

I R E M

**Institut de Recherche sur
l'Enseignement des Mathématiques**
UNIVERSITE PARIS VII

15

Rédition Nov. 85

GROUPE FRANÇAIS MATHÉMATIQUES

— Volume 2 —

<u>NIVEAU</u>	Sixième à Terminale
<u>PUBLIC</u>	Professeurs de français et de mathématiques
<u>SUJET</u>	. Coordination interdisciplinaire : Rapports d'expérimentation - Articles divers
<u>OBJECTIF</u>	Informar . Décloisonner

GROUPE FRANÇAIS MATHÉMATIQUES

—Volume 2—

"Il n'est pas nécessaire d'espérer pour entreprendre,
ni de réussir pour persévérer."

Guillaume d'Orange.

Durant les années scolaires 1977-78 et 1978-79, le GFM^(*) a, bien évidemment, subi le contrecoup des difficultés que connaissaient les IREM, et qui s'est traduit notamment par une diminution importante du volume des décharges de service. Notre groupe a, malgré tout, poursuivi les travaux entrepris au cours des années précédentes^(**) (cf. citation ci-dessus).

C'est le résultat de ces travaux que nous présentons ici. On y trouvera:

- d'une part, des rapports relatant les expériences de coordination interdisciplinaire réalisées par des membres du groupe;
- d'autre part, des articles portant sur certains aspects du langage mathématique, et qui trouvent souvent leur origine dans des problèmes soulevés par les expérimentations en classe.

Nous espérons que ce recueil -comme le précédent- pourra contribuer à aider les enseignants de mathématiques et de français qui désireraient travailler ensemble dans leurs classes. Nous ne prétendons pas apporter des solutions toutes faites aux problèmes qu'ils se posent; plus modestement, nous nous contentons d'indiquer des directions de recherche, ainsi que des pratiques interdisciplinaires qui leur sont liées. L'avenir dira si nous avons pu être utiles...

Bernard PARZYSZ.

(*) Groupe Français-Mathématiques de l'IREM Paris VII

(**) voir: "GFM: Bilan de deux années" IREM Paris VII, 1978. 170 p.

S O M M A I R E

Page

A) LES RAPPORTS D'EXPÉRIMENTATION:

N°	Classe	Sujet	
19	3 ^e	Essais d'utilisation de la notion d'ensemble en français (conjugaison, phrase).....	5
20	3 ^e	Questionnaire sur les mathématiques.....	11
21	5 ^e	Remise en ordre chronologique d'un texte	19
22	3 ^e	Etude d'un problème mathématique énoncé dans un langage inhabituel	23
23	3 ^e	Rapport cause-conséquence dans des slogans publicitaires..	29
24	4 ^e	Une année de coordination: atouts du jeu de tarots; les différents types de phrases	40
25	2 ^{de} T	Une année de coordination: la notion de démonstration; les connecteurs	50
26	5 ^e	Phrase-pirate. Reconstitution de texte (4 histoires mêlées). Test sur le métalangage mathématique	57
27	5 ^e	Travail en maths et en français sur le thème de l'"Amoco Cadiz"	73
28	3 ^e	Textes-puzzles (phrases mélangées, ou éléments de phrase mélangés)	85
29	1 ^{ère} D	Utilisation du langage logique pour l'étude d'un texte d'idées (article de l'Encyclopédie, texte de Rousseau)	106

B) ARTICLES DIVERS:

-Compte-rendu d'une rencontre du groupe avec M ^{me} S. Delesalle	110
-Comment s'expriment en français les quantifications mathématiques	114
-Les mots pour le dire (sur le vocabulaire des dénombrements)	133
-Un compte à votre façon (sur les exercices de dénombrements)	139
-L'équiprobabilité, est-ce que cela va sans dire?	144
-Pour essayer de définir nos différences (compte-rendu des travaux de l'atelier maths-français au Congrès de l'AFEF, Strasbourg 1979)	147

INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

FACULTÉ DES SCIENCES

Tour 56 - 3^e étage

Quai Saint-Bernard

75 - PARIS-5^e

Groupe Français-Mathématiques

§ § § § §

ORIGINE: M^{me} BRÉGEAT . M^{me} ROGER

CES Jules-Vallès 94400-VITRY-SUR-SEINE.

CLASSE CONCERNÉE: Classe de Troisième.

SUJET: De la notion d'ensemble appliquée à l'étude
de la conjugaison, et à celle de la phrase française.

Bien que notre expérience soit fort modeste et son efficacité toute relative, il nous a semblé que la limitation même de ses résultats illustre bien notre problème à tous, et que de ce fait elle pouvait être exemplaire, tout au moins en ce qui concerne les niveaux intéressés (4^e et 3^e de Collèges). Je (Madame Roger, professeur de français) suis partie de la constatation patente que l'utilisation des schémas, les classements (partitions) logiques et clairs, la division de tout phénomène -comme de tout raisonnement- en "catégories", qui nous sont tellement familiers, sont loin d'être des évidences pour nos élèves: leur esprit, comme leurs raisonnements, nous apparaissent très souvent comme des magmas chaotiques que le maître tente tant bien que mal d'organiser. Et si chaque professeur de collège sait, au bout de quelques années d'expérience, qu'il faut toujours préciser le nombre exact de lignes à passer, qu'il convient de rappeler fréquemment de quoi il est question, ce qu'on cherche, et quels sont les points importants à retenir (et à souligner en rouge!), ... nous constatons malgré tout que dans certains cahiers les exercices se chevauchent, les "règles poétiques" voisinent avec l'étude du "mode subjonctif", L'un de nos soucis constants est donc d'essayer d'introduire un peu de clarté dans cette confusion.

Pour prendre un exemple en français, en essayant, au niveau des 4^e-3^e, de faire enfin assimiler les formes essentielles de la conjugaison, j'ai constaté avec mes collègues que les élèves confondent très souvent, et sans en être bien conscients:

-d'une part les notions de "temps" et de "mode"

-d'autre part les notions de "temps" (=forme de la conjugaison d'un mode)
et de "temps réel". Exemple:

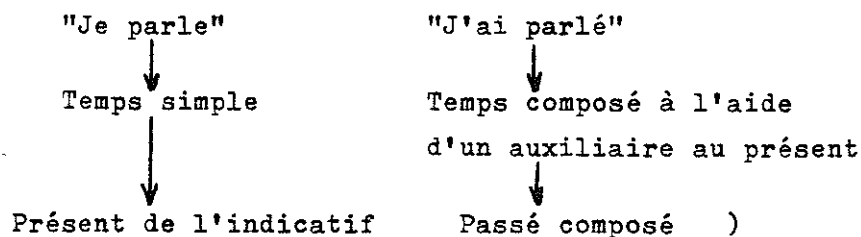
"Je viens tout de suite"

1) temps présent, mode indicatif

2) temps réel (notion exprimée): futur
proche

.../...

...Ceci bien qu'en début de chaque année je réécrive au tableau le schéma des modes et de leurs temps respectifs (en distinguant soigneusement les temps simples et les temps composés. Ex:



Aussi ai-je pensé que l'utilisation des notions et des représentations ensemblistes permettrait peut-être de clarifier les idées et d'entraîner les élèves à se servir de schémas simples.

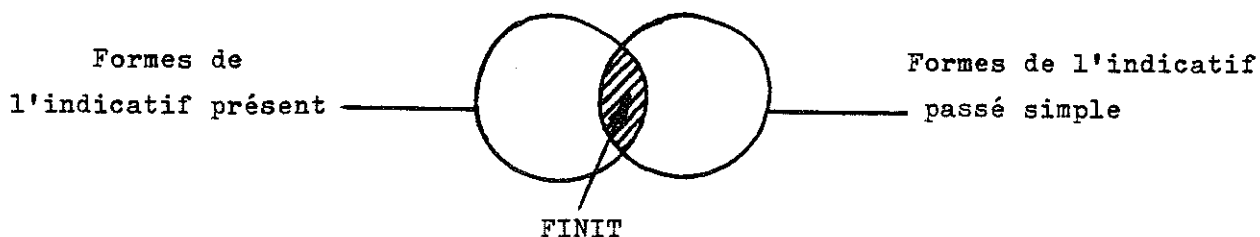
I- Les premiers exercices proposés ont été ceux qui figurent en Annexe.

Il va sans dire que le professeur de mathématiques se chargeait, pendant ce temps, de rappeler aux élèves les notions d'ensembles, de sous-ensembles (en particulier disjoints) et d'inclusion.

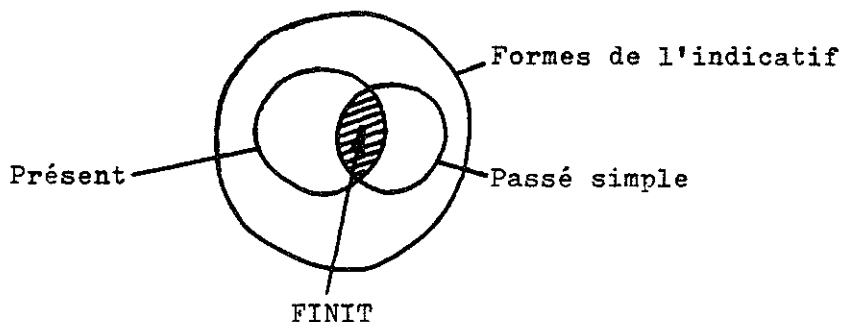
Les solutions proposées par les élèves ont été généralement satisfaisantes, dans la mesure où les formes de la conjugaison étaient connues. Les représentations ont pourtant, dans certains cas, été obscures et nous avons convenu, lors de la correction, de ne garder que les schémas les plus clairs, utilisables en conséquence pour les prochains exercices:

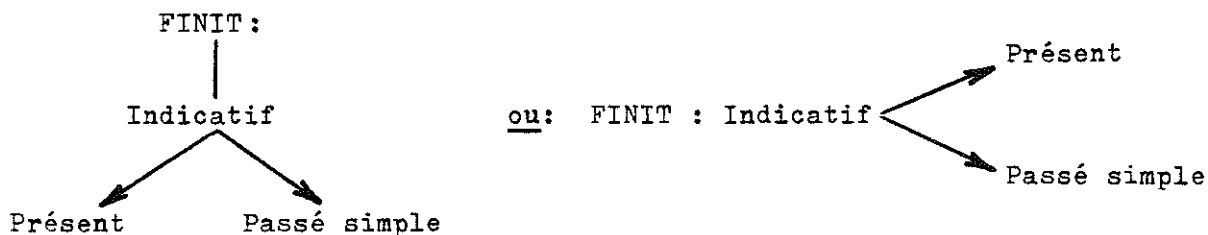
1) les "patates": (qui peuvent être transformées en "carrés": diagrammes de Carroll)

(N.B.: Référentiel: Formes conjuguées du verbe "finir")



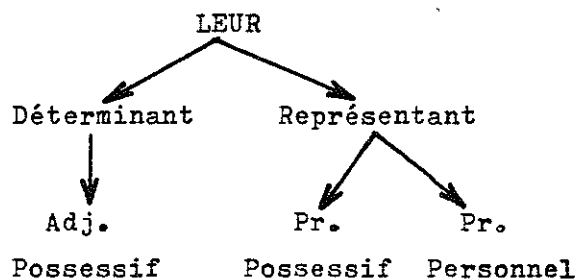
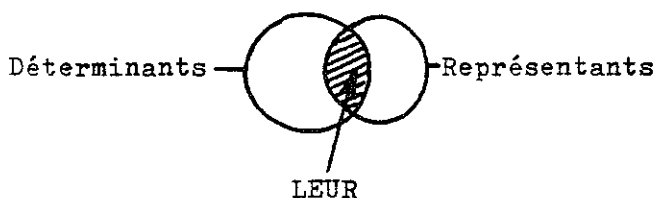
ou mieux:



2) les "arbres":

II- Nous avons pu ensuite utiliser des schémas analogues pour représenter la bi- ou la polyvalence de mots tels que "leur", "si" ou "que", et revoir à ce propos leurs diverses fonctions grammaticales, ainsi que les problèmes orthographiques qu'ils posent, tout en "jonglant" avec les classifications.

Exemple: LEUR

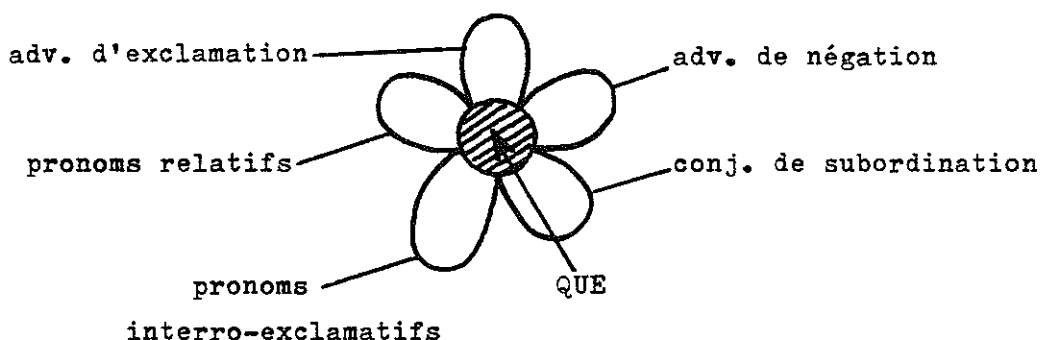


Mais nous nous sommes très vite heurtées à des difficultés de représentation et d'expression véritablement "mathématique" lorsque les problèmes se sont compliqués:

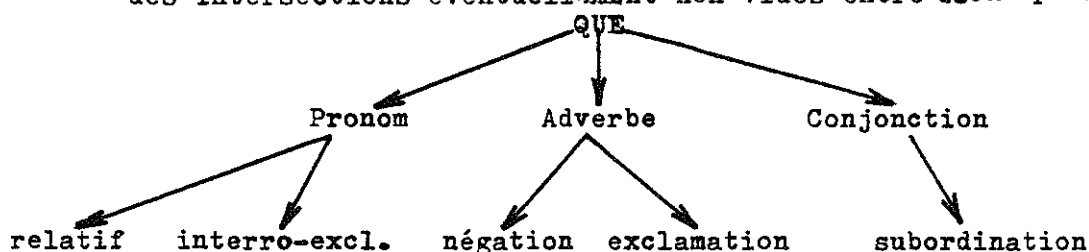
Dans le cas de QUE, par exemple, la polysémie et la multiplicité des fonctions grammaticales ont entraîné de nombreuses discussions entre les deux professeurs:

- QUE :
- conjonction de subordination (Ex.: Je veux que tu sortes)
 - pronom relatif (Ex.: L'homme que tu vois est mon frère)
 - adverbe
 - a) de négation (Dans "ne ...que". Ex.: On ne voit que toi)
 - b) d'exclamation (Ex.: Qu'il vienne! Que de gens!)
 - pronom interrogatif ou exclamatif (Ex.: Que vois-tu? Que vois-je!)

Je m'apprêtais, en effet, à dessiner un certain nombre de "patates" se recoupant ... et me suis donc heurtée - en tant que professeur de français - au problème des ensembles disjoints, en même temps qu'à celui de la clarté. Il a fallu substituer aux patates des .."fleurs", et surtout abandonner les unes et les autres au profit des "arbres":



(N.B.: Chaque "pétale" de la fleur comprend également le centre de celle-ci.
De plus, ce type de représentation est inadapté car il ne tient pas compte
des intersections éventuellement non vides entre deux "pétales" quelconques)



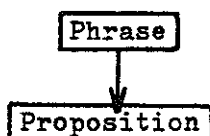
C'est ainsi qu'il nous a été impossible de représenter clairement, à l'aide de
la "patate" devenue "fleur", une forme verbale telle que "FINIS" qui, tirée de
tout contexte peut être:

- indicatif présent
- " " passé simple
- impératif présent
- participe passé (et donc se rattacher à l'ensemble de tous les temps com-
posés -au pluriel)
- adjectif

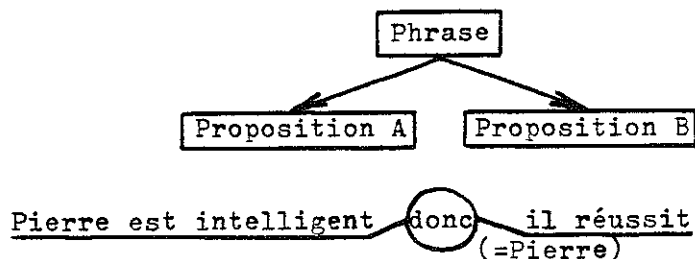
Nous avons atteint l'une des limites de l'exercice: l'impossibilité de recourir
à un certain type de représentation, et l'obligation de se limiter aux "arbres".

III- Nous avons poursuivi notre essai de représentation avec les seuls arbres,
et je me suis alors intéressée à la phrase française:

- 1) Phrase simple: "Pierre est intelligent"

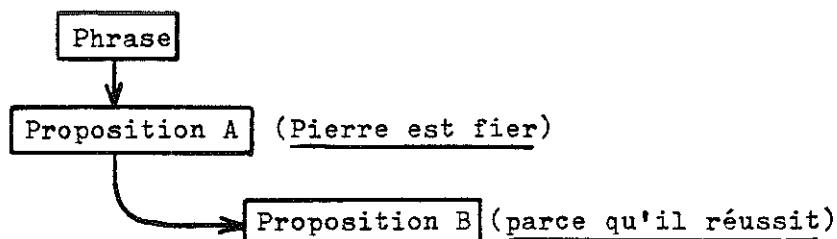


- 2) Phrase contenant deux propositions coordonnées dites "indépendantes":
"Pierre est intelligent donc il réussit"

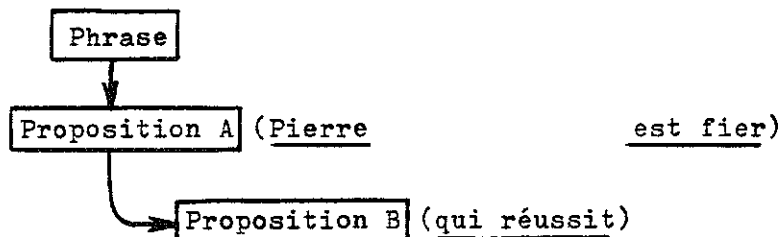


3) Phrase contenant deux propositions, l'une étant dite "subordonnée" par rapport à l'autre:

a) Ex.1: "Pierre est fier parce qu'il réussit"



b) Ex.2: "Pierre, qui réussit, est fier"



...Mais les professeurs de français reconnaîtront ici -plus ou moins adaptés et modifiés- les arbres dits "de Chomsky", et seul le schéma rappelle encore des mathématiques qui sont déjà bien loin!

IV- Il en va évidemment de même de l'utilisation de ces figures lors de l'élaboration de plans de devoirs, qu'il s'agisse pour les élèves de retrouver le cheminement des idées d'un texte, les étapes d'une argumentation, les sentiments d'un auteur, voire les aspects de la psychologie d'un personnage.

Enfin, quelle que soit l'utilité des manipulations que nous avons proposées -et que les élèves, intrigués, mis en appétit, ont d'abord appréciées avant de s'en lasser comme d'un exercice un peu gratuit- il semble que le terrain où nos deux disciplines se rejoignent vraiment, et dont nous avons parlé au début, soit bien celui de la méthodologie.

Aussi, et indépendamment de toute représentation graphique, avons-nous -séparément et ensemble- énormément insisté sur la corrélation et la différence existant entre une démonstration progressant de preuve en preuve, et une argumen-

.../...

tation étayée par des exemples. Et c'est finalement dans ce domaine -que le français "moyen" qualifie de "logique"- que le travail des deux professeurs, allant dans le même sens, a été le plus efficace et a obtenu les résultats les plus tangibles.

ANNEXE

I- Dites à quels ensembles de temps et de modes se rattachent les mots:

FINIT

PARLE

Faites les diagrammes correspondants avec les remarques qui s'imposent.

II- A quels ensembles de temps et de modes se rattachent les terminaisons:

a) -AI

-AS

-A

b) -AIS

-AIT ?

Faites les diagrammes correspondants avec les remarques qui s'imposent.

S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S

INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

FACULTÉ DES SCIENCES

Tour 56 - 3^e étage

Quai Saint-Bernard

75 - PARIS-5^e

Groupe Français-Mathématiques

§ § § §

ORIGINE: M. et M^{me} BLAVIN

Lycée Carnot 75017-PARIS

CLASSE CONCERNÉE: Troisième de 31 élèves. A peu près

moyens, manquant de dynamisme et d'ouverture
sur le monde.

OBJECTIF: Faire évoluer la vision qu'ont ces élèves
des mathématiques qu'ils "subissent", pour la
plupart, dans le seul but d'entrer en 2^{de} C.

DURÉE: 4 séances d'une heure, et une de 20 minutes, en
Février.

TRAVAIL PRÉPARATOIRE DEMANDÉ AUX ÉLÈVES:

Un questionnaire (cf. Annexe 1) leur a été remis; ils y ont répondu individuellement chez eux. Nous avons eu une réponse de père d'élève; la deuxième nous est parvenue trop tard pour être exploitée.

PREMIÈRE SÉANCE:

Avec la participation des deux professeurs: compte-rendu des réponses au questionnaire, par le professeur de maths. Les élèves intervenaient au fur et à mesure pour préciser ce qui leur paraissait avoir été oublié, ou pour répondre à des arguments.

Compte-rendu:

a) Pourquoi faire des maths? ou ne pas en faire?

-arguments purement scolaires: c'est dans l'emploi du temps, on ne peut pas faire autrement,...

-arguments sur l'avenir personnel: ça peut toujours servir, il faut pouvoir faire ses comptes, c'est utile pour le métier que l'on veut faire ou les études qui y mènent. Ou, au contraire: à quoi cela peut-il servir plus tard de savoir ce qu'est le théorème de Pythagore ou le théorème de Thalès?

-arguments sur la formation personnelle: cela développe l'esprit logique, la pensée claire. Mais un père d'élève, ancien professeur de français, pense que l'explication d'un texte de Victor Hugo est plus enrichissante pour l'esprit que la résolution d'une équation.

-arguments se référant à un goût personnel: On a la joie de la découverte, le plaisir de mener quelque chose à son terme.

-arguments généraux: c'est nécessaire au progrès; construire des machines est plus utile que d'écrire des livres; ou: c'est absurde, c'est abstrait.

-Pourquoi nous poser cette ^{question} puisqu'on n'a pas le choix? On est noté; si cela ne l'était pas, l'angoisse disparaissant, cela pourrait être une passion comme la

.../...

musique ou la peinture.

Les maths sont un critère et un moyen de discrimination, c'est l'outil de sélection. Certains s'y résignent: c'est une façon de faire comme une autre; d'autres contestent les matheux: se croient-ils sortis de la cuisse de Jupiter?

b) Tout le monde peut-il en faire?

(Il a été nécessaire d'expliquer aux élèves l'expression "bosse des maths", que très peu avaient comprise. Il y a eu également un contresens sur le mot "classer", qui a été compris par les élèves comme "mettre dans des classes", le mot "classe" étant pris au sens scolaire).

Les gens naissent avec des capacités différentes, on peut être doué pour certaines matières dès son enfance. Peu contestent cette opinion et insistent sur l'influence du milieu.

c) Maths "anciennes" ou maths "modernes"?

(Cette partie a été traitée en cours de mathématiques en une vingtaine de minutes, la précédente séance n'ayant pas permis de terminer le compte-rendu).

Peu d'élèves sont capables de discerner ce qui, dans le programme, est "moderne" ou "ancien". Un élève ayant apporté un programme d'Algèbre de $4^e/3^e$ datant de 1939, les élèves ont pu constater que les objets dont on parlait leur étaient connus.

Il y a quelques réticences (nos ancêtres s'en passaient), mais la plupart acceptent la modernisation des maths (origine de notre bien-être actuel). Ils expliquent les réticences plus grandes de leurs parents par le fait qu'ils n'y comprennent rien. Certains leur contestent un rôle dans la vie pratique (à la rigueur en Informatique), mais d'autres pensent qu'on apprend aussi bien à compter sa monnaie "en maths modernes", et ne regrettent pas les problèmes de trains qui se croisent. La différence est surtout perçue en termes de connaissances: ils ont fait des maths "anciennes" dans le Primaire et les ont oubliées...

Le compte-rendu a été bien suivi par les élèves, avec participation active de la moitié d'entre eux.

DEUXIÈME SÉANCE:

Avec seulement le professeur de français: débat à partir du texte d'un père d'élève (cf. Annexe 2).

Ce texte présentait trois avantages:

- il était de facture brillante et permettait l'étude de certains procédés stylistiques;
- il désignait nettement les maths comme outil actuel de la sélection;
- l'"idéologie des dons" y était largement présente, ce qui permettait, avec l'aide d'un petit texte de caractère plus scientifique (cf. fin de l'Annexe 2), d'amorcer (ou plutôt, pour cette classe, de réamorcer) une discussion sur la prétendue fatalité héréditaire des "dons".

La séance, après la lecture silencieuse individuelle puis à haute voix par le professeur, a pris la forme d'un débat où ces trois avantages ont été exploités.

TROISIÈME SÉANCE:

Avec la participation des deux professeurs: étude d'un texte d'André Revuz, intitulé "La peur du nouveau" (cf. Annexe 3), sous la direction du professeur de français. Ce texte se prêtait bien à une explication de type classique. Les élèves ont eu du mal à comprendre les procédés polémiques, d'autant qu'ils s'accompagnaient parfois de difficultés de compréhension de vocabulaire: "grands prêtres", "anathème", "hérésiarques" ont nécessité explications détaillées et mises au point. Nous avons eu l'impression que l'explication donnée par Revuz de ce qui a semblé une "mutation brusque des mathématiques" a été comprise mais n'a pas suscité un grand intérêt: au fond, comme cela était apparu dans les réponses aux questions préparatoires, le problème maths anciennes/maths modernes est beaucoup plus un problème pour leurs parents que pour eux-mêmes.

QUATRIÈME SÉANCE:

Avec la participation des deux professeurs: travail par équipes de quatre sur le préambule d'un manuel de mathématiques de Sixième, suivi d'une mise au point collective.

Le texte (cf. Annexe 4), qui semblait riche mais facile, a présenté des difficultés pour la plupart des élèves, et a été mal compris par certains. Un questionnaire avait été proposé (cf. Annexe 4), auquel ils devaient donner une réponse écrite dans chaque équipe.

La figure de rhétorique qui consiste à paraître d'abord donner raison à son interlocuteur contre soi-même pour donner plus de force à la démonstration qui suit a beaucoup gêné certains. De ce point de vue, la formulation des deux premières questions serait à revoir.

Peu d'élèves ont compris l'opposition entre "apprendre des maths" et "faire des maths", mais même ceux-là n'ont vu dans "faire" qu'une meilleure façon d'apprendre. La forme d'aide des parents a paru, soit farfelue, soit utopique.

La mise au point collective n'a pratiquement porté que sur l'explication du texte; elle a été trop courte pour permettre d'aider les élèves à résoudre leurs difficultés d'interprétation et a fortiori pour pouvoir instaurer un débat sur leurs réactions vis à vis des idées qui y sont exprimées. Les vacances intervenant là-dessus ont mis un point final à ce travail.

CONCLUSION:

Les principales difficultés que nous avons rencontrées proviennent de l'attitude générale des élèves. Le temps passé sur ce travail leur a paru trop long.

Ils n'ont pas vu l'intérêt d'approfondir certains arguments et n'ont pas eu l'impression de progresser par rapport à la première séance. Nous avons donc dû réduire le nombre de textes à étudier (nous en avions prévu trois de plus), et nous n'avons pas demandé aux élèves de reprendre leur travail initial et de le compléter, ou de le modifier.

Il est donc difficile d'évaluer l'impact de ces séances; cependant certains élèves, surtout parmi ceux dont les résultats étaient insuffisants, ont travaillé de manière plus détendue.

Ce travail est intervenu trop tard dans l'année, pour des raisons indépendantes de notre volonté; il serait vraisemblablement plus efficace en Octobre-Novembre, alors que les élèves ne sont pas encore affolés par les problèmes de l'orientation.

§ § § § § § § § § § § §

ANNEXE 1

LES MATHÉMATIQUES

Au choix:

Rédiger des réponses à une partie (au sens mathématique) des questions suivantes ou bien composer un texte sur ces thèmes, de façon plus personnelle.

(Ce travail sera corrigé par les professeurs de maths et de français, mais il ne sera pas noté: les réponses ou textes seront d'autant plus sincères, nous l'espérons. Et nous demandons à chaque élève de travailler seul. Si des parents désirent s'exprimer à propos des mathématiques, qu'ils nous adressent également des textes: nous serons fort heureux de prendre connaissance de leurs opinions).

- 1- Aimes-tu les maths?
- 2- Pourquoi en fais-tu? Par obligation? Par intérêt? Penses-tu que cela te servira? A quoi?
- 3- Es-tu persuadé que tu n'arriveras jamais à rien dans ce domaine? Crois-tu à la "bosse des maths"? Estimes-tu justifié de classer les gens en "littéraires" ou "matheux"?
- 4- Les mathématiques sont-elles un mal nécessaire? Penses-tu que tu pourrais te passionner pour les maths de façon désintéressée comme certains se passionnent pour un art (par ex. la poésie, la musique, la peinture, ...), ou pour une technique (par ex. le modélisme, le montage de moteurs, ...)?
- 5- Les discussions que tu as pu entendre sur "maths anciennes" et "maths modernes" ont-elles influé -et de quelle manière- sur ton comportement? As-tu pu te faire une opinion?
- 6- Tes parents ont-ils la même attitude que toi vis-à-vis des maths?

7-,8-,9-,etc. Si tu te poses d'autres questions,d'autres problèmes,n'hésite pas à les traiter.

ANNEXE 2

RÉFLEXIONS D'UN PÈRE D'ÉLÈVE.

Les Maths! C'est le cauchemar de bien des parents qui aimeraient que leur enfant réussisse dans d'autres domaines que le littéraire mais qui comprennent que la "bosse" des maths n'est pas incluse dans les gènes qu'ils ont transmis à leur enfant! Pourquoi donc ce chromosome spécial, ni X ni Y, mais $Y=aX+b$, fait-il si cruellement défaut de nos jours? Est-ce parce que les "Matheux" se veulent sortis de la cuisse de Jupiter et, de ce fait, difficilement égalables ou approchables? Est-ce parce que la Mathématique Moderne, avec tout son galimatias spécial et alambiqué, déconcerte et décourage les jeunes?

Est-ce plutôt un moyen détourné de procéder à une sélection? Faut-il donc être réellement un "matheux" pour, quelques années après, savoir diagnostiquer une varicelle ou opérer à coeur ouvert?

Est-ce le seul moyen d'éveiller les esprits? Cela remplace-t-il donc le latin du début du siècle où les "forts en thème" étaient bien mieux considérés que les "matheux"? (Un vieux professeur de latin avait l'habitude de nous dire: "le latin est la seule langue qui fasse rougir de honte des matheux"). Moi, qui ai été professeur de lettres pendant près de vingt ans, j'ai pu constater que l'explication détaillée d'un texte de Victor Hugo était plus enrichissante pour l'esprit (du pur point de vue de la gymnastique mentale) que la résolution d'une équation.

Il me semble honnêtement que ce reflux vers la Mathématique est une solution de facilité, surtout lorsque tout l'avenir d'un enfant dépend de cela. Qu'il se destine à être ingénieur, polytechnicien, etc. ou qu'il se destine à être médecin, vétérinaire ou laborantin, seules ses notes en mathématiques serviront à le juger; ne pourrait-il y avoir bien d'autres critères de valeur aussi importants qui pourraient être pris en considération?

Par ailleurs, pourquoi barrer la route, dès la Seconde, à un enfant, peu doué en maths, mais dont personne ne peut dire qu'il ne fera jamais un bon médecin? Certes, il ne sera jamais un polytechnicien si les circonvolutions de son cerveau ne l'y prédisposent pas. Quant au reste, Chi lo sa?

Armand BENICHOU (Février 78)

UNE OPINION SUR CERVEAU ET HÉRÉDITÉ.

(...) Les structures cérébrales rendant possibles des acquisitions qui caractérisent l'espèce au niveau des comportements sont transmises par voie héréditaire. Par contre, les variations individuelles constatées dans les comportements

à l'intérieur de l'espèce sont le résultat, pour l'essentiel, des interactions de l'organisme avec l'environnement.

(...) Nous connaissons beaucoup mieux, pour le moment, les facteurs sociaux des différences psychologiquement significatives que leurs facteurs héréditaires. Jusqu'à de nouveaux progrès de la génétique, il est donc rationnel et honnête d'attribuer les fameux "dons" plutôt aux circonstances modifiables de l'environnement qu'à une quelconque fatalité héréditaire.

Guy BOISSON, professeur de psychopédagogie.
(in "L'échec scolaire, doué ou non doué", par
le Gr. Français d'Education Nouvelle.

Ed. Sociales, 1974)

ANNEXE 3

LA PEUR DU NOUVEAU

L'homme est un animal dont le comportement est riche de paradoxes. Ce créateur, qui a su se rendre maître de la planète et travaille sans cesse à en modifier le visage a, dans le fond de son cœur, peur du changement.

Il aime à croire, en dépit de l'évidence, que les sociétés auxquelles il appartient sont éternelles, et, s'il pense avec Valéry que les civilisations ont appris qu'elles étaient mortelles, il aime, pour se rassurer, pouvoir se référer à des vérités absolues et immuables. Parmi elles, il range, d'autant plus volontiers qu'il les connaît moins, les vérités mathématiques.

Aussi, lorsque vers 1950, s'est répandu, hors des cercles spécialisés, le bruit que l'édifice des mathématiques aurait été complètement reconstruit, et que les perspectives y auraient été radicalement modifiées, la réaction de beaucoup fut un étonnement, vite suivi du réflexe défensif de l'indignation. Avant de savoir de quoi il s'agissait, des grands prêtres dérisoires se sont dressés qui ont lancé l'anathème contre les hérésiarques, ou ont cru pouvoir se rassurer en minimisant l'évènement: "Ces mathématiques modernes, ce n'est qu'une mode. On en reviendra!"

(...) Voilà qu'une nouvelle mathématique triomphante prétend s'imposer partout, y compris dans l'enseignement élémentaire: désarroi des pères de famille qui trouvent dans les manuels de leurs enfants des notions qui ne leur ont jamais été enseignées, à eux, et désarroi de certains professeurs qui ont eu tout à coup la terreur d'être dépassés. Qu'ils sont alors rassurants les grands prêtres qui écrasent les novateurs sous l'accusation de pervertir la jeunesse!

(...) Y a-t-il eu mutation brusque des mathématiques? Rien ne serait plus erroné que de le croire. La discontinuité ne s'est pas produite dans l'évolution des mathématiques, mais dans la diffusion de leurs progrès, et sa cause essentielle est l'ignorance quasi-universelle des mathématiques vivantes. Peut-on en donner un meilleur exemple que cette définition du mathématicien que l'on trouve dans

un dictionnaire très répandu en France: "Qui sait, qui professe les mathématiques", or, la condition essentielle qui, aux yeux du mathématicien, donne droit à ce titre est: "Qui fait progresser les mathématiques, qui a apporté des résultats nouveaux".

André REVUZ

(in "Mathématique moderne, mathématique vivante" Chap. I p.7 Ed. OCDEL
5^e édition, 1970)

ANNEXE 4

Extrait du préambule du manuel de mathématiques de Sixième édité par l'IREM de Strasbourg:

"Tout enfant entrant en classe de 6^e va devoir "faire des maths" pendant quatre ans au moins, à raison de quelques heures par semaine.

"Monsieur (Madame), mon fils (ma fille) sera maçon (vendeuse). A quoi cela sert-il de lui apprendre les maths?"

Voilà une question tout à fait normale, et qui demande une réponse sérieuse, inspirée par autre chose qu'un vague désir de justification. Nous n'hésiterons pas à répondre à une question de ce type: "En effet cela ne sert à peu près à rien de lui apprendre les maths".

Et il est vrai que pour la plupart des individus, les connaissances mathématiques ne tiendront dans l'existence que très peu de place. Quelques uns au contraire en feront un usage si courant qu'ils les auraient sans doute rapidement assimilées le moment venu.

Mais alors, il n'y a plus qu'à supprimer l'enseignement mathématique au niveau secondaire, puisque les connaissances utiles ont déjà été apprises dans le primaire. Non! Ce que nous avons voulu dire, c'est que l'enseignement mathématique ne doit pas être un apprentissage de connaissances. Son but est de favoriser la formation de la pensée richement organisée, pour que cette pensée soit un outil efficace, aussi bien dans l'existence professionnelle que dans l'existence privée de chacun.

Car, dans une civilisation évoluée, l'illettré est moins celui qui ne sait pas que celui qui ne peut pas comprendre.

La conception d'un enseignement mathématique au service du développement de la structuration de la pensée a des répercussions considérables dans le fonctionnement même des classes.

Cette conception répond aux préoccupations légitimes des parents comme aux besoins ressentis par les élèves. Savoir utiliser telle notion mathématique n'a peut-être pas plus d'intérêt que réussir par exemple un grimper à la corde lisse. Mais le développement mental et l'organisation de la pensée favorisés par l'emploi de la notion mathématique sont comparables au développement et à la coordination musculaire favorisés par l'exercice physique. Les élèves ne s'y trompent

pas et y trouvent des satisfactions de réussite analogues.

Nos observations dans les classes nous permettent une conclusion pratique. De nos jours, le professeur de mathématique doit avant tout être un directeur de recherche. Ce n'est certes pas un rôle facile, mais c'est un rôle passionnant. (Le mot de recherche ne doit pas induire en erreur: il ne s'agit pas que de mathématique pour futurs mathématiciens.)

La satisfaction éprouvée au terme d'une recherche réussie, ou après l'acquisition de la maîtrise d'une nouvelle notion, est un phénomène général. Nous l'avons observé aussi bien chez des élèves classés comme doués que chez des élèves considérés comme d'un niveau général très modeste. Aussi concevons-nous comme une erreur le fait de remplacer, même chez ces élèves, toute possibilité de réflexion par un apprentissage purement mécanique. La mémoire, oui, mais comme moyen, non comme but.

La formation et l'orientation d'un élève sont le résultat de phénomènes compliqués où intervient tout son entourage: parents ou tuteurs, professeurs, camarades, lectures et télévision, etc? Il importe que cet "univers" ne soit pas trop fragmenté, que l'enfant puisse y trouver quelque cohérence. C'est pourquoi il tirera un grand bénéfice de l'écho à ses préoccupations scolaires qu'il pourra trouver en rentrant chez lui.

Pour cela, il n'est pas indispensable qu'il ait en face de lui des adultes déjà informés: le plus important est sans doute qu'il fournisse des explications à une personne qui l'écoute. Malheureusement, la situation de beaucoup d'adultes les rend peu réceptifs sans un certain effort. Effort d'attention, d'organisation (trouver un peu de temps par-ci, par-là), de modestie (aujourd'hui personne ne sait tout, se faire expliquer quelque chose est donc normal; l'erreur serait de faire croire que l'on sait), mais le résultat vaut la peine. (...)"

: : : : : ;

1) Quels sont les deux arguments par lesquels les auteurs du manuel justifient qu'"en effet cela ne sert à peu près à rien d'apprendre les maths"?

2) D'après eux quel est le but de l'enseignement des maths? Pourquoi?

3) Quelles conséquences cette conception a-t-elle:

-sur le rôle du professeur?

-sur le type de méthode à employer quel que soit le niveau atteint par chaque élève?

-sur le rôle des parents?

4) Réactions personnelles.

S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S

INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Tour 56 - 3^e étage
2, Place Jussieu
75005 PARIS

Tél. 336.25.25
Postes 53 83 à 53 86

Groupe Français-Mathématiques

§ § § § §

ORIGINE: M^{me} PROCHOVER. M. BARTOUT.

CES Henri-Barbusse 92220-BAGNEUX

CLASSE CONCERNÉE: Cinquième de 32 élèves. Classe très hétérogène (un groupe à l'esprit vif, curieux, inventif; un groupe peu à l'aise dans tout ce qui n'est pas strictement scolaire, "traditionnel").

OBJECTIF: Essai de structuration du temps par la remise en ordre chronologique d'un texte.
(N.B.: Il ne s'agit surtout pas d'une théorisation, mais d'une prise de conscience par les élèves, au travers d'un vécu d'analyse, des problèmes que pose un tel essai de structuration).
DURÉE: 4 séances d'une heure en classe complète, par groupes de 5 ou 6 élèves, les deux professeurs étant présents simultanément.

DÉROULEMENT: (Voir texte donné aux élèves en Annexe)

Première séance: Consignes:

- 1) Lire le texte individuellement.
- 2) Y a-t-il des problèmes de compréhension du texte?

La discussion a porté, dans un premier temps, sur:

- Qui est "elle", dans "qu'elle avait voulu baigner"? Annette? La poupée? La grand'mère?

- Sa poupée: d'Annette? de la grand'mère?

- "Elle avait voulu baigner": l'a-t-elle fait ou non? (Sur ce point, une demande de justification personnelle par écrit montre la persistance dans la confusion pour quelques élèves, en dépit de la discussion collective).

- 3) Quels sont les différents moments du texte?

Des élèves ont demandé des précisions sur le sens du mot "moments". Nous n'avons pas répondu à la question, préférant laisser les élèves déterminer eux-mêmes ce qu'ils entendaient par là.

Deuxième séance: Le relevé des moments.

- 1) Les élèves ont d'abord travaillé individuellement, et de manière très diverse. Certains se bornent à lire et à réfléchir, d'autres découpent le texte,

.../...

entourent les séquences, numérotent, etc.

2) Suit une discussion sur une méthode de relevé, la plus efficace pour l'exploitation collective. Puis les équipes s'efforcent de faire une synthèse écrite. Un rapporteur consigne au tableau les conclusions de l'équipe.

3) Ont été repérés par toutes les équipes:

a) Annette est heureuse.

b) Sa grand'mère a refait une jolie coiffure à la poupée (sauf une équipe, qui confond dans un même temps la confection de la coiffure et la velléité de baignade).

c) La baignade (réalisée, ou seulement à l'état d'intention).

d) La poupée bouclée qu'on venait de lui offrir (un seul "moment").

e) La fillette a pleuré.

f) Et/après son expérience malheureuse (un seul groupe considère que e et f ne font qu'un seul moment).

Troisième séance:

Discussion animée sur "elle avait voulu baigner":

A-t-on baigné ou non la poupée? Oui, la preuve est donnée par "après son expérience malheureuse".

Recherche sur le sens d'"expérience" (usage du dictionnaire), et sur la notion d'"après".

Problèmes posés:

1) "C'était une poupée toute bouclée/ Qu'on venait de lui offrir": Y a-t-il un ou deux "moments"? (Les élèves décident de le considérer comme deux moments)

2) "Sa grand'mère a réussi à refaire" : un ou deux moments? Discussion sur "refaire": les élèves décident: deux moments.

3) "Elle avait voulu baigner": Un moment. Mais est-ce le même que l'expérience malheureuse? Non.

Conclusion: Les enfants déterminent 8 moments:

1-Annette est heureuse.

2-Sa grand'mère a réussi.

3-Sa grand'mère refait la coiffure.

4-Annette a voulu baigner la poupée.

5-C'était une poupée toute bouclée.

6-On venait de la lui offrir.

7-La fillette avait beaucoup pleuré.

8-Son expérience malheureuse.

Quatrième séance:

Dans quel ordre les moments se déroulent-ils?

Accord de la classe sur 5-6-4, puis discussion sur 7-8 ou 8-7 (qui vient de ce que certains enfants ont repéré le moment 8 sous la forme: "Après son expérience malheureuse").

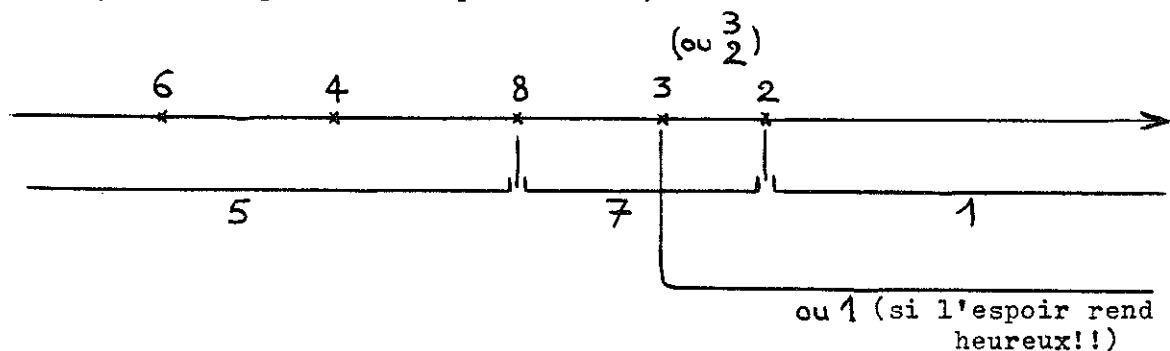
Discussion sur 2-3 ou 3-2.

Accord sur 1 .

Remarques: A aucun moment les enfants n'ont vu qu'il y avait deux types de moments: ceux qui indiquent des événements et ceux qui marquent des états, des situations qui se prolongent.

Il a fallu l'intervention de l'un des professeurs pour mettre en évidence le fait que le moment 5 recouvrait les moments 6 et 4; que de même le moment 7 recouvrait les moments 8 et 3; que le moment 3 recouvrait et prolongeait le moment 2.

La classe, sous l'impulsion des professeurs, a abouti au schéma suivant:



Se repose le problème: 3 et 2 forment-ils des moments différents?

Cette dernière partie a été conduite un peu trop rapidement, car il y avait une certaine lassitude des enfants, les nombreux problèmes -dont certains inattendus- pour la détermination des moments ayant exagérément allongé le travail.

Cet exercice a mis en évidence une grande difficulté d'analyse de ce texte, que nous croyions avoir choisi simple, car il avait été construit à partir d'images séquentielles. En réalité, les enfants ont eu beaucoup de mal à cause:

- d'ambiguïtés ("elle avait voulu baigner"),
- de la charge affective de certaines connotations,
- des difficultés qu'ont les enfants à séparer des situations qui apparaissent liées,
- du présentatif ("C'était...qu'on venait...")

Prolongements de ce travail:

1) En français: Etude de l'aspect des temps (accompli/non accompli), du présentatif, de l'importance des marqueurs de temps.

2) En mathématiques: Organisation chronologique de calculs complexes (puissances, additions, soustractions, multiplications). Exemple:

$$15^2 - 4.3^2 + (6.7 - 2^3 - 1) + 5.$$

D'abord: puissance entre parenthèses

puis : multiplication entre parenthèses

puis : addition et soustraction entre parenthèses, dans l'ordre d'écriture

puis : puissance

puis : multiplication

puis : addition et soustraction, dans l'ordre d'écriture.

(A noter les discussions animées et divergentes entre professeurs sur la définition des mots "moment", "séquence", de même qu'à propos de la méthodologie).

ANNEXE

Annette est tout heureuse. Sa grand'mère a réussi à refaire une jolie coiffure à sa poupée, qu'elle avait voulu baigner. C'était une poupée toute bouclée qu'on venait de lui offrir. La fillette avait beaucoup pleuré après son expérience malheureuse.

S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S/S

**INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES**

Tour 56 - 3^e étage
2, Place Jussieu
75005 PARIS

Tél. 336.25.25
Postes 53 83 à 53 86

Groupe Français-Mathématiques

§ § § § §

ORIGINE: M^{me} BARATAUD. M. CESARI.

CES Gustave-Monod 94400-VITRY-SUR-SEINE

CLASSE CONCERNÉE: Troisième. Le groupe des "lati-
nistes" (15 élèves). Groupe hétérogène
en mathématiques. Quelques élèves d'un
bon niveau. Sont plutôt "démobilisés" en
latin.

OBJECTIF: A partir d'un "poème" extrait des "Pro-
blèmes plaisants et délectables" de
C.-G. BACHET (16^e siècle):

-lecture d'un énoncé complexe;

-traduction d'un langage "littéraire"

non adapté en un langage mathématique;

Ce travail était conçu comme une recher-
che destinée à mettre en avant les dif-
ficultés d'analyse et d'écriture que
l'on rencontre dans la mise en équation
d'un énoncé mathématique, dans la contrac-
tion d'un texte français, ou encore dans
la traduction d'un texte latin.

DURÉE: Une séance de 2 heures consécutives, en
présence des professeurs de mathématiques
et de latin; l'exercice devait être ter-
miné à la maison pour le cours suivant
(une heure a été consacrée à la correc-
tion).

DÉROULEMENT:

Lecture du texte (voir Annexe 1) et premières réactions: "Ca rime un peu",
"C'est pas un poème, ou alors c'est de la mauvaise poésie", "En fait, c'est un
problème"... Tous voient qu'un énoncé mathématique serait plus clair, tant le
texte apparaît complexe.

Les élèves font remarquer que pour traduire en langage mathématique il
faut d'abord analyser le texte et en dégager l'essentiel, et retrouvent la
démarche suivie en français dans la contraction de texte, et aussi en version
latine. Dans un premier temps il apparaît que, plus l'énoncé est complexe, plus
la démarche doit être méthodique. Lire, c'est bien "choisir" (cf. en latin: le-
gere=cueillir). Les élèves barrent donc dans le texte tout ce qui leur paraît
inutile pour l'énoncé, et ne retiennent que les passages qui leur apportent

.../...

des informations.

C'est à ce moment qu'apparaissent les premières difficultés. Proposition d'un élève: Regroupons les 16 premiers vers sous la rubrique "amphore", et la suite sous la rubrique "temps"... Les autres s'opposent à un découpage du texte en deux parties, qui leur paraît sans intérêt et artificiel ici (Personne n'a vu que, sous cette formulation maladroite, se cachaient les deux types d'inconnues indispensables pour résoudre le problème: volumes et durées).

Très vite apparaît la nécessité de faire un récit des faits aussi simple et aussi clair que possible. Un élève propose de faire une représentation graduée de l'amphore. Un autre fait remarquer qu'il apparaît deux durées: le laps de temps pendant lequel Bacchus boit sa part, et celui pendant lequel Silène achève le contenu de l'amphore. Un autre enfin songe à mettre le problème en équations, en tenant compte de ces deux inconnues. On commence à mieux cerner le problème et on se rend compte alors qu'il y a d'autres inconnues: le professeur suggère d'en faire un catalogue. En cours de route on s'aperçoit qu'on ne sait pas encore exactement quelle est la question posée! En la formulant clairement on voit apparaître deux nouvelles inconnues. Dans son catalogue d'inconnues, un élève écrit B (Bacchus) et S (Silène); le professeur fait remarquer que les personnages ne sont pas des inconnues, mais que ces lettres, placées en indice, permettront une formulation commode des inconnues.

Finalement on arrive à la liste reproduite en Annexe 2.

-La référence à "huit quarts d'heure" permettra de calculer toutes les durées en heures, alors que les volumes ne peuvent être exprimés qu'en fonction du volume de l'amphore.

-Tout en cherchant les inconnues on pose les premières équations. Les élèves les plus astucieux commencent d'ailleurs une résolution partielle par substitution, avant que la liste des inconnues soit close, sans tenir compte de l'appel du professeur à une recherche méthodique. Ce n'est que lorsqu'ils seront "coincés" qu'ils reviendront à une démarche plus rigoureuse, intuition et méthode se complétant. En effet la démarche de l'esprit n'est pas toujours linéaire; une imagination que l'on maintient dans des limites raisonnables ne peut-elle porter ses fruits?

La liste des équations s'allonge. Un élève pose la question: "Que signifie "de la même manière"(vers 24)?" les avis sont partagés. Quelqu'un avance que l'expression s'oppose à "chacun à sa façon"(vers 18). Cette intervention permettra de découvrir la proportionnalité entre les quantités bues et les temps mis pour les boire, et d'arriver à la notion de débit. Mais on mettra encore un certain temps à traduire cette idée par l'équation:

$$\frac{V_B}{t_B} = \frac{A}{T_B} \quad ;$$

Devant les difficultés éprouvées par un certain nombre d'élèves, le professeur distribue la liste polycopiée des équations (Annexe 3), alors qu'il avait été inutile de distribuer le polycopié concernant le plan de travail (Annexe 4), les élèves l'ayant trouvé eux-mêmes.

La dernière demi-heure est consacrée à un début de résolution du système d'équations. A la fin de l'heure est distribuée la fiche (Annexe 5) qui doit leur permettre d'achever la résolution pour le cours suivant.

Peu y sont parvenus, une certaine lassitude apparaissant durant la correction. Cela ne nous ^{pas} a semblé important, l'essentiel étant de leur apprendre à dominer un texte en sachant le lire et le récrire, qualités requises aussi bien en mathématiques que pour une contraction de texte ou une version latine. Pour finir, le professeur lit la solution proposée par l'auteur du problème (Annexe 6): sans l'utilisation d'équations, elle est apparue totalement incompréhensible aux élèves et au professeur de français... le professeur de mathématiques prétend l'avoir décryptée au bout d'un certain temps...

ANNEXE 1

- 1 Un jour Bacchus ayant vu que Silène
- 2 Dormait profondément, prit sa coupe, et sans gêne,
- 3 Dans un cellier, à l'aise il s'attabla,
- 4 Près d'une amphore pleine
- 5 Où reposait un vieux vin, qu'avec peine
- 6 Son ami conservait pour les jours de gala.
- 7 Il but pendant le triple du dixième
- 8 Du temps qu'à la boire seul Silène eut employé
- 9 Pour vider l'amphore elle-même;
- 10 Mais Silène survint et son chagrin extrême
- 11 Dans le reste du vin est aussitôt noyé.
- 12 Quand l'amphore fut vide,
- 13 Avec regret Bacchus vit que sa part
- 14 Du précieux liquide
- 15 N'avait été que tout juste le quart
- 16 De celle de Silène.
- 17 Si tout d'abord, d'une commune haleine,
- 18 Chacun buvant à sa façon
- 19 Ils s'étaient réunis, ils auraient mis, dit-on,
- 20 Huit quarts d'heure de moins pour épuiser l'amphore.
- 21 Comment l'a-t-on su? Je l'ignore.
- 22 On veut d'après cela, trouver exactement
- 23 Le temps que chacun d'eux eut mis séparément

24 Si, buvant seul, de la même manière,

25 Il avait mis à sec l'amphore tout entière.

C.-G. BACHET

ANNEXE 2

Liste des inconnues:

V_B : quantité de vin bue par Bacchus	} volumes mesurés avec une même unité
V_S : quantité de vin bue par Silène	
A : volume total de l'amphore	
t_B : temps mis par Bacchus pour boire V_B	} en heures
t_S : temps mis par Silène pour boire V_S	
T_2 : temps que mettraient B. et S. réunis pour boire A	
T_B : temps que mettrait Bacchus pour boire A	
T_S : temps que mettrait Silène pour boire A	

ANNEXE 3

Liste des équations:

a) les temps mis pour boire sont proportionnels aux volumes absorbés:

$$\frac{t_B}{V_B} = \frac{T_B}{A} \quad \text{ou} \quad \boxed{\frac{t_B}{T_B} = \frac{V_B}{A}} \quad (1)$$

$$\frac{t_S}{V_S} = \frac{T_S}{A} \quad \text{ou} \quad \boxed{\frac{t_S}{T_S} = \frac{V_S}{A}} \quad (2)$$

b) Bacchus et Silène ont vidé l'amphore:

$$\boxed{V_B + V_S = A} \quad (3)$$

c) débit de (B+S) = débit de B + débit de S:

$$\boxed{\frac{A}{T_2} = \frac{A}{T_B} + \frac{A}{T_S}} \quad (4)$$

d) exploitation de la phrase: "Il but pendant les 3/10 du temps...":

$$\boxed{t_B = \frac{3}{10} T_S} \quad (5)$$

(ou encore: t_B est le temps que mettrait Silène à boire les 3/10 de l'amphore)

e) exploitation de la phrase: "Bacchus vit que sa part...":

$$\boxed{V_S = 4 V_B} \quad (6)$$

f) exploitation de la phrase: "Si...ils s'étaient réunis, ils auraient mis...":

$$t_B + t_S = T_2 + 2 \quad (\text{heures}) \quad (7)$$

ANNEXE 4

Plan de travail:

- 1°) Faire un récit des faits aussi simple que possible
- 2°) Formuler clairement la question posée
- 3°) Relever les phrases qui apportent des informations mathématiques
- 4°) Etablir une liste d'inconnues
- 5°) Chercher les relations simples (proportionnalités,...) liant certaines de ces inconnues
- 6°) Exploiter les informations relevées au 3° sous forme d'équations
- 7°) Résoudre le problème.

ANNEXE 5

Résolution:

1°) Exploitation des équations (6) et (3). Exprimer V_B et V_S en fonction de A :

$$(6) \quad V_S = 4V_B$$

$$(3) \quad V_B + V_S = A$$

$$V_B = \dots A$$

$$V_S = \dots A$$

En déduire t_B en fonction de T_B et t_S en fonction de T_S :

$$(1) \quad \frac{t_B}{T_B} = \frac{V_B}{A}$$

$$\text{donc } t_B = \dots T_B \quad (8)$$

$$(2) \quad \frac{t_S}{T_S} = \frac{V_S}{A}$$

$$\text{donc } t_S = \dots T_S \quad (9)$$

2°) Exploitation de l'équation (5). Recherche pour une substitution dans l'équation (7):

Expression de $t_B + t_S$:

$$(5) \quad t_B = \frac{3}{10} T_S$$

$$\text{donc } t_B + t_S = \dots$$

$$t_B + t_S = \dots T_S \quad (10)$$

$$(9) \quad t_S = \dots T_S$$

Expression de T_2 :

Quelle quantité Bacchus boit-il pendant le temps t_B ?

Quelle quantité Silène boirait-il pendant le temps t_B ?

Quelle quantité boiraient Bacchus et Silène réunis, pendant le temps t_B ?

Le temps T_2 que mettraient Bacchus et Silène réunis pour vider l'amphore est donc:

$$T_2 = \dots t_B$$

.../...

- 28 -

Donc, en utilisant à nouveau l'équation (5) :

$$T_2 = \dots T_S \quad (11)$$

3°) Exploitation de l'équation (7) :

Calcul de T_S :

$$\begin{array}{ccc} (7) & t_B + t_S = T_2 + 2 & \\ & \downarrow \quad \downarrow & \\ & (10) \quad (11) & \\ & & T_S = \dots \end{array}$$

Calcul de T_B :

$$\begin{array}{l} (8) \quad T_B = \dots t_B \quad \text{donc } T_B = \dots T_S \quad T_B = \dots \\ (5) \quad t_B = \frac{3}{10} T_S \end{array}$$

ANNEXE 6

Résolution proposée par C.-G. BACHET :

Il résulte de l'énoncé que Bacchus ne but que $1/5$ de l'amphore, et que Silène en eut les $4/5$. L'amphore a donc été vidée en $3/10 + 4/5$ ou $11/10$ du temps que Silène y aurait mis en buvant seul. D'un autre côté, s'ils avaient bu ensemble pendant le temps que Bacchus a bu seul, ils auraient retiré de l'amphore $1/5 + 3/10$ ou $5/10$; ainsi la moitié de l'amphore aurait été bue pendant les $3/10$ du temps que Silène emploierait seul pour la vider; donc toute l'amphore serait bue dans les $6/10$ du temps que Silène y emploierait en buvant seul; ce qui fait $5/10$ de moins que dans le premier cas. Ces $5/10$ correspondent à une diminution de 2 heures; par conséquent, il l'aurait vidée en 4 heures.

Quant à Bacchus, on voit que nos deux buveurs mettent, pour boire $1/5$ de l'amphore, des temps exprimés par $3/10$ et $1/5$, dont le rapport est $3/2$; par conséquent, Bacchus aurait mis pour vider l'amphore $4 \times 3/2$ ou 6 heures.

S/S

**INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES**

FACULTÉ DES SCIENCES
Tour 56 - 3^e étage
Quai Saint-Bernard
75 - PARIS-5^e

ORIGINE: M. BARATAUD . M^{me} LAVIGNE (*)

CES Gustave-Monod 94400-VITRY-SUR-SEINE

CLASSE CONCERNÉE: Troisième de type I. 23 élèves.

Groupe Français-Mathématiques

§ § § §

Niveau général moyen.

- OBJECTIFS:
- 1) A partir de slogans publicitaires, faire découvrir le rapport cause/conséquence et les diverses expressions de ce rapport.
 - 2) En mathématiques, étudier les implications et travailler sur le problème hypothèses → conclusion.
 - 3) Après certains exercices de logique, porter un nouveau regard sur les slogans publicitaires.

POURQUOI CE CHOIX?

D'assez nombreuses raisons nous avaient conduits à faire cette étude:

a) De petits tests en français nous avaient prouvé que les élèves ne voyaient pas du tout clairement le rapport cause/conséquence qu'il y avait dans des textes littéraires.

b) Dans les slogans publicitaires, un rapport **de type** cause/conséquence est parfois formulé (implicitement ou explicitement). Or, si parfois ce rapport est logique, il arrive aussi que la conséquence déduite n'ait rigoureusement rien à voir avec la cause énoncée (même si les deux propositions annoncées sont vraies l'une et l'autre). Ce type d'erreur est assez fréquent en mathématiques: un élève énonce un certain nombre de propositions vraies et, à partir de là, estime qu'il a le droit de déduire tout ce qu'il veut. Pour schématiser, un raisonnement du type " 2 fois 3 égale 6 donc le quadrilatère (ABCD) est un rectangle", est un raisonnement que l'on rencontre encore très souvent, même en classe de Troisième. (**)

c) Nous voulions par cette recherche éviter ces erreurs où des élèves, après une page de démonstration laborieuse, affirment en conclusion l'une de leurs hypothèses, ainsi que le type inverse de raisonnement qui consiste à prendre comme hypothèse la conclusion à laquelle il faut aboutir.

d) Enfin, même si cela n'était pas le plus important, nous voulions mettre les élèves en garde contre certains slogans publicitaires qui, parce qu'ils formulent un raisonnement qui semble simple et irréfutable, poussent le consommateur à l'achat.

DÉROULEMENT DU TRAVAIL:

Première séance: But: sensibiliser les élèves au travail de recherche.

Nous avons convenu d'aborder le travail de la façon suivante: pendant un cours de français, les deux professeurs (maths et français) arrivaient ensemble -les élèves n'étant pas prévenus- et le professeur de mathématiques posait la question: "A quoi servent les maths?"

Dans un premier temps les élèves furent déroutés, très perplexes (et plus par la question posée que par le fait d'avoir deux professeurs dans la classe). Au bout de cinq minutes les réponses se précisèrent: les élèves firent une très nette distinction entre maths modernes et maths traditionnelles, ces dernières d'un intérêt plus pratique selon eux -donc utiles-, les premières n'ayant aucun intérêt -ne servant donc à rien-. Et, pendant une dizaine de minutes -nous autres, professeurs, n'intervenant pas-, cette idée fut reprise par de nombreux élèves et sembla presque faire l'unanimité de la classe (même les "bons en maths").

Nous avons alors posé le problème de l'utilité directe de ce que l'on peut apprendre à l'école dans les différentes disciplines pour exercer son métier futur. Quelques élèves arrivèrent alors à la conclusion: tout ce qu'on apprend à l'école ne sert à rien. Cette conclusion en fit réfléchir d'autres; et le problème de l'apprentissage de la réflexion, du développement de l'intelligence fut alors posé par les élèves: les maths modernes trouvaient alors leur place comme outil qui, faisant appel en permanence à la logique, développait la réflexion et l'intelligence.

Nous leur avons alors expliqué que, dans leur vie d'adulte, ils seraient en permanence confrontés à des problèmes à résoudre, et que pour faire le meilleur choix possible il leur faudrait faire une analyse claire de la situation vécue -énoncé de toutes les hypothèses- pour pouvoir choisir la meilleure conclusion. Le rôle de l'école devrait donc être, certes, d'acquérir un certain nombre de connaissances, mais surtout de donner à chaque individu une faculté de réflexion logique lui permettant d'affronter sa vie d'adulte avec les meilleures chances de succès. Et alors les mathématiques "modernes", comme l'histoire, comme toute autre discipline trouvent pleinement leur place.

Nous avons donc expliqué aux élèves que le but de ce travail maths-français était de développer cette faculté de raisonnement, et que nous ferions cette approche dans un cadre quelque peu original, puisque nous leur propositions de la faire à partir de la publicité.

Nous avons demandé aux élèves de relever, pour la séance suivante, des slogans publicitaires (revues, publicités télévisées ou radiophoniques, ...)

Deuxième séance:

Les élèves ont constitué des groupes de 4 ou 5. Ils avaient individuelle-

"En France, il n'y a pas de pétrole, alors on économise l'énergie"

B

<u>CAUSE</u>			<u>CONSEQUENCE</u>
Parce que A,B	...B parce que A		A et B
A cause de A,B	...B à cause de A		A donc B
Comme A,B	...B,comme A		Tellement A que B
Puisque A,B	...B puisque A		A,alors B
Lorsque A,B	...B lorsque A		A,par conséquent B
Si A,B	...B si A		A,de telle sorte que B
Quand A,B	...B quand A		A si ...que B
	B car A	A:B A,B	.../...

Ce tableau a été trouvé très rapidement.

Le problème de la réversibilité pour l'expression de la cause a été étudié après l'établissement de la liste, et des élèves remarquent que cette réversibilité est possible, sauf dans le cas de "B car A".

Travail à effectuer individuellement:

Chaque élève doit créer 10 phrases: 5 dans lesquelles sera exprimé le rapport de cause, 5 autres où sera exprimé le rapport de conséquence. Les résultats obtenus sont moyens. En gros, disons que la moitié des élèves semble avoir compris, ce qui nous surprend relativement. Nous pouvions en effet nous attendre à de bien meilleurs résultats. De plus -et cela confirme notre relative déception- lors de devoirs effectués en classe de français, le professeur a pu constater que, lorsqu'il s'agissait de faire apparaître un rapport de conséquence, une grande partie des élèves étaient perdus (alors que la phrase exprimait le rapport de cause).

A la fin de la troisième séance, nous avons distribué à chacun le polycopié intitulé "Quelques exercices de logique" (Voir Annexe) (extraits de "Mathématique en liberté", par J.-M. BLANCHET, Ed. OCDL). Nous avons hésité sur la suite à donner à cette première partie, plus "française" que "mathématique". Nous envisagions, dans cette seconde partie, de faire un travail très axé sur les implications en mathématiques. Nous pouvions pour cela utiliser le fait que la publicité semble être le lieu privilégié de l'implication, ce qui s'explique facilement, puisqu'il s'agit de lier à l'achat du produit la satisfaction d'un besoin ou, plus souvent, d'une aspiration plus ou moins consciente.

Mais, en nous lançant sur un travail plus ou moins approfondi sur les implications, nous avons peur de retomber sur un cours très théorique et purement mathématique, ce qui nous semblait contredire l'esprit que nous voulions voir s'exprimer dans le cadre de ces "cours IREM". Nous avons donc pensé qu'il serait préférable de choisir des exercices de logique assez simples, d'où l'humour n'était pas totalement absent, et qui offriraient l'avantage de ne pas ressembler à ces fameux "problèmes de math". De plus, nous pensions qu'il n'était pas très difficile de faire un rapprochement entre le rapport cause/conséquence et le principe de ces exercices de logique, qui consistait à énoncer un certain nombre d'affirmations -que l'on peut assimiler aux hypothèses- ou, par rapport au travail fait précédemment, à la cause- et à en déduire un certain nombre de conclusions, assimilables à la conséquence. C'est ce que nous avons expliqué à la classe à la fin de cette troisième séance, et nous avons demandé pour la séance suivante de résoudre les 7 premiers exercices (le huitième était un peu différent, mais nous l'avons mis là à cause de son côté à la fois astucieux et humoristique).

Nous pensions aussi que, si les élèves se heurtaient au problème cause/conséquence, c'était parce que, de façon générale, ils ne savaient pas reconnaître les articulations d'un raisonnement, écrit ou oral, et qu'ils ne savaient

organiser eux-mêmes une argumentation. Or, cet apprentissage méthodique de la rigueur s'impose plus que jamais: il est garant d'une liberté toujours à conquérir et, face à des propagandes variées et à la séduction des média -et on sait à ce sujet le rôle très important joué par la publicité sur les jeunes-, il faut armer nos élèves, leur donner les moyens de contrôler sérieusement une "information" de plus en plus envahissante. C'est pourquoi nous avons pensé que ces petits exercices pouvaient nous aider considérablement dans le travail entrepris.

Quatrième et cinquième séances:

Nous avons consacré deux heures à la correction de ces exercices. Cela peut sembler long, mais en réalité nous aurions pu y consacrer beaucoup plus de temps.

Il est impossible de rapporter ici toutes les remarques, toutes les difficultés rencontrées, toutes les découvertes faites au cours de ces deux heures. Nous nous contenterons de celles qui nous semblent les plus significatives.

Les exercices ①, ② et ⑥ semblent parfaitement du même type. Dans chaque cas le problème fait intervenir trois ensembles, et la traduction mathématique par un diagramme (type Euler-Venn) semble aisée pour des élèves de Troisième. Eh bien, nous nous sommes rendus compte que si, en effet, l'exercice ① n'avait posé que très peu de problèmes à nos élèves, certains avaient buté sur l'exercice ②, et surtout sur le ⑥!

A propos de la correction du n°6, nous avons demandé à une élève de faire la correction au tableau (nous avons déjà fait la correction du n°1). Cette élève est très faible en mathématiques. Devant son impossibilité de "démarrer", nous lui avons conseillé de faire ce que nous avons fait pour le n°1: représenter l'ensemble des "scientistes" et celui des "rationalistes" par deux "patates", et faire le diagramme correspondant à la phrase "Tous les scientifiques sont rationalistes". Comme elle ne pouvait fournir une réponse correcte, nous avons pensé que ses difficultés pouvaient tenir au vocabulaire de la phrase. Nous lui avons donc proposé d'abandonner le n°6 et d'essayer de faire la "traduction" mathématique du n°2. Nous nous sommes heurtés à un échec et, comme notre pauvre élève était au tableau depuis près de 10 minutes et que, visiblement, d'une part nous ne pouvions plus rien obtenir d'elle et, d'autre part, la classe commençait sérieusement à s'impatienter, nous avons arrêté là le test.

(Petite parenthèse: à la fin de ce travail nous avons demandé aux élèves de nous faire un petit compte-rendu de ce qu'ils pensaient des 6 heures de ce travail. Et l'élève ci-dessus écrivait, entre autres: "Ce travail m'a-t-il été bénéfique? Eh bien, je pense que oui. Mais pas comme vous, professeurs, vous l'auriez aimé. Ce n'est pas que je n'essaie pas de comprendre, de faire des efforts, mais il y a quelque chose qui me bloque ... (pour les maths)". Et, plus loin: "Malgré vos conseils, je ne pense pas avoir fait de progrès".

.../...

D'où peut provenir un tel blocage? Evidemment notre élève ne peut pas nous le dire, et nous-mêmes n'avons toujours pas pu déceler son origine. Il ne nous reste qu'à essayer d'imaginer le calvaire de cette fille lorsqu'elle essaie de comprendre ce qu'est un "vecteur").

...Mais revenons à nos exercices. Nous avons pu constater que, si les exercices ② et ⑥ paraissaient plus difficiles à nos élèves, c'est qu'il était possible, pour chacun d'eux, de faire deux diagrammes de Venn. Et qu'à partir de là -pour le n°2, par exemple- affirmer que "quelques tailleurs sont américains" est évidemment incorrect, bien que l'énoncé des deux affirmations n'interdise pas la possibilité que des tailleurs soient américains. Nous pensons que c'est à cette difficulté que se sont heurtés nos élèves (avec aussi la difficulté due aux "quelques", "tous", "aucun").

L'exercice ③ a été assez dur. Le ④ semble être passé bien au-dessus de l'immense majorité des élèves (un seul -brillant- nous a proposé une solution originale et impeccable).

A propos du n°7, exercice assez difficile, nous avons, à la fin de la 4^e séance, donné quelques conseils pour la recherche (entre autres, on est obligé de faire des suppositions et de voir si, à partir de là, le reste des propositions concorde ou non). Il est évident que, sans conseils de notre part, de très nombreux élèves se seraient trouvés bloqués et n'auraient découvert aucune issue pour se sortir de cette abondance d'hypothèses. Nous avons, à l'occasion de la correction de cet exercice, posé le problème de la surabondance ou de la "sous-abondance" des hypothèses (l'exercice ⑧ pose aussi clairement ce cas d'une sous-abondance d'hypothèses qui oblige le facteur à dire: "Il manque un renseignement"). En fait, nous avons pu constater que le problème ne se pose que très rarement en ces termes, mais beaucoup plus fréquemment en termes de: nombre de propriétés à démontrer pour arriver à la conclusion recherchée (cas classiques de l'élève qui, pour démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle, se contente de démontrer qu'un angle est droit, ou au contraire de celui qui cherchera à tout prix à démontrer que les quatre angles sont droits).

Nous aurions pu évidemment essayer de voir si cet exercice ⑦ était faisable en supprimant l'une des 14 affirmations de l'énoncé. Mais une telle recherche nous a paru beaucoup trop difficile, surtout en partant d'un problème déjà très compliqué. Cela nous a donc seulement donné quelques idées pour un travail futur.

Sixième et septième séances:

Nous avons, à cette occasion, porté un nouveau regard sur les slogans. Nous avons essayé de dégager deux idées principales:

1°) Le principe du raisonnement de l'exercice ② est très fréquemment utilisé dans la publicité: il consiste à énoncer un certain nombre d'affirmations,

.../...

difficilement contestables, et à partir de là, à déduire une conclusion que rien, logiquement, ne permet de faire, mais qui toutefois n'est pas exclue par les hypothèses. Il y a donc un emploi abusif du rapport cause/conséquence dans les slogans, qui frappe davantage le consommateur.

Nous trouvons là une série d'erreurs classiques en mathématiques (ce fut le thème essentiel de la septième séance). La variété de ces erreurs est très grande, mais elles ont toutes en commun un raisonnement faux. Nous avons, par exemple, retrouvé ou inventé un certain nombre de théorèmes, et pour chacun d'eux nous avons cherché à savoir s'il était vrai ou non. Par exemple, nous avons donné aux élèves ces 4 "théorèmes":

Th.1: Dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leur milieu.

Th.2: Si dans un quadrilatère les diagonales se coupent en leur milieu, c'est un parallélogramme.

Th.3: Dans un carré, les diagonales sont orthogonales et égales.

Th.4: Si dans un quadrilatère les diagonales sont orthogonales et égales, c'est un carré.

Le piège était réel et de nombreux élèves acceptaient sans broncher ce "Théorème 4". Il a fallu leur donner un contre-exemple pour qu'ils comprennent la supercherie. Il n'en demeure pas moins vrai que nous trouvons fréquemment dans les devoirs de géométrie des "théorèmes" inventés par les élèves, et entièrement faux.

Si ce problème des "théorèmes faux" est légèrement différent de celui de l'exercice ②, par contre nous retrouvons l'erreur de raisonnement dans les propositions suivantes, que nous avons soumises aux élèves. Nous leur avons en effet demandé ce qu'ils pensaient des raisonnements suivants:

1) le produit de deux nombres est nul si l'un des facteurs est nul, donc $(x+a)(x+b)=0$ est vérifié si $x=-a$ ou si $x=-b$.

2) Le produit de deux nombres est nul si l'un des facteurs est nul, donc $2x=4$ est équivalent à $x=\frac{4}{2}$, soit $x=2$.

Là encore, il ne faudrait pas croire que tous les élèves sont choqués par ce second raisonnement, dont nous connaissons tous la fréquence dans les devoirs de mathématiques.

2°) Le phénomène des sous-entendus et des non-dits: A partir du slogan: "Parce qu'il agit vraiment sur l'odeur, il est efficace", un certain nombre d'élèves ne saisissaient pas du tout le rapport cause/conséquence, et nous proposaient d'inverser ce rapport, en formulant le slogan sous la forme: "Parce qu'il est efficace, il agit vraiment sur l'odeur". Nous avons essayé de leur montrer que la phrase prenait alors un autre sens (nous pensons que le mot "efficace" ne peut être utilisé que comme une conséquence, et non pas comme cause).

Nous avons également envisagé un sous-entendu possible à propos de l'af-

firmation: "Il agit sur l'odeur". A priori rien n'exclut la possibilité qu'il rende l'odeur plus nauséabonde. Mais, d'une part on devine que ce n'est pas le but recherché, d'autre part le mot "efficace" rejette cette possibilité de conclusion.

Nous avons également discuté à propos du slogan, d'ailleurs abandonné maintenant: "En France, on n'a pas de pétrole, mais on a des idées", slogan qui peut évidemment avoir un relent raciste, puisqu'il peut laisser supposer que ceux qui ont du pétrole sont dépourvus d'idées. Nous avons eu l'impression que nous aurions pu aborder ce problème des non-dits beaucoup plus en détail, chaque slogan publicitaire pouvant être l'occasion d'une telle étude.

Nous ne sommes pas loin d'un problème mathématique bien connu: l'énoncé d'une hypothèse permet d'affirmer des propriétés non-dites. Par exemple, dire d'un quadrilatère que c'est un parallélogramme revient bien à dire que ses diagonales se coupent en leur milieu.

Nous avons demandé aux élèves de préparer un compte-rendu sur ces séances (voir plus haut). La majorité des commentaires demeurent imprécis et abondent en généralités, la plus fréquente étant l'aspect bénéfique du travail de groupe. Néanmoins, et en conclusion, il nous semble opportun de citer quelques remarques pertinentes faites par une élève: "Je pense que les exercices de cause/conséquence que nous avons faits étaient intéressants. Ils nous démontraient que les maths et le français avaient un rapport commun. Il est vraiment dommage de n'être pas allé plus loin. (...) Je pense qu'il aurait fallu approfondir le problème des publicités, chercher à analyser mieux les phrases, chercher plus de rapports avec les maths, car on a étudié sur les affiches de publicité les causes et les conséquences, mais le rapport avec les maths n'est pas apparu clairement. Il devrait y avoir plus de débats sur des sujets entre les maths et le français, mais aussi dans d'autres matières, car ils apportent plus de compréhension pour les élèves et peut-être aussi une explication sur le besoin d'apprendre certaines matières (maths-français)."

NOTES

(*) M. BARATAUD avait déjà participé, au cours de l'année scolaire 1976-77, à ce travail organisé par l'IREM, avec M. RENOARD comme "binôme" en français. M. RENOARD avait, dès le début du mois de Septembre 1977, donné sa démission de l'IREM, et nous avons donc demandé à ce que M^{me} LAVIGNE prenne sa succession. Par suite de la restriction des moyens accordés aux IREM, cela ne put se faire. Nous ne pouvons que déplorer cet état de choses, qui a été cause que tout le travail relaté ci-dessous fut effectué sans que M^{me} LAVIGNE n'ait la moindre indemnité.

Néanmoins, conscients de la valeur pédagogique d'un tel groupe, et défen-

seurs acharnés des IREM, nous avons décidé de mener à terme le travail entrepris.

(**) C'est là, justement, que diffèrent "implication" et "déduction".

Du point de vue de la logique formelle, en effet, l'implication notée " $A \Rightarrow B$ " (et lue: "A implique B" ou "A entraîne B") est, par définition, vraie dans tous les cas, sauf celui où B est faux alors que A est vrai. Ce qui fait qu'il suffit que B soit vrai pour que toute implication du type " $X \Rightarrow B$ " soit vraie.

Considérons donc la phrase: "2 fois 3 égale 6, donc le quadrilatère (ABCD) est un rectangle". Si (ABCD) est effectivement un rectangle, cette phrase doit être tenue pour vraie (elle le serait même, d'ailleurs, si on écrivait "2 fois 3 égale 5"). Le problème est justement que la proposition: "(ABCD) est un rectangle" ne pourra pas être tenue pour vraie tant qu'elle n'aura pas été "démontrée" par un raisonnement déductif, "chaîne" d'implications où l'adjonction de chaque nouveau "maillon" est justifiée par un résultat (définition, théorème, ...) supposé connu: "Une démonstration d'un théorème (T) peut se définir comme un chemin qui, partant de propositions empruntées au tronc commun et de ce fait intelligibles pour tous, conduit par étapes successives à une situation psychologique telle que (T) y apparaît comme évident." (René THOM, Mathématiques modernes et mathématiques de toujours).

Ce que l'on peut reprocher à la phrase incriminée, ce n'est donc pas qu'elle est illogique (nous avons vu qu'elle ne l'est pas), mais c'est que celui qui l'a produite la présente comme une démonstration. (B.P.)

ANNEXE

Quelques exercices de logique

1°) Faisons un peu de sciences naturelles.

Soit les affirmations:

A1: tous les mammifères sont des animaux.

A2: quelques mammifères ont deux pattes.

et la conclusion déduite de ces affirmations:

C: quelques animaux ont deux pattes.

Ce raisonnement est-il juste?

2°) Les tailleurs américains.

Soit les affirmations suivantes:

A1: quelques tailleurs sont ignorants.

A2: quelques américains sont ignorants.

et la conclusion:

C: quelques tailleurs sont américains.

Ce raisonnement vous paraît-il exact?

3°) Valable ou non?

Soit les hypothèses suivantes:

- 1) si le contrat est valable, Horace est débitable.
- 2) si Horace est débitable, il ira à la banqueroute.
- 3) si la banque lui prête de l'argent, il n'ira pas à la banqueroute.

et l'affirmation suivante:

- 4) la banque lui prête de l'argent et le contrat est valable.

Que peut-on déduire des hypothèses ci-dessus, compte tenu de l'affirmation?

4°) Mimile dit-il la vérité?

Quatre hommes connus de la police sous les noms de "Jojo", "Riquet", "Mimile" et "Jeannot" sont interrogés pour un crime commis par l'un d'entre eux. Ils déclarent:

Jojo: "C'est Riquet le tueur."

Riquet: "C'est Jeannot le tueur."

Mimile: "Ce n'est pas moi."

Jeannot: "Riquet ment quand il dit que c'est moi le tueur."

- 1) Sachant que trois de ces bandits mentent, qui est le tueur?
 - 2) Sachant qu'un bandit seulement ment, qui est le tueur?
- } 2 pbs
} différents!

5°) Hegel et ses fils.

- 1) quiconque est normal peut comprendre les maths.
- 2) aucun fils de Hegel ne peut comprendre les maths.
- 3) aucun fou ne peut voter.

Conclusion: aucun fils de Hegel ne peut voter.

Est-ce correct?

6°) Ah! la philosophie...

En classe de philosophie, Pierre dit à son professeur:

"1) tous les scientifiques sont rationalistes.

2) quelques philosophes anglais seulement sont rationalistes.

Donc: aucun philosophe anglais n'est scientifique."

Le raisonnement de Pierre est-il correct ou non?

7°) Rendons à chacun son bien.

Cinq maisons alignées sont habitées par 5 personnes de nationalités et de professions différentes. Ces maisons sont de 5 couleurs différentes. Chaque habitant a un animal favori et une boisson préférée. De plus, on donne les renseignements suivants:

- 1) l'anglais habite dans la maison rouge.
- 2) le chien appartient à l'espagnol.

INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Tour 56 - 3^e étage
2, Place Jussieu
75005 PARIS

Tél. 336.25.25
Postes 53 83 à 53 86

Groupe Français-Mathématiques

§ § § § §

ORIGINE: M. GRIMBERT . M. JULLIEN.

CES Romain-Rolland 93390-CLICHY-S/S-BOIS

CLASSE CONCERNÉE: Quatrième.

LE VIF ARGENT

"Qui a vu des enfans essayans de renger à certain nombre une masse d'argent vif? Plus ils le present et pestrissent et s'estudient à le contraindre à leur loy, plus ils irritent la liberté de ce genereux metal: il fuit à leur art et se va nuisant et esparpillant au delà de tout compte."

MONTAIGNE, Essais III, 13.

Cette année, pour une série de raisons qui apparaîtront peu à peu, notre travail commun en français et en mathématiques a été modeste. Pour commencer, notons toutefois qu'il n'a pas été facilité par les conditions matérielles. Si nous avions une "idée" préalable, c'était celle-ci: la nécessité de la présence physique de deux professeurs dans une même salle de cours. Bien loin d'en être indisposés, nos élèves n'y ont vu que des avantages. Quant à nous, nous pensions montrer par là la possibilité d'un décroisement effectif des cours, et non seulement leur décroisement théorique et abstrait, et favoriser en même temps ce qui nous paraît de plus en plus essentiel dans un travail pédagogique: les relations que les élèves et leurs professeurs entretiennent. Mais notre emploi du temps ne nous a pas permis d'assister aussi régulièrement que nous le souhaitions au cours l'un de l'autre. Il nous a fallu reculer partiellement sur ce point et prévoir des moments de rencontre qui ne pouvaient qu'être exceptionnels et privilégiés. Au lieu d'attendre que les choses se fassent pour ainsi dire d'elles-mêmes et "comme" naturellement, nous avons été contraints de susciter nous-mêmes les points de rencontre.

Nous avons passé le premier mois de l'année à observer, chacun de son côté, la classe de Quatrième où nous devions travailler ensemble. Classe nombreuse (33 élèves); très diversifiée quant à ses résultats scolaires; peu "travailleuse" à certaines exceptions près; variée également quant aux origines sociales, géographiques et linguistiques de ses élèves, un nombre important d'entre eux ayant en outre de graves difficultés de santé ou de famille. Mais nous en

.../...

avons trouvé l'unité du côté d'un ennui quasi-général devant l'école et ses objectifs. Il se traduit à la fois par une forte résistance passive à ce qu'on les contraint d'y faire ordinairement, par une demande de toujours plus de compréhension à leur égard de la part de leurs professeurs, par une disponibilité particulière et très remarquable pour entreprendre des activités qui sortent de l'ordinaire et par une peine infinie à fixer leur attention sur un but déterminé. Ce dernier point s'éclaire particulièrement dans la façon dont la classe aime à travailler: les recherches par petits groupes s'effectuent toujours dans les meilleures conditions, mais tout travail, voire toute information devant la classe entière "passe mal".

Il n'était pas question pour nous de croire qu'il existe, malgré certaines constantes dues à l'âge des élèves et aux difficultés particulières des programmes, une classe de Quatrième "type" sur laquelle nous aurions pu plaquer nos "idées", même si nous les croyions bonnes et justes. Car telle était précisément notre seconde "idée" préalable: ne rien faire qui ne tînt compte de la réalité des élèves. Et si cette "idée" aboutissait à ne rien faire du tout, c'était tout de même une expérience de français-mathématiques, dans la mesure où nos contacts suivis et nos échanges allaient bien au-delà des rencontres officialisées dans les conseils de classe ou des conversations tenues dans les couloirs ou la salle des professeurs. Nos contacts pouvaient donc avoir leur influence sur les cours de français et de mathématiques, même s'ils étaient distincts.

Parallèlement, nous projetions pourtant, vu nos difficultés à nous rencontrer avec la classe, un certain nombre de travaux qui pouvaient servir de cadre à une expérience un peu plus approfondie. Cadre ou prétexte, si l'on veut. Et si ces travaux n'ont pas été menés à leur terme, ils pourraient l'être dans une autre classe, au cours d'une année ultérieure: c'est pourquoi nous jugeons bon de les citer tous.

Nous projetions donc, comme entrée en matière, un travail d'observation et de classement des atouts du tarot, sur lequel nous reviendrons. Nous envisageons d'étudier ensuite un roman. Il se serait agi d'élaborer un "modèle" d'interprétation de l'"histoire" qui y est racontée. L'intérêt d'une telle étude, outre qu'elle aurait fourni un fil conducteur pour lire le livre, nous semblait résider précisément dans les difficultés et les insuffisances que l'outil mathématique n'aurait pas manqué de faire surgir. La première aurait été de considérer les événements du livre comme pouvant constituer un ensemble (comment forme-t-on un ensemble? Qu'est-ce qu'un événement?). Des relations que nous nous proposons de mettre en jeu dans cet "ensemble", l'une aurait été chronologique, l'autre se serait rapportée aux divers personnages (l'événement a est relié à l'événement b si et seulement si a et b concernent un même personnage...). Là encore, il aurait été possible de reconnaître, dans la première, une relation d'ordre (et encore?), mais la seconde n'aurait pas permis

de partition et aurait montré la complexité supérieure de la "réalité" par rapport aux situations mathématiques qui sont habituellement proposées aux élèves.

Outre ces deux travaux, nous avons l'ambition de poser le problème général de la formule, qui se retrouve autant en grammaire qu'en mathématiques et qui nous paraît lié à celui du raisonnement analogique. Nous comptons enfin procéder à des interventions ponctuelles: l'une d'elles nous a conduits à engager une étude des types de phrases.

Le point de départ de notre étude des atouts du tarot était une intuition. Le jeu de tarot contient vingt-et-un atouts. Chacune de ces vingt-et-une cartes est ornée de deux dessins. Ces dessins, très différents, donc au nombre de quarante-deux, n'ont aucune signification pour le jeu lui-même. Ce qui n'implique pas qu'ils n'ont pas de signification du tout. Ils représentent des scènes de la vie quotidienne vers la fin du XIX^e siècle. Le fait que ces scènes soient couplées paraît être une invitation à chercher un sens autre que décoratif à ces images. Pour un grand nombre de cartes, l'opposition entre les deux images saute aux yeux.

La première étape du travail a consisté en l'observation des scènes. Les élèves, réunis deux par deux, eurent sous les yeux, au cours de l'heure, plusieurs cartes dont ils devaient décrire chacune des deux images. Ils devaient en outre se demander pourquoi deux images étaient réunies sur une même carte. Chaque groupe, pour chaque carte, faisait une fiche. Il y avait donc plusieurs fiches pour une même carte.

Les premiers ^{résultats} ainsi obtenus, les élèves eurent à les dépouiller au cours suivant. Ils étaient de nouveau réunis deux par deux. Ils avaient à confronter, rassembler, mettre au net et éventuellement compléter les informations fournies par les différentes fiches pour chacune des cartes. Cette deuxième étape du travail devait aboutir à la confection d'une fiche par carte, à la fois plus utile et plus précise que les précédentes. Comme il s'agissait d'aller au-delà de la description et que les notions de ressemblance et de différence s'étaient peu à peu fait jour quand il avait fallu dire pourquoi chaque carte réunissait deux images, le plan suivant leur fut imposé pour chaque fiche:

- 1-description de l'une des images
- 2-description de l'autre image
- 3-points de ressemblance des deux images
- 4-différence ou opposition entre les deux images
- 5-commentaires personnels.

Nous disposions alors d'un matériel assez important, que nous avons commencé par dépouiller en l'absence des élèves. Nous avons constaté certaines erreurs générales de méthode, qui nous ont éclairés et nous ont conduits à définir certaines urgences: ainsi les descriptions contenaient des inventions (erreurs de

.../...

"lecture"); la description tournait parfois à l'interprétation ou au jugement (confusion entre la réalité et l'observateur); enfin, il s'est avéré que les notions de ressemblance et de différence étaient loin d'être claires. Nous avons dressé un premier tableau récapitulatif de ce que les élèves avaient trouvé, en écartant les points douteux (voir Annexe 1).

Ce tableau a ensuite été proposé à la classe. La liste des oppositions déjà rencontrées leur était fournie. Ils devaient rechercher dans quels couples d'images les mêmes oppositions pouvaient se rencontrer, et éventuellement en découvrir d'autres. Des "chaînes" de cartes pouvaient ainsi être constituées. Cette partie du travail prit deux heures, qui furent infiniment moins rentables que les précédentes. Nous décidâmes d'en rester là, attendant des conditions meilleures. Ce travail reste "ouvert". Tout ce qui était possible n'a pas été fait.

Le problème que nous avons rencontré est le suivant: les élèves ont été particulièrement intéressés par un travail qu'ils ont trouvé amusant, nouveau et agréable quant au "sujet". Le simple fait de voir des professeurs distribuer des cartes à des élèves, dans une salle de classe, a particulièrement été apprécié. Ils avaient en outre, dans les premières étapes, la possibilité de faire toutes les observations et toutes les hypothèses qu'ils jugeaient bonnes, et ceci en discutant entre eux. Mais ils ont commencé à être déçus au moment où il a fallu "faire la somme" de leurs observations et essayer d'en dégager des "lois"! D'autant que la solution n'était pas toute faite, à l'inverse des problèmes ordinaires qui leur sont soumis, où le "jeu" consiste pour eux, le plus souvent, à découvrir la solution que le professeur connaît déjà.

Pourtant, si nos difficultés à mener cette étude à son terme peuvent être en partie imputables à la classe elle-même, il faut souligner qu'elles ont surgi précisément au moment où nous avons voulu passer à l'aspect "mathématique" de la chose. Là encore, définir nos objets, nos critères de classement, nos ensembles et nos relations n'était pas simple: que voulions-nous structurer et classer? un ensemble de cartes, ou d'images, ou d'oppositions thématiques? Quelles relations entre les éléments permettaient de rendre compte de la situation des uns par rapport aux autres? Nous ne pouvions, là encore, rencontrer ni ordre, ni équivalence. Plus ou moins consciemment, les élèves ont dû sentir cette insuffisance. C'est là, sans doute, l'une des raisons de leurs hésitations et de leur manque d'initiative, dans la dernière partie de ce travail.

Notre second travail d'une certaine ampleur a porté sur les types de phrases. Il s'agissait, dans un premier temps, d'un appel ponctuel du cours de français en direction du cours de mathématiques. Une fois étudié le principe du classement des phrases selon leurs "types obligatoires" (déclaratif, in-

.../...

.../...

terrogatif, impératif ou exclamatif) et leurs "types facultatifs" (affirmatif ou négatif, actif ou passif, neutre ou emphatique), une question fut incidemment posée (qui n'est pas soulevée dans le livre de grammaire: "Comment apprendre la grammaire?" Ed. Larousse, livret 3, chap. 1), prétexte à relancer la collaboration du français et des mathématiques: Combien de sortes de phrases produit la combinaison des types obligatoires et des types facultatifs? Ou, posée autrement: Sous combien d'aspects différents la même phrase peut-elle apparaître, du moins théoriquement, si l'on fait varier les types obligatoires et les types facultatifs? Soit, par exemple, une phrase impérative, affirmative, active et neutre ("Mange ta soupe"); elle peut être déclarative, affirmative, active et neutre ("Tu manges ta soupe"), interrogative, négative, active et emphatique ("Toi, est-ce que tu ne manges pas ta soupe?"), etc.

Le problème a été résolu en classe de mathématiques. Après le choix d'un code (voir Annexe 3), le résultat (32 possibilités) a été trouvé par une activité de dénombrement. La difficulté a alors été d'utiliser ce résultat en cours de français. Si la classe a réussi à poser le problème au professeur de mathématiques, le mouvement inverse a été plus délicat, car il s'agissait, non plus d'obtenir la solution d'un problème précis, mais d'avoir une vue d'ensemble du problème, c'est-à-dire de revenir de la formalisation à la réalité. Il a donc fallu y revenir empiriquement pendant le cours de grammaire: des phrases réelles ont été codées (Annexe 2); puis on a procédé à diverses manipulations des phrases réelles et des phrases codées, jusqu'à ce que les élèves perçoivent mieux la liaison des unes et des autres.

Mais la perception que les élèves avaient à ce moment de la notion de type de phrase était encore bien fragile, et il était nécessaire de s'y attarder encore: pousser plus loin la logique entamée par la collaboration des deux cours nous parut être un moyen approprié. C'est pourquoi nous avons pensé demander aux élèves de chercher à représenter les 32 possibilités par un diagramme. Un arbre ne nous paraissant pas être un moyen de représentation rentable et très différent de la liste codée des combinaisons, nous avons mis les élèves sur la piste, au cours d'une séance à laquelle nous participions tous les deux et où la classe était divisée en petits groupes, en leur demandant de chercher, par exemple, des sous-ensembles dans l'ensemble des phrases déclaratives, et ainsi de suite. Nous avons constaté alors une certaine facilité à classer, à passer ensuite à la formalisation, mais une difficulté réelle à représenter les ensembles, même chez les meilleurs élèves. Certains sont partis sur un système complexe de flèches, dont il a été aisé de démontrer le peu de rentabilité. Et, une fois compris le principe de représentation, restait encore la difficulté de pousser la méthode jusqu'au bout; une fois dégagée l'opposition 1 et 71, la méthode restait encore camouflée et il restait à placer correctement les oppositions suivantes.

.../...

Les élèves eurent par la suite à mettre au net le diagramme ainsi obtenu. La plupart des groupes firent de jolis travaux, bien présentés, qui utilisaient des couleurs différentes pour redoubler le code. Un exercice de révision sur les types de phrases, en cours de grammaire, sans utilisation du code ni du diagramme, montra que les erreurs étaient encore nombreuses. A la suite de cet exercice, une liste de phrases fabriquées par les élèves fut établie. Une nouvelle heure fut consacrée, avec les deux professeurs, à repérer ces phrases sur le diagramme. Ce fut l'occasion de répéter l'ensemble de notre démarche. Les élèves trouvèrent dès lors très vite la place de chaque phrase sur le diagramme. Nous sentions que ce travail prenait un tour positif, sentiment corroboré par l'examen attentif de leurs résultats: les erreurs étaient minimes. La plus grande partie d'entre elles semblaient être le fait du codage et de la manipulation. Quelques-unes étaient intéressantes (la répétition du sujet dans l'interrogative confondue avec la répétition d'un groupe de mots dans la phrase emphatique). Une ambiguïté fut même relevée, due à l'identité entre certaines formes du subjonctif et de l'indicatif, qui ne permettait pas de choisir entre phrase impérative et phrase exclamative. Toutes ces questions pourront être reprises et approfondies en cours de grammaire.

Du point de vue mathématique, ce troisième ^{thème} d'étude montre que nos expériences de l'année ont toujours tourné autour des mêmes préoccupations: donner des représentations ensemblistes, fabriquer des critères et des modes de classement dans ces ensembles et, ici, se livrer à des activités de dénombrement. Le "succès" nettement meilleur que la classe a obtenu dans ce cas est sans doute dû en partie au fait que les "modèles" que fournissaient les mathématiques se sont avérés tout à fait adéquats. Considérer les phrases comme formant un ensemble était sans ambiguïté; la formation des sous-ensembles induisait un classement simple et clair, et la méthode des arbres permettait un dénombrement des types qui a pu paraître "spectaculaire" à certains élèves.

Notons à ce sujet trois types de remarques caractéristiques. D'une part, les élèves ont en général bien saisi qu'ils avaient affaire à un ensemble. Ensuite, ils ont saisi le lien entre la constitution des sous-ensembles et le dénombrement des types: chaque type comme sous-ensemble. Ce fut, pour certains, une découverte que de pouvoir structurer en un nombre fini de types un ensemble infini de phrases. Enfin, la formalisation que nous avons proposée a semblé très naturelle et très efficace. Elle a été utilisée de façon très correcte, par exemple pour "lire" le diagramme ou y placer une phrase.

ANNEXE 1

ATOUT	RESSEMBLANCES	OPPOSITIONS
1	scène de théâtre	rouge/noir
2	jeux d'enfants	garçons/filles ordre/désordre sérieux/futilité ? /riches campagne/ ?
3	promenade	riches/pauvres
4	un travail personnages assis	femme au foyer/homme au travail pauvres/riches
5	éducation	homme/femme extérieur/intérieur sérieux/futilité
6	?	riches/pauvres loisirs/travail intérieur/extérieur
7	repos	riches/pauvres
8	être ensemble	riches/pauvres intérieur/extérieur relations/familles
9	le chien?	paysan/riche intérieur/plein-air??
10	montagne travail	berger/cantonnier calme/fatigue sôlitude/groupe
11	détente plein-air	hommes/femmes (répartition des tâches, des attitudes, des situations) terre/eau
12	danse	riches/pauvres intérieur/plein-air
13	femmes.boutiques	riches/pauvres ordre/désordre
14	gibier	chasse/pêche terre/eau
15	représentation de la réalité	peinture d'un paysage/photographie d'un personnage homme actif/femme passive
16	?	oisiveté/travail
17	?	dur travail des paysans/divertissement des riches extérieur/intérieur ?
18	économie familiale	homme/femme production/consommation
19	hiver	travail/amusement paysans/bourgeois intérieur/plein-air ?
20	distractions d'hommes	boules/cartes plein-air/intérieur travailleurs/riches manuels/intellectuels
21	le fou ?	bourgeois/soldats désordre/ordre

ANNEXE 2Liste des phrases fabriquées par les élèves et portées sur le diagramme des
types de phrases

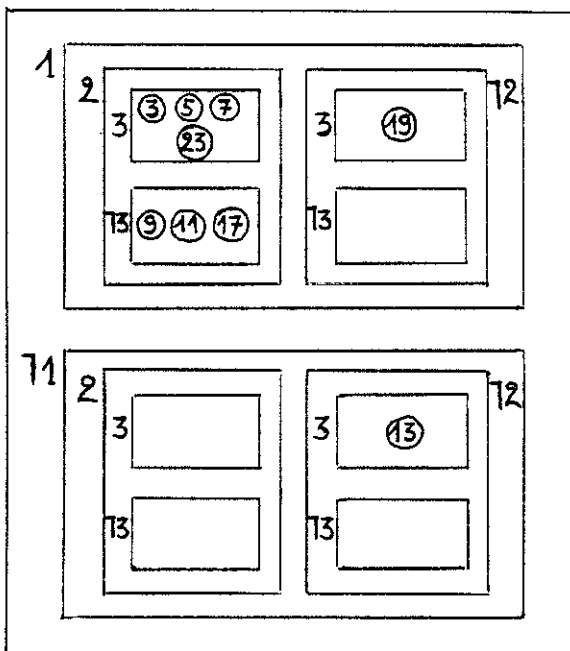
- 1- Demain, fais tes devoirs.
- 2- Va-t-en!
- 3- Tu dois t'en aller.
- 4- Venez voir le camion!
- 5- Il arrive.
- 6- Jouez le match de la coupe du monde.
- 7- Vous le gagnerez.
- 8- Suivez Bison-Futé.
- 9- Lui, il vous guidera.
- 10- Eloignez-vous!
- 11- Lui, il gagnera la course.
- 12- Les enfants, n'étaient-ils pas invités par leurs grands-parents?
- 13- La moto n'a pas été réparée tout de suite.
- 14- Ce tableau, accroche-le.
- 15- Le pantalon, qu'il reste le vêtement à la mode!
- 16- La soupe, tu la manges!
- 17- Toi, Nathalie, tu aimes ta maman.
- 18- L'enfant reste-t-il à Paris?
- 19- Ma maison a été peinte!
- 20- Les vieux regardent-ils la télévision?
- 21- La soupe, Pierre, il ne l'a pas mangée?
- 22- Cette feuille, tu la prends?
- 23- Les enfants écoutent la radio.

ANNEXE 3: Diagramme des types de phrases

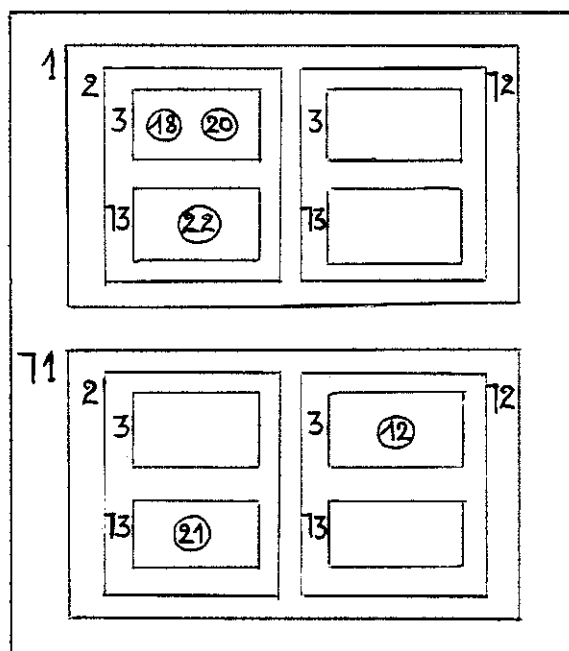
Code: A: déclaratif 1: affirmatif 11: négatif (i) : phrase n° i
 B: interrogatif 2: actif 12: passif (cf. Annexe 2)
 C: impératif 3: neutre 13: emphatique
 D: exclamatif P: ensemble des phrases

P

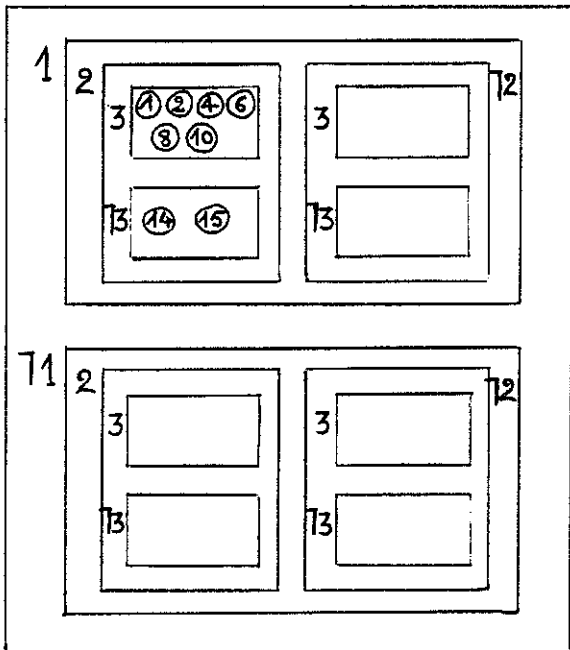
A



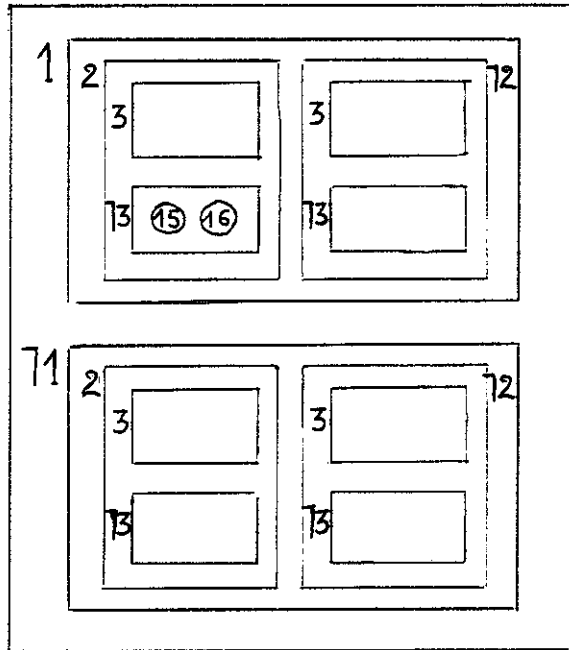
B



C



D



.../...

ANNEXE 4

En conclusion, quelques citations empruntées à un bilan du travail en français-mathématiques, effectué début mai:

"Ce travail m'a servi à apprendre à travailler en groupes, à connaître les opinions des autres et à faire un meilleur travail" (le travail en groupes n'a pas été spécifique des heures de français-mathématiques, mais l'insistance de plusieurs élèves sur ce point mérite d'être relevée).

"Le travail en commun nous a servi à nous exprimer et à dire nos idées" (Même remarque. Cette constatation est d'autant plus significative que son auteur est une élève qui ne "participe" jamais quand la classe travaille autrement qu'en groupes).

"Cela m'a servi à sortir de mon trou (...) et à me rendre compte que, n'importe où, j'aurai besoin de m'exprimer et de dire ce que, moi, je pense, de dire mon opinion à moi."

"Cela nous a servi à pouvoir nous expliquer, à être conscients de ce que nous faisons et de ce qui pourra nous servir plus tard. Cela nous a servi aussi à nous montrer que nous pouvions mélanger les mathématiques et le français."

"Le tarot: cela m'a appris à observer. (...) On n'observe pas qu'en français. C'est pour cela qu'on a eu besoin du professeur de mathématiques. On observe en sciences, en français, pour les explications de textes, et dans d'autres matières encore."

"Pour le tarot, moi je trouve que ça ne nous a servi à rien du tout. Enfin, pour moi."

"Ça a été très bien que le prof de math ait collaboré avec nous à ces travaux."

"Avec deux professeurs, on travaille mieux."

"Je pouvais mieux exprimer mes idées avec quelqu'un qui n'en savait pas beaucoup plus que moi, et cela nous mettait en confiance pour notre travail." (Celui qui n'en savait pas beaucoup plus, c'est le professeur de mathématiques, venu participer à un cours de grammaire).

"Le travail sur les types de phrases m'a servi à mieux analyser les phrases et à savoir comment tourner une analyse. Mais je trouve que le tableau ne nous a pas beaucoup aidés."

"Nous avons pu écrire plus vite les phrases, grâce au code."

"Au début, en français, nous étions coincés, car nous pensions qu'avec les types de phrases il était possible de faire des phrases à l'infini, tandis qu'en travaillant avec le prof de math nous avons appris que le nombre des phrases est restreint."

"Avant, on en avait peur, car on croyait qu'il y en avait une infinité, comme les nombres." (Il s'agit des phrases. La peur de l'infini mérite d'être notée).

S/S

**INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES**

Tour 56 - 3^e étage
2, Place Jussieu
75005 PARIS

Tél. 336.25.25
Postes 53 83 à 53 86

Groupe Français-Mathématiques

§ § § §

ORIGINE: M. RELIQUET, avec la collaboration de
M. DUTEIL (non inscrit à l'IREM).

Lycée de Corbeil 91100-CORBEIL-ESSONNES

CLASSE CONCERNÉE: Seconde T de 30 élèves.

Niveau convenable. Travail satisfaisant.

OBJECTIF: Par un travail étalé sur toute l'année scolaire, attirer l'attention des élèves sur la notion de démonstration, en faire sentir la nécessité en Mathématiques et expliquer le fonctionnement des principaux connecteurs: "et", "ou", "non", implication et équivalence logique.

EXERCICE 1: (les énoncés des exercices figurent en Annexe)

Cet exercice a été proposé dans un devoir en temps libre de mathématiques, au début de l'année (début Novembre). Les élèves l'ont bien accepté et y ont répondu avec autant de sérieux qu'aux autres exercices, qui portaient sur les fonctions. D'une manière générale, il y a beaucoup de confusions entre les différentes notions proposées par l'énoncé. La plupart des élèves voient surtout dans ces phrases des définitions, des conventions ou des évidences, mais le sens même du mot "théorème" n'est pas clair pour eux. Par contre, les meilleurs élèves voient presque partout des théorèmes.

La correction se fait en cours de math. On essaie de préciser les différents termes, d'introduire le mot "axiome", de montrer qu'une proposition peut être un axiome dans une théorie donnée et un théorème dans une autre, de montrer également qu'il n'y a pas, au sens strict, d'évidence en mathématiques.

EXERCICE 2:

Ce devoir faisait suite à une étude sur les règles du Discours de la Méthode de Descartes. Il était à faire en temps libre (mi-Décembre), en tant que devoir de français, bien sûr. Les copies ont été d'un assez bon niveau. Voici quelques réponses:

"On a un sentiment très fort qui nous pousse à croire qu'il s'agit d'une évidence par exemple lorsque l'on a un plus un égale deux; on pense à une évidence, pas besoin de le démontrer, tout le monde le sait, et pourtant c'est une convention, car il y a bien quelqu'un, un jour, qui a décidé que ce serait comme ça."

.../...

" $2+2=4$ " est une évidence à sens conventionnel. A notre échelle, $2+2=4$ d'après l'instruction que l'on nous a donné (sic) depuis notre enfance".

"Autrefois, on croyait qu'un corps, par exemple un crayon, était formé de matière compacte; maintenant on s'aperçoit qu'en fait un crayon est formé principalement de vide, car les atomes qui constituent ce crayon sont eux-mêmes constitués par trois-quarts de vide."

"Une chose évidente peut être fausse... elle est réelle quand toute discussion est écartée, quand la démonstration est faite et qu'elle est reconnue par tout le monde."

"L'évidence des sens n'existe pas: une mouche voit le monde d'une tout autre façon: elle perçoit les infra-rouges."

"En math, il n'existe pas d'évidence et tout reste toujours à démontrer."

" $(5+6).3+5 = 38$ " est vrai, mais ce n'est pas une évidence. Il faut le démontrer, avec des théorèmes et des définitions."

"Pour moi, la vérité est une conclusion, ou plutôt une "vocabularisation" de l'évidence, qui s'assimile à la logique."

Les réponses des élèves permettent assez facilement de conclure en cours de math que la démonstration est nécessaire en mathématiques pour établir la "vérité", c'est-à-dire pour déduire les théorèmes des axiomes et des définitions, tandis qu'en Physique, il intervient une autre notion, celle d'expérimentation. On remarque d'ailleurs que ces deux pistes étaient indiquées dès la première question du devoir, les dictionnaires définissant l'évidence comme "le caractère de ce qui s'impose à l'esprit avec une telle force qu'il n'est besoin d'aucune autre preuve pour en reconnaître la vérité, la réalité" (Petit Robert). On renvoie donc ici au professeur de physique.

EXERCICE 3:

L'exercice était à faire à la fin d'un devoir de math en temps libre (Février). L'idée en était venue par suite de certaines fautes d'orthographe relevées dans les devoirs de français, fautes faites en voulant prendre des exemples mathématiques. On pouvait lire, par exemple: "un plus un égal deux", ou "deux plus deux sont égale à quatre". On avait l'impression que le symbole "=" ne correspondait pas, pour certains élèves, à une forme verbale rencontrée en français, mais qu'ils le faisaient fonctionner de manière machinale. Le but de l'exercice était donc en partie de faire prendre conscience que le discours mathématique est constitué de phrases qui comportent des verbes et d'autres mots, symbolisés de manière particulière. Par ailleurs, on voulait aussi faire saisir les deux niveaux de ce discours, celui de la symbolisation mathématique d'abord, avec les chiffres et les signes (+, x, =), et celui de la logique ensuite, avec ici le connecteur $\longleftrightarrow$.

La grande majorité des élèves obtient au 2° le texte suivant:

"Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$(E) \quad (7x+5)(2x-5)^2 - 9(7x+5) = 0$$

$$(E) \iff (7x+5) [(2x-5)^2 - 9] = 0$$

$$(E) \iff (7x+5)(2x-5+3)(2x-5-3) = 0$$

$$(E) \iff 7x+5 = 0 \text{ ou } 2x-8 = 0 \text{ ou } 2x-2 = 0$$

$$(E) \iff x = -\frac{5}{7} \text{ ou } x=4 \text{ ou } x=1 "$$

EXERCICE 4:

L'exercice était à faire en devoir de math (fin Mars). L'utilisation des connecteurs "et", "ou", "non" avait suscité des discussions. En effet, pour certains élèves, la proposition "Pour tout réel x , on a $x^2+1 \geq 0$ " était considérée comme fausse car "si c'est supérieur, ce n'est pas supérieur ou égal". De même, ils disaient "Si $-1 < m < 0$ et $0 < m < 4$ " au lieu de "Si $-1 < m < 0$ ou $0 < m < 4$ ". L'exercice avait donc pour but de vérifier que les définitions, en logique mathématique, de "et", "ou" et "non" étaient assimilées. Les devoirs comportaient quelques erreurs, dont la correction n'a pas soulevé de contestation.

EXERCICE 5: Etude d'un texte publicitaire.

L'exercice s'est étalé sur 4 heures de math. Il a été réalisé en Juin, après les conseils de classe, sans la participation du professeur de français, en raison du peu de temps qui restait pour se concerter. De plus, il n'a pas été possible de partager la classe en deux groupes, ce qui a rendu les discussions assez lourdes et bruyantes. Certains élèves ont demandé beaucoup de définitions et les réponses sont venues facilement de la classe elle-même. Par contre, la recherche des éléments de démonstration a été très dirigée par le professeur, qui a conclu en proposant le schéma suivant (voir page 4).

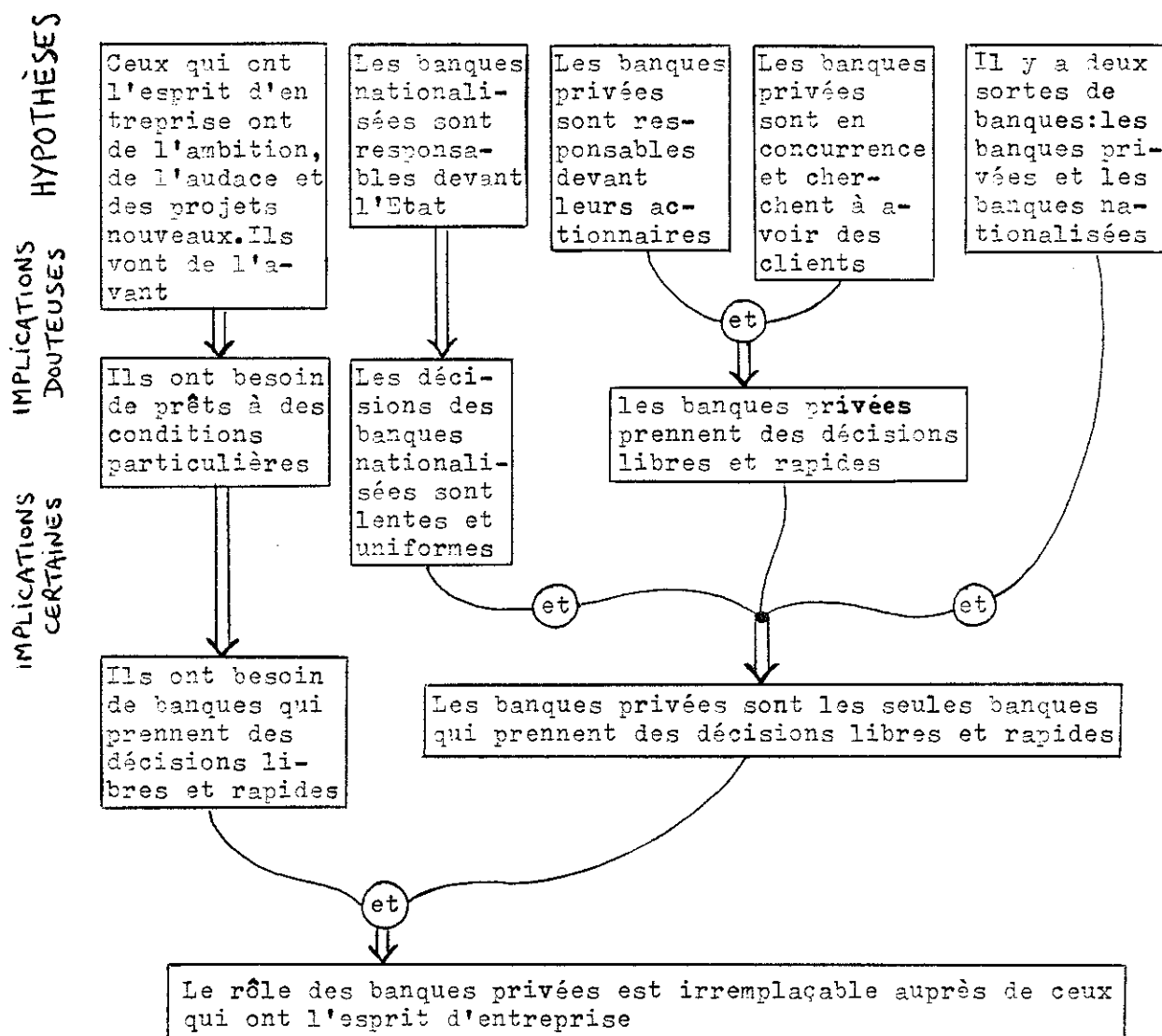
Ce schéma ne prend son sens qu'après une étude assez approfondie du texte. Ainsi, l'implication "Ceux qui ont l'esprit d'entreprise ont besoin de prêts à des conditions particulières $\implies$ Ceux qui ont l'esprit d'entreprise ont besoin de banques qui prennent des décisions libres et rapides" ne peut être considérée comme certaine que si on a expliqué un peu le genre de conditions particulières dont il s'agit: prêts de faveur rapidement consentis...

Cela dit, la réalisation de l'exercice a présenté plusieurs défauts:

1) La phase de recherche des implications logiques, et même celle du sens des mots, a été trop dirigée par le professeur. Il semble indispensable, à ce niveau, de faire deux groupes.

2) Le caractère pluridisciplinaire n'a pas été assez marqué, du fait de l'absence du professeur de français. Une étude du style de la publicité et de son but aurait eu évidemment sa place ici.

3) L'exercice aurait dû être fait plus tôt dans l'année. On aurait pu ainsi inciter les élèves à rechercher d'autres textes, pour leur faire subir le même traitement.



ANNEXE

EXERCICE 1: Les affirmations suivantes sont-elles pour vous des évidences, des définitions, des théorèmes ou des conventions?

(1) $1 + 3 = 2 + 2$

(2) $\frac{24}{9} = \frac{8}{3}$

(3) $\forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R} \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(4) $1 = 1$

(5) Dans le plan, par tout point A extérieur à une droite (D), on peut faire passer une droite et une seule, (Δ), parallèle à (D).

(6) Il n'existe pas de triangle ABC ayant deux angles droits.

(7) $1 + 0 = 1$

EXERCICE 2: En utilisant des exemples tirés de la vie courante, de l'expérience sensible, des mathématiques, des sciences, éventuellement de la psychologie, etc... répondre en quelques lignes aux questions suivantes:

- 1) Comment peut-on définir l'évidence? (cf. le dictionnaire)
- 2) A quoi se reconnaît une évidence? (examiner le problème dans les différents domaines possibles).
- 3) Le sentiment de l'évidence nous garantit-il d'une façon sûre contre l'erreur? Ne peut-il y avoir aussi de fausses évidences? Exemples? Pourquoi?
- 4) A quoi peut-on reconnaître les fausses évidences et les vraies évidences?
- 5) Les idées nouvelles les plus fécondes ont-elles toujours été admises comme des évidences^(*)? Exemples dans différents domaines.
- 6) Faut-il donner, selon vous, à la vérité, un autre fondement que l'évidence? Lequel proposeriez-vous (en tenant compte des différents domaines possibles auxquels il doit s'appliquer)?

(*) "La première évidence doit être repoussée; et penser, selon mon opinion, c'est toujours dans le premier moment faire non de la tête et même fermer les yeux à l'évidence" (Alain, Propos)

"Toute nouvelle vérité naît malgré l'évidence" (Bachelard)

Avant de faire l'exercice, relire attentivement la première règle de la Méthode de Descartes.

EXERCICE 3: On donne le texte suivant:

Résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'équation:

Sept x plus cinq, le tout multiplié par le carré de deux x auxquels on retranche cinq, moins neuf fois sept x plus cinq, le tout égale zéro.

Résoudre l'équation équivalent à résoudre:

Sept x plus cinq, le tout multiplié par la différence du carré de deux x auxquels on retranche cinq, d'une part, et de 9 d'autre part, le tout égale zéro.

Ce qui équivaut à:

Sept x plus cinq, le tout multiplié par deux x moins cinq plus trois, le tout multiplié par deux x moins cinq moins trois, le tout égale zéro.

Ce qui équivaut à:

Sept x plus cinq égalent zéro ou deux x moins huit égalent zéro ou deux x moins deux égalent zéro.

L'équation proposée a trois racines: moins cinq septièmes, quatre et un.

- 1°) Réécrire ce texte en utilisant les chiffres arabes et les symboles $+$, x , $=$ et $\mathbb{R}$.
- 2°) Réécrire ce texte en utilisant, en plus des symboles du 1°, le symbole logique $\iff$, et en donnant un nom, (E) , à l'équation.

EXERCICE 4: Soient les deux propositions suivantes:

p : "le réel x est un nombre premier"

q : "le réel x est un nombre impair"

Pour chacune des propositions suivantes, trouver une valeur de x pour laquelle la proposition est vraie:

p et q, non(p et q), p ou q, non(p ou q), non p et q, p et non q, non p ou q, p ou non q .

EXERCICE 5: Etude d'un texte publicitaire:

LE JOUR OÙ
TOUTES LES BANQUES PRENDRONT
LES MÊMES DECISIONS...

...VOUS POURREZ DIRE ADIEU
A L'ESPRIT D'ENTREPRISE.

Ce jour-là, s'il arrivait...c'en serait fait de la liberté et de la rapidité de décision que nous mettons au service de ceux qui vont de l'avant.

Le jour où il n'y aurait plus de banques en concurrence, il n'y aurait plus de recours possible. Vous devriez alors être prêts à mettre vos ambitions en sommeil et vos audaces en laisse.

Une banque privée est responsable devant ses actionnaires. Elle sait aussi prendre ses responsabilités pour aider ses clients. Dans leurs projets nouveaux comme dans la gestion de leur patrimoine.

Tout ce que l'existence des banques privées comme la nôtre vous garantit aujourd'hui.

X...Banque privée, notre rôle auprès de vous est irremplaçable, vous le savez.

I-Compréhension du texte:

- 1) Qui est désigné dans le texte par "vous" et par "nous"?
- 2) Y a-t-il plusieurs sortes de banques? Lesquelles?
- 3) Quelle transformation pourrait faire que, un jour, "toutes les banques prendraient les mêmes décisions"?

**INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES**

Tour 56 - 3^e étage
2, Place Jussieu
75005 PARIS

Tél. 336.25.25
Postes 53 83 à 53 86

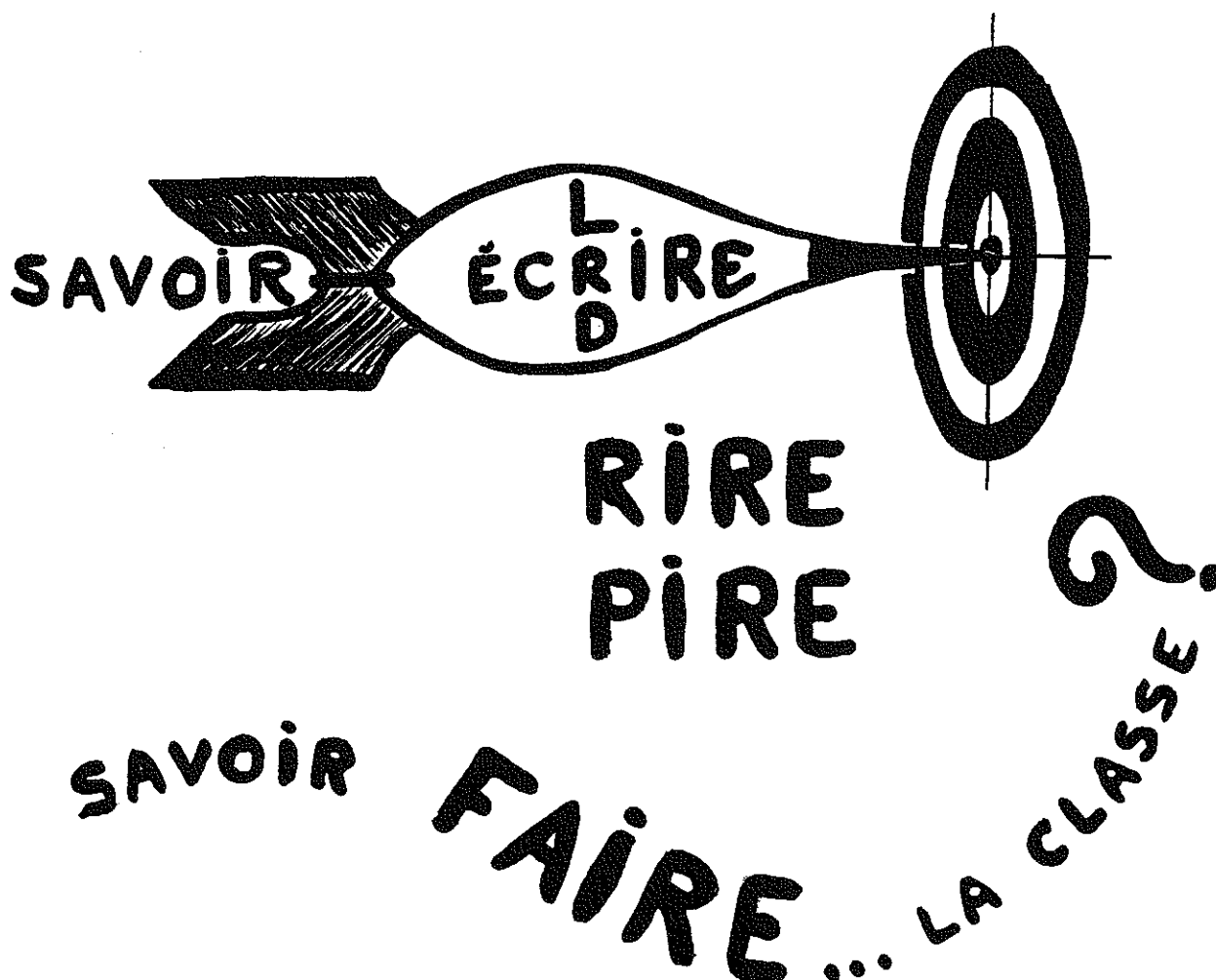
ORIGINE: M. DRUCKER . M^{me} ROUDEAU

CES Delalande 91200-ATHIS-MONS

CLASSES CONCERNÉES: Deux Cinquièmes de 31 et 33 é-
lèves.

Groupe Français-Mathématiques

§ § § § §



SAVOIR
POUVOIR

lire
écrire

?

DES EXERCICES: POURQUOI ?
COMMENT ?

-I-

A L'ORIGINE

Un après-midi d'interrogations communes nous avait amenés à débattre de la difficulté qu'éprouvent nos élèves à lire:

-tous les mots d'une phrase

-toutes les phrases d'un texte

(tous ceux, du moins, dont nous estimions que la non-lecture entraînait une modification du sens du texte).

Quelques situations vécues:

La lecture
en pointil-
lés

- "On ne peut pas le faire (un problème), il nous manque des renseignements!" (ils se trouvent deux lignes plus loin)

- "Je ne comprends pas, où sont les dix chiffres?" (même chose)

- "Ah! Il rentrait du bureau, j'avais pas vu!"

- "Qu'est-ce qu'on te demandait à la question précédente? Alors, tu ne peux rien en déduire?"

- "Quelle est la question posée? Tu as lu ce qui t'était demandé?"

Cette non-lecture est remarquablement courante pour les "petits mots": mais, alors, donc, ... Dans ce cas, l'oubli est-il dû à:

- la "taille" de ces mots, perdus parmi de plus importants, plus signifiants (sémantiquement ou affectivement): noms d'être ou d'objet, verbes d'action...? ⁽¹⁾

- une capacité qui n'a pas encore été actualisée, activée, puisque beaucoup de ces "petits mots" sont essentiels pour le maniement du raisonnement?

Cette lecture partielle nous semble se doubler d'un mauvais "stockage" de l'information:

Les "détails"
privilégiés

En lecture, l'enfant interrompu ne peut, souvent, rendre compte complètement de ce qu'il a lu. Des éléments importants de la situation sont oubliés. Ainsi, dans l'un des exemples évoqués plus haut, un homme d'affaires avait été transformé en enfant, sans doute par projection et, parce que d'autres éléments, notamment la fin, à suspense, avaient retenu l'attention.

IMPORTANT!
??????????

Cette erreur nous paraît devoir être rapprochée d'une autre difficulté rencontrée par l'enseignant: "Ils ne savent pas faire

.../...

un résumé". L'enfant à qui on dit de ne noter que l'important, l'essentiel pour le récit, par exemple, ne comprend pas, en effet. L'important, pour lui, c'est, le plus souvent, ce que l'adulte considère comme un détail.

INUTILE!

BAVARDAGE?

l'écriture-
jeu-de-piste

...et puis

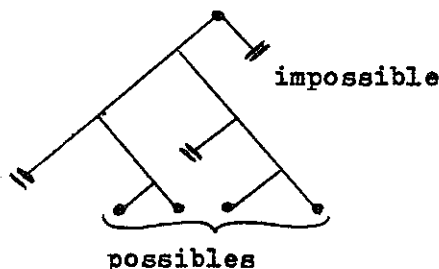
...et puis

...et puis

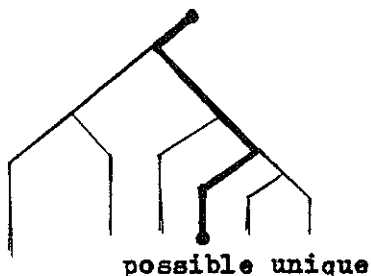
Quand il devient rédacteur, l'élève construit son récit au fur et à mesure: l'action est rythmée par des "puis"; pressé de "développer", il énumère tous les faits et gestes d'un personnage, même s'ils sont sans rapport avec le fil du récit. Là encore il saisit mal ce que peut être l'important. La fin reste imprévue (et parfois imprévisible): même dans les devoirs satisfaisants, les personnages surviennent sans être présentés, les lieux sont modifiés (Exemple: l'oncle campagnard que l'on recherche est retrouvé, sans explications, dans un immeuble parisien). Ce qui est mal perçu, c'est le texte en tant que construction: l'articulation chronologique disparaît dans le foisonnement des détails. Avant d'être écrit, le récit n'existe pas; après, il est le seul possible. Les choix accomplis, consciemment ou inconsciemment, ont disparu, et les éventuelles incohérences du texte sont gommées aux yeux du rédacteur.

L'habitude
du sens
unique

Il est significatif de constater les difficultés que les enfants ont à mener un raisonnement dichotomique. Ils sont capables d'énoncer le "ou bien..., ou bien" correspondant aux choix, mais ne peuvent comparer l'enchaînement des hypothèses dans deux chemins voisins. Au lieu de procéder ainsi:



ils font:



Ainsi, 2 élèves sur 30 seulement ont réussi un exercice de "cryptogramme mathématique" où on leur demandait de résoudre l'addition suivante:

S E N D
+ M O R E
M O N E Y

"C'est ça
qu'il fallait
trouver,
M'sieur?"

Bien qu'ils aient été guidés et stimulés à plusieurs reprises, ils énonçaient "S=8 ou 9", étudiaient le cas S=8, trouvaient une impossibilité et s'arrêtaient sans pouvoir affirmer: "Alors, ça veut dire que S=9".

Nous ne citerons que pour mémoire l'absence aberrante de "bon sens" des élèves, ce bon sens qui est la chose du monde la moins bien partagée dès qu'on pénètre dans un établissement scolaire, et la foi qu'ils ont acquise dans l'unicité de la BONNE RÉPONSE à toute question posée par l'institution-école à travers manuels et enseignants.

-II-

QUE POUVONS-
NOUS Y FAIRE?
a) Précaution
préliminaire
b) Hypothèses
et objectifs

Délaissant les constatations, nous nous sommes risqués dans les hypothèses.

Ce qui suit n'a nulle prétention scientifique: le déroulement, la procédure, le choix des items, tout enfin, prête à contestation.

A partir de nos remarques, deux voies s'ouvraient à nous:

1) Tenter d'amener nos élèves à une lecture plus "complète" des textes qui leur sont proposés. Nous avons choisi de les sensibiliser à la cohérence de ces textes. Nous voulions leur faire prendre conscience que le texte forme un tout, que chacun de ses éléments s'y justifie, comme dans un puzzle, par la place occupée dans l'ensemble, que, pas plus que dans un puzzle, on ne peut ajouter, supprimer ni déplacer un élément sans que l'ensemble s'en trouve modifié, voire rendu incohérent. Le matériau choisi, en raison du travail fait en français, en TD, au cours du premier trimestre, a été le récit. La cohérence se situait donc à deux niveaux:

-cohérence de la fiction (du raconté, de la diégèse)

-cohérence grammaticale du discours (le texte proféré).

L'une et l'autre sont beaucoup moins perçues par l'élève, en général (la tradition de l'explication est là, sensible) que le rapport texte-réalité. D'autre part, désirant opérer une rupture avec les habitudes, nous avons voulu donner la primauté à des manipulations-découvertes de l'élève, plutôt qu'au discours du professeur.

Une propédeu-
tique?
les jeux de
construction
autour des
textes.

L'abandon du
jargon mathé-
matique?

2) Chercher quel langage pourrait diminuer les effets de la "lecture en pointillés" et vérifier, notamment, l'efficacité respectue du langage mathématique et du parler "courant". (Pour aller

vite, disons: un langage qui utilise aussi peu que possible les raccourcis et les formules propres aux mathématiques).

Nous croyons (comme disent ceux qui jouent au PMU) que l'abandon (peut-être pas total: un vocabulaire propre est sans doute nécessaire) du formalisme mathématique, probablement structure beaucoup trop rigide du langage pour des enfants aussi jeunes, permettrait à beaucoup de collégiens de ne pas se trouver en situation d'échec. Le langage "courant" présente à nos yeux deux avantages:

- la redondance (diminuant les effets de la lecture en pointillés,

- et, corrélativement,

- la moindre "charge" sémantique de chaque mot (Exemple: "Tout élément de A est élément de B" = "Tous les éléments qui sont dans (l'ensemble) A sont aussi dans (l'ensemble) B").

c) Les exercices

Résumons: notre objectif était donc double:

- vérifier (ou, plus exactement, mettre en place une ébauche de vérification) des hypothèses, en tentant de préciser sur quels points prennent appui les élèves lors de leur lecture.

- les sensibiliser à une lecture plus attentive au fonctionnement interne des textes.

Conditions de travail

Quatre exercices (deux fois deux) ont été mis en place, en parallèle, dans deux classes de Cinquième: la 5^eE où M. Drucker est professeur de mathématiques, et la 5^eD où M^{me} Roudeau enseigne le français (on ne nous a pas accordé, cette année, de classe commune). Les autres enseignants de maths et de lettres qui exerçaient dans ces classes ont été mis au courant du travail et ont participé à sa présentation. Les emplois du temps ne nous ont pas permis de nous rendre visite et de vérifier, par conséquent, la similitude des démarches. Nous avons pu constater combien il était difficile de préparer ponctuellement un travail "commun" que n'était pas une expérience commune de la classe. La "correction", notamment, a sans doute été beaucoup moins fructueuse qu'elle ne l'aurait été, incluse dans un véritable travail d'équipe. Si le professeur de français des 5^eE connaissait la 5^eD, qu'elle avait eu l'an dernier comme élèves, la réciproque n'était pas vraie. L'équation à deux inconnues (l'autre classe, élèves et professeur, l'autre professeur de la classe) n'était pas facile à résoudre!

Déroulement

A-Exercices autour des textes:

Ils ont été réalisés en deux temps, afin de respecter une pro-

.../...

gression de la difficulté: un exercice de "phrase-pirate" d'abord, une reconstruction de texte ensuite.

PHRASE-PIRATE
(cf Annexe 1)

Durée: 1 heure en classe complète (20 à 40 mn de recherche selon les élèves. 20 mn de correction immédiate sous forme de discussion)

Il s'agissait pour les élèves de retrouver la phrase indûment rajoutée au texte et d'expliquer pourquoi, à leur avis, c'était là la phrase-pirate. Nous nous étions inspirés d'un jeu présenté dans "L'enfant à la découverte de sa langue maternelle" (Ed. Casterman, coll. E₃), ouvrage réalisé par un groupe d'enseignants travaillant depuis plusieurs années en équipe, et dont les préoccupations rejoignent les nôtres sur bien des points. Le terme même de "phrase-pirate" leur a été emprunté.

L'exercice n'a été fait qu'en 5^eD. Il n'a pas semblé poser de gros problèmes, a été reçu comme un jeu, avec plaisir. Le texte était extrait de "L'enfant tombé des étoiles", de Robert HEINLEIN, en liaison avec le thème étudié à ce moment-là en français.

Commentaires: La moitié de la classe a trouvé la phrase-pirate: "Le jardin, lui, était tout récent", pendant que 11 élèves choisissaient la phrase précédente ("Il fut un temps ... par un ascenseur poussif"). La fréquence de ce choix et la raison invoquée (contradiction entre la présence de l'ascenseur et celle de l'échelle pour monter au grenier) a d'ailleurs fait prendre conscience aux enseignants du manque de clarté dans la description: notre lecture n'avait pas été plus complète que celle des élèves!

La discussion et la lecture des copies ont fait nettement apparaître deux attitudes en face du texte:

- près de la moitié des élèves (13 sur 31) fait appel à l'expérience du réel dans sa justification et dénonce comme phrase-pirate celle qui lui paraît en contradiction avec cette expérience (Exemples: "Le jardin ne peut pas être récent car la maison est vieille, et on construit la maison sur le jardin", ou "On ne peut pas construire un terrain d'atterrissage sur le toit, la maison s'écroulerait")

- un tiers des élèves utilise la cohérence du texte (changement brusque de thème, contradiction avec la phrase précédente, information inutile).

- 6 élèves enfin juxtaposent les deux types d'arguments.

L'intérêt de l'exercice, outre l'attention dans la lecture qu'il implique, nous a semblé résider dans la discussion. Le genre du texte (science-fiction) a rendu difficile la position de ceux

qui affirmaient: "Ca n'existe pas". Ce qui n'a pas empêché chacun de rester sur ses positions (à propos du terrain d'atterrissage), mais le "Ca ne va pas avec le reste" est finalement apparu comme moins sujet à controverses (sans remporter, néanmoins, tous les suffrages). Nous n'irons pas jusqu'à dire que les élèves ont clairement perçu les deux approches du texte; il aurait fallu renouveler l'exercice un peu plus tard, afin de voir si les proportions se modifiaient, et aussi le pratiquer sur des énoncés mathématiques (projet non réalisé, faute de temps). Néanmoins, même utilisé ponctuellement, l'exercice nous a paru de nature à sensibiliser les élèves à l'économie du texte. Exemple: Léopold: "Je crois que cette phrase ne change rien dans le texte et cela ne nous intéresse pas. On peut l'enlever et le texte a quand même la même signification." (C'était faux: la phrase choisie était nécessaire pour comprendre la suivante, mais l'affirmation avait au moins le mérite de susciter la discussion).

Lors de la correction des copies, notre attention a porté sur un deuxième point: la construction de la justification. Sans doute à cause de l'injonction explicite du professeur, les mots-outils étaient beaucoup plus nombreux que d'habitude dans la classe: 19 élèves sur 31 avaient employé un terme explicitant une relation cause-conséquence. Mais les subordinations étaient fort rares, le "car" se taillant la part du lion (11). Le plus souvent, un point coupait incorrectement la phrase juste avant le "car" (ou le "parce que")⁽²⁾ aux deux parties de la question (Trouvez. Justifiez) correspondait une réponse en deux étapes, la liaison syntaxique n'étant visiblement pas perçue. Cela a été l'occasion, pour le professeur de français, de prendre à nouveau conscience de la "pauvreté" des devoirs en subordination dans cette classe "faible": au début de la 6^e, la classe n'employait jamais aucune subordination spontanément. Une étude systématique de la relative en 6^e, puis à nouveau en 5^e, avait entraîné l'apparition de quelques relatives dans les rédactions; mais les autres subordinations restaient inexistantes. L'exercice a agi comme révélateur d'un problème.

RECONSTRUCTION

DE TEXTE

(cf Annexe 2)

Durée: 1 heure en TD + travail à la maison en 5^eD

1 heure en TD + 1 heure en cours commun en 5^eE.

Objectif: Faire prendre conscience aux élèves des différents "possibles" ouverts à chaque moment du récit, et des contraintes qui les régissent.

Principe de l'exercice: 4 histoires, imaginées par les enseignants, se croisant en certains points, avaient été mêlées dans un tableau afin de privilégier aussi peu que possible un ordre de lecture. En choisissant dans les phrases proposées, les élèves devaient reconstituer un récit reliant de façon cohérente la phrase: "Depuis deux mois, chaque matin elle poussait la porte, et regardait la route à l'est puis à l'ouest" à la phrase: "Il remplit son bol de café". Il leur était demandé d'indiquer à chaque étape les autres (tout au moins certains des autres) choix possibles, en notant le numéro des phrases correspondantes.

Réactions des élèves:

-Intérêt dans un premier temps, mais l'exercice a paru long, la lassitude s'est installée avant la fin. Cela est particulièrement sensible en 5^eD: le début du récit est élaboré à peu près logiquement, les ruptures se multiplient dans la seconde moitié du texte (le même phénomène a été observé dans les exercices de mathématiques).

-Le but de l'exercice est souvent oublié; il faut que l'enseignant le rappelle plusieurs fois au cours de l'heure. Aucun élève n'a pensé à "remonter" le cours du récit et à travailler en partant de la fin.

Deuxième oubli fréquent: dans les deux classes, la question concernant les autres suites possibles; les élèves ont eu du mal à comprendre puis ils ont, la plupart du temps, construit une histoire et rajouté après coup, pour respecter la consigne, les autres suites, sans avoir vraiment conscience, semble-t-il, des bifurcations éventuelles des récits. L'exercice, sur ce point, paraît moins efficace qu'un exercice précédemment pratiqué dans une autre Cinquième: suites imaginées pour un récit, schématisées sous la forme d'un arbre.

La correction a confirmé certaines des hypothèses de départ:

a) les phrases sont alignées en fonction de certains éléments privilégiés (personnages, actions, décors); par contre les mots-outils sont le plus souvent ignorés. Exemple: à la lecture du tableau les élèves remarquent la présence de deux phrases ne différant que par un "mais" (phrases 9 et 13). Ils emploient pourtant indifféremment l'une ou l'autre ("Comme d'habitude, la route semblait déserte. Mais jamais il n'était resté aussi longtemps dehors").

Sont très souvent ignorés aussi la forme restrictive "ne ... pas moins", et surtout le "alors" (la nécessité d'un point de référence précis dans le temps n'est pas ressentie). Exemple: "Depuis deux

mois, chaque matin, elle poussait la porte et regardait à l'est puis à l'ouest. Elle guettait le laitier. Elle s'enveloppa alors étroitement dans son châle."

Une hypothèse: Cela ne rejoindrait-il pas l'emploi abusif de "puis" dans les devoirs? La valeur sémantique du mot est gommée, il devient une simple "pause" dans le récit, l'équivalent d'une ponctuation. Sans doute serait-il bon de prévoir des exercices mettant systématiquement en parallèle des phrases qui ne diffèrent que par un de ces mots (résolution d'énigmes parallèles, par exemple) afin de mieux en faire percevoir la charge sémantique.

c) Cet exercice a également mis en évidence deux particularités de la lecture/écriture des élèves. L'une d'elles se retrouve fréquemment dans les devoirs; il s'agit de l'emploi ambigu des substituts "il", "elle", "cette", ... "Il" renvoie, non au dernier mot masculin cité, mais à un terme écrit plusieurs lignes plus haut. D'autres mots masculins ont été employés depuis, mais l'élève n'a pas conscience de l'ambiguïté ainsi introduite dans le texte. Or, dans les récits reconstitués, nous avons pu constater une inversion dans la succession de certaines phrases. Un exemple extrême (Philippe): "Elle guettait le laitier. Comme d'habitude la route semblait déserte. Quand passerait-il? En passant devant chez Mathurin, le voisin, elle heurta le bidon de lait qui se répandit sur le sol. Elle soupira. Pourvu que son mari qui était malade ne se réveille pas avant son passage. Il n'y en avait plus une goutte dans la maison." Très souvent, comme ici, cette inversion est liée à l'emploi des substituts, le sens étant clair dans l'esprit de l'élève, il n'éprouve pas le besoin de rapprocher substitut-référent et d'ordonner l'information. Mais cette inversion se retrouve aussi dans les devoirs, en dehors de l'emploi des substituts: Stéphanie:

"Alphonse n'aimait pas les chats et il aimait encore moins l'odeur du lait: le café était la seule boisson qu'il supportait. Le médecin avait bien insisté sur ce point, il lui fallait absolument un bol de lait tous les matins. Mais elle savait bien qu'il n'en ferait qu'à sa tête. Elle n'en continuait pas moins à déposer dans la cuisine le bol de lait qui lui était destiné. Le lait, disait-il, était une boisson malsaine. Il remplit son bol de café."

Il semble-ce n'est qu'une hypothèse- que l'élève, construisant le récit, ait choisi les phrases en fonction de l'opposition café/lait et des informations nécessaires pour comprendre le point d'aboutissement: on lui offre du lait, il prend du café; sans qu'elle ait perçu les rapports cause-conséquence que peut impliquer la succes-

sion des phrases.

ON A DONC

A. refuse le lait, il n'aime que le café.

Le médecin ordonne du lait

Elle ne se fait pas d'illusions (mais) elle lui donne du lait.

Justification du refus.

Il prend du café.

AU LIEU DE (par exemple)

A. refuse le lait, il n'aime que le café.

(Pourtant) elle lui donne du lait

(En effet) le médecin ordonne le lait.

(Mais) elle ne se fait pas d'illusions

(car) réitération du refus.

Il prend du café.

Dans l'un et l'autre cas il nous a semblé (là aussi avec toutes les précautions possibles) que la succession des phrases du récit était perçue comme simple addition (avec, éventuellement, possibilité de commutation) d'informations, sans ordre strict, sinon chronologique. Comment faire percevoir aux élèves la syntaxe du texte? Etant donnée l'abondance des phrases proposées, l'exercice, s'il a permis de mieux cerner ces problèmes, n'a guère aidé à les résoudre.

Nous avons envisagé deux exercices plus ponctuels (non réalisés) qui permettraient (peut-être) de souligner les relations logiques impliquées par la succession dans le récit, et la grammaire du texte: texte à trou(s) dans lequel les élèves auraient à replacer des phrases données dans un premier temps, à écrire ensuite. L'exercice choisi, en effet, semblait demander une vision trop synthétique pour des élèves de cet âge. Le même exercice, plus ouvert, fait précédemment en 5^eD (seules la première et la dernière phrase étaient données, les élèves ayant à construire de toutes pièces le récit intermédiaire) avait suscité un intérêt plus vif et permis de meilleurs résultats à certains. Ceux qui avaient rencontré le

plus de difficultés étant les plus "faibles", nous avons envisagé un exercice plus directif, qui nous paraissait plus facile; l'expérience nous a montré qu'il était, finalement, plus complexe que le premier.

Exercices
sur le lan-
gage mathé-
matique
(cf Annexe
3, a et b)

Durée: 1 heure en classe complète pour chaque exercice, le premier (langage "courant") a été présenté par les professeurs de français et fait par eux en même temps que les élèves, ... ce qui a permis de constater que certains des problèmes rencontrés étaient communs.

Principe de l'exercice: Nous nous sommes servis, là aussi, d'un exercice déjà réalisé, dans le cadre du groupe IREM (cf rapport n°7). Les élèves ont d'abord répondu aux questions posées en langage courant, afin qu'un phénomène d'apprentissage ne puisse jouer dans ce sens (nous pensions a priori que les bonnes réponses seraient plus nombreuses dans ce cas).

Il serait discutable de comparer les performances des deux classes: les méthodes pédagogiques (?), tant en maths qu'en lettres sont totalement différentes. Par contre, on peut noter, entre la première et la seconde de ces épreuves une différence de réussite comparable: l'exercice en langage courant, fait le premier, et présenté par les professeurs de français, a donné de meilleurs résultats (voir Tableaux, Annexe 3c). Ce net décalage en faveur d'un langage plus "naturel" nous semble être un "commencement d'une esquisse de possible confirmation" de notre hypothèse.

Conséquences: Les professeurs de mathématiques devraient choisir:

ou bien: ils enseignent les mathématiques et le langage mathématique, sans tenir compte des acquis (ou des lacunes) des élèves en ce qui concerne les structures linguistiques.

ou bien: ils se servent du français utilisé par les enfants (ce qui ne veut pas dire admettre n'importe quoi) pour décrire les situations mathématiques rencontrées, et ils permettent aux élèves,

.../...

à travers ces rencontres, d'améliorer leur langage pour mieux décrire et pour mieux comprendre les structures.

Dans la mesure où l'enseignement des lettres se modifie pour prendre en compte les acquis des enfants, il nous semble contradictoire d'imposer aux élèves des formes de langage trop rigides et non motivées lors de leur apprentissage des mathématiques.

NOTES

(1) Voir à ce propos le compte-rendu de la conférence de J.

RICHAUDEAU dans le supplément au n°42 du "Français aujourd'hui".

(2) Ce type de ponctuation est très utilisé dans les phrases publicitaires des affiches que nos élèves côtoient tous les jours (B.P.)

ANNEXE 1

Une phrase a été ajoutée au texte suivant. A vous de la retrouver.

Vous la soulignerez et justifierez votre choix.

La maison des Stuart était très ancienne. Elle comprenait un vrai grenier auquel on accédait par une échelle et une trappe. Il fut un temps où il y avait eu un véritable escalier mais il avait été supprimé lors de la construction d'un terrain d'atterrissage sur le toit et l'espace qu'il occupait fut rempli par un ascenseur poussif. Le jardin, lui, était tout récent.

Le grenier était toujours là. C'était même le seul endroit où John Thomas fût vraiment tranquille. Sa mère venait de temps en temps mettre de l'ordre dans sa chambre bien que ce fût à lui de la faire et qu'il ne demandât pas mieux. Tout pouvait arriver quand maman mettait de l'ordre. Des papiers se perdaient, étaient détruits, voire même lus. Maman estimait qu'il ne devait pas y avoir de secrets entre parents et enfants.

Lorsqu'il désirait conserver quelque chose pour lui seul, il le rangeait dans le grenier. Maman n'y allait jamais, les échelles lui donnaient le vertige. Il y avait là-haut une minuscule chambre, sans air et extrêmement sale, qui lui servait de tout: quelques années auparavant il y avait élevé des serpents, il y conservait une collection de ces livres que tout enfant lit sans vouloir pour autant en discuter avec ses parents; il y avait même un téléphone qu'il s'était amusé à brancher sur le vidéophone de sa chambre. Il l'avait muni d'une lampe d'alarme qui s'allumait dès qu'une personne cherchait à écouter d'un autre appareil de la maison.

Robert HEINLEIN

ANNEXE 2

En utilisant certaines des phrases de la liste ci-dessous, vous construirez un récit qui puisse relier de façon aussi cohérente que possible la phrase A, phrase de départ, à la phrase B, qui ter-

.../...

.../...

minera obligatoirement votre texte.

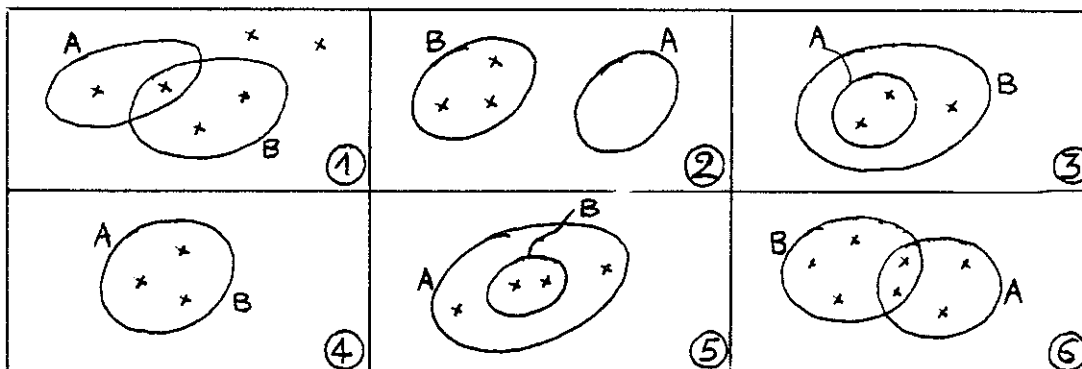
(A chaque moment de votre récit plusieurs suites sont possibles; vous indiquerez le numéro des suites possibles que vous avez laissées de côté. Exemple: Après la phrase 23, je pourrais trouver les phrases 24, 27, 19, 29 (ce n'est qu'un exemple, cela dépend de ce qui précède). J'écris: "Mais ce jour-là n'était pas un jour comme les autres." Suites possibles: 24, 27, 19, 29, ... Suite choisie: 19: "Lui qui ne l'avait jamais quittée semblait l'avoir oubliée complètement." Suites possibles: 8, 9, ...)

PHRASE A: Depuis deux mois, chaque matin, elle poussait la porte et regardait la route, à l'est puis à l'ouest.

PHRASE B: Il remplit son bol de café.

- 1) En passant devant chez Mathurin, le voisin, elle heurta le bidon de lait qui se répandit sur le sol.
- 2) Tous les matins, la scène se répétait, identique; il s'asseyait et tapait sur la table pour qu'elle lui passe la cafetière.
- 3) Il n'y en avait plus une goutte dans la maison.
- 4) Mais elle savait bien qu'il n'en ferait qu'à sa tête.
- 5) Le médecin avait bien insisté sur ce point: il lui fallait absolument un bol de lait tous les matins.
- 6) Il lui avait pourtant juré qu'il n'était pour rien dans cette disparition.
- 7) Pourvu que son mari, qui était malade, ne se réveille pas avant son passage!
- 8) A ce moment-là, un bruit, tout proche, la fit sursauter: il entra dans la cuisine.
- 9) Jamais il n'était resté si longtemps dehors.
- 10) Que dirait-elle à son mari lorsqu'il lui demanderait du lait pour son petit déjeuner?
- 11) Rosette semblait nerveuse; elle profita d'un instant d'inattention pour prendre la clef des champs.
- 12) S'il rentrait maintenant, se demanda-t-elle, qu'aimerait-il trouver ici?
- 13) Mais jamais il n'était resté aussi longtemps dehors.
- 14) Il était déjà revenu ainsi trois fois au petit matin.
- 15) Le lait, disait-il, était une boisson malsaine.
- 16) Elle n'en continuait pas moins à déposer dans la cuisine le bol de lait qui lui était destiné.
- 17) Elle s'enveloppa alors étroitement dans son châle et s'adossa à la barrière de Mathurin.
- 18) Il demande s'il y a du lait.
- 19) Lui qui ne l'avait jamais quittée semblait l'avoir oubliée complètement.
- 20) Elle espérait toujours voir Alphonse.
- 21) Dans sa tête, comme dans un rêve, elle le voit rentrer dans la cuisine, il s'assoit.
- 22) Alphonse n'aimait pas les chats et il aimait encore moins l'odeur du lait: le café était la seule boisson qu'il supportait.
- 23) Mais ce jour-là n'était pas un jour comme les autres.
- 24) Elle guettait son chat.
- 25) Quand passerait-il?
- 26) Elle tapait alors sur Rosette, sa vache favorite, et lui faisait traverser la voie.
- 27) Elle soupira.
- 28) Comme d'habitude, la route semblait déserte.
- 29) Elle guettait le laitier.
- 30) A huit heures juste, comme d'habitude, il fit son entrée.

.../...

ANNEXE 3Annexe 3a: Classe de 5^eD.

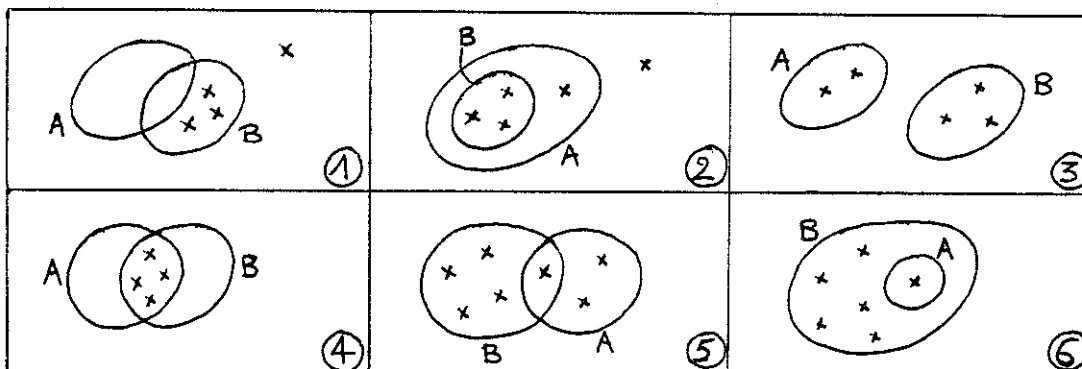
Regarde ces dessins. Parmi les phrases ci-dessous certaines décrivent une propriété d'un ou plusieurs de ces dessins, d'autres pas. Si la phrase x peut s'utiliser en parlant du dessin n, coche au crayon la case (x,n) du tableau ci-après.

- Regarde tous les éléments qui sont dans B, ils sont aussi dans A.
- Il n'y a aucun des éléments de A qui soit aussi un élément de B.
- Certains éléments, un ou plusieurs, qui sont dans A sont aussi dans B.
- Parmi les éléments de A, il y en a au moins un qui n'est pas élément de B.
- Il n'y a pas un seul élément de B qui soit un élément de A.
- Chacun des éléments de A est un élément de B.
- Parmi les éléments de B il y en a un ou plusieurs qui sont éléments de A.
- Les éléments qui sont dans B sont aussi dans A.
- Les ensembles A et B n'ont pas d'éléments communs.
- Dans A on retrouve tous les éléments de B.
- Si on trouve un élément qui n'est pas dans B, alors il n'est pas non plus dans A.
- Parmi les éléments de A il y en a au moins un qui n'est pas un élément de B.

FIGURE PHRASE	1	2	3	4	5	6
a						
b						
c						
d						
e						
f						
g						
h						
i						
j						
k						
l						

Annexe 3b: Classe de 5^eE.

(Mêmes consignes et même tableau qu'à l'Annexe 3a, mais avec les figures et les phrases ci-dessous)



- Tout élément de B est élément de A.
- A et B sont disjoints.
- Il y a au moins un élément de A qui est élément de B.
- Il y a au moins un élément de B qui n'est pas élément de A.
- Aucun élément de B n'est élément de A.
- Tout élément de A n'est pas élément de B.
- Il y a au moins un élément de B qui est élément de A.
- Tout élément de A est élément de B.
- Tous les éléments qui ne sont pas dans A ne sont pas dans B, et tous les éléments qui ne sont pas dans B ne sont pas dans A.
- Il existe un élément de B qui n'est pas élément de A.
- Si x est élément de A, alors x est élément de B.
- Tout élément de A n'est pas élément de B.

Annexe 3c:

a) Résultats des deux classes pour l'exercice précédent:

Légende:

2	4
6	5

 signifie: Cette réponse est fausse; 2 élèves de 5^eD et 4 élèves de 5^eE l'ont comptée comme bonne.

6	5
---	---

 signifie: Cette réponse est bonne; 6 élèves de 5^eD et 5 élèves de 5^eE l'ont comptée comme fausse.

figure phrase	1	2	3	4	5	6
a		1	1	0	1	2
b		0	1			
c	0	1	0	7	0	1
d	0	4	2	1	3	5
e		0	1	1		
f		1	7	7	4	1
g	1	4	0	5	0	3
h		2	7	3	10	3
i		0	3	1	1	1
j		1	4	0	2	
k	5	15	30	25		
l	5	19	21	1	21	21

INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Tour 56 - 3^e étage
2, Place Jussieu
75005 PARIS

Tél. 336.25.25
Postes 53 83 à 53 86

Groupe Français-Mathématiques

§ § § § §

ORIGINE: M^{me} FREYSS. M^{me} CHOCHAN.

CES Politzer 93100-MONTREUIL.

CLASSE CONCERNÉE: Une Cinquième de 22 élèves,
vivante, hétérogène, aimant la discussion,
acceptant volontiers un travail de recherche.

OBJECTIF: Partir d'une situation connue de tous
...et voir.

L'Amoco Cadiz. Lecture et documents.

DURÉE: Environ trois semaines.

Joly Denis

Laurent Cloreno.



MATHÉMATIQUES

Maree Noire

SUJET : des sources différentes donnent des
renseignements différents

Reactions des Gens et leur aide

d'après le Canard Enchaîné.

(sic)

LE PLAN A LA DÉRIVE



Tout le monde à la pelle.

On en est à pousser le sable de surface à l'abri, sur les plages chics du Léon. On le remettra en place après la grande marée noire. Le mazout sera en dessous, infiltré dans les couches profondes Et les touristes pourront bronzer  proprement devant une mer morte.



...etc. .../...

Les débuts de notre équipe:

Notre travail en français-mathématique a débuté à la rentrée 1977 en 6^e et en 5^e.

-Une assez longue période d'observation: observation des élèves, observation du travail de chacun de nous.

-Hésitation à commencer...Le problème de la connaissance se trouve souvent posé, dans les deux sens:

.le professeur de français, ignorant les maths, ne voit pas les problèmes qui se posent aux élèves.

.le professeur de math ne veut pas imposer des maths au cours de français.

-Tentatives de liaison sur des travaux ponctuels et limités.

A part quelques renseignements de combinatoire, donnés par le professeur de math à propos du nombre de phrases pouvant se construire avec un nombre donné de mots, à part une aide du professeur de français pour lire et étudier un énoncé compliqué du manuel de 5^e sur la division, et quelques points fugitifs, l'accrochage apparaît difficile, artificiel et sans perspectives.

Les mois passent...Nous essayons d'y voir plus clair. Voici quelques bribes de réflexion:

M^{me} Freyss (après avoir assisté à un cours de math sur les applications):

Il me semble difficile de rattacher cela à des exercices de français. Comment "s'en servir en français.(...)"

En math, la plupart des choses ne font pas partie de la vie des élèves.

En français, en réalité, est-ce bien différent?

On essaie d'être proche de la vie quotidienne, on parle par exemple de ce qu'ils aiment: les sports, les animaux; de ce qu'ils connaissent: leur quartier, etc.; mais quand tout cela entre en classe, cela devient un objet d'étude, et -ni plus ni moins- étranger.

M^{me} Chouhan:

C'est certain...L'étude d'un objet n'est plus la vie, c'est une abstraction

M^{me} Freyss:

Dans cette liaison français-math, s'agit-il de calquer des exercices d'une discipline sur l'autre?

M^{me} Chouhan:

Non; il paraît plus riche de tirer parti, en nous aidant mutuellement, de la façon propre qu'à chaque discipline d'aborder une question.

L'expérience.1) Point de départ:

Le 16 Mars 1978 a eu lieu l'échouage du pétrolier géant "Amoco Cadiz".

Le professeur de math, très sensibilisé aux problèmes de la mer et de la Bretagne, a senti dès le début une mine extraordinaire de travaux nombreux pouvant intéresser les élèves. Toutes les disciplines pouvaient être concernées, et notamment les maths et le français.

L'événement parvenant à la classe par l'intermédiaire des journaux, de la radio, de la télévision, il nous semblait qu'il était intéressant d'introduire par ce biais la presse en classe, et peut-être d'amener une réflexion sur l'information elle-même.

Comment avec les maths, le français, au travers de la catastrophe, arriver à la lecture, la compréhension, la critique de l'information? Projet ambitieux!

Enfin, en choisissant ce thème, l'actualité la plus immédiate, suivie de son déroulement au jour le jour, pénétrait dans la classe. A l'école on parlait de la même chose que dans les journaux, à la radio, à la télé!...

2) le déroulement:

Le lendemain de l'accident, le professeur de math en parle aux élèves, leur propose de rassembler des documents. A la séance suivante, ils ont tous des coupures de journaux variés et même des enregistrements d'émissions.

Nous: Que va-t-on faire de tous ces matériaux?

Comment s'y prendre pour les utiliser?

Comment va-t-on choisir les sujets à traiter? Quels sujets?

Les élèves vont-ils tout lire (???), pour avoir une vue d'ensemble, et ensuite trouver un thème?

Faut-il leur sélectionner nous-mêmes quelques articles?

En français, on arrive assez facilement à délimiter certains thèmes; tout est possible. En maths, les sujets pouvant avoir une dimension mathématique sont plus difficiles à cerner.

Les élèves: Cependant, assez vite des équipes se constituent autour d'un sujet.

.../...

Au cours des séances suivantes, en maths comme en français, les équipes essaient de faire circuler les documents, les parcourant plus ou moins vite. Certains mots, certains titres attirent les élèves; ils s'y attardent.

Très vite -trop vite- ils désirent titrer leur travail, rédiger, c'est-à-dire écrire et recopier, sans toujours savoir au juste ce qu'ils vont mettre par écrit.

Aide des
professeurs
aux élèves

Le professeur de math leur demande alors de sélectionner leurs informations, en vue de travailler sur les nombres.

Il va les aider vraiment, à partir de leur sujet, à préparer certains tableaux (cf. Annexe 1) pour pouvoir stocker leurs in-
(cf. Annexe 2) formations. Seule contrainte: le nombre. Sujets absolument libres.

En français, on consacre une séance à la lecture approfondie d'un seul article par équipe, avec explication de mots, recherche et prise en note des idées intéressantes le thème choisi.

Une autre séance sera occupée par une recherche plus systématique de vocabulaire dans plusieurs articles: mots et images désignant l'accident, le pétrole, les sentiments de la population, etc.

Chaque élève écrira un petit poème sur la marée noire (cf. Annexe 3). Le travail est repris pendant deux ou trois séances, après les vacances de Printemps. La plupart des équipes rendent finalement un dossier.

3) Quelques remarques s'imposent, sur ce travail fait en même temps en maths et en français, plus qu'en véritable liaison français-maths.

a) Il semble bien que l'abondance des documents ait submergé les élèves. Chaque équipe n'en a utilisé qu'une petite partie, et ils n'ont pas circulé complètement.

b) Malgré les efforts d'explication, bon nombre de difficultés de lecture n'ont pas été aplanies. Le style, la présentation journalistiques n'ont pas

.../...

toujours été compris. C'est ainsi qu'une élève découvrait, après plusieurs séances, qu'il y avait plusieurs articles différents dans une même page de journal. Ainsi, le travail a trop souvent consisté à recopier des extraits d'articles, sans les avoir repensés.

c) Nous n'avons pas abouti (ou très peu) à une réflexion sur l'information. Une seule équipe a senti dès le début l'intérêt de comparer des informations d'origines différentes. Elle aura voulu se tenir à ce travail et elle aura finalement ressenti un sentiment d'échec en n'y parvenant pas. Cependant une autre équipe a été amenée à constater que les nombres donnés différaient d'un journal à l'autre. A travers l'examen de certains pourcentages, elle a découvert les erreurs (sinon les mensonges) sous le masque de données chiffrées apparemment indiscutables et "vraies".

d) Les réponses à un questionnaire de bilan proposé aux élèves font, malgré tout, ressortir le très grand intérêt qu'a suscité ce travail, aussi bien en français qu'en mathématiques. Même si, vers la fin, une certaine lassitude s'est manifestée, ce travail les a en général passionnés.

Au début, il y a eu une véritable "chasse à l'information", et une course pour rapporter de nouveaux documents en classe. La progression de la catastrophe a été suivie avec fièvre, et la participation des professeurs à la même recherche les a stimulés. "Dès qu'il y avait trois jours de repos, Madame Chouchan allait en Bretagne pour nous rapporter des renseignements", dit un élève. "On a eu la possibilité de confronter nos idées à celles des autres", dit un autre.

Et aussi: "J'ai pu me faire une opinion personnelle"

"J'en ai plus appris par moi qu'à la télé"

"On s'occupait bien de ce travail et on comprenait ce qu'on faisait"

Enfin, surtout, il semble que ce travail qui "traitait de tout" les sortait de leur "train-train" quotidien, et qu'il leur "permettait de parler de la vie actuelle à l'école".

§ § § § § § § § § § § § § § § §

.../...

ANNEXE 1

HEURES DES MARÉES								
Jeudi 20 avril 78 - Coefficient 65-71								
PORTS	PLEINE MER				BASSE MER			
	Heure	Haut.	Heure	Haut.	Heure	Haut.	Heure	Haut.
St-CAST.....	8.01	18.55	18.22	18.78	-	-	12.17	3.12
LE LÉGUÉ.....	7.54	8.85	18.15	8.88	-	-	12.28	2.82
BREHAT (Mém.)...	7.52	8.47	18.13	8.82	-	-	12.32	2.18
TRÉGUIER.....	7.21	8.48	17.42	8.55	11.41	2.13	-	-
TRÉBURNEN.....	7.11	7.38	17.32	8.10	11.28	2.30	23.48	2.15
CARANTEC, LOCOFFEC	7.08	7.88	17.28	8.88	11.26	2.30	23.47	2.15
ROSCOFF.....	6.57	7.78	17.18	7.85	11.26	2.28	23.47	2.18
ILE DE BATZ.....	6.54	7.75	17.15	7.88	11.24	2.38	23.46	2.15
ABERWRACH.....	6.28	7.81	16.48	7.18	10.51	2.85	23.12	1.98
OUSSANT.....	5.57	8.52	16.18	8.87	10.22	2.18	22.43	1.88
LE CONQUET.....	5.58	8.45	16.17	8.88	10.19	2.33	22.48	2.18
BREST.....	4.51	8.46	16.22	8.88	10.18	2.18	22.48	1.88
CAMARET.....	3.58	8.57	16.18	8.12	10.08	1.88	22.38	1.78
DOUARNENEZ.....	3.51	8.78	16.12	8.83	10.18	1.78	22.31	1.55
ILE DE SEIN.....	3.53	8.47	16.14	8.82	10.12	1.53	22.33	1.38
PENMARCHE.....	3.28	4.18	16.28	4.36	9.48	1.15	22.08	1.08
AUDIERNE.....	3.23	4.28	16.22	4.38	9.41	1.23	22.02	1.08
LOCTUDY.....	3.08	4.14	16.28	4.28	9.47	1.18	22.08	1.03
CONCARNEAU.....	3.48	4.14	16.28	4.28	9.48	1.13	22.08	0.98
LORIENT.....	3.32	4.48	16.21	4.88	9.58	1.18	22.11	0.95
PORT-TUDY.....	3.34	4.28	16.23	4.35	9.45	1.38	22.06	1.18
PORT-LOUIS.....	3.43	4.25	16.23	4.35	9.54	1.18	22.15	0.95
PORT-HALIGUEN.....	3.31	4.44	16.48	4.58	9.54	1.28	22.15	1.08

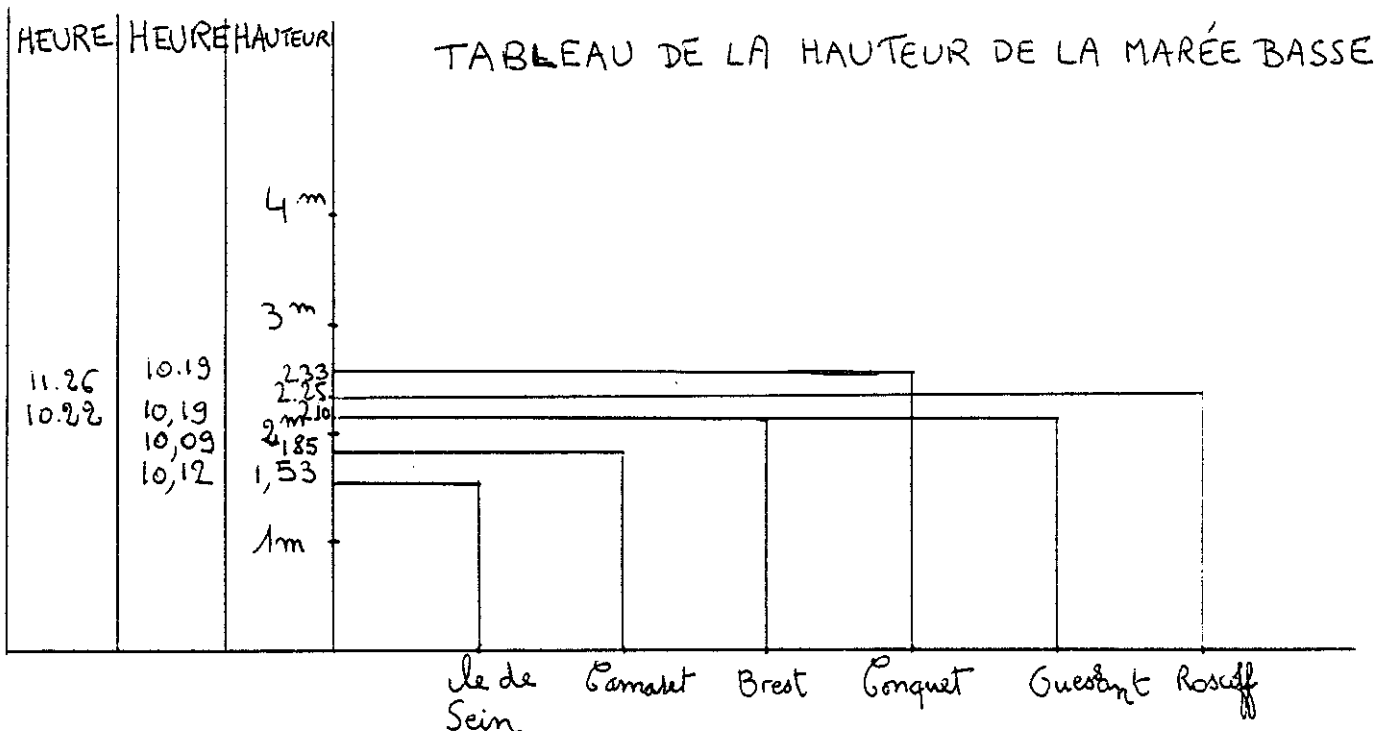
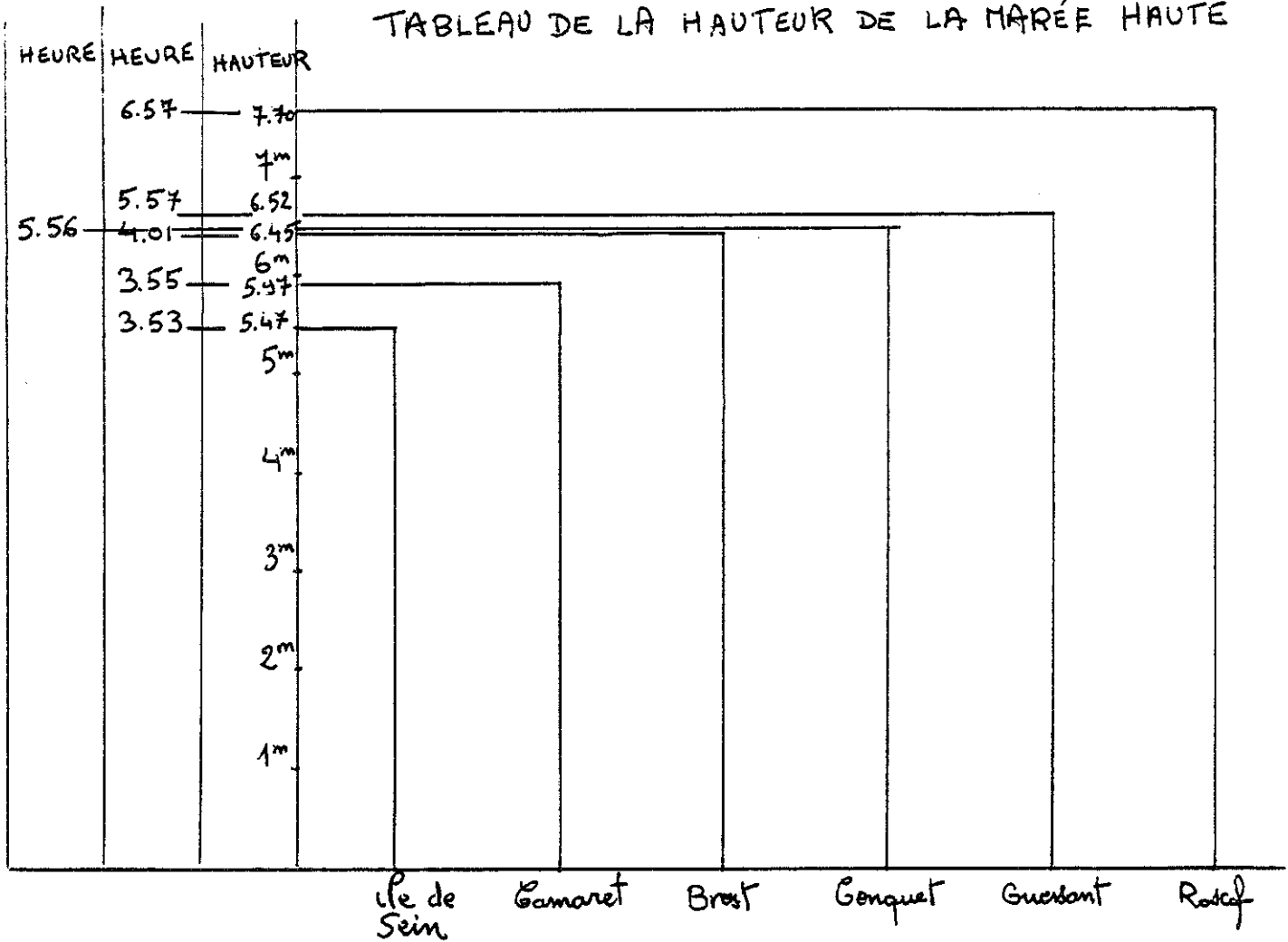


TABLEAU DE LA HAUTEUR DE LA MARÉE HAUTE

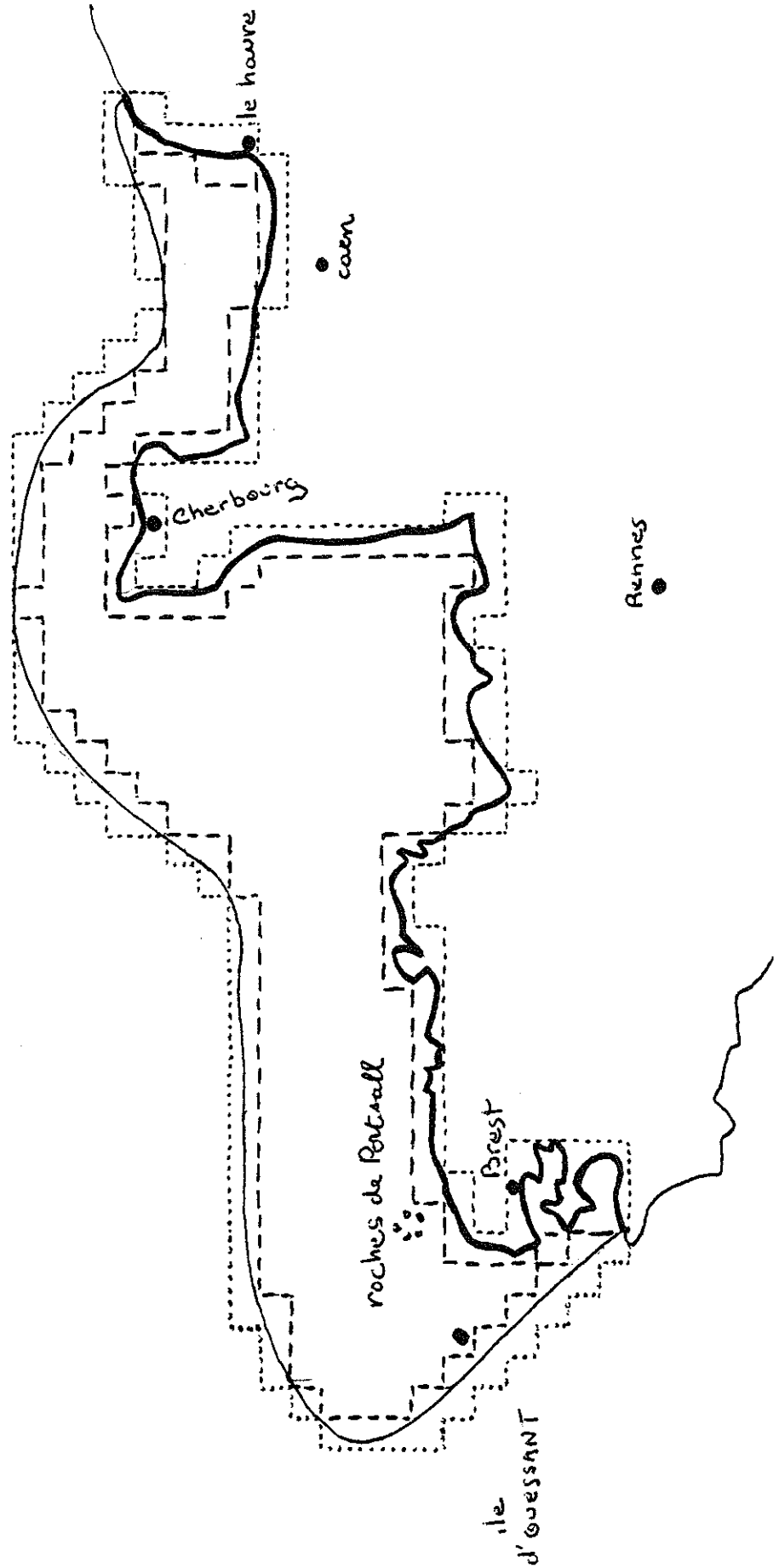


Marée Haute le: Jeudi 20 Avril 1978

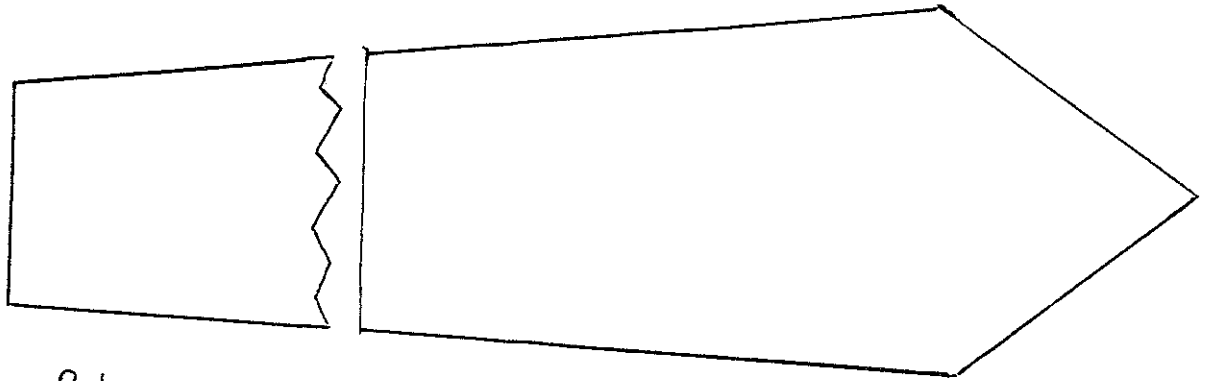
Légende :

- approche la plus petite de la surface de la nappe de pétrole
- approche la plus grande.
- limite de la nappe de pétrole
- côte polluée.

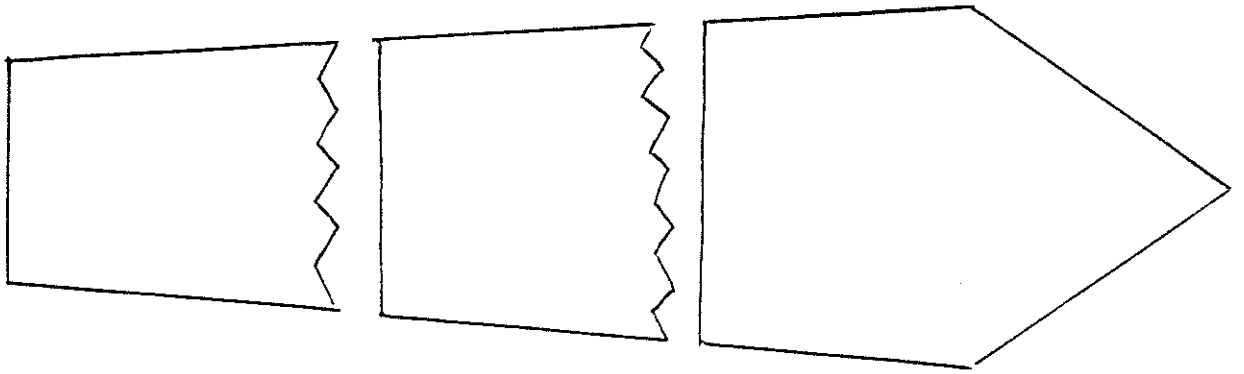
échelle : 1 millimètre pour 2 Km.



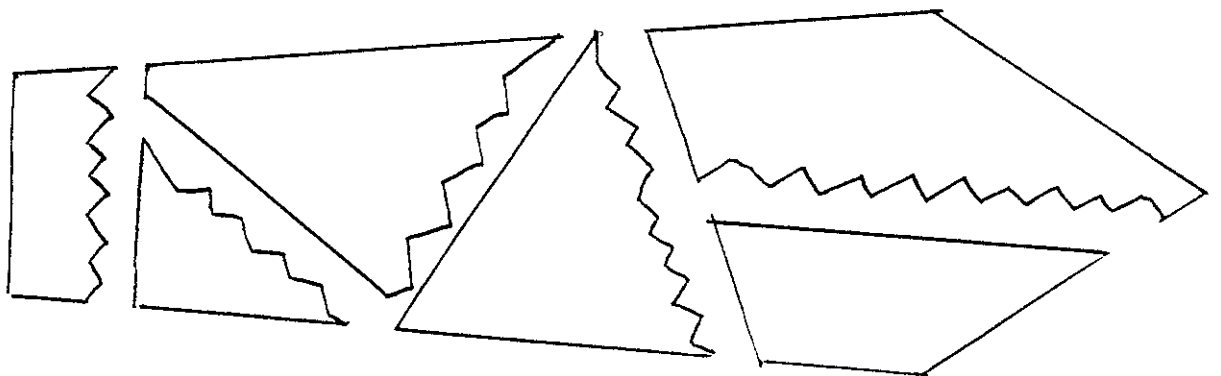
DESSIN DE L'AMOCO⁻⁸¹⁻ CADIZ PENDANT
Son ACCIDENT



← L'Amoco cadiz en deux morceaux →
384 m



← L'Amoco cadiz en trois morceaux →
384 m



← L'Amoco cadiz après avoir été disintégré →
384 m

.../...

EQUIPE 3:

Etude, qui semble courte, très sérieuse, de l'étendue de côte polluée, en surface et en longueur, faisant intervenir l'échelle de la carte utilisée, un quadrillage de la surface, des encadrements.

EQUIPE 4:

1-Description de l'échouage heure par heure, jour par jour (longueur, poids, surface, distance aux côtes, durée).

2-Moyens de lutte existants.

3-Prétextes divers des assurances, armateurs, avec indication des sources d'information (radios, télévision, ...)

4-Carte, et photo en couleur, extraites d'un journal.

5-Moyens mis en oeuvre et échecs.

Travail intéressant, même si ces élèves se sont bornés à recopier en quantité des phrases de journaux. Il fallait quand même les choisir!

EQUIPE 5 (un seul élève):

J'ai regardé avec cet élève un article étudiant en composition et en pourcentage un échantillon de l'hydrocarbure déversé, fait d'après l'Institut Français du Pétrole, et il a montré que l'information était incorrecte, les chiffres disant n'importe quoi.

EQUIPE 6:

Après avoir noté les caractéristiques du bateau, ils ont étudié l'inclinaison de celui-ci par rapport à la mer au moment de l'échouage, et mesuré des angles, d'après une photo de journal.

Ils ont également essayé de représenter le bateau en coupe, dans les phases différentes de sa destruction.

EQUIPE 7:

Effort de réflexion sur l'événement.

EQUIPE 8:

Long recopiage d'extraits de journaux, qui a passionné ces élèves, peu actives d'habitude.

.../...

**INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES**

Tour 56 - 3^e étage
2, Place Jussieu
75005 PARIS

Tél. 336.25.25
Postes 53 83 à 53 86

ORIGINE: M.DARCES. M^{lle} BARDOT. M^{lle} HOUIS.

CES Pablo Neruda 91220-BRETIGNY S/ORGE

CLASSES CONCERNÉES:

-Une Troisième de latinistes

-Une Troisième aménagée.

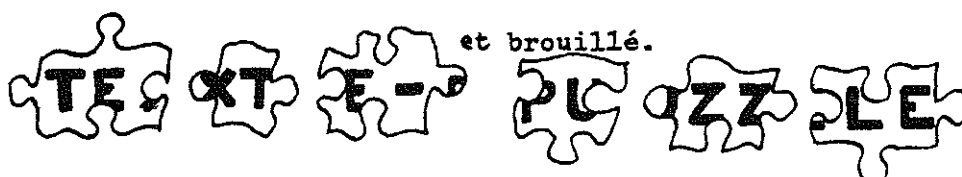
Groupe Français-Mathématiques

§ § § § §

SUJET: Ces exercices s'inscrivent dans le cadre

du cours de grammaire de Troisième: le problème des enchaînements, des articulations, aussi bien syntaxiquement que sémantiquement (et, évidemment, leurs interférences).

Le principe des deux exercices pratiqués est la reconstitution d'un énoncé découpé



"...Il aperçoit à la fois un grand nombre d'idées; et comme il ne les a ni comparées, ni subordonnées, rien ne le détermine à préférer les unes aux autres: il demeure donc dans la perplexité. Mais lorsqu'une fois il aura rassemblé et mis en ordre toutes les pensées essentielles, il n'aura même que du plaisir à écrire..."

BUFFON.

I-PRÉSENTATION DES EXERCICES:

Deux méthodes ont été adoptées:

1) Etude syntaxique du discours: Découper chaque phrase d'un texte, brouiller les éléments mais conserver (et donner) l'ordre des phrases. Les élèves doivent le reconstituer.

2) Etude rhétorique: Opérer le découpage du texte en phrases et brouiller leur ordre. Les élèves doivent le reconstituer.

Il est possible de combiner ces deux études, mais la difficulté nous a semblé trop grande pour un premier contact. Les deux types ont été pratiqués dans les deux Troisièmes.

.../...

II-EXERCICES DE TYPE 1:

(Voir texte donné aux élèves et texte original en Annexe 1)

A) En Troisième aménagée (14 élèves):

-Réactions des élèves:

La première question qu'ils se posent est "Par où commencer?". Mais tous n'adoptent pas la même démarche:

.Certains s'efforcent, d'entrée, de déterminer le contexte, en commençant par reconstituer les phrases les plus évidentes, sans tenir compte de l'ordre textuel (4 élèves seulement utilisent cette méthode);

.La plupart ne tiennent pas compte de la notion de texte comme point de départ, et épuisent leurs recherches sur la première phrase avant de s'intéresser à la deuxième;

.Un seul adopte la méthode "mixte" en faisant des recherches préalables sur toutes les phrases, "pour avoir une idée".

On assiste donc à trois types d'enquête différents:

- 1) (pour une minorité) La recherche -a priori- d'une histoire, d'un récit, en trouvant des "flots" signifiants ("de quoi ça parle?")
- 2) (pour la majorité) Le bricolage, l'empirisme, appuyé sur quelques certitudes (accords, mots de liaison, conjugaisons...). Ceux qui ont ainsi travaillé ne se préoccupent du texte, de l'histoire, qu'à la fin, en réunissant les phrases obtenues.
- 3) (pour un seul) Association immédiate et systématique des deux méthodes, traitant le plus longtemps possible les cinq phrases parallèlement. Cet élève parviendra le premier à la solution, alors qu'il marqua longtemps un retard (compréhensible).

-Analyse des réactions au cours de l'exercice:

Les différentes méthodes entreprises soulignent deux préoccupations constantes: la norme et le message, bien dire et vouloir dire. Deux groupes dominants se partageant ces deux soucis, ceux qui interrogeaient le professeur en demandant: "Est-ce qu'on peut dire, écrire, ainsi? Est-ce correct, français?", les autres demandant: "Est-ce que c'est ça que veut dire le texte, l'auteur?"

Et les groupes, également, s'imposant des interdits, des normes, aussi bien syntaxiques que sémantiques: "Ca ne se dit pas" et "Ca ne veut rien dire". Alors qu'ils étaient très proches de la phrase de Morand, ils s'en éloignèrent pour faire "mieux" ou "plus vrai".

Toutes les interventions pendant le travail des élèves ont été faites pour lever ces auto-interdictions. Et c'est là sans doute que l'exercice eut le plus d'intérêt, en montrant aux élèves qu'on peut s'écarter de la grammaire normative et du sens commun pour s'exprimer créativement, autrement, mais tout aussi "logiquement", puisqu'on parvient à retrouver un fil, un sens (et non le sens).

-Conclusions:

a) le choix et le découpage: Nous pensons qu'il est important de choisir un texte "littéraire" (texte poétique en prose pour commencer) en ce qui concerne ce type (n°1) d'exercices. En effet, il est essentiel de partir d'un langage, d'une syntaxe en rupture par rapport au sens commun, ^{que,} pour les renseignements grammaticaux ne suffisent pas à "recoller les morceaux". Ainsi les phrases 2 et 5 de l'exercice étaient particulièrement pertinentes à cause des figures de style:

.Phrase_2: "déjeuner d'un point de vue", "dîner de fraîcheur".

Beaucoup ont été arrêtés par ces deux figures, et ne les ont admises que contraints et forcés, à bout de combinaisons! Quand ils acceptèrent enfin, ils hésitèrent entre les quatre couples: déjeuner/fraîcheur, dîner/fraîcheur, déjeuner/point de vue, dîner/point de vue, alors qu'à ce moment il suffisait de faire appel au "bon sens" et au contexte gastronomico-estival! (Pour presque tous, le "bon sens" exclut les dérapages sémantiques, et réciproquement). N.B. l'ambiguïté du mot "logique". Dans le Dictionnaire du Français Contemporain: 1°) Se dit d'une chose conforme au bon sens

2°) Suite cohérente d'idées

3°) Manière de raisonner.

.Phrase_5: le dérapage porte sur la relation épithète "d'un torchon las", dérapage compliqué par la proximité du septuagénaire rhumatisant!

.../...

Aucun élève ne plaça cet adjectif comme l'auteur (nous nous efforcions de dire "comme l'auteur" au lieu de "bien"). C'est en mesurant cet écart stylistique que les élèves ont tiré un certain profit de l'exercice.

b) le jeu et les moyens: Les quelques intérêts spécifiques de l'exercice ont été énoncés ci-dessus; ils ont trait au fond même (sémantique, stylistique), mais la forme -nous semble-t-il- est également très importante, car elle est différente de celle des travaux habituels en français:

.Un corpus précis, limité mais sans le côté normatif et les pièges de la dictée ou des exercices de grammaire;

.Une recherche personnelle mais sans la spéculation abstraite, difficile pour des élèves de Troisième;

.Un aspect ludique, une certaine émulation, mais sans barème ni notation.

"Il y a plus affaire à interpréter les interprétations qu'à interpréter les choses" (MONTAIGNE)

B) En Troisième "avec latin" (24 élèves):

Texte de Michel Tournier (voir texte donné aux élèves en Annexe 2):

Travail effectué, sinon avec plaisir, du moins avec intérêt à cause de la nouveauté de l'exercice.

Conclusions tirées par les élèves lors de la correction:

a) importance de l'orthographe, en particulier

.des marques du genre et du nombre (ex: un verbe au pluriel conduit à chercher un sujet au pluriel, ou plusieurs sujets)

.des signes discriminatoires (Ex: accent: ou/où)

b) importance de la syntaxe:

.des articles de même nature déterminent des noms aux fonctions différentes. Constatation inattendue de la part des élèves: "Ce serait plus simple si le texte était en latin!" (→ rôle de la déclinaison: langues anciennes, allemand...)

(Ex: phrase 6: des montures adverses

des deux mains

des chutes brutales

.../...

.../...

la tête
le cou
le cavalier
les jambes...)

.distinction entre conjonction de coordination et conjonction de subordination. Réflexion sur le sens et l'utilisation de ces outils grammaticaux.

(Ex: phrase 6: réaction machinale: placer "mais" en tête de phrase, sans tenir compte du sens de ce mot-lien. Or ici il n'y a pas opposition entre la fin de la phrase 5 ("...crochaient le cavalier au col et le tiraient sur le côté ou en arrière") et le début de la phrase 6 ("il y avait des chutes brutales dans la mâchefer"). Par contre, l'opposition est entre:

.phrase 5: (action violente qui laisse prévoir une chute)
.phrase 6: -"il y avait des chutes brutales dans la mâchefer"
-"MAIS parfois le cavalier renversé en arrière
serrait entre ses genoux le cou de son cheval
et luttait la tête au ras du sol, agrippant des
deux mains les jambes des montures adverses"

Avec un léger effet de suspense, la chute est évitée grâce à la souplesse de l'enfant qui utilise habilement une position acrobatique).

c) révision des notions de coordination, subordination, juxtaposition, ce qui fait apparaître l'importance de la ponctuation.

(Ex: phrase 5: "...qui visaient l'adversaire au visage et qui dans un second temps se transformaient en harpons, (virgule nécessaire) crochaient le cavalier au col...")

d) importance du sens:

En français comme en mathématiques, la démarche est la même: il est nécessaire de connaître avec précision le sens de tous les termes em-

.../...

ployés (ex. de mots difficiles: "soutachés", "crochaient", "mâchefer", ...). Certains élèves utilisent des termes dont ils ne sont pas sûrs (orthographe, mais aussi signification), et le "flou artistique" dont beaucoup se contentent quand ils sont en face d'un texte français à expliquer est ici un sérieux handicap.

e) importance du style:

La langue française est un code d'une certaine souplesse (moins contraignant que le code mathématique?). Le style est la part de liberté laissée à l'auteur.

(Ex: phrase 2: "...où tourbillonnaient des centaines d'enfants": inversion verbe-sujet.

phrase 3: "...auquel Nestor s'appuyait" : ordre normal sujet-verbe. Certains élèves, après l'exemple de l'inversion dans la phrase 2, ont cru devoir pratiquer ici la même inversion, comme si c'était une caractéristique de l'écriture de cet auteur. D'où discussion sur les raisons stylistiques qui justifient les deux ordres.)

(Ex: phrase 3: pourquoi le groupe complément "assis sur le rebord d'une fenêtre" est-il placé avant le verbe principal "j'observais"? Comparaison avec la technique du cinéma: l'objectif saisit d'abord le personnage, avant de montrer le spectacle qui s'offre à ses yeux et qui sera longuement commenté par la suite.)

Mise en évidence de la richesse du vocabulaire, destinée surtout à éviter des répétitions. Ce qui est un obstacle dans la résolution de l'exercice (Ex: variété du vocabulaire désignant les enfants: "cavalier", "monture", "adversaire", "cheval", "couples", "garçons"...) est une qualité du style de Michel Tournier.

Conclusion générale: Exercice qui exige à la fois de la rigueur (en cela, mathématiques et français ont la même exigence) et un sens de la langue (rythme, sonorité, ...), qualité plus proprement littéraire.

III-EXERCICES DE TYPE 2:

1) Texte de Bernard Andry (voir texte donné aux élèves et texte original en Annexe 3). En Troisième "latiniste" également.

Travail effectué par certains élèves avec un peu moins d'ardeur: leur intérêt pour ce genre d'exercice était déjà émoussé.

Travail estimé difficile; cependant la difficulté n'a pas été jugée trop rebutante puisque la majorité des élèves a préféré avoir une heure supplémentaire en classe pour travailler l'exercice, plutôt que de passer tout de suite à la correction.

Choix du texte: article "non littéraire", extrait d'une revue (Vie et Santé, Septembre 1978). Nous voulions réduire le plus possible les considérations stylistiques car la finalité de l'exercice était d'exercer le raisonnement logique des élèves (progression de la pensée) et de les faire travailler sur la notion de plan, indispensable pour la rédaction de devoirs de français comme de mathématiques.

Approfondissement des notions d'introduction et de conclusion, ainsi que de plan en général:

-l'introduction pose le problème d'une façon générale (phrase m), et sous forme de question (phrase i)

-plan qui découle de cette phrase i: trois notions seront examinées:

- 1) culture physique
- 2) éducation physique
- 3) sport

-nécessité de définir les notions, les termes au début (phrase v).

Ambiguïté pour les élèves: la phrase o est considérée comme une définition, ce qui révèle une confusion entre jugement de fait et jugement de valeur, qui ne convient pas en introduction mais constitue la conclusion, ouverte, avec l'expression très générale:

"...puisque la vie se manifeste, se développe et s'entretient par le mouvement." (rhétorique finale, rythme ternaire).

.../...

-appel au jugement critique: mise en évidence d'une "inconséquence" de l'auteur: le plan annoncé n'est pas le plan suivi car l'auteur développe 1) l'éducation physique

2) la culture physique.

Essai de justification du plan adopté:

.l'auteur parle plus rapidement de l'éducation physique que de la culture physique (progression croissante de la démonstration), mais surtout

.notion d'ensemble: la notion d'éducation physique est plus vaste que celle de culture physique, puisque l'éducation physique est pratiquée dès la naissance (phrase v), tandis que la culture physique ne l'est qu'à partir du moment où l'être humain comprend ce qu'on lui demande et est capable de répéter un mouvement (phrase q).

Conclusion: "faiblesse" de l'auteur cependant, car rien ne l'empêchait d'adopter dans la phrase d'introduction l'ordre qui serait réellement suivi (pas même des raisons stylistiques (ordre des mots en fonction de la longueur des termes), étant donné qu'il s'agit d'un texte non "littéraire").

Mise en évidence de l'enchaînement des phrases:

La progression de la pensée peut être évidente (Ex: poursuite de l'idée:

phrase t: "musculatation"

phrase n: "athlètes très entraînés"

phrase b: "musculatation"

phrase h: "sportifs de haut niveau")

Cependant les élèves découvrent l'utilité de certains détails:

.indices linguistiques:

-grammaire (Ex: phrase q: la culture physique

phrase e: ...elle...

phrase h: ...elle...)

-vocabulaire (Ex: phrase t: musculatation

phrase b: musculatation)

.../...

- .indications temporelles (Ex: phrase l: autrefois
phrase i: actuellement
phrase o: de nos jours)
- . et surtout: mots de liaison(liens logiques)
(Ex: phrase u → phrase a ; en effet
phrase a → phrase d : d'ailleurs
phrase c → phrase p : sports d'équipe
cependant
sports individuels

phrase n → phrase b : aussi
phrase h → phrase r : ainsi)

Conclusion générale:

Cet exercice, qui souligne la charpente d'un texte, constitue aussi une préparation -parallèle- au travail de résumé-analyse des classes du Second cycle. Il a par ailleurs le mérite de détruire, dans l'esprit des élèves, la fâcheuse et fausse opposition entre "matheux" et "littéraire".

2) Puzzle mathématique (voir texte donné aux élèves et solution en Annexe 4)

Ce texte a été présenté à la classe de Troisième "latiniste", après les deux précédents. La classe a l'habitude de faire le travail demandé, sans échange très grand avec les professeurs, sauf au moment de la correction. Le travail s'est déroulé à moitié en l'absence du professeur, à moitié en classe. Il a été bien fait dans l'ensemble. Des discussions n'ont pas permis de trancher entre les deux présentations des six premières phrases, et celles de la fin:

$$\begin{array}{l}
 \text{ou} \left\{ \begin{array}{l} 17.6.30.35.7.19 \\ 17.7.19.6.30.35 \end{array} \right. \\
 \text{ou} \left\{ \begin{array}{l} 24.37.28.14.10.23.31.11.39.25.34.4.12 \\ 24.37.39.14.10.23.31.11.28.34.25.4.12 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Les élèves ont trouvé cet exercice plus facile que la reconstitution du texte sur le sport, mais ils n'ont pas poussé la réflexion plus loin. Je pensais d'ailleurs qu'ils connaissaient bien les lois de composition et qu'ils auraient

peu de difficultés.

J'ai ensuite examiné la solution du professeur de français, à qui j'avais auparavant expliqué ces mêmes propriétés:

17.6.21.22.7.19

18.1.40.8.5.13.20.2.36.15.32.16.33.26.

29.9.30.35.27.38.3

24.37.39.14.10.23

31.11.28.34.25

4.12

L'ordre global de sa solution prouvait qu'elle avait réussi à ordonner toutes les phrases concernant les propriétés de la loi $*$, uniquement d'après le découpage du texte, en connaissant les propriétés. Cependant, elle n'avait pas compris la définition de la loi, autrement ^{dit} les phrases 30.35 qu'elle avait placées au hasard. Elle avait cru que 21.22 définissaient la loi, mais de quelle façon? Elle ne le comprenait pas.

Ceci fait apparaître le même défaut que chez les élèves qui traitent l'étude de telles lois aidés par la routine, mais tombent dans tous les panneaux car ils n'ont pas lu: "quels que soient les réels a et b, $axb = a+b+2$ " (Ici, le texte rédigé permet d'éviter les écueils).

Le défaut d'assimilation d'une notion ressort, malgré tout, dans cet exercice. On peut, grâce à lui, discerner les incompréhensions de même que dans les exercices classiques, et l'élève lui-même se rend compte que quelque chose ne va pas, lorsque des phrases se trouvent mal placées.

3) Puzzle mathématique (bis) (voir texte donné aux élèves en Annexe 5)

Cet exercice a été fait (en une heure et demie, en moyenne) par la classe de Troisième aménagée, en présence des professeurs de français et de mathématiques.

Les élèves n'ont pas été surpris, puisqu'ils attendaient cet exercice, annoncé au cours de français. Ils ont fait appel aussi bien à l'un des professeurs qu'à l'autre.

Ils ont d'abord tous reconnu que le mot "soit" permettait de retrouver les phrases appartenant aux données du texte. On peut remarquer que seulement deux élèves sur quatorze ont dessiné une figure en même temps qu'ils découvraient les données; au bout d'une demi-heure seulement, d'autres les ont imités. Ils ont presque tous manifesté le désir d'être rassurés sur leur progression dans la découverte des données. Aucun n'a essayé, de lui-même, de savoir si la première projection était faite parallèlement à (AA') ou à (A'A''), en essayant de chercher le problème. Beaucoup se sont laissés guider par la cohérence des notations; ils ont, pour la plupart, sollicité une approbation.

De plus grandes difficultés ont surgi au moment où ils ont abordé la démonstration: ils tâtonnaient et essayaient de deviner. Nous avons donc estimé nécessaire d'aller rechercher dans le cours la propriété de Thalès appliquée au triangle, ainsi que sa réciproque.

Beaucoup ont mieux compris comment on pouvait se servir d'une propriété mathématique, quels étaient les mots utiles dans une rédaction de démonstration. Les élèves ont remarqué que la formule: "puisque p_1 donc p_2 " n'était pas habituelle. Par contre, on utilise plutôt: "puisque p_1 on a p_2 ", ou bien " p_1 donc p_2 ".

("Puisque" avait été introduit pour éclairer les élèves dans leur recherche, de façon à différencier cette phrase de la phrase analogue des données.)

Ils ont eu beaucoup plus de difficultés à reconnaître l'utilisation de la réciproque de la propriété de Thalès, et pour certains, à découvrir que la troisième égalité était une conséquence des deux égalités précédentes.

Un élève qui voulait à tout prix faire le travail en ne retenant que l'aspect syntaxique du texte, s'est trouvé contraint à bien comprendre comment s'utilisaient les propriétés en question. Il a de lui-même constaté à la fin de l'exercice que la partie "données" et la partie "démonstration" imposent un travail différent: pour la première partie, il s'agit de retrouver "un enchaînement logique avec dominance syntaxique", et pour la seconde il faut trouver "un enchaînement logique avec dominance mathématique"(sic)

Il s'agit ici de la partie la plus intéressante de l'exercice, où les élèves ont senti la nécessité de bien reconnaître les données qui permettent

.../...

de se servir d'une propriété et de faire une déduction logique. L'exercice a permis aussi de redonner une fonction spécifique aux mots: "soit", "donc", "d'après", "puisque" qui sont ici des points de repère indispensables, alors qu'ils finissaient par faire partie d'une certaine "musique". Ils ont attaché plus d'importance que d'habitude aux points, virgules, majuscules, à l'ordre des termes.

Ils ont presque tous été intéressés par cette recherche et ont trouvé qu'ils avaient appris davantage que par les exercices habituels. L'aspect "jeu" a été apprécié; certains ont mieux compris comment s'articulait et se rédigeait une démonstration.

Ce travail sera certainement renouvelé car il présente autant d'intérêt pour l'application des propriétés que l'habituel exercice de maths. Devant un énoncé, les élèves doivent inventer la solution en trouvant la "bonne" propriété, en utilisant les "bonnes" données, et ils doivent rédiger la réponse. Ici, l'attention est concentrée sur l'articulation de la pensée, et le travail effectué par les élèves est nécessairement très précis à ce niveau-là. Il leur permet de se contrôler, par la cohérence de l'ensemble du texte.

ANNEXE 1

- Première phrase:
- 1) du taxi
 - 2) atteignait
 - 3) du chauffeur
 - 4) le sommet de la butte
 - 5) sans attendre
 - 6) redescendre l'autre versant
 - 7) le coup de frein
 - 8) l'homme sauta
 - 9) au moment où la route
 - 10) et allait

.../...

.../...

Deuxième phrase

- 1) où l'on
- 2) dans un de
- 3) des faubourgs
- 4) déjeune
- 5) ces cabarets
- 6) d'un point de vue
- 7) et où l'on
- 8) de fraîcheur
- 9) l'été
- 10) dîne
- 11) il entra

Troisième phrase

- 1) entre
- 2) plein de
- 3) le contraste
- 4) si bourrée
- 5) silence glacé
- 6) de lumière
- 7) qu'il s'arrêta net
- 8) si farcie
- 9) la banlieue
- 10) et ce panorama immobile
- 11) était tel
- 12) de chaleur

Quatrième phrase

- 1) ses mains
- 2) il
- 3) de fer
- 4) frappa
- 5) une table
- 6) dans
- 7) s'assit à

Cinquième phrase

- 1) las
- 2) septuagénaire
- 3) service
- 4) exaspérait
- 5) un garçon
- 6) dont le
- 7) d'un torchon
- 8) vint
- 9) la table
- 10) de café
- 11) nocturne
- 12) les rhumatismes
- 13) essuyer

TEXTE ORIGINAL:

Au moment où la route atteignait le sommet de la butte et allait redescendre l'autre versant l'homme sauta du taxi sans attendre le coup de frein

.../...

.../...

du chauffeur. Il entra dans un de ces cabarets des faubourgs où l'on déjeune l'été d'un point de vue et où l'on dîne de fraîcheur. Le contraste était tel entre la banlieue si bourrée de chaleur, si farcie de lumière et ce panorama immobile, plein de silence glacé, qu'il s'arrêta net. Il s'assit à une table de fer, frappa dans ses mains. Un garçon de café septuagénaire, dont le service nocturne exaspérait les rhumatismes, vint essuyer la table d'un torchon las.

(Paul MORAND, L'homme pressé)

ANNEXE 2

Un jeu de collégiens.

Première phrase

- 1) battait
- 2) celle
- 3) la grande récréation
- 4) son plein
- 5) de quatre heures

Troisième phrase

- 1) un jeu
- 2) Nestor
- 3) d'une fenêtre
- 4) j'observais
- 5) s'appuyait
- 6) assis
- 7) nouveau
- 8) d'une fascinante brutalité
- 9) sur le rebord
- 10) auquel

Deuxième phrase

- 1) où
- 2) une clameur
- 3) sanglés
- 4) des centaines
- 5) noirs
- 6) montait
- 7) soutachés de rouge
- 8) d'enfants
- 9) de la cour
- 10) unanime
- 11) tourbillonnaient
- 12) dans leurs tabliers

.../...

Quatrième phrase

- 1) et les couples
- 2) les uns
- 3) les plus légers
- 4) sur les épaules
- 5) les garçons
- 6) ainsi formés
- 7) sans autre but que
- 8) les autres
- 9) se juchaient
- 10) des plus forts
- 11) -cavaliers et montures-
- 12) de se désarçonner
- 13) s'affrontaient

Cinquième phrase

- 1) qui
- 2) au visage
- 3) se transformaient
- 4) crochaient
- 5) sur le côté
- 6) les bras tendus
- 7) visaient
- 8) et qui
- 9) le cavalier
- 10) ou
- 11) des cavaliers
- 12) des lances
- 13) en arrière
- 14) formaient
- 15) au col
- 16) l'adversaire
- 17) dans un second temps
- 18) et le tiraient
- 19) en harpons

Sixième phrase

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| 1) entre ses genoux | 10) des chutes brutales |
| 2) agrippant | 11) mais |
| 3) parfois | 12) la tête |
| 4) et luttait | 13) le cou |
| 5) il y avait | 14) le cavalier |
| 6) de son cheval | 15) les jambes |
| 7) dans le mâchefer | 16) serrait |
| 8) des montures adverses | 17) au ras du sol |
| 9) des deux mains | 18) renversé en arrière |

.../...

TEXTE ORIGINAL:

La grande récréation, celle de quatre heures, battait son plein. Une clameur unanime montait de la cour où tourbillonnaient des centaines d'enfants sanglés dans leurs tabliers noirs soutachés de rouge. Assis sur le rebord d'une fenêtre auquel Nestor s'appuyait, j'observais un jeu nouveau, d'une fascinante brutalité. Les garçons les plus légers se juchaient sur les épaules des plus forts, et les couples ainsi formés -cavaliers et montures- s'affrontaient, sans autre but que de se désarçonner les uns les autres. Les bras tendus des cavaliers formaient des lances qui visaient l'adversaire au visage et qui, dans un second temps, se transformaient en harpons, crochaient le cavalier au col et le tiraient sur le côté ou en arrière. Il y avait des chutes brutales dans le mâchefer, mais parfois le cavalier, renversé en arrière, serrait entre ses genoux le cou de son cheval et luttait, la tête au ras du sol, agrippant des deux mains les jambes des montures adverses.

(Michel TOURNIER)

ANNEXE 3

- a) En effet, si, à partir de l'âge adulte, la culture physique peut être continuée toute la vie, rien n'empêche de la commencer dès le plus jeune âge; il suffit d'adapter et de limiter ses moyens aux possibilités de l'enfant.
- b) Aussi, par la musculation, il lui faut encore améliorer certaines qualités musculaires propres au sport auquel il s'adonne (vitesse, détente, puissance, résistance, endurance).
- c) Le sport d'équipe (football, basket, hand-ball, volley, etc) est le plus florissant parce que c'est un jeu.
- d) D'ailleurs, en culture physique, les mêmes règles sont employées qu'en éducation physique (surtout en ce qui concerne l'attitude, la respiration et le dosage de l'effort).
- e) Ses exercices étant destinés à entretenir le développement physique de l'homme et à compenser les mauvais effets de la sédentarité imposée par la vie actuelle, elle est généralement pratiquée par des adultes.

.../...

.../...

- f) sans exploiter à fond leurs possibilités, ils canalisent leurs énergies neuromusculaires dans un geste très précis.
- g) Le sport attire un très grand nombre d'individus.
- h) Venus souvent par goût personnel et en raison de leurs aptitudes physiques à la pratique d'un sport dans lequel ils se spécialisent, les sportifs de haut niveau consacrent plusieurs heures par jour à leur entraînement, travaillant la balle, le fleuret, la figure acrobatique, les poids et haltères, les feintes et les prises, etc.
- i) Actuellement, comment conçoit-on, dans le contexte du développement physique de l'homme, la culture physique, l'éducation physique et le sport?
- j) Toutes deux comportent divers moyens concourant aux mêmes buts, l'acquisition et l'entretien d'un développement physique nécessaire à la santé.
- k) Dans certains cas, elle peut être compensatrice de déformations, créées entre autres par la spécialisation poussée de certaines disciplines sportives (escrime, boxe, tennis, etc), ou encore elle servira à développer certaines régions musculaires non sollicitées par la pratique sportive.
- l) Autrefois, on faisait du sport pour se muscler; il n'en est plus de même aujourd'hui: on se muscle pour pratiquer une discipline sportive.
- m) Certaines formes d'activité physique semblent parfois se lier, parfois s'opposer.
- n) Les performances actuelles réalisées par des athlètes très entraînés ont atteint un tel niveau que le sportif de compétition ne peut plus compter seulement sur ses propres qualités physiques; même s'il est très doué, elles sont insuffisantes.
- o) De nos jours, culture physique et sport sont des besoins, des nécessités, pour vivre sainement, puisque la vie se manifeste, se développe et s'entretient par le mouvement.
- p) Cependant, certains sports individuels connaissent aussi une grande vogue, alors que d'autres disciplines végètent.
- q) La culture physique est un ensemble de mouvements analytiques relativement

.../...

simples, efficaces, pratiques, qui ont pour but de développer et de maintenir le corps dans une forme harmonieuse, assurant ainsi une bonne santé et la possibilité de pratiquer sans danger et souvent avec succès n'importe quel sport -sans être d'ailleurs obligé de le faire.

r) Ils acquièrent ainsi force, puissance, résistance et aussi une grande technique.

s) A ce stade de la recherche de la perfection du geste, la culture physique n'a plus sa place.

t) Pour cela, on a recours à une forme d'entraînement athlétique spécial, dérivé de la culture physique, appelé musculation.

u) Il n'y a guère de différence essentielle entre la culture physique et l'éducation physique, qui sont deux façons de faire de l'exercice.

v) Par définition, l'éducation physique est tout ce qui concourt au développement physique de l'homme, de sa naissance à l'âge adulte.

Bernard ANDRY

(Professeur de culture physique)

TEXTE ORIGINAL: Les phrases sont à prendre dans l'ordre suivant:

m i v q e k u a d j g c p l t n b h r f s o .

ANNEXE 4

Puzzle mathématique

Un texte mathématique a été découpé en 40 morceaux. Tous ces morceaux ont été mélangés. Rétablir le texte initial.

1- cherchons si cette loi est associative

2- mais un exemple ne démontre rien

3- $a \times b = a + b + 2 = b + a + 2 = b \times a$

4- Nous pouvons donc conclure

5- $1 \times (2 \times 3) =$

6- elle est définie par

7- nous nous proposons dans cet exercice

8- nous pouvons, pour cela, étudier tout d'abord un exemple

.../...

- 9- c'est-à-dire si,quels que soient les réels a et b: $a \times b = b \times a$
- 10- or cela est évident; en effet,quel que soit le réel a
- 11- pour cette loi $\times$
- 12- $(\mathbb{R}, \times)$ est un groupe commutatif
- 13- $(1 \times 2) \times 3 =$
- 14- $(-2) \times a = a$
- 15- $a \times (b \times c) =$
- 16- $(a \times b) \times c =$
- 17- $\times$ est une loi de composition dans $\mathbb{R}$
- 18- premièrement
- 19- d'étudier les propriétés algébriques de cette loi $\times$
- 20- sur cet exemple la propriété semble vraie,
- 21- $1 \times 7 = 10$
- 22- $5 \times 3 = 10$
- 23- $(-2) \times a = -2+a+2 = a$
- 24- troisièmement,vérifions que
- 25- pour tout réel a,le réel $-4-a$ est le symétrique de a pour $\times$
- 26- la propriété est ainsi démontrée: $\times$ est une loi associative
- 27- cette propriété est assez évidente; en effet,quels que soient
- 28- nous devons donc vérifier que,quel que soit le réel a
- 29- deuxièmement,cherchons si cette loi est commutative,
- 30- $\times : (a;b) \longrightarrow a+b+2$,autrement dit
- 31- Enfin démontrons que tout réel possède un symétrique
- 32- $a \times (b+c+2) = a+(b+c+2)+2 = a+b+c+4$
- 33- $(a+b+2) \times c = a+b+2+c+2 = a+b+c+4$
- 34- $a \times (-4-a) = a+(-4-a)+2 = -4+2 = -2$
- 35- quels que soient les réels a et b, $a \times b = a+b+2$
- 36- aussi nous devons raisonner avec les lettres a,b et c
- 37- le réel -2 est neutre pour cette loi $\times$
- 38- les réels a et b
- 39- plus précisément,démontrons que

.../...

40- c'est-à-dire, cherchons si, quels que soient les réels a, b et c ,

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

ORDRE A RÉTABLIR:

17.6.30.35.7.19.18.1.8.13.22.5.21.20.2.36.40.15.32.16.33.26.29.9.27.38.3.24.
37.39.14.10.23.31.11.28.34.25.4.12.

ANNEXE 5

Démonstration à reconstituer

- 1- d'après la propriété de Thalès
- 2- Puisque B'' est le projeté de B'
- 3- Donc: $\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB''}}{\overline{OA''}}$
- 4- D'après la réciproque de la propriété de Thalès
- 5- d'après les deux égalités précédentes
- 6- sur (OA'')
- 7- Démontrons que: $(BB'') // (AA'')$
- 8- Soit $(OA), (OA')$ et (OA'') ,
- 9- On désigne par B' le projeté de B sur (OA')
- 10- Puisque B' est le projeté de B sur (OA') ,
- 11- donc $\frac{\overline{OB'}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{OB''}}{\overline{OA''}}$
- 12- appliquée au triangle (O, A, A'')
- 13- donc $\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB'}}{\overline{OA'}}$,
- 14- sur (OA'') ,
- 15- parallèlement à (AA') ,
- 16- d'après la propriété de Thalès.
- 17- parallèlement à $(A'A'')$.
- 18- différent de A
- 19- parallèlement à (AA') ,
- 20- il en résulte que $(BB'') // (AA'')$.
- 21- trois droites concourantes.

.../...

22- Soit B un point quelconque de (OA),

23- parallèlement à (A'A''),

24- et par B'' le projeté de B'.

ORDRE A RÉTABLIR:

8.21.22.18.9.19.24.6 (ou 14).17 (ou 23).7.10.15.13.1 (ou 16).2.14 (ou 6).

23 (ou 17).11.16 (ou 1).3.5.20.4.12.

S/S

**INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES**

Tour 56 - 3^e étage
2, Place Jussieu
75005 PARIS

Tél. 336.25.25
Postes 53 83 à 53 86

Groupe Français-Mathématiques

§ § § § §

ORIGINE: M^{me} FLEISCHL. M. RANAIVO.

Lycée Hector-Berlioz 94300-VINCENNES

(M. RANAIVO, inscrit à l'IREM au groupe
maths-physique, a accepté de participer
bénévolement à l'expérience).

CLASSE CONCERNÉE: Première D. 34 élèves.

Niveau solide, travail satisfaisant.

OBJECTIF: Faire réfléchir les élèves sur les dif-
férentes étapes d'un raisonnement qui a-
boutit à une conclusion, à travers l'analyse,
à l'aide de symboles du langage logique,
d'un texte d'idées.

Notons en premier lieu que l'expérience d'un travail maths-français était entièrement nouvelle pour tous les deux. Nous avons tout d'abord tenté de trouver dans nos enseignements respectifs des problèmes communs que nous puissions traiter ensemble.

Nous avons dû constater qu'au niveau de la Première, notre spécialisation relativement poussée rendait difficile la compréhension des difficultés de l'autre, et que les terrains d'exploration étaient très limités, surtout du fait que le professeur de lettres (bachelier en 1952) était totalement ignare en ce qui concerne les mathématiques "modernes". Il a vivement ressenti la nécessité d'un "recyclage", d'une remise à jour de ses connaissances en mathématiques, pour pouvoir collaborer avec son collègue. Nous avons finalement décidé de travailler sur les étapes du raisonnement, nécessaires pour étayer une conclusion, en mathématiques comme en français, étapes sur lesquelles les élèves ont souvent tendance à passer très vite, soit qu'ils cherchent le "truc" qui leur permettra de trouver la solution en mathématiques, soit qu'ils ne trouvent rien à dire sur une phrase proposée à leur réflexion, ou qu'ils ne voient pas à partir de quels arguments un auteur formule telle ou telle affirmation.

.../...

.../...

Nous avons, lors d'une première séance, purement et simplement repris un exercice exposé dans le n°56 des Recherches Pédagogiques (INRDP): l'analyse de l'article "TOLÉRANCE" de l'Encyclopédie de Diderot et d'Alembert(*). Nous avons fourni aux élèves le code correspondant aux différentes idées du texte. Nous leur avons distribué le texte, en leur demandant de retrouver les différentes étapes menant à la conclusion, et de représenter le raisonnement contenu dans cet article à l'aide du langage logique.

A notre grande surprise, il ne fallut à l'ensemble de la classe qu'une demi-heure pour venir à bout de l'exercice. Il est à noter que des élèves qui étaient relativement effacés d'habitude en cours de français, se sont montrés très actifs au cours de cette séance. Interrogés, les élèves ont estimé que l'exercice était utile pour l'analyse d'un texte d'idées. Ils ont bien vu que ce travail ne pouvait concerner que ce type de texte, et ont suggéré quelques noms d'auteurs pour un prochain exercice (entre autres Pascal, parce que sa double qualité de savant et d'écrivain leur était bien connue).

Pour la seconde séance, qui eut lieu environ deux mois après, c'est un texte de Rousseau qui leur fut proposé (voir Annexe).

Là, les élèves devaient codifier eux-mêmes les idées principales, et reconstituer les étapes du raisonnement de l'auteur. Nous avons préparé la solution suivante:

ECP: enfant qui crie et qui pleure

F: flatterie

M: menace

ES: empire et servitude

II: injustice et incompréhension

PM: passions et méchanceté

(*) pp.53-57. Par une équipe du Lycée de Sèvres (M^{mes} BLUM et BRISSON, du Groupe ROUMANET) 1973.

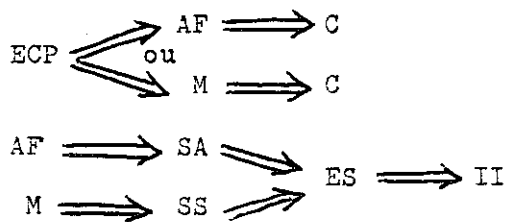
.../...

.../...

- a) $ECP \Rightarrow F \text{ ou } M$
b) $\left. \begin{array}{l} \text{-premier cas: } F \Rightarrow ES \\ \text{-deuxième cas: } M \Rightarrow ES \end{array} \right\} \Rightarrow II$
c) $II \Rightarrow PM$

A partir des deux propositions F ou M on aboutit aux mêmes résultats. N'y a-t-il pas une troisième possibilité? (sujet de discussion)

En classe, les élèves ont abouti au résultat suivant:



(Codification différente: C: calmer
AF: agitation, flatterie
SA: soumettre les autres
SS: se soumettre soi-même)

Au cours de la discussion, les élèves se sont interrogés pour savoir si le "ou" de la deuxième phrase était inclusif. Une majorité d'élèves a estimé que les deux attitudes pouvaient coexister.

On en est venu alors au thème de la discussion: n'y a-t-il pas une troisième attitude possible de la part des parents? Les élèves ont suggéré l'indifférence. Puis on a évoqué la possibilité d'une attitude compréhensive, qui cherche à interpréter les cris de l'enfant comme un message. Beaucoup d'élèves, d'habitude peu motivés, sont intervenus pour parler d'enregistrements de cris d'enfants faits par des chercheurs, ou de l'expérience qu'ils avaient du comportement des bébés dans leur famille. On a également parlé des nouvelles méthodes d'accouchement dans la pénombre, etc.

Cette discussion nous a finalement amenés à conclure que, même si on peut schématiser un texte grâce à un symbolisme logique, la démarche "mathéma-

.../...

UNIVERSITÉ DE PARIS

INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

FACULTÉ DES SCIENCES
Tour 56 - 3^e étage
Quai Saint-Bernard
75 - PARIS-5^e

Groupe Français-Mathématiques

§ § § § §

COMPTE-RENDU DE LA RÉUNION GÉNÉRALE
DU 21 FÉVRIER 1978 AVEC M^{me} S. DELESALLE

(Etabli par M. Chemineau, M^{mes} Lagier et Le Boulairé,
Lycée de Corbeil)

S. Delesalle: Que faites-vous, dans le Groupe Maths-Français de l'IREM?

- : Plusieurs groupes se sont intéressés aux malentendus provenant de la différence entre le langage employé en mathématiques et le langage courant.

S.D. : On comprend facilement que le prof de maths ait besoin du prof de français car la langue naturelle est un langage pour toutes les autres matières. Mais le professeur de français a-t-il besoin du prof de maths, et pourquoi? D'ailleurs, au cours de la scolarité, le rôle des maths s'accroît alors que celui du français diminue.

- : Le prof de maths a pris le pouvoir, ce sont les maths "qui servent"; c'est d'ailleurs un problème institutionnel.

- : On se sert du langage pour étudier le langage. Existe-t-il des réflexions là-dessus?

S.D. : Effectivement, il se fait actuellement un travail sur le langage en tant que métalangage. On prend un signe en le considérant d'une part comme signe, et d'autre part comme objet.

Exemple: CHIEN 1) désigne l'animal à quatre pattes, ...
 2) est un mot de 5 lettres

On dit alors que le mot est considéré en autonymie.

Le métalangage courant est celui de la parole. On peut citer des paroles

-textuellement (Ex.: Il a dit: "Je viendrai")

-par paraphrase (Ex.: Il a dit qu'il viendrait)

Dans le premier cas, on restitue les paroles prononcées à l'aide de deux sous-systèmes:

-une formule (Il a dit)

-des signes graphiques (: " ")

.../...

Ou bien on cite des extraits dans une phrase (Ex.: Les écologistes se préoccupent de l'"environnement". La rescapée de la Bande à Baader s'explique sur son "suicide"). On voit l'ambiguïté qu'introduisent les guillemets...

Dans le second cas, on utilise des tournures indirectes (Ex.: Il a dit que ...), et alors toutes les paraphrases sont possibles:

Il a murmuré qu'il viendrait
Il a marmonné qu'il viendrait
Il a révélé qu'il viendrait

...

Il y a également le métalangage qui parle de la langue. C'est ainsi que les dictionnaires courants donnent sur le même mot deux sortes d'information:

-information sur le signe (Ex.: CHIEN = nom commun, masculin,)

-information sur la chose représentée (Ex.: CHIEN = animal à quatre pattes...)

Ainsi tout le lexique de la langue est double: tout mot peut être pris comme signe, ou comme se référant à un concept d'objet. Il y a donc deux points de vue:

-celui du langage ordinaire, où les mots sont pris dans leur acception courante
-celui du linguiste qui considère les mots en autonymie.

Exemples:

{ Je cherche un homme
 { Le mot "homme" se prononce facilement
 { Je cherche un mot
 { Le mot "mot" a trois lettres

La langue devient objet de réflexion. On a vu plus haut que, lorsqu'on rapporte les paroles de quelqu'un, on (l'énonciateur) peut se mettre différemment en cause. Le message semble le même, mais les intentions de l'énonciateur sont différentes. En classe de français, cela fait-il l'objet d'études, de réflexions?

- : J'ai lu dans une brochure du CNRS qu'on procédait à des relevés systématiques de toutes les formes, en vue de faire de l'écriture automatique. Qu'en savez-vous?

S.D. : On a procédé ainsi à l'étude de verbes (Que peut-on trouver dans la phrase avant, après, plus loin, ..?). On a essayé de distinguer des structures:

animé / verbe / complément non animé / ... / ...

Exemple: 1) Max / s'étonne / de cet acte.

2) Max / s'étonne / de cet acte / auprès de Luc.

Les deux constructions étant différentes, on distingue là deux verbes "s'étonner": Dans l'exemple 1, Max a été étonné.

Dans l'exemple 2, Max a été étonné et, de plus, a dit quelque chose à Luc : il y a eu communication de cet étonnement.

Le DFC (Dictionnaire du français contemporain) procède de cette façon et distingue ainsi 5 verbes "jouer" (suivant le type de construction:sujet animé ou non animé,...) et 4 mots "gauche". Le Petit Robert, le Littré et le Grand Larousse considèrent le mot par rapport à son histoire, à son poids socio-culturel ... d'où par exemple un seul mot "gauche", qui a plusieurs sens (le dictionnaire montre comment ces divers sens sont reliés).

Le DFC, comme on l'a dit, distingue 4 entrées pour "gauche", et cherche pour chacune le contraire et les dérivés possibles:

SENS	CONTRAIRE	DÉRIVÉ
Ce garçon est gauche	adroit	gaucherie
La porte est gauche	plane	gauchir
Le garçon est de gauche	de droite	gauchiste
Le garçon est à gauche	à droite	gaucher

Ce système fonctionne assez bien pour certains mots, mais d'autres sont inclassables: en faisant éclater les homonymes dans des structures on perd des liens, des rapports entre les mots.

De tels travaux, sur de petits dictionnaires assez simples, peuvent être intéressants dans des classes de 4^e ou de 3^e; mais cela suppose déjà la connaissance des structures et du vocabulaire.

- : En mathématiques, on peut étudier une propriété à l'aide de sa négation. Cela est intéressant.

- : Dans la pratique, cela peut paraître compliqué.

: S.D. : Certains travaux de ce type ont été publiés à l'INRDP (utilisation de dictionnaires). Les enfants peuvent apprendre à "jouer" avec les mots, à réfléchir sur les structures habituelles. Par exemple, on distingue aujourd'hui deux "que" (pronom relatif et conjonction), alors que Port-Royal n'en connaissait qu'un.

Il y a bien sûr des distinctions, des classements arbitraires (à la limite, on peut toujours trouver de nouvelles classes). En linguistique, on essaie au contraire de regrouper pour simplifier, et ainsi parvenir à une plus grande cohérence.

Un problème de ce genre se pose pour les conjonctions de coordination, "inventées" en 1883 (à l'époque, les grammaires étaient faites pour le thème latin). Le DFC présente des incohérences:

- pertes considérables (les sens figurés disparaissent)
- les dérivations ne coïncident pas toujours très bien.

C'est que tout classement est arbitraire.

- :-En maths,c'est différent,on donne avant la règle du jeu,alors que le français est son propre outil.Y a-t-il des travaux là-dessus?

S.D. : La sémiologie étudie la langue comme système de signes. En mathématiques, on pourrait parler des métaphores qu'on utilise sans s'en rendre compte : anneau, corps, ...

Voir les travaux de Gross sur les équivalents. Exemple:

Divers de mes amis sont venus.

Différents de mes amis sont venus.

Gross est conduit à accepter ces deux phrases comme grammaticales.

A partir de quand peut-on dire qu'une phrase est agrammaticale?

Peut-on trouver une théorie linguistique?

Il est souvent difficile de distinguer un participe présent ou passé, d'un adjectif...

- : Il faudrait reconnaître une fois pour toutes que certaines choses sont inclassables.

S.D. : La nomenclature de l'enseignement secondaire est, à cet égard, un monument de confusion: on y confond les structures morphologique, syntaxique, sémantique et discursive.

20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100
 101
 102
 103
 104
 105
 106
 107
 108
 109
 110
 111
 112
 113
 114
 115
 116
 117
 118
 119
 120
 121
 122
 123
 124
 125
 126
 127
 128
 129
 130
 131
 132
 133
 134
 135
 136
 137
 138
 139
 140
 141
 142
 143
 144
 145
 146
 147
 148
 149
 150
 151
 152
 153
 154
 155
 156
 157
 158
 159
 160
 161
 162
 163
 164
 165
 166
 167
 168
 169
 170
 171
 172
 173
 174
 175
 176
 177
 178
 179
 180
 181
 182
 183
 184
 185
 186
 187
 188
 189
 190
 191
 192
 193
 194
 195
 196
 197
 198
 199
 200
 201
 202
 203
 204
 205
 206
 207
 208
 209
 210
 211
 212
 213
 214
 215
 216
 217
 218
 219
 220
 221
 222
 223
 224
 225
 226
 227
 228
 229
 230
 231
 232
 233
 234
 235
 236
 237
 238
 239
 240
 241
 242
 243
 244
 245
 246
 247
 248
 249
 250
 251
 252
 253
 254
 255
 256
 257
 258
 259
 260
 261
 262
 263
 264
 265
 266
 267
 268
 269
 270
 271
 272
 273
 274
 275
 276
 277
 278
 279
 280
 281
 282
 283
 284
 285
 286
 287
 288
 289
 290
 291
 292
 293
 294
 295
 296
 297
 298
 299
 300
 301
 302
 303
 304
 305
 306
 307
 308
 309
 310
 311
 312
 313
 314
 315
 316
 317
 318
 319
 320
 321
 322
 323
 324
 325
 326
 327
 328
 329
 330
 331
 332
 333
 334
 335
 336
 337
 338
 339
 340
 341
 342
 343
 344
 345
 346
 347
 348
 349
 350
 351
 352
 353
 354
 355
 356
 357
 358
 359
 360
 361
 362
 363
 364
 365
 366
 367
 368
 369
 370
 371
 372
 373
 374
 375
 376
 377
 378
 379
 380
 381
 382
 383
 384
 385
 386
 387
 388
 389
 390
 391
 392
 393
 394
 395
 396
 397
 398
 399
 400
 401
 402
 403
 404
 405
 406
 407
 408
 409
 410
 411
 412
 413
 414
 415
 416
 417
 418
 419
 420
 421
 422
 423
 424
 425
 426
 427
 428
 429
 430
 431
 432
 433
 434
 435
 436
 437
 438
 439
 440
 441
 442
 443
 444
 445
 446
 447
 448
 449
 450
 451
 452
 453
 454
 455
 456
 457
 458
 459
 460
 461
 462
 463
 464
 465
 466
 467
 468
 469
 470
 471
 472
 473
 474
 475
 476
 477
 478
 479
 480
 481
 482
 483
 484
 485
 486
 487
 488
 489
 490
 491
 492
 493
 494
 495
 496
 497
 498
 499
 500
 501
 502
 503
 504
 505
 506
 507
 508
 509
 510
 511
 512
 513
 514
 515
 516
 517
 518
 519
 520
 521
 522
 523
 524
 525
 526
 527
 528
 529
 530
 531
 532
 533
 534
 535
 536
 537
 538
 539
 540
 541

Indications bibliographiques:

-Pour s'initier à la linguistique:

COMBETTES et TOMASSONNE : Livre du maître 6^e/5^e (Ed. Delagrave)

-Pour s'initier aux mathématiques "modernes":

Initiation à la mathématique de base (Publ. de la Régionale parisienne
de l'APMEP)

Eléments de logique pour servir à l'enseignement mathématique, par J. ADDA
et W. FAIVRE (Publ. de l'APMEP)

• • •

/ / / / / / / / / / / / / / / / / /

UNIVERSITÉ DE PARIS

Mai 1978

INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

FACULTÉ DES SCIENCES
Tour 56 - 3^e étage
Quai Saint-Bernard
75 - PARIS-5^e

Groupe Français-Mathématiques

§§§§§§§§

COMMENT S'EXPRIMENT EN FRANÇAIS LES QUANTIFICATIONS MATHÉ- MATIQUES.

(RÉFLEXIONS BASÉES SUR UNE ÉTUDE DE QUELQUES
MANUELS DE QUATRIÈME)

Bernard PARZYSZ

Un des problèmes de l'enseignement des mathématiques, surtout au niveau du Premier cycle, est qu'il nécessite l'utilisation du français en tant que métalangage, et donc qu'il faut trouver des expressions françaises "traduisant" les concepts utilisés. Ce métalangage constitue de fait une sorte de barrière, un écran au travers duquel l'élève devra passer s'il veut avoir accès au monde de la mathématique, et en fait une des sources les plus importantes de l'incompréhension en ce domaine. C'est un aspect particulier de ce problème que nous voudrions étudier ici: celui qui a trait aux quantifications.

Est-il encore nécessaire d'insister sur l'importance des quantifications en mathématiques? En fait, elles sont omniprésentes, quoique bien souvent inexprimées. Il y a quelque temps, J. Adda a mis en évidence les différents types d'erreurs qui avaient leur origine dans un mauvais usage (ou une absence) de ces quantifications⁽¹⁾.

(Nous distinguerons, dans ce qui suit, quantification et quantificateur, celui-ci n'étant en fait qu'un signe formel utilisé dans l'expression de celle-là, dans le langage symbolique des mathématiques.)

Nous nous sommes placé au niveau de la classe de Quatrième pour deux raisons bien simples: la première étant que, l'étude du langage symbolique mathématique ne figurant pas dans les programmes du Premier cycle, les quantifications devront s'exprimer sans l'aide des quantificateurs; et la seconde que, en classe de Quatrième, le "matériau" mathématique commence à devenir un peu "consistant" (méthode axiomatique). Et nous avons choisi comme terrain d'étude huit manuels de cette classe⁽²⁾, dans le but de disposer d'un corpus de textes didactiques assez important, et offrant en principe toutes garanties de sérieux. Disons encore que les tableaux de pourcentages qui figureront dans la suite seront donnés à titre indicatif, et qu'il ne sera pas question ici de faire une étude statistique complète; l'intérêt de ces tableaux est surtout de mettre en

.../...

.../...

évidence les principales formules utilisées dans les manuels pour exprimer en français les quantifications. D'autre part, étant donné que nous avons pris comme point de départ un ensemble de manuels, il est évident que c'est surtout du métalangage écrit que nous parlerons; mais il nous arrivera, à l'occasion, de nous intéresser aux formes orales de ce métalangage.

CAS DES FORMES NÉGATIVES:

La correspondance entre les quantificateurs universel et existentiel est basée sur l'équivalence logique entre les propositions

- ① $(\neg(\exists x \in E, P(x)))$ et
② $(\forall x \in E, \neg P(x))$, et par conséquent entre les propositions
③ $(\neg(\forall x \in E, P(x)))$ et
④ $(\exists x \in E, \neg P(x))$

(Dans ces propositions, P représente une propriété définie sur E)
Les deux équivalences indiquées ci-dessus montrent que la négation d'une proposition de type existentiel est une proposition de type universel, et inversement.

Considérons donc une formulation telle que: "Il n'existe pas d'élément de E tel que ...". Du point de vue sémantique, il s'agit -comme on vient de le voir- d'une formule de type universel (négation d'une formule existentielle). Mais, stylistiquement, il s'agit plutôt d'une formule de type existentiel (à cause du verbe "exister"). Notre objet étant d'étudier des phrases, nous considérerons, dans les relevés statistiques, les phrases négatives comme s'il s'agissait en fait des phrases affirmatives correspondantes.

LA QUANTIFICATION UNIVERSELLE:

Si on demande à quelqu'un qui s'occupe peu ou prou de mathématiques une "traduction" en français du symbole " $\forall$ ", il répondra assurément "Pour tout", ou "Quel que soit". Ce sont là en effet les deux façons les plus usuelles dont on lirait ce symbole à haute voix, s'il figurait dans un texte mathématique. Mais le problème que nous nous proposons d'évoquer ici est différent, puisque l'auteur d'un manuel de Quatrième ne part pas -tout au moins pas de façon avouée- du quantificateur. La quantification existe cependant bel et bien dans l'esprit dudit auteur, et le lecteur pourra la repérer dans le texte, soit parce qu'elle est explicitée par un mot (ou une expression) qui constitue une "traduction" conventionnelle de la quantification, soit parce que, assez familiarisé avec les mathématiques, il "sent" qu'elle s'y trouve de façon implicite.

La quantification explicitée:

.../...

Les tableaux 1 et 2 ci-dessous rassemblent les résultats statistiques de l'étude de l'expression de la quantification universelle dans les huit manuels. Dans le tableau 1 figurent, suivant le manuel, les diverses expressions par lesquelles l'auteur "traduit" la quantification (en pourcentages). Quant au tableau 2, il regroupe les résultats du tableau 1 par grands types de formules:

- expressions contenant "tout" ou "tous",
- expressions contenant "quel que soit" ou "quels que soient"; etc.

	B	BGPS	G	GGCG	IM	J	M	QR
(3) Pour tout	75	13	1	21	35	19	46	30
A tout	4	12	8	17	6	5	0	5
Tout	10	28	33	18	12	17	8	13
Tous les	2	5	2	2	5	19	0	1
Quel que soit	3	12	8	20	0	2	1	9
Quels que soient	0	14	5	16	2	3	29	20
Quelconque	1	10	35	4	20	21	0	21
Chaque	5	6	8	2	20	9	16	0
N'importe quel	0	0	0	0	traces	5	0	1

TABLEAU 1

	B	BGPS	G	GGCG	IM	J	M	QR
Σ tout	91	58	44	58	58	60	54	49
Σ q.q.s.	3	26	13	36	2	5	30	29
Chaque	5	6	8	2	19	9	16	0
Quelconque	1	10	35	4	21	21	0	21

TABLEAU 2

L'examen de ces tableaux amène aux conclusions suivantes:

-Prédominance, dans tous les cas, des formes en "tout"; B se distingue par son très fort pourcentage ($> 90\%$), alors que pour les autres on ne dépasse pas 60%. D'autre part, "tout" est employé de préférence avec une préposition, sauf dans G; et (on aurait pu s'en douter) la préposition la plus utilisée est "pour" (sauf dans G encore).

-A l'intérieur des formes en "tout", la formule "tous les " est la moins usitée, sauf dans J où elle l'est autant que les autres.

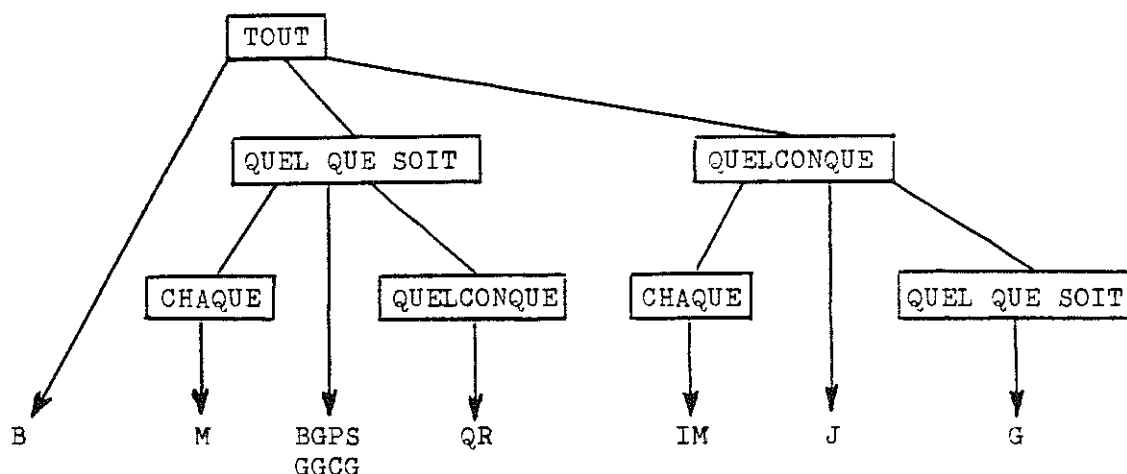
Comment expliquer ce peu d'attrait des auteurs pour la formule "tous les"? C'est une tournure qui fait partie du langage courant (oral), alors que le déterminant "tout" est plus "officiel": il est utilisé dans le langage juridique ("Tout contrevenant sera poursuivi") ou dans les proverbes ("Toute peine mérite salaire"), c'est-à-dire pour exprimer des "vérités" intemporelles. Une des raisons de l'utilisation préférentielle de "tout" -plus ou moins consciente et avouée- peut donc être de donner aux propositions mathématiques ce statut enviable de "vérités absolues et immuables", même si en réalité il n'en est rien. Une autre raison est peut-être liée au prestige de la chose écrite vis-à-vis de la parole: "Verba volant, scripta manent", donc on fait plus attention lorsqu'on écrit, et on aura tendance à utiliser une langue plus "formelle".

-Dans la moitié des cas, ce sont les formes en "Quel(s) que soi(en)t" qui viennent en seconde position, avec un pourcentage non négligeable (de l'ordre de 30%). A noter: les fréquences comparables des formes au singulier et des formes au pluriel, sauf pour QR et surtout pour M, où le singulier est très peu utilisé. En fait, dans M on utilise systématiquement "Pour tout" pour le singulier, et "Quels que soient" pour le pluriel.

-G se singularise également par la grande fréquence d'emploi du mot "quelconque" (35%). Ces formes viennent juste après celles en "tout". Au contraire, M et B ignorent pratiquement le mot "quelconque".

-Les formes en "chaque" ne dépassent les 10% que chez IM et M. Quant à "N'importe quel", il est pratiquement inemployé, ce qui n'est guère surprenant dans des discours écrits (voir plus haut). Une autre formule, employée de façon tout à fait sporadique, est "toujours".

Finalement, les résultats ci-dessus peuvent se résumer par l'arborescence suivante, où les formules sont classées dans l'ordre décroissant de leur fréquence d'emploi (ne sont indiquées que celles qui dépassent 10%):



Les tableaux 1 et 2 font apparaître l'importance numérique des formes en "Tout" (singulier) et "Quel que soit", qui, sur l'ensemble des huit manuels étudiés, représentent respectivement 48% et 23%⁽⁴⁾; ceci correspond bien également aux quantifications qui sont les plus courantes dans le langage mathématique oral.

Ces deux formes présentent l'avantage de ne pas faire partie du langage courant (hors mathématiques) des élèves de Quatrième (au contraire de "tous les", "chaque" et "n'importe quel", par exemple). Avantage, parce que cet "écart" vis-à-vis de leurs habitudes linguistiques leur fait finalement mieux ressentir le caractère particulier, conventionnel de ces tournures; il met en évidence le rôle spécial du bloc de phrase contenant une telle expression, facile à repérer, et amène ainsi à la notion de quantificateur, avant l'introduction du symbolisme correspondant. Est-ce à dire qu'il faille s'en tenir à ces deux seules formes pour ce qui est de l'expression en français d'une quantification universelle? Nous ne le pensons pas, et pour la raison évidente que, justement, d'autres formulations se trouvent, en proportion non négligeable (29% pour l'ensemble des manuels étudiés), dans les ouvrages que les enfants sont appelés à manipuler journallement. Il faut donc qu'ils soient à même d'y reconnaître une quantification, alors même qu'elle n'est pas codée de façon habituelle.

La quantification implicite:

Considérons l'énoncé: "Soit x un réel". Ce genre de formule, extrêmement fréquent dans les manuels, précède l'énoncé de phrases dans lesquelles intervient l'élément x précité. En fait, une telle formule traduit en réalité une quantification universelle; en effet, le déterminant "un" indique ici que le déterminé x est "indéterminé" (si l'on peut dire!). On peut mettre en évidence cette quantification cachée en ajoutant le mot "quelconque" à la formule ("Soit x un réel quelconque"); on constate alors que le sens du

contexte n'a absolument pas changé. Il y a donc ici, en quelque sorte, "implicitation" de la quantification universelle. Une ambiguïté, parfois gênante pour des enfants, peut naître de cette implicitation, ambiguïté qui pourrait être aisément levée, comme nous l'avons déjà dit, par l'emploi du mot "quelconque". Prenons l'exemple de la phrase suivante, tirée d'un des manuels étudiés:

"La projection sur une droite parallèlement à une droite sécante d'un parallélogramme est un parallélogramme".

Cette phrase contient quatre fois le déterminant "un" (ou "une"). Une "traduction" convenable de cette phrase en langage symbolique peut être:

$$" \forall (D, D') \in \mathcal{D}^2, \forall (M, N, P, Q) \in \mathcal{P}, (D \mathcal{I} D' \Rightarrow (P_{DD'}, (M), P_{DD'}, (N), P_{DD'}, (P), P_{DD'}, (Q))) \in \mathcal{P} "$$

avec les notations: $\mathcal{D}$: ensemble des droites du plan

$\mathcal{P}$: ensemble des parallélogrammes du plan

$\mathcal{I}$: relation "est sécante à" dans $\mathcal{D}$

$P_{DD'}$: projection sur la droite D suivant la direction de la droite D'.

En comparant le texte français avec cette "traduction", on remarque que, dans la première, les trois premiers déterminants indiquent une quantification universelle, mais qu'il n'en est pas de même du quatrième; on peut même concevoir une autre "traduction" de la phrase en langage symbolique, où ce dernier "un" est traduit par un quantificateur existentiel:

$$" \forall (D, D') \in \mathcal{D}^2, \forall (M, N, P, Q) \in \mathcal{P}, (D \mathcal{I} D' \Rightarrow \exists (M', N', P', Q') \in \mathcal{P} \begin{cases} M' = P_{DD'}, (M) \\ N' = P_{DD'}, (N) \\ P' = P_{DD'}, (P) \\ Q' = P_{DD'}, (Q) \end{cases}) "$$

Le "un" quantifiant universellement est souvent associé à des mots qui permettent de le repérer comme tel (en plus, bien sûr, des quantifications explicites déjà évoquées plus haut). Ce sont, par exemple, dans les manuels étudiés: "Etant donné", "Soit", "où", "si", "On considère", "On désigne par", etc.. La présence de ces "signes" doit mettre l'esprit en alerte, et il convient ensuite de voir si l'on se trouve bien effectivement en face d'une quantification universelle.

Les formes en "Si":

Une phrase comme: "Si x est un élément de E, on a P(x)" est comprise, en général, comme sémantiquement équivalente à la phrase: "Pour tout élément x de E, on a P(x)". Et pourtant, une telle formulation, commençant par "Si", est stylistiquement plus proche de l'expression conventionnelle d'une implication logique. Comment expliquer ce fait?

Considérons l'implication:

$$\textcircled{5} \quad x \in E \Rightarrow P(x)$$

Dans cette écriture, le référentiel et la quantification sont implicites (Référentiel: sur-ensemble $\mathcal{R}$ de E , quantification universelle). En fait, la formulation complète serait:

$$\textcircled{6} \quad (\forall x \in \mathcal{R})(x \in E \Rightarrow P(x))$$

Si on prend comme référentiel l'ensemble E lui-même, cette dernière proposition est alors logiquement équivalente à:

$$\textcircled{7} \quad (\forall x \in E, P(x)) \quad ,$$

et c'est cette équivalence qui explique l'existence des formules en "Si", exprimant des quantifications universelles implicites, ou explicitées (par l'adjonction du mot "quelconque").

Formules antérieures, postérieures:

Parmi toutes les formules traduisant une quantification universelle, on peut constater que certaines se présentent toujours après la propriété à laquelle elles se réfèrent; ce sont, entre autres:

"..., où x est ..."

"..., avec x ..."

"($x \in E$)" ⁽⁵⁾ etc.

D'autres formes sont toujours placées avant:

"Si x est ..."

"On désigne par x ..."

"On considère ..."

"On se donne ..."

"Etant donné ..."

"Soit ..." , etc.

Enfin, d'autres formules se rencontrent indifféremment tantôt avant, tantôt après. C'est le cas en particulier de:

" x étant ..."

"lorsque x ..."

" x désignant ...".

C'est également le cas des deux formules "classiques" ("Pour tout" et "quel que soit"), qui sont en général placées devant, mais que l'on trouve parfois derrière. Pourquoi insister sur ces positions relatives de la propriété et de la formule quantificatrice? Tout simplement parce que, lorsque les élèves rencontreront, plus tard, les quantificateurs (et en particulier $\forall$), on leur dira que ces quantificateurs se placent toujours devant la formule propositionnelle à laquelle ils se réfèrent. Malgré tout, un problème que l'on rencontre alors chez un nombre non négligeable d'élèves est qu'ils "traduisent" une phrase du français en langage symbolique en respectant l'ordre des "blocs", et donc que, si la phrase qu'ils ont en tête comporte

des quantifications "postérieures", on trouvera dans la proposition qu'ils écriront en langage symbolique des quantificateurs placés après la forme propositionnelle de référence. Ce problème des mauvaises positions de quantificateurs n'a pas sa source ailleurs, et il serait bon que les professeurs, aussi bien que les élèves, y soient sensibilisés. L'existence de ces quantifications "postérieures" s'explique d'ailleurs en partie par un louable souci - celui de quantifier -, mais qui vient un peu tard, comme un repentir: une propriété étant déjà écrite (ou dite), on prend conscience de la nécessité qu'il y a de faire intervenir une quantification pour faire de l'énoncé un énoncé clos (mutification de la variable); on exprime alors cette quantification en fin de phrase, en la rattachant à ce qui précède par une formule "postérieure".

Donné, fixé:

On trouve parfois, dans des phrases quantifiées de façon explicite ou implicite, l'adjectif "donné" ou "fixé", appliqué à une variable quantifiée. Voici deux exemples, parmi d'autres, tirés de deux des manuels étudiés:

" (a est un réel donné)"

" Pour tout p, entier relatif fixé".

Dans un troisième manuel, nous trouvons à la même page les deux expressions suivantes, dans deux exercices de même structure:

" A est un point donné de d "

" M est un point quelconque de d ".

Ces deux expressions jouent exactement le même rôle du point de vue syntaxique, et de plus sont ressenties comme sémantiquement équivalentes. Dans ce cas, on pourrait donc considérer "donné" comme synonyme de "quelconque". Il expliciterait une quantification universelle, qui ne serait qu'implicite sans sa présence. Mais là n'est pas sa seule fonction.

En fait, si on se ramène au contenu sémantique habituel de "donné" et de "fixé" dans la langue française, ce contenu s'oppose à l'idée de "variable", puisque nous disposons alors d'un élément bien déterminé, et qui n'est donc pas susceptible de variation. Comment donc résoudre cette contradiction apparente?

On peut d'abord remarquer que, lorsque "fixé" ou "donné" est associé à un élément quantifié universellement, il y a souvent, dans la même phrase, au moins un élément quantifié existentiellement.

La mention "donné" ou "fixé" signifie alors que l'élément est "donné" ou "fixé" par rapport aux autres éléments qui sont nommés dans le courant de la phrase; la présence de l'adjectif indique donc, dans ce cas, un ordre dans les quantifications. (c'est-à-dire, en fait, une priorité), (6)

Défini et indéfini:

Nous avons vu que la quantification universelle implicite faisait surtout intervenir le déterminant indéfini "un". C'est d'ailleurs cette qualité d'indéfini qui permet d'interpréter ce "un" comme signifiant "un quelconque". Mais il arrive parfois que l'on trouve une quantification implicite avec un défini, comme dans l'exemple suivant, tiré de l'un des huit manuels étudiés:

" Au point M de Π , on associe le point M' de b ".

Il est difficile de voir là une quantification universelle, et pourtant elle s'y trouve bel et bien (cela se "sent", grâce au contexte). L'emploi d'un indéfini pourrait encore mettre la puce à l'oreille, mais celui d'un défini!

Inversement, il arrive que l'on utilise un indéfini là où un défini serait tout indiqué. Exemple tiré d'un autre des manuels:

" A, B, C, E sont des points de D tels que $g(A) = (-2, 5)$
 $g(B) = (-3, 8)$ (g est une gra-
 $g(C) = (+4)$ duation de D)
 $g(E) = (+5)$."

Fautes vénielles? Peut-être, du point de vue du mathématicien. Mais il faut se mettre à la place de l'élève à qui l'on tend ces chausse-trappes, d'autant plus dangereuses qu'elles sont involontaires, donc difficilement perçues par leur auteur.

Utilité de "tous":

Une expression de la quantification universelle est intéressante par son absence même des manuels: il s'agit de "les" (sans "tous"), qui exprime pourtant bien, sans conteste, une quantification:

Dans la formule "tous les" (utilisée surtout à l'oral), "tous" est en quelque sorte explétif et ne vient que renforcer le caractère universel de "les". C'est d'ailleurs vraisemblablement là la raison de l'utilisation de "tous les" de préférence à "les". On constate en effet que nombre d'élèves ont des problèmes de lecture, qui viennent occulter leur compréhension d'un texte (mathématique ou autre). L'expérience nous a montré⁽⁷⁾ que certains enfants ne lisaient, dans une phrase, que les "grands mots" (noms, verbes, adjectifs, ...), jugés seuls importants, et négligeaient les mots-outils (articles, prépositions, ...), les remplaçant à la lecture par des mots-outils de leur choix, destinés à rendre la phrase grammaticale. C'est ainsi, en particulier, que "les" est souvent remplacé par "des", et réciproquement. On voit toute la différence de sens que peut entraîner le changement d'une simple lettre! La présence de "tous" à gauche de "les" sert alors, en quelque sorte, de "garde-fou", empêchant une mauvaise lecture (ou audition) du déterminant (l'expression "tous des" dans le même contexte rendant la phrase agrammaticale).

LA QUANTIFICATION EXISTENTIELLE:

Il s'agit cette fois d'affirmer l'existence d'un, ou de plusieurs, être(s) x (présentés en général comme éléments d'un ensemble) qui possède(nt) une certaine propriété P .

D'autre part, quand le mathématicien dit, par exemple, "un ou plusieurs", deux cas sont à considérer:

-ou bien il ne sait pas si c'est de "un" ou de "plusieurs" qu'il s'agit, et il se contente alors d'énoncer l'existence d'un être au moins possédant la propriété P ;

-ou bien, par contre, il a des renseignements plus précis à nous donner concernant le nombre (au sens large) d'êtres possédant la propriété, et il nous le fera savoir dans son discours.

Ce qui fait que, contrairement à ce qui se passait dans le cas de la quantification universelle, nous aurons à distinguer ici deux parties dans l'expression de la quantification:

-une première partie: annonce de la quantification existentielle;

-une seconde partie: précision sur le nombre d'éléments dont on affirme l'existence.

Comme nous le verrons dans la suite, l'une ou l'autre de ces deux parties peuvent manquer (N.B.: le "ou" ci-dessus est à prendre au sens inclusif).

1) Intéressons-nous d'abord à l'annonce de la quantification existentielle, et plus précisément aux façons dont elle s'exprime en français. Intuitivement, deux formes viennent immédiatement à l'esprit lorsqu'on pense à la quantification existentielle: "Il existe" et "Il y a". Le tableau 3 donne les pourcentages respectifs de ces deux annonces (qui ne sont d'ailleurs pas les seules utilisées) suivant les manuels:

	B	BGPS	G	GGCG	IM	J	M	QR
Il existe	65	50	38	70	64	69	83	68
Il y a	0	8	13	0	0	2	0	10
Autres Formes	35	42	49	30	36	29	17	22

TABEAU 3

On constate que "Il existe" est en général très largement majoritaire (entre 50 et 80% à lui seul), sauf dans le cas de G (moins de 40%); mais, même dans ce cas, c'est quand même la formule la plus utilisée. Par contre, "Il y a" est peu -voire pas du tout- utilisée: le plus fort pourcentage se trouve chez G (13%), et 4 des 8 manuels ne l'emploient pas du tout.

.../...

Comme dans le cas de la quantification universelle, il faut certainement chercher la cause de cette préférence pour "Il existe", et de cette désaffection pour "Il y a", dans un souci de mettre la quantification en évidence par une formule conventionnelle, se démarquant par rapport à la langue courante.

D'autres formes, diverses, sont utilisées pour annoncer une quantification existentielle; citons en particulier:

"z admet ..."
 "z possède ..."
 "z a ..." ,

qui sont les moins rares.

2) En ce qui concerne la seconde partie de l'expression de la quantification, c'est-à-dire la précision du "nombre" d'éléments, elle fait presque toujours intervenir un nombre entier naturel (non nul, bien sûr!), soit n , parfois assorti d'une "formule complémentaire" ("au moins", "seulement", etc.). Voici un exemple, tiré de l'un des manuels:

" Dans un plan, il existe au moins trois points non alignés."
 (On notera au passage la quantification universelle implicite).

Si la "formule complémentaire" n'existe pas, l'énoncé affirme l'existence de n éléments vérifiant une certaine propriété P . Cependant, si on trouve un nombre n' , supérieur à n , d'éléments du référentiel qui vérifient P , on ne tiendra pas -en mathématiques- l'énoncé pour faux.

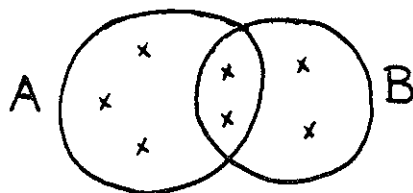
Exemple: "Il existe un nombre réel x tel que $x^2=3$ " ne sera pas tenue pour fausse, bien qu'il y ait en fait deux réels vérifiant la propriété.

Dans l'usage courant, au contraire, ce genre de phrase qui consiste à affirmer une chose vraie, mais qui ne constitue qu'une partie de la vérité (rien que la vérité, mais pas toute la vérité), est perçue comme une sorte d'escroquerie morale. Il existe une loi du discours, mise en évidence en particulier par O. Ducrot⁽⁸⁾ (la loi d'exhaustivité, ou loi de l'information maximum), qui dit que, lorsqu'on affirme une chose, on est censé donner toute l'information dont on est possesseur. C'est ainsi que, au cours d'une émission de la Télévision scolaire à laquelle avait participé le Groupe Français-Mathématiques de l'IREM de Paris-Sud⁽⁹⁾, on a pu assister à une âpre discussion entre des élèves de Cinquième, pour savoir si la phrase:

" Il existe un élément de A qui appartient à B "

était vraie dans le

cas de la figure suivante:



.../...

.../...

On entendit en particulier cette réflexion: "Il n'existe pas un élément, puisqu'il en existe deux".

Il y a donc une ambiguïté fondamentale dans une formule telle que: "Il existe n éléments de E qui vérifient ...". Cette ambiguïté n'est surtout gênante, dans le cas du métalangage mathématique, que si n est égal à 1 (cas de loin le plus fréquent). Elle est vraisemblablement due à la nature particulière du mot "un"; en effet, lorsque n est un nombre entier strictement supérieur à 1, la loi d'exhaustivité joue quand même (sauf cas rarissimes). Lorsqu'on dit qu'il existe un élément de E possédant la propriété P , cela peut vouloir dire, en fait, deux choses différentes:

- ou bien on affirme l'existence d'un tel élément au moins;
- ou bien on affirme l'existence d'un tel élément, et d'un seul.

Par exemple: Pour affirmer "Il existe un nombre réel, solution de l'équation $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$ ", on pourra:

- ou bien se contenter de vérifier que 1 en est une solution "évidente";
- ou bien résoudre entièrement l'équation, ce qui montrera que 1 est en fait la seule solution.

Dans le premier cas, on aura démontré qu'il existe au moins un nombre réel solution de l'équation, et dans le second on aura démontré en plus qu'un tel nombre est unique.

Affirmer l'existence d'"un" élément du référentiel vérifiant une propriété P n'est donc pas suffisamment clair, puisque deux interprétations différentes sont possibles. Il va sans dire que de telles formulations ambiguës, prêtant à confusion, peuvent être dangereuses pour des élèves, surtout dans le Premier cycle. Voici, pour les huit manuels étudiés, les pourcentages de formules ambiguës figurant dans les quantifications existentielles (Tableau 4):

	B	BGPS	G	GGCG	IM	J	M	QR
Formules ambiguës	36	40	53	49	58	21	32	44

TABLEAU 4

On voit d'après ce tableau que la proportion se situe en général autour de 40%, avec une pointe à 58% pour IM. Par contre, J se distingue par son souci de préciser les quantifications existentielles (21% seulement de formes ambiguës).

3) Nous avons parlé, plus haut, de "formules complémentaires" pouvant accompagner l'entier n dans l'expression d'une quantification existentielle. Ces formules peuvent être, comme on l'a vu, de deux types:

- le premier précisant qu'il n'y a pas plus de n éléments de E véri-

.../...

fiant P;

-le second précisant "qu'on ne précise pas".

Comme l'entier n le plus fréquemment employé dans les quantifications existentielles est -de loin- "un", nous n'avons relevé que les formules complémentaires qui lui sont relatives. On sait qu'alors le premier type correspond au symbole " $\exists!$ ", et le second à " $\exists$ ".

La seule formule correspondant au second type est "au moins". Pour le premier, la variété est plus grande, puisque trois formulations apparaissent. Le tableau 5 donne les pourcentages respectifs de chacune des trois formules, suivant le manuel considéré:

	B	BGPS	G	GGCG	IM	J	M	QR
Un seul	0	14	19	5	12	8	0	7
Un et un seul	10	22	52	64	12	49	1	34
Un unique	90	64	29	31	76	43	99	59

TABLEAU 5

Dans tous les cas, la formule "un seul" est la moins fréquente des trois, mais on constate une grande variété dans la répartition des deux autres: deux manuels utilisent de préférence "un et un seul" (GGCG et G), un les emploie à peu près à égalité (J), les cinq autres donnant la priorité à la formule "un ... unique" (M n'utilisant pratiquement qu'elle pour exprimer ce type de quantification).

Signalons ici un problème que l'on rencontre fréquemment dans les classes de Premier cycle, à propos de la formule "au moins": certains enfants en ignorent le sens exact, ou plutôt ont tendance à le confondre avec celui de "ou moins", voire de "moins de". Comme plus haut, dans le cas de "les/des", seul un "petit détail" distingue formellement ces expressions les unes des autres. Il y aura donc, ici aussi, à faire prendre conscience aux élèves de la différence sémantique entre les expressions "n au moins", "n ou moins", "moins de n", afin d'éviter des contresens dont on ne se rend pas toujours compte sur-le-champ. (On rencontre d'ailleurs le même problème, quoique moins souvent, avec les expressions "n au plus", "n ou plus", "plus de n").

Certains, des:

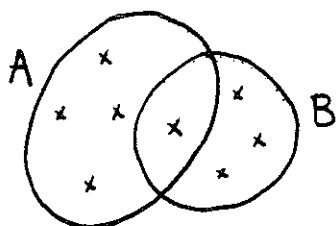
Il est un mot que nous n'avons pratiquement pas rencontré dans les manuels, à propos de quantification existentielle: c'est le mot "certains" (en tant que déterminant, et non adjectif). C'est effectivement un mot qui

ne fait pas partie de l'expression écrite des quantifications, mais qui est parfois employé à l'oral, en cours de mathématiques.

"Certains" est bien l'indice d'une quantification existentielle dans une phrase telle que, par exemple:

"Certains éléments de A appartiennent à B".

Mais les ennuis commencent lorsqu'on veut faire de "certains" une traduction du quantificateur " $\exists$ ", ce qui est -hélas!- parfois le cas dans le "feu" du cours (oral). La phrase ci-dessus avait été proposée à la sagacité des élèves, au cours de l'émission télévisée citée plus haut. Il s'agissait de savoir si cette phrase pouvait, ou non, s'appliquer à la figure suivante:



Ceci a donné lieu à une discussion assez longue et passionnée. Des élèves acceptaient très bien l'association phrase-figure, mais d'autres, ayant remarqué que "certains" était un pluriel, étaient d'avis contraire. C'est là en effet un des inconvénients d'une "traduction" de " $\exists$ " par "certains", une telle expression supposant l'existence d'au moins deux éléments vérifiant la propriété. Mais ce n'est pas le seul ennui, car ici aussi la loi d'exhaustivité vient fourrer son nez: "Certains", qui n'est pas, on l'a dit, un terme courant du métalangage mathématique, est, en français, opposé à "tous, et lorsqu'on dit "certains", c'est en fait; "au moins deux, mais pas tous" qui est compris par l'interlocuteur (Si c'était "tous", il le dirait; or, il a dit "certains"; c'est donc que ce n'est pas "tous"). Ceci n'est, bien sûr, pas du tout le cas du quantificateur " $\exists$ ".

Notons également que ce qui vient d'être dit de "certains" peut l'être, sans aucun changement, de "des", dans des expressions telles que: "Il existe (ou: il y a) des éléments x de E tels que ...".

Traductions du quantificateur:

Redisons une fois encore que notre but est ici d'étudier l'expression en français des quantifications existentielles, ce qui est autre chose que l'étude de la traduction d'un quantificateur existentiel. Disons quand même un mot rapide de ceci, qui pose parfois des problèmes dans le Second cycle. Certains élèves sont en effet persuadés que la traduction "classique" de " $\exists$ " en français est: "Il existe au moins un". Ce qui fait que, lorsqu'ils ont par exemple à exprimer en langage symbolique une proposition qu'ils énonceraient en français sous la forme:

"Il existe au moins un élément x de E tel que l'on ait $P(x)$ ",

ils écriront;

" $\exists x \in E$ tel que $P(x)$ ",

ou encore:

" $\exists x \in E$ t.q. $P(x)$ ".

Ces écritures sont évidemment dues à une mauvaise interprétation de la "traduction" en français du quantificateur " $\exists$ ", cette traduction devant -en même temps que "Il existe au moins un"- contenir une formule comme "tel que" ou "qui vérifie" (tournures les plus couramment utilisées dans le cas de " $\exists x \in E, P(x)$ ".

Si les élèves prennent l'habitude de traduire " $\exists x$ " par "Il existe au moins un x ", ils sont amenés, lors de la transcription en français d'une proposition contenant le quantificateur existentiel, à introduire, pour que la phrase soit grammaticalement correcte, une expression du type "tel que", et ceci se fait alors au petit bonheur (c'est-à-dire, bien souvent, au petit malheur, surtout lorsqu'il y a plusieurs quantificateurs qui interviennent). Et il arrive qu'un mauvais placement de "tel que" conduise à une mauvaise (du point de vue sémantique) traduction. Ce type d'erreur a d'ailleurs été relevé par J. Adda (article cité). Prenons l'exemple des deux phrases suivantes, qui ne diffèrent que par l'emplacement de "tel que":

(a) "Il existe au moins un x de E tel que, pour tout y de F , l'on ait $P(x,y)$ "

(b) "Il existe au moins un x de E , pour tout y de F , tel que l'on ait $P(x,y)$ "

Ces deux phrases correspondent respectivement, en langage symbolique, aux énoncés suivants:

(a') " $\exists x \in E \forall y \in F P(x,y)$ "

(b') " $\forall y \in F \exists x \in E P(x,y)$ ".

Ces deux énoncés n'ont évidemment pas la même signification. Et pourtant, il arrive que des élèves lisent (a') sous la forme (b), sans se rendre compte de leur erreur.

Ceci montre pourquoi ce n'est pas pure "maniaquerie" que d'insister, lorsqu'on introduit dans une classe l'écriture symbolique des quantifications, sur le fait que le "tel que" fait partie intégrante de la "traduction" la plus courante du quantificateur " $\exists$ ".

La quantification implicite:

Elle est relativement plus rare que la quantification universelle implicite, et se rencontre essentielle avec "un", sans annonce de quantification. Nous en avons rencontré un exemple plus haut (page 6), et nous n'insisterons pas davantage ici. Le problème, dans un cas comme dans l'autre, est en fait celui de "un", tantôt quantifiant universel, tantôt quantifiant existentiel, tantôt ni l'un ni l'autre. Les différents statuts (syntaxiques et sémantiques) de "un" gagneraient à être étudiés par la classe, en commun

avec le professeur de français et celui de mathématiques. On pourrait alors cerner d'un peu plus près ces ambiguïtés, si néfastes dans certains cas.

... Comme nous l'avons dit ci-dessus, il arrive (plutôt rarement, il est vrai) qu'une quantification existentielle ne soit pas annoncée. C'est le cas, par exemple, de l'exemple suivant, extrait de l'un des manuels étudiés:

"Au moins un couple d'éléments de ExE ne vérifie pas ...".

A proprement parler, il n'y a pas ici de quantification implicite: on voit bien qu'elle existe dans la phrase. En fait, ce qui explicite la quantification existentielle, c'est l'expression "au moins", qui permet de décider si le "un" qui la suit est universel ou existentiel. En effet, la phrase:

"Un élément de E vérifie la propriété P"

est ambiguë, puisqu'on peut

la comprendre de trois manières (au moins):

- 1°) Tout élément de E vérifie la propriété P;
- 2°) Au moins un élément de E vérifie la propriété P;
- 3°) Il existe un élément unique de E qui vérifie la propriété P.

Parmi ces trois interprétations, la première est "universelle", et les deux autres "existentielles". La présence de "au moins" dans la phrase citée plus haut permet donc de préciser à la fois:

- a) qu'il s'agit d'une quantification existentielle;
- b) de quel type de quantification existentielle il s'agit.

LE NOM ET LA CHOSE:

Dans le langage symbolique, on est obligé de nommer, par une lettre, l'être sur lequel on fait porter la quantification (Exemple: " $\exists x \in E$ "). En français, ce n'est pas le cas; on peut dire, par exemple:

"Tout nombre réel non nul admet un inverse",

phrase qui ne peut s'ex-

primer en langage symbolique que sous une forme du type:

" $\forall a \in \mathbb{R}^*, \exists a' \in \mathbb{R}^* \quad a.a' = a'.a = 1$ ".

Cependant, lorsque la propriété que vérifie l'élément quantifié ne peut s'exprimer simplement en français, on est souvent dans l'obligation d'avoir recours à une notation littérale de cet élément (variable muette). Par exemple, si on veut exprimer en français la proposition:

" $\forall x \in \mathbb{R} \quad 3x^2 + 2x > -1$ ",

on le fera en général en ayant recours à une lettre pour désigner la variable quantifiée, plutôt que de dire quelque chose du type:

"Pour tout nombre réel, le triple du carré de ce réel augmenté du double dudit réel est strictement supérieur à -1".

Un moyen d'éviter l'utilisation de lettres, plus élégant que celui qui pré-

cède, et qui a l'avantage de mettre en évidence la notion de "variable muette", est celui qu'utilise G en introduisant les "moules"; il s'agit également d'une notation, mais non littérale cette fois. La proposition précédente se traduirait ici par :

" Tout nombre réel vérifie le moule: $3\Box^2 + 2\Box > -1$ ".

Pour en revenir à l'utilisation de lettres pour représenter des variables quantifiées, un problème qui se pose est celui de savoir ce que désigne cette lettre. Un exemple -tiré, lui aussi, de l'un des huit manuels- va nous préciser ce problème. Nous trouvons en effet, à la même page, ces deux éléments de phrase:

(c) " Si α désigne un décimal non nul "

(d) " Si u est un décimal non nul ".

Ces deux formulations sont ressenties comme sémantiquement équivalentes. Et pourtant:

(c) signifie que α est le nom que l'on attribue au décimal (le Petit Robert donne d'ailleurs comme synonymes de "désigner", dans cette acception, "dénommer" et "nommer")

(d) signifie que u est le décimal lui-même.

En fait, la quantification en langage symbolique " $\forall x \in E$ " introduit à la fois la nature de l'être mathématique ($\in E$) et le nom de cet être (x). La formulation (c) établit bien cette distinction entre le nom (α) et la chose (décimal non nul), au contraire de la formulation (d) : si on voulait pousser la contradiction jusqu'au bout, on pourrait rétorquer à celui qui dit (d) : "Mais non, u n'est pas un décimal, c'est une lettre de l'alphabet".

Il s'agit ici encore d'un exemple de confusion entre signifié (l'être mathématique) et signifiant (le symbole qui le désigne)⁽¹⁰⁾; simple abus de langage, en fait, mais qui est plus important qu'on ne le croit au niveau de la Sixième, où il faut dès le départ prendre grand soin de distinguer les deux niveaux, sous peine de voir se créer des blocages⁽¹¹⁾. Bien sûr, lorsque cette distinction aura été bien sentie par tous les enfants, on pourra alors, sans craindre d'être mal compris, utiliser des formulations telles que (d): il n'y aura plus de risque d'incompréhension, tout au moins à ce niveau.

En conclusion, cette étude nous a donc permis d'aborder quelques problèmes relatifs aux quantifications, et qui sont à l'origine d'un certain nombre d'incompréhensions en mathématiques, aussi bien dans le Second cycle que dans le Premier. En particulier l'approche de la notion de quantification par la reconnaissance de celle-ci lorsqu'elle est exprimée en français (et même lorsqu'elle n'est pas exprimée), la plus grande comple-

xité de la quantification existentielle, ainsi que l'existence de formules ambiguës, où la quantification est explicitée, mais imprécise.

D'autre part, le "support" qu'ont constitué les huit manuels étudiés nous a permis de voir quelles étaient les expressions les plus fréquentes de ces quantifications en français. Cela pourrait d'ailleurs déboucher sur une étude d'autres problèmes: présence ou non du référentiel dans la formule quantifiante, différence éventuelle entre le langage des manuels de type "classique" et celui des recueils de fiches, etc.

Nous avons vu également la grande variété de formes que pouvaient revêtir ces quantifications, et à laquelle il faut que les élèves s'habituent. Bien sûr, l'explicitation systématique des quantifications en français est inapplicable, parce qu'elle conduit souvent à des formulations lourdes, et il est bien évident que le professeur, lorsqu'il sentira que cela ne posera pas problème (et à condition d'avoir bien précisé dans quel référentiel on travaille), sera amené à les omettre dans certains cas. Mais il faudra qu'il soit lui-même bien conscient de cette omission, de façon à pouvoir l'inclure dans les causes possibles d'incompréhension chez ses élèves.

NOTES

- (1) "L'importance des quantifications dans la compréhension des mathématiques" in Revue NICO n°19 (Décembre 1975) pp. 107-125.
- (2) Voici la liste de ces manuels, ainsi que les abréviations que nous utiliserons dans la suite pour les désigner:
 - B: B. Baudlot (Ed. L'Ecole, 1974, Dossier mathématique)
 - BGPS: J.-L. Boursin, R. Gitton, C. Pisot, J. Stouls (Ed. Bordas, 1976)
 - G: E. Galion (Ed. OCDL-Hatier, 1971)
 - GGCG: G. Girard, D. Gerll, M. Cohen, A. Gerll (Ed. Hachette, 1975, Coll. 65/43)
 - IM: P. et Y. Gilbert, G. Le Guédart, L. et S. Morin, G. Tarralle, M.-A. Touyarot (Ed. Nathan, 1973, Itinéraire mathématique)
 - J: IREM de Grenoble (Ed. CEDIC, 1976, Faisons des Mathématiques avec Jeomatri)
 - M: M. Monge, M. Guinchan, J.-P. Pelle, F. Pécastaings, S. Hautcoeur-Tardieu (Ed. Belin, 1974)
 - QR: P. Biancamaria, E. Dehame, G. Keramsi (Ed. Nathan, 1973, Coll. Queysanne-Revuz)
- (3) Cette ligne regroupe en fait les formules contenant le mot "tout", associé à une préposition autre que "pour" (Remarquons que les prépositions autres que "à" sont très rarement utilisées). La ligne suivante concerne "tout", employé sans préposition.
- (4) 32% pour la seule formule "Pour tout".

- (5) Cette formule n'étant d'ailleurs pas du français.
- (6) Au sujet de l'importance de l'ordre des quantifications, voir par exemple les propositions (a') et (b'), page 15.
- (7) Voir en particulier les rapports d'expérimentation n^{os} 4 et 5, in: "Groupe Français-Mathématiques, bilan de deux années (IREM de Paris-Sud, 1978).
- (8) in: "Dire et ne pas dire. Principes de sémantique linguistique" (Ed. Hermann, 1972, Coll. Savoir)
- (9) Emission de la série "Etudes pédagogiques", intitulée: "Problèmes de langage" et diffusée pour la première fois le 12 Mars 1977). Voir également le rapport d'expérimentation n° 7 (in op. cit. note 7)
- (10) Voir à ce sujet: "Télé(picto)grammes", in Bulletin de l'APMEP n°308 (Avril 1977) et op. cit. note 7.
- (11) signalés par J. Adda dans "L'incompréhension en mathématiques et les malentendus", in Educational Studies in Mathematics 6 (1975).

S/S

UNIVERSITE PARIS VII

INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Tour 56 - 3^e étage
2, Place Jussieu
75005 PARIS

Tél. 336.25.25
Postes 53 83 à 53 86

Septembre 1979

LES MOTS POUR LE DIRE

(SUR LE VOCABULAIRE DES DÉNOMBREMENTS)

Groupe Français-Mathématiques

§ § § § § §

Bernard PARZYSZ

Nous nous proposons ici d'étudier quelques aspects particuliers du vocabulaire relatif aux définitions des mots "combinaison", "arrangement", "permutation", spécifiques des dénombrements.

Pour ce faire, une idée naturelle est de regarder ce que l'on trouve dans les manuels des classes où les dénombrements figurent au programme. C'est ce que nous avons fait, avec une douzaine de manuels de Première CDE.

PREMIERS RÉSULTATS:

Voici, en première approximation, ce qu'il ressort de cet examen.

-Combinaison:

La combinaison est partout définie comme partie (sous-ensemble) d'un ensemble fini.

Quant à la formulation, elle présente, en ce qui concerne la dénomination exacte de l'objet défini, trois formes principales:

-Combinaison

-Combinaison de p éléments d'un ensemble E

-Combinaison p à p des n éléments d'un ensemble E .

Par rapport à la première forme, la deuxième précise le nombre d'éléments du sous-ensemble; la dernière, elle, surenchérit en indiquant également le cardinal de l'ensemble. On relève de plus, dans cette troisième forme, la tournure " p à p ", sur laquelle nous reviendrons plus loin.

.../...

.../...

D'autre part, certains manuels précisent: "combinaison sans répétition", ce qui ne s'impose pas en Première (sinon pour suggérer l'existence de combinaisons avec répétition)... Or, nous trouvons, dans les Instructions particulières aux classes de Première (Instruction n° 71-244 du 26 juillet 1971): "Une partie à p éléments d'un ensemble à n éléments est appelée combinaison sans répétition de ces n éléments p à p " (mais ceci est destiné aux professeurs, et non aux élèves. Il faut toutefois y relever la présence de la formule " p à p ").

-Arrangement:

On le trouve défini, soit comme p -uplet, soit comme injection (le premier cas est parfois signalé comme "ancien").

La formulation présente exactement les mêmes formes que dans le cas de la combinaison).

-Permutation:

La permutation étant un cas particulier d'arrangement, il est normal que l'on trouve les deux conceptions de la permutation: n -uplet ou bijection.

En ce qui concerne la dénomination de l'être mathématique défini, elle présente deux formes:

-permutation de l'ensemble

-permutation des éléments.

La première forme correspond plutôt à la permutation-bijection (qui met en relation deux ensembles); la seconde, elle, va plutôt dans le sens de la permutation- n -uplet (elle met l'accent sur les éléments).

Ceci est d'ailleurs confirmé par le Dictionnaire des Mathématiques modernes de Lucien Chambadal (Larousse, 1969):

"On appelle permutation d'un ensemble E toute bijection de E sur lui-même.

Anciennement, les bijections d'un ensemble E à n éléments sur lui-même étaient appelées substitutions; le mot permutation dési-

.../...

gnait alors un arrangement de n éléments de E ."

"P À P":

Venons-en maintenant à cette tournure "bizarre" qu'est "p à p", et que l'on retrouve dans certaines définitions de la combinaison et de l'arrangement.

Pour essayer d'y voir plus clair, consultons le vieux Littré qui, bien que centenaire, est souvent de bon conseil. On y trouve:

"-Arrangement: ...En Algèbre, ordre dans lequel des lettres peuvent être placées l'une par rapport à l'autre. Arrangement de six lettres, deux à deux, trois à trois."

"-Combinaison: Assemblage de plusieurs choses deux par deux, trois par trois, ou, en général, nombre par nombre, dans un ordre déterminé."

Passons sur le fait que cette définition de la combinaison correspondrait plutôt, elle aussi, à la notion d'arrangement, et qu'elle indique la synonymie des acceptions de "à" et de "par" considérées (commutation possible sans altération du sens). La définition de l'arrangement se réfère à la notion de p -uplet (ce qui est normal, vu l'époque). Mais nous voyons surtout qu'elle utilise, elle aussi, le fameux "p à p" (sous une forme, il est vrai, plus "littéraire").

Replongeons-nous donc dans le dictionnaire pour en savoir davantage. Nous trouvons, à l'entrée "à":

"...entre le même mot répété sans article, indiquant que personnes ou choses se suivent ou se touchent (c'est Littré qui souligne). Un à un. Trois à trois. Ils passèrent un à un. On les compta trois à trois. Goutte à goutte.. Pas à pas. Mot à mot."

Cette notion (qui(faut-il le dire?) correspond au sens habituel attaché à une expression telle que "trois à trois") cadre mal avec les formulations des définitions citées plus haut (y compris celles de Littré). En effet, tous les exemples renvoient à l'idée de succession (sauf, peut-être, le dernier, où l'on pourrait également voir celle de bijection). Prenons,

par exemple: "On les compte trois à trois". Ce que l'on évoque, là, c'est une succession de "paquets" de trois; or, lorsque l'on envisage la formule "arrangement de six lettres deux à deux", le contexte de la définition (ici: "ordre dans lequel des lettres peuvent être placées l'une par rapport à l'autre") indique que l'on ne considère qu'un seul de ces "paquets" (qui, bien sûr, est ordonné). Le sens courant est donc ici mis en défaut. Il semble que nous nous trouvions, une fois encore, devant un de ces cas de "détournement sémantique", dont les mathématiciens sont coutumiers.

Peut-on essayer de voir quelle est l'origine de ce détournement?

Jetons un coup d'oeil à la "Théorie des nombres" d'Edouard Lucas (Gauthier-Villars, 1891). On y trouve les définitions suivantes:

"-Les arrangements simples de p objets distincts, pris q à q , sont les manières de disposer en ligne droite q de ces objets, de telle sorte que deux dispositions diffèrent soit par le choix, soit par l'ordre des objets."

"-Les combinaisons simples de p objets, pris q à q , sont les groupes que l'on peut former avec q de ces objets, de telle sorte que deux groupes diffèrent par le choix et non l'ordre des objets."

Ce qui est intéressant ici, pour nous, c'est que l'auteur ne définit pas un arrangement (resp. combinaison), mais les arrangements (resp. combinaisons). C'est donc l'ensemble qui est défini, et non l'élément.

Les définitions du Petit Robert sont également intéressantes à ce point de vue:

"-Arrangement: Sc. Arrangement de m objets p à p : les groupes que l'on peut former en prenant p éléments parmi les m , chaque groupe différant des autres (par la nature ou l'ordre des éléments)."

"-Combinaison: Sc. Alg. Chacune des manières de grouper une collection d'objets; choix d'un nombre déterminé d'objets différents parmi un nombre plus grand."

"-Permutation: (1762) Math. log. Chacun des arrangements que peut prendre un nombre défini d'objets différents."

.../...

La définition de la permutation est d'un type intermédiaire entre celui de Littré (élément) et celui de Lucas (ensemble): P.R. définit la permutation comme élément d'un ensemble ("Chacun des..."), et c'est cet ensemble qui est précisé.

Celle de la combinaison est double: la première partie est du type précédent, la seconde étant du type "Littré".

Quant à celle de l'arrangement, elle est curieuse, en ce sens qu'elle définit un singulier (arrangement) par un pluriel (les groupes). Il est vraisemblable que le mot "arrangement" devrait être écrit au pluriel, auquel cas la définition serait du type "Lucas".

Tout ceci peut nous permettre de mieux comprendre le sens de "p à p". Il s'agit, lorsqu'on définit l'ensemble des combinaisons (par exemple), de considérer toutes les parties de l'ensemble E qui comportent p éléments; c'est-à-dire qu'on forme les parties de E de cardinal p, et ce, bien sûr, de toutes les façons possibles; on constitue donc bien des "paquets" de p objets.

On se rapproche davantage, ici, du sens courant. Mais il subsiste malgré tout une différence (non négligeable): l'idée commune (d'après Littré) est celle de succession, de juxtaposition, donc de partition finalement, ce qui ne correspond pas à ce qui est sous-entendu lorsque l'on parle de l'ensemble des combinaisons. (Et cet "écart" est parfois cause d'incompréhension chez certains élèves, qui répondent par exemple qu'un ensemble à 6 éléments comporte deux parties à 3 éléments). Mais revenons à notre problème. Tout se passe comme si l'on avait commencé par définir l'ensemble des combinaisons (par exemple) à l'aide d'une formulation du type:

"Combinaisons des éléments de E: les parties de E obtenues en prenant les éléments de E p à p, et ce de toutes les façons possibles."

(Nous ne reviendrons pas ici sur l'ambiguïté, signalée plus haut, d'une telle formulation, malgré l'adjonction de la mention "de toutes les façons

.../...

.../...

possibles").

Puis, désirant, dans un même groupe nominal, rassembler des précisions sur

- l'ensemble de référence (E, à n éléments)
- les objets considérés:
 - nature (combinaisons)
 - façon de les obtenir (p à p),

on en est arrivé à un syntagme du type:

"les combinaisons / des n éléments de E / (pris) p à p" (avec permutation possible des deux derniers blocs).

Il n'y avait plus alors qu'un petit pas à faire (changement de déterminant) pour en arriver à: "une combinaison des n éléments de E p à p". L'ennui est que, dans cette dernière transformation, l'expression "p à p" s'est tout à fait vidée de sens, et est devenue, en quelque sorte, "rituelle", espèce d'incantation, ou plutôt expression ésotérique permettant aux initiés des dénombrements de se reconnaître entre eux. Ne serait-il pas plus simple de parler de "combinaison (resp. arrangement) de p éléments de E", comme cela se fait dans certains des manuels consultés? L'information véhiculée serait la même, et la clarté y trouverait son compte. Il est juste de dire que cette formulation se rencontre de plus en plus mais, la force de l'habitude aidant, "p à p" s'accroche encore.

Les notions utilisées dans les dénombrements ont évolué depuis le siècle dernier: l'arrangement est passé du statut de p-uplet à celui d'injection, et par suite la permutation, de n-uplet, est devenue bijection. Il serait dommage que le vocabulaire, lui, reste figé dans des formules vides qui ne peuvent qu'accroître les difficultés qu'ont nos élèves à appréhender des notions déjà suffisamment complexes en elles-mêmes. Ce qui s'énonce clairement se concevrait peut-être mieux...

§ § § § § § § § § § § § § § §

Novembre 1979

INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Tour 56 - 3^e étage
2, Place Jussieu
75005 PARIS

Tél. 336.25.25
Postes 53 83 à 53 86

UN COMPTE À VOTRE FAÇON

Groupe Français-Mathématiques

Bernard PARZYSZ

§ § § § § § §

Les exercices de dénombrement sont faits pour dénombrer, aurait pu dire Monsieur de La Palisse; c'est-à-dire pour "compter, énumérer, inventorier, recenser" (liste de synonymes aimablement fournie par le Petit Robert). Encore faut-il savoir ce qu'il s'agit de dénombrer... Cela dépend évidemment de l'exercice; cependant, un certain nombre de mots reviennent assez fréquemment dans les énoncés; ce sont (par exemple): cas, façon, manière, disposition, possibilité... (ces mots étant, bien sûr, employés au pluriel). Le véritable dénombrement commencera au moment où l'on aura déterminé ce qu'est un "cas", une "façon", une "manière", etc. Ce ne sera plus alors, le plus souvent, que routine. La difficulté, en réalité, réside surtout dans cette détermination. Pour illustrer ceci, j'ai choisi quelques exercices dans des manuels de Première et de Terminale.

Commençons par les deux énoncés suivants:

"De combien de manières peut-on placer six convives autour d'une table ronde?"

(Aleph0, Première C)

"Huit convives sont invités à s'asseoir autour d'une table où huit sièges sont prévus. Combien y a-t-il de dispositions possibles distinctes de ces huit personnes occupant chacune un siège?"

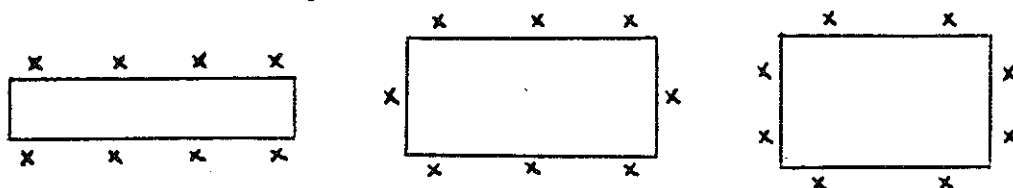
(Queysanne-Revuz, Première C)

Le premier de ces deux énoncés précise la forme de la table, alors

.../...

que le second reste muet sur ce sujet. Le fait que la table soit ronde a-t-il une quelconque importance pour le problème qu'il s'agit de résoudre?

Prenons le cas d'une table rectangulaire, autour de laquelle s'assoient huit personnes. Eliminons même le cas où toutes les places n'ont pas la même valeur: sociale (place d'honneur, préséances,...), ou autre (éclairage, courant d'air,...). Supposons également que la répartition des convives présente une symétrie. Nous pourrions alors avoir les répartitions suivantes (dépendant en partie des proportions de la table), que l'on peut difficilement considérer comme équivalentes:



Si maintenant la table est ronde, à 4 pieds (pour fixer les idées), quatre des huit convives seront, selon toute vraisemblance, gênés par ces pieds (qui n'a jamais été confronté à ce problème?). Si, partant d'une disposition quelconque, on décale chacune des huit personnes d'un huitième de tour dans le même sens, pourra-t-on dire que la nouvelle disposition est équivalente à la première? Du point de vue d'un spectateur extérieur, peut-être, mais de celui d'un convive...? Or, comment ce type d'exercice est-il résolu habituellement? En considérant les octuplets de convives, et la relation d'équivalence qui consiste à identifier deux octuplets se déduisant l'un de l'autre par une "permutation circulaire". C'est-à-dire que l'on ne tient aucun compte des considérations faites plus haut, et que l'on idéalise la situation, contrairement à la vraisemblance. Plutôt que de préciser que chaque personne occupera un siège (!), n'aurait-il pas été préférable de dire ce que l'on considérerait comme dispositions équivalentes?

Examinons maintenant les deux énoncés suivants:

"Une boîte contient 12 billes: 5 noires, 4 blanches, 3 rouges. On prélève 6 billes dans la boîte.

.../...

1°) Soit x le nombre de façons de faire ce prélèvement. Calculer x ..."

(Riche. Première C)

"Une urne contient 4 boules blanches et 5 boules noires. On tire successivement 5 boules de l'urne, en remettant la boule obtenue dans l'urne après chaque tirage.

1°) Quel est le nombre de cas possibles?..."

(Durrande. Terminale A)

Le premier de ces énoncés est bien ambigu: qu'est-ce donc qu'une "façon" de faire le prélèvement de 6 billes? Comment la caractériser?

--par le nombre de billes de chaque couleur? (loi multinômiale)

-par l'"identité" des 6 billes tirées (supposées discernables)?

-par la façon dont on sort les billes de l'urne (simultanément; successivement; deux par deux; deux, puis trois, puis une;...)?

Faute de précision, il est absolument impossible de choisir entre ces diverses possibilités (et peut-être y en a-t-il encore d'autres...).

Le second énoncé est au moins aussi équivoque que le premier. En tout cas... Mais, au fait, qu'est-ce donc qu'un "cas", pour l'auteur de cet énoncé? Essayons de le deviner.

A priori on peut, ou non, faire les hypothèses suivantes:

(H_1) les boules sont discernables autrement que par leur couleur (numérotage, par exemple)

(H_2) on tient compte de l'ordre dans lequel sont tirées les boules.

D'où quatre possibilités:

A- (non H_1) et (non H_2): Un "cas" sera alors déterminé par la donnée du nombre de boules de chaque couleur que l'on a obtenu. Il y aura donc 6 cas.

B- (non H_1) et H_2 : Puisqu'on tient compte de l'ordre, il faudra ici faire intervenir, dans chacun des "cas" précédents, les différentes modalités auxquelles on s'intéresse (ordre d'obtention des couleurs). Un "cas" pourra maintenant être exprimé comme quintuplet d'éléments pris dans {noir, blanc}. Cela nous donnera donc 2^5 , soit 32 possibilités.

.../...

C- H_1 et H_2 : Supposons par exemple les boules numérotées de 1 à 9. Un "cas" pourra alors être assimilé à un quintuplet d'éléments (distincts ou non) pris dans $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$. Il y aura donc 9^5 , soit 59049 cas possibles.

D- H_1 et (non H_2): Cette fois, l'ordre n'intervenant plus, le problème se complique: un cas pourra être représenté par l'indication des numéros des boules tirées, assortis du nombre de fois qu'ils ont été obtenus. Le calcul (que je laisse au lecteur le plaisir d'effectuer) conduit à trouver 1287 cas possibles.

En conclusion, suivant l'interprétation faite de l'énoncé, on obtient un nombre de cas qui peut varier de 6 à 59049! Et nous n'avons certainement pas épuisé toutes les possibilités...

La seconde question de cet exercice permettait-elle de "lever" cette indétermination? La voici:

" 2°) Quel est le nombre de cas favorables au tirage de:

- a) 5 boules blanches
- b) 5 boules noires
- c) 4 boules blanches et 1 boule noire dans cet ordre
- d) 4 boules blanches et 1 boule noire
- e) 2 boules blanches et 3 boules noires dans cet ordre
- f) 2 boules blanches et 3 boules noires
- g) au plus 1 boule noire?"

Remarquons d'abord l'opposition 2°c/2°d, d'une part, et 2°e/2°f d'autre part. Dans chacun des deux cas, on s'intéresse d'abord à l'obtention d'un certain résultat où l'ordre intervient ("dans cet ordre"), et ensuite à celui du même résultat où il n'est pas tenu compte de l'ordre. On peut en déduire -ou plutôt en induire- que les résultats de 2°d et de 2°f s'obtiennent à partir (respectivement) de ceux de 2°c et de 2°e. Auquel cas (si l'on peut dire!) un "cas" devra faire intervenir l'hypothèse H_2 , ce qui ne laisse plus en lice que les possibilités B et C).

Chacune de ces deux possibilités est cohérente. Alors, sur quel critère se basera-t-on pour rejeter telle ou telle solution?

.../...

On peut penser que l'auteur (professeur de mathématiques) avait en vue (l'emploi du mot "favorables" est un indice en ce sens) un exercice de probabilités : schéma d'urne, tirage non exhaustif avec équiprobabilité des "cas". Dans cette perspective, ce qu'il est "normal" de considérer, comme "cas", ce sont ceux que l'on obtient dans C (individualisation des boules). Ceci permet d'éliminer la solution correspondant à B. Mais est-il à la portée d'un élève de Première ou de Terminale (A!) de faire ce genre de "raisonnement", plus "psychologique" que mathématique? Qu'il me soit permis d'en douter.

Ces quelques exemples (on pourrait, certes, les multiplier) montrent que, dans les énoncés d'exercices, il peut parfois subsister des ambiguïtés dont les auteurs n'ont peut-être pas pris conscience. Avant de rejeter une solution d'élève comme "non conforme", il faudrait donc regarder de près si l'énoncé ne pouvait pas être compris comme l'a fait l'élève. En fait, en tant que "spécialistes", nous avons tendance à comprendre à demi-mot (voire même à deviner le non-dit). Mais cette espèce de connivence avec l'auteur de l'énoncé, l'élève ne l'a pas forcément, et il ne faudrait pas qu'il lui en soit tenu rigueur. A nous de faire attention: même en mathématiques, la vérité n'est pas toujours unique...

S/S

Octobre 1979

INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Tour 56 - 3^e étage
2, Place Jussieu
75005 PARIS

Tél. 336.25.25
Postes 53 83 à 53 86

Groupe Français-Mathématiques

§ § § § §

L'ÉQUIPROBABILITÉ, EST-CE QUE CELA VA SANS DIRE?

Bernard PARZYSZ

Au niveau de la Première et de la Terminale, classes où sont enseignées les probabilités, de nombreux exercices font intervenir la notion d'équiprobabilité (notion relativement simple et qui est, d'ailleurs, historiquement apparue assez tôt). Voulant essayer de voir comment se "traduisait", dans les énoncés, cette notion, j'ai dépouillé les énoncés des exercices proposés au Baccalauréat en 1977 et 1978, dans les séries A, B, D et D'.

Il faut tout d'abord remarquer que la référence à l'équiprobabilité est, le plus souvent, explicite ("même probabilité", "équiprobabilité", "également probables", "la même chance", "chances égales", ...). Parfois, elle l'est moins; voici des formulations qui (avec une probabilité voisine de 1 (?)) semblent inviter le lecteur à faire l'hypothèse de l'équiprobabilité:

- . tirage au hasard
- . boules indiscernables au toucher
- . pièce de monnaie bien équilibrée
- . jetons identiques ...

En ce qui concerne les dés, le vocabulaire est relativement riche:

- . dé parfait (est-ce un jugement de valeur?)
- . dé homogène
- . dé non pipé
- . dé non truqué (cf. Petit Robert: Piper des dés, des cartes, les truquer)...

Avec des exercices aux énoncés un peu "originaux", nous trouvons des formula-

.../...

.../...

tions également "originales":

. bouts de papier pliés tous de la même façon

. on suppose les clés indiscernables et les essais aléatoires...

Toutes ces formulations, du point de vue du simple bon sens, n'impliquent pas forcément l'équiprobabilité:

Par exemple, une pièce de monnaie a beau être "bien équilibrée", cela ne voudra pas dire que l'on élimine le cas où elle tombera sur la tranche; un dé, même non pipé, peut ne pas donner une même probabilité d'apparition de chacune de ses faces (et c'est même le cas le plus fréquent, cf. expérience de Weldon); ce n'est pas non plus parce que des boules sont indiscernables au toucher qu'elles auront forcément toutes la même probabilité d'être tirées d'une urne... On pourrait ainsi multiplier les exemples.

Ce qu'ont de commun les formulations ci-dessus, c'est essentiellement que, éliminant une cause de disparité parmi les "objets" considérés, elles invitent à conclure qu'aucune disparité ne subsiste. En fait, il faut considérer ces expressions comme des codages de la notion d'équiprobabilité; codages plus ou moins "classiques", mais destinés de toute façon à faire faire, par le lecteur, cette hypothèse de l'équiprobabilité. Il faut donc que nous, enseignants, fassions prendre conscience clairement, à nos élèves, de l'existence de ces codages, et de leur signification.

Une fois identifié le codage, l'élève devra franchir un pas supplémentaire, et "se hasarder", en ajoutant une donnée qui n'est réellement que suggérée par l'énoncé (donnée sans laquelle, bien sûr, il ne pourrait pas résoudre le problème posé). Ce n'est pas là une démarche facile...

...Mais que penser d'exercices que l'on ne peut résoudre sans faire une hypothèse supplémentaire (l'équiprobabilité étant la plus "simple"), et où nulle allusion (même voilée) n'est faite quant au choix d'une probabilité? Je n'en ai pas relevé moins de six exemples, sur l'ensemble des énoncés étudiés. Voici, par exemple, un exercice proposé à Lille en 1978 (série B):

.../...

.../...

"Une urne contient dix boules numérotées de 1 à 10.

On retire une à une, sans les remettre, trois boules de l'urne.

a) Quelle est la probabilité pour que les trois boules tirées portent toutes des numéros pairs?

b) Quelle est la probabilité pour qu'une seule des trois boules tirées porte un numéro pair?"

Manifestement, une donnée ne figure pas dans cet énoncé: la probabilité que l'on a de tirer chaque boule. Faute de le savoir, l'exercice ne peut, théoriquement, être résolu. Bien sûr, l'habitude des probabilités (ou plutôt celle des énoncés du Baccalauréat) fait "voir" l'équiprobabilité là où elle n'est pas (ou plutôt: là où elle n'est pas dite, car je pense -ai-je tort?- que c'est l'hypothèse d'équiprobabilité que l'auteur de l'énoncé en question voulait que l'on fit). Que penserait-on d'un candidat qui commencerait la résolution de cet exercice en choisissant les probabilités des tirages de boules (après avoir signalé l'insuffisance de l'énoncé)? Dans le meilleur des cas, qu'il a l'esprit bien compliqué. Et pourtant, son hypothèse serait-elle moins "plausible" que celle de l'équiprobabilité? L'énoncé ne dit rien quant à la taille des boules, par exemple...

Bien sûr, dans un énoncé, il n'est pas possible de tout expliciter. Que dire, donc, à nos élèves, pour les mettre en garde devant ce genre de "péché par omission": qu'une absence d'information doit être interprétée comme un codage de l'équiprobabilité? Mais, sera-ce bien toujours le cas? Alors, le "bon sens"?...

On voit, après ce rapide survol, la disparité des énoncés au niveau de l'équiprobabilité. Nous ne saurions trop conseiller à nos élèves de se montrer vigilants. Car, résoudre un problème, est-ce répondre à la question posée, ou donner la réponse qu'attend l'auteur (ou le correcteur) de ce problème (ce qui ressortit au moins autant à la psychologie qu'aux mathématiques)? Le débat reste ouvert...

S/S

INSTITUT DE RECHERCHE POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Tour 56 - 3^e étage
2, Place Jussieu
75005 PARIS

Tél. 336.25.25
Postes 53 83 à 53 86

POUR ESSAYER DE DÉFINIR NOS DIFFÉRENCES

(COMPTE-RENDU DES TRAVAUX DE L'ATELIER

Groupe Français-Mathématiques

MATH-FRANCAIS DU CONGRES DE L'A.F.E.F.,

§ § § § § § §

A STRASBOURG)

Pierre BLAVIN. Bernard PARZYSZ

Au mois de ~~Jan~~juin dernier (cf. Bull. APMEP n°320) s'est tenu à Strasbourg le congrès de l'A.F.E.F. (Association française des enseignants de français), dont le thème était: l'interdisciplinarité. A cette occasion, il avait été demandé au Groupe Français-Math de l'IREM de Paris-Sud d'animer un atelier. Finalement, et après discussion au sein du groupe au cours d'une réunion générale, nous (les deux signataires de cet article) avons adopté le schéma suivant:

1) Présentation du GFM: Origine. Buts poursuivis. Fonctionnement.

Résultats obtenus. Difficultés rencontrées (et réflexion sur l'avenir des IREM).

2) Sensibilisation des enseignants présents à certains problèmes, liés à la trop grande spécialisation des enseignants du Secondaire, et qui ne sont pas toujours perçus nettement (lorsqu'ils le sont).

Pour ce faire, nous avons choisi d'extraire, de 19 manuels de Mathématique des classes de 6^e, 5^e, 4^e, les "blocs définitionnels" de la notion de...différence (de deux ^{décimaux} relatifs).

Il ne s'agissait pas de discuter de l'intérêt qu'il peut y avoir (ou non) à donner aux élèves du Premier cycle la définition de cet être mathématique, mais de disposer d'un corpus suffisamment grand de définitions d'un même objet, dans le but de les examiner et de les comparer entre elles. Nous avons donc distribué aux participants à l'atelier (une vingtaine, presque tous (à deux exceptions près) enseignants de français) le texte polyco-

.../...

pié de ces 19 "définitions" (voir Annexe). Nous avons ensuite fait remarquer que le bloc définitionnel pouvait se décomposer en trois parties:

- théorème d'existence et d'unicité (avec, en annexe, le procédé d'obtention);
- définition proprement dite;
- notation.

Après avoir pris connaissance des énoncés et obtenu quelques explications d'ordre mathématique, les participants se sont scindés en groupes de quatre ou cinq pour se livrer à une analyse critique, surtout du point de vue des compétences linguistiques implicitement exigées des élèves de 6^e, 5^e, 4^e:

Pour l'essai de synthèse qui suit, nous avons utilisé, outre les résultats de nos propres recherches, les rapports présentés par les porte-parole de chaque groupe et les remarques faites en d'autres lieux par divers enseignants de français qui avaient pu lire ces énoncés.

Nombre d'entre eux sont apparus incomplets. C'est seulement dans les manuels de Quatrième que l'on trouve (en général) à la fois toutes les parties du bloc définitionnel signalées plus haut.

A propos de l'unicité, l'insistance marquée par "un et un seul" (8-9-11-15-18-19) ou "unique" (10-16) a intrigué les enseignants de français. C'est qu'en vertu de la "loi d'exhaustivité", le "déterminant" "un", dans le langage courant, sous-entend l'unicité, tandis que, dans le métalangage mathématique, il a la signification de "au moins un" (Qui peut le plus peut le moins. Autrement dit: si telle propriété est vraie pour plusieurs éléments, elle est vraie pour un élément quelconque pris parmi ceux-ci). Pour un mathématicien, si plusieurs éléments appartiennent à la fois à l'ensemble A et à l'ensemble B, la proposition "il existe un élément commun aux ensembles A et B" sera déclarée vraie ⁽¹⁾. La précision concernant "un et un seul" n'est donc pas superflue.

Remarquons que "un et un seul" (ou "unique") devient majoritaire dans les manuels de 4^e, donc au moment où l'on est en droit d'attendre de

.../...

l'élève un maximum de précision. A noter que, du point de vue stylistique, "unique" a paru préférable à la majorité des professeurs de français. Le déterminant "le" ne pose pas le même problème: utilisé dans 1, 3, 6, 13, 14 et 17, renforcé ou non par une subordonnée relative, il a le même sens que dans le langage courant, mais, comme dans le langage courant, il peut passer inaperçu.

Plusieurs énoncés ont été jugés d'un abord difficile. Parfois à cause du vocabulaire: l'emploi, dans un livre de 6^e (7), de l'expression "par analogie", a surpris. Le terme "synonyme", curieusement utilisé dans le seul énoncé présenté à l'aide d'un schéma (5), donc vraisemblablement avec la volonté d'éviter qu'une difficulté d'ordre linguistique soit à l'origine d'une incompréhension, a fait l'objet de critiques; dans la langue, répète-t-on aux enfants au cours de français, les "synonymes", à de très rares exceptions près, "ont, en gros, la même signification, bien qu'ils comportent chacun une nuance de sens particulière empêchant de les employer dans tous les cas indifféremment l'un pour l'autre (Dict. Bordas). On sait le parti humoristique qu'ont pu en tirer des "oulipiens" comme Marcel BENABOU et Georges PEREC⁽²⁾.

On s'est également interrogé sur le sens de "il faut", rencontré trois fois (2-6-11): "le (ce) nombre qu'il faut ajouter à... pour obtenir...". Obligation de fait? Obligation d'ordre moral? Dans deux autres définitions, à la place de "il faut", on trouve: "on peut ... si l'on veut obtenir...". Il s'agit donc d'une obligation de fait: dans certaines conditions, la soustraction est toujours possible, encore faut-il avoir le désir ou le besoin de la faire.

C'est surtout la syntaxe qui a semblé pouvoir être à l'origine des difficultés de lecture. Dans trois énoncés (8-14-15) où le verbe "correspondre à" est utilisé, le complément se trouve placé en tête de la phrase: "A tout couple de décimaux relatifs...", ce qui correspond à la mise en relief de la source de la relation. Dans les exemples des dictionnaires usuels (quand il y en a), le sujet est toujours placé en tête... Il se peut que cette construction du verbe - outre que son sens est plus évident dans

..., ...

.../...

d'autres constructions (correspondre avec, par exemple) - représente une gêne pour les élèves. Aussi, lorsqu'il sera étudié en cours de français, le professeur pourra faire rechercher et étudier son emploi dans les manuels de mathématiques.

Les formulations très diverses de la définition proprement dite ont retenu l'attention. Dans 10 et 13, c'est le verbe être qui est utilisé: cela est, c'est sans discussion possible. Dans 17 aussi, mais on a là le tour (discutable): "chercher..., c'est chercher...". A côté de "être", l'expression "on dit que" (3-7-10-12) n'a vraiment rien d'absolu. Dans la plupart des définitions, on trouve (bien sûr!) le verbe appeler, soit à la tournure active avec "on", soit à la tournure pronominale (11-18), soit à la tournure passive (8-9-15-16-19). La tournure active donne l'énoncé le moins clair: le complément d'objet et son attribut se trouvent placés du même côté du verbe. Les deux autres tournures, permettant de les répartir de chaque côté, paraissent nettement préférables. C'est pourtant dans des manuels de Sixième que nous avons rencontré la première...

Particulièrement frappante, la fréquence du tour "tel que + subjonctif"; on le trouve 11 fois! Sauf dans 11, le verbe attendu après "tel que" est remplacé par le signe "=". Même si ce signe a le sens d'un verbe (égale), il ne permet pas de voir si la proposition est à l'indicatif ou au subjonctif. Mais, dans 11, nous lisons: "...tel que l'on ait...". Un rapide coup d'oeil jeté à des énoncés d'exercices (dans n'importe quel manuel) confirme l'emploi massif (bien que pas toujours franc!) du subjonctif dans cette structure. Or, le subjonctif est possible dans les consécutives introduites par "tel que", "quand la principale est négative ou interrogative ou quand la conséquence est présentée comme résultant d'une intention" (Robert) comme dans certaines relatives. Mais on s'étonne de voir l'expression d'une intention dans une définition de mathématique. D'autre part, "tel" annonçant une consécutive a un sens d'intensité tout à fait absent dans le "tel que" de nos énoncés, où il exprime une conformité. Ajoutons que, ni dans le Littré, ni dans le Robert, ni dans les grammaires scolaires (à notre connaissance), ce tour si fréquent

.../...

dans le métalangage des mathématiques n'est attesté (fâcheuse lacune!). Risquons une explication autre qu'euphonique (?) à ce subjonctif: définir un objet n'implique pas qu'il existe, le subjonctif après "tel que" contribuerait à le rappeler...Quoi qu'il en soit, ce tour pose-t-il problème à nos élèves? Ou bien sa fréquence même dans le langage mathématique et son absence dans les autres contextes en font-elles tout simplement un outil commode pour construire des phrases? En langage symbolique, à la place de "tel que", il n'y a rien ("tel que" faisant partie de la "traduction" classique du quantificateur existentiel)⁽³⁾.

C'est en fonction de remarques de ce type que l'un des groupes a pu souhaiter le remplacement du langage naturel par des représentations iconographiques (dont l'énoncé 5 donnait un exemple imparfait), puis par le langage symbolique qui fait l'économie des termes de jonction...Mais, si ce langage était introduit trop tôt, les symboles risqueraient fort de précéder les concepts dans l'esprit des enfants. Et, de toute manière, à l'oral, il faudrait toujours pouvoir les lire, et donc passer par le métalangage.

Aucun groupe n'a proposé un énoncé "idéal". Mais tout le monde s'est accordé à dire qu'il fallait éviter les phrases trop chargées en subordonnées ou en groupes nominaux, procéder par courtes phrases juxtaposées ou, le cas échéant, coordonnées. On aurait peut-être aussi avantage à mieux distinguer la définition du reste. Au fait, pourquoi aucun manuel n'écrit-il que la différence est le résultat d'une soustraction?

Pour compléter ce travail, nous avons l'intention de soumettre ces énoncés à des élèves de 4^e et de 3^e. Nous espérons en faire un exercice réellement interdisciplinaire, en leur donnant des consignes selon les axes suivants:

- 1) lire tous les énoncés.
- 2) classer les énoncés suivant ce que l'auteur de chacun suppose connu (en mathématique) par l'élève.
- 3) classer les énoncés suivant les connaissances nouvelles apportées.

.../...

- 4) choisir deux ou trois énoncés et les étudier: sont-ils complets?
clairs? bien rédigés?...
- 5) qu'est-ce qu'une définition? Donner quelques exemples de définitions
empruntés à des domaines autres que les mathématiques.

Des études de ce genre, qui ne devraient pas se limiter à la coordination entre les maths et le français, nous paraissent utiles dans la mesure où elles permettent

-aux enseignants de français de voir quelles structures, quel vocabulaire leurs élèves sont susceptibles de rencontrer dans les autres "matières", et d'en tenir compte dans la recherche de leurs exemples pour l'étude de la langue;

-aux enseignants de mathématiques de mieux comprendre l'origine de certaines incompréhensions, et de faire la chasse aux formulations trop complexes qui n'apparaîtraient pas mathématiquement nécessaires.

Bien sûr, à Strasbourg (étant donné la composition de l'atelier), c'est essentiellement le premier point qui a été approché. Redisons-le, nous n'avions pas choisi ce thème d'étude en raison de l'importance particulière que revêt la différence de deux décimaux relatifs (ce n'est certes pas le cas!), mais comme un "révélateur" des problèmes de langage qui peuvent se poser aux élèves en classe de math, problèmes dont le professeur de mathématiques, isolé, ne se doute pas, le plus souvent. Notre seule ambition était de favoriser, chez les professeurs de français participant à l'atelier, une prise de conscience de ces problèmes, afin qu'ils puissent, si l'occasion se présente (ou, mieux, s'ils peuvent la provoquer), entamer un dialogue fructueux avec leurs collègues de mathématiques, qui, nous l'espérons, se prolongera et s'étendra aux autres disciplines.

NOTES

- (1) Voir les rapports d'expérimentation n^{os} 4 et 5, in: "Groupe Français-Mathématiques, bilan de deux années (IREM de Paris-Sud, 1978)
- (2) "LSD analytique", in "OULIPO, la littérature potentielle", Ed. Gallimard
- (3) Voir "Comment s'expriment en français les quantifications mathématiques", par B. PARZYSZ, in "Groupe Français-Mathématiques, Volume deux", à paraître.

.../...

LA DÉFINITION DE LA DIFFÉRENCE DE DEUX NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS,
DANS 19 MANUELS DE MATHÉMATIQUES (SIXIÈME, CINQUIÈME, QUATRIÈME).

1) MONGE 6^e (Ed. Belin, 1977) p. 179:

"On appelle différence de deux nombres relatifs a et b pris dans cet ordre le nombre relatif x , s'il existe ^(*), tel que $a = b + x$."

(*) Plus loin, il est expliqué que ce nombre existe dans tous les cas.

2) MAUGUIN 6^e (Ed. Istra, 1977) p. 144:

"Dans l'ensemble des nombres relatifs le nombre d qu'il faut ajouter à un nombre a pour obtenir un nombre b s'appelle la différence de b et de a et s'écrit $b - a$."

3) LOUQUET 6^e (Ed. Colin, 1977) p. 152:

"Quels que soient les décimaux relatifs a et b , il existe un décimal relatif d tel que

$$a = b \oplus d \dots$$

...On dit que d est la différence de a et de b et l'on écrit:

$$d = a \ominus b."$$

4) BARLIER 6^e (Ed. Hachette, 1974) p. 184:

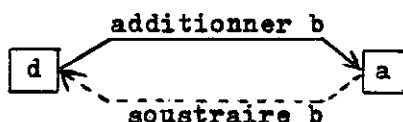
"Etant donné deux nombres relatifs a et b , existe-t-il un nombre relatif x tel que:

$$a = b + x ?$$

L'étude qui précède montre que, dans tous les cas, le nombre relatif x appelé différence des deux nombres relatifs a et b existe."

5) DELEDICQ & LASSAVE 6^e (Ed. CEDIC, 1977) p. 175:

"Le lien entre l'addition et la soustraction (lorsqu'elle est possible) est résumé par le schéma où a, b et d désignent trois décimaux:



$d + b = a$ est synonyme de $d = a - b$."

6) BOUTIN & NOVELLI 6^e (Ed. L'Ecole, 1978) p. 56:

"...On appelle différence de deux relatifs a et b le relatif x qu'il faut ajouter à b pour obtenir a .

On écrit: $x = a - b$ ou $x + b = a$."

7) POLLE 6^e (Ed. Delagrave, 1977) p. 121:

"REMARQUE:

Nous avons vu dans $\mathbb{N}$ que:

.../...

$$\begin{aligned} [a + b = c] & \text{ équivaut à } [b = c - a] \\ & \text{ équivaut à } [a = c - b] \end{aligned}$$

et on disait que b est la différence $c - a$. Par analogie, on dit dans $\mathbb{D}$ que b est la différence $c \ominus a$ lorsque $a \oplus b = c$."

8) GERLL-VIBES 5^e (Ed. Hachette, 1978) p. 50:

"A tout couple (a, b) de décimaux relatifs, on peut faire correspondre un et un seul décimal relatif c tel que: $b + c = a$.

C'est le nombre $a + \text{opp } b$.

Le nombre c est appelé différence des nombres a et b .

On note: $c = a - b$."

9) QUEYSANNE-REVUZ 5^e (Ed. Nathan, 1978) p. 48:

" a et b étant deux décimaux relatifs quelconques il existe un et un seul décimal relatif x qui vérifie: $a + x = b$ c'est: $x = b + \text{opp } a$.

Ce décimal relatif est appelé DIFFÉRENCE de b et de a . On le note: $b - a$;

$b - a = b + \text{opp } a$."

10) BREDIF 5^e (Ed. Hachette, 1970) p. 178:

"QUELS QUE SOIENT LES NOMBRES RELATIFS a ET b , IL EXISTE UN NOMBRE RELATIF x , UNIQUE, TEL QUE $b + x = a$. CE NOMBRE x EST LA DIFFÉRENCE DES NOMBRES a ET b .

On écrit: $x = a - b$.

On dit: a et b sont les deux termes de la différence."

11) MAUGUIN 5^e (Ed. Istra, 1978) p. 64:

"Quels que soient les décimaux relatifs x et y , il existe un et un seul décimal relatif d tel que l'on ait:

$$x + d = y \text{ (ou } d + x = y)$$

Ce décimal relatif d qu'il faut ajouter à x pour obtenir y s'appelle la différence de y et de x et se note $y - x$."

12) THIRIOUX 5^e (Ed. Magnard, 1978) p. 40:

"Dans $\mathbb{D}$, si $z \oplus y = x$, on écrit $z = x \ominus y$ et on dit que z est la différence de x et y dans cet ordre."

13) BOUTIN 5^e (Ed. L'Ecole, 1978) p. 113:

"La différence $a - b$ de deux décimaux relatifs est le décimal x tel que $a = b + x$."

14) BARLIER & BOCAGE 5^e (Ed. Hachette, 1974) p. :

"Soit a et b deux décimaux relatifs. On se propose de déterminer, s'il

.../...

L'étude qui précède permet d'écrire, b' étant le symétrique de b :

c'est-à-dire: $x = a - b$.

On définit ainsi dans $\mathbb{D}$ une opération appelée soustraction qui, au couple (a, b) , associe la différence, notée $a - b$, des décimaux relatifs a et b .

15) GERLL-VITART-COHEN 4° (Ed. Hachette, 1979) p. 3 :

16) QUEYSANNE-REVUZ 4^e (Ed. Nathan, 1973) p. 35:

$$x + b = a.$$

17) AGUADO, etc. 4º (Ed. de la Capitelle, 1976) p. 18 :

Comme dans l'ensemble $\mathbb{Z}$, la soustraction est toujours possible dans $\mathbb{D}$."

18) MAUGUIN 4^e (Ed. Istra, 1979) p. 24 :

$$d + a = b \text{ (ou } a + d = b \text{)}.$$

19) GEOMETRI 4^e (Ed. Ophrys, 1979) p. 78 :

Le nombre x tel que $b + x = a$ est appelé DIFFÉRENCE de a et b et on le note $a - b$."

Notre site WEB

<http://iremp7.math.jussieu.fr>

**IREM Université Paris7
Case 7018
2 Place Jussieu
75251 Paris cedex 05**

TITRE :

Groupe Français-Mathématiques. Tome II

AUTEUR :

PARZYSZ Bernard

Editeur : IREM
Université PARIS 7-Denis Diderot
Directeur responsable de la
publication : R.CORI
Case 7018 - 2 Place Jussieu
75251 PARIS Cedex 05
Dépôt légal : 1985
ISBN : 2-86612-143-0