i.r.e.m.

UNIVERSITE PARIS VII

83-84 : NOUVEAUX PROGRAMMES EN TERMINALE, RENTREE 84 NOUVEAUX ELEVES EN FAC ?

Par Anne-Marie SERFATI
Bernard PARZYSZ
Isabelle TENAUD

cahier de didactique des mathématiques

numéro 11

TERMINALES C et E

Les crochets signalent les allègements pour le bac 84

Le programme est commun aux classes terminales C et E, sauf en ce qui concerne le titre VIII (géométrie).

- L'horaire hebdomadaire est de 9 heures (8 + 1).
- Comme dans les classes précédentes, de nombreuses activités sont indispensables; c'est uniquement pour éviter des difficultés d'interprétation au baccalauréat que le choix des thèmes est laissé à l'entière initiative des professeurs : aucune liste indicative n'est proposée.
- On continuera à utiliser largement les calculatrices.
- L'élève a acquis en première scientifique un bagage important, qu'on aura soin d'investir dès le début de l'année dans des directions variées. Le professeur de terminale dispose de l'ensemble des connaissances de première, démontrées ou admises.
- Dans le texte du programme, la mention « énoncé admis » ou « on admettra » désigne une proposition pour laquelle le professeur décidera de l'opportunité d'une démonstration, étant entendu que celle-ci n'est pas exigible au baccalauréat, mais qu'en tout état de cause la signification de l'énoncé, sa portée, ses applications seront mises en évidence.
Les autres propositions seront, bien entendu, démontrées.
- Les élèves ont été, en première, initiés à des structures. L'étude de celles-ci n'a pas à être développée pour elle-même; il s'agit cependant de pouvoir disposer, dans l'étude par exemple des nombres complexes ou de la fonction exponentielle, du langage approprié. Le professeur donnera donc au moment convenable la définition d'un corps commutatif, sans en apporter d'autre exemple que $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{C}$, ainsi que les définitions d'un groupe, d'un sous-groupe, d'un morphisme de groupes.

I - COMBINATOIRE. STATISTIQUES

a) Nombre des applications d'un ensemble fini dans un autre; nombre des injections; arrangements.
Nombre des parties de cardinal donné d'un ensemble fini; combinaisons.

Notations : C_n^p, $\binom{n}{p}$.

Formules $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$.
Exemples variés de dénombrements; on fera le lien avec quelques calculs (sans théorie) de probabilités dans le cas d'équiprobabilité sur un ensemble fini d'épreuves.

b) Formule du binôme.

c) Étude simultanée de deux grandeurs numériques mesurées sur une population de m individus; nuage de points associé dans $\mathbb{R}^2$.
Ajustement, à m points expérimentaux, d'une fonction affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression, coefficient de corrélation linéaire.
Cas de points pondérés, barycentre du nuage. Inertie du nuage par rapport à un point; minimum de cette inertie.

II - SUITES NUMÉRIQUES

a) Propriété fondamentale (qu'il est hors de question de démontrer) : toute suite croissante et majorée (resp. décroissante et minorée) est convergente.
Compléments sur les suites convergentes : la composée d'une suite de limite ℓ par une fonction f continue au point ℓ admet $f(\ell)$ pour limite.

b) Suite divergeant vers $+\infty$ (resp. $-\infty$); stabilité du comportement d'une telle suite par addition d'une suite bornée, et par multiplication par une suite admettant un minorant strictement positif (énoncés admis).
Étude des suites $n \longmapsto a^n$ et $n \longmapsto n^\alpha$. Croissance comparée.

c) Suites récurrentes :
— exemples d'études de suites vérifiant une relation $u_{n+1} = f(u_n)$;
— exemples de recherche de suites vérifiant une relation $u_{n+1} = a\,u_n + b\,u_{n-1}$, dans laquelle a, b, sont des réels donnés, ou une relation $u_{n+1} - u_n = P(n)$, dans laquelle P est un polynôme.
On prendra certains de ces exemples dans des situations évolutives en économie ou en biologie.

III - FONCTIONS NUMÉRIQUES

Dans les énoncés et les démonstrations, on continuera de se placer dans des hypothèses de bonne sécurité sans en rechercher de plus fines. Comme dans les classes précédentes, les exemples d'études de fonctions seront nombreux et variés, et on entretiendra l'habitude de la représentation graphique, car celle-ci joue un rôle important dans la description du comportement; une indication d'allure peut suffire pour exprimer un aspect qualitatif, un tracé soigné est nécessaire lorsqu'on passe aux aspects quantitatifs.

a) Fonction logarithme népérien $x \longmapsto \ln x$; elle sera présentée le plus tôt possible, en exploitant l'acquis de première. La fonction logarithme décimal $x \longmapsto \log x$ sera introduite en vue du calcul numérique.

b) Compléments sur la continuité et les limites. Composée d'une fonction de limite ℓ par une fonction continue au point ℓ.
Si une fonction est croissante sur un intervalle $]a, b[$, $(a < b)$ et si elle est majorée, alors elle admet une limite au point b (énoncé admis).
Fonction tendant vers $+\infty$ (resp. $-\infty$); stabilité du comportement d'une telle fonction par addition d'une fonction bornée, et par multiplication par une fonction admettant un minorant strictement positif (énoncés admis).

c) Propriétés des fonctions continues sur un intervalle (fermé ou non, borné ou non) : on donnera les trois propriétés fondamentales suivantes, qu'il est hors de question de démontrer :
— l'image continue d'un intervalle est un intervalle;
— l'image continue d'un segment est un segment;
— une application continue et strictement monotone d'un intervalle sur un autre admet une application réciproque, qui est continue et strictement monotone.

d) Compléments sur le calcul des dérivées : dérivée d'une application composée, d'une application réciproque; cas de $x \longmapsto \sqrt{x}$.

Dérivées successives. On donnera les notations $\frac{df}{dx}$, $\frac{d^2f}{dx^2}$, ... des dérivées, mais la notion de différentielle est en dehors du programme.
En vue des utilisations en sciences physiques, définition et notation des applications dérivées partielles d'une application numérique de deux ou trois variables réelles.
En se référant aux propriétés, vues en première, liant le signe de la dérivée et le sens de variation, on développera sur de nombreux exemples l'étude d'une fonction, sens de variation, signe, extremums, et ses applications à la résolution d'équations et d'inéquations.

Exemples de comportement asymptotique d'une fonction, aspect graphique (courbes « asymptotes », $y = f(x)$ et $y = g(x)$, la différence $f(x) - g(x)$ tendant vers 0 quand x tend vers $+\infty$ ou vers $-\infty$).

e) Fonction exponentielle $x \longmapsto \exp x$ (il est souhaitable d'aborder cette fonction dès la présentation des applications réciproques).
Notations e^x, u^v.
Fonctions $x \longmapsto a^x$ et $x \longmapsto x^\alpha$.
Croissance comparée des fonctions $x \longmapsto \ln x$, $x \longmapsto x^\alpha$, $x \longmapsto \exp x$.
On s'attachera à obtenir, pour $\alpha > 0$, les résultats suivants :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0, \qquad \lim_{x \to 0} x^\alpha \ln x = 0,$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^\alpha}{\exp x} = 0, \qquad \lim_{x \to -\infty} |x|^\alpha \exp x = 0.$$

Exemples de dérivées de fonctions composées des types $\ln f$, $\exp f$, f^α (les élèves devront savoir reconnaître sur des exemples simples, dans la recherche des primitives, les dérivées de telles fonctions).

f) Exemples de développements limités au voisinage de 0 : on se bornera à donner la définition d'un développement limité; on établira, jusqu'à leur troisième terme non nul, les développements limités de :

$x \longmapsto \cos x$, $\quad x \longmapsto \sin x$, $\quad x \longmapsto \exp x$,
$x \longmapsto \ln(1 + x)$, $\quad x \longmapsto \sqrt{1 + x}$.

Utilisation de développements limités dans la recherche de limites (au baccalauréat, on indiquera la marche à suivre dans le cas de fonctions ne se ramenant pas directement à celles qui sont citées ci-dessus).
Sont hors du programme : les notations de Landau, la notion d'équivalent (pour les suites comme pour les fonctions) ainsi que toute étude systématique des opérations sur les développements limités.

g) Accroissements finis.
— Énoncé sans démonstration du théorème de Rolle; interprétation géométrique.
— Pour une fonction f continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$:
- Si la fonction dérivée f' a ses valeurs comprises entre des réels m et M, alors on a $m \leq \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \leq M$;
- Si la fonction dérivée f' admet au point a une limite ℓ, alors on a également $\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \ell$. Extension à une limite infinie.

IV - CALCUL INTÉGRAL

a) Intégrale d'une fonction continue.
Il est recommandé d'adopter la définition suivante :
Soit f une application continue d'un intervalle I de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
On a admis, en première, que f possède des primitives sur I, et que deux quelconques d'entre elles diffèrent par une constante.
Il en résulte que, pour tout $(a, b) \in I^2$, le réel $F(b) - F(a)$ est indépendant du choix de la primitive F; on le note $\int_a^b f(t)\,dt$ et on l'appelle intégrale, de a à b, de la fonction continue f.

En d'autres termes, $x \longmapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est donc l'unique primitive de f sur I qui prend la valeur 0 au point a.

On traitera les questions suivantes :
— relation de Chasles (additivité par rapport aux intervalles);
— linéarité par rapport aux fonctions;
— positivité : si $a \leq b$ et $f \geq 0$, alors $\int_a^b f(t)\,dt \geq 0$;
— inégalité de la moyenne, valeur moyenne;
— changements de variable affines;
— intégration par parties.

Exemples d'étude d'une fonction de la forme $x \longmapsto \int_0^x f(t)\,dt$, où f n'a pas de primitive explicitée.

b) Obtention d'une valeur approchée d'une intégrale : on exposera seulement la méthode des rectangles, avec majoration du reste; on en déduira une interprétation de la valeur moyenne d'une fonction comme limite d'une suite.

c) Application du calcul intégral à l'évaluation, dans le plan rapporté à un repère orthogonal, de l'aire de la partie définie par :
$\begin{cases} a \leq x \leq b \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$
où f est une fonction continue et positive sur $[a, b]$.

d) Sans théorie générale : autres applications géométriques, mécaniques, physiques, du calcul intégral; exemples de calcul d'un volume, d'une masse, d'un moment d'inertie.
(Ce paragraphe d ne fera l'objet d'aucune question de mathématiques au baccalauréat.)

e) Résolution des équations différentielles linéaires homogènes à coefficients constants du premier et du second ordre.
On prouvera dans chaque cas l'existence et l'unicité de la solution vérifiant des « conditions initiales » données.
L'alinéa ci-dessous ne fera l'objet d'aucune question de mathématiques au baccalauréat.
Sur des exemples numériques, résolution d'une équation différentielle à coefficients constants de la forme :
$y'' + h y' + k y = a \cos(\omega x - \varphi)$.

V - FONCTIONS VECTORIELLES ET CINÉMATIQUE

a) Fonction vectorielle d'une variable réelle; l'espace d'arrivée est $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$, ou encore $\mathbb{C}$ identifié à $\mathbb{R}^2$. Les définitions et les démonstrations seront données à l'aide des coordonnées.
Dérivée d'une fonction vectorielle. Dérivée d'une somme, d'un produit $\varphi \vec{V}$ (où $\vec{V}$ et φ sont respectivement à valeurs vectorielles et réelles), d'un produit scalaire, d'un produit vectoriel. Dérivée de la norme d'une fonction vectorielle.

b) Exemples simples de construction d'une courbe plane définie par une représentation paramétrique. (Toute étude de points singuliers ou de branches infinies est hors du programme).

c) Cinématique du point. Trajectoire. Vecteur vitesse, vecteur accélération. Mouvement accéléré, mouvement retardé.
Mouvements rectilignes, circulaires; mouvement circulaire uniforme, oscillateur harmonique (à support rectiligne).
(Au baccalauréat on se limitera à des mouvements dans le plan).

VI - NOMBRES COMPLEXES

a) Le corps des nombres complexes (aucune méthode n'est imposée dans cette introduction).
Bijection $(a, b) \longmapsto a + b\,i$ de $\mathbb{R}^2$ sur $\mathbb{C}$.
Représentation géométrique d'un nombre complexe; affixe d'un point, d'un vecteur.
Nombres complexes conjugués.
Module; inégalité triangulaire; module d'un produit.
Nombres complexes de module 1; argument d'un nombre complexe non nul. Notation $r\,e^{i\alpha}$: relation $e^{i\alpha}e^{i\alpha'} = e^{i(\alpha+\alpha')}$.
Dérivée de $t \longrightarrow e^{it}$.

b) (Compléments de trigonométrie). Formule de Moivre.
Exemples de linéarisation de polynômes trigonométriques.
Conversion de produits en sommes et de sommes en produits.
Réduction de $a\cos x + b\sin x$ (par $a = r\cos\varphi$, $b = r\sin\varphi$).

c) Racines n-ièmes d'un nombre complexe; groupe des racines n-ièmes de l'unité, interprétation géométrique.
Résolution dans $\mathbb{C}$ des équations du second degré.

VII - ALGÈBRE LINÉAIRE

Les définitions d'un espace vectoriel et d'une application linéaire ont été vues en première. On les complétera par celle d'un sous-espace vectoriel. Il s'agit de mettre ces notions en œuvre sur des exemples variés d'espaces de dimension finie, en s'appuyant sur l'étude du modèle fondamental $\mathbb{R}^n$; dans les exercices et problèmes l'entier n sera numériquement fixé (de façon raisonnable).

a) Opérations dans $\mathbb{R}^n$, base canonique.
Étude des combinaisons linéaires d'une famille de p éléments de $\mathbb{R}^n$: cette étude conduit à dégager :
— la notion de sous-espace vectoriel engendré;
— la représentation, dans la base canonique de $\mathbb{R}^n$, d'une famille finie par une matrice;
— la détermination d'une application linéaire de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$ par les images des éléments de la base canonique de $\mathbb{R}^p$, et par conséquent par la matrice de ces images dans la base canonique de $\mathbb{R}^n$.

On remarquera que la composée de deux applications linéaires est une application linéaire.
Les matrices n'ayant ici qu'un rôle représentatif, il est exclu de développer le calcul matriciel; somme et produit de matrices sont hors du programme.

b) Interprétations d'un système linéaire de n équations à p inconnues :
— recherche des décompositions d'un vecteur;
— recherche des antécédents de ce vecteur dans une application linéaire. Dans $\mathbb{R}^n$: familles finies génératrices, familles finies liées, libres; bases.

c) Opérations élémentaires $L_i \longrightarrow L_i + \lambda L_j\ (i \neq j)$ sur les lignes d'une matrice.
Méthode du pivot de Gauss (recherche d'une forme triangulaire de la matrice); sa mise en œuvre pour déterminer si une famille finie de vecteurs est une base, est libre, est génératrice.

Cette étude permet d'obtenir les résultats fondamentaux suivants :
— tout base de $\mathbb{R}^n$ a exactement n éléments;
— toute famille libre de $\mathbb{R}^n$ a au plus n éléments, et c'est une base si et seulement si elle a n éléments;
— toute famille génératrice de $\mathbb{R}^n$ a au moins n éléments, et c'est une base si et seulement si elle a n éléments;
— théorème de la base incomplète.

d) Exemples numériques de résolution d'un système d'équations linéaires par opérations élémentaires sur les lignes.

e) Espaces vectoriels de dimension finie :
Bases. Isomorphisme avec $\mathbb{R}^n$ d'un espace vectoriel muni d'une base comprenant n vecteurs. Dimension.
Un endomorphisme injectif (resp. surjectif) d'un espace vectoriel de dimension finie est bijectif.
Sous-espaces vectoriels supplémentaires; projections, symétries.

VIII - GÉOMÉTRIE (TERMINALE C)

On continue de travailler dans le plan et l'espace considérés en seconde et en première. On dispose des espaces vectoriels associés; il n'est donc pas nécessaire de modéliser un espace affine en général.

a) (Plan et espace).
Calcul barycentrique. Étant donné n points pondérés (A_i, α_i), étude des fonctions :

$$M \longmapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i} \quad \text{et} \quad M \longmapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \|\overrightarrow{MA_i}\|^2$$

Applications affines :

— une application de l'ensemble des vecteurs de l'espace dans lui-même est dite affine quand elle est de la forme $\vec{v} \longmapsto \vec{A} + \varphi(\vec{v})$, où φ est linéaire;
— dans l'espace pointé en O, une application $M \longmapsto M'$ est affine si l'application $\overrightarrow{OM} \longmapsto \overrightarrow{OM'}$ est affine (définition indépendante du choix du point O).

Caractérisation des applications affines par la conservation des barycentres. Image d'une droite, d'un plan, d'une partie convexe, par une application affine; conservation du parallélisme.
On montrera que les isométries sont des applications affines conservant le produit scalaire. En plus des translations et des homothéties, les élèves ont à connaître les symétries, orthogonales ou non, les affinités; on leur fera utiliser ces transformations dans de nombreux problèmes de constructions et de lieux géométriques.

b) (Géométrie plane). Mesures, dans le plan orienté, de l'angle orienté d'un couple de droites. Condition pour que quatre points soient cocycliques.

c) (Géométrie plane).
Composition de rotations et translations, groupe des déplacements.
Composition d'un déplacement et d'une symétrie orthogonale; antidéplacements. Sur des exemples, recherche du groupe des isométries conservant une configuration donnée.
Composition de déplacements et d'homothéties, groupe des similitudes directes.
Exemples de transformations définies par une application complexe $z \longmapsto f(z)$: cas des similitudes directes; exemple de transformation non affine.

d) (Géométrie dans l'espace).
Exemples simples d'isométries de l'espace laissant fixe un point donné.
Groupe des rotations d'axe donné; on établira qu'une rotation est la composée de deux symétries orthogonales par rapport à des plans.
A titre d'exemples de composition : composée de deux rotations d'axes coplanaires; composée d'une rotation d'axe D par une translation conservant D (vissage d'axe D).

e) (Géométrie plane).
Coniques : définitions géométriques (bifocale, et par foyer et directrice); équations cartésiennes réduites; équivalence de ces diverses définitions.
Équation de l'hyperbole rapportée à ses asymptotes.
Exemples de représentations paramétriques d'une conique.
Tangente à une conique en un point (on établira sa propriété de bissectrice par rapport aux foyers).

IX - GÉOMÉTRIE (TERMINALE E)

On continue de travailler dans le plan et l'espace considérés en seconde et en première. On dispose des espaces vectoriels associés; il n'est donc pas nécessaire de modéliser un espace affine en général.

a) (Plan et espace).
Calcul barycentrique. Étant donné n points pondérés (A_i, α_i), étude des fonctions :

$$M \longmapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i} \quad \text{et} \quad M \longmapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \|\overrightarrow{MA_i}\|^2.$$

Applications affines :

— une application de l'ensemble des vecteurs de l'espace dans lui-même est dite affine quand elle est de la forme $\vec{v} \longmapsto \vec{A} + \varphi(\vec{v})$, où φ est linéaire;
— dans l'espace pointé en O une application $M \longmapsto M'$ est affine si l'application $\overrightarrow{OM} \longmapsto \overrightarrow{OM'}$ est affine (définition indépendante du choix du point O).

Caractérisation des applications affines par la conservation des barycentres. Image d'une droite, d'un plan, d'une partie convexe, par une application affine; conservation du parallélisme.

On montrera que les isométries sont des applications affines conservant le produit scalaire. En plus des translations et des homothéties les élèves ont à connaître les symétries, orthogonales ou non, les affinités; on leur fera utiliser ces transformations dans de nombreux problèmes de constructions et de lieux géométriques.

b) (Géométrie plane).
Composition de rotations et translations, groupe des déplacements.
Composition de déplacements et d'homothéties, groupe des similitudes directes.
Représentation complexe d'une similitude directe.

c) (Géométrie dans l'espace).
Exemples simples d'isométries de l'espace laissant fixe un point donné.
Groupe des rotations d'axe donné; on établira qu'une rotation est la composée de deux symétries orthogonales par rapport à des plans.

A titre d'exemples de composition : composée de deux rotations d'axes coplanaires; composée d'une rotation d'axe D par une translation conservant D (vissage d'axe D).

d) (Géométrie descriptive).
Rotation autour d'un axe vertical ou de bout. Rabattement sur un plan horizontal ou frontal.
Distance de deux points, d'un point à une droite, d'un point à un plan; angle de deux droites.
Représentation du cercle.

e) (Géométrie plane).
Coniques : définitions géométriques (bifocale, et par foyer et directrice); équations cartésiennes réduites; équivalence de ces diverses définitions.
Équation de l'hyperbole rapportée à ses asymptotes.
Exemples de représentations paramétriques d'une conique.
Tangente à une conique en un point (on établira sa propriété de bissectrice par rapport aux foyers).

PROGRAMME TERMINALE D

- L'horaire hebdomadaire est de six heures.
- Comme dans les classes précédentes, de nombreuses activités sont indispensables; c'est uniquement pour éviter des difficultés d'interprétation au baccalauréat que le choix des thèmes est laissé à l'initiative des professeurs : aucune liste indicative n'est proposée.
- On continuera à utiliser largement les calculatrices.
- L'élève a acquis en Première scientifique un bagage important, qu'on aura soin d'investir dès le début de l'année dans des directions variées. Le professeur de Terminale dispose de l'ensemble des connaissances de Première, démontrées ou admises.
- Dans le texte du programme la mention « énoncé admis » ou « on admettra » désigne une proposition pour laquelle le professeur décidera de l'opportunité d'une démonstration, étant entendu que celle-ci n'est pas exigible au baccalauréat mais qu'en tout état de cause la signification de l'énoncé, sa portée, ses applications seront mises en évidence.
- Les autres propositions seront, bien entendu, démontrées.

Les crochets signalent les allègements pour le bac 84

I. Suites numériques

a) Propriété fondamentale (qu'il est hors de question de démontrer) : toute suite croissante et majorée (resp. décroissante et minorée) est convergente.

b) Suite divergeant vers $+\infty$ (resp. $-\infty$).

c) [Exemples d'études de suites vérifiant une relation $u_{n+1} = f(u_n)$ (on admettra que la composée d'une suite de limite l par une fonction f continue au point l admet $f(l)$ pour limite).]
Exemples de suites vérifiant une relation $u_{n+1} = au_n + bu_{n-1}$ (a, b réels donnés); on prendra certains de ces exemples dans des situations évolut...s en économie ou en biologie.

II. Fonctions numériques

Dans les énoncés et les démonstrations on continuera de se placer dans des hypothèses de bonne sécurité sans en rechercher de plus fines. Comme dans les classes précédentes les exemples d'études de fonctions seront nombreux et variés, et on entretiendra l'habitude de la représentation graphique, car celle-ci joue un rôle important dans la description du comportement ; une indication d'allure peut suffire pour exprimer un aspect qualitatif, un tracé soigné est nécessaire lorsqu'on passe aux aspects quantitatifs.

a) Fonction logarithme népérien $x \mapsto \ln x$; elle sera présentée le plus tôt possible, en exploitant l'acquis de *Première*. La fonction logarithme décimal $x \mapsto \log x$ sera introduite en vue du calcul numérique.

b) Compléments sur la continuité et les limites. Composée d'une fonction de limite l par une fonction continue au point l.
Si une fonction est croissante sur un intervalle $]a, b[$ $(a < b)$ et si elle est majorée, alors elle admet une limite au point b (énoncé admis).
Fonction tendant vers $+\infty$ (resp. $-\infty$); stabilité du comportement d'une telle fonction par addition d'une fonction bornée, et par multiplication par une fonction admettant un minorant strictement positif (énoncés admis).

c) Fonctions continues sur un intervalle fermé ou non, borné ou non. On admettra que l'image continue d'un intervalle est un intervalle, et qu'une application continue et strictement monotone d'un intervalle sur un autre admet une application réciproque, qui est continue et strictement monotone.

d) Compléments sur le calcul des dérivées : dérivées d'une application composée, d'une application réciproque (résultats admis); cas de $x \mapsto \sqrt{x}$.
Dérivées successives. On donnera les notations $\frac{df}{dx}, \frac{d^2f}{dx^2}, \ldots$ des dérivées, mais la notion de différentielle est en dehors du programme.
En se référant aux propriétés, vues en *Première*, liant le signe de la dérivée et le sens de variation, on développera sur de nombreux exemples l'étude d'une fonction, sens de variation, signe, extremums, et ses applications à la résolution d'équations et d'inéquations.
Exemples simples de recherches d'asymptotes.

e) Fonction exponentielle $x \mapsto \exp x$ (il est souhaitable d'aborder cette fonction dès la présentation des applications réciproques).

Notations e^x, u^v.
Fonctions $x \mapsto a^x$ et $x \mapsto x^\alpha$.
Croissance comparée des fonctions $x \mapsto \ln x$, $x \mapsto x^\alpha$, $x \mapsto \exp x$.
On s'attachera à obtenir pour $\alpha > 0$, les résultats suivants :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0, \quad \lim_{x \to 0} x^\alpha . \ln x = 0,$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^\alpha}{\exp x} = 0, \quad \lim_{x \to -\infty} |x|^\alpha . \exp x = 0$$

Exemples de dérivées de fonctions composées des types $\ln f$, $\exp f$, f^α. (Les élèves devront savoir reconnaître sur des exemples simples, dans la recherche des primitives, des dérivées de telles fonctions).

III. Calcul intégral

a) Intégrale d'une fonction continue.
Il est recommandé d'adopter la définition suivante :
Soit f une application continue d'un intervalle I de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
On a admis, en *Première*, que f possède des primitives sur I, et que deux quelconques d'entre elles diffèrent par une constante.
Il en résulte que, pour tout $(a, b) \in I^2$, le réel $F(b) - F(a)$ est indépendant du choix de la primitive F; on le note $\int_a^b f(t)\,dt$ et on l'appelle intégrale, de a à b, de la fonction continue f.

En d'autres termes, $x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est donc l'unique primitive de f sur I qui prend la valeur 0 au point a.

On traitera les questions suivantes :
Relation de Chasles (additivité par rapport aux intervalles);
Linéarité par rapport aux fonctions;
Positivité : si $a \leqslant b$ et $f \geqslant 0$, alors $\int_a^b f(t)\,dt \geqslant 0$;
Inégalité de la moyenne, valeur moyenne;
Changements de variable affines;
Intégration par parties.

Terminale D (suite)

b) Obtention d'une valeur approchée d'une intégrale : on exposera seulement la méthode des rectangles, avec majoration du reste.

c) Application du calcul intégral à l'évaluation, dans le plan rapporté à un repère orthogonal, de l'aire de la partie définie par

$$\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b \\ 0 \leqslant y \leqslant f(x) \end{cases}$$

où f est une fonction continue et positive sur $[a, b]$.

d) Exemples de résolution d'équations différentielles linéaires homogènes, à coefficients constants, du premier et du second ordre.
On s'attachera à résoudre ces équations avec des « conditions initiales » données; on admettra alors l'unicité de la solution.

IV. Fonctions vectorielles et cinématique

a) Fonction vectorielle d'une variable réelle; l'espace d'arrivée est $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$, ou encore $\mathbb{C}$ identifié à $\mathbb{R}^2$. Les définitions et les démonstrations seront données à l'aide des coordonnées.
Dérivée d'une fonction vectorielle. Dérivée d'une somme, d'un produit $\varphi \cdot \vec{v}$ (où $\vec{v}$ et φ sont respectivement à valeurs vectorielles et réelles) d'un produit scalaire, d'un produit vectoriel.

b) Cinématique du point. Trajectoire. Vecteur-vitesse, vecteur-accélération.
Mouvement accéléré, mouvement retardé.
(Au baccalauréat, on se limitera à des mouvements dans le plan.)

V. Nombres complexes

Le corps des nombres complexes (aucune méthode n'est imposée dans cette introduction).
Bijection $(a, b) \mapsto a + bi$ de $\mathbb{R}^2$ sur $\mathbb{C}$.
Représentation géométrique d'un nombre complexe; affixe d'un point, d'un vecteur, translation $z \mapsto z + \lambda$.
Nombres complexes conjugués.
Module; inégalité triangulaire; module d'un produit.
Nombres complexes de module 1; argument d'un nombre complexe non nul, notation $re^{i\varphi}$; relation $e^{i\varphi} e^{i\varphi'} = e^{i(\varphi+\varphi')}$; rotation $z \mapsto e^{i\theta} Z$.

VI. Algèbre linéaire

Les définitions d'un espace vectoriel et d'une application linéaire ont été vues en *Première*. On s'intéresse exclusivement à l'espace vectoriel $\mathbb{R}^n$ (n entier numériquement fixé de façon raisonnable).

a) Opérations dans $\mathbb{R}^n$, base canonique :
Étude des combinaisons linéaires d'une famille de p éléments de $\mathbb{R}^n$; cette étude conduit à dégager :
Les notions de sous-espace vectoriel (partie stable non vide) et de famille génératrice;
La représentation, dans la base canonique de $\mathbb{R}^n$, d'une famille finie par une matrice;
La détermination d'une application linéaire de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^n$ par les images des éléments de la base canonique de $\mathbb{R}^p$ et par conséquent par la matrice de ces images dans la base canonique de $\mathbb{R}^n$.

Les matrices n'ayant ici qu'un rôle représentatif, il est exclu de développer le calcul matriciel; somme et produit de matrices sont hors du programme.

b) Interprétations d'un système linéaire de n équations à p inconnues :
Recherche des décompositions d'un vecteur;
Recherche des antécédents de ce vecteur dans une application linéaire.

c) Opérations élémentaires $L_i \mapsto L_i + \lambda L_j (i \neq j)$ sur les lignes d'une matrice. Exemples numériques de résolution d'un système linéaire par opérations élémentaires sur les lignes.

VII. Combinatoire. Statistiques. Probabilités

a) Nombre des applications d'un ensemble fini dans un autre; nombre des injections; arrangements.
Nombre des parties de cardinal donné d'un ensemble fini; combinaisons.
Notations : C_n^p, $\binom{n}{p}$. Formules $C_n^p = C_n^{n-p}$; $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$.
Exemples variés de dénombrements.
Formule du binôme.

b) Exemples de situations où le hasard intervient; association à une telle situation d'un ensemble fini d'épreuves Ω et d'une probabilité sur les parties de Ω (appelées événements).
Probabilité uniforme sur Ω, calcul de probabilités par dénombrement.
Probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle. Événements indépendants.
Enchaînement des expériences; produit de deux probabilités sur un produit cartésien; schéma de Bernoulli.

c) Aléa numérique (variable aléatoire réelle) prenant un nombre fini de valeurs; probabilité associée à un tel aléa sur les parties de $\mathbb{R}$; fonction de répartition, espérance mathématique, variance, écart type; variable centrée, variable réduite.
Aléas indépendants.
Distribution binomiale.

L'alinéa qui suit n'est pas au programme du baccalauréat :
Sur un exemple numérique on procédera à l'approximation d'une distribution binomiale par la loi de Gauss après avoir brièvement défini cette loi.

d) [Statistiques]. Étude simultanée de deux grandeurs numériques mesurées sur une population de m individus; nuage de points associé dans $\mathbb{R}^2$.
Ajustement, à m points expérimentaux, d'une fonction affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression.
Cas de points pondérés, barycentre du nuage. Inertie du nuage par rapport à un point; minimum de cette inertie.

Nouveaux programmes, nouveaux élèves ...

Les élèves qui étaient en Terminale cette année et qui n'ont jamais redoublé, ont inauguré la réforme Haby des collèges depuis la 6ème, c'est-à dire :

. des classes hétérogènes où à la limite certains ne savent pas lire;

. moins d'heures de mathématiques qu'avant : 1 H de moins par an, ce qui au total fait l'équivalent d'une année de moins;

. des programmes nouveaux : en particulier la présentation axiomatique de la géométrie en 4e a disparu. Les élèves sont amenés à avoir plus d'activités de recherches, de manipulation, de bricolage et "à faire de courts raisonnements à partir de faits géométriques considérés comme évidents et donc admis comme vrais" (commentaire du programme de 4ème).

Lorsqu'ils sont arrivés en Seconde, ces élèves étaient donc fort différents des précédents. Ils ont à ce niveau encore inauguré une réforme, de structure et de programmes :

. il n'y a plus de Secondes spécialisées : A(littéraire), AB(économie-gestion), C(sciences), mais des Secondes indifférenciées, c'est-à-dire, comme en collège, des classes hétérogènes; la sélection entre scientifiques et non scientifiques se fait maintenant en fin de Seconde et non plus en fin de Troisième;

. dans ces Secondes indifférenciées il y a 4 H de maths par semaine, soit 2 H 30 de cours et 1 H 30 de T P (rappelons qu'il y avait 6 H en Seconde C).

En fin de Seconde on a donc orienté certains élèves en 1ère S (scientifique).

Suivant les instructions ministérielles le niveau exigé doit être inférieur aux anciennes 1ères C - D. L'année dernière, en fin de 1ère S, les élèves ont pu refusé le redoublement proposé par le conseil de classe et cette mesure, connue assez tôt, a démobilisé un certain nombre d'élèves, assurés de passer en Terminale. Depuis, un texte plus restrictif est paru au B.O. pour les années suivantes.

En fin de lère S, le conseil de classe, et dans certains établissements les élèves eux-mêmes, a choisi entre Terminale C et Terminale D.

Ces élèves viennent donc de finir cette année de Terminale, avec en particulier en C un programme qui n'est pas moins ambitieux que le précédent.

Si on considère les deux années scientifiques lère - Terminale, on peut presque dire qu'on doit faire pendant ces 2 ans ce que l'on faisait auparavant en 3 ans : 2nde C - lère - Terminale. Par ailleurs le début de l'année en lère S est difficile pour les élèves et donc on ne peut pas aller trop vite : les élèves n'ont plus la formation que donnait la Seconde C et c'est donc au début de la Première qu'il faut exiger des élèves des raisonnements rigoureux, clairs et précis. Le rythme de travail est aussi beaucoup plus soutenu et exigeant, et beaucoup d'élèves sont surpris par ces difficultés, difficultés qui n'ont pas disparues en Terminale, mais on ne peut s'attarder, l'examen en fin d'année obligeant à finir le programme quoi qu'il arrive.

Ajoutons enfin que les exigences du baccalauréat ne semblent pas diminuer et que depuis 2 ans le travail des élèves s'est alourdi ; ils doivent fournir leurs efforts dans toutes les matières : les sciences naturelles qui n'étaient qu'à l'oral de rattrapage en C, sont passées à l'oral obligatoire et aujourd'hui font partie des épreuves écrites, de même que la géographie et l'histoire dont le programme est tout simplement : "Le monde de 1939 à nos jours".

En dehors de la différence C - D, les Terminales que nous avons eues cette année ont certainement été très différentes entre elles :

. par les effectifs : on n'a pas pu faire le même travail à 20 qu'à 35,

. par le nombre des redoublants qui a pu freiner un changement de méthodes,

. par la façon dont s'est faite l'orientation C - D et le fait que les élèves aient accepté ou non de redoubler la 1ère S,

. par l'absence de références communes : l'homogénéité des différentes classes étant assurée par les annales du bac, inexistantes bien sûr pour ces nouveaux programmes.

Mais pourtant les élèves ont montré les mêmes difficultés :

. difficultés d'expression aussi bien écrite qu'orale,

. difficultés de concentration,

. difficultés au niveau des raisonnements et de la formalisation.

Les élèves ont tendance à peu expliquer et lorsqu'ils le font à être très négligents sur l'expression et l'utilisation des symboles logiques. Le texte suivant est paru au B.O.cette année : "la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements constituent un objectif majeur pour les épreuves écrites de mathématiques et entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies ... En particulier tout recours abusif aux symboles logiques est à éviter, les formules doivent être intégrées à des phrases françaises correctement rédigées". Si ce texte est effectivement appliqué il encouragera peut-être les élèves à porter leurs efforts sur ce point.

II Passons à ce qui concerne plus précisément les <u>Terminales C</u>..Certains points sont positifs :

. les élèves possèdent tous des calculatrices, la plupart programmables, et certaines en BASIC. En général ils adorent ça et les programmes (2nde - 1ère - Term.) conseillent d'utiliser au maximum ces machines,

. ils prennent plus d'initiatives quand ils cherchent un exercice : ils osent davantage bricoler un peu, tatonner, faire des constructions point par point (courbes représentatives de fonctions, lieux géométriques) pour trouver des idées,

. ils ont fait plus de géométrie : ensembles de points, transformations géométriques, géométrie dans l'espace. Le produit vectoriel et le produit mixte sont maintenant au programme;

. le dessin est aussi plus développé en analyse ; les représentations graphiques ne sont plus la dernière question du problème mais jouent un rôle : les calculatrices permettent d'obtenir beaucoup de points et de faire une ébauche des courbes, leur observation permet en 2nde et en 1ère de deviner des propriétés des fonctions et motive les démonstrations qui les justifient, en Terminale elles servent de référence et de vérifications de la cohérence des résultats tout au long du problème;

. les fonctions logarithme et exponentielle sont étudiées dès le début de l'année (et non plus au mois de mars), elles sont donc mieux connues.

Les fonctions usuelles sont utilisées en tant que fonctions de références et permettent d'éviter l'étude d'autres fonctions en faisant subir des transformations géométriques aux courbes représentatives ou encore en utilisation la notion de courbes asymptotes, ce qui est aussi nouveau dans les programmes.

. Enfin les élèves connaissent beaucoup mieux les suites. Elles faisaient l'objet auparavant d'un seul chapitre (en Terminale) qui déroutait beaucoup les élèves. Les calculatrices permettent dès la Seconde d'aborder cette notion qui est ensuite approfondie en 1ère S. On peut en Terminale construire davantage de problèmes liant suites et fonctions.

. Citons encore quelques nouveautés : les systèmes d'équations linéaires, les statistiques, quelques équations différentielles, quelques développements limités et les accroissements finis.

Il y a aussi certaines disparitions dans ce nouveau programme : l'arithmétique, les probabilités, certaines choses sur ℝ comme la définition des bornes supérieures et inférieures. Ce qui est touché, c'est essentiellement les structures : on ne parle de groupes que pour les transformations géométriques, on ne parle plus d'anneaux (on n'a d'ailleurs plus la multiplication des matrices).

Quant à l'algèbre linéaire sa place a beaucoup diminué et pour nos élèves cette année elle a été supprimée par des allègements de programme pour le bac 84. Auparavant l'algèbre linéaire commençait en 2nde C, elle faisait d'ailleurs en partie la sélection pour le passage en 1ère. Et au baccalauréat on a pu voir des problèmes sur des espaces vectoriels de fonctions munis d'une forme bilinéaire symétrique.

Nos élèves, cette année, n'en ont quasiment pas entendu parler si ce n'est un peu en géométrie mais comme un outil parmi d'autres et ce n'est pas le plus apprécié des élèves. Dans les anciens programmes toute la géométrie se faisait par l'algèbre linéaire et à la limite on ne faisait pas de dessin.

III Développement à propos de la géométrie en Terminale C

Voici quelques réflexions concernant les changements du programme de géométrie en Terminale C.

Commençons par un court rappel sur le programme en vigueur jusqu'à l'année dernière : il était largement occupé par la définition et l'étude des structures affines et affines euclidiennes et de leurs morphismes, elles-mêmes fortement dépendantes de la structure d'espace vectoriel et de l'algèbre linéaire.

Ces études apparaissaient le plus souvent comme une fin en soi, l'objectif étant de type "descriptif" : c'est comme cela, cela a telles propriétés ...

Bien sûr la description des propriétés est un point de départ à la mise en action des objets mathématiques ; mais le fait est que le plus souvent nous n'avions pas le temps d'utiliser les objets construits.

Une bonne dizaine d'années de sujets de bac ne nous y a d'ailleurs pas particulièrement incités.

Dans le nouveau programme il faut noter que :

→ les paragraphes d'algèbre linéaire et de géométrie sont clairement séparés.

→ les espaces affines et affines euclidiens n'apparaissent plus directement ; le travail géométrique se fait "dans le plan et l'espace considérés en Seconde et Première" (programme de Terminale C).

En remontant au programme de Seconde, on trouve que cet espace est "celui dans lequel nous vivons".

Il faut bien dire que cela a pu troubler momentanément nos redoublants habitués à plus de rigueur ... .

→ les applications affines, les isométries et les similitudes sont étudiées mais il est indiqué : "on leur fera utiliser ces transformations dans de nombreux problèmes de constructions et de lieux géométriques" (programme de TC).

→ les côniques sont toujours là mais elles sont l'ensemble des points qui ... (définition par foyer - directrice ou bifocale) alors qu'elles étaient les courbes planes du 2e degré.

D'une façon générale, dans la lettre, le programme de géométrie n'a pas tellement changé et l'on y retrouve, ou peu s'en faut, les questions traitées les années précédentes. Mais dans l'esprit, il me semble qu'il en est tout autrement. Il suffit pour s'en convaincre de lire les commentaires du programme.

Esprit du programme es-tu là ... ?

Voici un extrait de l'instruction n° 71-17 du 14 janvier 1971 concernant la géométrie en Première C (l'extrait est un peu long afin d'éviter la caricature).

\\ Les chapitres qui suivent sont consacrés à la géométrie. Ce mot a recouvert longtemps une certaine description du monde physique, une énumération (parfois incomplètement explicitée) de propriétés que des raisons expérimentales lui faisaient attribuer, enfin — et c'est l'essentiel — l'étude des propriétés qui pouvaient être déduites des précédentes par un raisonnement logique. Il désigne dorénavant une construction mathématique, logique par nature, s'appuyant sur un système cohérent d'axiomes où interviennent au premier chef les structures algébriques (espaces vectoriels, groupes...) et topologiques (R, R^n...).

C'est ce dernier sens qu'adopte définitivement le programme de Première, auquel le programme de Seconde ménageait une transition ; dès lors, faire appel à l'expérience pour décrire un plan, pour détailler les positions relatives d'une droite et d'un plan, pour définir l'orientation d'un plan, serait entretenir une confusion dommageable ; cependant, un schéma, un diagramme, une « figure soignée », restent opportuns pour porter les notations, consigner les hypothèses, suggérer et guider une démarche déductive.

Le vocabulaire de la géométrie mathématique a été emprunté à la géométrie physique ; il y a donc lieu de faire constater, en retour, quels services le *modèle* créé par le mathématicien rend à l'organisation de l'espace physique, à l'échelle de l'expérience quotidienne (géométrie affine euclidienne de dimensions deux et trois). Ici, avec l'étude d'objets usuels et la pratique de certaines de leurs représentations, reprennent place des dessins exécutés à l'aide des instruments usuels, l'angle droit ayant alors sa signification physique ; de tels dessins sont licites et utiles dans toutes les sections de Première, ils sont indispensables dans la section E. //

Il faut donc être honnête et dire que le souci de l'utilisation des objets construits est présent même s'il appararaît un peu comme une justification a posteriori.

J'opposerai à cet extrait ceux qui suivent, relatifs aux nouveaux programmes :

> . Il s'agit de développer l'activité mathématique personnelle de l'élève; or, il n'y a pas de telle activité sans recherche, et par conséquent sans une gamme de problèmes. Ce n'est que dans ce cadre que le fonctionnement des concepts peut s'éclairer, et que peut être assurée leur appropriation progressive par l'élève. Aussi les problèmes doivent-ils imprégner tout l'enseignement et non pas servir de cortège à la présentation prematurée, ex nihilo, d'une théorie.

(Objectifs de l'enseignement des mathématiques en 2e, 1e, Terminale).

"De même, en géométrie, on n'étudie pas les transformations dans l'abstrait, on en crée ou on en observe".

(même référence).

"L'intuition géométrique sera développée par l'emploi fréquent de figures concernant aussi bien les ensembles de vecteurs que les ensembles de points."

(programme de 1e S).

"L'objectif essentiel est, comme en Seconde, l'étude des configurations classiques du plan et des effets des transformations sur ces figures".

(commentaires du programme de 1e S).

On peut donc dire qu'il y a diminution considérable des exigences concernant la construction mathématique des objets utilisés, l'activité mathématique souhaitée consistant en la résolution de problèmes de toutes natures, issus ou non des mathématiques.

Le même "lot de connaissances" va alors se présenter très différemment ; prenons l'exemple des rotations planes :

ancien style : . une rotation plane est un élément du groupe des isométries du plan affine euclidien qui admet un unique point invariant.

. les rotations constituent avec l'identité un groupe commutatif pour la composition, à partir duquel on construit le groupe des angles de demi-droites puis la trigonométrie.

nouveau style : . une rotation, c'est "tourner" autour d'un point d'un certain angle orienté (quelques réserves toutefois sur l'aspect dynamique qui conduit à des confusions) ce qui donne la définition $(\widehat{\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM'}}) = \theta$ et $OM = OM'$.

. c'est un déplacement qui a un seul point invariant.

. dans les problèmes, cela peut donc servir, entre autres, à démontrer que deux longueurs sont égales ou que deux angles sont égaux.

La conséquence la plus importante est que les exercices ne sont plus les mêmes : l'intersection n'est évidemment pas vide entre les exercices ancien style et les exercices nouveau style mais il y a, en gros, des exercices que l'on ne peut plus poser et d'autres qui étaient impensables dans l'ancien programme.

En parcourant les annales des 10 dernières années, on peut éliminer presque tous les problèmes qui traitent d'ensembles de matrices ou d'applications, presque tous ceux pour lesquels la partie affine est longuement préparée par une partie d'algèbre linéaire (celle-ci restant un outil puissant, mais non systématique).

Ce début de problème me paraitrait incongru.

III. — On considère un plan affine P muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On note $T_{(a,b)}$ l'application de P vers P qui, au point M' de coordonnées x', y', associe le point M' de coordonnées x', y', telles que

$$\begin{cases} x' = ax \\ y' = bx + \dfrac{1}{a} y, \end{cases} \qquad \text{où} \qquad (a, b) \in \mathbf{R}^* \times \mathbf{R}.$$

A) 1° Démontrer que l'ensemble

$$E = \{T_{(a,b)} | a \in \mathbf{R}^*, \quad b \in \mathbf{R}\}$$

muni de la loi $\circ$ de composition des applications, est un groupe.

2° Montrer que

$$E' = \{T_{(a,0)} | a \in \mathbf{R}^*\} \qquad \text{et} \qquad E'' = \{T_{(1,b)} | b \in \mathbf{R}\}$$

munis de la loi $\circ$ sont deux sous-groupes commutatifs de E, respectivement isomorphes au groupe multiplicatif $(\mathbf{R}^*, \times)$ et au groupe additif $(\mathbf{R}, +)$.

3° Montrer que toute application $T_{(a,b)}$ de E peut se décomposer en $T_{(a,b)} = T_1 \circ T_2 = T_3 \circ T_1$ avec $T_1 \in E'$, $T_2 \in E''$, $T_3 \in E''$.

B) 1° Déterminer a et b pour que $T_{(a,b)}$ soit involutive.

2° Déterminer l'ensemble des points invariants par $T_{(a,b)}$.

(Bac 1974 épreuve de Nice).

Beaucoup d'énoncés très typés du genre :

1°) Soit f_a définie analytiquement par ...
Nature de f_a suivant a

2°) Soit g ... ; définir analytiquement g

3°) nature de $f_1 o g$

qui constituaient la quasi totalité des exercices dits de géométrie, restent utilisables pour vérifier quelques connaissances de base.

Mais ils peuvent désormais cohabiter avec des exercices d'apparence bien différente. Comme :

Deux points A et B et un réel strictement positif *a* étant donnés, construire une ellipse admettant A comme sommet du grand axe, B comme sommet du petit axe, et 2*a* comme longueur du grand axe. Discuter.

111 p. 57 anabac (ANABAC Hatier)

I. — Soit O, A et B trois points donnés dans un plan. Un cercle (C) passe par O et A; un cercle (C') passe par O et B. Ces cercles (C) et (C') varient de telle sorte que leurs tangentes en O soient orthogonales. Soit M leur point commun autre que O.
Déterminer l'ensemble des points M. (On pourra utiliser les propriétés des angles orientés inscrits dans un cercle.)

I IE(9)(Annales du bac Vuibert)

III On donne dans l'espace deux demi-droites Δ et Δ' non coplanaires d'origines respectives A et B. Deux points variables M et N décrivent Δ et Δ' respectivement. Soit Π le plan passant par Δ', parallèle à Δ. La parallèle à (AB) menée par M coupe Π en M'. Quel est l'ensemble des points M' ? On note I le milieu de [MN], J celui de [M'N]. Montrer que $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{AB}$. Trouver l'ensemble des points I dans le cas où AM = BN
(question subsidiaire : ensemble des points I quand AM + BN = 2k $k \in \mathbb{R}$)
k réel donné

I

orienté   direct

Dans un plan euclidien P on considère un triangle équilatéral (A, B, C) inscrit dans un cercle (Γ). Soit M un point, distinct de A et de C, situé sur celui des arcs AC dont B n'est pas élément. I est le point du segment [MB] tel que MI = MA.

1. Montrer que le triangle (I, M, A) est équilatéral.

2. Démontrer que *MA + MC = MB.*

I. — On donne dans un plan orienté un triangle ABC de sens direct. On construit, extérieurement au triangle ABC, les triangles équilatéraux A'BC, AB'C et ABC'.

1° Comparer les trois vecteurs $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{CC'}$ en norme et en direction.

2° Soit I le point d'intersection de (CC') et (BB'). Montrer que I appartient aux cercles ABC', AB'C et ABC'. En déduire que les droites (AA'), (BB') et (CC') sont concourantes en I.

3° On suppose I intérieur au triangle ABC. On porte sur la demi-droite [IB] à l'extérieur du segment [IB] le point D tel que DB = IC. Trouver la nature du triangle A'ID et montrer que

$$AA' = IA + IB + IC.$$

(Annales du bac Vuibert).

Tous ces exercices répondent à l'objectif essentiel d'étude des configurations classiques énoncé en le S.

Pour étudier ces configurations, un élève de TC aujourd'hui sait qu'il dispose de plusieurs méthodes à mettre en oeuvre ensemble ou séparément :

→ le raisonnement type "géométrie pure" qui repose sur l'utilisation judicieuse d'un "fond" de théorèmes constitué depuis la classe de 4e (incluant bien sûr, les transformations et une partie de l'algèbre linéaire).

→ la méthode analytique : il s'agira souvent de savoir bien choisir un repère et de savoir évaluer les chances de "réussite" des calculs en fonction des données du problème et du résultat à obtenir ; sans être totalement exclue par l'ancien programme, une telle activité était tout de même assez rare. Pour le reste le calcul analytique ne diffère guère de ce que nous faisions avant.

→ la méthode "complexe" dans le cas du plan : il n'y a pas non plus de grosses différences avec l'ancien programme ; peut-être un accent un peu plus important est-il mis sur le fait que les calculs dans $\mathbb{C}$ constituent l'un des outils possibles pour la géométrie plane.

Les répercussions dans les classes

Cette année étant inévitablement une année de transition, la situation a toutes chances d'être largement diversifiée.

En outre, l'incertitude quant aux sujets du bac 84, ou peut-être la certitude que la présence des redoublants imposerait de ne pas aller trop loin dans la "nouveauté" a sûrement rendu beaucoup de professeurs circonspects.

IV Terminale D

Désormais, les élèves entrant en Terminale D auront tous suivi le même cursus scolaire, puisqu'ils sortiront sans exception de Première S. Auparavant, la majorité d'entre eux provenait de Première D, mais une proportion non négligeable était constituée d'élèves issus de Première C. Le regroupement des Premières Scientifiques a eu deux conséquences principales : d'une part, la plus grande hétérogénéité des classes, et d'autre part le report d'un an de l'orientation des élèves de ces classes.

En ce qui concerne le programme de Terminale D, notons principalement, par rapport à l'ancien programme :

★ Sur les suites :

Des exemples de suites du type $u_{n+1} = au_n + bu_{n-1}$ (ultérieurement, des exemples de suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$)*.

★ Sur les fonctions numériques :

Des exemples simples de recherche d'asymptotes : l'étude systématique des branches infinies n'est donc plus au programme de Terminale D. En revanche, on y gagne la notion de courbe asymptote..

La notation différentielle est au programme, mais pas la notion de différentielle.

Sont également au programme les limites de $\frac{\ln x}{x^\alpha}$ et $\frac{x^\alpha}{e^x}$ quand $x \to +\infty$, la limite de $x^\alpha \ln x$ quand $x \to 0+$ et celle de $|x|^\alpha e^x$ quand $x \to -\infty$.

★ Sur le calcul intégral :

L'intégrale d'une fonction continue n'est plus définie à partir des fonctions en escalier et des sommes de Riemann, mais à partir de la notion de primitive (vue en Première).

Les changements de variable affines sont maintenant au programme ainsi que la recherche d'une valeur approchée (par la méthode des rectangles uniquement).

L'intégration par parties et le calcul d'aire restent au programme.

---

* Certaines parties ont été supprimées du programme du Baccalauréat, à titre transitoire pour l'année 1984.

★ Sur les nombres complexes :

Aucune méthode d'introduction n'est imposée (dans l'ancien programme, elle se faisait par les matrices). A noter :

L'équation du 2d degré dans ℂ n'est plus au programme. Si l'on veut s'en tenir strictement à celui-ci, il est donc difficile d'envisager une approche de type "historique".

Les racines n^{es} d'un nombre complexe ne sont plus, non plus, au programme, mais la notation $re^{i\varphi}$ fait son apparition.

En ce qui concerne les transformations planes étudiées à l'aide des complexes, il n'y a plus que la translation et la rotation (plus d'homothéties ni de similitudes).

★ Sur les probabilités :

La combinatoire, qui était au programme de Première, est passée en Terminale.

Le programme de probabilités est assez semblable au précédent. On y a cependant ajouté la notion de probabilité conditionnelle (ce qui rend moins artificielle l'introduction de la notion d'évênements indépendants), les notions de variable centrée, de variable réduite. La loi binômiale reste au programme.

De nouveaux chapitres font leur apparition :

★ Les équations différentielles : linéaires, homogènes, à coefficients constants, du premier et du second ordre (sur des exemples uniquement).

★ Les statistiques :

Nuage de points dans R^2, méthode des moindres carrés, droite de régression (aucune mention du coefficient de corrélation), barycentre d'un nuage de points pondérés.

L'algèbre linéaire fait partie des chapitres actuellement supprimés, ainsi que la cinématique (en algèbre linéaire il ne reste plus que des exemples numériques de résolution d'un système d'équations linéaires, par opérations sur les lignes).

De façon plus générale, on notera que le symbolisme logique est en net recul dans les classes (il en est de même dans les manuels). Peut-être parce que le texte du programme n'y fait plus aucune allusion, alors qu'on trouve dans le B.O. du 7.7.83 concernant la définition et le choix des sujets des épreuves écrites du Baccalauréat : "Tout recours abusif aux symboles logiques est à éviter".

Les connaissances des élèves concernant les structures algébriques seront également réduites : la seule structure qu'ils connaîtront est celle de "groupe de transformations" (plus tard, s'y adjoindront l'espace et le sous-espace vectoriels). Plus de calcul matriciel non plus.

En revanche, on peut penser que les élèves de Terminale D auront eu une approche plus concrète de la géométrie (en Première S), et qu'ils auront une attitude moins "systématique" vis à vis des études de fonctions (grâce à l'utilisation des transformations ponctuelles, vues également en Première S.