

- ces courbes U_i et V_i aient des projections simples à tracer comme, par exemple, des droites ou des cercles situés dans des plans parallèles à un plan de projection.



En conséquence, on choisit comme surfaces auxiliaires des plans, des sphères, des cylindres de révolution,...

Les points M_i de l'intersection des courbes U_i et V_i correspondent à chaque surface S_i permettent la construction point par point des projections de la courbe L cherchée sur les vues définissant la pièce P .

Exemple 1 : Bouchon de carafe (fig.1)

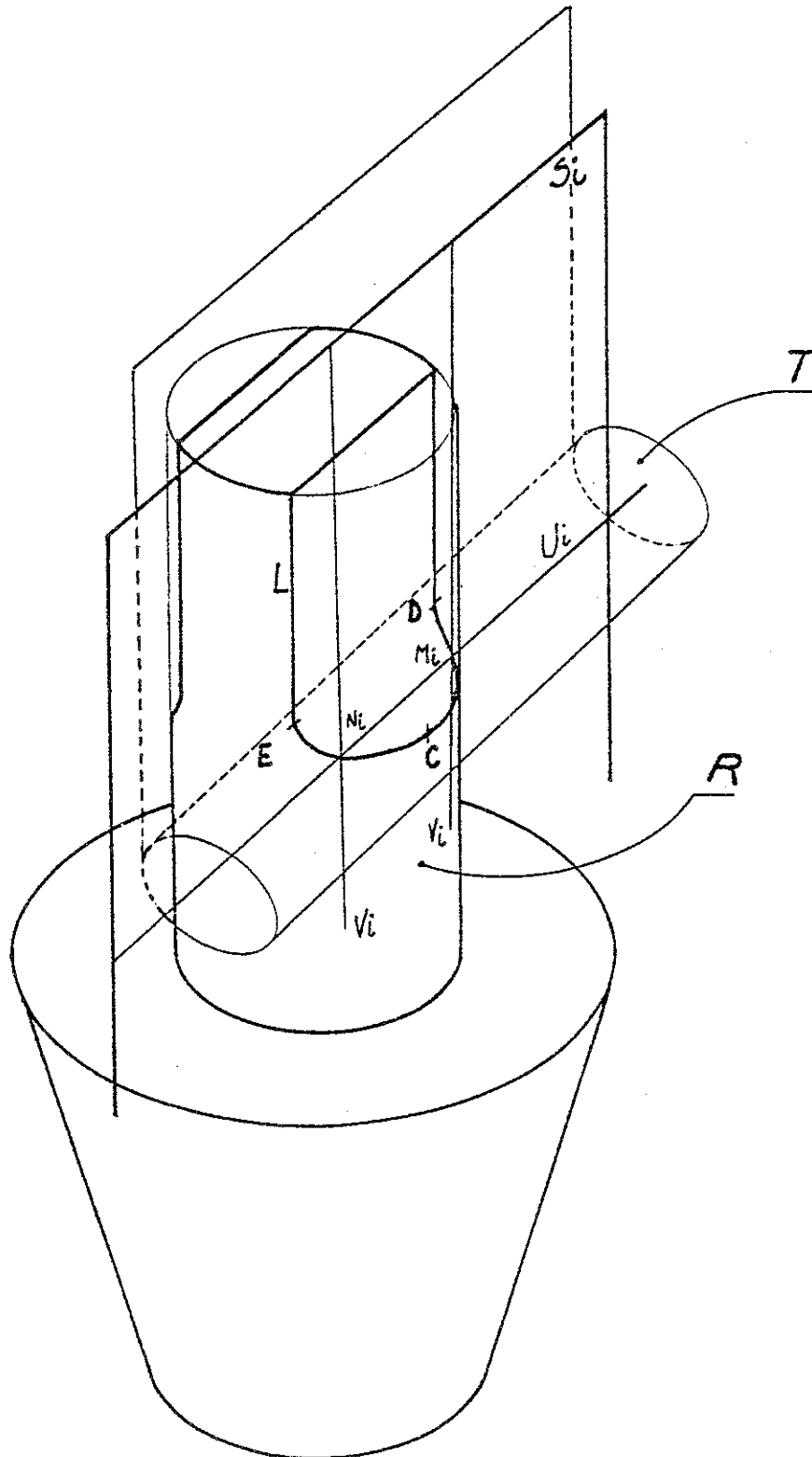


Fig.1

Dans le dessin définissant le bouchon de carafe (fig.2), les vues de face et de droite sont constituées de courbes simples à tracer (droites, cercles) alors que dans la vue de dessus, on ne peut tracer que point par point la portion de la courbe L passant par E, C, D et faisant partie de l'intersection des cylindres P et G d'axes orthogonaux.

On peut utiliser des plans auxiliaires S_i parallèles aux axes des deux cylindres T et R.

La partie utile de U_i intersection de T et de S_i est une génératrice de T. L'intersection V_i de R et de S_i est constituée de deux génératrices de R.

L'intersection de U_i et de V_i est constituée de deux points M_i et N_i , confondus ou non.

Dans cet exemple, on connaît deux projections planes l et l' de L, ce qui permet d'obtenir les projections m_i et m'_i d'un point M_i de L, puis sa projection m'_{i1} au moyen de lignes de rappel et de la droite à 45° .

Remarque : La connaissance des projections l et l' de L rend inutile le tracé des U_i et V_i , ce qui n'est pas le cas de l'exemple suivant où on ne connaît qu'une projection de L.

Exemple 2: Electrode de machine à souder (fig.3)

La figure 4* est celle obtenue après avoir tracé directement toutes les courbes simples définissant l'électrode.

Pour faire apparaître l'intersection L du cylindre de révolution R avec le cône de révolution T d'axes parallèles, on peut utiliser ici des plans auxiliaires S_i perpendiculaires aux axes de R et de T (fig.3).

$U_i = S_i \cap T$ est un cercle de centre O_i dans le plan S_i .

$V_i = S_i \cap R$ est un cercle de centre Ω_i dans le plan S_i .

On obtient ainsi les projections m_i et m'_i d'un point M_i de L. Puis on obtient m_i au moyen des lignes de rappel et de la droite à 45° (fig.5*).

Remarque: On complète le tracé de la pièce P en représentant d'une manière analogue l'intersection des cylindres de révolution A et B d'axes perpendiculaires et l'intersection du cône C et du cylindre B d'axes perpendiculaires.

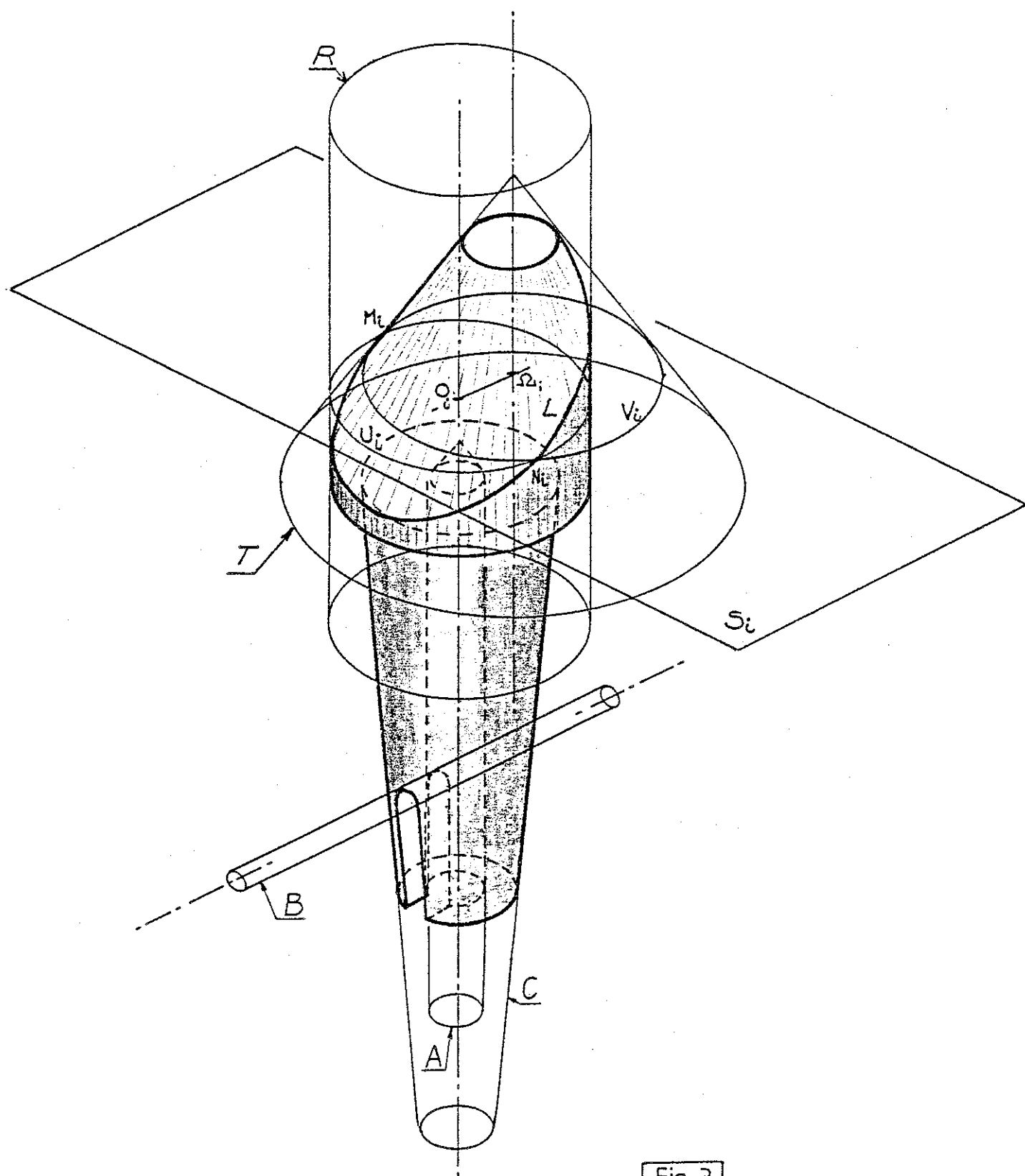


Fig. 3

II) OUTILS DE COUPE

1) Usinage d'une pièce:

L'usinage est l'un des procédés concourant à la fabrication de pièces par "enlèvement de matière". Cet enlèvement est obtenu par l'action d'un outil sur la pièce à usiner; il faut pour cela que l'outil et la pièce soient animés d'un mouvement relatif l'un par rapport à l'autre.

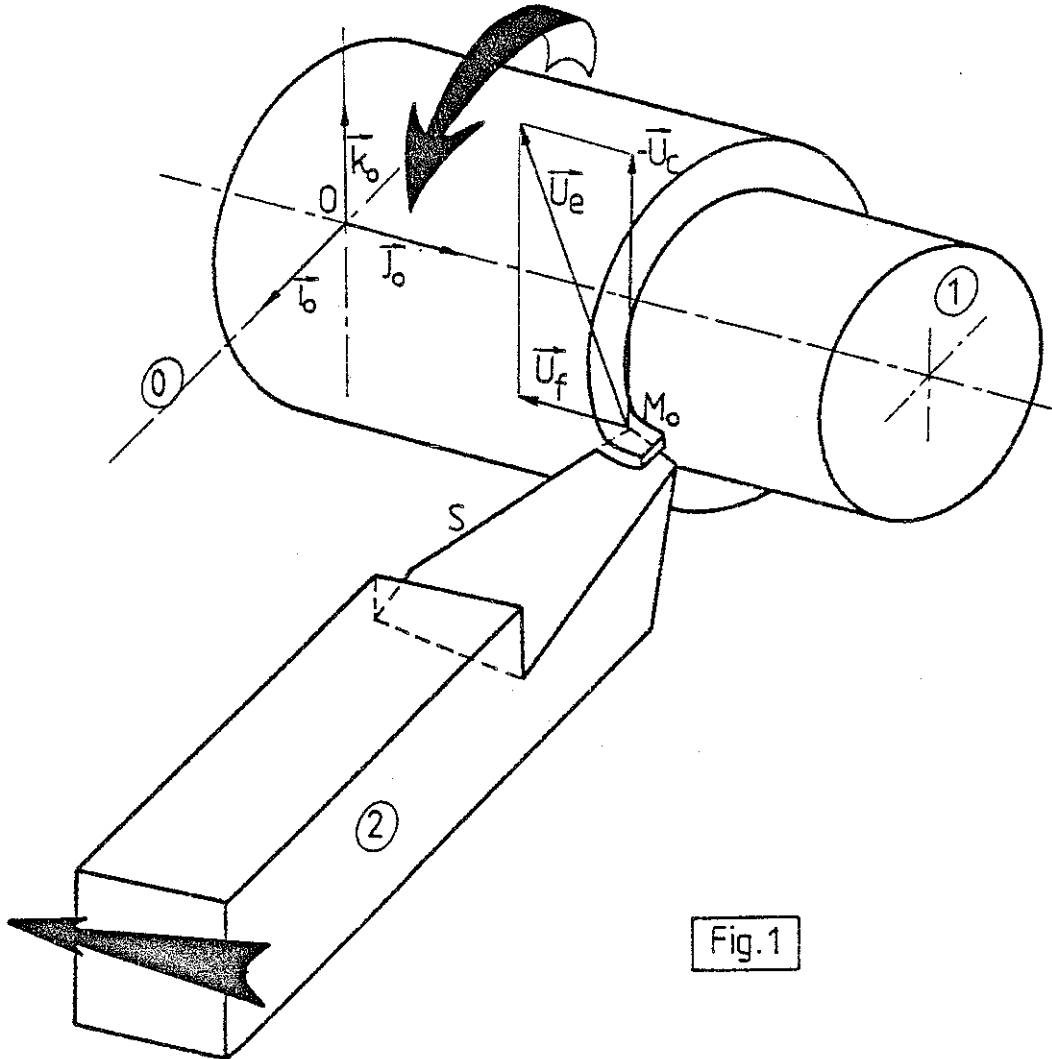


Fig.1

La pièce à usiner 1 est animée d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe $(0, \vec{j}_0)$ par rapport au bâti 0 (mouvement de coupe).

L'outil 2 est animé d'un mouvement de translation rectiligne uniforme de direction $(0, \vec{j}_0)$, dans le sens opposé à $\vec{j}_0$ par rapport au bâti 0 (mouvement d'avance).

Soit M_0 l'extrémité de l'arête coupante S de l'outil 2 (M_0 est un des points de contact de l'outil et de la pièce). Considérons le vecteur $\vec{U}_c$ représentant la vitesse de M_0 appartenant à la pièce 1 par rapport au bâti 0 (vecteur vitesse de coupe) et le vecteur $\vec{U}_f$ représentant la vitesse de M_0 appartenant à l'outil 2 par rapport au bâti 0 (vecteur vitesse d'avance).

La vitesse effective de coupe de M_0 appartenant à l'outil 2 par rapport à la pièce 1 est représentée par le vecteur $\vec{U}_e$ tel que :

$$\vec{U}_e = \vec{U}_f - \vec{U}_c .$$

La vitesse de coupe, c'est-à-dire la norme du vecteur $\vec{U}_c$ est imposée par les matériaux en jeu et les conditions d'usinage.

La trajectoire du point M_0 appartenant à 2 est une hélice circulaire dans un repère lié à 1. L'opérateur choisit alors la vitesse d'avance, c'est-à-dire la norme du vecteur $\vec{U}_f$, telle que le pas de l'hélice circulaire soit suffisamment petit pour que la surface usinée soit assimilable à un cylindre de révolution.

2) Détermination de l'outil :

L'arête tranchante S est un segment de droite dont le support est l'intersection de deux plans :

- le plan de coupe, noté A_γ , sur lequel "glisse" le copeau
- et le plan de dépouille, noté A_α .

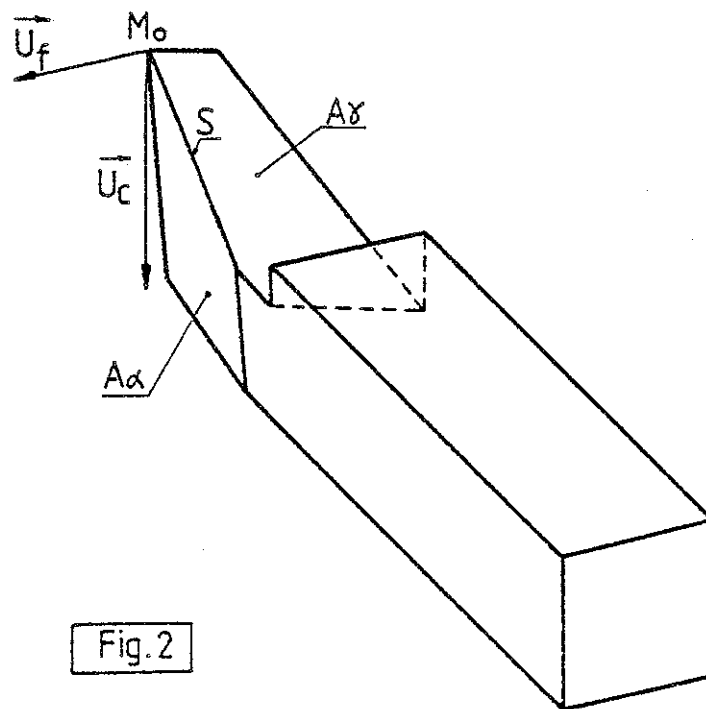


Fig.2

La position relative de ces deux plans et leur position par rapport à la pièce sont choisies en fonction du travail à effectuer et de la nature des matériaux utilisés.

Si M est un point quelconque de S , $\vec{i}$ un vecteur unitaire colinéaire à $\vec{U}_f$ et de même sens, $\vec{k}$ un vecteur unitaire colinéaire à $\vec{U}_c$ et de sens opposé, et $\vec{j}$ le vecteur donné par $\vec{j} = \vec{k} \wedge \vec{i}$, le repère orthonormé orienté $(M, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, noté R , permet de définir les positions des plans A_γ et A_α .

Le plan $(M, \vec{i}, \vec{j})$ ou plan de base de l'outil 2 est noté P_r ; $(M, \vec{i}, \vec{k})$ est noté P_f et $(M, \vec{j}, \vec{k})$ est noté P_p . (fig.3).

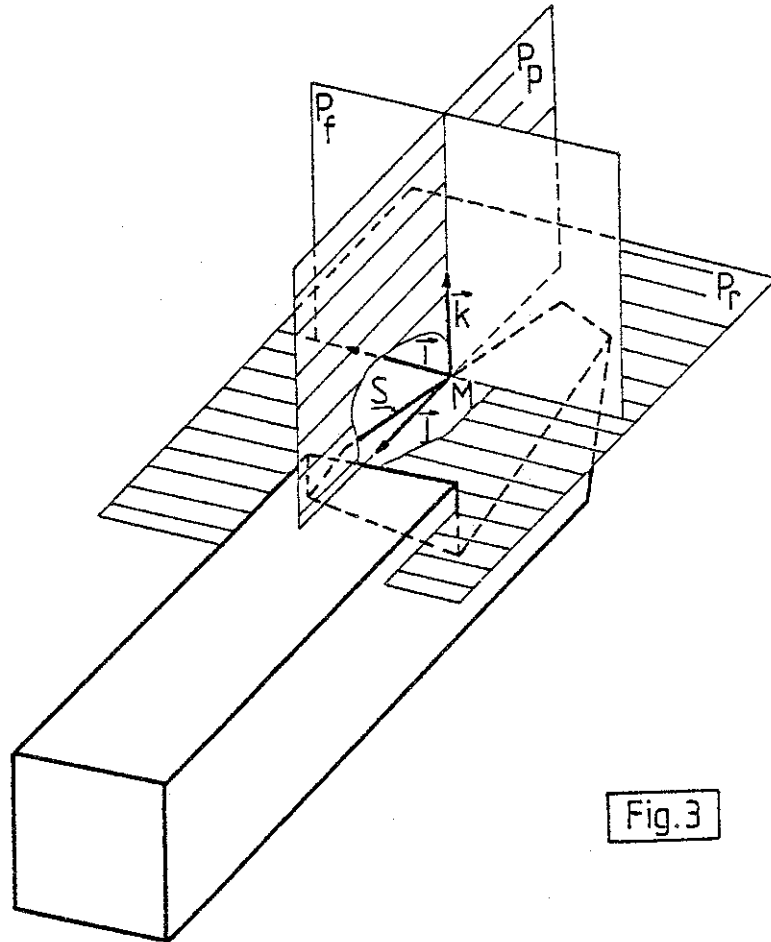


Fig.3

Pour déterminer les plans A_γ et A_α , on utilise deux plans auxiliaires:

- le plan P_s contenant S et perpendiculaire à P_r .
- et le plan P_o perpendiculaire en M à P_r et P_s . (fig 4).

Le plan P_o coupe le plan P_r suivant la droite D_r et le plan P_s suivant la droite D_s . Les plans P_r et P_s sont sécants suivant la droite D .

Chacun des plans de coupe et de dépouille est alors déterminé par deux droites sécantes en M et chacune de ces droites est définie dans R par la donnée de deux angles.

Nous avons successivement:

- K_r : mesure de l'angle des plans P_f et P_s .

(Pour l'exemple choisi, K_r est compris entre 0 et $\pi/2$).

- . λ_s : mesure de $(\widehat{S, D})$ dans le plan P_s .
- . γ_0 : mesure de $(\widehat{\Delta_{\gamma_0}, D_r})$ dans le plan P_0 , sachant que Δ_{γ_0} est la droite d'intersection des plans A_γ et P_0 .
- . α_0 : mesure de $(\widehat{\Delta_{\alpha_0}, D_s})$ dans le plan P_0 , sachant que Δ_{α_0} est la droite d'intersection des plans A_α et P_0 .

Dans le repère R , la droite S est précisée par K_r et λ_s , la droite Δ_{γ_0} par $(\frac{\pi}{2} - K_r)$ et γ_0 , et la droite Δ_{α_0} par $(\frac{\pi}{2} - K_r)$ et α_0 .

Nous avons ainsi le plan A_γ déterminé par les droites S et Δ_{γ_0} et le plan A_α par les droites S et Δ_{α_0} .

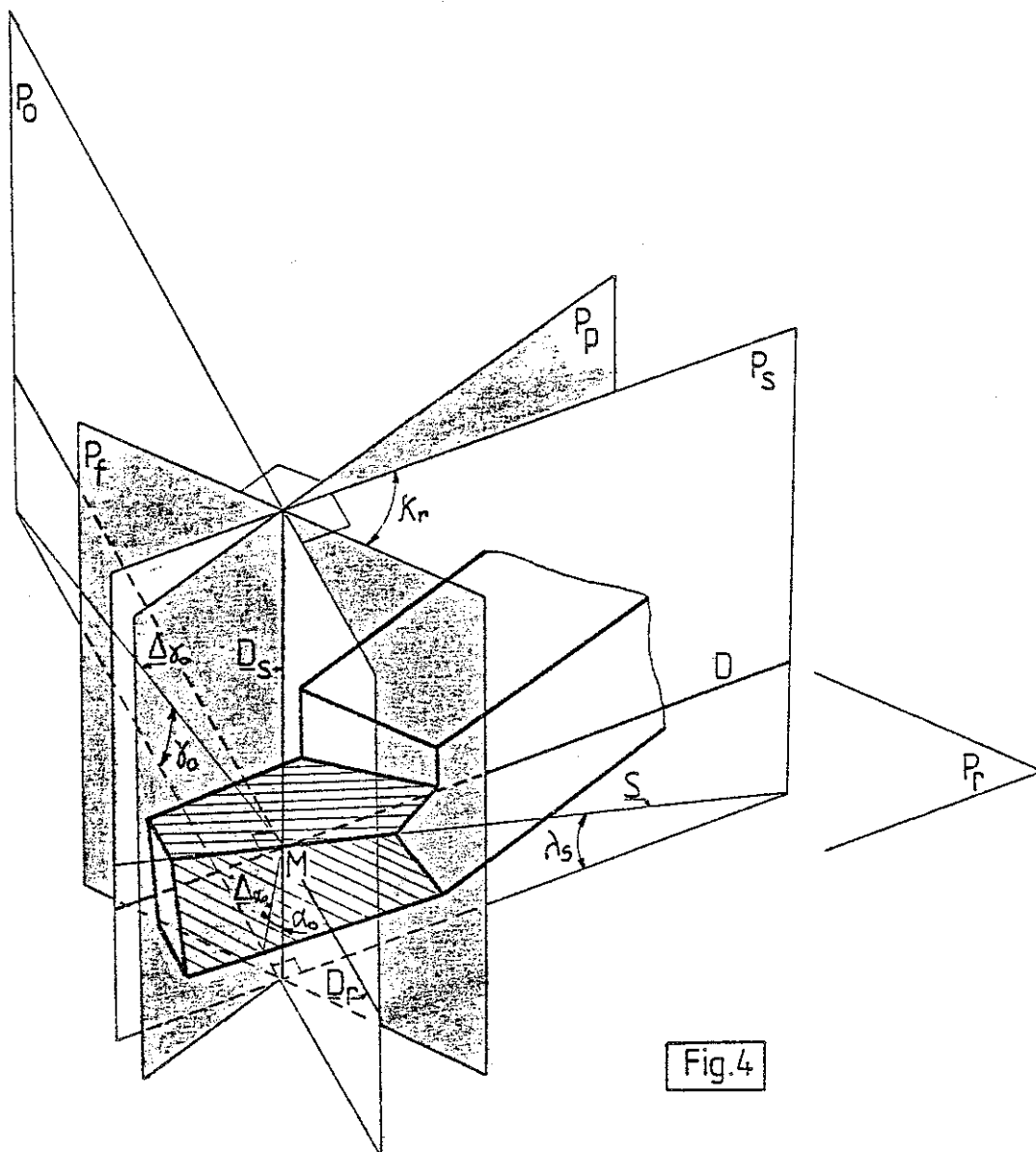


Fig.4

3) Représentation de l'outil:

Epure I: (II P.10)

Pour effectuer une épure représentative de l'outil on choisit comme plan horizontal un plan parallèle à P_r et comme plan frontal le plan P_s .

La ligne de terre est désignée par $y'y$.

Les plans P_f, P_p et P_o sont alors des plans verticaux de traces horizontales respectives V_f, V_p et V_o sécantes en m .

Donc $K_r = \text{mes}(\widehat{V_s, V_f})$. De plus, S étant une frontale,
 $\lambda_s = \text{mes}(\widehat{D, S}) = \text{mes}(\widehat{d', s'})$.

Pour définir complètement les plans A_γ et A_α nous devons connaître une mesure des angles γ_o et α_o et pour cela on complète l'épure par une "coupe 0.0" de l'outil par le plan P_o , puisque les droites $\Delta\gamma_o$ et $\Delta\alpha_o$ sont dans P_o .

Les quatre angles précédents caractérisent l'outil suivant les conditions de travail (matériau, conditions de coupe, travail à effectuer); cependant pour fabriquer cet outil et l'affûter on est amené à considérer quatre autres angles (angles directs d'affûtage) par leurs mesures $\gamma_r, \gamma_g, \theta_r$ et α_b .

Epure II: (II P.11)

On définit cette fois le plan de coupe A_γ par $\Delta\gamma_g$ sa ligne de plus grande pente par rapport au plan horizontal P_r et passant par M . Le plan de dépouille A_α est défini par $\Delta\alpha_b$, sa ligne de plus grande pente par rapport au plan P_r et passant par M . (fig.5).

Le plan vertical P_g contenant $\Delta\gamma_g$ coupe P_r selon D_g et le plan vertical P_b contenant $\Delta\alpha_b$ coupe P_r selon D_b . Appelons D_f la droite d'intersection de P_r et P_f .

Nous avons successivement:

γ_r : mesure de l'angle entre P_g et P_f , c'est-à-dire de $(\widehat{D_f, D_g})$ dans P_r .

γ_g : mesure de $(\widehat{D_g, \Delta\gamma_g})$ dans le plan P_g .

θ_r : mesure de l'angle entre P_b et P_f , c'est-à-dire de $(\widehat{D_f, D_b})$ dans P_r .

α_b : mesure de $(\widehat{D_s, \Delta\alpha_b})$ dans le plan P_b .

On se propose de faire apparaître ces quatre angles sur l'épure II.

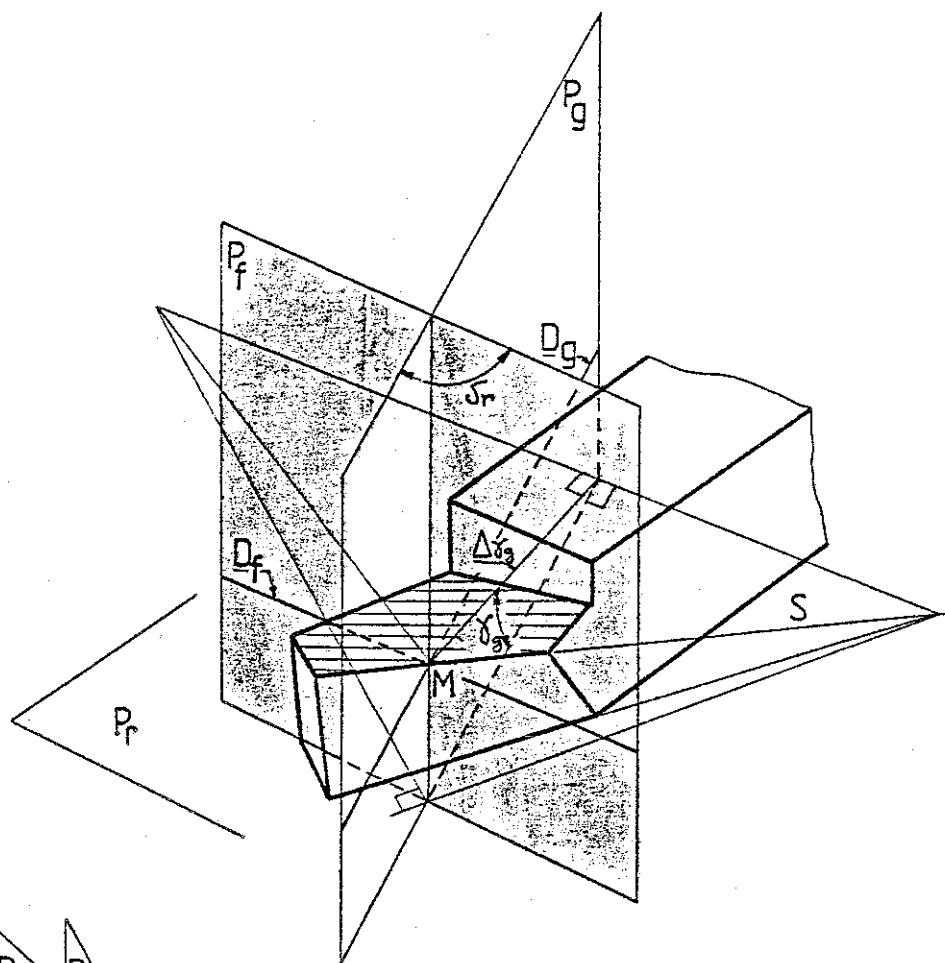
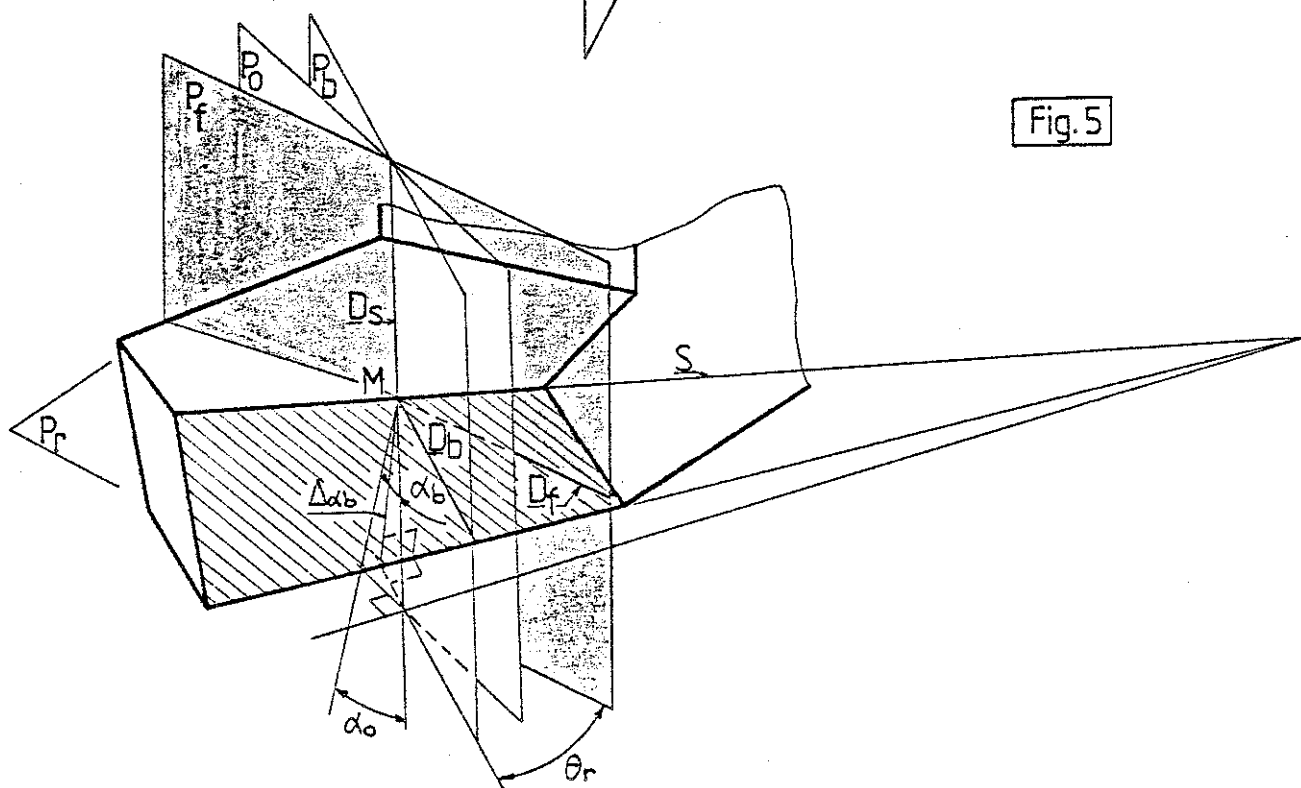


Fig. 5



Pour construire $\Delta_{\gamma g}$, on trace l'horizontale (h, h') du plan A_γ (c'est-à-dire $((cb), (c', b'))$). $\Delta_{\gamma g}$ est la droite de A_γ perpendiculaire à (h, h') menée par M.

Les droites D_g et D_f ont respectivement pour projection horizontale d_g confondue avec $\delta_{\gamma g}$ et d_f confondue avec v_f . D'où:

$$\delta_r = \text{mes} (\widehat{\delta_{\gamma g}, v_f}).$$

Pour déterminer γ_g , on effectue un changement de plan frontal en choisissant P_g comme nouveau plan frontal. D'où:

$$\gamma_g = \text{mes} (\widehat{\delta'_{\gamma g}, d'_{\gamma g}}).$$

Pour obtenir θ_r et α_b , on procéderait d'une manière analogue (ligne de plus grande pente de A_α par rapport à P_r et passant par M, d'où θ_r , et changement de plan frontal en prenant P_b comme nouveau plan frontal, d'où α_b).

GEOMETRIE DESCRIPTIVE

ET

CINEMATIQUE

Pour une meilleure compréhension, précisons quelques éléments utilisés dans ce chapitre.

1) Champ des vitesses d'un solide:

Soient deux solides S_1 et S_2 contenus respectivement dans les espaces affines euclidiens E_1 et E_2 de dimension 3, et leurs espaces vectoriels associés $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_2$.

On considère un repère $(O_1, \vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$ de E_1 et un repère $(O_2, \vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_2)$ de E_2 .

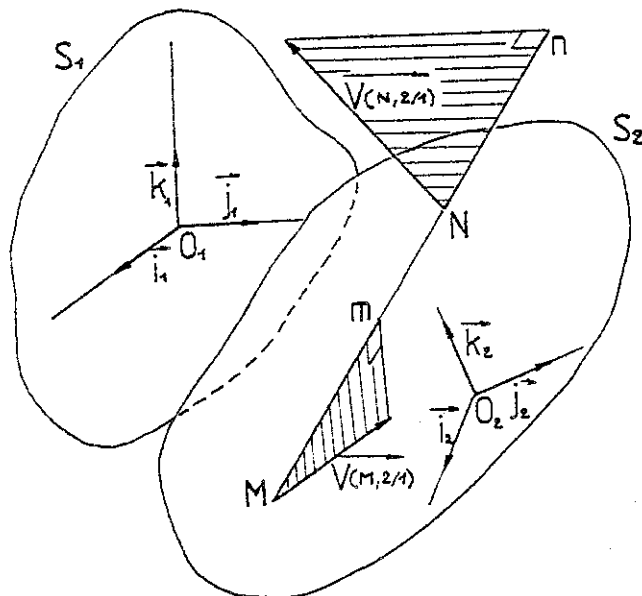
. $\vec{\Omega}_{2/1}$ désigne le vecteur rotation instantanée de S_2 par rapport à S_1
 . $\vec{V}_{M2/1}$ désigne le vecteur vitesse du point M de S_2 dans son mouvement par rapport à S_1 .

Le champ des vitesses associé au mouvement de S_2 par rapport à S_1 est tel que, quels que soient les points M et N de S_2 ,

$$\vec{V}_{M2/1} = \vec{V}_{N2/1} + \vec{\Omega}_{2/1} \wedge \vec{NM}$$

On en déduit:

$$\vec{V}_{M2/1} \cdot \vec{NM} = \vec{V}_{N2/1} \cdot \vec{NM}$$



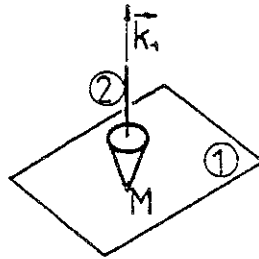
C'est pour cette raison que le champ des vitesses d'un solide est dit équijectif.

La connaissance dans le mouvement de $S_2/1$ de $\vec{V}_{N2/1}$ et de la direction de $\vec{V}_{M2/1}$ permet d'obtenir graphiquement $\vec{V}_{M2/1}$ par équijectivité.

2) Liaison entre deux solides:

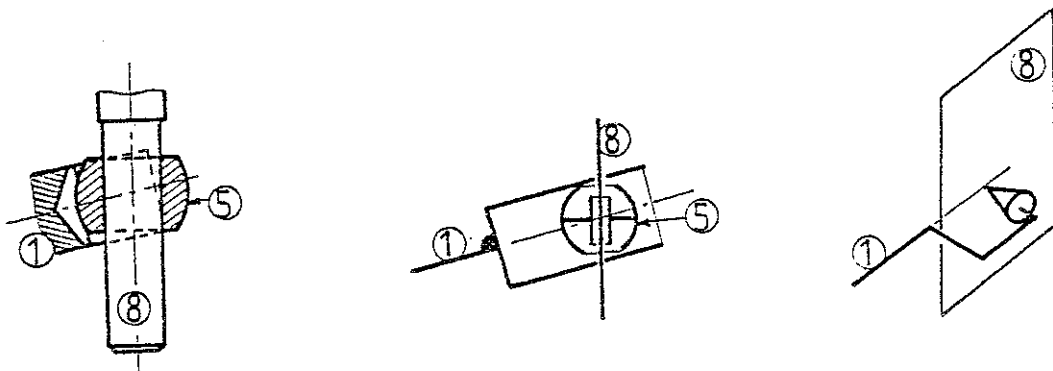
Dans un mouvement quelconque de S_2 par rapport à S_1 , la position de S_2 par rapport à S_1 dépend de six paramètres indépendants (six degrés de liberté): trois de translation et trois de rotation.

- Une liaison entre S_1 et S_2 qui supprime un paramètre de translation est appelée liaison ponctuelle (cinq degrés de liberté).



Pour cette liaison, on a $\vec{V}_{M2/1} \cdot \vec{k}_1 = 0$.

Remarque: Dans l'exemple de la pompe volumétrique, la liaison entre S_1 et S_8 réalisée par l'intermédiaire d'un troisième solide S_5 est une liaison ponctuelle (cinq degrés de liberté).

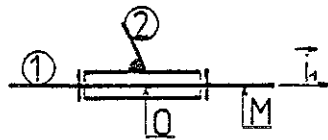


-Une liaison entre S_1 et S_2 qui supprime les trois paramètres de translation est appelée liaison rotule (trois degrés de liberté en rotation).



Pour cette liaison, on a $\vec{V}_{M2/1} = \vec{0}$

-Une liaison entre S_1 et S_2 qui supprime les trois paramètres de translation et deux paramètres de rotation est appelée liaison pivot (un degré de liberté en rotation).



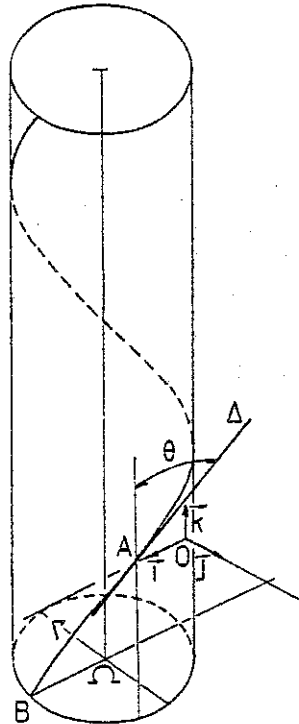
Dans l'exemple représenté ci-dessus, $\vec{\Omega}_{2/1}$ est colinéaire à $\vec{i}_1$ et $\vec{V}_{O2/1} = \vec{0}$. Donc pour tout point M de l'axe $(O, \vec{i}_1)$, $(\vec{V}_{M2/1} = \vec{0})$

HELICE CIRCULAIRE

Dans le repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère le point M de coordonnées:

$$x = 2 + \cos t \quad y = 1 + \sin t \quad z = 2t$$

où t est un paramètre réel:



I) Construction de l'épure de la trajectoire Γ de M ($(O, \vec{i}, \vec{j})$ plan horizontal, $(O, \vec{j}, \vec{k})$ plan frontal): (II P.14)

1) Dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on a $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$

La projection horizontale de Γ est le cercle γ de centre ω de coordonnées (2,1) et de rayon 1.

2) Dans $(O, \vec{j}, \vec{k})$, on a $y = 1 + \sin \frac{z}{2}$

La projection frontale de Γ est la sinusoïde γ' dont l'axe l' a pour équation $y = 1$. Quelques points:

$t = 0 \quad B(3, 1, 0) \quad t = \pi/2 \quad D(2, 2, \pi)$

$t = \pi \quad G(1, 1, 2\pi) \quad t = 3\pi/2 \quad I(2, 0, 3\pi)$

II) Détermination de la tangente à Γ en n'importe quelle position de M: (II P.14)

1) En B par exemple, la tangente τ à Γ est dans le plan frontal passant par B:

Sa projection horizontale est la tangente t au cercle γ en b .

Sa projection frontale t' est donnée par son équation dans $(0, \vec{j}, \vec{k})$:

$$\begin{vmatrix} y-1 & z \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{soit} \quad z = 2y - 2$$

D'où l'angle de mesure constante θ entre la droite définie par $(0, \vec{k})$ et la tangente à $\mathbb{T}$ en tout point de celle-ci, représenté directement dans le plan frontal par (l', t') .

II) Considérons maintenant une position quelconque A du point M : (II P.14)

La tangente Δ à $\mathbb{T}$ en A appartient au plan vertical dont la trace horizontale δ est la tangente à γ en a . De plus, Δ fait avec la verticale un angle déjà représenté par (l', t') .

Construisons donc le plan frontal F_1 passant par A (sa trace horizontale est δ_1 et il contient la verticale V passant par A).

Soit Δ_1 la droite de F_1 passant par A et faisant avec V un angle de mesure θ . Sa projection frontale δ'_1 est parallèle à t' et passe par a' .

Pour représenter la tangente en A à $\mathbb{T}$, on considère un point E_1 quelconque de Δ_1 . On effectue alors la rotation d'axe vertical V transformant Δ_1 en Δ telle que:

- A est invariant.
- la droite δ_1 est transformée en δ .
- E_1 est transformé en E .
- la droite δ'_1 , c'est-à-dire la droite $(a' e'_1)$, est transformée en δ' , c'est-à-dire $(a' e')$

(δ, δ') est donc la tangente cherchée.

III) Vitesse de M en A : (II P.14)

Désignons par $\vec{V}_A$ la vitesse de M par rapport à $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ quand M est en A . La tangente Δ en A à $\mathbb{T}$ est le support de la vitesse $\vec{V}_A$ et le vecteur $(\vec{ae}, \vec{a'e'})$ peut représenter cette vitesse $\vec{V}_A$ à condition de choisir l'unité adéquate.

I) DESCRIPTION - FONCTIONNEMENT

Un piston peut glisser le long de son axe $(\Omega_0, \vec{\tau}_0)$ au moyen d'un coulisseau 4. Ce coulisseau est relié à un plateau manivelle 6 par l'intermédiaire d'une bielle 5 articulée en P sur le coulisseau 4 et en T sur le plateau manivelle. (II P.17)

Si $\alpha = 0$, l'axe U coïncide avec l'axe $(\Omega_0, \vec{\tau}_0)$ et le piston reste immobile quand le moteur tourne.

Si $\alpha \neq 0$, les positions extrêmes de la bielle 5 dans le plan H sont $[P_{01}, \vec{\tau}_{01}]$ et $[P_{02}, \vec{\tau}_{02}]$ ce qui fait que la course c du piston est $d(P_{01}, P_{02})$.

Le mouvement de rotation continue de l'arbre du moteur autour de son axe Δ est donc transformé en un mouvement alternatif de translation rectiligne.

II) EPURES

Pour un α fixé non nul, on se propose de déterminer à un instant donné le vecteur vitesse du point P du coulisseau 4 dans son mouvement de translation par rapport au bâti 3, étant donné le vecteur vitesse du point T du plateau manivelle 6 dans son mouvement de rotation autour de $(\Omega, \vec{i})$ par rapport au bâti 3.

Epure 1 : (II P.18)

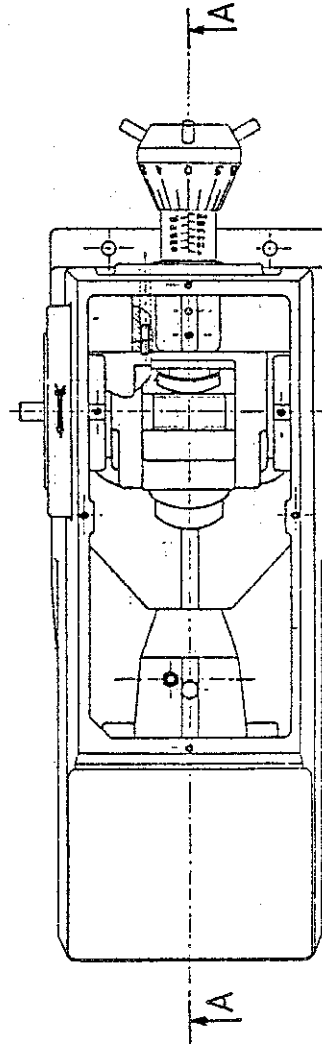
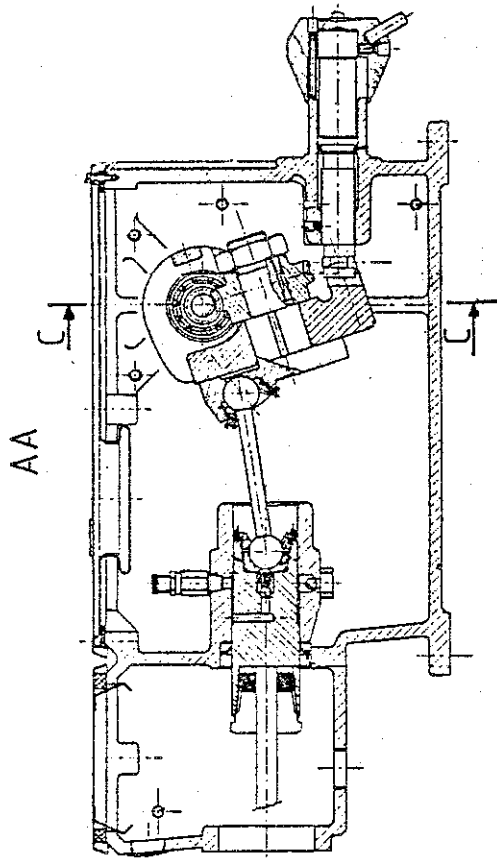
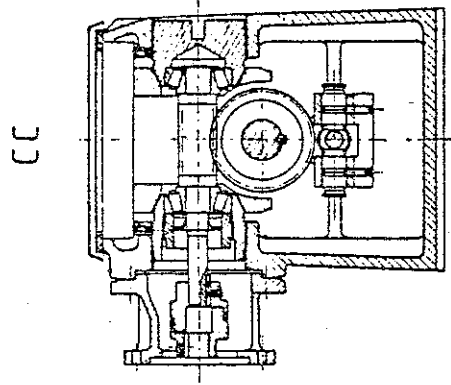
Considérons donc une valeur particulière α_1 de α . On choisit le plan H comme plan horizontal. Pour plan frontal, on choisit un plan F parallèle au plan F* du plateau manivelle lequel coupe le plan H suivant la droite définie par $(\omega', \vec{j})$.

Epure 2 : (II P.19)

Dans le mouvement du plateau par rapport au bâti 3 la trajectoire de T est dans F* le cercle Γ de centre Ω et de rayon $\Omega T = \omega t_{01}$.

Choisissons un point (t, t') sur le cercle Γ . Déterminons alors la position correspondante de P sur $(P_{01}, \vec{i}_0)$.

Pour cela, on effectue autour de l'horizontale $(P_{01}, \vec{i}_0)$ le rabattement de T dans H qui transforme t en t_1 et p en lui-même. p est donc sur $(P_{01}, \vec{i}_0)$ et tel que $pt_1 = PT$, longueur de la bielle. D'où p'.



POMPE A DEBIT
VARIABLE

Le support de la vitesse $\vec{V}_{T6/3}$ est tangent à Γ en T. Donc $\vec{V}_{T6/3}$ peut se représenter en "vraie grandeur" par $\vec{v}'_T$ tangent à γ' en t'. Or $\vec{V}_{T6/3} = \vec{V}_{T5/3}$ (liaison rotule en T). De même, $\vec{V}_{P4/3} = \vec{V}_{P5/3}$ (liaison rotule en P).

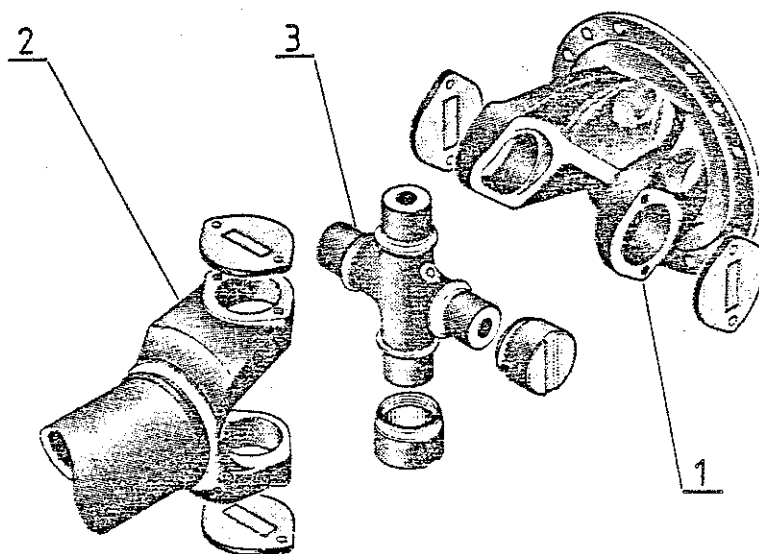
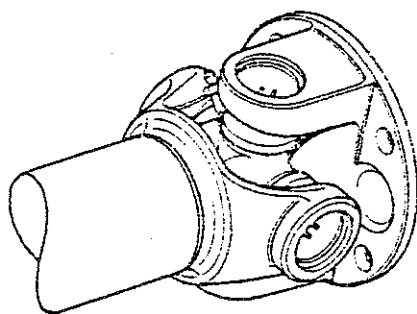
Puisque la trajectoire de P dans le mouvement de 4 par rapport à 3 est $[P_{01}, P_{02}]$, $\vec{V}_{P4/3}$ est colinéaire à $\vec{i}_0$. On connaît donc $\vec{V}_{T5/3}$ et la direction de $\vec{V}_{P5/3}$ (celle de $\vec{i}_0$). Par équiprojectivité, on obtient $\vec{V}_{P5/3}$, c'est-à-dire $\vec{V}_{P4/3}$.

Pour ce faire, on rabat dans F^* le plan (P, L) autour de la frontale L du plan F^* tangente à γ' en t'. p' devient par exemple p'_1. On projette alors $\vec{v}'_T$ en $\vec{w}'_T$ sur (p'_1 t'). On représente à partir de p le vecteur $\vec{w}_P$ colinéaire au vecteur $\vec{pt}_1$ et de même sens tel que :

$$\|\vec{w}_P\| = \|\vec{w}'_T\|.$$

D'où $\vec{v}_P$ (qui vaut $\vec{V}_{P4/3}$), représenté sur l'axe $(P_{01}, \vec{i}_0)$ et dont $\vec{w}_P$ est la projection sur la droite (pt_1).

Joint de CARDAN



- 47 -
JOINT DE CARDAN

I) DESCRIPTION-FONCTIONNEMENT: (II P.21)

Considérons un arbre 1 en liaison pivot avec un bâti 0 et un arbre 2 en liaison pivot avec un solide 4

L'arbre 1 étant animé d'un mouvement de rotation autour de son axe, un joint de cardan permet d'entraîner l'arbre 2 en rotation autour de son axe, lorsque ces deux axes sont sécants en O.

Ce joint de cardan est souvent constitué d'un croisillon indéformable 3 formé de deux branches identiques $[C'_1, C_1]$ et $[C'_2, C_2]$, perpendiculaires et se coupant en leur milieu I, appelé centre du croisillon.

Le joint de cardan est monté de façon à ce que I soit confondu avec O et que les axes des arbres 1 et 2 soient respectivement perpendiculaires à $[C'_1, C_1]$ et $[C'_2, C_2]$.

La liaison pivot entre l'arbre 1 et le croisillon 3 est réalisée aux points C_1 et C'_1 du croisillon par l'intermédiaire d'un étrier solidaire de l'arbre 1. L'arbre 2 s'articule d'une manière analogue aux extrémités C'_2 et C_2 de l'autre branche du croisillon.

L'étude qui suit est faite dans le cas où les deux arbres sont en liaison pivot avec le bâti 0, c'est-à-dire où 0 et 4 sont solidaires. Désignons par α une des mesures de l'angle des axes des arbres 1 et 2.

II) EPURES :

Connaissant à un instant donné le vecteur vitesse du point C_1 appartenant à l'étrier 1 par rapport au bâti 0, on se propose de déterminer le vecteur vitesse de C_2 appartenant à l'étrier 2 par rapport au bâti 0 au même instant.

Le mouvement de l par rapport à O étant un mouvement de rotation autour de l'axe de l'arbre l , C_1 décrit le cercle Γ_1 de centre O et de rayon ρ dans le plan F^* perpendiculaire en O à l'axe de l'arbre l .

De même, C_2 décrit le cercle Γ_2 de centre O et de rayon ρ dans le plan P perpendiculaire en O à l'axe de l'arbre 2 .

Considérons alors le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ tel que:

$\vec{i}$ est un vecteur directeur de l'axe de l'arbre l orienté de l'arbre vers le croisillon.

$\vec{j}$ est un vecteur directeur de la droite d'intersection des plans F^* et P .

$\vec{k}$ complète ce repère pour qu'il soit de sens direct.

On choisit comme ligne de terre une droite Δ orientée par $\vec{j}$, comme plan horizontal H le plan parallèle au plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$ contenant Δ et comme plan frontal F le plan parallèle au plan $(O, \vec{j}, \vec{k})$ contenant Δ .

Le cercle Γ_1 a pour projection horizontale le segment $[r, d]$ et pour projection frontale le cercle t'_1 de centre o' et de rayon ρ . (II P.22)

On choisit une position (c_1, c'_1) de C_1 sur Γ_1 .

α) Détermination de la position correspondante de C_2 (Epure I_1): (II P.22)

On prend comme nouveau plan frontal le plan de profil passant par O , ce qui transforme le plan P en plan de bout (nouvelle ligne de terre : L , orientée par $\vec{i}$).

Dans cette transformation,

(o, o') devient (o, o'_1)

(r, r') devient (r, r'_1)

(d, d') devient (d, d'_1) avec $d'_1 = r'_1 = o'_1$.

Si A est le point de cote la plus élevée de Γ_2 , la nouvelle projection frontale a'_1 de A est telle que:

$$\text{mes}(\overrightarrow{o'_1 a'_1}) = \alpha \text{ avec } o'_1 a'_1 = \rho.$$

D'où (a, a') .

L'angle $((OC_1), (OC_2))$ étant un angle droit, et la droite (OC_1) étant parallèle au plan frontal F, la projection frontale δ' de la droite (OC_2) est perpendiculaire à $(o'c'_1)$ en o' .

Dans un des rabattements du plan P sur le plan F autour de $(O, \vec{j})$, le point (a, a') devient (o, a'') et δ' devient δ'' .

δ'' est donc l'image de δ' dans l'affinité orthogonale

$$\frac{o' a''}{o' a'}$$

d'axe $(o', \vec{j})$ et de rapport $\frac{o' a''}{o' a'}$, c'est-à-dire $\cos \alpha$.

Pour obtenir δ'' , on considère le point e' intersection de δ' et de la droite définie par $(a', \vec{j})$. On obtient alors son image e'' dans cette affinité: $(o' e'')$ est la droite δ'' . Le point rabattu c''_2 de C_2 est à l'intersection de δ'' avec le cercle t'_1 . D'où, par la méthode des alignements, la position de c'_2 sur δ' .

Dans le changement de plan frontal ci-dessus, la nouvelle projection frontale c'_{21} est sur le segment $[o'_1, a'_1]$ et elle est déterminée par c'_2 . D'où la position de la projection horizontale c_2 de C_2 .

Remarque:

Le changement de plan précédent n'est pas nécessaire pour obtenir c_2 : le rabattement ci-dessus du plan P sur le plan F autour de la frontale $(O, \vec{j})$ suffit (Epure I₂). (II P.23)

- Dans ce rabattement, le point (o, a'') est l'image de (a, a') qu'on cherche. On obtient donc (a, a') par relèvement de (o, a'') .

- c'_2 est obtenu de la même manière que précédemment.

- Pour obtenir c_2 , on utilise la méthode des alignements: $(a'c'_2)$ coupe la charnière en i' , d'où $i.c_2$ est à l'intersection de la droite $(a i)$ et de la ligne de rappel de c'_2 .

β) Détermination par équiprojectivité de $\vec{V}_{C_2/3}$ connaissant $\vec{V}_{C_1/1}$
(Epure II): (II P.24)

Le support K de $\vec{V}_{C_1/1}$ est tangent à T_1 en C_1 ; donc $\frac{\vec{V}_{C_1/1}}{v_{c'_1}}$ est représenté dans le plan frontal en "vraie grandeur" par une droite tangente à t'_1 en c'_1 .

Or $\vec{V}_{C_1/1} = \vec{V}_{C_1/3}$ (liaison pivot en C_1 entre 3 et 1).

Par équiprojectivité:

$\vec{V}_{C_1/3} \cdot C_1 C_2 = \vec{V}_{C_2/3} \cdot C_1 C_2$, d'où la détermination de $\vec{V}_{C_2/3}$ qui est égal à $\vec{V}_{C_2/3}$ (liaison pivot en C_2 entre 3 et 2).

Pour ce faire, on rabat dans F le plan (C_2, K) autour de la frontale K :

- c'_2 devient par exemple $c'_2 2$.

- on projette alors $\overrightarrow{v'_{c1}}$ en $\overrightarrow{v'}$ sur la droite $(c'_{22} \ c'_1)$.

Dans le rabattement de P autour de $(0, j)$ sur H:

- c'_{11} a pour image c'_{13} et c'_{21} a pour image c'_{23} .

- dans la figure rabattue, le support g_3 du transformé $\overrightarrow{w_{c2}}$ est tangent en c_{23} au cercle t_{23} .

Pour obtenir en vraie grandeur $[C_1, C_2]$, on effectue le rabattement de c_{13} autour de l'horizontale g_3 , qui transforme c_{13} en, par exemple c_{14} .

c_{14} appartient à la perpendiculaire à g_3 menée par c_{13} de telle sorte que $c_{23} \ c_{14} = c'_1 \ c'_{22} = C_1 C_2$

On représente à partir de c_{23} le vecteur $\overrightarrow{u}$ colinéaire au vecteur $\overrightarrow{c_{23} \ c_{14}}$ et de même sens, tel que $\|\overrightarrow{u}\| = \|\overrightarrow{v'}\|$.

D'où $\overrightarrow{w_{c2}}$, représentant en "vraie grandeur" $\overrightarrow{V_{C2 \ 2/0}}$, dont $\overrightarrow{u}$ est la projection sur $(c_{23} \ c_{14})$.

POMPE VOLUMETRIQUE

I) DESCRIPTION

La pompe volumétrique étudiée ici est composée de sept cylindres axiaux. Dans chaque cylindre coulisse un piston 3 dont le mouvement alternatif de translation provoque l'aspiration puis le refoulement du liquide. (II P.27)

La bielle 2 relie le piston 3 au plateau circulaire 1. Ce plateau est en liaison pivot de "centre C" avec l'arbre 7 et en liaison ponctuelle avec le bâti 8 en D.

L'arbre coudé 7, entraîné en rotation autour de l'axe $(S, \vec{Z}_8)$ par une courroie, provoque le mouvement oscillatoire du plateau 1 autour du point fixe S. Pour un demi-tour de l'arbre 7 le point D décrit le segment $[D_8, D^*_8]$.

La droite (SC), normale au plateau en S, décrit le cône de révolution de sommet S, d'axe $(S, \vec{Z}_8)$ et de demi-angle au sommet α .

Désignons par F^* le plan défini par l'axe $(S, \vec{Z}_8)$ et le point D. Appelons ρ le rayon du cercle R limitant le plateau 1 et A_8 le point situé sur la droite (SD_8) , à la distance ρ de S, de l'autre côté de S par rapport à D_8 .

La droite β , intersection du plan L du plateau 1 avec le plan défini par les droites $(S, \vec{Z}_8)$ et (SC), décrit le cône de révolution de sommet S, d'axe $(S, \vec{Z}_8)$ et de demi-angle au sommet $(\pi/2 - \alpha)$. Ce cône est appelé "cône de roulement du plateau".

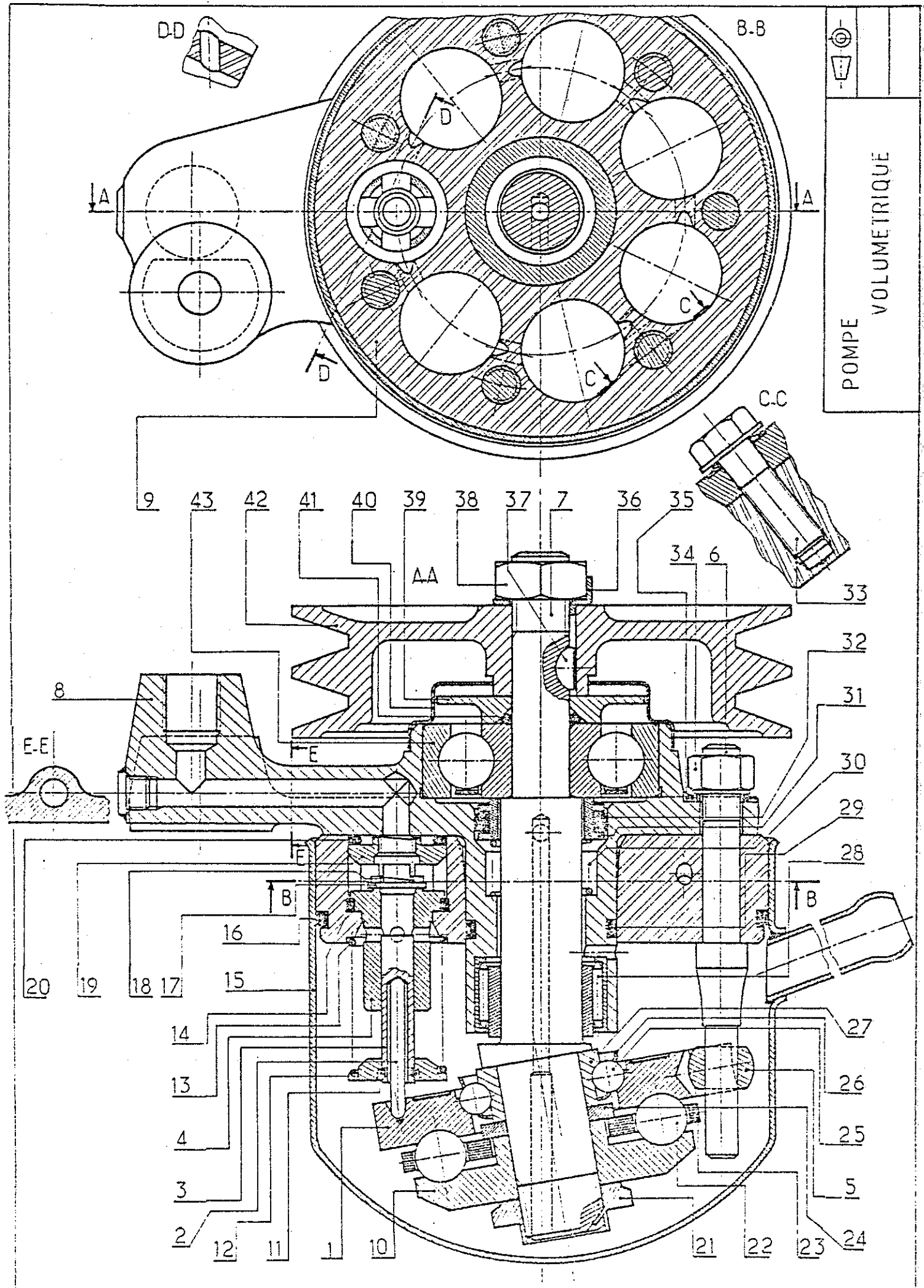
On considère sur la droite β le point A tel que $SA = \rho$ et tel que A coïncide avec A_8 lorsque β coïncide avec la droite (SD_8) .

Le plan H^* perpendiculaire à $(S, \vec{Z}_8)$ et passant par A_8 coupe l'axe de rotation $(S, \vec{Z}_8)$ en O et $[D_8, D^*_8]$ en H_8 . La trajectoire de A est donc le cercle K du plan H^* , de centre O, et de rayon $OA_8 = \rho \cos \alpha$.

II) EPURES

La vitesse angulaire de l'arbre 7 par rapport au bâti 8 étant donnée, on se propose de déterminer graphiquement la vitesse de translation rectiligne de l'un quelconque des pistons par rapport au bâti 8.

Soit $\{[M_i, P_i], i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$ l'ensemble des bielles avec $SM_i = \lambda$ et $M_i P_i = \varnothing$. Appelons $[M_0, P_0]$ la bielle actionnant le piston dont l'axe est dans le plan F^* . M_0 se déplace dans le plan défini par S et la trajectoire de P_0 , alors que pour i non nul, M_i ne se déplace pas dans le plan défini par S et la trajectoire de P_i .



A) Détermination de la vitesse de P_0 (Epure I) (II P.28)

1) Choix des plans de projection:

On choisit pour axe $(O, \vec{Y}_g)$ l'axe de support (OA_g) et orienté suivant $\vec{A_gO}$. Pour obtenir un repère orthonormé direct $(O, \vec{X}_g, \vec{Y}_g, \vec{Z}_g)$, on pose $\vec{X}_g = \vec{Y}_g \wedge \vec{Z}_g$.

On prend pour plan horizontal un plan H parallèle à H^* , c'est-à-dire parallèle à $(O, \vec{X}_g, \vec{Y}_g)$, et pour plan frontal le plan F, c'est-à-dire $(O, \vec{Y}_g, \vec{Z}_g)$.

2) Représentation de C:

Posons $OS = \epsilon$, $OH_g = 1$, $SC = \mu$ et soit C_g la position dans F de C lorsque A est en A_g . On a donc sur l'épure I: $o's' = \epsilon$, $oh_g = 1$ et $s'a'_g = \rho$.

c'_g est tel que $(s'c'_g) \perp (s'a'_g)$ et $s'c'_g = \mu$. On en déduit c_g dans H, et la projection horizontale δ de la trajectoire Δ de C (δ est le cercle de centre o et de rayon oc_g).

Appelons φ une mesure de l'angle orienté représenté par $(\vec{X}_g, \vec{OA})$. Le choix d'une valeur de φ situe c sur δ . On en déduit c' sur la perpendiculaire à $(o's')$ menée par c'_g .

3) Représentation du cercle R limitant le plateau circulaire l

- projection horizontale:

Le plan (SAC) étant vertical, a appartient à la droite (sc) et au cercle de centre o et de rayon oa_g du plan horizontal H.

La droite (SA) est une ligne de plus grande pente du plan L du plateau par rapport au plan H. Donc $[o, a]$ est le demi-petit axe de l'ellipse r, projection horizontale du cercle R. L'horizontale du plan L passant par S est perpendiculaire à (SA) et se projette donc sur H suivant la perpendiculaire en s à (oa). D'où le grand axe $[e, f]$ de l'ellipse r avec $ef = 2s'a'_g$. On peut alors représenter l'ellipse r en entier.

- projection frontale:

D est sur la verticale de H_g , d'où $d = h_g$. (SD) est la trace frontale $(s'd')$ du plan L. La trace horizontale de L est la droite du plan H tangente en a au cercle K. D'où (g, g') le point d'intersection de l'axe $(O, \vec{Y}_g)$ avec le plan L. D'où d'.

De plus, $(s'd')$ est le support du grand axe de l'ellipse r' projection frontale de R, le demi-grand axe ayant pour longueur $s'a'_g$.

Comme (SC) est perpendiculaire à toute droite du plan L du plateau, (SC) est perpendiculaire à la frontale (SD). Donc (s'c') est perpendiculaire à (s'd') et (s'c') est le support du demi-petit axe $[s', i']$ de la projection frontale r' du cercle R.

(Le fait que (s'c') est perpendiculaire à (s'd') pouvait être utilisé pour déterminer d' sans utiliser le point G).

Puisque (SD) est perpendiculaire au plan (SCI) et que $(S, \vec{x}_g)$ est perpendiculaire à (SD), $(S, \vec{x}_g)$ appartient au plan (SCI).

Soit une des rotations d'axe de bout $(S, \vec{x}_g)$ transformant (SC) en une horizontale. Elle transforme C en C_1 et I en I_1 avec (si_1) perpendiculaire à (sc_1) et $si_1 = \frac{1}{2} \times ef$. D'où i_1 .

Soit J le point de l'axe $(S, \vec{x}_g)$ dont la projection j sur H est l'intersection de $(c_1 i_1)$ avec $(o, \vec{x}_g)$. J est invariant dans la rotation considérée. On en déduit i par la méthode des alignements, puis i'.

4) Représentation de la vitesse du point M_0 , appelé ici B pour la commodité des notations:

B est le point de la droite (SD) du plan frontal tel que $SB = \lambda$ et du côté de S opposé à D. Donc $s'b' = \lambda$. D'où (b, b') .

Soit $\vec{v}_c$ la projection horizontale de $\vec{V}_{C/8}$. Puisque C décrit un cercle horizontal dans 8, $\vec{v}_c = \vec{V}_{C/8}$. Ainsi la donnée de $\vec{v}_c$ sur la tangente au cercle 8 en c détermine la projection frontale $\vec{v}'_c$ de $\vec{V}_{C/8}$.

Soit $\vec{v}'_b$ la projection frontale de $\vec{V}_{B/8}$. Puisque B est dans le plan frontal et que la longueur SB est constante, $\vec{v}'_b = \vec{V}_{B/8}$, et son support est la perpendiculaire en b' à $(s'b')$.

Soit H_C le plan horizontal contenant $\vec{V}_{C/8}$. Un des rabattements autour de $\vec{V}_{C/8}$ qui amène B dans H_C transforme b en b_1 . On en déduit la projection de $\vec{V}_{C/8}$ sur (cb_1) en "vraie grandeur".

Un des rabattements autour de $\vec{V}_{B/8}$ qui amène C dans F transforme c' en c'_2 . On en déduit par équiprojectivité la projection de $\vec{V}_{B/8}$ sur $(c'_2 b')$ en "vraie grandeur", d'où $\vec{v}'_b$ sur la perpendiculaire en b' à $(s'b')$.

5) Représentation du point P_0 et de sa vitesse $\vec{V}_{P_0/3/8}$:

P_0 appartient à une verticale du plan F située à la distance h de l'axe $(s', \vec{z}'_8)$ et il est tel que $b'p'_0 = M_0 P_0 = \lambda$.

La vitesse $\vec{V}_{P_0/3/8}$ est colinéaire à $(p'_0, \vec{z}'_8)$ et donc sa projection frontale $\vec{v}'_{p_0}$ est telle que $\vec{v}'_{p_0} = \vec{V}_{P_0/3/8}$. On obtient la vitesse de P_0 dans F par équiprojectivité à partir de la vitesse $\vec{v}'_b$.

B) Représentation de la vitesse d'un point P_i , $i \in \{1,2,3,4,5,6\}$:

On choisit d'étudier le point P_2 (qu'on désignera par P dans la suite pour des commodités d'écriture) tel que :

$$\text{mes}((\overline{og}),(\overline{op_2})) = \frac{4\pi}{7} \text{ et } op_2 = h.$$

On désignera par M le point M_2 correspondant.

1) Représentation du point M (Epure II): (II P.29)

On effectue un des rabattements du plan L du plateau autour de l'horizontale (EF) sur le plan horizontal passant par S transformant a en a_1 , g en g_1 , et l'ellipse r en le cercle de centre o et de rayon oa_1 .

m_1 image de m dans ce rabattement est défini par
 $\text{mes}((\overline{sg_1}),(\overline{sm_1})) = \frac{4\pi}{7}$ et $sm_1 = s'b' = SB = \lambda$.

Le point m est obtenu par la méthode des alignements en considérant le point t de (ef) invariant dans le rabattement. D'où le point m' obtenu par relèvement tel que $m' \in (a't')$.

2) Représentation de la vitesse $\overrightarrow{V_{M\frac{1}{8}}}$ (Epure III): (II P.30)

δ étant fixe dans le mouvement de l par rapport à 8 ,

$$\overrightarrow{V_{M\frac{1}{8}}} = \overrightarrow{\Omega_{\frac{1}{8}}} \wedge \overrightarrow{SM}.$$

Utilisons cette relation pour déterminer la droite $(S, \overrightarrow{\Omega_{\frac{1}{8}}})$.

Pour ce faire, considérons les vitesses $\overrightarrow{V_{D\frac{1}{8}}}$ et $\overrightarrow{V_{A\frac{1}{8}}}$.
 Comme $\overrightarrow{V_{D\frac{1}{8}}} = \overrightarrow{\Omega_{\frac{1}{8}}} \wedge \overrightarrow{SD}$ et que la droite (SD) est dans le plan F , la droite $(S, \overrightarrow{\Omega_{\frac{1}{8}}})$ est dans le plan de bout dont la trace frontale a pour projection frontale $(s'd')$. Ainsi la projection frontale $\overrightarrow{\omega'_{\frac{1}{8}}}$ de $\overrightarrow{\Omega_{\frac{1}{8}}}$ est colinéaire à $(s'd')$.

Comme $\overrightarrow{V_{A\frac{1}{8}}} = \overrightarrow{\Omega_{\frac{1}{8}}} \wedge \overrightarrow{SA}$ et que la droite (SA) est dans le plan H , la droite $(S, \overrightarrow{\Omega_{\frac{1}{8}}})$ est dans le plan vertical dont la trace horizontale a pour projection horizontale la droite (sa) . Ainsi la projection horizontale $\overrightarrow{\omega_{\frac{1}{8}}}$ de $\overrightarrow{\Omega_{\frac{1}{8}}}$ est colinéaire à $\overrightarrow{sa}$.

Puisque la vitesse $\overrightarrow{V_{M\frac{1}{8}}}$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{SM}$ et à $\overrightarrow{\Omega_{\frac{1}{8}}}$, sa direction est perpendiculaire à une frontale et à une horizontale du plan passant par S et parallèle à $\overrightarrow{\Omega_{\frac{1}{8}}}$ et à $\overrightarrow{SM}$, c'est-à-dire du plan défini par les droites $((sa), (s'd'))$ et $((sm), (s'm'))$.

On détermine alors la frontale $((mn), m'n')$ et l'horizontale $((mq), (m'q'))$ de ce plan. $\overrightarrow{V_{M\frac{1}{8}}}$ est alors définie en direction par la direction de ses projections horizontale $\overrightarrow{v_m}$ et frontale $\overrightarrow{v'_m}$ respectivement perpendiculaires à (mq) et à $(m'n')$.

On effectue ensuite un des rabattements du plan défini par $(M, \overrightarrow{V_{C\frac{1}{8}}})$ autour de $\overrightarrow{V_{C\frac{1}{8}}}$ dans le plan horizontal H_C passant par C . Dans ce rabattement m est transformé en m_2 avec $MC = m_2 c$.

On obtient alors la projection $\vec{w}_c$ de $\vec{V}_{c1/8}$ sur (m_2c) en "vraie grandeur".

On construit dans le plan défini par C et la direction de $\vec{V}_{M1/8}$ l'horizontale (CU) et l'on effectue un des rabattements de ce plan autour de (CU) dans le plan horizontal H_c qui transforme m en m_3 avec $cm_3 = cm_2 = MC$.

On en déduit la droite (um_3) transformée du support de $\vec{V}_{M1/8}$.
On représente à partir de m_3 le vecteur $\vec{w}_m$ colinéaire au vecteur $\vec{m_3c}$ et de même sens tel que $\|\vec{w}_m\| = \|\vec{w}_c\|$. D'où $\vec{m_3w_3}$ colinéaire à $\vec{m_3u}$, représentant en "vraie grandeur" $\vec{V}_{M1/8}$, dont $\vec{w}_m$ est la projection sur la droite (m_3c) .

Sachant que le point u est invariant dans le rabattement autour de (CU) et que les points m_3, u, w_3 sont alignés, on en déduit w par la méthode des alignements, et w' par rappel sur la droite $(m'u')$. On a ainsi obtenu $\vec{V}_{M1/8}$.

3) Représentation de la vitesse $\vec{V}_{P3/8}$ (Epure IV): (II P.31)

Pour représenter le point P on effectue une rotation autour de la verticale passant par p qui transforme (PM) en une frontale de projection horizontale f_4 . On obtient (m_4, m'_4) et $p' = p'_4$ sur la verticale passant par p et tel que :

$$m'_4p' = P_iM_i = \vartheta.$$

Pour représenter $\vec{V}_{P3/8}$, on considère le plan $(P, \vec{V}_M)$. On construit la frontale (f_4, f'_2) de ce plan passant par P. On effectue alors un des rabattements autour de cette frontale sur le plan frontal la contenant qui transforme W en W_1 . On obtient w'_1 . i'_2 est invariant, d'où m'_1 image de m' par la méthode des alignements. On obtient alors la projection v'_1p de $\vec{V}_{M1/8}$ en "vraie grandeur" sur $(p'm'_1)$.

C'est aussi la projection de $\vec{V}_{P3/8}$ sur $(p'm'_1)$ d'après l'équiprojectivité.
D'où la vitesse $\vec{v}'_p = \vec{V}_{P3/8}$ sur la verticale de P.

TITRE :

Et si la descriptive... servait à quelque chose ?

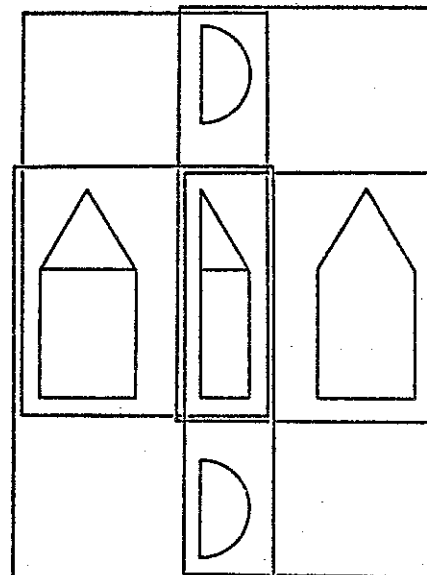
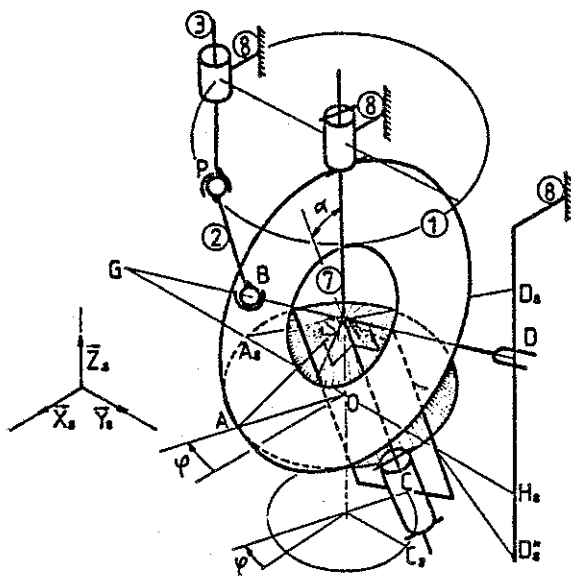
AUTEUR (S) :

Barriant Patrick
Gagnard Michel
Jouglens Bernard
Roques Michèle

Editeur : IREM
Université PARIS 7-Denis Diderot
Directeur responsable de la
publication : M.ARTIGUE
Case 7018 - 2 Place Jussieu
75251 PARIS CEDEX 05
Dépôt légal : 1985
ISBN : 2-86612-031-0

DESCRIPTIVE

Fascicule 2



... SERVAIT

A' QUELQUE CHOSE? "

PAR LE GROUPE INTERDISCIPLINAIRE DU LYCEE TECHNIQUE RASPAIL

<u>NIVEAU</u>	A partir de la classe de 1ère E ou F
<u>PUBLIC</u>	Elèves, Etudiants - Professeurs de Construction, de Mathématiques et de Mécanique
<u>SUJET</u>	Utilisation de la Descriptive dans quelques domaines technologiques.
<u>OBJECTIF</u>	Comparer - Relier - Appliquer

ET SI LA DESCRIPTIVE

SERVAIT A QUELQUE CHOSE

(FASCICULE II)

GROUPE INTERDISCIPLINAIRE I.R.E.M DU LYCEE TECHNIQUE RASPAIL

Michèle ROQUES

Patrick BARRIANT

Michel GAGNARD

Bernard JOUGLENS

FASCICULE II

INDEX

- Géométrie Descriptive et Dessin de Construction	
Dessin de C	Page 2
Exemples d'utilisation de la Géométrie Descriptive	
- Bouchon de Carafe	Page 7
- Electrode	Page 8
- Outil de Coupe	Page 10
- Géométrie Descriptive et Cinématique	
- Hélice	Page 14
- Pompe à débit variable	Page 17
- Joint de Cardan	Page 21
- Pompe Volumétrique	Page 27

GEOMETRIE DESCRIPTIVE

ET

DESSIN DE CONSTRUCTION

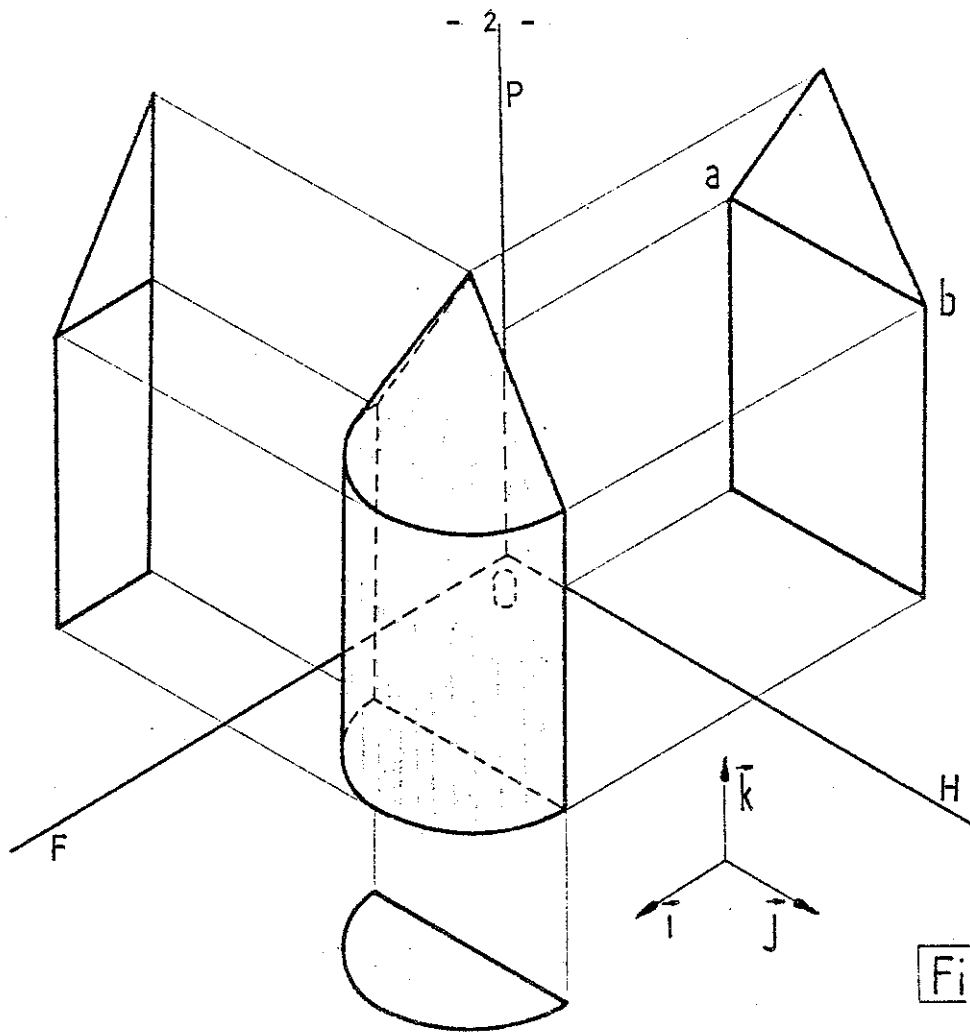


Fig.1

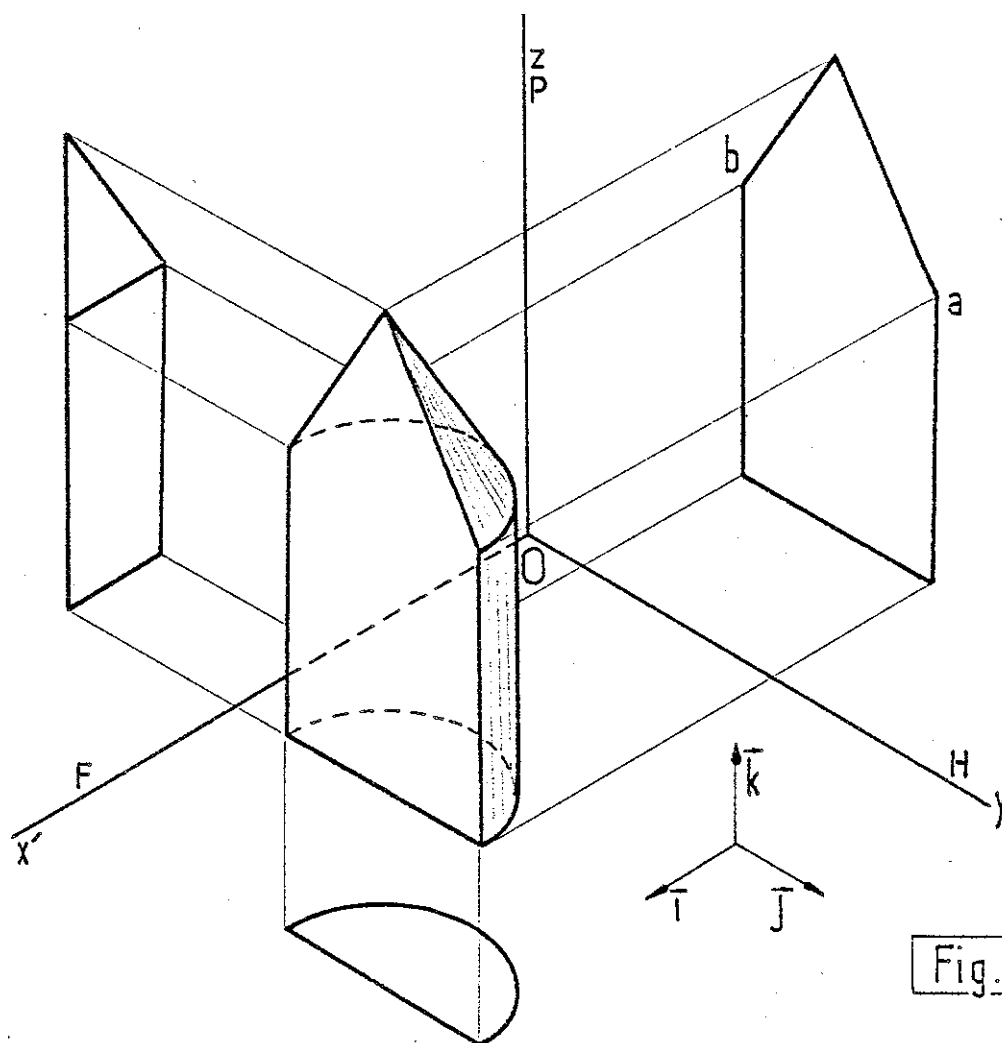


Fig.2

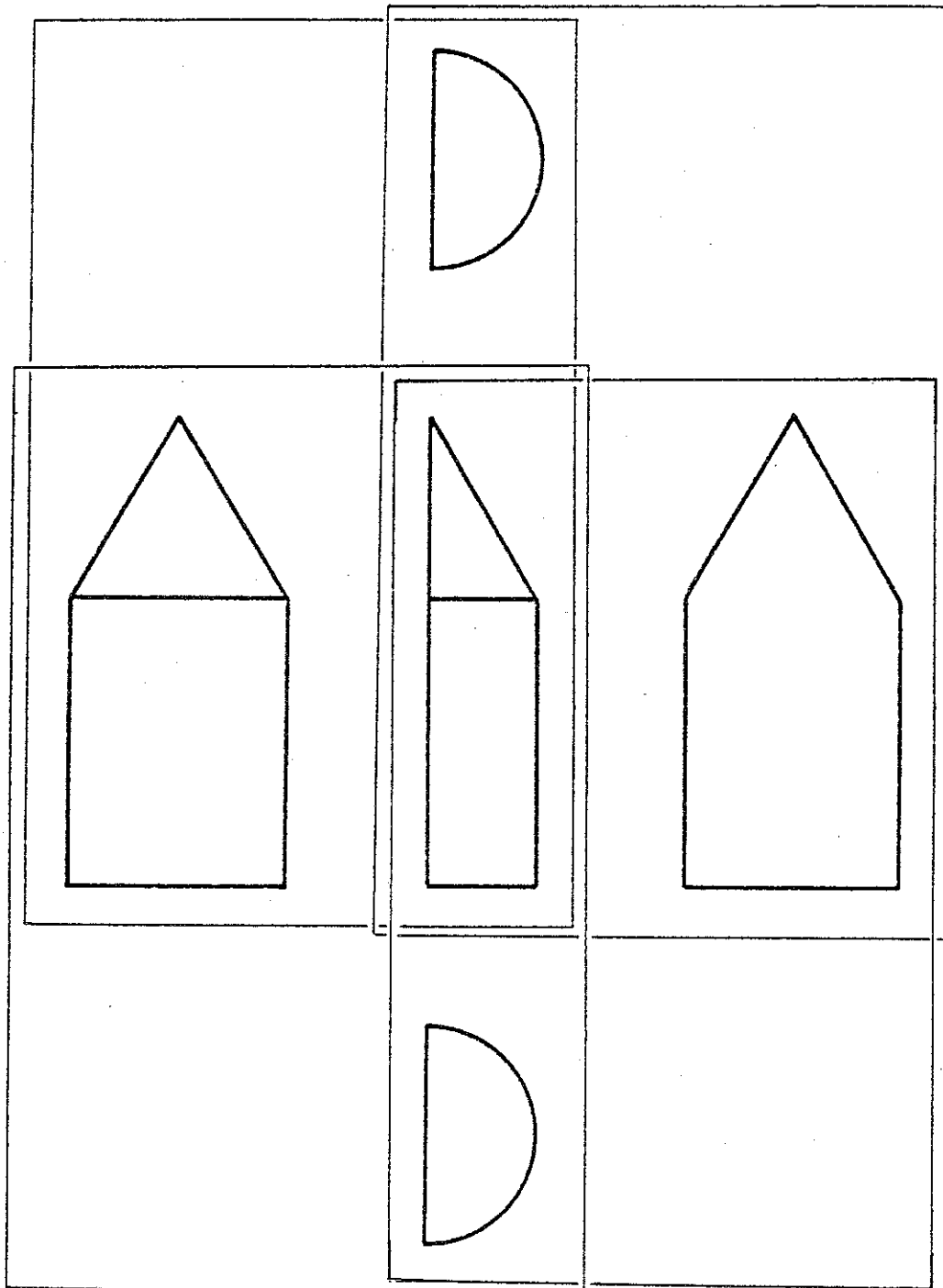
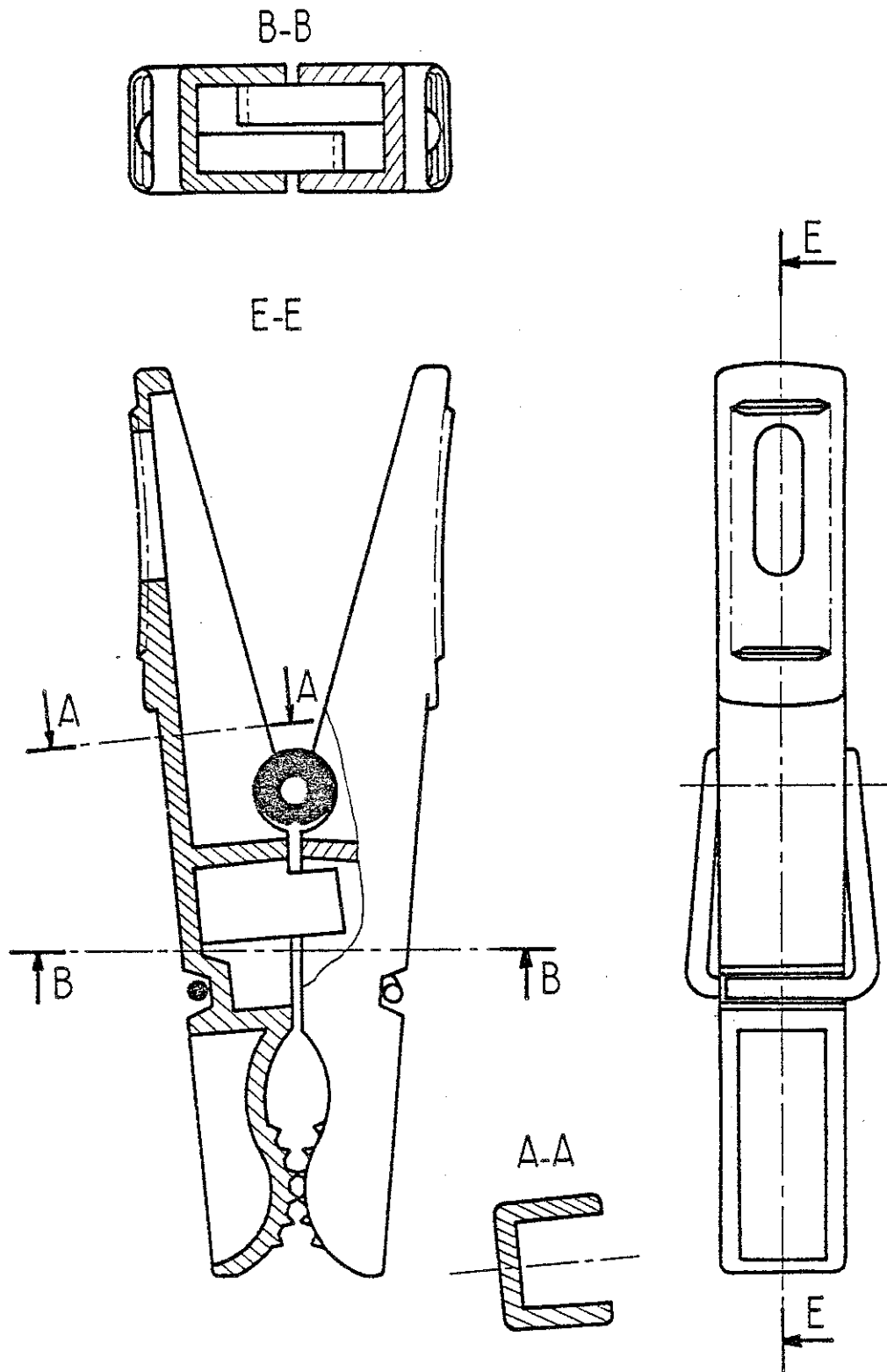


Fig. 3



Echelle 2			
	PINCE A LINGE		

Fig.8

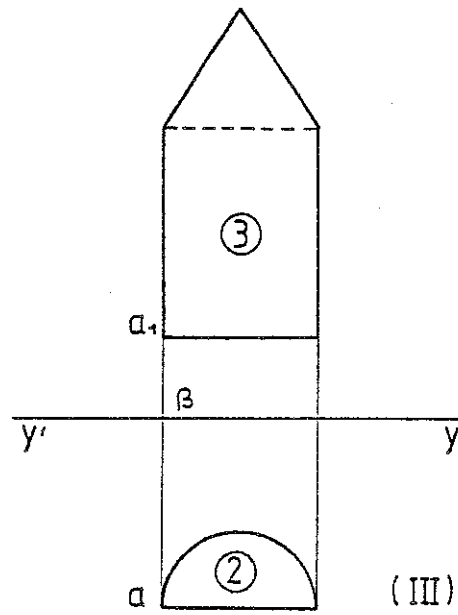
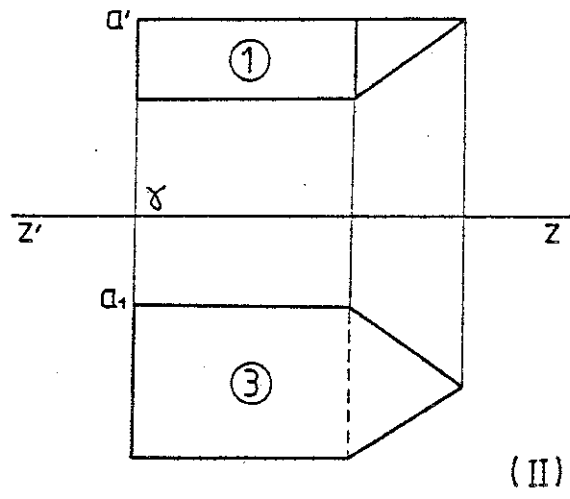
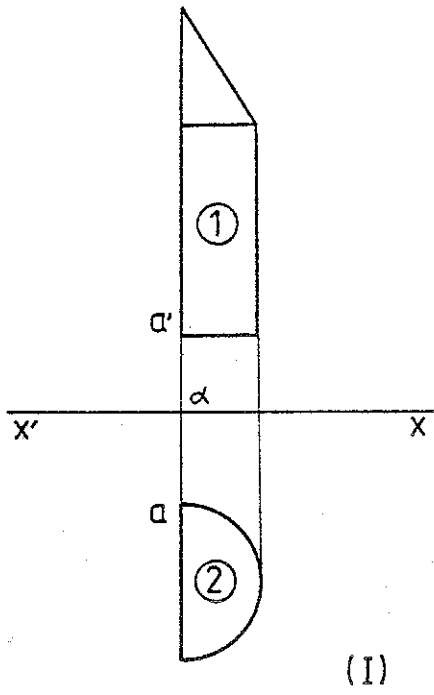
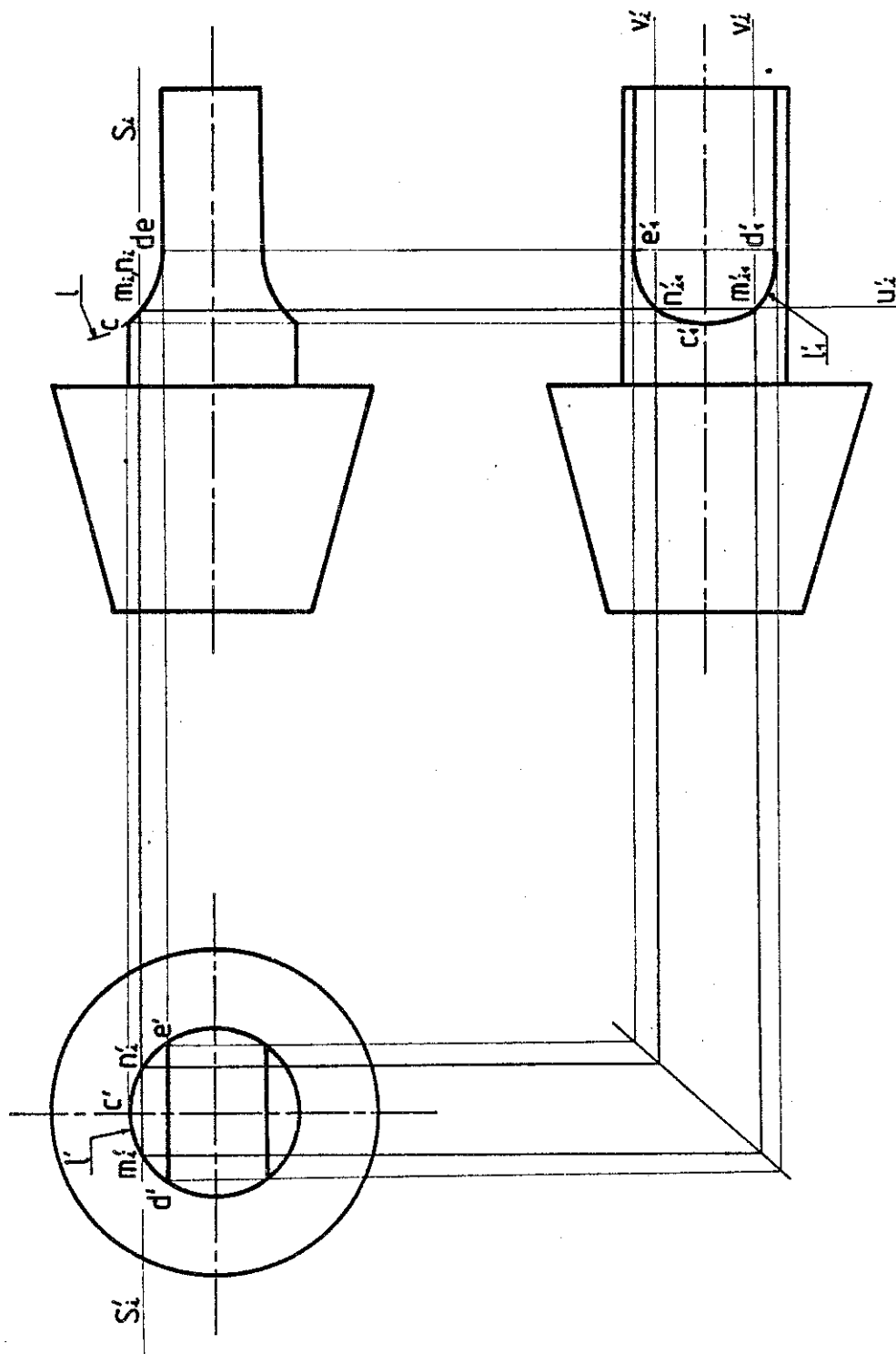


Fig. 12



BOUCHON

DE CARAFE

Fig. 2

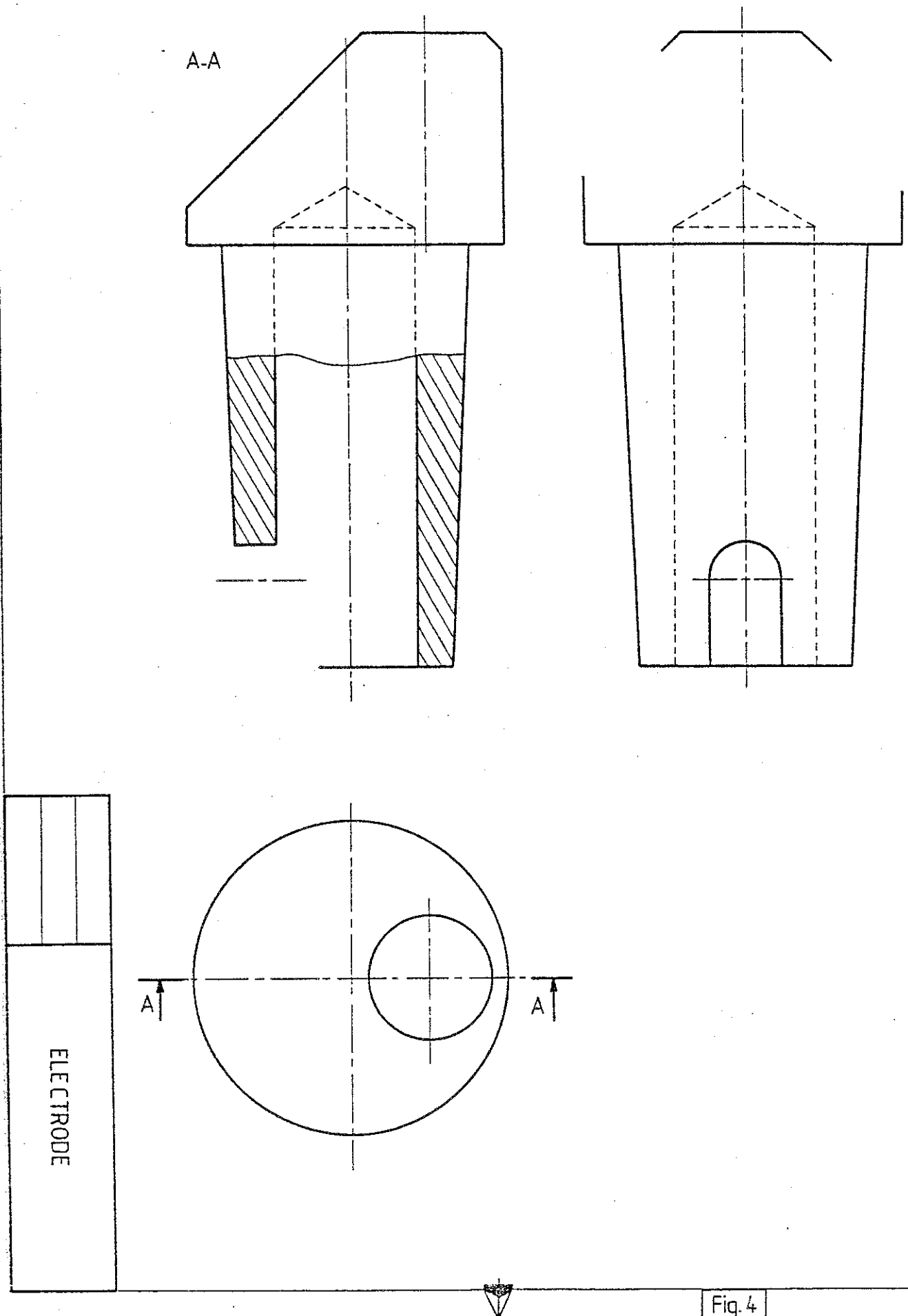
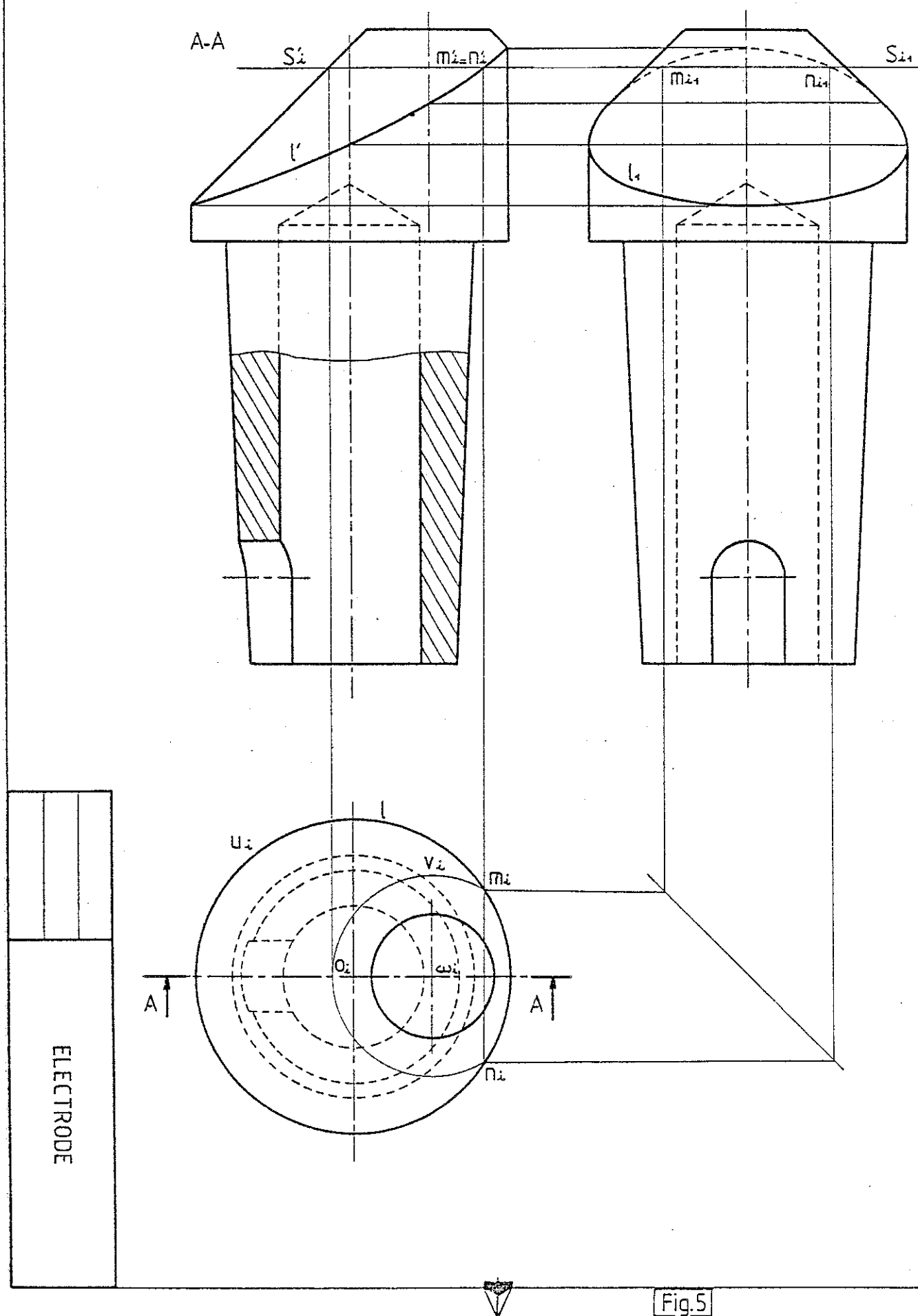
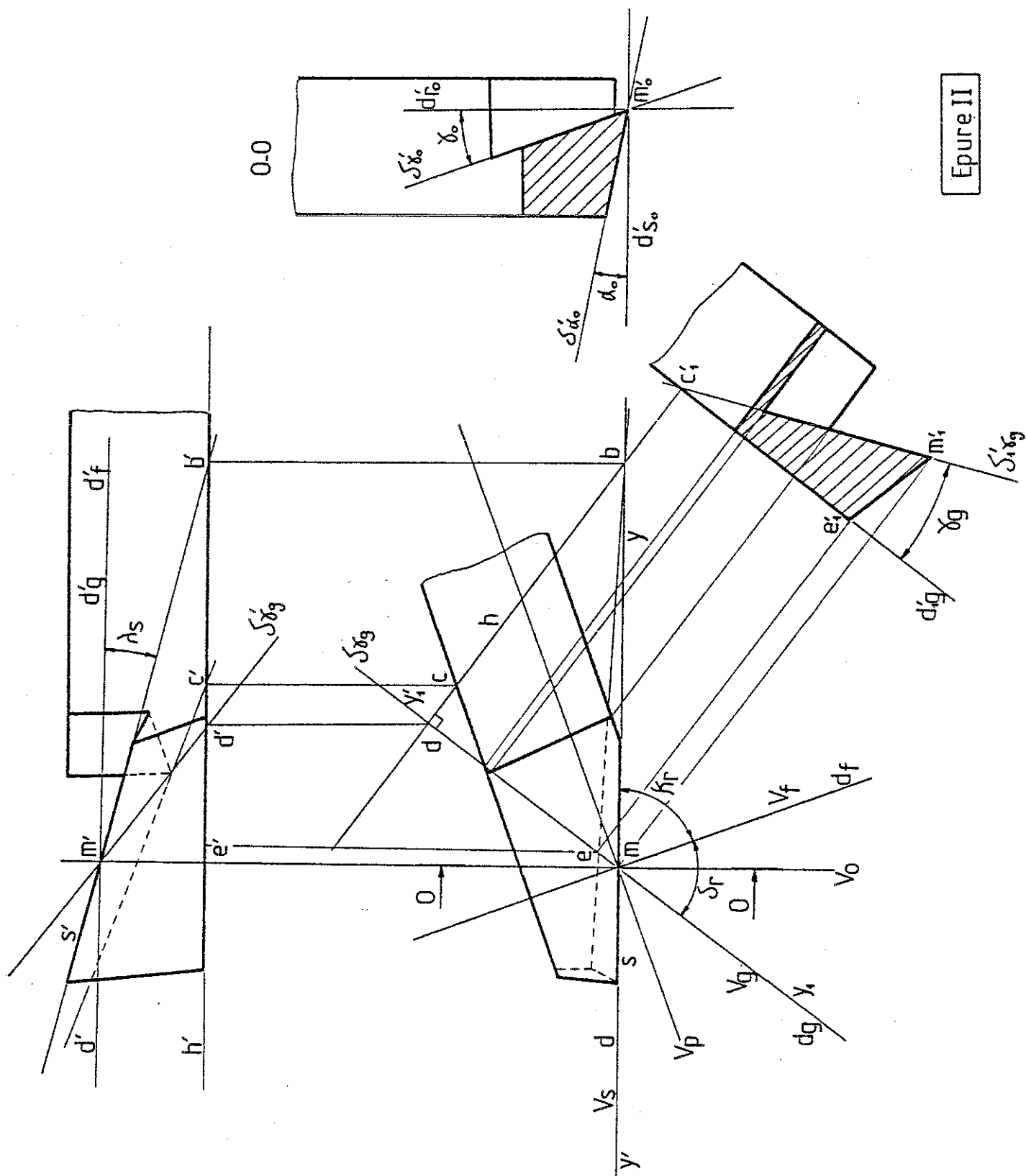


Fig. 4

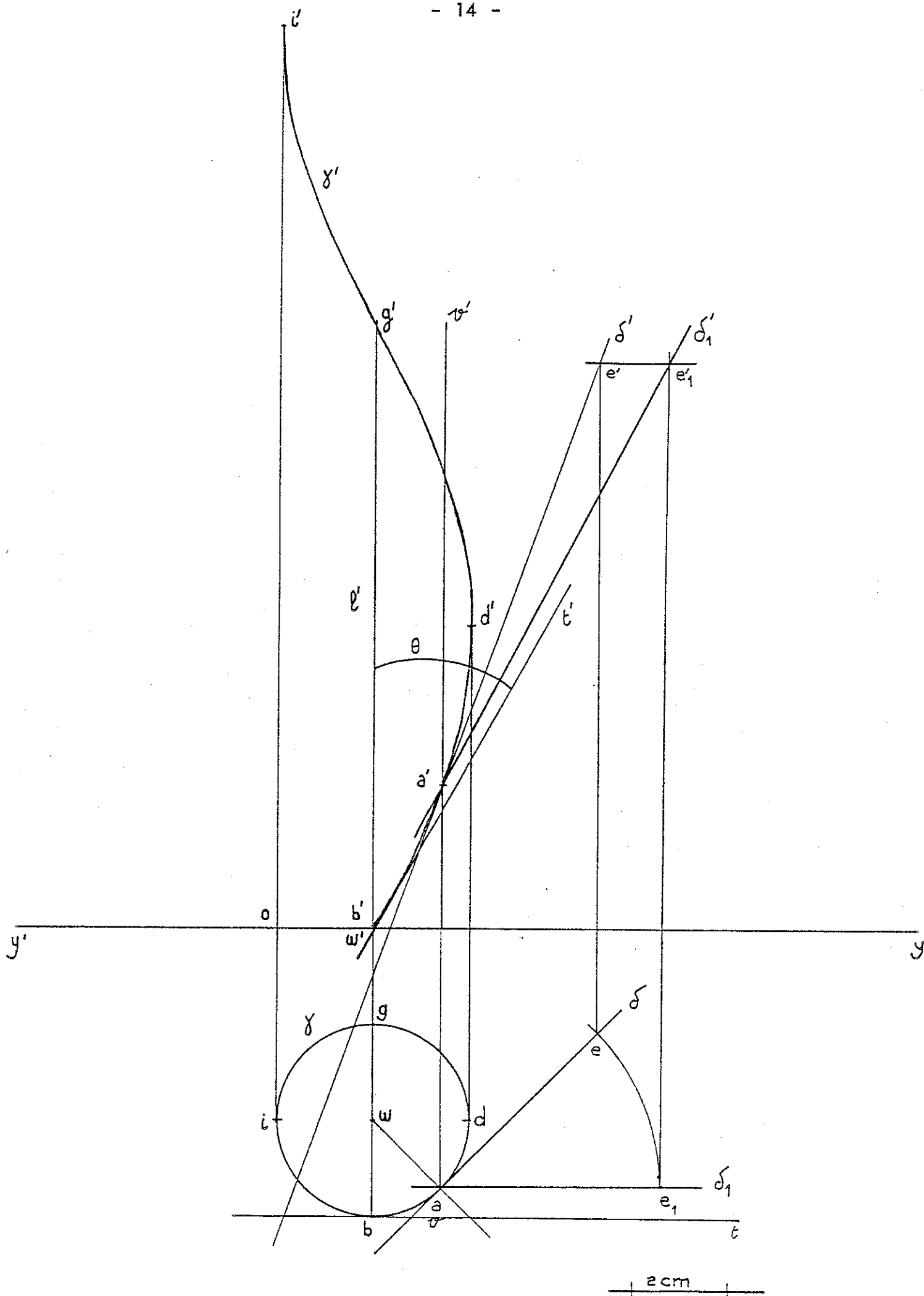


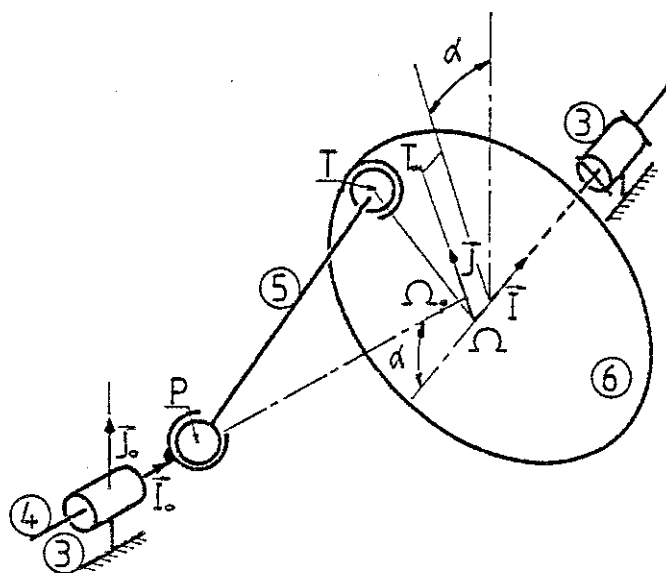
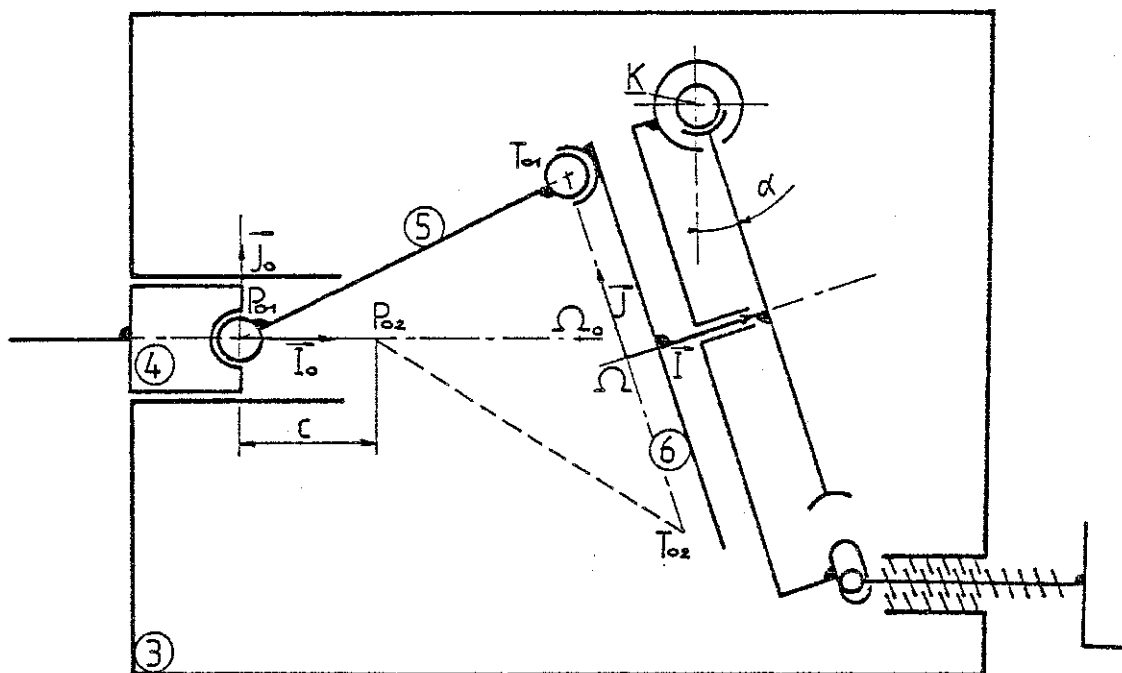


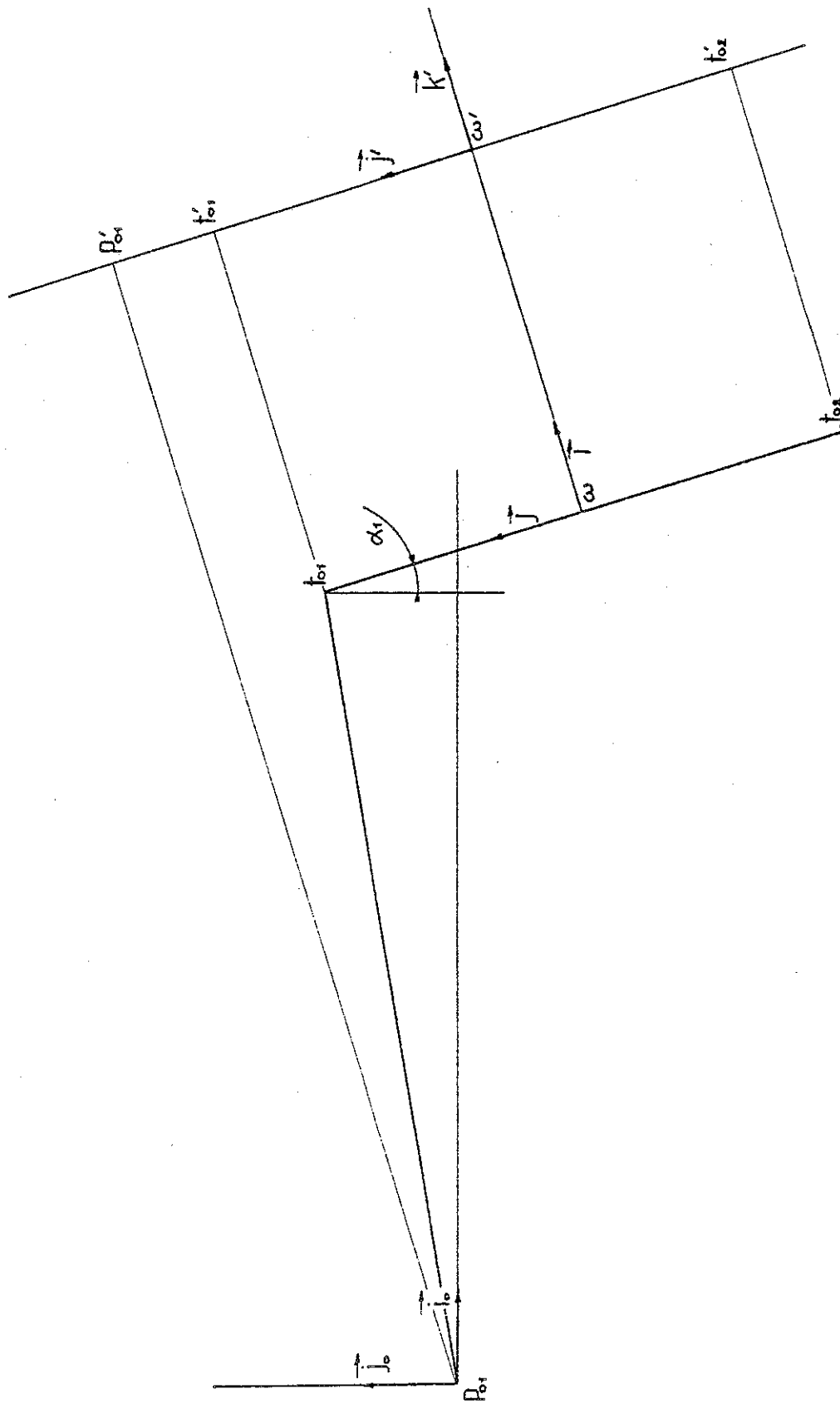
GEOMETRIE DESCRIPTIVE

ET

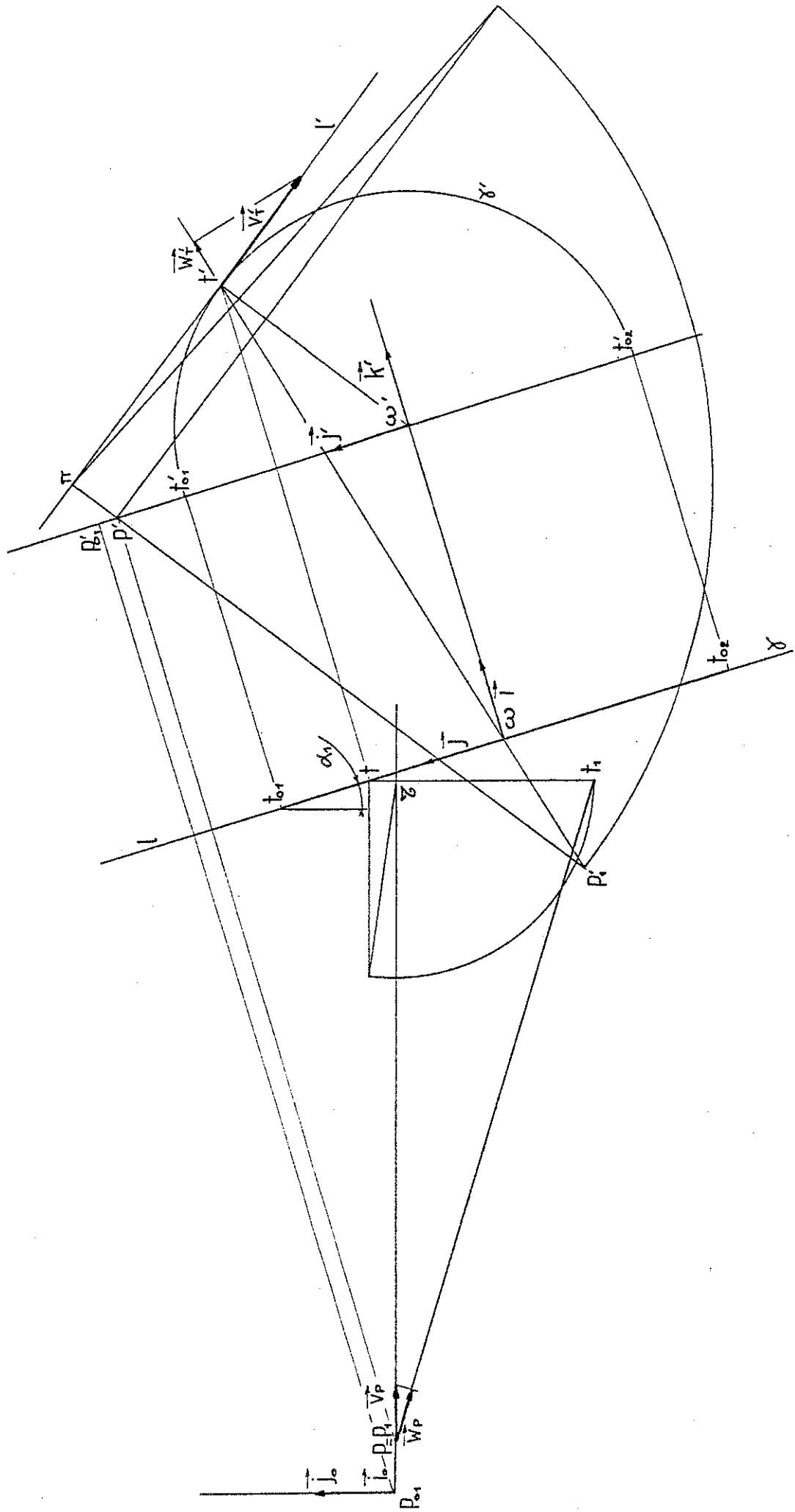
CINEMATIQUE



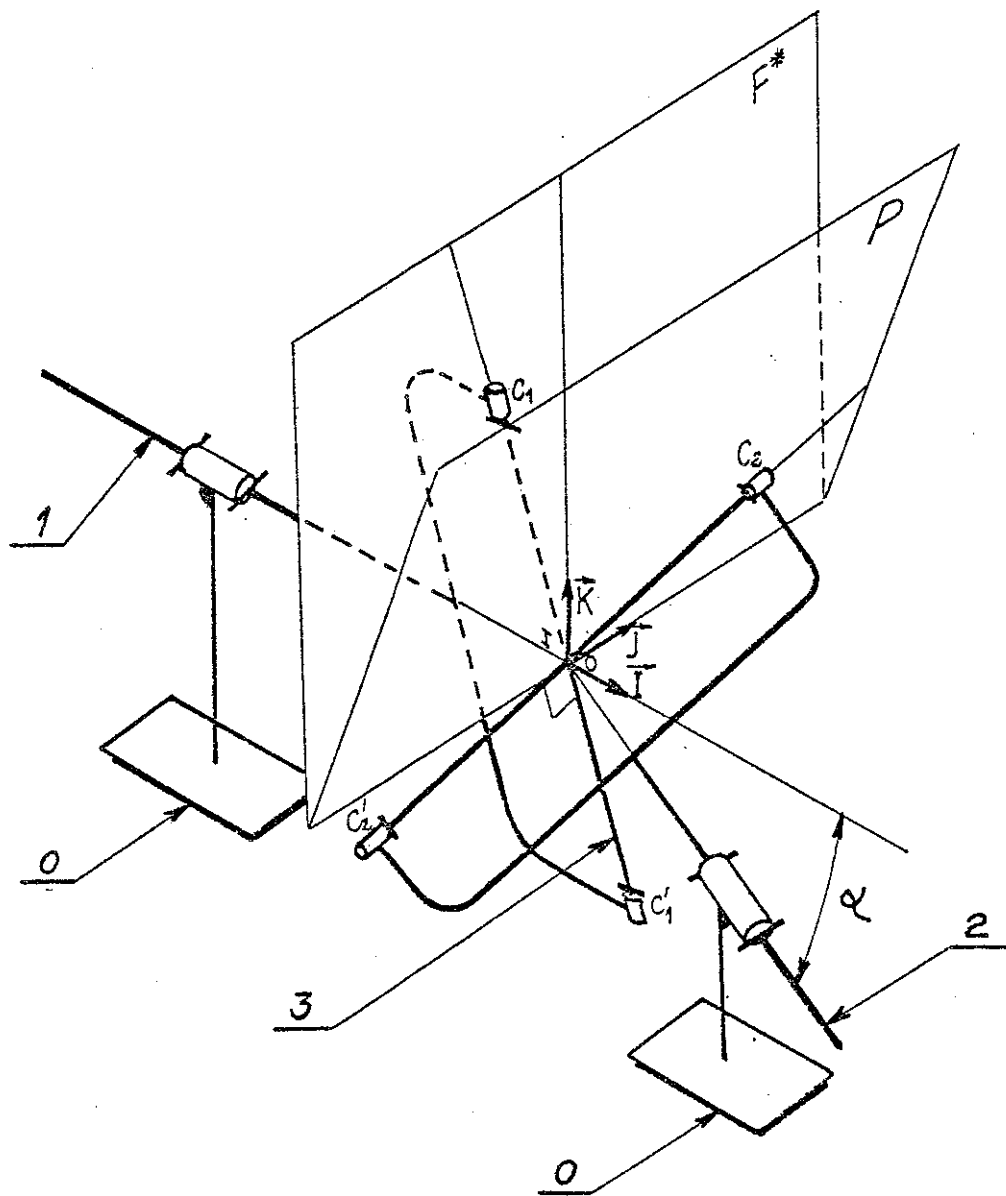
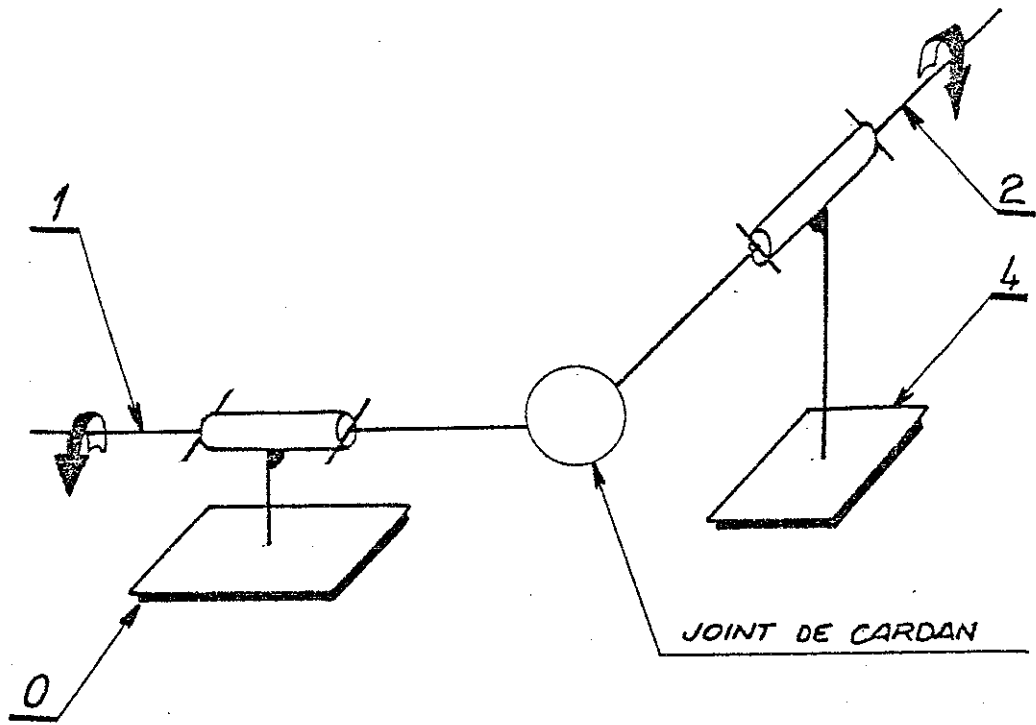


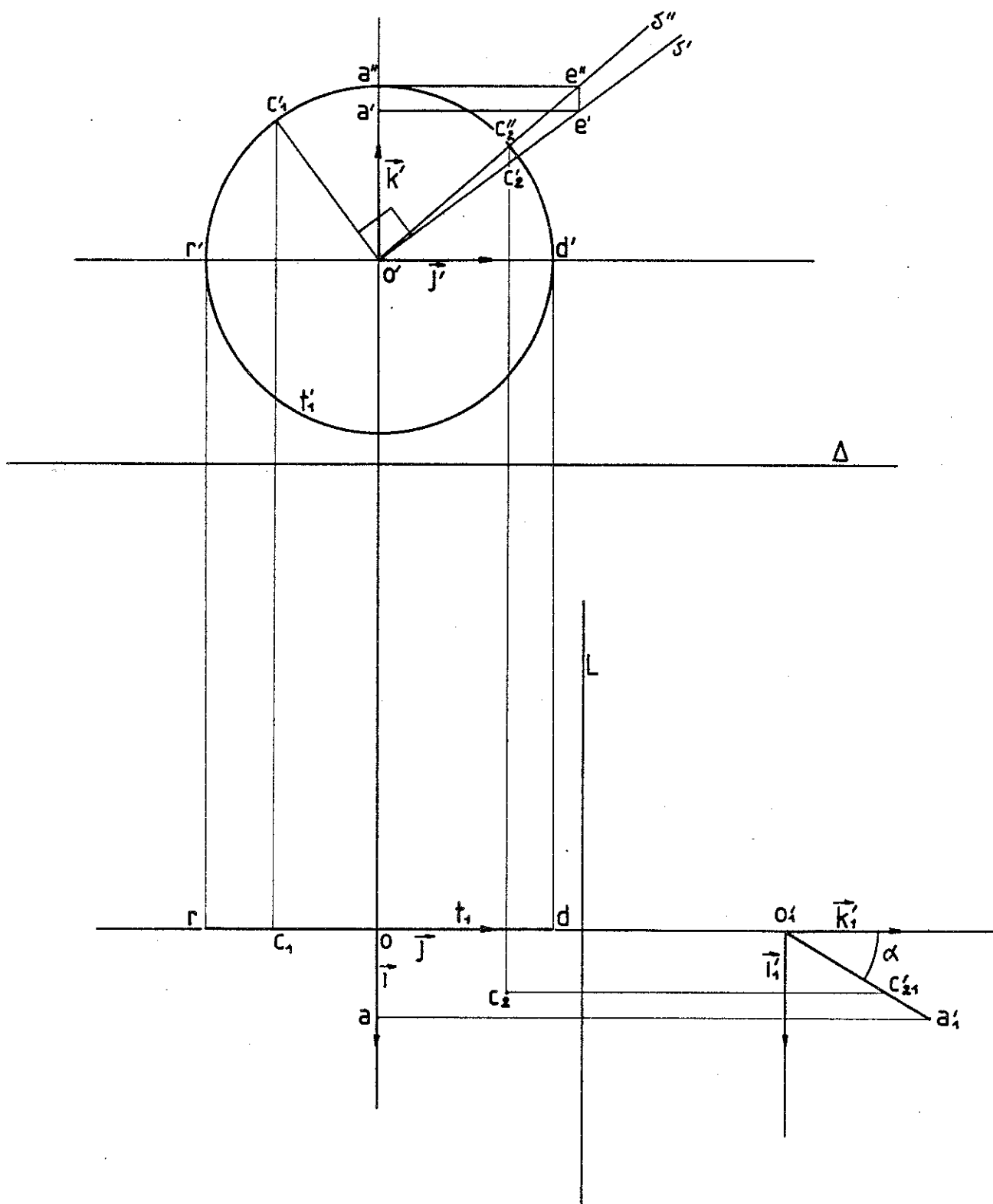


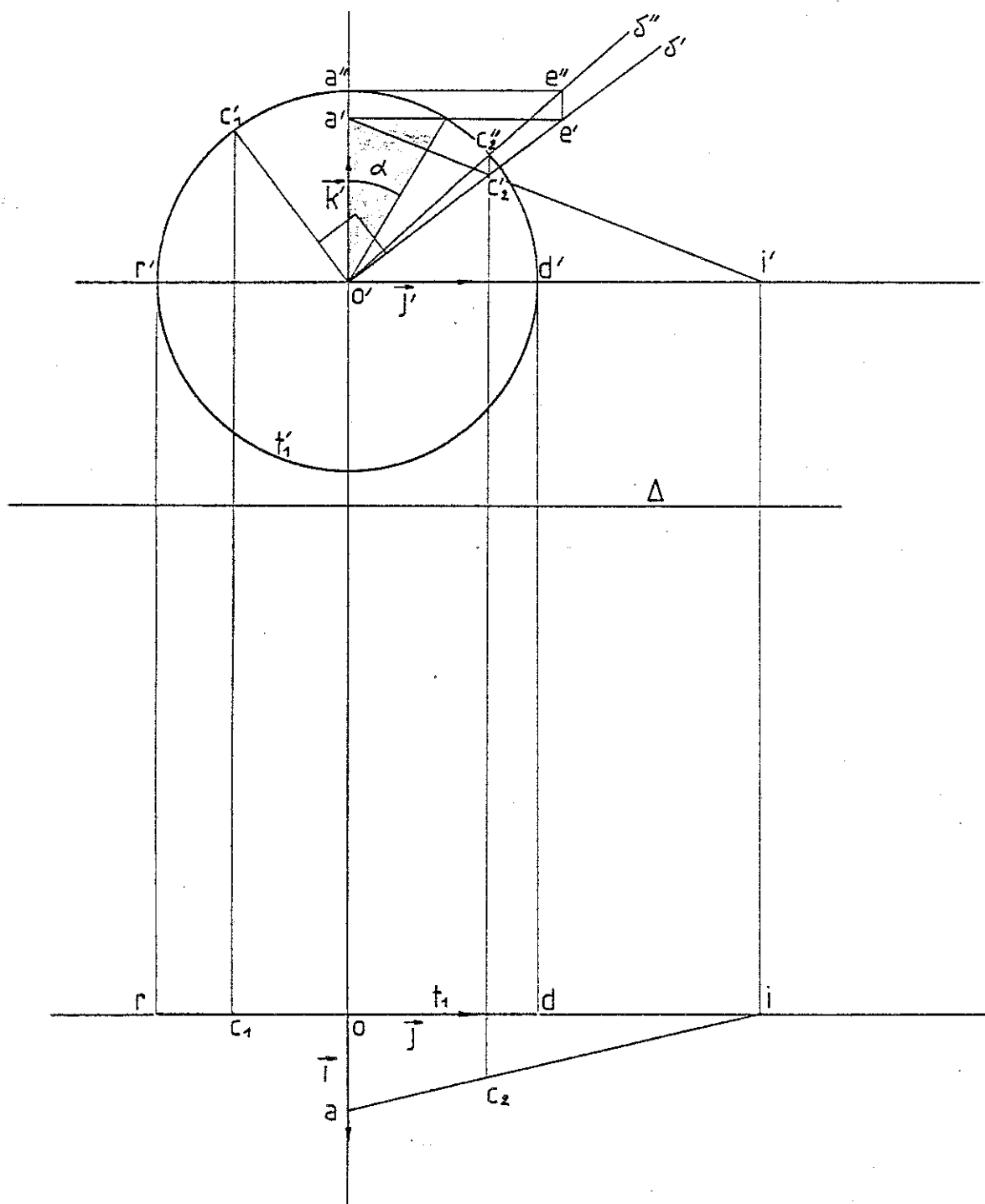
Epure 1

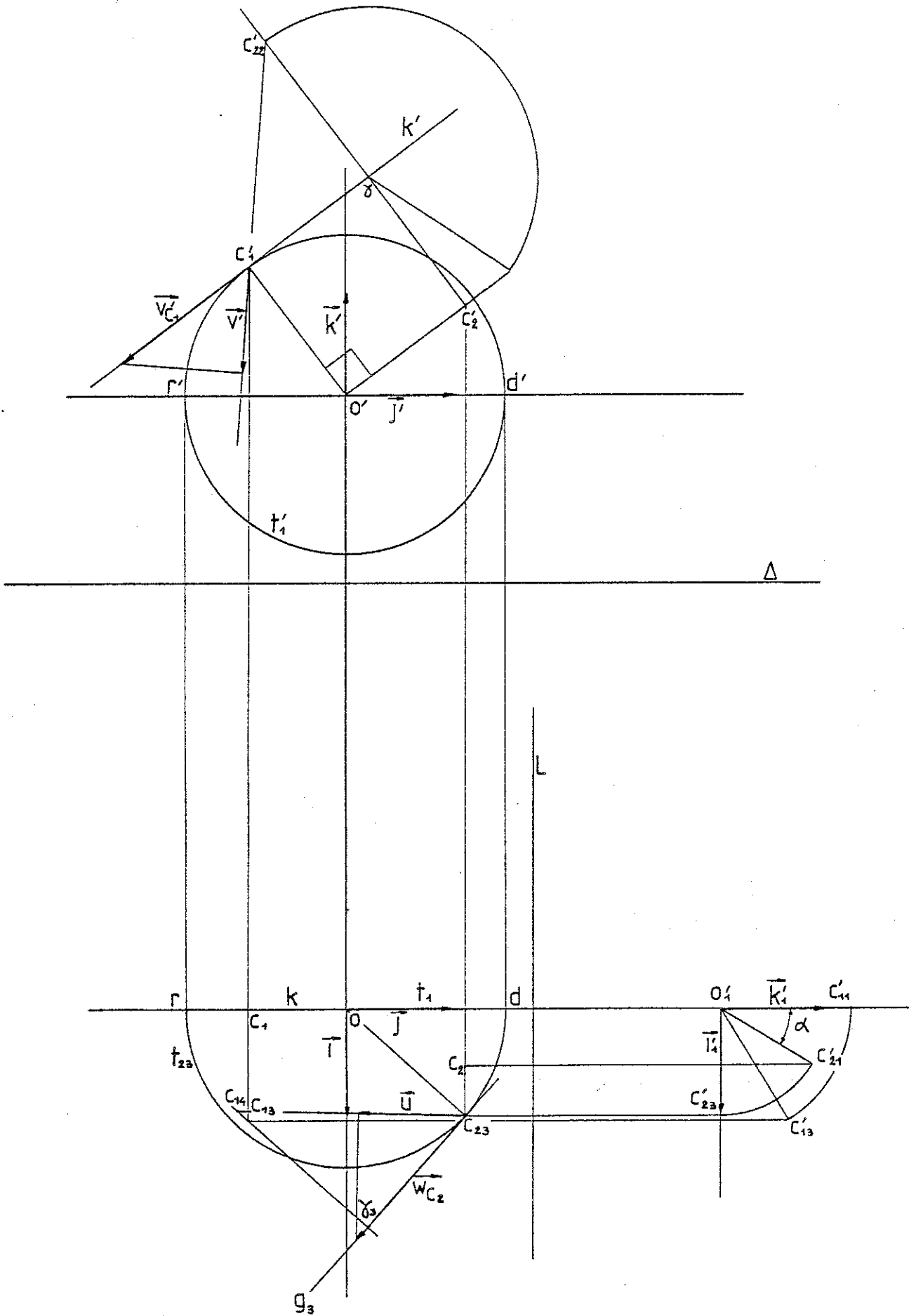


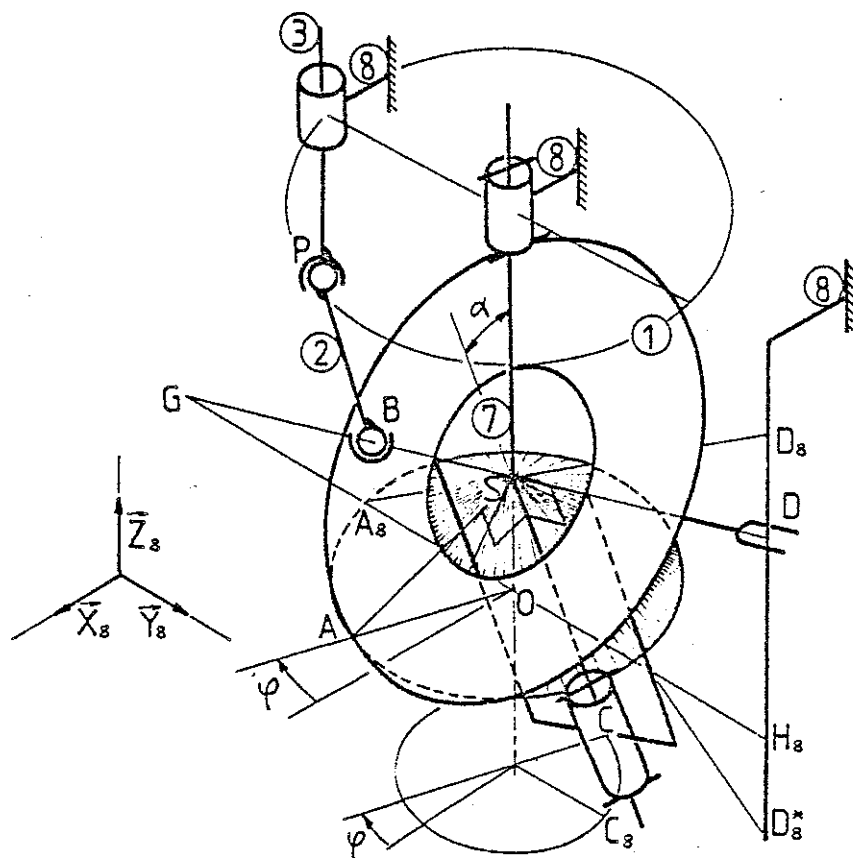
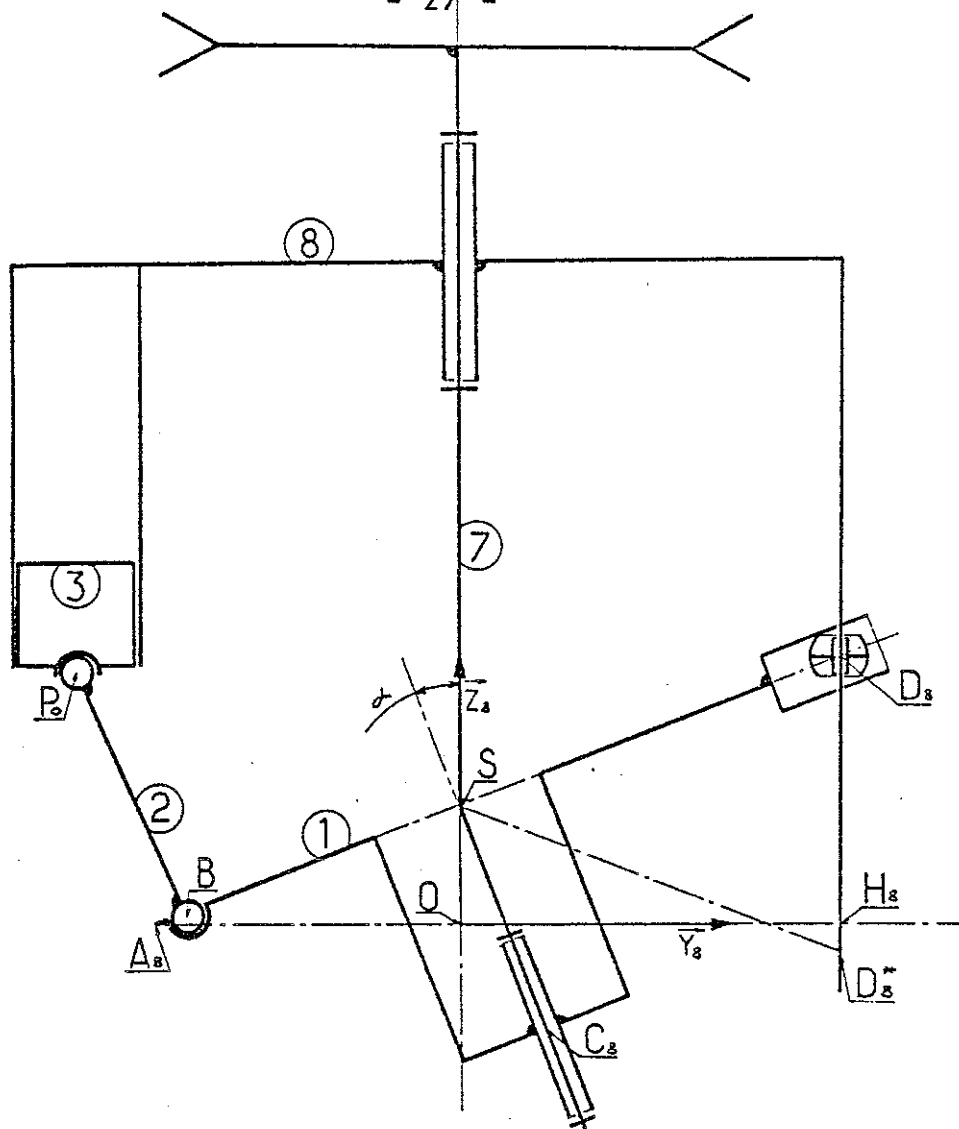
Epure 2

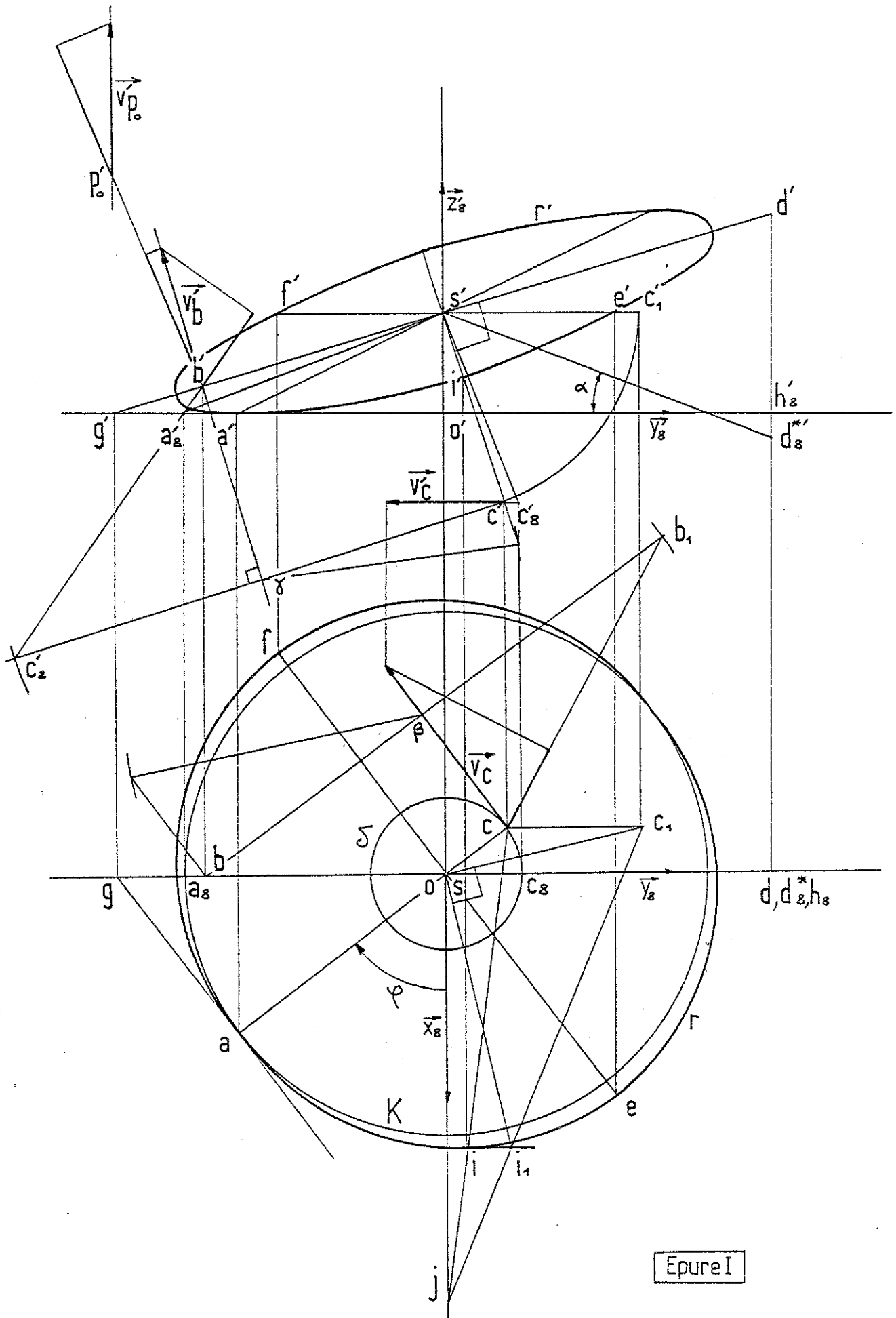


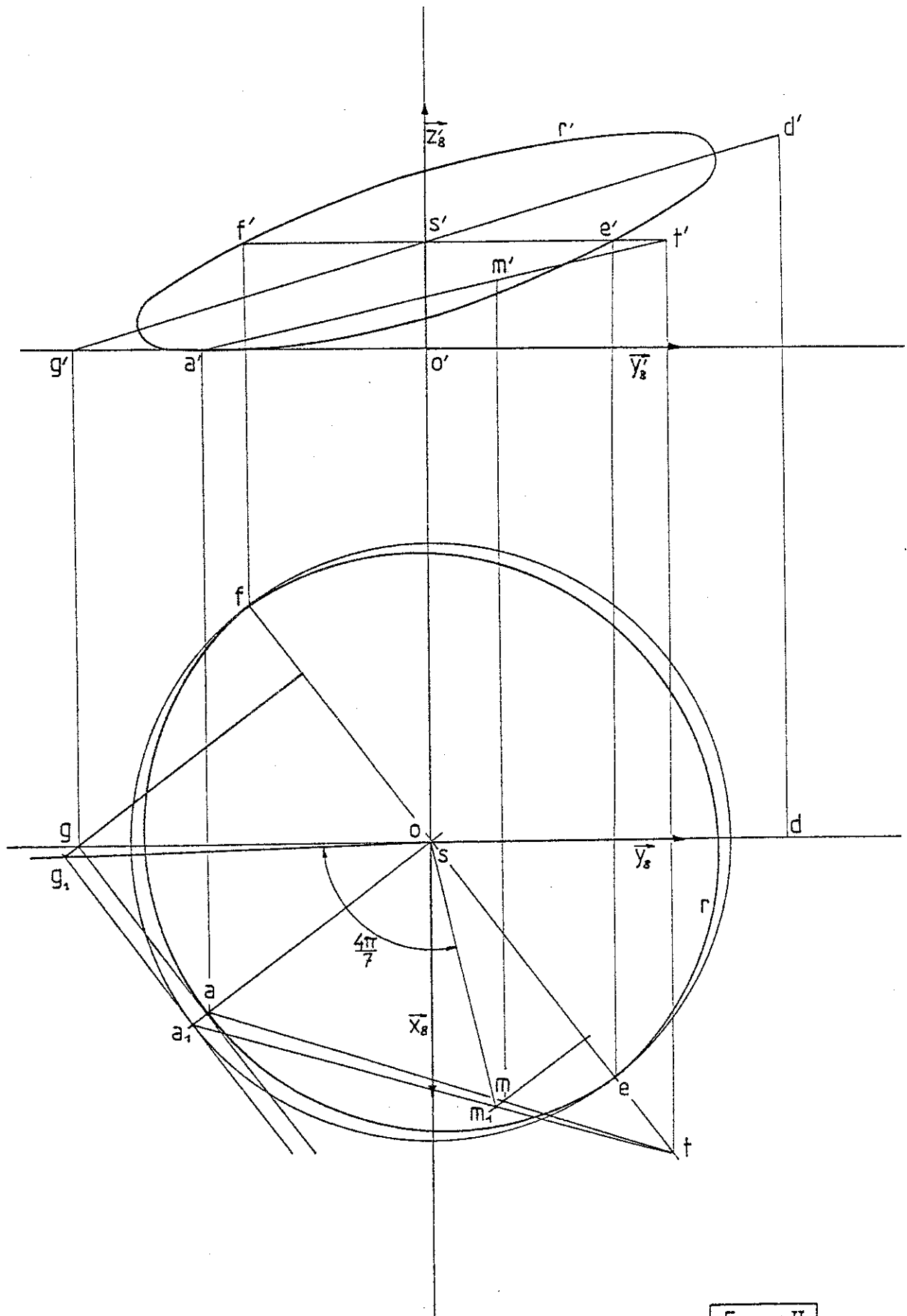


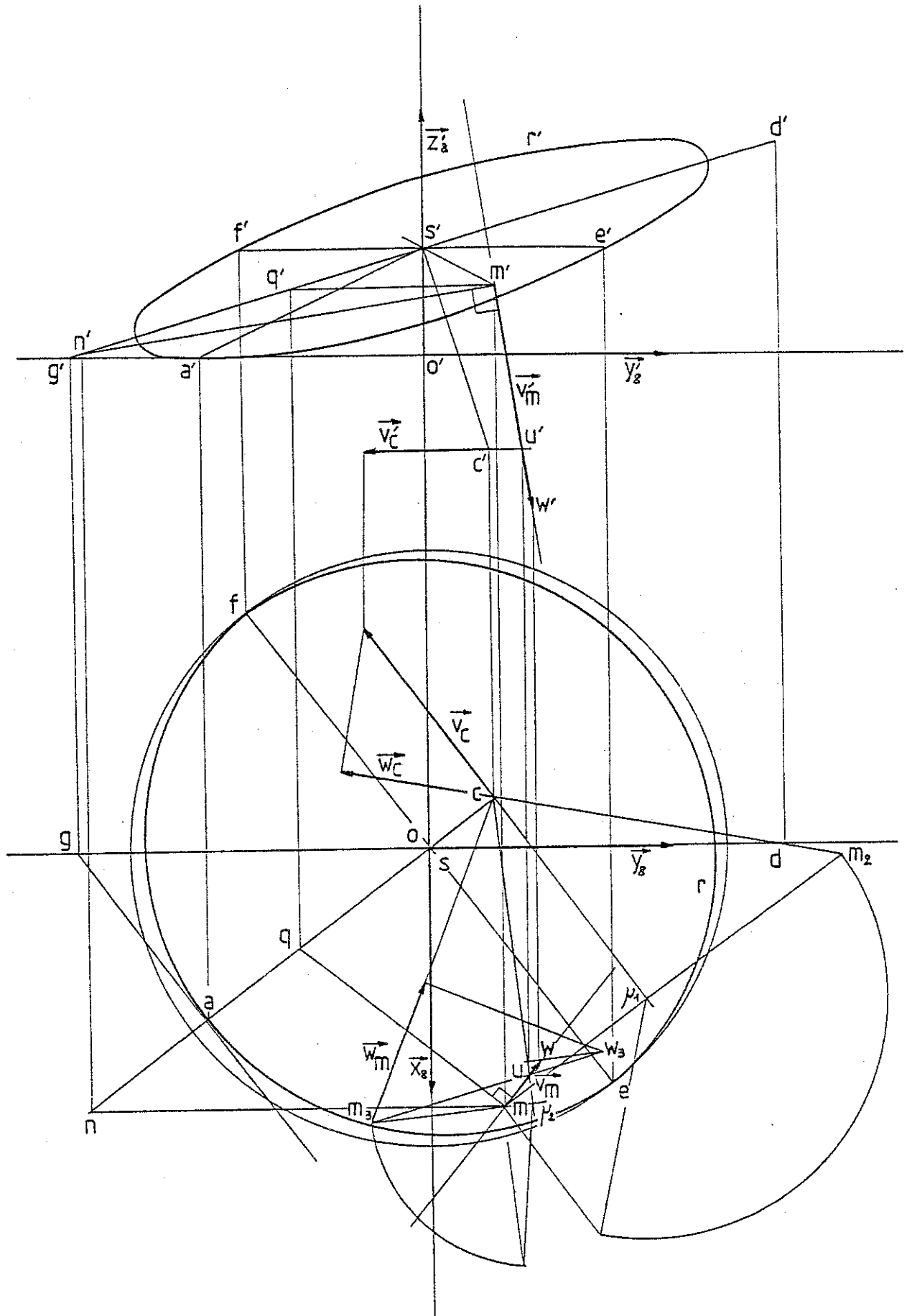












TITRE :

Et si la descriptive... servait à quelque chose ?

AUTEUR (S) :

Barriant Patrick
Gagnard Michel
Jouglens Bernard
Roques Michèle

Editeur : IREM
Université PARIS 7-Denis Diderot
Directeur responsable de la
publication : M.ARTIGUE
Case 7018 - 2 Place Jussieu
75251 PARIS CEDEX 05
Dépôt légal : 1985
ISBN : 2-86612-031-0