Université PARIS VII

IREM

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

49

octobre 1983

56 devoirs à la maison

POUR LES COLLÈGES

G. DELYON
J-F. HATTE
M. LEPAGE
M-L. TAUZER
J. THEBAULT

animateurs : C. et D. MISSENARD

NIVEAU	Premier cycle
PUBLIC	Enseignants de mathématiques des collèges
SUJET	Recueil de textes de problèmes
OBJECTIF	Développer chez les élèves le goût de la recherche et du travail bien présenté

56 devoirs á la maison

POUR LES COLLÈGES

SOMMAIRE

.../...

.../...

4^e- Pourcentages et fractions
4^e- Fractions d'orient
4^e- Les myriades d'archimède
3^e- Euclide ou Descartes
3^e- A propos de triangles
3^e- Al Huwarism et les équations
3^e- Problèmes du temps jadis

3. DEVOIRS DEMANDANT DE LA PATIENCE ET DE LA METHODE

Toutes classes - Régionnements du cercle
6^e- Aires
6^e- 5^e- Sous ensembles
5^e- Les grains de blé sur l'échiquier
5^e- 4^e- Représenter points par points
4^e- Question de méthode

4. DEVOIRS DE CONSTRUCTIONS GEOMETRIQUES

Toutes classes - Programmes de contructions
6^e- 5^e- 4^e - Les ricochets
Toutes classes - Cercles concourrants.
Toutes classes - Enveloppes
Toutes classes - Pentagone régulier
4^e - Constructions dans le triangle
4^e - Cercle des 9 points
4^e - Constructions diverses.

5. DEVOIRS POUR CONSONLIDER LES BASES

6^e- 5^e- Phrases
6^e- 5^e- articles et autres déterminants
6^e- 5^e- Versions-thèmes

.../...

6. DEVOIRS A CARACTERE ALGORITHMIQUE

6^{e}- avec ma calculette
5^{e}- avec ma calculette
6^{e}- 5^{e}- De proche en proche
4^{e}- La courbe flocon de neige
5^{e}- La tour de Hanoï
Toutes classes - Problèmes d'aiguillages

7. PROBLEMES OUVERTS

En vrac..........

POUR LA PRATIQUE DU DEVOIR A LA MAISON

I <u>De quel type de devoir voulons nous parler</u> ?

Du "vrai" devoir, c'est à dire celui qui pose un problème, qui demande une recherche, qui requiert du temps et du soin et non de la simple juxtaposition d'exercices de type "entrainement". Cela permet dans une large mesure d'éviter les problèmes de copiage et l'irritante correction de copies identiques. Au contraire, on peut alors encourager la recherche en équipe, tout en exigeant une rédaction finale individuelle.

II <u>Quel but poursuit le professeur quand il donne un tel devoir</u> ?

. L'objectif principal est d'intéresser les élèves. Pour cela, il est bon de :

- essayer de partir de questions d'élèves pour "inventer" des problèmes.
- soutenir l'intérêt pendant la recherche en montant en épingle toute question d'élève.
- faire allusion aux devoirs passés, actuels, à venir.
- afficher dans la classe dessins, courbes, énoncés de problèmes ouverts.....

. Ce type de travail permet de mettre en jeu 3 phases de travail chez l'élève : - chercher
- trouver
- exposer

. La relation professeur-élève s'en trouve modifiée : le prof de maths n'est plus celui qui sait tout!

III <u>Quelle périodicité pour de tels devoirs</u> ?

Il faut bien entendu tenir compte du volume de travail demandé aux enfants. De tels devoirs peuvent demander beaucoup de temps aux élèves consciencieux. La correction demande aussi assez souvent beaucoup de temps au professeur. Mais la fréquence et l'habitude peuvent aussi être gages de succès. Les pratiques recontrées sont

.../...

.../...

parfois de un par quinzaine, parfois de un par mois...

IV Faut-il noter ce type de travail ?

Les avis sont là aussi partagés. Il y a le problème du travail non personnel, de l'aide des camarades ou des parents.

Ceci dit, la note représente quand même une importante motivation. On peut soit affecter cette note d'un coefficient minorant son importance par rapport aux autres types d'épreuves dans la moyenne soit tout simplement la faire figurer à part, dans une rubrique "devoir" sur le bulletin trimestriel. L'élève..ou ses parents savent alors la représentativité de cette note.

Voici, pour plus de clarté, une tentative de classification par type de ces devoirs.
Elle ne se prétend pas exhaustive.
De plus un même devoir pourra souvent relever à la fois de plusieurs des genres retenus.
L'objectif de cette brochure est de fournir quelques exemples et idées de tels sujets de devoirs. Ils ne se prétendent pas originaux. Ils ont été pour la plupart tirés de divers ouvrages et manuels existants (Voir bibliographie). Parfois, le professeur en a réécrit le texte en fonction de sa sensibilité personnelle. C'est bien souvent nécessaire et nous voulons plutôt ici communiquer l'idée directrice que la formulation précise, que chacun adaptera selon ses habitudes avant de le poser aux élèves.

Genre de problème	exemples	But du prof	Réaction élèves.
problème énoncé très détaillé qui permet de découvrir une notion qui sera exposée plus tard.	-Droites remarquables dans un triangle (6^e) - symétries (6^e - 5^e) - Pgcd-ppcn (5^e) -division euclidienne (5^e - 6e) - Statistiques (probabilité ?) (toutes classes).	- apprendre à lire un énoncé. - utiliser une définition - assimilation de la notion plus étalée dans le temps.	-Rédaction plus facile -joie d'employer des mots "savants" - impression de "s'approprier" la notion
approfondissement	I "à l'intérieur des mathématiques" * Ecriture scientifique des grands nombres (5e) grands et petits (4e) * Nombres parfaits, déficients.. * autres démonstrations en géométrie (centre de gravité au tiers de média par les aires).	* approfondir !... * surtout pour les "bons" élèves mais qui peut intéresser les autres (mais rarement réussi)	- Intêret (<u>beaucoup de questions</u>) Mais s'intéressent surtout aux détails, pas à l'ensemble du problème mais joie de connaître de nouvelles notions de nouveaux mots.
	II " problèmes historiques" * fractions égyptiennes (5e) * numérations (6e) * nombre d'orient (3e) * nombres premiers (diverses formules) (5e)	* ouverture * Rédaction moins "dirigée" * Développer l'esprit de synthèse...	raccroche certains élèves qui s'aperçoivent que le prof de Maths n'aime pas que les maths!.. Et que les maths "ça peut servir".

.../...	III "application à d'autres disciplines". -"poésie" translation des mots -physique -astronomie -musique ?		améliore la relation prof-élève. et relativise la "connaissance absolue" du prof de maths.
à bien une tâche "casse-pied" avec si possible possibilité de vérification.	6e : 3 3 3 3 trouver le plus de naturels 5e : nombre de grains de blé sur l'échiquier <u>6e.5e.4e.3e</u> * construction <u>point</u> par point de courbe. * moyenne (stat) <u>4e.3e</u> factorisation-développe-ment de polynômes (APM) <u>6e.5e.4e.3e</u> : nombres croisés.	- Rigueur - courage - que les élèves n'aient pas envie de copier parce que le problème <u>semble</u> facile.	<u>Enthousiasme</u>. Ils adorent <u>les tâches</u> répétitives car, pour eux, il ne faut pas trop réfléchir mais le but (être sûr de son résultat) est rarement atteint.
Constructions géométriques.		- valoriser les élèves "faibles" - apprendre à lire un énoncé. - soin.	

.../...

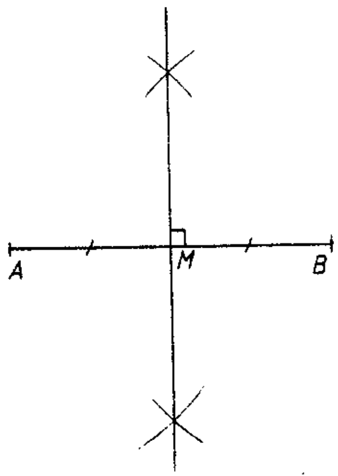
Problème pour consolider les bases qu'ils devraient avoir.	* Problèmes Français-Maths -articles -phrases Français ⟷ Maths -adjectifs indéfinis -phrases ⟷ schémas -le verbe être (?) * Calcul sur les décimaux et puissances de 10 en 4e. * Pourcentages	* Présenter des notions "connues" d'une autre façon et en utilisant le nouveau savoir. * importance de la correction pour insister sur les erreurs les plus fréquentes * Précision du language Français et mathématique. * Rien n'est simple	Leur semble facile. choc "psy" lors de la correction (tout leur semblait si facile !...) (pourcentages mis à part!).
Initiation à l'algorithmique	* programme de calculs fait avec machine. * Trains (programmes) * Tour de Hanoï (* organigramme de démonstration * Alogorithm * Programmes de construction en géométrie.	- Se mettre au goût du jour (la démarche informatique ! ...) - soin - faire éprouver le besoin de vérification	Ils aiment (la mode) (mais réussissent mal en ayant des idées qu'il faut valoriser).
Problèmes ouverts	I Abstraits (mathématiques) II Concrets *jeux * problème de la vie courante.	faire des maths !	c'est très rare que les "moyens" et les "mauvais" aillent jusqu'au bout. Il faut chercher des problèmes "motivantes !!!..

1. DEVOIRS INTRODUCTIFS D'UNE NOTION

Les problèmes qui suivent ont été posés aux élèves comme préparation de la notion concernée, qui a ensuite été reprise en-cours par le professeur.

6^e	Droites remarquables dans le triangle

I. Je vous rappelle la construction de la MEDIATRICE d'un segment [AB] c'est à dire la droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par le milieu M du segment [AB]



(1) Rappelez la propriété qu'ont tous les points de la médiatrice de [AB]

(2) Dessinez un triangle ABC quelconque.
Tracez les médiatrices des segments [AB], [AC], et [BC], c'est à dire des trois côtés du triangle.
(Ces trois droites seront appelées les médiatrices du triangle ABC)

Ces trois médiatrices se coupent en un point O (On dit qu'elles sont concourrantes)
Dessinez le cercle de centre O et de rayon [OA]
Que remarquez-vous ? Pouvez vous expliquer votre remarque ?

(3) Dessinez un triangle ABC rectangle en A (c'est à dire que les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires). Refaites la question 2 pour ce triangle.
Quelle remarque nouvelle faites-vous ? qu'en pensez-vous ?

(4) Dessinez un triangle ABC quelconque.
Tracez la droite D_1 passant par A et perpendiculaire à (BC)
.... D_2 .... B .... (AC)
.... D_3 .... C .... (AB)

Ces trois droites s'appellent les hauteurs du triangle ABC.
Que remarquez-vous ?

(5) Refaites l'exercice (4) avec un triangle ABC rectangle en A.
Ecrire toutes vos remarques.

* Tous les dessins se font avec soin sur papier non quadrillé.
* Les courageux peuvent s'intéresser à ce qui se passe quand le triangle ABC est isocèle, équilatéral. (en vue d'une affiche "Médiatrice d'un triangle") (ou d'une affiche "hauteur d'un triangle").

6^e ou 4^e	A propos de médiatrices

I o) Placez trois points non alignés A, B et C.

1) Placez un point D <u>équidistant</u> de A et de B. Expliquez comment vous faites et pourquoi le point D est bien équidistant de A et de B.
2) Placez un point E équidistant de B et de C.
3) Placez un point F équidistant à la fois de A, de B et de C. Expliquez comment vous faites et pourquoi il est bien équidistant de A, de B et de C.
4) Expliquez pourquoi <u>nécessairement</u>, d'après ce qui précède, le point F est sur la médiatrice du segment [AC]
5) On peut alors tracer un cercle qui passe à la fois par A, par B et par C. Expliquez pourquoi, dites où est son centre et quel est son rayon ?
   On appelle ce cercle le cercle <u>circonscrit</u> au triangle (A,B,C)

II

A) 1) Dessinez un quadrilatère tel que les médiatrices de deux de ses côtés opposés soient confondues.
   Expliquez comment vous le tracez et pourquoi.
   2) Quel nom particulier porte ce quadrilatère ?
   3) Est-ce <u>forcément</u> un rectangle ? Pourquoi ?

B) 1) Dessinez un parallélogramme quelconque (ni rectangle, ni losange, ni carré) et tracez les quatre médiatrices de ses 4 côtés. Sont elles concourrantes ?
   2) Quelle position ont elles les unes par rapport aux autres ? Expliquez pourquoi <u>nécessairement</u> elles sont placées de cette façon ?

III

1) Dessinez un grand cercle et quatre points différents sur ce cercle -tels que deux quelqconques de ces points ne forment pas un diamètre.

.../...

.../...

2) Joignez ces quatres points de façon à former un quadrilatère non croisé.
3) Tracez <u>soigneusement</u> les quatre médiatrices des 4 côtés du quadrilatère.
4) Que constatez-vous ? Expliquez pourquoi <u>nécessairement</u> les médiatrices sont ainsi placées.

Remarques : les prérequis sont ici la connaissance du mot "médiatrice" (comme ensemble des points équidistants de 2 points donnés et comme perpendiculaire au segment en son milieu). Les preuves demandées ne sont pas forcément des démonstrations formalisées.

6è	DEVOIR N°	SYMETRIE

Pliez une feuille non quadrillée, Repassez au stylo la pliure. Appelez D cette "droite". Placez un point M n'appartenant pas à D. La feuille étant pliée, percez la avec une pointe placée sur M. Vous obtenez de l'autre côté de la droite D un point M'. Tracez la droite (MM') et observez.

<u>On dira que M' est le symétrique de M par rapport à la droite D</u>

<u>Question 1</u> : Sur la feuille de copie double tracez une droite D, placez un point M n'appartenant pas à D et tracez avec la règle et le compas (l'équere si vous voulez) le symétrique M' de M par rapport à D (sans plier la feuille).

a) Expliquez votre construction pas à pas.

b) Recommencez la construction sur le même dessin avec un point N

c) quel est le symétrique d'un point A appartenant à D ?

Reprendre la feuille non quadrillée. Tracez :

1) Une droite D_1 parallèle à D
2) Une droite D_2 sécante à D en A
3) Une droite D_3 perpendiculaire à D
4) Un cercle C_1 de centre O_1 ne coupant pas D
5) Un cercle C_2 de centre O_2 coupant D en E et F
6) Un triangle quelconque IJK.

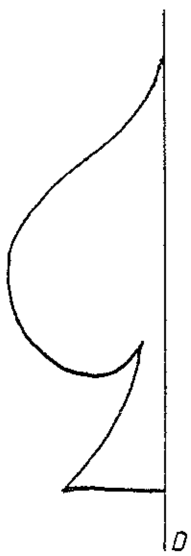
Repliez la feuille. Avec une pointe percez assez de points de la droite D_1 pour pouvoir trouver son symétrique D'_1 par rapport à D. Recommencez pour les autres figures. Repassez au crayon les figures symétriques.

<u>Question 2</u> : Sur la feuille de copie double expliquez quels sont les symétriques par rapport à D des six figures que vous avez tracées (Soyez <u>très</u> précis dans vos réponses !)

.../...

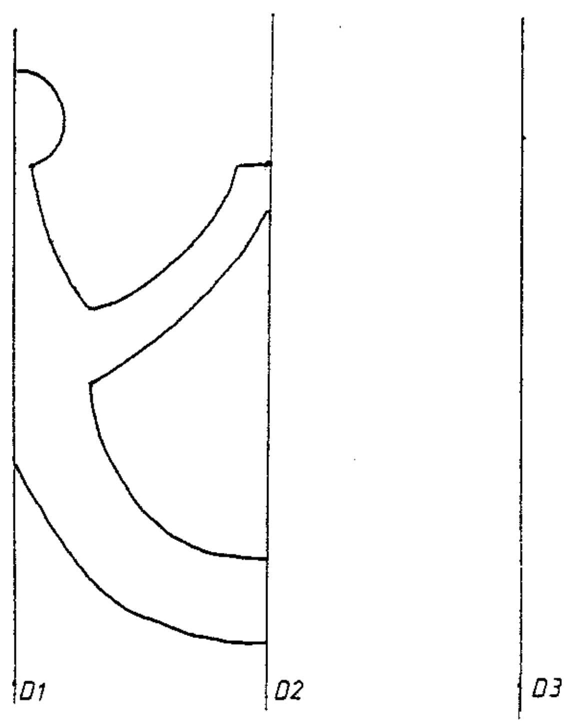
.../...

à découper et à coller dans la feuille de copie double.



Dessinez le symétrique de cette figure par rapport à D.

Dessinez le symétrique de cette figure par rapport à D_1, puis par rapport à D_2 puis dessiner le symétrique "du symétrique par rapport à D_2" par rapport à D_3. Savez vous faire des "ribandelles" plus simplement avec un papier et des ciseaux ? Si oui, faites en une!.....



6^e-5^e	Division euclidienne

40 | 12
4 | 3

Dans cette division euclidienne * on peut écrire la phrase suivant

40 est le dividende
12 est le diviseur
3 est le quotient euclidien
4 est le reste

$40 = 12 \times 3 + 4$ et le reste est strictement plus petit que le diviseur ($4 < 12$)

Si le reste est nul le quotient euclidien s'appelle le quotient.

1- Compléter le tableau suivant :

Dividende	Diviseur	Quotient euclidien	reste	égalité et inégalité correspondantes
40	12	3	4	$40 = 12 \times 3$ et $4 < 12$
50	7			
7327	82			
7327	89			
69442	328			
69442	212			
183 726	519			

2- Voici quatre égalités vraies, dites pour chacune si elle correspond à une division euclidienne, deux divisions euclidiennes ou aucune division euclidienne (Il faut bien sûr répondre dans chaque cas par une phrase et expliquer la réponse)

$139 = 16 \times 8 + 11$ $\qquad$ $1253 = 23 \times 52 + 57$

$648 = 19 \times 33 + 21$ $\qquad$ $1031 = 29 \times 35 + 16$

3- Dans une division euxlidienne le diviseur est 19, le quotient euclidien est 77 et le reste est 17, Calculer le dividende.

.../...

* Dans une division euclidienne, le diviseur, le quotient euclidien et le reste sont des nombres entiers naturels.
Vous saviez faire des "divisions euclidiennes" comme M.Jourdain savait faire de la prose sans le savoir!...
Cherchez "Euclide" dans le Dictionnaire.

.../...

4- Dans une division le quotient est 3529 et le diviseur 27 : calculer le dividende.

5- Dressez la liste des nombres entiers naturels dont le quotient euclidien est 13 dans la division par 7. Expliquez comment vous faites pour les trouver tous.

6- Sur une machine à calculer on tape $\boxed{12569}\,\boxed{\div}\,\boxed{536}$, on lit :
23,44962687
Quel est le quotient euclidien de 12569 par 536 ?
Expliquez comment avec votre machine vous pouvez trouver le reste de cette division euclidienne.

	5^e	"A la recherche du PGCD* de deux entiers naturels". *P.G.C.D. = plus grand diviseur commun.

Introduction : Ce problème nous l'avons rencontré en essayant de chercher le facteur commun dans une factorisation. Exemple :

$16x + 24y = 8(2x + 3y)$. 8 est le P.G.C.D. de 16 et 24.

Expliquez comment en classe nous avons fait pour trouver 8.

I Ecriture de la division euclidienne (recherche du quotient euclidien et du reste euclidien).

$$\begin{array}{r|l} 128 & 19 \\ \hline 14 & 6 \end{array}$$

Cette division est appelée "division euclidienne" (il n'y a que des nombres entiers). Elle s'écrit :

$128 = 19 \times 6 + 14$ et $14 < 19$

dividende = diviseur X quotient + reste et reste < diviseur

1) Ecrire de cette façon les divisions euclidiennes de 1329 par 3, de 1252 par 19, de 3054 par 7 et de 606 par 5.

2) Les écritures suivantes sont-elles des écritures de divisions euclidiennes ? Si non, pourquoi ? Si oui, indiquer quels sont les dividendes et diviseurs possibles en disant pourquoi.

$629 = 54 \times 12 + 5$; $867 = 16 \times 53 + 19$ (attention, la multiplication est commutative); $352 = 19 \times 18 + 10$; $540 = 15 \times 33 + 45$.

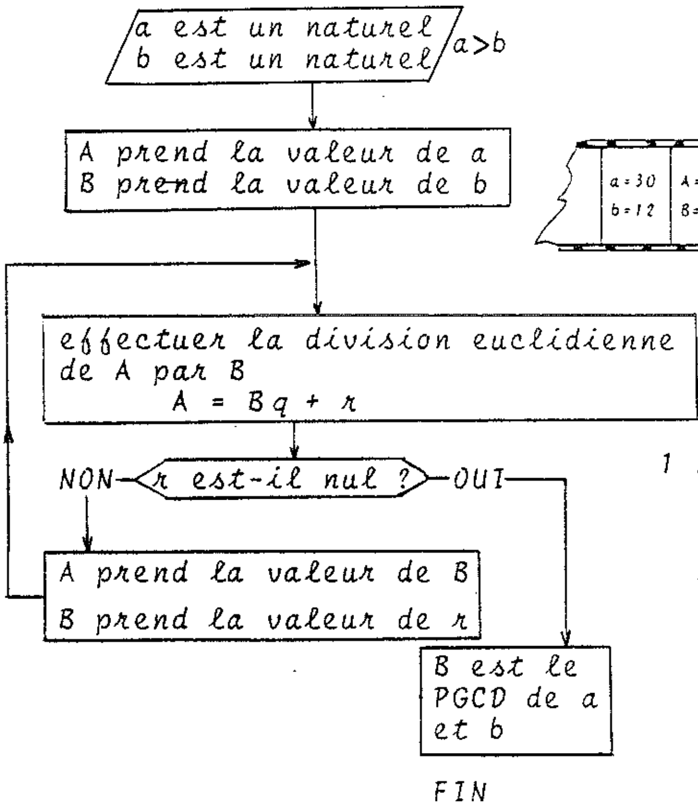
II Voici un organigramme. C'est celui de l'algorithme(1) d'Euclide(2) (un "algorithme" est une suite d'actions à réaliser mécaniquement afin de mener à bien un travail prévu à l'avance : procédé de calcul.)

.../...

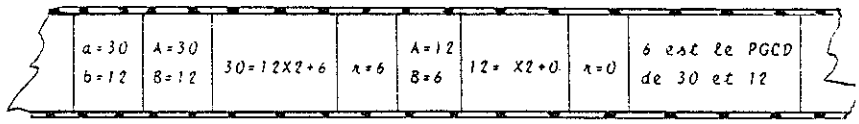
(1) Le mot "algorithme" vient du nom du mathématicien ALKHOUARIZNI bibliothécaire du Calife AL Mâ'mûn, au 9e siècle qui s'intéressa entre autre à l'arithmétique et l'algèbre.

(2) Euclide est un mathématicien grec du 3e siècle Av. J.C. qui s'est surtout interessé à la géométrie plane. Il a écrit un grand traité "Les éléments"

.../...



film de l'utilisation de l'organigramme pour
a = 30 et b = 12



1 Appliquer l'algorithme d'Euclide (vous pouvez le présenter sous forme de film) pour trouver le PGCD

. de 60 et 26

. de 14 et 20

. de 18 et 27

. de 144 et 180

III Factoriser les sommes suivantes (les lettres représentent des décimaux).

$144x + 180y$; $63ab + 171a^2$; $84x^2y + 144xy^2$; $132x^3y^2 + 198x^2y^3$

5^e ou 4^e	Les "grands nombres" : écriture scientifique ou normalisée

Dans ce problème on s'intéresse aux nombres supérieurs ou égaux à 100 ($100 = 10^2$)

I Question

1) Calculer 10^3, 10^4, 10^5, 10^6.
2) Si n est un naturel supérieur ou égal à 2, expliquez comment s'écrit 10^n.
3) Ecrire sous forme de puissance de 10 les nombres suivants : Un milliard, dix milliard, dix mille, cent mille milliard un milliard de milliard.

II Ecriture scientifique des nombres.

Remarque : $200 = 2 \times 100$ donc $200 = 2 \times 10^2$;
$5\,000\,000 = 5 \times 1\,000\,000$ donc $5\,000\,000 = 5 \times 10^6$.
$524 = 5{,}24 \times 100$ donc $524 = 5{,}24 \times 10^2$. On montre que tout nombre décimal supérieur ou égal à 100 peut s'écrire sous la forme du produit d'un décimal compris entre 1 et 10 (1 compris, 10 exclu) par une puissance de 10. Cette écriture des "grands" nombres s'appelle l'écriture scientifique. (Les calculatrices ne peuvent pas écrire un nombre qui a plus de 8 (ou 10) chiffres. Certaines d'entre elles dites "calculatrices scientifiques" affichent alors ces nombres en écriture scientifique. Exemple : $8\,000\,000\,000 = 8 \times 10^9$ s'affiche:

$\boxed{8.00 \qquad\qquad 09}$)

Ecrire avec l'écriture scientifique : 125 000 ; 33 000 000 000 ; 620×10^{21}; 31×10^4.

III Intérêt de l'écriture scientifique. (Evidemment racourcir l'écriture $2\,000\,000\,000\,000\,000 = 2 \times 10^{15}$)

.../...

.../...

1) <u>Produit de deux "grands" nombres.</u>

a) Ecrire sous forme d'une puissance de 10 :
$10^5 \times 10^3$; $10^7 \times 10^9$; $10^{21} \times 10$

b) Après avoir écrit chaque nombre en écriture scientifique calculer les produits suivants et les écrire en écriture scientifique.

11 000 000 X 3 000 000 000 000 ; 50 000 X 70 000 000 000 ;
$(20 \times 10^5) \times (300 \times 10^7)$; $(5 \times 10^{11})^2$; $(5 \times 10^5)^2 \times 10^{19}$.

2) <u>comparaison des "grands" nombres.</u> Sachant qu'une année-lumière (A-L) est à peu près égale à 10^{13} Km (Une A.L est la distance parcourue par la lumière en une année en raison de 3×10^5 Km/s) et qu'une unité astronomique (U.A) est égale à $1,5 \times 10^8$ Km (l'unité astronomique est la distance de la terre au soleil). Voici des distances : rayon moyen de la terre 6 371 Km ; distance Dunkerque-Perpignan : 1 000 Km ; rayon moyen du soleil : 606 000 Km ; distance de la terre à l'étoile polaire : 42 A.L ; diamètre de notre galaxie : 100 000 A.L ; distance de la terre à la lune : 380 000 Km ; Tour de la terre suivant l'équateur : 40 076 Km.

a) Convertir ces distances en Km et les écrire en écriture scientifique.

b) Les ranger ensuite dans l'ordre croissant.

3) <u>Somme de deux "grands" nombres.</u> A quelle condition peut-on ajouter <u>facilement</u> deux nombres écrits en écriture scientifique ? Donner un exemple.
Et si la condition n'est pas remplie, comment faire ?

IV <u>Application</u>

1) verifiez que 1 A.L $\simeq 10^{13}$ Km . Utilisez le plus possible l'écriture scientifique !

2) La distance de la terre au soleil est 150×10^6 Km. Combien de temps met la lumière du soleil pour nous parvenir.

Que pensez-vous de l'écriture scientifique des "grands" nombres ?

2- DEVOIRS D'APPROFONDISSEMENT

Il s'agit de prolongements des notions étudiées, de leur mise en jeu dans un cadre plus théorique ou plus vaste que dans les simples exercices d'application.
C'est l'acception la plus classique pour les problèmes à la maison (le cours de l'année suivante fournit classiquement les devoirs de l'année précédente...).

Nous avons distingué dans les problèmes d'approfondissement ceux liés à d'autres disciplines, ainsi que ceux provenant d'un problème historique, de ceux restant dans le cadre des mathématiques seules.

5^{e}- | PERFECTION

mathematiques

Définitions

Un nombre PRESQUE PARFAIT est un entier égal à la somme de ses diviseurs, à part lui-même et 1.

Un nombre PARFAIT est un entier égal à la somme de ses diviseurs, à part lui-même.

Un nombre PLUS QUE PARFAIT est un entier égal à la somme de ses diviseurs.

Un nombre IMPARFAIT est un entier égal au produit de ses diviseurs, à part lui-même.

Un nombre SURFAIT est un entier égal au produit de ses diviseurs.

1 NOMBRES PARFAITS

a) en expliquant, donne quelques éléments de l'ensemble P des nombres parfaits.

b) voici un ensemble de phrases numérotées

1. l'ensemble P est vide
2. P a deux éléments.
3. P a au moins deux éléments.
4. P n'est pas l'ensemble vide.
5. P est un sous-ensemble de P.
6. P a une infinité d'éléments.
7. P a au plus deux éléments.
8. 1 est élément de P.
9. 6,2 est un sous-ensemble de P.
10. 496 n'est pas élément de P.
11. aucun entier supérieur à 20 n'est élément de P.
12. P contient deux entiers qui se suivent.
13. $\emptyset$ est un sous ensemble de P
14. P a entre 1 et 3 éléments
15. P n'a pas moins de 2 éléments
16. P est un bel ensemble
17. 6 est un élément de P.
18. P est une partition de N.
19. 2 X P = 8
20. Si x est pair alors x est élément de P.
21. Si x est élément de P, alors x est pair.
22. P U N
23. Si x n'est pas impair, alors x n'est pas élément de P.
24. Dire que, si x est multiple de 3 alors x est élément de P, est faux.

.../...

.../...

25. 28 est élément de P.

26. Tout élément de P est élément de $\mathbb{N}$.

27. $(4\ 732\ 347\ 367)^9 \in P$.

28. Il y a au moins un entier inférieur à 30 qui appartienne à P.

29. Il y a exactement un entier inférieur à 30 qui appartienne à P.

30. Il y a plus d'un entier inférieur à 30 qui appartienne à P.

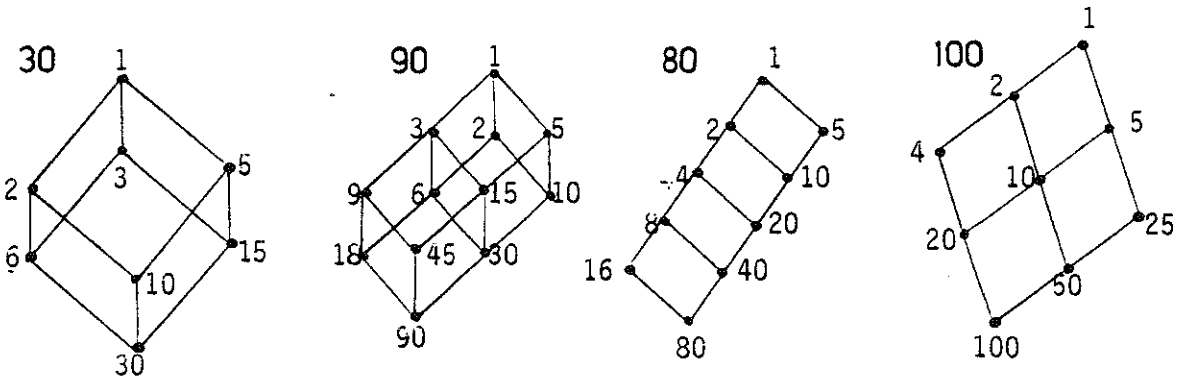
Dispose ces phrases en tableau pour indiquer, d'une part si elles sont vraies, fausses, si tu ne sais pas ou une autre réponse, d'autre part pour justifier ces réponses.
Dans l'ensemble des numéros des phrases vraies, dessine le schéma fléché de la relation de lieu verbal : ".... a pour conséquence..."

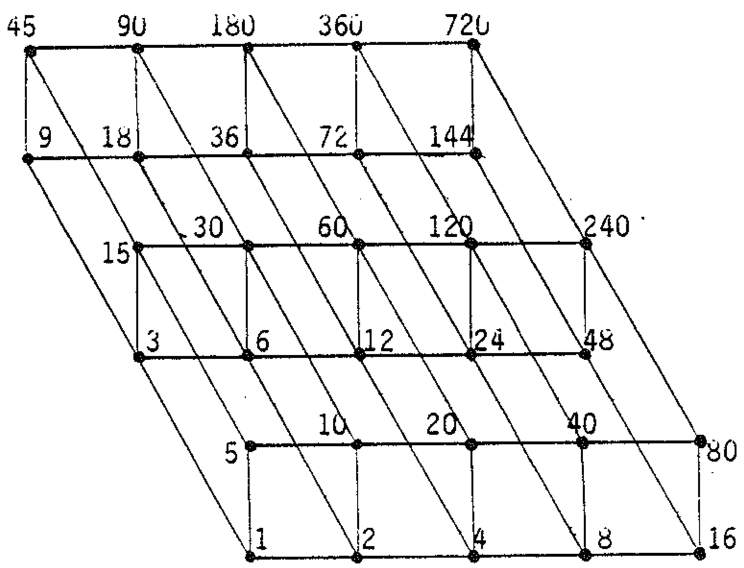
2 On note : P P l'ensemble des presque parfaits, P celui des parfaits, PQP celui des plus que parfaits, I celui des imparfaits et S celui des surfaits.

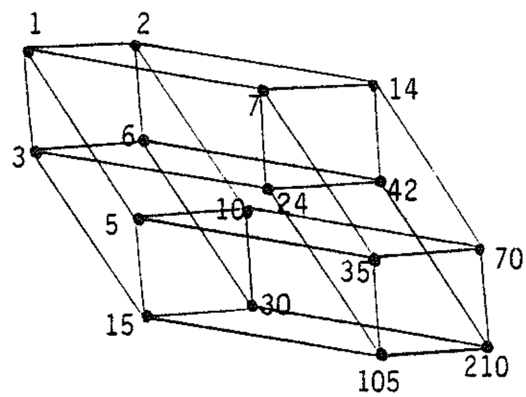
a) donne quelques éléments de chacun de ces ensembles, quand tu le peux.
b) Quels sont les éléments de l'ensemble PQP ? démontre ta réponse.
c) Quels sont les éléments de l'ensemble S? démontre ta réponse.
d) Quels sont les éléments de l'ensemble I ? démontre ta réponse.
e) Démontre qu'un nombre peut-être à la fois parfait et imparfait !

5^{e} | *Grands Treillis de Diviseurs* | mathématiques

Voici pour les enseignants qui ne l'auraient jamais rencontrée la représentation ordonnée de l'ensemble des diviseurs d'un nombre que nous appelons "Treillis".







Après avoir expliqué le principe de cette représentation aux élèves, leur demander de dessiner un (ou plusieurs) treillis de diviseurs de nombres de leur choix (avec 3, 4 (ou même plus) facteurs premiers distincts).
(Un entrainement préalable sur des exemples faciles ayant eu lieu en classe).

5^{e}	Treillis de diviseurs	mathématiques

A

1) Représente soigneusement le treillis des diviseurs de 225.
2) Donne la liste des éléments de $D(225)$.
3) En expliquant comment tu t'aides du dessin, donne les ensembles : $D(75)$; $D(25)$; $D(15)$.

B

1) Quel est le nombre d'éléments de $D(225) \times D(225)$?
2) Ecris tous les éléments de $D(225) \times D(225)$ où le nombre 5 soit à la premier place.

C

J'appelle E l'ensemble suivant :

$$\boxed{E = \{(a,b) \in D(225) \times D(225) \ / \ a \in b\,\mathbb{N}\}}$$

1) Donne la liste des éléments de E qui ont 75 à la première place.
2) Donne la liste des éléments de E qui ont 25 à la première place.
3) Donne la liste des éléments de E qui ont 15 à la première place.
4) Explique comment tu peux calculer le nombre d'éléments de E.

D

R est la relation <u>DANS L'ENSEMBLE E</u> qui relie (a,b) à (c,d) quand le quotient de a par b est égal au quotient de c par d. On note $(a,b)\ R\ (c,d)$.

1) Trouve l'ensemble des éléments reliés à $(15,5)$ par R.
2) Trouve l'ensemble des éléments reliés à $(45,3)$ par R.
3) Trouve l'ensemble des éléments reliés à $(75,75)$ par R.
4) En expliquant, trouve combien R a de classes d'équivalences.

E

Pour cette question n'hésite pas à multiplier les dessins.

Sur le Treillis des diviseurs de 225, cherche une technique pour représenter, pour dessiner les différentes classes d'équivalence de R.

5e	Histoires de "formules"	mathématiques

1. Les formules trouvées par les élèves :

Toutes les phrases suivantes sont fausses.
Trouvez pour chaque phrase un contre exemple et expliquez précisément pourquoi la phrase est fausse.

1) Si la somme des chiffres d'un nombre est un nombre premier alors le nombre est premier.
2) Si un nombre se termine par un chiffre premier alors il est premier.
3) Si le nombre formé par les 2 derniers chiffres est premier alors le nombre est premier. (pour les nombres de + de 3 chiffres).
4) Si un nombre impair n'est pas divisible par 3 alors il est premier.
5) Pour les nombres de 4 chiffres :
Si en faisant la somme des chiffres de rang pair et de rang impair on trouve deux nombres premiers alors le nombre est premier.

2. Les formules trouvées par les mathématiciens

Compléter le tableau suivant :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	....
x^2												
x^2+x												
x^2+x+17												

Que pensez-vous des nombres de la dernière ligne ?

On a envie d'affirmer que : "quel que soit $x \in N$, l'entier x^2+x+17 est premier".

Qu'en pensez-vous ?

Beaucoup de mathématiciens ont cherché des formules de ce type.... toujours en vain......

.../...

.../...

Que pensez vous de $x^2 - x + 41$?

et de $2^{(2^n)} + 1$?

Un mathématicien a dit : "les nombres premiers sont semés dans le champ des entiers comme si seul le hasard les y avait mis".

Qu'en pensez-vous ?

4^e	Raison ou magie	mathematiques

I Considérons le naturel 308. En l'écrivant deux fois on obtient 308 308. Divisez ce dernier nombre par 7, divisez le quotient obtenu par 11, et divisez le nouveau produit par 13; que constatez-vous ?

Prenez un autre naturel écrit avec trois chiffres.

Recommencez l'opération.

Raison ou Magie ? Indications : * 308 308 = 308 000 + 308 (à factoriser

* Décomposer 1001 en produit de facteurs premiers.

II {62,68} , {23,27} ; {47,43}: ces paires de nombres de deux chiffres ont une particularité. Leurs unités ont pour somme 10 et leurs dizaines sont les mêmes.

Il existe un "truc" pour trouver mentalement leur produit. 62 et 68 sont entre 60 et 70 alors je multiplie 6 par 7 : 42 puis je multiplie les unités : 2 X 8 = 16....... 62 X 68 = 4216

1) Faire d'autres essais (ne pas oublier de faire le carré des nombres à 2 chiffres se terminant par 5)

2) Si on voulait vérifier que ce procédé "marche" pour tous les produits semblables de nombres compris entre 11 et 99, combien de produits devrait-on effectuer ?

3) Raison ou Magie ?

Indications : On appelle "d" le chiffre de dizaines "u" le chiffre d'unités. Le 1er nombre s'écrit 10d + u et le second ? et leur produit ?

Avec notre "truc" on trouve 100d (d+1) + u(10-u).......

III Pense un nombre, ajoute lui 2, calcule le carré du nombre obtenu, retranche lui le carré du nombre pensé, divise par 4 le résultat et retranche le nombre pensé. Tu obtiens 1 .

Raison ou Magie ?

4^e	Centre de Gravité	mathématiques

Soit un triangle ABC, A',B', C' les milieu respectifs de [BC], [AC], [CB].
On note $\mathcal{A}$(ABC) l'aire du triangle ABC. G est le centre de gravité de ABC.

1) Démontrer que $\mathcal{A}(A'GB) = \mathcal{A}(A'GC) = \frac{\mathcal{A}(BGC)}{2}$

2) " " $\mathcal{A}(ABB') = \mathcal{A}(B'BC)$

3) " " $\mathcal{A}(AGB) = \mathcal{A}(AGC)$

4) " " $\mathcal{A}(A'GB) = \mathcal{A}(A'GC) = \mathcal{A}(CGB') = \mathcal{A}(BGA) = \mathcal{A}(AGC') = \mathcal{A}(C'GB)$

:

Ou une variante du même :

On considère un triangle ABC, puis les milieux respectifs I,J,K des côtés [BC] , [AC] et [AB]
Les segments [AI] ,[BJ] et [CK] ont un point commun G.

1) Montrer que BGI et CIG ont des aires égales (on appellera a cette aire), de même on appelle b l'aire de BJC et GJA,et c celle de GKA et GKB.

2) En comparant les aires des triangles AKC et BKC montrer que b = a.

Quels sont les triangles qui permettent de montrer que a = c ?
Quelle fraction de la surface ABCreprésente chacun des triangle AKG et AKC ?

3) Comparer l'aire des triangles GBA et GBI en déduire une relation entre GA et GI.
Comparer GK et GC, GJ et GB.
Conclure.

4^e-	TRIANGLE ET SYMETRIES	mathématiques

ABC un trianlge quelconque, I,J,K les milieux des côtés [BC] , [CA] , [AB]

Soit ~~M~~ un point quelconque. On désigne par A',B',C'

A' = S_I (M) B' = S_J (M) C' = S_K (M)

1) Que peut-on dire de (AA'),(BB'),(CC') ?

2) Soit O le milieu de [AA']. On pose M' = S_O (M)

Que peut on dire des centres de gravité de ABC et de MAA' ?

G centre de gravité de ABC. Que peut-on dire de MGOM'.

3) On suppose maintenant que M est le centre du cercle circonscrit à ABC, que peut-on dire de M',Qu'est ce que O pour I,J,K.

Que peut on dire du centre de gravité, de l'orthocentre, du centre du cercle circonscrit à un triangle ?

4) Tracer au crayon MA', MB', MC', M'A, M'B, M'C.

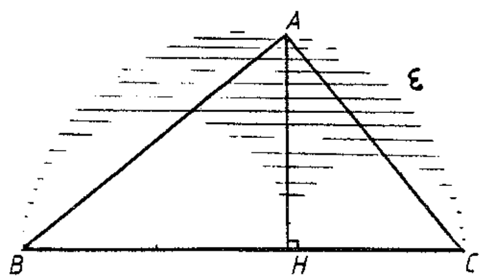
Indiquer tous les parallèllogrammes.(On pourra tracer de la même couleur les segments parallèles et de même longueur).

4^e	L'arbel et les lunules	mathématiques

Le théorème de Pythagore permet de découvrir des propriétés de certaines aires.

1) A est un point d'un demi-cercle $\mathcal{E}$ de diamètre [BC] A se projette orthogonalement en H sur [BC]. On a tracé à l'intérieur du demi-cercle $\mathcal{E}$ le demi-cercle de diamètre [BH] et le demi cercle de diamètre [HC]

Def. L'arbel est la surface délimitée par les 3 demi cercles (hachurée).
Voici des propriétés de l'Arbel que tu démontreras en faisant appel à diverses propriétés du cercle et du triangle rectangle. Le demi-cercle $\mathcal{E}$ est fixe et le point A varie sur ce demi-cercle.



a) le périmètre de l'arbel est indépendant de la position de A en E .

b) La mesure S de la surface de l'arbel est égale à la mesure de l'aire du disque de diamètre [AH] .

c) Pour quelle position du point A cette mesure est elle maximum ?
(déduis en que si deux réels positifs variables ont une somme constante, leur produit est maximum lorsque ces deux réels sont égaux)

d) Trouve le maximum de S en fonction de la distance BC.

e) On voudrait que S soit le huitième de la mesure de la surface du demi-disque de diamètre [BC] .
Calcule alors AH en fonction de BC et place le (ou les) points A correspondant(s) .

2) A est un point baladeur sur le demi-cercle de diamètre [BC]
On a tracé à l'extérieur de ce demi-cercle :
- le demi-cercle de diamètre [AB]; le carré ABDE
- le demi-cercle de diamètre [AC] ; le carré ACGF.

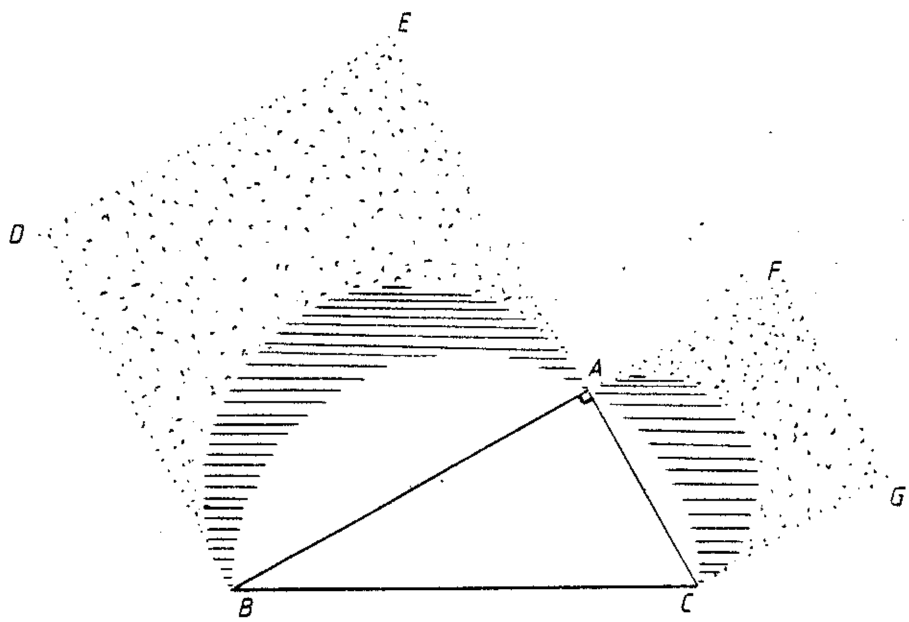
.../...

.../...

a) Demontre que l'aire de la réunion des surfaces hachurées (lunules) est égale à l'aire du triangle ABC

Pour quelle position de A cette aire est-elle maximum ?

b) Démontre que la somme des aires des deux surfaces pointillées est indépendante de la position du point A sur le demi-cercle de diamètre [BC]



Remarque : ce problème est tiré du manuel galion de 3^e.
Certaines formulations ont posé un problème aux élèves (par exemple la propriété a.)

3^e	*Différents habits d'un polynôme*	mathématiques

Soignez la rédaction et la présentation du devoir

Dans la liste ci-dessous, choisissez un polynôme, que vous appellerez $P(x)$:

Polynôme n° 1 $4(2x - 1)^2 + x(2x - 1)$
Polynôme n° 2 $(5,5x - 2,5)^2 - (3,5x - 1,5)^2$
Polynôme n° 3 $2(2x - 1)^2 - (3 - 6x)(x - 1) + 4x^2 - 1$
Polynôme n° 4 $4x^2 - 1 + 2x(7x - 5) - 7x + 5$

1) *Developper, réduire et ordonner ce polynôme.*
Ecrire ce même polynôme sous la forme d'un produit de facteurs du 1er degré.

2) *Calculer* $P(0)$; $P(9)$; $P(0,5)$; $P(\frac{4}{9})$.

3) *Résoudre dans R :* $18x^2 - 17x + 4 = 0$.

4) *1309 est-il un naturel premier ?*

5) *Résoudre dans* $\mathbb{R}$, $P(x) = 4$.

6) *Résoudre dans* $\mathbb{R}$, $P(x) = 2x - 1$.

7) *Si P désigne l'application :* $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto P(x)$

0 a t-il une image par P, si oui laquelle ?
0 at-il un antécédent par P, si oui lequel ?

8) *Démontrer que si n est un entier naturel pair* $P(n)$ *est un entier pair.*

9) *Résoudre dans* $\mathbb{R}$, $P(x) = 18x^2$.

10) *Démontrer que si n est un multiple de 5 alors* $P(n)$ *n'est pas un naturel multiple de 5.*

11) *Résoudre dans* $\mathbb{R}$, $P(x) = 12 - 17x$.

12) *Quel est le degré du polynôme* $Q(x)$ *défini par* $Q(x) = P(x+1) - P(x)$?

.../...

.../...

13) Trouver un naturel a de façon que 1 soit solution de l'équation $P(x) = a$.

14) Démontrer que si n est un naturel différent de 0 et de 1 alors $P(n)$ n'est pas un naturel premier.

3^e	Etude d'une application dans R	mathématiques

I. f est l'application de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :
$f(x) = x^2 - x^4$

1) Calculer $f(2)$ puis $f(-2)$ puis $f(+\frac{1}{2})$ et $f(-\frac{1}{2})$ et comparer à chaque fois les résultats. Que peut-on dire des images par f de deux nombres opposés ?

2) Calculer les images par f de $\sqrt{2}$; $\sqrt{2} + 1$; $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

3) Quel est l'ensemble des réels dont l'image par f est zéro ?

4) Quel est l'ensemble des réels dont l'image par f est supérieure ou égale à zéro ?

II. $\mathcal{E}$ est l'ensemble des points M du plan muni d'un repère dont les coordonnées (x,y) vérifient $y^2 = x^2 - x^4$ (1)

1) Factoriser $x^2 - x^4$. Etudier son signe selon les positions de x par rapport à -1 et à 1 (Tableau).

Pour les points de $\mathcal{E}$, $x^2 - x^4$ est le réel du carré y. Donc les valeurs de x ne peuvent être quelconques. Quel intervalle forment-elles ?

2) Combien existe-t-il de points de $\mathcal{E}$ dont l'abscisse est 0 ? 1 ? $\frac{2}{5}$?

3) On pose $x^2 = X$ démontrer que (1) équivaut alors à
$(X - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4} - y^2$ (2)

Que peut on dire du signe de $\frac{1}{4} - y^2$? En déduire les valeurs maximales et minimales possibles pour y. Trouver les valeurs de x correspondantes.

4) En utilisant (2) trouver combien il existe de points de $\mathcal{E}$ dont l'ordonnée est $\frac{12}{25}$.

5) Déterminer les points de $\mathcal{E}$ dont l'abscisse a pour valeur absolu $\frac{4}{5}$. Expliquer comment on peut placer 4 points de $\mathcal{E}$ pour chaque valeur de $/x/$ choisie dans l'intervalle]0;1[.

.../...

.../...

6) Compléter les tableaux des valeurs et placer les points correspondants en choisissant 10 cm comme unité de longueur sur les axes.

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
/y/											

x	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,85	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99
/y/											

(Utiliser la machine à calculer).

3^e	"Programmation linéaire".	mathématiques

Aujourd'hui, c'est le Brevet Aménagé des Collèges :
Il y a deux épreuves, Maths et Français, notées en nombres entiers, sur 20.

Seront reçus les candidats satisfaisant aux deux conditions suivantes :

a) la somme de la note deFrançais, affectée du Coefficient 2, et de la note de Math, affectée du Coefficient 1, doit être supérieure ou égale à 30.

b) La somme de la note de Français, affectée du coefficient 2, et de la note de Math, affecté du coefficient 5, doit être supérieure ou égale à 60.

De plus,
- les notes inférieures ou égales à 7 sont éliminatoires en Français.
- les notes inférieures ou égales à 5 sont éliminatoires en Maths.

1. Représente graphiquement (en l'entourant en rouge, en grand et soigneusement) l'ensemble des couples de notes qui donnent le BAC.

2. Combien de couples de notes permettent d'avoir le BAC ?

3. Michèle est sûre d'avoir 9 en Français. Quelle note minimale doit elle obtenir en Maths pour avoir le BAC ?

4. Jacques est sûr d'avoir 7 en Maths. Quelle note minimale doit il obtenir en Français pour avoir le BAC ?

5. Evariste estime que la somme des deux notes mesure à peu près le nombres d'heures qu'il passera en révisions. S'il veut avoir le BAC, quel est le plus petit nombre d'heures de révisions qu'il puisse se permettre ?

.../...

.../...

Par ailleurs, les (bons) candidats dont la somme des notes dépasse ou égale 25 sont automatiquement selectionnés pour le concours général des collèges !

6 Hugues veut avoir son BAC mais ne désire à aucun prix passer le CGC.

a) S'il a 13 en Français, Quelles notes peut-il avoir en Maths ?
b) Et s'il a 15 en Maths ?
c) Quelle note maximale peut-il avoir en Maths ? Combien aura-t-il alors en Français ?
d) Quelle note maximale peut-il avoir en Français ? Combien aura-t-il alors en Maths ?
e) Se peut-il qu'il soit sélectionné pour le CGC sans avoir le BAC ? Pour quelles notes est-ce possible ?
f) Combien de couples de notes remplissent les conditions d'Hugues ?
Représente graphiquement, en bleu, l'ensemble des couples qui conviennent à Hugues.

3^e	Histoire de MOYENNES	mathématiques

Tu connais le mot "moyenne"... La moyenne de 12 et 7 est $\frac{12 + 7}{2}$ soit 9,5. Et tu crois certainement que c'est la seule moyenne qui existe en mathématiques. Détrompe-toi!

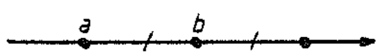
Voci quatre sortes de moyennes :

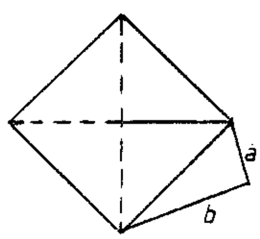
- le réel m tel que $m = \frac{a + b}{2}$ s'appelle la moyenne arithmique de a et b.

- le réel g tel que $g = \sqrt{ab}$ s'appelle la moyenne géométrique de a et b.

- le réel q tel que $q = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$ s'appelle la moyenne quadratique de a et b.

- le réel h tel que $\frac{2}{h} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ s'appelle la moyenne harmonique de a et b.





A) Choisis 2 nombres. Calcule les 4 moyennes précédentes. Fais plusieurs calculs.

B) Ces moyennes existent-elles quels que soient les réels a et b ? Précise pour chacune d'elles son ensemble d'existence.

C) Trouve quand h existe, une écriture de h en fonction de a et b.

D) L'opération "prendre la moyenne arithmique" est-elle associative ? Et "prendre la moyenne géométrique" ? Et quadratique ? Et harmonique ?

E) Connais-tu des exemples de situations où apparaissent l'une ou l'autre de ces moyennes ?

.../...

.../...

F) *Démontre que chaque moyenne est comprise entre les deux nombres a et b, positifs :*
$a < m < b$; $a < g < b$; $a < q < b$; $a < h < b$.

G) *Pour deux nombres a et b donnés positifs, les quatre moyennes m, g, q, h sont-elles rangées dans un certain ordre ?*
Fais des essais.
Démontre ce que tu crois vrai.

3^e	Moyennes : Une interprétation géométrique. mathématiques

A▷ Place trois points O,A,B alignés et distincts.
On nomme OA = a et OB = b.

- Place M, le milieu de [AB]
- Trace $\mathcal{E}$ le centre de M, de diamètre [AB]
  Place G sur $\mathcal{E}$ tel que (OG) soit tangente à $\mathcal{E}$
- Place Q sur $\mathcal{E}$ tel que $(QM) \perp (AB)$
- Place H le projeté orthogonal de G sur (AB) .

B▷ Choisis une unité. Mesure a et b.

a) Mesure OM, OG, OQ, OH.
b) Calcule les moyennes m, g, q, h, de a et b (respectivement : arithmétique, géométrique, quadratique, harmonique) et donnes en, si nécessaire, une approximation..
c) Enonce des remarques.

C▷ Pour a et b quelconques (réels strictement positifs), démontre les quatre égalités qui semblent vraissemblables après le B.

D▷ En t'appuyant sur des raisonnements géométriques, démontre l'ordre dans lequel sont disposées ces moyennes.

<u>Conseils</u> :
- Fais un dessin aussi précis que possible.
- Explique abondamment calculs et raisonnements.
- Indique systématiquement les énoncés utilisés.

Remarque : Ce devoir est la suite du devoir précédent concernant les moyennes.

3^e	$\mathbb{Q} + \mathbb{Q}\sqrt{2}$	mathématiques

I On appelle E l'ensemble des réels de la forme $a + b\sqrt{2}$, a et b étant des nombres rationnels.

1) Montrer que les nombres suivants appartiennent à E en indiquant dans chaque cas les valeurs de a et b :
$2 + 3\sqrt{2}$; $-7 + \frac{2}{3}\sqrt{2}$; $-2{,}8 - \frac{\sqrt{2}}{3}$; $-3\sqrt{2}$; $\frac{1}{4}$; $5 - 3\sqrt{8}$;
$\sqrt{18} - 3$; $\frac{3}{1 + \sqrt{2}}$.

2) Montrer que l'addition est une loi de composition interne dans E.
Montrer que (E,+) est un groupe commutatif.

3) Montrer que la multiplication des nombres réels est une loi de composition interne dans E.
Montrer que 1 est élément de E.

4) Montrer que si $a \neq 0$ ou $b \neq 0$ l'inverse de $a + b\sqrt{2}$ est un élément de E.
$E^* = E / \{0\}$ montrer que $(E^*, \times)$ est un groupe commutatif.

5) On appelle F l'ensemble des nombres réels de la forme $a + b\sqrt{2}$, a et b étant des entiers relatifs. Montrer à l'aide d'un exemple que l'inverse d'un élément de F n'est pas toujours un élément de F.

remarque : Ce type de devoir avait mieux sa place dans les précédents programmes. Cependant, il peut intéresser une bonne classe (avec introduction préalable du vocabulaire nécessaire).

6^e	Construction de carrés magiques — mathematiques

<u>Préalable</u> : 1) Ce travail est long et doit être entrepris très à l'avance pour pouvoir être réussi.
2) Vous apporterez beaucoup de soin à la présentation de ce devoir.
3) Vous expliquerez soigneusement vos résultats.

(A) 1 Compléter le carré A de manière à ce qu'il soit magique.

A

		+9
−1	+12	+1

2 a) Quel rapport y a t-il entre la somme de A et le nombre qui occupe sa case centrale ?

b) Vérifiéz cette remarque en complétant le carré B de manière à ce qu'il soit magique.

B

−1	−2	−3
	−2	

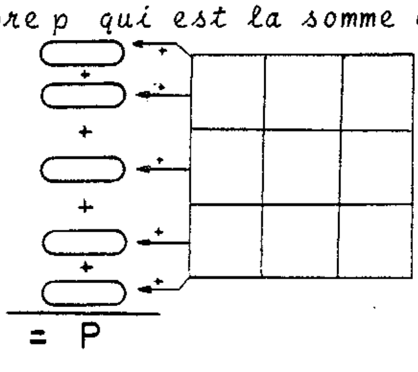
3) En utilisant la remarque faite en 2, Construire :

a) Un carré magique 3X3 dont l'entier qui occupe la case centrale soit + 17

b) Un carré magique 3X3 dont la somme soit -18.

(B) <u>Nous allons chercher à construire un carré magique 5X5</u>.

1) Construire un carré 3X3 <u>quelconque</u> de manière à ce que le nombre p qui est la somme de a) les sommes des élèments des 2 diagonales.
b) les sommes de chacune des lignes, soit un multiple de 3.



.../...

.../...

2) On va construire un carré 5X5 Magique en bordant le carré précédent 3X3.

a) Sa somme S sera le quotient de P par 3.

b) Choisir au hasard les 4 premiers nombres de la première ligne du carré nouveau.

c) Choisir au hasard les 3 premiers nombres de la première colonne du nouveau carré.

d) Compléter alors le carré de manière à ce que sa somme soit S.

5^{e}	Carrés magiques	mathématiques

Soit E l'ensemble des carrés magiques 3X3 à éléments dans $\mathcal{D}$

1) Donnez 2 éléments A et B de E. Vous les utiliserez comme exemples dans les questions suivantes.
2) Enoncer une remarque relative au rapport de l'élément de la case centrale du carré à sa somme. Donnez des exemples.
3) Expliquez comment utiliser cette remarque pour construire un carré magique de somme 12.
4) Est-il vrai qu' en ajoutant un élément de D dans la case centrale d'un élément de E, on obtienne encore un élément de E.? Expliquez en détail après avoir donné un exemple.
5) Le carré Produit de 2 carrés est obtenu en multipliant les éléments des cases correspondantes. La multiplication est-elle une loi dans E ? Donnez un exemple.
6) On multiplie un décimal par un carré en multipliant chaque élément du carré par ce décimal. Le produit d'un décimal par un élément de E est il un élément de E ? Démontrez votre réponse après avoir donné un exemple.
7) Le carré somme de 2 carrés est obtenu en additionnant les éléments des cases correspondantes. L'addition est elle une loi dans E ? Démontrer votre réponse après avoir donné un exemple.
8) Propriétés de l'addition dans E :
   a) l'addition est elle commutative ? donnez un exemple et justifiez votre réponse.
   b) l'addition est elle associative ? donnez un exemple et justifiez votre réponse.
   c) a-t-elle un élément neutre ? Quel est-il ?
   d) Tout élément a t-il un symétrique ? Justifiez votre réponse.

.../..

.../...

9) Construction d'un carré magique 5X5.

a) Construire un carré 3X3 quelconque, mais de manière que le nombre P, qui est la somme, des sommes des éléments des ~~2~~ diagonlaes et des sommes de chaque ligne, soit un multiple de 3.

b) On va construire un carré 5X5 magique en BORDANT le carré 3X3 précédent.
- → la somme S sera le quotient de P par 3.
- → choisir au hasard les 4 premiers nombres de la première ligne et les 3 premiers de la 1ère colonne du nouveau carré.
- → Compléter alors le carré de manière à ce que sa somme soit S.

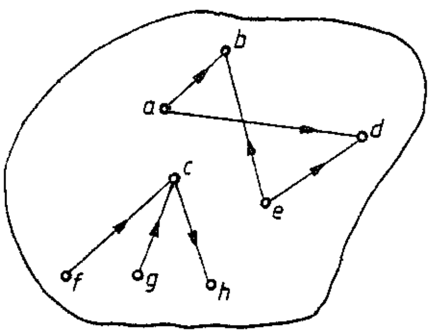
10) Expliquez un procédé analogue pour construire un carré magique 6X6 à partir d'un carré 4X4. Utilisez ce procédé pour traiter un exemple.

5^e	*Une énigme policière*	interdisciplinaire

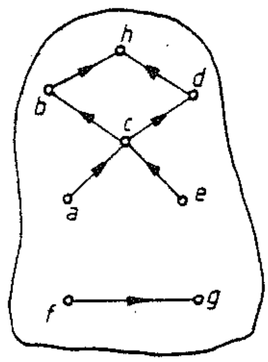
D'après les témoins le vol a été commis par deux malfaiteurs, un "grand" et un "petit". Certains détails de l'enquête permettent de dire que : le "grand" chausse 2 pointures de plus que le "petit", le "grand" pèse 10 Kg de plus que le "petit". Le "grand" mesure 15 cm de plus que le "petit". Le "grand" a 7 ans de moins que le "petit".

P = {a, b, c, d, e, f, g, h} est l'ensemble des coupables possibles.

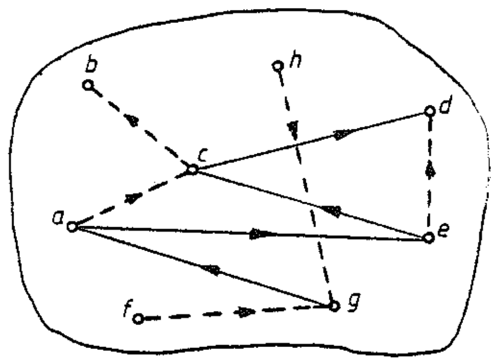
Ces schémas résument ce que l'on sait. Quels sont les coupables ? Expliquez comment vous avez procédé pour les retrouver.



" ... chausse 2 pointures de plus que ..."

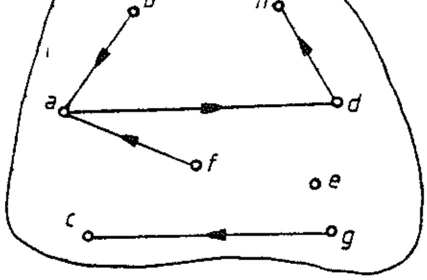


"...pèse 5kg de plus que ..."



"... mesure 5 cm de plus que ..."

"... mesure 10 cm de plus que ...".



"...a 10 ans de moins que ...".

Fin de 5^e ou début de 4^e	Taille et poids interdisciplinaire

On mesure un européen avec une toise . On trouve une taille de x cm. On le pèse, le résultat est y Kg.

Il existe des formules de Lorentz avec lesquelles on calcule une valeur "approchée" de y quand on connait x.

De la naissance à 2 ans 6mois	: $y = x - 35 - 0,75\,(x-34)$	1
De 2 ans 6 mois à 6 ans	: $y = x - 100 - 0,7(x - 123)$	2
De 6 ans à 14 ans	: $y = x - 100 - 0,5(x - 125)$	3
De 14 ans à 18 ans	: $y = x - 100$	4
Adultes	: $y = x - 100 - 0,25(x - 150)$	5

I

1) Calculer y dans les cas suivants :

age en années	25	8	4
x	175	124	100

2) A la naissance un bébé de 50 cm pèse 3,1 Kg. La formule est-elle vérifiée ?

3) Qu'obtient-on pour un enfant de 2 ans et 6 mois dont la taille est 90,5 cm par les formules 1 et 2 . Que remarquez-vous ?

4) Pour un adulte, le résultat de la pesée est acceptable s'il ne diffère de plus de 10% de la valeur calculée. Déterminer la limite pour un adulte de 170 cm.

5) Appliquez les formules au cas d'une personne de votre connaissance. Vos conclusions.

II

1) Calculer x pour un enfant de 15 ans qui pèse 46 Kg.

2) Expliquez pourquoi on peut écrire la formule 1 ainsi
$y = 0,25\,x - 9,5$
Modifier les formules 2 3 5 pour que x ne figure qu'une seule fois dans le second nombre.

3) Chercher x pour un enfant de 10 ans qui pèse 29 Kg.

4	Pourcentages et fractions	interdisciplinaire

ACTEURS I. Une troupe de théatre amateur est formée de 30 jeunes qui étudient ou travaillent. Parmi les étudiants 9 sont encore lycéens, 6 étudiants en sciences, 8 en lettre, et 3 en Institut Universitaire de Technologie (IUT).

1) Quelle fraction du nombre total d'acteurs représente chaque groupe ? Quel pourcentage représente chaque fraction ?
2) Représentez cette répartition sur un disque.

SECURITE SOCIALE

II. La sécurité sociale rembourse 75 % des frais médicaux. Une mutuelle rembourse 4/15 du remboursement de sécurité sociale.

1) Mr.A est tombé malade. Le montant des frais a été de 324 F.
   a) Calculez le montant du remboursement de la sécurité sociale
   b) Calculez le montant du remboursement de la Mutuelle.
   c) Calculez la somme qui reste à payer par Mr.A, appelée sa "quote -part".
2) La sécurité sociale a remboursé 450 F à la suite de la maladie de Mme B.
   a) calculez le montant total des frais.
   b) calculez le montantremboursé par la mutuelle.
   c) Calculez la quote-part de Mme B.
3) Lorsque Mr C. est tombé malade, la mutuelle lui a remboursé 75 F.
   a) Calculez la somme remboursée par la Sécurité Sociale
   b) Calculez le montant total des frais.
   c) Calculez la quote-part de Mr C.

.../...

.../...

4) a) Calculez le pourcentage du montant total des frais que représente la quote-part du malade.

b) Lorsque Melle D est tombée malade, sa quote-part a été de 48 F. Quel était le montant des frais ?

(Note : M.A, Mme B, Mr C, et Melle D sont affiliés à la même mutuelle : !)

NATALITE - MORTALITE

III. On désigne par "taux de natalité" le nombre de naissances pour 1 000 habitants et par taux de mortalité le nombre de décès pour 1 000 habitants, par année.
Ces taux sont exprimés "pour mille", noté ‰
On a relevé les renseignements suivants pour la France en 1977 :

Nombre d'habitants 53 183 000 (au début de l'année)
Naissances 745 000
Décès 535 000

1°) Calculez le taux de natalité et le taux de mortalité.

2°) Calculez le taux d'accroissement naturel (=uniquement par les naissances) de 2 façons différentes :

a) Calculez la différence entre le nombre de naissances et le nombre de décès.
Déterminez ensuite le taux correspondant à cet accroissements de population.

b) Calculez la différence entre le taux de natalité et le taux de mortalité.

c) Comparez ces deux résultats et expliquez.

3°) De combien la population aurait-elle augmenté, si le taux d'accroissement naturel avait été, comme au Brésil, de 33 ‰ ?

(On donnera deux décimales aux résultats).

4^e	Fractions d'orient historique

On a trouvé en Egypte un papyrus écrit vers 1650 avant Jésus-Christ par le scribe Ahmès. Le titre de ce papyrus est assez étonnant pour un livre de mathématiques. "Instructions pour obtenir une connaissance de tous les secrets et toutes choses relatives à tout ce qui existe...". C'est un peu prétentieux, mais on y trouve de bonnes techniques de calcul sur les fractions.
Le problème des opérations était en effet difficile : ces Egyptiens ne savaient bien écrire que les fractions de numérateur égal à 1.

a) Mais ils connaissaient des tas de "trucs" du style de ceux qui figurent ci-dessous (à toi de compléter !).

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{5} = \frac{1}{\dots}$$

$$\frac{1}{28} + \frac{1}{14} + \frac{1}{7} = \frac{1}{\dots}$$

$$\frac{1}{104} + \frac{1}{26} + \frac{1}{13} = \frac{1}{\dots}$$

b) Regarde comment ils exprimaient le double de 1/7 :

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{1}{14} + \frac{1}{14} + \frac{1}{7} = \frac{1}{28} + \frac{1}{28} + \frac{1}{14} + \frac{1}{7} = \frac{1}{28} + \frac{1}{4}$$

Si tu as compris, montre de même que : le double de 1/5 est égal à 1/5 + 1/3.
Exprime le double de 1/3 comme la somme de 3 fractions de numérateur égal à 1 et de dénominateurs différents.

c) Montre que le tiers de $(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4})$ est égal à $\frac{1}{2} + \frac{1}{36}$.

.../...

.../...

d) Ces Egyptiens avaient trouvé une règle simple pour exprimer les deux tiers d'une fraction du type 1/n; le résultat est égal, disaient-ils, à la somme de deux fractions (de numérateur 1); le dénominateur de la première est le double de n et le dénominateur de la deuxième est égal à 6 fois n.
Par exemple "deux tiers de 1/3 est égal à 1/6 + 1/18".
Vérifie cette règle sur d'autres exemples.
Démontre que leur règle est correcte.

(CEDIC 4 ème)

4^e	Les myriades d'Archimède historique

$M = 10\ 000$
$M_1 = 10\ 000\ M$
$M_2 = 10\ 000\ M_1$
$M_3 = 10\ 000\ M_2$
...
$M_{9\ 999} = 10\ 000\ M_{9\ 998}$
$\mathcal{M} = M_{10\ 000} = 10\ 000\ M_{9\ 999}$

Du temps d'Archimède (250 av. J-C.), les Grecs comptaient facilement jusqu'à une myriade (10 000). Prenant la myriade pour deuxième unité, Archimède compte ainsi jusqu'à la myriade de cette unité (myriade de myriades !). Appelons-la M_1. Il arrive alors à la troisième unité : une myriade de M_1.
Puis à une myriade de cette troisième unité. Et il continue ainsi jusqu'à la "myriadienne" unité : $\mathcal{M}$.

a) Avec l'aide de ton professeur, exprime les unités successvies du système d'Archimède sous forme de puissance de 10.

b) Mais le "génial" Archimède ne s'arrête pas là : il prend $\mathcal{M}$ pour unité d'une deuxième période de construction.
Quelles sont alors ses étapes ? et jusqu'où ira-t-il ?

3^e	Euclide ou Descartes	historique

Tu as ~~déjà~~ entendu les expressions "coordonnées cartésiennes", "repère cartésien", "esprit cartésien"... Tous ces adjectifs font référence aux découvertes et à la méthode de pensée de Descartes.

A) Avant de voir comment Descartes résoudrait le problème géométrique suivant :

"Trouve l'ensemble des points équidistants d'une droite D et d'un point A".

Tu vas essayer de le résoudre à la manière d'Euclide, c'est-à-dire avec les instruments de géométrie que tu connais.

Cherche des points qui conviennent, d'autres encore...

Sais-tu les dessiner tous ?

B) Solution cartésienne.

Soit C un des points cherchés, il est tel que CA = CB.

Choisissons (H, I, A) pour repère orthonormé.

Si (x, y) sont les coordonnées de C, tu peux exprimer d (C, A) et d (C, B) et trouver une égalité caractéristique des points de l'ensemble cherché. Fais-le.

Pour dessiner cette figure tu dois alors travailler point par point, marquer les points d'abscisse 1, -1, 2, -2, 3, -3 et d'autres qui appartiennent à cet ensemble.

Cherche ensuite sur une encyclopédie ou ailleurs le nom géométrique de cet ensemble.

3^e	A propos de triangles. historique

Construction approchée du triangle équilatéral.

En 997, le mathématicien Gerbert écrivait à son ami Adelbold d'Utrecht, un truc astucieux pour construire un triangle équilatéral :
- Divise le côté [AB] en 7 parties égales
- A partir du milieu I de [AB] élève-toi de 6 parties jusqu'au point C.
- Le triangle CBA est équilatéral,

Gerbert se trompe-t-il ? De Combien ?

Un triangle particulier.

Dans son algèbre, Al-Huwarism (820 Ap. J-C.) s'intéresse beaucoup aux triangles dont les côtés ont pour longueur 13, 14 et 15.
Tu vas comprendre pourquoi.

1° Les coordonnés de C sont des nombres entiers !
Cherche-les, en écrivant que les distances de C à O et B sont 15 et 13.

2° L'aire du triangle ABC est un nombre entier ! Calcule-la.

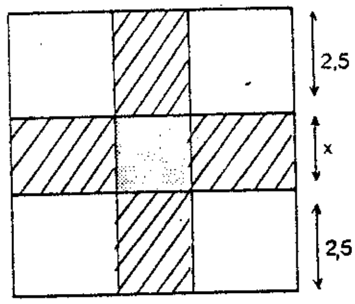
3° Vérifie que le carré de l'aire est égal au produit :

$$6 \times 7 \times 8 \times \left(\frac{13 + 14 + 15}{2}\right)$$

3^e	Al - Huwarism et les équations historique

Au IX^e siècle, vivait en Usbékistan, un mathématicien arabe.
Il s'appelait "AL-Huwarism".
Il avait un "truc" assez étonnant pour trouver la solution de certaines équations ; il les traduisait en termes de mesures d'aires.

a) par exemple, pour résoudre l'équation $x^2 + 10x = 39$, il traçait ce dessin :



Chaque rectangle hachuré a une aire égale à $2,5x$.
Le petit carré central a une aire égale à x^2.

L'aire totale en rouge vaut donc $x^2 + 10x$.
Si x vérifie l'équation cette aire vaut 39.

L'aire du carré dessiné vaut donc :

$$39 + 4 \times (2,5 \times 2,5)$$

Quel est le côté de ce carré ?
Peux-tu en déduire une solution de l'équation donnée ?

b) Utilise un dessin analogue pour trouver une solution de l'équation $x^2 + 4x = 32$.
(Si cela t'intéresse, cherche aussi une solution de $x^2 + 10x = 119$)

Invente des équations dont tu peux aussi trouver une solution !

c) Al-Huwarism ne connaissait pas tout ! Qu'arrive-t-il en effet, si tu remplaces x par -13 dans la première équation ? Par -8 dans la deuxième ? et par -17 dans la troisième ?

3e	Problèmes du temps jadis
	historique

Robert Recorde était un docteur en médecine anglais sous le règne d'Edouard VI, vers 1545. Mais il a écrit quelques traités de mathématiques qui ont eu, à l'époque, un grand succès.

Voici trois célèbres problèmes qui étaient résolus :

Problème de mélange

"Il y a quatre sortes de vin à des prix différents, un de 6 pence le gallon, un autre de 8 pence, le troisième de 11 pence, et le quatrième de 15 pence le gallon. De ces vins, je désire un mélange de 50 gallons constitué de manière à ce que chaque gallon vaille 9 pence. Quelle sera la proportion de chaque vin dans ce mélange ?

Problème de cheval

"Je vous vend un cheval ayant 4 sabots, et chaque sabot comprend 6 clous, à condition que vous payiez pour le premier clou un "ob" pour le second deux "ob", pour le troisième quatre "ob", et ainsi de suite en doublant pour les suivants. Maintenant je vaus demande quel sera le prix du cheval ?".

Problème de briques

"Un Lord fournit à un maçon un certain nombre de briques pour construire douze murs de manière à ce que le premier mur contienne les deux tiers du nombre total, le deuxième mur les deux tiers du reste, et ainsi de suite jusqu'au douzième mur. Lorsque le maçon eut terminé les douze murs, une seule brique demeura inutilisée. Maintenant je vous demande combien de briques furent utilisées dans chacun des murs et quel était le nombre de briques fournit au maçon ?".

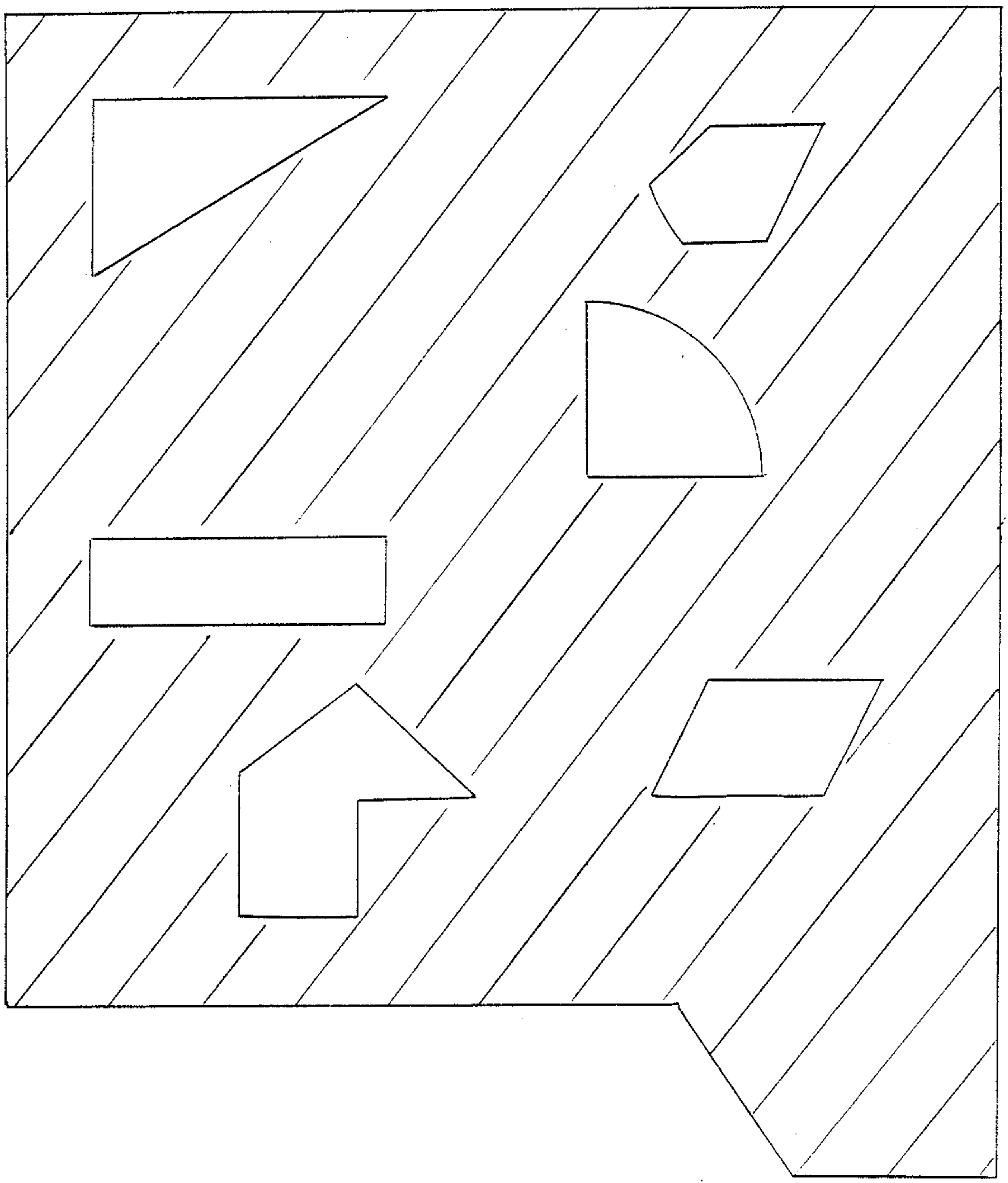
3. DEVOIRS DEMANDANT DE LA PATIENCE ET DE LA METHODE

Les devoirs qui suivent ont été regroupés car les activités qu'ils mettent en jeu sont de même nature : dénombrement, calculs répétitifs, tâches techniques à mener à bien.

Ce type de travail n'est pas à négliger car il permet de mettre en valeur d'autres aspects du comportement de l'élève.

6°	Aires

Calcule l'aire de la surface hachurée



Toutes classes | Régionnements du cercle

a Dessine un cercle. Si tu places deux points sur ce cercle et que tu traces le segment les joignant, tu vois que le disque est coupé en deux régions.

b Dessine un autre cercle. Si tu places trois points sur ce cercle, tu peux tracer trois segments les joignant. Combien apparaît il alors de régions sur le disque ?

c Recommence avec quatre points, en faisant attention, à partir de maintenant à disposer tes points de manière que trois segments ne soient jamais concourrants, car alors une région manquerait. Compte les régions.

d Recommence avec cinq points. Compte les régions. Enonce la règle qui paraît générale.

e Recommence avec six points. Compte les régions. Que penses-tu de la règle énoncée en d ? Moralité ?

f Recommence avec sept points (tu commences à avoir besoin d'un grand cercle). Compte les régions.

g Comme les dessins commencent à être compliqués, on va essayer de deviner la suite. En le recopiant, remplis dans ce tableau ce que tu sais des questions précédentes. Tu vas pouvoir faire une remarque intéressante et compléter le tableau.

Nombre de points	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
nombre de régions	2	4								
différences premières		2								
différences secondes										
différences troisièmes										

.../...

.../...

Dans ce tableau, les lignes de différence se remplissent en plaçant dans chaque case la différence des deux cases situées au dessus .

h) Teste tes prévisions sur un des dessins que tu n'as pas encore réalisé.

i) Calcule combien il y a de régions si on a placé quinze points autour du cercle.

6^e - 5^e	Sous ensembles

I ▷ $E = \{a,b,c\}$

1) Construis l'ensemble W de tous les sous ensembles de E.
Combien W a t-il d'éléments ?
2) R est la relation dans l'ensemble W qui relie 2 éléments si leur intersection a exactement 1 élément.

Donne le tableau et le graphe de R.
3) En ne dessinant qu'une fois W, fabrique la représentation par flèche de R de manière à ce qu'il y ait le moins de croisements possibles entre flèches.

II ▷ $F = \{a,b,c,d\}$

1) Construis l'ensemble X de tous les sous ensembles de F.
Combien X a t-il d'éléments ?
2) T est la relation dans l'ensemble X qui relie 2 éléments si leur intersection a exactement 2 éléments.
En ne dessinant qu'une fois X, fabrique la représentation par flèche de T de manière à ce qu'il y ait le moins de croisements possibles entre flèches.

5^e	Les grains de blé sur l'échiquier.

Selon la légende, l'inventeur du jeu déchecs se vit offrir par le roi de Perse n'importe quoi pourvu que ce soit raisonnable. Il demanda alors "quelques" (non mathématiques) grains de blé : 1 sur la première case de son échiquier, 2 sur la seconde, $4 = 2^2$ sur la troisième, $8 = 2^3$ sur la quatrième..... etc..
Il demanda donc $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots\ldots + 2^{63}$ grains de blé (il y a 64 cases sur un échiquier) Vous allez calculer ce nombre N de grains de blé.

1) Mettre sous forme de puissances de 2 : 1 et 2
2) vérifier les égalités

$$1 + 2 = 2^2 - 1$$
$$1 + 2 + 2^2 = 2^3 - 1$$
$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 2^4 - 1$$
$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2^5 - 1$$

(On calculera d'une part le 1^{er} membre, d'autre part le second).

Continuer par quelques identités analogues. Nous admettons donc que $N = 2^{64} - 1$.... et le problème revient à calculer 2^{64}....

3) Calculer 2^5. En déduire (expliquer chaque fois comment.)

   2^{10} puis 2^{20} puis 2^{30} puis 2^{60}
   Déterminer le nombre k tel que $2^{64} = 2^{60} \times k$.
4) Calculer N.

J'ai entandu dire que, en supposant qu'un grain de blé occupe $5\,mm^2$,
sachant que le rayon de la terre est de 6 400 Km ,
sachant que l'aire de la sphère est $4\pi r^2$
et que le quart de la terre est émergé
On marchait dans... couches de grains de blé.

5^e - 4^e	Représenter points par points

Soit $f : x \longrightarrow \dfrac{2x^2 + x - 1}{x^2 - x + 1}$

On veut faire une représentation graphique de cette application sur du papier millimétré (attention aux unités choisies sur les deux droites !). Pour cela vous allez d'abord remplir le tableau en vous aidant si possible de la machine à calculer (faire d'abord un "programme") et en ne gardant pour le résultat de $f(x)$ que deux chiffres après la virgule.

Quand vous aurez placé tous ces points de coordonnés $(x, f(x))$ sur votre graphique, vous relierez ces points par la courbe la plus régulière possible (la plus belle courbe sera affichée).

x	-5	-4	-3	-2	-1,5	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0
$2x^2 + x - 1$																
$x^2 - x + 1$																
$f(x)$																

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,5	2	3	4	5	6
$2x^2 + x - 1$																
$x^2 - x + 1$																
$f(x)$																

Pour qu'ils vérifient leur calcul on peut donner l'allure générale de la courbe aux élèves.

4^e	Question de méthode

A,B,C,D sont 4 points distincts deux à deux et non alignés trois à trois.

A,B,C,D n'est pas un trapèze (ni à fortiori un parallélogramme).

E,F,G,H,I,J sont les milieux respectifs de [AB],[BC], [CD], [AC], [DA], [BD].

1) Explique une méthode pour trouver le nombre de segments qu'on peut nommer avec ces dix points.

   Calcule ce nombre.

2) Calcule le nombre de parallélogrammes qu'on peut nommer avec ces 10 points, en classant ces parallélogrammes (n'oublie pas les aplatis).

   Pour les parallélogrammes non aplatis, ne donne que 2 des démonstrations nécessaires (tu les choisiras différentes)

3) Explique une méthode pour trouver le nombre de vecteurs qu'on peut nommer avec ces dix points.

   Calcule ce nombre.

4. DEVOIRS DE CONSTRUCTIONS GEOMETRIQUES

Ces devoirs sont avant tout des devoirs de dessin, permettant de tester le soin mis par l'élève dans son travail, son aptitude à suivre une liste ordonnée de consignes,etc....

Certains,mais pas tous, sont complétés d'une partie démonstration .

Toutes classes	Programme de construction

n = nombre d'élèves de la classe.
n pair : faire des équipes de deux homogènes.
n impair : le prof. participe avec....le meilleur de la classe.

* Chaque élève fait :
    1) un dessin géométrique (règle, compas, équerre, rapporteur) en haut de la feuille "inventé par...."
    2) Un programme précis de construction de son dessin en haut de la feuille "programme fait par...."

* Echange des programmes de constructions entre les coéquipiers.

* Chaque elève rend au prof :
    1) son dessin
    2) le programme de son coéquipier
    3) Le dessin qu'il a fait à partir du programme de son coéquipier. (en haut " dessin fait à partir du programme de..... par....".)

6^e- 5^e- 4^e	Les ricochets

Les dessins seront faits sur feuilles non quadrillées, à l'aide de l'équerre et de la règle.

On prend trois points A,B,C non alignés puis on trace les droites (AB), (AC) et (BC).

1 Soit M un point quelconque du segment [AB].

Tracer la droite D_1 passant par M et parallèle à (BC); D_1 coupe (AC) en N.

Tracer la droite D_2 passant par N et parallèle à (AB); D_2 coupe (BC) en P.

Tracer .... D_3............ P et.............(AC); D_3 ...... (AB) en Q.

Tracer.......... D_4 .... Q et.............(BC); D_4 ....(AC)....R.

Tracer.......... D_5 .... R et.............(AB); D_5........(BC)....S.

Tracer.......... D_6 .... S et.............(AC); D_6 ....(AB)....T.

Que se passe-t-il ?

2 Recommencez l'exercice 1 en prenant M au milieu de [AB]
3 .... 1 .... M au tiers de [AB].
4 .... 1 .... M sur la droite (AB) mais pas sur le segment [AB].
5 .... 1 .... M où vous avez envie de le prendre.....

.../...

Remarque : Selon la classe et le niveau des élèves, on pourra aller plus ou moins loin dans l'étude du problème (construction ou démonstration).

Toutes classes	Cercles concourrants

Ce travail nécessite beaucoup de soin, un grand dessin et des instruments acérés.

a) Indique ta méthode pour construire, à la règle et au compas, la médiatrice d'un segment.

Rappelle ce qu'est le cercle circonscrit à un triangle, et comment on le construit.

b) Dessine 4 droites non parallèles deux à deux D_1, D_2, D_3, D_4.

c) Donne des noms aux 6 points d'intersection de ces droites 2 à 2.

Enumère les 4 triangles qui ont pour sommets ces points et dont les côtés sont 3 des droites D_1, D_2, D_3, D_4.

d) Construis les cercles circonscris à ces 4 triangles.

e) Ces cercles ont une propriété surprenante. Indique de quoi il s'agit.

Toutes classes	Enveloppes

A

a) Trace un cercle dont le rayon soit le plus grand réalisable dans ta feuille.

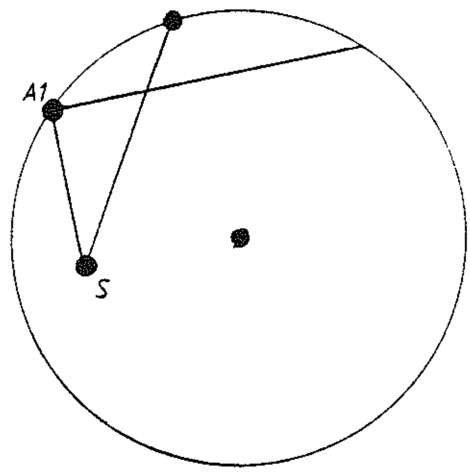
b) Prends un point S à l'intérieur du cercle, assez éloigné de son centre.

c) Prends un point A_1 sur le cercle.

d) Trace d'un trait léger, au crayon à papier, le segment $[SA_1]$.

e) Trace d'un trait léger, au crayon à papier, la demi-droite qui est perpendiculaire à (SA_1) en A_1 et qui recoupe le cercle.

f) Choisis une couleur une fois pour toutes.
Utilise-la pour repasser le segment de la demi-droite tracée en e), qui est à l'intérieur au cercle.



g) Prends un deuxième point A_2 sur le cercle. Trace de même (SA_2), puis la demi-droite perpendiculaire à (SA_2) en A_2 qui recoupe le cercle, et repasse en couleur le segment, de cette demi-droite, intérieure au cercle.

h) Recommence ce que tu as fait pour A_1 et A_2 avec de nombreux points A_3, A_4, A_5, A_6 etc. pris tout autour du cercle. (Plus il y aura de points, plus le dessin sera esthétique.)

i) Tu vois que tes segments coloriés "enveloppent" une courbe.
Dessine cette courbe au crayon à papier. Renseigne-toi sur son nom.

.../...

.../...

B

a) Trace une droite D et un point S n'appartenant pas à D (marque S à 1 ou 2 cm de D).

b) Prends un point A_1 sur D.

c) Trace d'un trait léger, au crayon à papier, le segment $[SA_1]$.

d) Trace normalement, au crayon à papier, la demi-droite qui est perpendiculaire à (SA_1) en A_1 et qui est du même côté de D que S.

e) Recommence les tracés effectués pour A avec de nombreux points A_2, A_3, A_4, A_5 etc. Choisis sur la droite D.

f) Tu vois que tes demi-droites enveloppent une courbe.
Dessine cette courbe en couleur.
Renseigne-toi sur son nom.

C

a) Trace un cercle pas trop grand au centre de ta feuille.

b) Prends un point S extérieur au cercle, pas trop loin.

c) Prends un point A sur le cercle.

d) Trace d'un trait léger, au crayon à papier, le segment $[SA_1]$

e) Trace normalement, au crayon à papier, la droite qui est perpendiculaire à (SA_1) en A_1.

f) Recommence les tracés effectués pour A_1 avec de nombreux points A_2, A_3, A_4 , A_5, etc. choisis tout autour du cercle.

g) Tu vois que tes droites enveloppent une courbe. Dessine cette courbe en couleur. Renseigne-toi sur son nom.

Toutes classes	Pentagone régulier.

Le barème sanctionnera 3 aspects :

1) l'exactitude des résultats.

2) la présentation générale et le soin apporté au dessin.

3) la qualité des explications, la rédaction.

A. <u>CONSTRUCTION</u> l'unité est le centimètre.

1) Tracer un cercle $\mathcal{E}_1$ de centre 0 et de rayon 10 cm.

2) Tracer un diamètre [AA'] de $\mathcal{E}_1$ et un rayon [OK] <u>perpendiculaire</u> à (AA').

3) Soit i le milieu de [OK] . Tracer le cercle $\mathcal{E}_2$ (I,5)

4) Tracer le cercle $\mathcal{E}_3$ dont le centre soit A' et qui <u>tangente</u> $\mathcal{E}_2$.

$\mathcal{E}_3$ coupe $\mathcal{E}_1$ en deux points C et D.

5) Le cercle de centre c et dont un rayon est [CD] coupe $\mathcal{E}_1$ en B.

6) Le cercle de centre D et dont un rayon est [DC] coupe $\mathcal{E}_1$ en E.

7) Mettre en évidence en couleur le Polygone (A,B,C,D,E).

B. <u>MESURES</u>

1) Mesurer les segments [AB] et[BC][CD][DE][EA]<u>au demi-millimètre près</u>.

Quel est alors le nom du polygone (A,B,C,D,E) ?

2) Mesurer en degrés avec un rapporteur, <u>au degré près</u>, les secteurs angulaires saillants ([OA, [OB); ([OB, [OC) ; ([OC,[OD); ([OD,[OE); ([OE,[OA).

3) Fais la somme des 5 mesures précédentes. Explique le résultat.

N.B : Ce devoir repose tout entier sur un dessin. Celui-ci devra être réalisé avec un soin extrême. Des instruments irréprochables sont absolument nécessaires.

4^e	Constructions dans le triangle.

<u>Preceptes</u> : Cet exercice recèle 2 types de difficultés :

1) Il nécessite beaucoup de soin, et donc des instruments acérés.

2) Il exige de la clarté, ce qui vous conduira à de nombreux essais pour tenter d'obtenir le dessin le plus lisible.

Soit un triangle (A,B,C)
Dont H est l'orhocentre,
Dont O est le centre du cercle circonscrit,
Dont G est le point de concours des Médianes (Centre de gravité).

1) Vérifiez que les points H,O,G sont alignés.
Mettez cet alignement en évidence.
La droite qui porte ces points est dite DROITE D'EULER.

2) Evaluez, en mesurant votre dessin,
a) le réel k_1 qui est tel que $\vec{OG} = k_1 . \vec{GH}$
b) le réel k_2 qui est tel que $\vec{GH} = k_2 . \vec{GO}$
c) le réel k_3 qui est tel que $\vec{HG} = k_3 . \vec{HO}$

Construisez une phrase qui décrive cette situation.

3) Le milieu du segment [HO], qu'on nomme w, est centre d'un cercle qui passe par le milieu du segment [AB]
Ce cercle, Le CERCLE DES 9 POINTS, passe par 8 autres points spécifiques au triangle (A,B,C).
Nommez ces points et mettez les en évidence sur votre dessin.

Remarque : L'équerre est un instrument qui manque de précision.
Utilisez an compas pour construire vos hauteurs.

4^e	Le cercle des neuf points.

A- Ce dessin requiert une grande feuille de papier et du soin.

Dessine un triangle ABC de manière que son orthocentre H et le centre de son cercle circonscrit (T) soient tous deux extérieurs à ABC, et aussi éloignés l'un de l'autre que possible.

Place O, le milieu de [HT], puis trace le cercle P de centre O qui passe par le milieu de [BC].

Mets alors en évidence, sur ton dessin, le fait que ce cercle passe par ces neuf points :

- les milieux des côtés du triangle ABC
- les pieds des hauteurs du triangle ABC
- les milieux des segments joignant l'orthocentre aux sommets du triangle.

Tu vas maintenant démontrer que ces neuf points sont effectivement cocycliques.

B- Pour plus de clarté, refais une figure où cette fois çi l'orthocentre H soit à l'intérieur du triangle ABC.
Nomme IJK les milieux respectifs des segments [BC],[AC],[AB]
A'B'C' les pieds des hauteurs issues de A, B, C.
A_1, B_1, C_1 les milieux des segments [AH],[BH],[CH].

a) Démontre que les triangles K A_1 C_1 et KIC_1 sont rectangles.
b) Les triangles KB_1C_1 et KJC_1 étant aussi rectangles "par raison de symétrie", déduis en que les points A_1 I B_1 J sont sur le cercle de diamètre [KC_1].

.../...

.../...

c) En utilisant le triangle $C_1C'K$, démontre que C' appartient au même cercle; de même pour A' et B' "par raison de symétrie".

d) Enonce le théorème que tu viens de démontrer. As-tu démontré tout ce qui a été remarqué en A ?

Remarque : Ce devoir est une version du précédent qui comporte en plus une partie "démonstration".

4^e	Constructions diverses

I-Propriétés du losange

0) Placer une droite (Δ) sur la feuille et placer un point A qui n'est pas sur (Δ) (Prendrede la place, ne tracer (Δ) ni verticale ni horizontale).

Le but de cet exercice est de tracer une droite perpendiculaire à (Δ) et qui passe par le point A, sans utiliser ni équerre ni rapporteur.

1) choisir une longueur ℓ assez grande, ouvrir le compas de l'écartement ℓ, et avec le compas reporter ℓ à partir de A de façon à placer deux points différents X et Y sur (Δ) tels que AX = AY = ℓ (piquer la pointe du compas sur A et tracer un arc de cercle qui coupe (Δ) en deux points.)

   Avec le même écartement de compas, reporter la longueur ℓ en plantant la pointe sur X puis sur Y de façon à placer un nouveau point B tel que XB = YB = ℓ (deux arcs de cercle se coupent ~~ainsi~~ en B).

2) Ecrivez les égalités de longueurs obtenues d'après la construction (et seulement d'après elle).

3) Quelle est la nature du quadrilatère (AXBY). Justifiez d'après le 2)

4) Déduisez du 3) que la droite (AD) est bien perpendiculaire à la droite (Δ).

II - Enoncé des milieux dans un triangle

0) Tracez un segment [EF] de longueur quelconque (ni vertical, ni horizontal et laissez de la place autour), puis un point G qui n'est pas aligné avec les points E et F.

Le but de cet exercice est de tracer un segment [GH] qui soit parallèle à [EF] et qui mesure la moitié de [EF] sans utiliser

…/…

.../...

d'équerre ni mesurer EF .
On rappelle que GH passera par G.!

1) Tracez la droite (EG)
Placez un point I tel que EG = GI et que I soit sur la droite (EG); les 3 points E,G,I seront placés dans cet ordre !
Tracez le segment [FI] et placez son milieu J.
Tracez le segment [GJ].

2) Faites le bilan de ce qu'on sait d'après cette construction (et uniquement d'après elle).

3) Justifiez que la droite (GJ) est parallèle à la droite (EF) et que GJ = $\frac{1}{2}$ EF .

4) Où placer le point H cherché ?

III - Médiatrice

Le but de ce problème est de tracer un losange en traçant d'abord ses diagonales.

1) Rappeler d'abord toutes les propriétés du losange et celles de la médiatrice d'un segment.
2) Ecrire le programme de construction : on dessine d'abord les diagonales, qu'on appelle [AB] et [CD]
3) Faire le dessin.
4) Faire le bilan de ce qu'on sait d'après le programme.
5) Justifier que les côtés [AB], [BC], [CD] et [DA] sont isométriques en n'utilisant que les résultats du 4). Conclure.

IV - Parallélogramme

Le but est de faire des constructions de parallélogrammes en utilisant seulement une règle graduée.

A) On veut tracer un parallélogramme (XYTZ) de mesures suivantes :

.../...

.../...

XY = 6 cm

ZX = 5 cm

et ZY comme vous voulez.

On appellera W le milieu de la diagonale [ZY]

1) Ecrire un programme de construction du parallèlogramme : On commencera par tracer les deux cotés [XY] et [XZ], et la diagonale [ZY].

2) Faire le dessin.

3) Faire le bilan de ce qu'on sait d'après le programme.

4) Justifier que le quadrilatère (XYTZ) est bien un parallèlogramme, en n'utilisant que les résultats du 4)

V - Enoncé des milieux dans un triangle.

B) On veut maintenant construire un parallèlogramme de dimensions moitié de celles de (XYTZ), dont X sera un sommet et dont deux côtés seront portés par les côtés [XZ] et [XY].

1) Ecrire un programme de construction partant de [XZ] et de [XY].

2) Faire le dessin

3) Faire le bilan de ce qu'on sait d'après le programme de construction.

4) Justifier, en utilisant uniquement les résultats du 3), qu'on a bien construit le parallèlogramme demandé.

5. DEVOIRS POUR "CONSOLIDER LES BASES".

Les 3 exemples donnés ici sont de caractère interdisciplinaire "Français-maths", les difficultés à combler ayant souvent leur origine dans le langage.
Mais ce n'est pas le seul domaine....

6^e - 5^e	Phrases

Voici une phrase mathématique :

sujet ⟶ $\boxed{28 - 5 - 5}$ $\boxed{=}$ $\boxed{13 + 5}$ ⟶ complément

groupe verbal
(ici "est égal à")

Mais attention ! 15 X 3 <u>n'</u>est <u>pas</u> une phrase. 15 X 3 est le nombre entier naturel 45.

Compléter le tableau :

ECRITURES	n'est pas une phrase.	est une phrase vraie.	est une phrase fausse.	<u>SI ce n'est pas une phrase</u> : dites ce que c'est précisément. <u>Si c'est une phrase vraie</u> : essayez de justifier. <u>Si c'est une phrase fausse</u> : expliquer pourquoi.
le triple de 12	X			le triple de 12 est le naturel 36.
20 + 3 X 2 = 46				
$\{0 ; 1 ; \frac{1}{2}\} \subset \mathbb{N}$				
0 : 12				
$\emptyset \in \mathbb{N}$				
16 : 0				
624 est un multiple de 12				

.../...

.../...

$153 \leqslant 3,51+3 \times 49,83$				
Tous les multiples de 9 sont des nombres impairs				
$7+5 \times (1+2(12-11,7))$				
$(pi) \rightarrow \pi = 3,14$				
$\{6+3;\ 2 \times 7\} \neq \{11+3;\ 3 \times 3\}$				
$100 \subset \mathbb{N}$				
11 est divisible par 11				
21 est un diviseur de 7				
$\{5\} \in \mathbb{N}$				
$\{0,5 \times 2\ ;\ 7 \times 3;\ 11\} \subset \mathbb{N}$				
Le produit de 0,3 par 11,52				
$19 \times 19 = 69,5 + 191,5$				
$\mathbb{N} \subset \mathbb{N}$				
$11+7 \times 8 > 13 \times 6+1$				

6^e - 5^e	Les articles et autres déterminants

I- <u>Articles</u> : Voici un tableau préparé par un professeur de Français .

singulier	le - la - l' PRECISION → l'unique	une - un IMPRECISION → un parmi d'autres
pluriel	Les TOTALITE → Tous les	Des PARTIE → certains

Compléter les phrases suivantes avec l'article qui convient.
Reprendre ensuite deux phrases de votre choix et expliquez plus précisément pourquoi vous avez choisi tel ou tel article.

1 ......naturel 7 est.... naturel plus grand que 3.
2 ......naturel 0 est.... naturel plus petit que 1.
3 13 est.... somme de 6 et 7.
4 99 est .... naturel qui s'écrit avec deux chiffres.
5 99 est......plus grand naturel qui s'écrit avec deux chiffres.
6 14,15 et 23 sont ..... naturels.
7 18 est ..... naturel plus grand que 10.
8 ..... naturels s'écrivent avec trois chiffres.
9 ..... valeur absolue de |-12| et 12.
10 |-12| est .... nombre dont .... valeur absolue est 12.
11 ..... naturels s'écrivent avec....chiffres 0,1,2,3,4,5,6,7,8;9.
12 ..... naturels s'écrivent avec.... chiffres 0,1,2.
13 ......multiples de 6 sont .... multiple de 3.
14 ...... multiples de 3 sont .... multiple de 6.
15 ...... nombres pairs sont.... multiple de 2.
16 ..... naturels sont ...... nombres pairs.
17 ..... multiplication a priorité sur .... addition.
18 ..... carrés sont ...... rectangles.
19 ...... entiers positifs sont ....
20 ..... triangles équilateraux sont ..... triangles isocèles.

.../...

.../...

II - D'autres mots ont une grande importance en mathématique : tous, aucun, certains; Après avoir regardé les phrases suivantes dire comment s'appellent ces mots en grammaire.

Compléter les phrases suivantes :

① ..... les nombres pairs sont ..... naturels.
② ...... les multiples de 3 sont ..... nombres pairs.
③ ...... triangles isocèles sont ..... les triangles isocèles.
④ .... triangle n'a quatre côtés.
⑤ .... nombre pair n'est un nombre impair.
⑥ .... rectangles ont des diagonales de meme longueur.

III - A et B sont deux ensembles. Pour chaque phrase faire un dessin l'illustrant :

① Tous les élèments de A sont tous les élèments de B.
② Tous les élèments de A sont certains élèments de B.
③ Certainsélèments de A sont tous les élèments de B.½
④ Certains élèments de A sont certains élèments de B.
⑤ Aucun élèment de A n'est un élèment de B.
⑥ Tous les français sont européens (F ensemble des français, E ensemble des européens).
⑦ Certains français sont mélomanes (M ensemble des mélomanes).

6^e - 5^e	Version-Thème.

Traduire en mathématique ou en français les phrases suivantes:

Maths	Français
	Tous les naturels sont des décimaux
$\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$	
$x \in \mathbb{D}^+$	
	x est un naturel non nul.
	x est au moins égal à 12
	x est au plus égal à 7.
$(12 + 5) \times (11 + 3) = 238$	
	Le produit de la somme de 15 et 21 par 19 est égal à 684.
	Le produit de x par 5 est supérieur ou égal à 20.
	z est le double du carré de x augmenté du triple de x.
$t = (2x)^2 + 2(x+1)$	
	u est l'opposé du carré de x.
$v = (-x)^2$	
$x \in \mathbb{D}$ et $11 < x < 16$	
	la valeur absolue de la somme de 5 et -3 est égale à 2.

.../...

.../...

$\|5\| + \|-3\| = 8$	
$A \cap B = \emptyset$	
$A = \{x \in ....../$	A est l'ensemble de naturels pairs plus petits que 15.
$B = \{x \in \mathbb{N} /$ x pair et $x > 12\}$	
$f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ $x \longrightarrow x + 1$	
	l'image de 5 par application f est 6.
	9 est l'antécédent de 10 par l'application f.

6. DEVOIRS A CARACTERE ALGORITHMIQUE

Ces devoirs peuvent être l'occasion d'introduire quelques idées "à la mode", ou plus simplement d'inciter l'élève à se servir correctement de sa calculatrice.

6e	Avec ma calculette.

* Ma machine sait calculer les sommes, les produits, les différences, les quotients de nombres décimaux.
  Il suffit de lui donner l'ordre calcule 3 X 5 par exemple.
* Elle comprend les ordres suivants :

1. | élève au carré (.....) | | élève au cube (...) |
   | prend l'opposé (de...) | | prend la valeur absolue (de...) |

2. | multiplie par ..... | | ajoute ..... | | enlève ..... |
   | met en mémoire M.. | | affiche..... |

* Quand on lui donne un ordre du type 1 sans la parenthèse, elle le fait au nombre affiché précédemment .
* Elle ne connait pas la priorité des opérations les unes par rapport aux autres.

Exemple : $A = 10 \times 4 + 5 - 7 \times (11 - 2 \times 3)$

Calcule 10 X 4 ⟶ 40
Ajoute 5 ⟶ 45
Met en M_1 ⟶ $M_1 = 45$
Calcule 3 X 2 ⟶ 6
Met en M_2 ⟶ $M_2 = 6$
Affiche 11 ⟶ 11
enlève M_2 ⟶ 5
Multiplie par 7 ⟶ 35
Met en M_3 ⟶ $M_3 = 35$
Affiche M_1 ⟶ 45
Enlève M_3 ⟶ 10

$B = 18+3\times5+7\times(16-3)$
$C = 2\times(11-3)^2+ 7\times(16+2)\times2+1$
$D = (3+5\times4) \times (11-5\times2)$
$E = 1,5+3,5 \times (11+2\times(13-3) + 7)$
$F = 5 \times 3^2+ 7 (16-14)^3$
$G = |3+(-5)| + |16+(-9)| - |10+(611)|$
$H = 10,5+3,2\times(11-0,3\times7) -7\times0,1+8,24$
$I = |(-5)| + |11+(-9)+(-12)+3| + |1+(-24)|$
$J = 2 +3\times(5+2\times(11-9)^2 - 5\times(12-10) +1)^2$
$K = 5\times7^3-2\times7^2+8\times8 - 7$

Est ce la seule façon de procéder ?
Recommencer en lui faisant d'abord calculer 7 X(11-2X3). Remarque ?

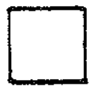
5^e	Avec ma calculette

Voici les programmes d'accès à la machine à calculer.
Ecrire ce qu'elle affiche et retrouver le calcul initial en l'écrivant le plus simplement possible.

Calcule 9 - 11 Elève au carré Multiplie par 5 Ajoute 3 Met en M_1 Calcule 3 X 7 Ajoute M_1 Multiplie par 3 prend l'opposé Ajoute 1 A =	ETC ....
Calcule x + 1 multiplie par 3 met en M_1 Calcule x^2 Multiplie par -2 ajoute M_1 Met en M_2 calcule 2 X x élève au cube Ajoute M_2 E =	ETC.....

6^e - 5^e	De proche en proche

Voici 4 règles qui vont vous permettre de construire un ensemble A

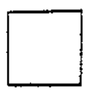
<u>Règle 1</u>. 

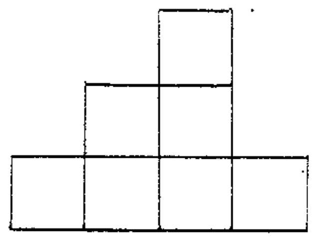
est un élément de A.

<u>Règle 2</u>. Si F est un élément de A, alors on obtient un nouvel élément de A en adjoignant à F un carré en bas et à droite.

<u>Règle 3</u>. Si F est un élément de A on obtient nouvel élément de A en adjoignant à F un carré sur le sommet de la colonne la plus à droite.

<u>Règle 4</u>. En dehors des figures ainsi construite aucune autre n'est élément de A.

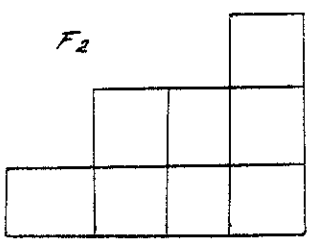
I - En partant de la figure 
démontrer que F_1 est un élément de A
Précisez à chaque étape la règle que l'on utilise.



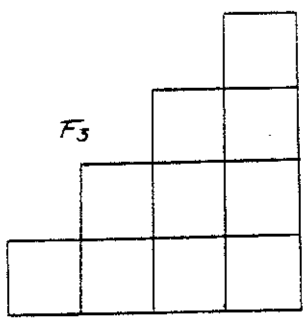
F_1

II - En appliquant les règles 2 et 3 pouvez vous passer de la figure F_2 aux figures F_3 et F_4.

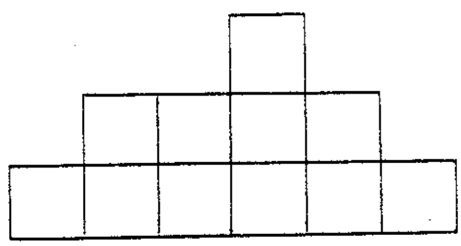
F_2



F_3



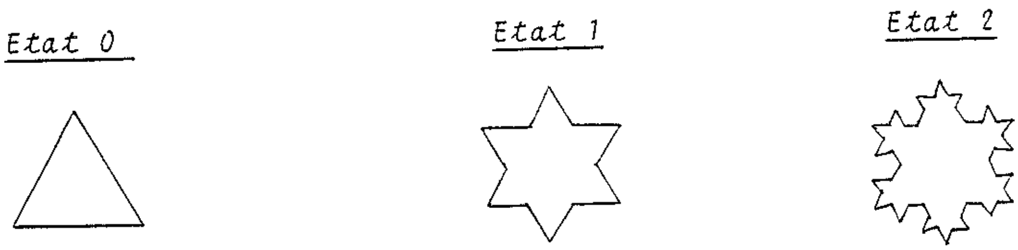
F_4



III - Déterminer toutes les figures de A formées avec 5 carrés; préciser à chaque fois les règles que vous utilisez pour les construire.

4e	Un devoir de saison : la courbe "Flocon de Neige".

1 Reproduis, en les agrandissant, les états 0, 1 et 2 de la courbe "Flocon de neige"; Les triangles sont équilateraux.



2 Explique précisement comment on passe d'un état de la courbe au suivant.

3 Construis à ton tour l'état 3 de la courbe (A titre indicatif, dans une feuille 21 X 29,7, on peut faire tenir ce dessin si le triangle initial a 18 cm de côté; mais tu peux utiliser une plus grande feuille).

4 -a- Compte le nombre de côtés de chacun des états 0, 1, 2, 3.
-b- Quel serait le nombre de côtés de l'état 10 ?
-c- Quel est le nombre de côtés de l'état n ($n \in \mathbb{N}$) ?
-d- En utilisant l'approximation $2^{10} \simeq 10^3$, donne une approximation du nombre de côtés à l'état 80.

5 -a- Si tu prends pour unité de longueur, la longueur du côté du triangle équilatéral initial, quel sera le périmètre de la courbe dans les états 0,1,2,3 ?
-b- Quel serait le périmètre de l'état 10 ?
-c- Quelle est la longueur d'un côté à l'état n ? Quel est alors le périmètre de la courbe à l'état n ?
-d- En utilisant l'approximation $(\frac{4}{3})^8 \simeq 10$, donne une approximation du périmètre de la courbe à l'état 80.

.../...

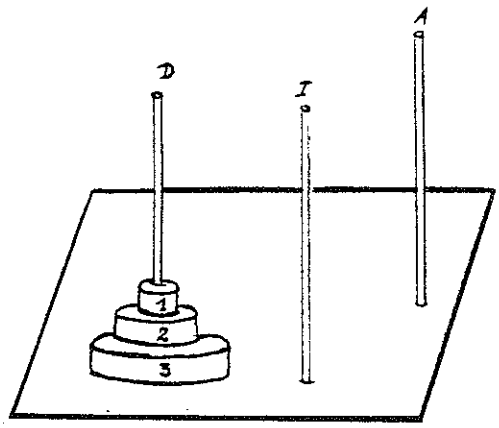
.../...

-e- Et si l'on continuait la courbe "à l'infini" ?
Essaie de formuler une conclusion.

6 Ceux qui sont à la fois adroits et patients vont fabriquer l'état 4 de la courbe "Flocon de neige".

Mais tu peux aussi imaginer à ta guise divers motifs à partir de cette courbe (par exemple : emboitement des différents états ou coloriages successifs à partir d'un unique dessin ou...).

5^e	La tour de HANOÏ



Sur une planche se dressent trois tiges D, I, A. D(départ) I(intermédiaire) A (arrivée).
Sur la tige D on empile un certain nombre de disques troués du plus grand au plus petit, on les appelle 1, 2, 3, etc..
Le jeu consiste à replacer les disques dans l'ordre sur la tige A en faisant passer les disques un par un sur les autres tiges sachant qu'un plus petit est toujours sur un plus grand.

Voici le programme de transformation si on prend 2 disques.

1 I signifie mettre 1 sur la tige I.
2 A .... 2 .... A.
1 A .... 1 ....A.

Ecrire les programmes 1°) en prenant 3 disques.
2°) en prenant 4 disques (numérotés 1-2-3-4)
3°) en prenant 5 disques.

Pour faire ce problème tu as intérêt à construire le jeu avec du carton et des aiguilles à tricoter.
Les plus courageux peuvent écrire les programmes avec 6, 7, 8 disques..
Complèter le tableau suivant :

nombre de disques	2	3	4	5	
nombre de lignes du programme					

Calcul 2^1, 2^2; 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8.....

En faisant une remarque judicieuse, peux-tu dire combien le programme précédent aura de lignes si on prend 8 disques, 10 disques.

Écrire le programme permettant de positionner la locomotive et les wagons tel que représenté fig. 2, fig. 4.

PROBLÈME 1

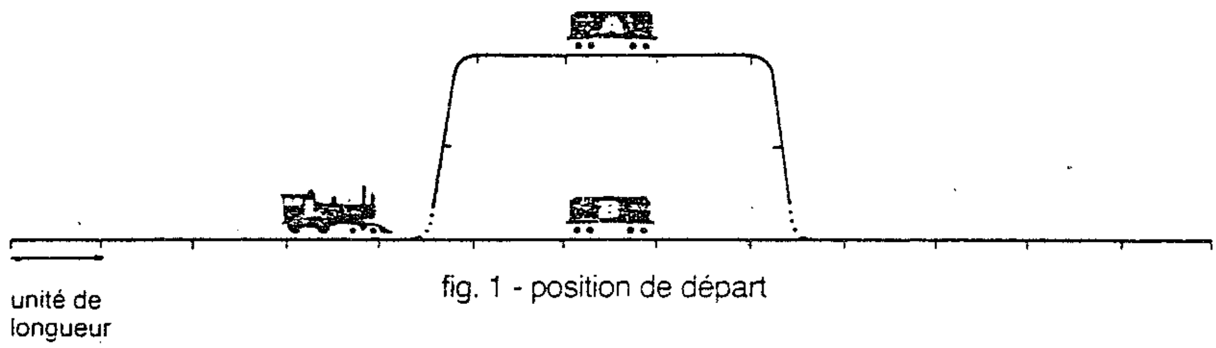


fig. 1 - position de départ

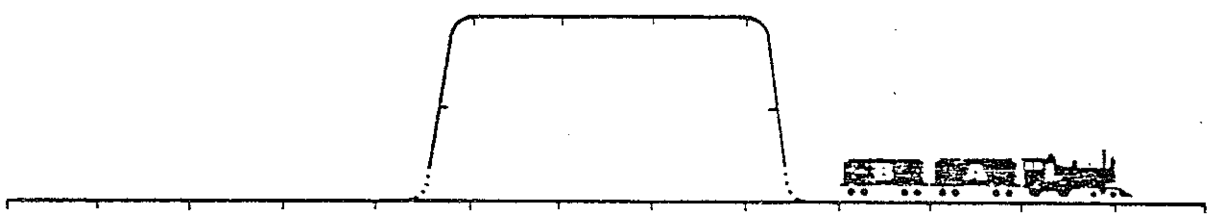


fig. 2 - position finale

PROBLÈME 2

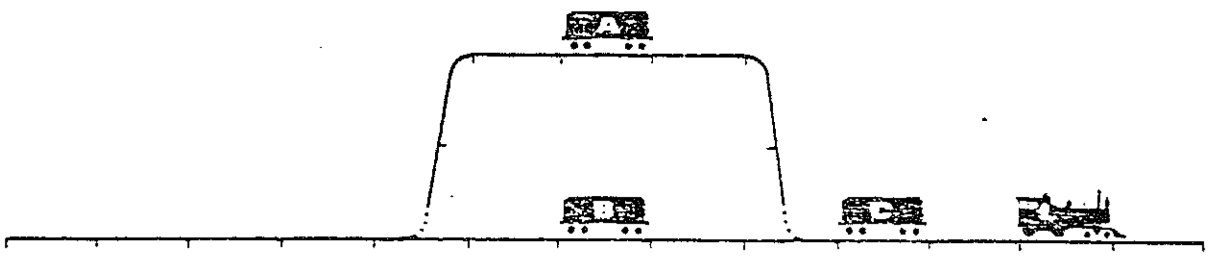


fig. 3 - position de départ

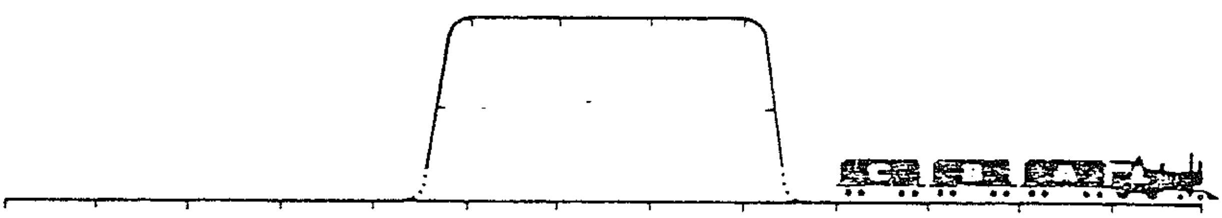


fig. 4 - position finale

REGLES

1 - Pour identifier, dans le programme, les différentes actions à accomplir on ne peut utiliser que les codes figurant dans le répertoire des codes.

2 - Les actions se déroulent dans l'ordre d'écriture des codes.

3 - Les wagons peuvent être accrochés devant ou derrière la locomotive.

4 - La locomotive ne peut pousser ou tirer un wagon que si celui-ci est accroché.

5 - L'accrochage où le décrochage ne peuvent pas se faire sur une courbe ou un aiguillage.

6 - En position de départ, les aiguillages 1 et 2 sont à l'horizontale, en position finale leur orientation est sans importance.

Répertoires des codes

CODES	SIGNIFICATION
AV	Avancer la locomotive d'une unité de longueur
RC	Reculer la locomotive d'une unité de longueur
I1	Inverser l'aiguillage 1
I2	Inverser l'aiguillage 2
LA	Accrocher la locomotive au wagon A.
LB	Accrocher la locomotive au wagon B.
AB	Accrocher le wagon A et le wagon B.
etc.	.....
DL	Décrocher la locomotive.
DA	Décrocher le wagon A d'avec le wagon qui se trouve derrière.
etc.	.....

7. PROBLEMES OUVERTS

Quelques petites questions en vrac destinées à illustrer l'adage -"Il faut qu'un problème soit ouvert ou fermé".

"FAIRE DES MATHEMATIQUES, C'EST D'ABORD RESOUDRE DES PROBLEMES".

1 Dans un jardin, quatre bâtiments sont disposés en carré. Comment tracer le plus court réseau de chemins permettant d'aller de l'un à l'autre ?

2 Deux maisons sont situées du même côté d'un canal rectiligne. Jean veut aller de l'une à l'autre en passant puiser l'eau au canal.
Jean est paresseux. Comment déterminera-t-il l'endroit où puiser pour que son trajet soit le plus court possible ?

3 Deux maisons sont situées du même côté d'un canal rectiligne et aussi du même côté d'une bande transporteuse de chocolat, elle aussi rectiligne .

Jacques veut aller de l'une à l'autre en passant prendre de l'eau et du chocolat.
Jacques est paresseux. Comment déterminer les endroits où puiser de l'eau et prendre du chocolat pour que le trajet soit le plus court ?

4 Un billard rectangulaire est tracé sur un quadrillage une boule s'y déplace ainsi :

- son point de départ est un sommet du rectangle.
- La boule suit les diagonales des carrés du quadrillage jusqu'à ce qu'elle rencontre un bord.
- A chaque bord, elle rebondit à angle droit.
- Elle recommence et s'arrête quand elle atteint un sommet du rectangle.

Comment prévoir le nombre de carrés traversés par la boule, suivant les dimensions du billard ?

.../...

SUJETS DE RECHERCHE

Ces travaux sont facultatifs. La note obtenue n'entrera en compte pour la moyenne des devoirs que si elle élève cette moyenne.

5 Deux problèmes

a) On dispose de trois cruches de 12,7 et 4 litres. La première est pleine, les autre vides. Quels transvasements faut-il faire pour avoir 6 litres dans chacune des deux premières ?

b) On dispose de deux vases pleins et 5 et 3 litres et d'un troisième vase vide de contenance inconnue. Quels transvasements faut-il faire pour avoir 4 litres dans le premier et 4 litres aussi dans le troisième ?

Pour chacun des problèmes 1) Tu peux faire un schéma par flèche pour trouver tous les transvasements possibles.

2) Sachant qu'il suffit de connaître le contenu de deux des vases, tu peux représenter une situation par un point sur un tableau cartésien. Et traduire un transvasement par un déplacement sur le tableau.

Pour le second problème, tu peux chercher la contenance minimum pour que le problème ait une solution.

6 Tu dessines un grand triangle Equilateral (Comment ?). Tu prends un point M_1 à l'intérieur du triangle; tu traces les 3 perpendiculaires aux côtés passant par M_1. Tu mesures leurs longueurs, tu les ajoute. Tu recommence avec d'autres points . Constate. Tu peux démontrer, prouver ce que tu as affirmé.

.../...

.../...

7 Lors d'un remembrement dans une commune rurale, un géomètre rencontre un cultivateur pour le prévenir d'une modification de l'un de ses champs.

Le géomètre : Je dois modifier la forme de votre champ

Le cultivateur : Hum ! je n'aime pas ça.

G : Je sais, mais on peut essayer d'être honnête.

C : Bon, mon champ est un rectangle, je veux que le nouveau soit aussi un rectangle.

G : Dac, je vous propose simplement de diminuer la longueur d'un certain métrage et d'augmenter la largeur du même métrage.

C : Quoi ! mais je vais y perdre.

G : Mais non. Regardez, les deux champs ont exactement le même périmètre.

C : Tiens, c'est vrai.

G : Alors vous êtes d'accord ?

C : P'être ben qu'oui mais p'être ben qu'non.

Le cultivateur vous demande conseil. A-t-il intérêt à accepter la modification ?

Editeur : IREM
Directeur Responsable de la publication : R. DOUADY
Dépôt légal : Octobre 1983
ISBN : 2-86612-021-3
IREM Université Paris 7 Denis Diderot
Tour 56/55 - 3ème étage, Case 7018
2 place Jussieu 75251 Paris Cedex 05