IREM
Institut de Recherche sur
l'Enseignement des Mathématiques
UNIVERSITE PARIS VII

Reproduction de textes anciens

4
mai 1982

DICTIONNAIRE MATHEMATIQUE OU IDEE GENERALE DES MATHEMATIQUES

Par M. OZANAM, Profeſſeur des Mathematiques.

Deuxième fascicule

Année de parution : 1691 **Langue originale :** français
Edition reproduite : ESTIENNE MICHALET (Paris) - 1691

DICTIONNAIRE MATHEMATIQUE

OU

IDEE GENERALE

DES

MATHEMATIQUES

Par M. OZANAM, Profeſſeur des Mathematiques.

Deuxième fascicule

"Il était jeune, bien fait, et d'un caractère assez gai. Des aventures de galanterie vinrent le chercher ; et le célibat lui paraissant dangereux, il épousa une femme presque sans biens, qui l'avait touché par son air de douceur, de modestie et de vertue de l'enseignement. (....) Il eu jusqu'à douze enfants dont la plupart moururent en bas âge et qu'il regretta comme s'il eut été riche, ou plutôt comme ne l'étant point ; car ce sont les plus riches qui se sentent incommodés d'une nombreuse famille. "

Jacques OZANAM, né en Bresse en 1640, est issu d'une famille juive convertie au catholicisme.
Destiné à l'église par son père, contre ses inclinations, il se consacre aux sciences exactes dès la mort de papa. Sans fortune, il vit alors en enseignant les mathématiques à Lyon puis à Paris, où il acquiert une solide réputation. Privé de ses élèves par les guerres, il meurt dans un semi-dénuement en 1717.
On lui doit de nombreux ouvrages sur la trigonométrie, l'arpentage, la perspective, etc...

L'exergue est un montage à partir de l'Eloge académique d'OZANAM par FONTENELLE.

Le nom d'OZANAM reste surtout attaché à ses célèbres Récréations mathématiques et physiques (première édition, Paris 1694) qui cunnurent plus d'une dizaine d'éditions jusqu'à la fin du XVIII° siécle (dont des traductions en anglais). Largement inspirées par les ouvrages antérieurs de BACHET de MEZIRIAC, LEURECHON, MYDORGE et Daniel SCHWENTER, les Récréations contiennent la solution d'une foule de problèmes d'arithmétique, de géométrie, d'optique, de gnomonique, de mécanique et de pyrotechnie.

Citons également, car il fut célèbre à l'époque, son Cours de mathématiques, qui comprend toutes les parties les plus utiles à un homme de guerre et à tous ceux qui veulent se perfectionner dans les mathématiques (Paris, 1693, 5 vol.), qui connut deux éditions et fut traduit en anglais (Londres 1708).

OZANAM est également l'auteur de Nouveaux éléments d'algèbre (Amsterdam 1702), pour lesquels LEIBNIZ avait beaucoup d'estime.

Le Dictionnaire mathématiques (Paris 1691), dont nous donnons ici une reproduction partielle, est le premier " dictionnaire " (en fait il s'agit plutôt d'une encyclopédie) consacré au corpus que recouvrait le vocable " mathématiques " au XVII° siècle.
On voit, sur la table des matières, qu'il recouvre non seulement la " mathématique simple ", c'est-à-dire l'arithmétique et la géométrie, mais aussi la " mathématique mixte " qui va de la cosmographie à la musique, en passant par l'optique, la navigation ou l'architecture.

On a choisi de reproduire, en deux fascicules, les parties consacrées à l'arithmétique et à l'algèbre d'une part, et les principes généraux du raisonnement mathématique (axés principalement sur la géométrie) suivis de la géométrie, tant spéculative que pratique d'autre part.

Cet ouvrage est le reflet du cursus mathématique " classique" enseigné dans les collèges à la fin du XVII° siècle ; on y remarquera l'absence du calcul infinitésimal*, dont le premier exposé didactique en français (du calcul différentiel) est le traité du marquis de l'HOPITAL (1696).
Le lecteur du XX° siècle y trouvera, à travers des notations et une terminologie souvent déconcertante pour lui, une initiation à la lecture des textes mathématiques anciens.

J.L. Verley

* Bien que certains résultats cités d'ARCHIMEDE ou HUYGENS appartiennent à la préhistoire de ce calcul.

DICTIONNAIRE
MATHEMATIQUE,
OU
IDÉE GENERALE
DES
MATHEMATIQUES.

DANS LEQUEL L'ON TROUVE, outre les Termes de cette science, plusieurs Termes des Arts & des autres sciences; Avec des raisonnemens qui conduisent peu à peu l'esprit à une connoissance universelle des Mathematiques.

Par M. OZANAM, Professeur des Mathematiques.

A PARIS,
Chez ESTIENNE MICHALLET, Imprimeur du Roy, ruë Saint Jacques, à l'Image saint Paul.

M. DC. XCI.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

TABLE DES TRAITEZ contenus dans ce Livre.

TABLE DES TRAITEZ.

TABLE

DES LEMMES, DES THEOREMES, & des Problemes, qui ont été mis par occasion dans ce Livre.

LEMMES.

THEOREME.

cercle, dont le centre est D, *on tire une droite quelconque* ABC, *qui ne passe pas par le centre* D, *& une autre quelconque* BF, *laquelle pareillement ne passe pas par le même centre* D, *& qu'on fasse l'arc* FG *égal à l'arc* BF, *& que par le point* G *on tire la droite* GSI *parallele à la droite* ABC, *& qu'enfin on fasse au même point* G, *avec la droite* FG *prolongée vers* R, *l'angle* RGH *égal à l'angle* FBC; *l'angle* IHG *sera égal à la difference de l'arc* BFG *& de l'arc* BC *augmenté du demicercle : c'est à dire que si l'on tire le diametre* CDO, *l'angle* IGH *sera égal à l'arc* OG, *ou à l'angle* GDO p. 502.

PROBLEMES.

Trouver au dedans du triangle ABC, *le point* D, *par lequel tirant parallelement au côté* BC, *la droite* EF *terminée par les deux autres côtez* AB, AC, *la raison des deux parties* AF, BF, *soit égale à celle des deux* DE, DF p. 11.

Trouver au dedans de l'angle rectiligne donné ABC, *le point* D, *duquel tirant les droites* DE, ADF, *perpendiculaires aux deux* AB, BC, *la somme de deux lignes* AE, DF, *soit égale à la somme des deux* BF, DE. p. 15.

Tirer par l'angle droit C, *du Rectangle donné* ABCD, *la droite* EF, *terminée en* E *& en* F, *par les deux côtez prolongez* AB, AD, *en sorte que la somme des quarrez* CE, CF, *soit la plus petite de toutes* p. 18.

Tirer au dedans du demicercle donné ABC, *la droite* BD *perpendiculaire au diametre* AC, *en sorte que le Rectangle* ADB *soit le plus grand de tous* p. 19.

Mesurer la hauteur inaccessible AB *par le moyen d'un miroir Plan.* p. 68.

Trouver sur la corde donnée BC, *parallele au diametre* AD, *du demicercle donné* ABCD, *le point* E, *par lequel tirant de l'extremité* A, *la droite* AEF, *la partie* AE *soit égale à la partie* CE, *ou la partie* EB *égale à la partie* EF. p. 70.

Etant donnez le demicercle ABC, *& le sinus droit* BD, *tirer de l'extremité* A *du diametre* AC, *la corde* AE, *en sorte que la partie* EF *comprise entre la circonference & le sinus droit, soit égale à la ligne donnée* AO. p. 71.

Tirer du point A *donné sur le Plan du cercle donné* BDC, *dont le centre est* E, *la droite* AC, *en sorte que la corde* BC *soit égale à la ligne donnée* AO p. 72.

Etant

C

DICTIONNAIRE MATHEMATIQUE OU IDE'E GENERALE DES MATHEMATIQUES.

QUOY QUE la *Mathematique*, selon son etymologie, signifie seulement Discipline, elle merite neanmoins le nom de Science mieux qu'aucune autre, puisque ses principes sont connus sans experience, & ses propositions demontrées avec une telle évidence, qu'il n'est pas permis aux opiniâtres d'en douter. On l'enseignoit autrefois aux Enfans avant la Philosophie, & c'est pour cela qu'Aristote la nomme ***la Science des Enfans***. Cela se pratiquoit non seulement pour reveiller l'esprit des jeunes gens par une étude fort agreable, mais aussi pour les disposer à mieux entendre les Sciences naturelles. Et le divin Platon n'admettoit personne en son Ecole, qu'il ne sceût la Geometrie. Οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω.

La *Science* est une connoissance acquise par des principes clairs & évidens : & comme les principes de la Mathematique sont tres-clairs & tres-évidens, il s'ensuit que la Mathematique est une veritable Science.

La *Mathematique* est donc une Science, qui enseigne tout ce qui se peut mesurer & conter ; ce qui se peut conter sont les nombres, & s'apelle *Arithmetique* ; ce qui se peut mesurer sont les longueurs & les largeurs, le retardement & la vitesse du mouvement, la force & l'abaissement du Son, l'augmentation & la diminution des Qualitez, & c'est ce que l'on nomme communément *Geométrie*.

Les parties donc essentielles de la Mathematique *simple*, sont l'*Arithme-*

tique & la *Geometrie*, lesquelles s'aident mutuellement l'une & l'autre, & ne dépendent aucunement des autres Sciences, si ce n'est peut-être de la Logique artificielle : mais je crois que la naturelle suffit à un Homme d'esprit, qui est bien enseigné. Les autres parties ne sont que des connoissances physiques expliquées par les principes ou d'*Arithmetique*, ou de *Geometrie*.

La *Logique artificielle* est un choix de plusieurs preceptes pour bien raisonner, & la *Logique naturelle* est ce fonds de bon sens, qui nous fait naturellement discerner le vray d'avec le faux : or comme la Mathematique est une Science tres-naturelle, ce n'est pas sans raison que nous avons dit que pour la bien entendre, la Logique naturelle suffit à une personne qui a de l'esprit.

Par ce mot de *Mathematique simple*, nous entendons celle qui considere la quantité simplement par elle-même, en faisant abstraction de toute matiere ou sujet sensible.

Nous parlerons premierement de la Mathematique simple dans l'*Arithmetique* & dans la *Geometrie*, pour traiter en suite des parties de la *Mathematique mixte*, laquelle examine les proprietez de la quantité attachée à des sujets sensibles. Ces parties sont la *Cosmographie*, la *Mecanique*, l'*Optique*, & la *Musique*, lesquelles ont d'autres parties, dont nous parlerons en son lieu.

Les Mathematiques se divisent en *Speculatives*, & en *Pratiques*.

La *Speculative* ou *Theorique*, s'arrête simplement à la connoissance d'une chose.

La *Pratique* enseigne à faire & à executer une chose.

La Mathematique a des *Propositions*, des *Demonstrations*, & des *Principes*, sur lesquels tous ses raisonnemens sont appuyez.

La PROPOSITION est un discours, qui énonce l'attribut d'un sujet, & qui est vraye ou fausse. Elle peut être un *Probleme*, un *Theoreme*, un *Porime*, un *Apore*, un *Lemme*, un *Scolie*, un *Corollaire*, & un *Porisme*.

Le PROBLEME est une proposition qui tend à la pratique : comme de *diviser une ligne terminée en autant de parties égales que l'on voudra*. Il peut être *Ordonné*, & *Inordonné* : *Determiné*, & *Indeterminé*, ou *Local*.

Le *Probleme ordonné* est celuy qui n'a qu'une solution, c'est à-dire qui ne peut être fait qu'en une seule façon. Comme de *décrire sur une ligne donnée un triangle rectiligne equilateral*, ou de *faire passer une circonference de cercle par trois points donnez*.

Par ce mot, *Donné*, on entend dans les Mathematiques, ce qui est connu *de grandeur*, ou *de position*, ou *d'espece*, ou *de proportion*, c'est-à-dire dont la grandeur, ou la position, ou l'espece, ou la proportion sont connues. Quand sa grandeur est connue, on l'apelle *Donné de grandeur*. Quand sa position est connue, on le nomme *Donné de position*. Et quand sa grandeur & sa position sont connues, il est apellé *Donné de grandeur & de position*. Comme si l'on décrit un cercle sur un Plan, son centre sera donné de position, son diametre sera donné de grandeur, & le cercle sera donné de grandeur & de position. Que si l'on tire un diametre quelconque, ce diametre sera aussi donné de grandeur & de position. Le cercle peut aussi être donné seulement de grandeur, savoir en concevant seulement son diametre d'une grandeur connue sans que le cercle soit décrit effectivement sur un Plan. Quand son espece est connue, on le nomme *Donné d'espece* ; & quand de deux quantitez la raison est connue, on les apelle *Données de proportion.*

Connu est ce qui est clairement compris de nous, & auquel on peut faire un égal. Comme la hauteur d'une Tour est dite connue, quand on sçait combien elle a de toises, ou de pieds. On connoît aussi que *les trois angles d'un triangle rectiligne sont égaux à deux droits*, c'est-à-dire que la somme des trois angles d'un triangle rectiligne est connue.

L'*Inconnu* est ce qui n'est point connu ny compris de nous. Comme de *faire un Quarré égal à un cercle donné*, ce que l'on apelle communément *Quadrature du cercle*. Car on entend par le mot *Quadrature*, la maniere de faire un quarré égal à une figure proposée. Ainsi *la Quadrature de la Parabole* est la maniere de faire un quarré égal à une Parabole terminée.

Le *Probleme inordonné* est celuy qui reçoit des solutions infinies, c'est-à-dire qui se peut faire en une infinité de manieres differentes. Comme de *faire passer une circonference de cercle par deux points donnez*, ou de *decrire sur une ligne donnée un triangle rectiligne isoscele*, ou bien de *diviser en deux également un triangle rectiligne donné*, &c.

Le *Probleme determiné* est celuy qui n'a qu'une, ou qu'un certain nombre determiné de solutions, & pas davantage. Tel est le Probleme suivant, qui n'a qu'une solution, & qui peut servir pour inscrire un Pentagone regulier dans un cercle; *Decrire sur une ligne droite donnée un triangle rectiligne isoscele, où l'un des deux angles à la base soit double de celuy du sommet*. Tel est aussi le Probleme suivant, qui a deux solutions; *Trouver un triangle rectiligne isoscele, dont l'aire & le contour soient donnez*. Tel est encore le Probleme suivant, qui a trois solutions, & qui sert pour diviser un angle rectiligne donné en trois parties égales; *Tirer d'un point donné sur la circonference d'un cercle donné une ligne droite, dont la partie qui sera terminée de l'autre côté par la circonference & par un diametre donné de position, soit égale au rayon du même cercle*. Ainsi des autres.

Un Probleme determiné peut être *simple*, ou *lineaire*, *Plan*, *Solide*, & *Sursolide*, c'est-a-dire *plus que Solide*.

Le *Probleme simple*, ou *lineaire*, est celuy qui se peut resoudre en Geometrie par l'intersection de deux lignes droites. Tel est le Probleme suivant; *Mesurer une hauteur inaccessible par le moyen de deux bâtons inégaux*. Il est évident qu'un Probleme simple est ordonné, c'est-à-dire qu'il ne peut avoir qu'une solution, parce que deux lignes droites ne se peuvent couper qu'en un point.

Le *Probleme Plan* est celuy qui ne se peut resoudre en Geometrie que par l'intersection de deux circonferences de cercle, ou d'une circonference de cercle & d'une ligne droite. Tel est le Probleme suivant, qui se peut resoudre tres-facilement par l'intersection de deux circonferences de cercle; *Decrire de quatre lignes données de grandeur un Trapeze, dont l'aire soit donnée*. Tel est aussi le Probleme suivant, qui se peut encore resoudre tres-élegamment par l'intersection de deux circonferences de cercle, & qui sert pour trouver un point, duquel on puisse voir égales trois lignes inégales constituées sur une ligne droite; *Quatre points étant donnez sur une ligne droite, en trouver un autre hors de cette ligne, duquel tirant aux quatre points donnez autant de lignes droites, il se forme en ce même point trois angles égaux.*

Tel est encore le Probleme suivant, qui se peut resoudre tres-facilement par l'intersection d'une ligne droite & d'une circonference de cercle; *Trouver un triangle rectangle, dont le plus grand côté & la somme des deux autres sont donnez.* Il est évident qu'un Probleme Plan ne peut avoir que deux solutions, parce que deux circonferences de cercle ne se peuvent couper qu'en deux points, ny une ligne droite & une circonference de cercle.

Le *Probleme solide* est celuy qui ne se peut resoudre en Geometrie que par l'intersection d'une circonference de cercle & de quelqu'autre section conique, ou par l'intersection de deux sections coniques quelconques autres que des cercles. Tel est le Probleme suivant, qui se peut resoudre tres-facilement par l'intersection d'un cercle & d'une Parabole, & qui peut servir pour inscrire dans un cercle donné un Eptagone regulier; *Décrire sur une ligne droite donnée un triangle isoscele rectiligne, où l'un des deux angles à la base soit triple de celuy du sommet.* Tel est aussi le Probleme suivant, qui se peut resoudre tres-facilement par l'intersection d'une Parabole & d'une Hyperbole entre ses asymptotes; & qui sert pour inscrire dans un cercle donné un Enneagone regulier; *Decrire sur une ligne droite donnée un triangle rectiligne isoscele, où l'un des deux angles à la base soit quadruple de celuy du sommet.* Tel est encore le Probleme suivant; *Inscrire dans un cercle donné un triangle, dont l'aire & le contour soient donnez:* qui se peut resoudre facilement par l'intersection d'une Parabole & du cercle donné. Il est évident qu'un Probleme solide ne peut pas avoir plus de quatre solutions, parce que deux sections coniques ne se peuvent pas couper en plus de quatre points.

Le *Probleme sursolide* est celuy qui ne se peut resoudre en Geometrie que par des lignes courbes d'un genre plus élevé que les sections coniques. Tel est le Probleme suivant, qui se peut resoudre facilement par l'intersection de la Quadratrice Geometrique, & par une autre ligne du second genre, & qui sert pour inscrire dans un cercle donné un Endecagone regulier; *Decrire sur une ligne droite donnée un triangle isoscele rectiligne, où l'un des deux angles à la base soit quintuple de celuy du sommet.* Tel est aussi le Problemé suivant, qui se peut resoudre par l'intersection d'une Parabole & d'une ligne du troisiéme genre; *Inscrire par un point donné dans une Parabole donnée une ligne droite d'une grandeur donnée.* Nous expliquerons dans la Geometrie, ce que c'est qu'une ligne du premier genre, du second genre, &c. & dans l'Algebre la maniere de connoître la nature d'un Probleme.

Le *Probleme indeterminé*, ou *local*, est celuy qui reçoit une infinité de solutions differentes, de sorte que le point, qui peut resoudre le Probleme, quand il est de Geometrie, se peut choisir indifferemment dans une certaine étendue, laquelle peut être une *Ligne*, un *Plan*, un *Solide*, &c. & alors on dit que le Probleme est un *Lieu*, c'est-à-dire dans un *Lieu*. Voyez les deux Problemes suivans, dont le premier est *un lieu à la Parabole*, & le second *un lieu à la ligne droite*.

Le *Lieu Geometrique* est donc une étendue, dont chaque point peut resoudre indifferemment un Probleme indeterminé, quand on le veut resoudre par Geometrie. Tous les points d'un lieu Geometrique ont un même raport à tous les points correspondans d'une même ligne droite, comme l'on peut voir dans nôtre *Traité des lieux Geometriques*, où la ligne droite part toûjours d'un point determiné, que nous avons apellé *Point fixe*, & que *M. de la Hire* apelle *Origine*.

Quand le point qui resout le Probleme est dans une ligne droite, alors le Probleme est apellé *Lieu simple*, ou *Lieu à la ligne droite*. Tel est le Probleme suivant; *Trouver le centre d'un cercle, dont la circonference passe par les extremitez d'une ligne droite donnée de grandeur & de position :* parce que ce centre est dans une *ligne droite*.

Quand le point qui resout le Probleme est sur la circonference d'un cercle, alors le Probleme est apellé *Lieu Plan*, ou *Lieu au Cercle*. Tel est le Probleme suivant; *Etant donné de grandeur & de position un cercle & un de ses diametres, trouver sur le Plan de ce cercle un point au dehors du cercle, duquel tirant une ligne droite à l'une des deux extremitez du diametre donné, cette ligne droite soit divisée en deux également par la circonference du cercle donné :* parce que ce point se trouve sur la circonference d'un *cercle*.

Quand le point qui resout le Probleme, se trouve sur une autre section conique autre que le cercle, alors le Probleme est apellé *Lieu solide*. Tel est le Probleme suivant; *Trouver le centre d'un cercle qui touche une ligne donnée de position & un cercle donné de grandeur & de position :* parce que ce centre se trouve sur la circonference d'une *Parabole*, dont le foyer est au centre du cercle donné, lors que le cercle & la ligne donnée se touchent. Tel est aussi le Probleme suivant; *Trouver le centre d'un cercle, qui touche deux cercles donnez de grandeur & de position :* parce que ce centre se trouve sur la circonference d'une *Hyperbole*, dont le foyer sera au centre de l'un des deux cercles donnez, lors que ces deux cercles se toucheront. Tel est encore le Probleme suivant; *Etant donné de grandeur & de position une ligne droite, trouver un point hors de cette ligne, duquel tirant aux extremitez de la ligne donnée, deux lignes droites, leur somme soit donnée :* parce que ce point se trouve sur la circonference d'une *Ellipse*.

Enfin quand le point qui resout le Probleme est sur la circonference d'une ligne courbe d'un genre plus élevé qu'une section conique, ou qu'une ligne du premier genre, alors le Probleme est apellé *Lieu sursolide*. Tel est le Probleme suivant; *Etant donné un point & une ligne droite sur un Plan, trouver sur le même Plan un second point au delà de la ligne donnée, en sorte que si l'on tire une ligne droite par ces deux points, sa partie comprise entre le second point & la ligne donnée, soit donnée :* parce que ce point se trouve sur la circonference d'une *Conchoïde*, qui est une ligne du second genre.

Plusieurs Problemes ont leur *Determination*, hors de laquelle ils sont impossibles. Tel est le Probleme suivant; *Construire de trois lignes droites données de grandeur un triangle rectiligne :* dont la determination est que des trois lignes données la plus grande doit être moindre que la somme des deux autres, parce que dans tout triangle un côté quelconque est moindre que la somme des deux autres.

Quand le point qui resout le Probleme est sur une surface, alors ce Probleme est apellé *Lieu à la surface*. Tel est le Probleme suivant; *Trouver au dedans d'un Parallelogramme donné un point, par lequel tirant deux lignes droites paralleles aux deux côtez du Parallelogramme, les Parallele-*

grammes qui se fermeront au dedans du Parallelogramme donné par l'intersection de ces deux lignes, soient en proportion geometrique : parce que ce point se peut prendre indifferemment sur le Plan du Parallelogramme donné, comme il est aisé à demontrer.

D'où il suit que quand le point qui resout le Probleme est dans un solide, ce Probleme doit être apellé *Lieu au solide :* & que quand le Probleme est *Theorematique*, c'est-à-dire quand le Probleme est un *Theoreme*, il est aussi un *Lieu*, lequel fait connoître la nature du Probleme. Tel est le Probleme suivant ; *Couper une ligne donnée de grandeur & de position en un point, en sorte que le quarré de cette ligne soit égal à la somme des quarrez de ses deux parties, & à deux rectangles sous les mêmes parties.* Ce Probleme étant un *Theoreme*, comme il est évident par 4. 2. on conclut qu'il est *Indeterminé*, & que c'est un *lieu à la ligne droite*, puis qu'il est proposé touchant une ligne droite.

Un Probleme indeterminé se peut aussi proposer dans les nombres : comme *de trouver deux ou plusieurs nombres quarrez, dont la somme soit un nombre quarré :* ou bien de *trouver trois nombres tels que la somme & la difference de deux quelconques soient des nombres quarrez.* Ces deux Problemes & plusieurs autres se peuvent resoudre *indefiniment*, c'est-à-dire que les nombres qu'on cherche se peuvent exprimer en lettres, ausquelles on peut donner telles valeurs que l'on voudra, pour avoir par consequent autant de nombres differens que l'on voudra, & alors une semblable solution en lettres, se nomme *Solution indefinie*, de laquelle on peut tirer une regle generale pour resoudre le Probleme, laquelle on apelle *Canon.*

La solution d'un Probleme numerique peut aussi être *Rationnelle*, & *Irrationnelle.*

La *Solution Rationnelle* est celle qui se peut exprimer en nombres rationnels, telles que sont les solutions des deux Problemes precedens, & du suivant ; *Trouver trois cubes, dont la somme soit un cube.*

La *Solution Irrationnelle* est celle qui ne se peut pas exprimer en nombres rationnels. Telle est la solution du Probleme suivant, qui est determiné ; *Trouver trois nombres en proportion geometrique, dont les trois differences soient en proportion harmonique :* & aussi du suivant ; *Trouver trois nombres en proportion harmonique, dont les trois differences soient en proportion geometrique*

La solution d'un Probleme geometrique peut aussi être *Geometrique* & *Mecanique.*

La *Solution Geometrique* d'un Probleme est celle qui se fait par des lignes convenables à la nature du Probleme : comme d'un Probleme simple par l'intersection de deux lignes droites : d'un Probleme Plan par l'intersection d'une ligne droite & d'une circonference de cercle, ou par l'intersection de deux circonferences de cercle, & ainsi en suite. On peut neanmoins resoudre un Probleme simple comme s'il étoit Plan, mais non pas un Probleme Plan comme s'il étoit solide ; ni un Probleme solide comme s'il étoit sursolide. Ainsi la solution de *M. Des Cartes* pour l'invention de deux moyennes proportionnelles est geometrique, parce qu'il se sert de la circonference d'un cercle & d'une Parabole, qui sont deux lignes convenables à la nature du Probleme, qui est solide. Mais la solution de *Diocles* n'est pas geometrique, parce qu'il se sert de la *Cissoïde*, laquelle étant une ligne du second genre, ne convient qu'à un Probleme sursolide.

Archim. de Sphara & cylindro.

La *Solution Mecanique* d'un Probleme est celle qui se fait en tâtonnant; & encore celle qui se fait par le moyen d'une ligne qui n'est pas geometrique. Telle est la solution de *Sporus*, d'*Eratosthene*, de *Nicomede*, de *Hero*, de *Pappus*, & de *Viete*, pour l'invention de deux moyennes proportionnelles; parce que chacune se pratique en tâtonnant. Pareillement la maniere de diviser un angle rectiligne donné en autant de parties égales que l'on voudra, par le moyen de la *ligne Quadratrice*, de *Dinostrate* & de *Nicomede* est Mecanique, parce que cette ligne courbe n'est pas geometrique. Nous dirons donc dans la Geometrie ce que c'est qu'une ligne courbe geometrique.

Archim. ib. Papp. l. 3. Vieta in Pseudo-Mesol. Papp. l. 4.

Un Probleme local peut aussi être *Simple*, *Plan*, *Solide*, & *Sursolide*, selon que le point qui le peut resoudre est sur une *ligne droite*, sur la circonference d'un *cercle*, sur la circonference de quelque ligne *solide*, ou du premier genre autre que le cercle, ou sur la circonference d'une ligne courbe *sursolide*, ou d'un genre plus élevé.

Le Probleme suivant est un Probleme local simple; *Trouver un point hors d'une ligne droite donnée de grandeur & de position, duquel tirant deux lignes droites aux extremitez de la ligne donnée, il se forme un triangle, dont l'aire soit donnée*, parce que ce point se trouve sur une ligne droite parallele à la ligne donnée, comme il est évident par 37. 1.

Le Probleme suivant est un Probleme local Plan; *Trouver un point hors d'une ligne droite donnée de grandeur & de position, duquel tirant deux lignes droites aux extremitez de la ligne donnée, ces deux lignes droites soient perpendiculaires entr'elles*: parce que ce point se trouve sur la circonference d'un cercle ayant la ligne donnée pour diametre, comme il est évident par 31. 3.

Le Probleme suivant est un Probleme local solide; *Trouver un point au dehors d'une ligne droite donnée de grandeur & de position, duquel tirant aux deux extremitez de la ligne donnée & par son point de milieu, trois lignes droites, ces trois lignes droites soient en proportion geometrique*: parce que ce point se trouve sur la circonference d'une Hyperbole équilatere, ayant pour diametre determiné la ligne donnée.

Le Probleme suivant est un Probleme local sursolide; *Trouver un point au dedans d'un angle rectiligne donné, par lequel tirant à l'une des deux lignes de l'angle une parallele qui rencontre l'autre ligne, le cube de cette parallele soit égal au solide sous le quarré d'une ligne donnée & la partie de cet autre ligne, terminée par la pointe de l'angle & par la parallele*: parce que ce point se trouve sur la circonference d'une Parabole solide, qui est une ligne du second genre.

Le THEOREME est une proposition speculative, qui exprime les proprietez d'une chose. Comme quand on dit que *dans un triangle rectiligne la somme des trois angles est égale à deux droits*, & que *dans un triangle spherique la somme des trois angles est plus grande que deux droits*, comme nous avons demontré en peu de mots dans la *Proposition* 1. de nôtre *Trigonometrie Spherique*.

Un Theoreme peut être *Univerſel*, *Particulier*, *Composé*, *Negatif*, *Local*, *Plan*, *Solide*, & *Reciproque*.

Le *Theoreme univerſel* eſt celuy qui s'étend univerſellement ſur une quantité, ſans aucune diſtinction. Tel eſt le *Theor.* 1. de nôtre *Planimetrie*. Tel eſt auſſi le Theoreme ſuivant; *Le produit ſous la ſomme & la difference de deux nombres quelconques eſt égal à la difference de leurs quarrez.*

Le *Theoreme particulier* eſt celuy qui ne s'étend que ſur une quantité particuliere, comme le ſuivant; *Dans un triangle rectiligne équilateral chacun des angles eſt de 60 degrez:* & auſſi le ſuivant; *La ſomme de deux nombres qui different de l'unité eſt égal à la difference de leurs quarrez:* & encore le ſuivant; *La ſomme des fractions infinies, dont les numerateurs ſont 1, & les denominateurs ſont les nombres triangulaires 3, 6, 10, &c. eſt égale à 1.*

Le *Theoreme ſimple* eſt celuy qui s'aplique ſur une ligne droite, comme le ſuivant; *Si l'on coupe une ligne également & inégalement, le rectangle ſous les parties inégales avec le quarré de la partie d'entre-deux, eſt égal au quarré de la moitié de la ligne:* & auſſi le ſuivant; *Si une ligne eſt coupée dans la moyenne & extrême raiſon, le quarré de la toute avec le quarré du petit ſegment eſt triple du quarré de l'autre ſegment.*

Le *Theoreme composé* eſt celuy qui a pluſieurs parties, comme le ſuivant; *La ſomme des trois angles d'un triangle ſpherique eſt plus grande que deux droits, & moindre que quatre droits:* & auſſi le ſuivant; *De deux nombres rationnels, ou l'un des deux, ou leur ſomme, ou leur difference eſt diviſible par trois.*

Le *Theoreme negatif* eſt celuy qui prononce l'impoſſibilité d'une Queſtion: comme le ſuivant; *La ſomme de deux nombres quarré-quarrez ne peut pas être un nombre quarré:* & auſſi le ſuivant; *On ne peut pas avoir deux nombres rationnels, dont le produit étant ajoûté au quarré du plus petit, & étant ôté du quarré du plus grand, la ſomme & le reſte ſoient des nombres quarrez.*

Le *Theoreme local* eſt celuy qui ſe fait ſur une ſurface, comme le ſuivant; *Les triangles decrits ſur la même baſe & entre les mêmes paralleles ſont égaux.*

Le Theoreme local peut être *Plan*, & *Solide*.

Le *Theoreme Plan* eſt celuy qui ſe fait ſur une ſurface terminée par des lignes droites, comme le precedent, ou par la circonference d'un cercle, comme le ſuivant; *Tous les angles dans un même ſegment de cercle ſont égaux.*

Le *Theoreme ſolide* eſt celuy qui ſe fait dans un eſpace terminé par une ligne ſolide, c'eſt-à-dire par une ſection conique autre que le cercle: comme le ſuivant; *Si l'on tire une ligne droite quelconque qui coupe deux Paraboles aſymptotes, les deux parties de cette ligne droite terminées par les deux Paraboles, ſeront égales.*

Le *Theoreme reciproque* eſt celuy dont le Theoreme inverſe eſt veritable. Tel eſt le Theoreme ſuivant; *Un triangle qui a deux côtez égaux a auſſi deux angles égaux*, parce que ſon inverſe eſt auſſi veritable, ſçavoir qu'*un triangle qui a deux angles égaux a auſſi deux côtez égaux.*

Le PORIME eſt un Probleme tres-facile & preſque connu de luy-même, & qui ſert pour en reſoudre de plus difficiles: comme de *faire paſſer une circonference de cercle par deux points:* ou de *retrancher d'une ligne donnée* une

une plus petite d'une grandeur donnée. Un Theoreme bien aisé à demontrer, & presque évident de luy-même, peut bien aussi être un *Porime*, tel qu'est le suivant; *La ligne droite qui joint deux points pris à la volonté sur la circonference d'un cercle, est toute au dedans du cercle:* & aussi le suivant; *Si du plus grand angle d'un triangle rectiligne on tire sur le plus grand côté une perpendiculaire, elle tombera au dedans du triangle.* Car *Porime* vient de ce mot grec, *Πόριμος*, qui signifie une chose facile à comprendre, & qui ouvre le chemin à des choses plus difficiles.

L'Apore est un Probleme tres-difficile à resoudre, & qui n'a pas encore été resolu, quoy qu'il soit possible: comme la *Quadrature du cercle.* Avant *Archimede* la *Quadrature de la Parabole* étoit un Apore.

Le Lemme est une Proposition qui sert pour la demonstration d'un Theoreme, ou pour la construction d'un Probleme. On s'en sert pour avoir une demonstration moins embarassée, ou une construction plus facile à comprendre: comme vous verrez dans le Probleme suivant. C'est ainsi que pour demontrer qu'*une Pyramide est le tiers d'un Prisme de même base & de même hauteur*, on peut se servir de ce *Lemme*, sçavoir que *la somme des quarrez des quantitez infinies en continuelle proportion arithmetique, en commençant depuis* o, *est égale au tiers du plus grand quarré multiplié par le nombre qui exprime la multitude de ces quantitez:* comme nous avons démontré geometriquement dans nôtre *Planimetrie* independamment du Theoreme precedent. Il est évident que ce *Lemme* se peut aussi démontrer reciproquement par le moyen du Theoreme precedent, lequel luy servira de Lemme, comme nous avons aussi fait dans nôtre *Geometrie Pratique.* C'est aussi ainsi que pour *tirer par un point donné sur une ligne droite donnée une perpendiculaire*, Euclide a enseigné auparavant, la maniere de *décrire sur une ligne droite donnée un triangle équilateral.* C'est encore ainsi que pour *trouver le point d'inflexion d'une ligne courbe donnée, quand elle en a un*, on se sert de ce Lemme; *Tirer une ligne droite, qui touche en un point donné une ligne courbe donnée*, comme il a été enseigné par *M. Descartes*, & par *M. De Fermat*, & comme nous avons aussi enseigné en peu de mots par une methode nouvelle sur la fin de nos *Sections coniques* au *Probl.* 2.

Le *Point d'inflexion* d'une ligne courbe, est celuy où cette courbe commence à se recourber d'un sens contraire: comme il arrive dans la *Quadratrice geometrique*, dont nous avons parlé dans nôtre Planimetrie: dans la *Conchoïde*, dans la *Parabole solide*, qui a un quarré pour Parametre, & qui a son point d'inflexion au sommet, & dans plusieurs autres, qui ont plusieurs points d'inflexion, comme dans l'*Hyperbole solide*, &c.

On dit qu'*une ligne courbe est donnée*, lors qu'on en connoît la proprieté essentielle: & quand on en connoît l'espece, on l'apelle *Donnée d'espece*, aussi bien que toute autre figure, dont l'espece est connue.

Le Scolie est une remarque faite seulement comme en passant sur quelque discours. Voyez le Probleme suivant.

Le Corollaire, c'est une consequence tirée de ce qui a été dit ou fait auparavant: comme si de ce qu'*un triangle qui a deux cotez égaux a aussi deux angles égaux*, on tire cette consequence; Donc *un triangle qui aura* *les trois côtez égaux, aura aussi les trois angles égaux.* Voyez le Lemme suivant.

Le PORISME est un Theoreme general, qui se découvre dans un lieu que l'on a trouvé. C'est-à-dire quand on a trouvé par l'Algebre ou autrement, la construction d'un Probleme local, & que de ce lieu construit & démontré, on tire un Theoreme general, ce Theoreme est un *Porisme.* Ainsi un *Porisme* est proprement un Corollaire énoncé en Theoreme, qui se découvre dans un lieu que l'on a trouvé & démontré, & qui peut servir, comme dit *Pappus*, pour la solution des Problemes les plus generaux & les plus difficiles. Nous en avons trouvé plusieurs, qui sont d'un grand usage, dont quelques-uns seront icy raportez dans un même lieu, pour vous mieux faire comprendre ce que c'est que *Porisme*, qui vient de ce mot grec Π·είσω, qui, selon *Proclus*, signifie établir & conclure de ce qui a été fait & démontré, ce qui luy fait définir le *Porisme* un Theoreme tiré par occasion d'un autre Theoreme fait & démontré.

LEMME.

Si par le point D, pris à discretion sur la circonference de la Parabole ADB, on tire la droite DF parallele au Diametre GH, dont le Parametre est HI, & terminée en F par la droite AB, qui est ordonnée au diametre GH; la raison des deux lignes HI, AF, est égale à celle des deux BF, DF.

POur la Demonstration, tirez du point D de la droite DL parallele à l'ordonnée AB.

DEMONSTRATION.

Puisque la ligne AB est ordonnée au diametre GH, elle sera divisée en deux également au point G par le même diametre GH, & par 5. 2. on aura cette égalité, AFB + FGq $\propto$ AGq: c'est pourquoy si au lieu du quarré FG, ou du quarré DL on met le rectangle HIHL, & au lieu du quarré AG le rectangle HIHG, qui luy est égal, par la nature de la Parabole, on aura cette autre égalité, AFB + HIHL $\propto$ HIHC, & en ôtant le rectangle HIHL, on aura celle-cy, AFB $\propto$ HIHG — HIHL $\propto$ HIGL $\propto$ HIDF: c'est pourquoy par 14. 6. les quatre lignes HI, AF, BF, DF, seront proportionnelles. Ce qu'il faloit démontrer.

COROLLAIRE.

On tire de ce Theoreme une methode aisée pour trouver le Parametre d'un Diametre donné dans une Parabole donnée. Comme si l'on donne le diametre HS de la Parabole donnée RHM; Pour en trouver le Parametre, tirez au diametre donné HS une ordonnée quelconque RM, avec un autre diametre quelconque DT, terminé par l'ordonnée RM en T, & par la Parabole en D, & cherchez aux trois lignes DT, MT, RT, une quatriéme proportionnelle HI, qui sera le Parametre qu'on cherche, lequel neanmoins se peut trouver encore plus facilement, sçavoir en cherchant aux deux lignes HS, RS, une troisiéme proportionnelle.

PROBLEME.

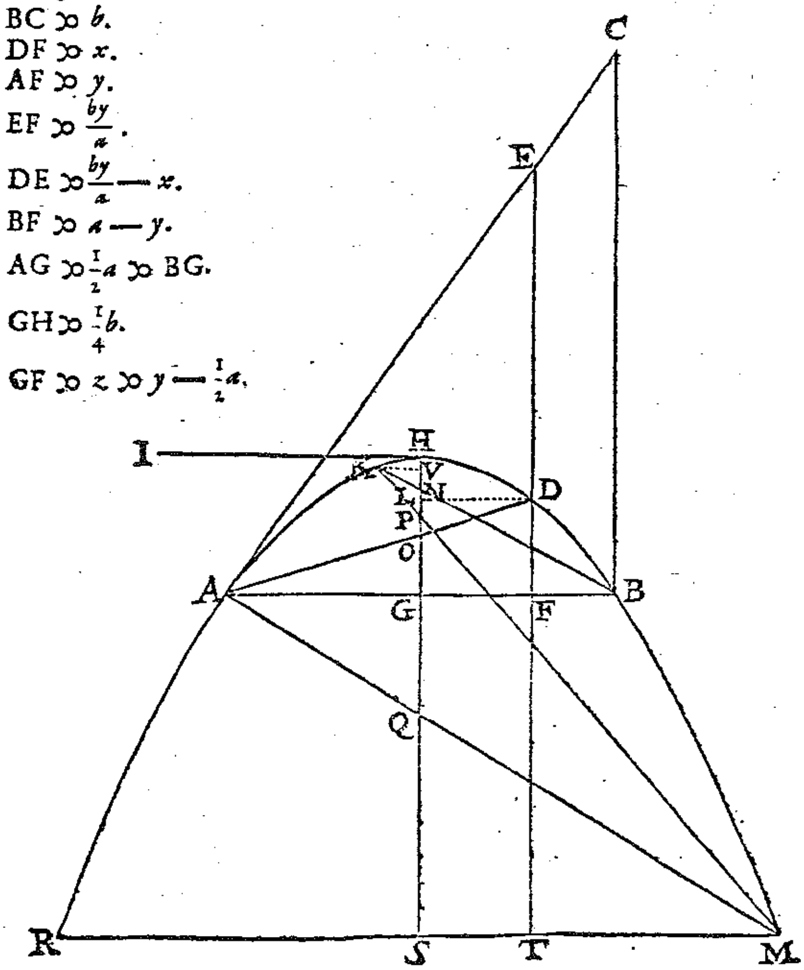
Trouver au dedans du triangle donné ABC, le point D, par lequel tirant parallelement au côté BC, la droite EF terminée par les deux autres côtez AB, AC, la raison des deux parties AF, BF, soit égale à celle des deux DE, DF.

Pour resoudre ce Probleme par l'Analyse nouvelle, c'est-à-dire par l'Algebre, supposez

$$AB \propto a.$$
$$BC \propto b.$$
$$DE \propto x.$$
$$AF \propto y.$$

& alors les autres lignes se trouveront telles que vous les voyez marquées à côté de la figure: & parce que les quatre lignes AF, BF, DE, DF, ou y, $a - y$, $\frac{by}{a} - x$, x,

$AB \propto a.$
$BC \propto b.$
$DF \propto x.$
$AF \propto y.$
$EF \propto \frac{by}{a}.$
$DE \propto \frac{by}{a} - x.$
$BF \propto a - y.$
$AG \propto \frac{1}{2}a \propto BG.$
$GH \propto \frac{1}{4}b.$
$GF \propto z \propto y - \frac{1}{2}a.$



doivent être proportionnelles, on aura cette Equation $xy \propto by - ax - \frac{byy}{a} + xy$, ou $yy - ay + \frac{aax}{b} \propto o$, qui est un lieu à la Parabole, comme l'on connoîtra en supposant $y \propto z + \frac{1}{2}a$, pour avoir cette autre Equation, $zz - \frac{1}{4}aa + \frac{aax}{b}$, qui apartient à une Parabole, dont le Parametre est $\frac{aa}{b}$. D'où nous avons tiré cette

Construction.

Ayant tiré par le point G milieu de la ligne AB, la droite GH parallele à la ligne BC, & égale au quart de la ligne BC, décrivez par les trois points A, H, B, sur le diametre GH, la Parabole AHB, qui sera le lieu qu'on cherche. De sorte que si par le point D pris à volonté sur la circonference de cette Parabole, on tire la droite EF parallele au côté BC, les quatre lignes AF, BF, DE, DF, seront proportionnelles.

Pour la demonstration, tirez le Parametre HI du diametre GH.

Demonstration.

Dans les triangles semblables ABC, AEF, on a cette analogie, AB, BC : : AF, EF: c'est pourquoy en prenant les moitiez des antecedens, & les quarts des consequens on aura cette autre analogie, AG, GH : : $\frac{1}{2}$AF, $\frac{1}{4}$EF, & si à la place des deux premiers termes AG, GH, on met les deux HI, AG, qui sont en même raison, par la nature de la Parabole, on aura cette autre analogie, HI, AG : : $\frac{1}{2}$AF, $\frac{1}{4}$EF, & en doublant les deux derniers termes, on aura celle-cy, HI, AG : : AF, $\frac{1}{2}$EF, & en doublant les deux consequens, on aura celle-cy, HI, AB : : AF, EF, & en mettant à la place des deux antecedens HI, AF, les deux BF, DF, qui sont en même raison par le Lemme precedent, on aura cette autre analogie, BF, AB : : DF, EF, & enfin en divisant, on aura celle-cy, AF, BF : : DE, DF. Ce qu'il faloit démontrer.

Scolie.

Cette proposition a été démontrée autrement par *Archimede* dans la *Prop. 5. de la Quadrature de la Parabole*, & encore autrement par le *R. P. Gregoire de saint Vincent* dans la *Prop. 92. de la Parabole*, où il suppose, comme Archimede, que le côté AC touche la Parabole au point A, ce qui est évident par nôtre construction. Je laisse à décider au Lecteur laquelle de ces deux demonstrations ou de la nôtre est la plus simple.

Si sur la circonference de cette Parabole ainsi décrite on prend quatre points à la volonté, comme A, K, D, M, & que l'on mene les droites DK, DA, MK, MA, qui coupent icy le diametre HS, aux quatre points N, O, P, Q, & que des quatre points D, M, A, K, on tire les droites DL, MS, AG, KV, ordonnées au diametre HS, on trouvera les Porismes suivans ;

Porisme 1.

La raison des deux lignes NO, PQ, est égale à celle des deux ordonnées DL, MS.

Porisme 2.

La raison des deux lignes HO, HQ, est égale à celle des deux mêmes ordonnées, DL, MS, & par consequent à celle des deux lignes NO, PQ.

Porisme 3.

La raison des deux lignes, HN, HP, est égale à celle des deux mêmes ordonnées DL, MS, & par consequent à celle des deux NO, PQ.

Porisme 4.

La raison des deux lignes NP, OQ, est égale à celle des deux ordonnées KV, AG.

Porisme 5.

La raison des deux lignes HN, HO, est égale à celle des deux mêmes ordonnées KV, AG, & par consequent à celle des deux lignes NP, OQ.

Porisme 6.

La raison des deux lignes HP, HQ, est égale à celle des deux mêmes ordonnées KV, AG, & par consequent à celle des deux lignes HN, HO.

Nous pourrions donner les demonstrations de tous ces Porismes, & enseigner la maniere par laquelle ils ont été trouvez, mais ce n'est pas icy le lieu d'en parler davantage.

La DEMONSTRATION est un ou plusieurs argumens tirez les uns des autres, qui démontrent clairement & invinciblement quelque Proposition. Ses raisonnemens sont fondez sur les trois sortes de Principes Mathematiques, dont nous parlerons en aprés, pour éviter toutes sortes d'objections & de difficultez. On s'en sert pour convaincre l'esprit de la verité ou de la fausseté, de la possibilité ou de l'impossibilité d'une Proposition : & sans demonstration on a toûjours lieu d'en douter, à moins que la Proposition ne soit un Principe, parce qu'il arrive bien souvent qu'une Proposition est fausse, lors qu'elle paroît veritable aux sens & à l'esprit.

Une Demonstration peut être *Affirmative*, & *Negative* : *Geometrique*, & *Mecanique* : *Particuliere*, & *Generale*.

La *Demonstration affirmative* est celle qui par des propositions affirmatives & évidentes par dépendance l'une de l'autre, finit par ce qu'elle veut démontrer. Telles sont les deux demonstrations precedentes.

La *Demonstration Negative* est celle par laquelle on montre qu'une chose est telle par quelque absurdité qui s'ensuivroit, si elle étoit autrement. C'est ainsi que pour demontrer qu'*un triangle qui a deux angles égaux a aussi deux côtez égaux*, Euclide fait voir la contradiction qui s'ensuivroit, si l'un de ces deux côtez étoit plus grand que l'autre, pour conclure de là qu'ils sont égaux. Cette façon de démontrer est aussi apellée *Demonstration à l'impossible.*

La *Demonstration Geometrique* est celle qui se fait par des raisonnemens tirez des Elemens d'Euclide : telles que sont les deux Demonstrations precedentes, & toutes celles des Elemens d'Euclide, & plusieurs autres.

La *Demonstration Mecanique* est celle dont les raisonnemens se tirent des regles de la *Mecanique*. Comme si pour démontrer que *les trois lignes droites tirées des trois angles d'un triangle rectiligne par les milieux des côtez opposez se coupent en un même point au dedans du triangle*, je me sers de cette Proposition de *Mecanique*, qui dit que *le centre de gravité d'un triangle est dans une ligne droite tirée d'un angle quelconque par le milieu de son côté opposé.*

La *Demonstration particuliere* est celle qui se fait par le moyen de quelques Theoremes particuliers, comme d'autant de Lemmes. Telle est la démonstration de la *Quadrature de la Parabole* par *Archimede*, laquelle ne convient qu'à la Parabole commune.

La *Demonſtration generale* eſt celle qui ſe fait par le moyen de quelque Theoreme general, comme d'un Lemme. Telle eſt la *Quadrature de la Parabole* que l'on trouve dans nôtre *Planimetrie*, & qui ſe peut apliquer à toutes les Paraboles infinies, parce qu'elle dépend du *Theor.* 1. qui eſt extremement général.

Une Demonſtration a ordinairement trois parties, ſçavoir l'*Explication*, la *Preparation*, & la *Concluſion*.

L'*Explication* eſt l'expoſition des choſes que l'on ſuppoſe données dans la Propoſition, & de ce que l'on veut démontrer.

La *Preparation* ce ſont quelques lignes qu'il faut ſouvent tirer dans la figure, quand la propoſition qu'on veut démontrer eſt de *Geometrie*, comme vous avez vû dans les deux Demonſtrations precedentes : ou quelqu'autre ſuppoſition qu'on eſt obligé ſouvent de faire, quand la propoſition que l'on veut démontrer eſt d'Arithmetique, pour venir plus facilement à la Demonſtration.

La *Concluſion* eſt une propoſition qui conclut ce que l'on veut démontrer, & qui acheve de perſuader & de convaincre l'eſprit de la verité de la Propoſition.

Le Principe c'eſt une lumiere naturelle de l'eſprit. Il y en a de trois ſortes, les *Definitions*, les *Axiomes*, & les *Demandes*, ou *Petitions*.

Les Definitions ſont l'explication des mots & des termes neceſſaires pour entendre les choſes, dont on veut traiter. Ainſi pour bien entendre l'*Arithmetique*, on doit ſçavoir ce que c'eſt que *Nombre*, que *Fraction*, &c. Pareillement pour bien entendre la *Geometrie*, on doit ſçavoir ce que c'eſt que *Ligne*, que *Plan*, que *Solide*, &c.

Les Axiomes, que l'on nomme ordinairement *Communes notions de l'eſprit*, ſont des Propoſitions tellement évidentes d'elles-mêmes, qu'on ne les peut pas nier ſans démentir les ſens & la raiſon naturelle. Ainſi il n'y a perſonne qui ne voye bien que le *Tout eſt plus grand que ſa partie*.

Les Axiomes ſont auſſi apellez *Maximes*, parce qu'ils ſervent généralement dans toutes les démonſtrations. On les nomme encore *Dignitez*, parce que par leur grande évidence ils ſont dignes d'être accordez & établis pour infaillibles.

Les Demandes, ou *Petitions*, ſont des connoiſſances tellement faciles d'elles-mêmes, qu'on n'a beſoin d'aucun precepte pour les aprendre. Comme de *tirer une ligne droite d'un point à un autre :* de *décrire un cercle de quelque point que ce ſoit, & de telle grandeur que l'on voudra :* de concevoir qu'*il y a une quantité poſſible qui ſoit quatriéme proportionnelle à trois autres quantitez*, &c.

Il y a deux methodes générales pour rechercher les veritez dans les Mathematiques, ſçavoir la *Syntheſe*, & l'*Analyſe*, que nous expliquerons, aprés avoir dit que la methode dont on ſe ſert pour reſoudre un Probleme Mathematique, ſe nomme *Zetetique*; & que la methode qui détermine quand & par quelle raiſon, & en combien de façons un Probleme ſe peut reſoudre, s'apelle *Poriſtique*. Mais en parlant de methode, nous dirons que

La *Methode* eſt l'art de bien diſpoſer une ſuite de pluſieurs raiſonnemens, tant pour découvrir la verité d'un Theoreme, quand nous l'ignorons, que pour la démontrer aux autres, quand nous l'aurons trouvée.

La *Synthese* ou *Composition*, que l'on peut aussi apeller *Methode de doctrine*, est l'art de rechercher la verité ou la demonstration, la possibilité ou l'impossibilité d'une Proposition, par des raisonnemens tirez des Principes, c'est-à-dire par des Propositions qui se démontrent l'une par l'autre, en commençant par les plus simples, pour passer aux plus générales & plus composées, sans qu'il y en ait aucune inutile, jusqu'à ce que l'on soit venu à la derniere Proposition, que nous avons apellée *Conclusion*, à cause qu'elle finit par ce que l'on veut démontrer, & qu'ainsi elle nous donne une connoissance claire & distincte de la verité qu'on cherche : comme vous avez vû dans les deux demonstrations precedentes, qui ont été faites par la *Composition*, & comme vous verrez encore mieux dans celle du Probleme suivant, qui se fera par la *Composition* & par l'*Analyse*.

L'*Analyse*, ou *Resolution*, que l'on peut aussi apeller *Methode d'invention*, est l'art de découvrir la verité, ou la fausseté ; la possibilité ou l'impossibilité d'une Proposition par un ordre contraire à celuy de la Composition, sçavoir en supposant la Proposition telle qu'elle est, & en examinant ce qui s'ensuit de là, jusqu'à ce que l'on soit venu à quelque verité claire, ou à quelque impossibilité, dont ce qui a été proposé soit une suite necessaire, pour conclure de là la verité ou l'impossibilité de la proposition, que l'on peut démontrer ensuite par la composition, en reprenant ses raisonnemens par où l'on a fini.

L'Analyse consiste plus dans le jugement & dans l'adresse de l'esprit que dans les regles particulieres, lorsque l'on s'en sert par la pure Geometrie, comme faisoient les Anciens : Mais à present on s'en sert par l'Algebre, qui est une regle assurée pour venir à la fin de ce que l'on se propose, comme vous avez vû dans le Probleme precedent, & comme vous allez encore voir dans le suivant, qui est local.

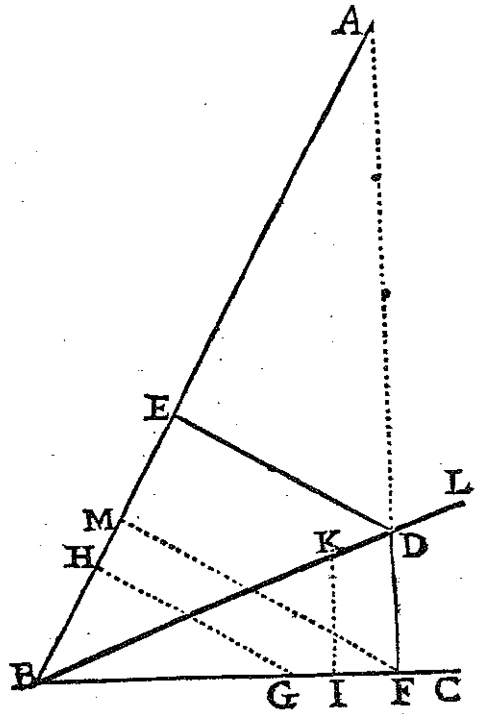
PROBLEME.

Trouver au dedans de l'angle rectiligne donné ABC, le point D, duquel tirant les droites DE, ADF, perpendiculaires aux deux AB, BC ; la somme des deux lignes AE, DF, soit égale à la somme des deux BF, DE.

POur resoudre ce Probleme par l'Analyse nouvelle, c'est-à-dire par l'Algebre specieuse, tirez du point G pris à sa discretion sur la ligne BC, la droite GH perpendiculaire à l'autre ligne AB, de l'angle donné ABC. Aprés cela supposez,

$$BG \propto a.$$
$$GH \propto b.$$
$$BH \propto c.$$
$$DF \propto x.$$
$$BF \propto y.$$

& alors les autres lignes se trouveront telles que vous les voyez marquées à côté de la figure : & parce que la somme des deux lignes AE, DF, doit être égale à celle des deux DE, BF, on aura cette Equation, $\frac{bby}{ac} - \frac{bx}{a} + x \propto \frac{by}{a} - \frac{cx}{a} + y$, ou $x \propto \frac{acy + bcy - bby}{cc + ac - bc}$, qui est un *lieu à la ligne droite*, dont la construction est telle.



$BG \propto a.$ $\quad BH, GH :: BF, AF.$

$GH \propto b.$ $\quad c, \; b, :: y, \frac{by}{c}.$

$BH \propto c.$

$DF \propto x.$ $\quad$ *Donc* $AD \propto \frac{by}{c} - x.$

$BF \propto y.$

$BG, \; GH :: AD, \; AE.$

$a, \; b, :: \frac{by}{c} - x, \; \frac{bby}{ac} - \frac{bx}{a}.$

$BG, \; BH :: AD, \; DE.$

$a, \; c :: \frac{by}{c} - x, \; \frac{by}{a} - \frac{cx}{a}.$

$AE + DF \propto DE + BF.$

$$\frac{bby}{ac} - \frac{bx}{a} + x \propto \frac{by}{a} - \frac{cx}{a} + y.$$

Lieu à la ligne droite.

CONSTRUCTION.

Faites le triangle rectangle BIK, en ſorte que BI ſoit à IK, comme BHq + BGBH — BHGH, à BGBH + BHGH — GHq, & l'hypotenuſe BK étant prolongée vers L, ſi loin que l'on voudra, ſera le lieu qu'on cherche : de ſorte que ſi on y prend un point à volonté, comme D, pour en tirer aux lignes AB, BC, les perpendiculaires DE, DF, & qu'on prolonge DF juſqu'à ce qu'elle rencontre AB en quelque point, comme en A, la ſomme AE + DF ſera égale à la ſomme BF + DE, comme nous allons démontrer par la Syntheſe.

DEMONSTRATION.

Dans les triangles ſemblables BIK, BFD, on a cette analogie, BI, IK :: BF, DF : c'eſt pourquoy ſi à la place des deux premiers termes BI, IK, on met les deux BHq + BGBH — BHGH, BGBH + BHGH — GHq, qui ſont en même raiſon, par la conſtruction, on aura cette autre analogie, BHq + BGBH — BHGH, BGBH + BHGH — GHq :: BF, DF, & par 34. 11. on aura cette égalité, DFBHq + DFBGBH — DFBHGH $\propto$ BFBGBH + BFBHGH — BFGHq, & en ajoûtant BFGHq, & en ôtant DFBHq, on aura celle-cy, BFGHq — DFBHGH + DFBGBH $\propto$ BFBGBH + BFBHGH — DFBHq, & ſi au lieu du Plan BFGH on met ſon égal AFBH, parce que les quatre lignes BH, GH, BF, AF, ſont proportionnelles, à cauſe des triangles ſemblables BGH, ABF, & qu'on change AF — DF en AD, & qu'on retranche par tout la hauteur commune BH, on aura cette autre égalité ADGH + DFBG $\propto$ BFBG + ADBH, & ſi on change le Plan ADGH en ſon égal AEBG, & le Plan ADBH en ſon égal DEBG, à cauſe des triangles ſemblables BGH, ADE, & qu'on retranche la hauteur commune BG, on aura cette derniere égalité AE + DF $\propto$ BF + DE. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

Ayant connu par l'Analyſe precedente, que le point qu'on cherche eſt dans une ligne droite

droite qui passe par l'angle donné B, il suffira de chercher un point de cette ligne sur quelqu'autre ligne perpendiculaire à la ligne BC, comme D sur la perpendiculaire AF. Pour cette fin, tirez du point F la droite FM perpendiculaire à la ligne AB, & supposez,

BF $\propto a$.	BF, FM :: AD, AF.
FM $\propto b$.	a, b, :: x, $\frac{bx}{a}$.
BM $\propto c$.	
AF $\propto d$.	BE, BM :: AD, DE.
AD $\propto x$.	a, c :: x, $\frac{cx}{a}$.
Donc DF $\propto d - x$.	

& alors les autres lignes seront telles que vous les voyez icy marquées : & parce que la somme AE + DF doit être égale à la somme BF + DE, on aura cette Equation, $\frac{bx}{a} + d - x \propto a + \frac{cx}{a}$, dans laquelle on trouvera $x \propto \frac{ad - aa}{a - b + c}$: & en reduisant cette fraction en proportion, on aura cette analogie, $a - b + c, a :: d - a, x$, & en divisant on aura celle-cy, $b - c, a :: x + a - d, x$, ou FM — BM, BF :: BF — DF, AD. d'où l'on tire cette

Autre construction.

Ayant tiré du point F pris à volonté sur la ligne BC, les droites FA, FM, perpendiculaires aux deux BC, BA, cherchez aux trois lignes FM — BM, BF, BF — DF, une quatriéme proportionnelle AD, pour avoir le point D, par lequel & par l'angle donné B, vous tirerez la ligne locale BDL, qui sera la même qu'auparavant, de sorte que la somme AE + DF sera égale à la somme BF + DE.

Demonstration.

Puisque par la construction nous avons cette analogie, FM — BM, BF :: BF — DF, AD, si à la place des deux premiers termes FM — BM, BF, on met les deux AE — DE, AD, qui sont en même raison, à cause des triangles semblables ADE, BFM, on aura cette autre analogie, AE — DE, AD :: BF — DF, AD, & par consequent cette égalité AE — DE $\propto$ BF — DF, ou AE + DF $\propto$ BF + DE. Ce qu'il faloit démontrer.

Sans l'Analyse precedente, on peut trouver la même construction par l'Analyse des Anciens, en supposant le Probleme déja resolu, & en raisonnant de la sorte.

Puisque la somme AE + DF est égale à la somme BF + DE, la difference AE — DE sera égale à la difference BF — DF, & l'on pourra faire cette analogie, AE — DE, AD :: BF — DF, AD, & si au lieu des deux premiers termes AE — DE, AD, on met les deux FM — BM, BF, qui sont en même raison, à cause des triangles semblables ADE, BFM, on aura cette autre analogie, FM — BM, BF :: BF — DF, AD, qui fait connoître que pour trouver le point D, on doit chercher aux trois lignes FM — BM, BF, BF — DF, une quatriéme proportionnelle AD, comme il a été fait.

Quand on fait une demonstration sur une autre figure de Geometrie, on suppose que cette figure est autre qu'elle ne paroît sur le papier ; sçavoir telle que l'esprit la conçoit, & cela se nomme *Hypothese*.

L'*Hypothese* est donc une supposition de ce qui n'est pas pour ce qui peut être. D'où il suit qu'il n'est pas necessaire que l'Hypothese soit veritable, mais il suffit qu'elle soit possible : c'est pourquoy on peut faire plusieurs differentes Hypotheses sur un même sujet. Ainsi une même ligne peut être supposée tantôt droite & tantôt courbe, quelquefois la circonference d'un cercle, & quelquefois la circonference d'une Ellipse, &c. parce qu'elle peut être telle.

L'Hypothese est presque la même chose que le *Systeme*, qui est aussi une supposition ; la difference qu'il y a, est que cette supposition est plus étendue,

& qu'elle ne se fait dans les Mathematiques proprement qu'à l'égard de l'Univers, touchant la disposition des Cieux, & le mouvement des Astres. Il y a trois Systemes fameux du monde, le Systeme de *Ptolomée*, le Systeme de *Tycho*, & le Systeme de *Copernic*, dont nous parlerons dans la *Theorie des Planetes*.

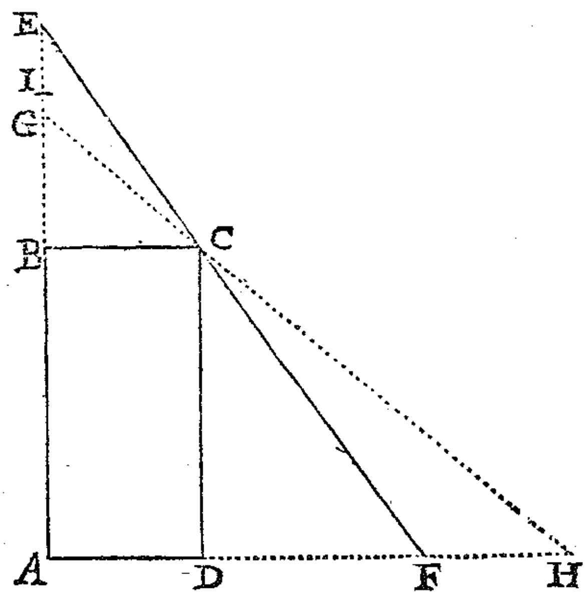
Il ne reste plus icy qu'à parler de ce qu'on apelle communément *Plus Grands & Plus Petits*, qui est la maniere de resoudre un Probleme, qui donne la plus grande ou la plus petite quantité de toutes celles que l'on peut avoir par son moyen. Cela se comprendra mieux par les deux exemples suivans.

PROBLEME I.

Tirer par l'angle droit C du Rectangle donné ABCD, la droite EF, terminée en E & en F, par les deux côtez prolongez AB, AD, en sorte que la somme des quarrez CE, CF, soit la plus petite de toutes.

Pour resoudre cette Question, déterminons la somme des quarrez CE, CF, en la supposant égale au quarré d'une ligne donnée, comme AI.

Si l'on suppose BC $\propto a$, CD $\propto b$, AG $\propto c$, & BE $\propto x$, on aura DF $\propto \frac{ab}{x}$, CE$q \propto xx + aa$, & CF$q \propto \frac{aabb}{xx} + bb$, & par consequent cette Equation, $xx + aa + \frac{aabb}{xx} + bb \propto cc$, ou $x^4 + aaxx + bbxx - ccxx - aabb \propto 0$, dans laquelle on trouvera $xx \propto \frac{1}{2}cc - \frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}bb + \frac{1}{2}\sqrt{c^4 - 2aacc - 2bbcc - 2aabb + a^4 + b^4}$: d'où il faut faire évanoüir l'asymmetrie, parce qu'elle est quarrée, afin que la quantité c devienne la plus petite de toutes, par cette Equation, $c^4 - 2aacc - 2bbcc - 2aabb + a^4 + b^4 \propto 0$, dans laquelle on trouvera $c \propto a + b$, & alors on trouvera $x \propto \sqrt{ab}$. Ce qui fait connoître que la ligne BE est moyenne proportionnelle entre les deux AB, BC.



Construction.

Si donc on prend sur la ligne AB prolongée, la ligne BE moyenne proportionnelle entre les deux AB, BC, & que l'on tire du point E, au point donné C, la droite ECF, la somme des quarrez CE, CF, sera la plus petite de toutes, comme par exemple plus petite que la somme des quarrez CG, CH, en tirant par le point donné C, une autre ligne quelconque GH.

Demonstration.

Dans les triangles semblables EBC, CBF, on a cette analogie BEq, ou BCD, BCq:: DCq, DFq, & à cause de la hauteur BC, qui est commune aux deux premiers termes, on a celle-cy, CD, BC : : CDq, DFq, & si l'on donne aux deux premiers termes la hauteur commune CD, on aura celle-cy, CDq, BCD : : CDq, DFq, & par consequent DFq ∞ BCD, & parce que l'on a aussi BEq ∞ BCD, par la construction, on connoît que les deux lignes BE, DF, sont égales.

Dans les triangles semblables GBC, CDH, on a cette analogie, BG, BC : : CD, DH, & par consequent cette égalité, BCD ∞ BGDH, & comme nous avons 2BGDH, moindre que BGq + DHq, par 4. 2. Nous aurons 2BCD, ou BEq + DFq moindre que BGq + DHq, & ajoûtant BCq + CDq, nous aurons CEq + CFq moindre que CGq + CHq. Ce qu'il faloit démontrer.

PROBLEME II.

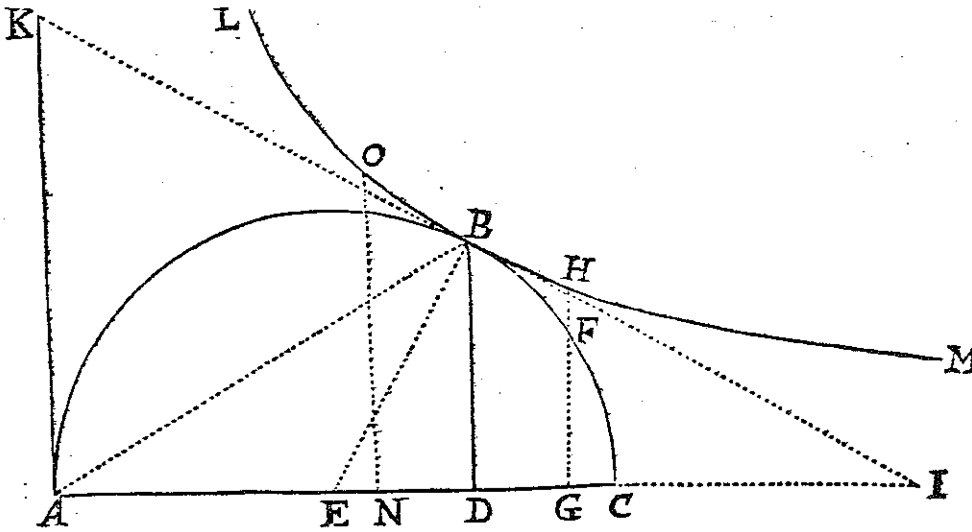
Tirer au dedans du demi-cercle donné ABC, la droite BD perpendiculaire au diametre AC, en sorte que le Rectangle ADB soit le plus grand de tous. 18

DEterminons comme auparavant le Probleme, en supposant que le Rectangle ADB soit égal au quarré de la ligne donnée AN.

Si l'on suppose le demi-diametre AE, ou EC, ou EB ∞ a, AN ∞ b, ED ∞ x, & BD ∞ y, on aura AD ∞ $a + x$, & dans le triangle rectangle EDB, on trouvera ce lieu au cercle donné $xx + yy$ ∞ aa : & parce que le Rectangle ADB, doit être égal au quarré AN, on aura ce lieu à l'Hyperbole entre ses asymptotes, $ay + xy$ ∞ bb.

Pour joindre ensemble ces deux lieux, tirez du point A, la ligne indéfinie AK perpendiculaire au diametre AC, & du point N la droite NO perpendiculaire & égale à la ligne AN, & décrivez du centre A par le point O, au dedans des Asymptotes AC, AK, l'Hyperbole LOM, qui rencontre icy le cercle donné au point B, duquel on tirera la droite BD perpendiculaire au diametre AC ; & le Rectangle ADB sera égal au quarré AN, 20 puisqu'il est égal au Rectangle ANO, par la proprieté des Asymptotes.

Il est évident que lorsque le Rectangle ADB sera le plus grand de tous, auquel cas la ligne AN sera aussi la plus grande de toutes, l'Hyperbole touchera seulement le cercle en un point, comme B, que nous trouverons en cette sorte.



Ayant tiré par le point d'attouchement B, la droite KI perpendiculaire au rayon EB, elle touchera le cercle & l'Hyperbole au même point B, & les deux lignes AD, DI, seront égales, par la proprieté des Asymptotes ; & à cause de AD ∞ $a + x$, on aura aussi DI $\propto a + x$, & dans le triangle rectangle EBI, on trouvera $yy \propto ax + xx$: & parce que dans le triangle rectangle EDB, on trouve $yy \propto aa - xx$, on aura cette Equation, $ax + xx \propto aa - xx$, dans laquelle on trouvera $x \propto \frac{1}{2}a$, ce qui fait connoître que la ligne ED est égale à la moitié du rayon EC, & que par consequent l'arc BC est de 60 degrez.

CONSTRUCTION.

Si donc du point D milieu du rayon EC, on tire la droite DB perpendiculaire au même rayon EC, le Rectangle ADB sera le plus grand de tous, comme par exemple plus grand que le Rectangle AGF, en tirant une droite quelconque GH perpendiculaire au diametre AC.

DEMONSTRATION.

Pour la demonstration, prolongez le diametre AC en I, en sorte que les lignes AD, DI, soient égales, & joignez la droite BI, qui touchera le cercle donné ABC au point B, comme il sera aisé de connoître en tirant la droite AB. Décrivez encore par le point B, entre les Asymptotes AI, AK, l'Hyperbole LBM, laquelle touchera la ligne BI, au point B, à cause des deux lignes égales AD, DI; d'où il suit qu'elle touchera aussi le cercle donné ABC au même point B.

Cette preparation étant faite, on considerera quepuisque le Rectangle ADB est égal au Rectangle AGH, par la nature des Asymptotes, & que le Rectangle AGH est plus grand que le Rectangle AGF, le Rectangle ADB sera aussi plus grand que le même Rectangle AGF. Ce qu'il faloit démontrer.

GEOMETRIE.

La Geometrie considerée comme une partie de la Mathematique pure, est la science de la Grandeur par rapport à elle-même, sans y comprendre aucun mélange de sujet ou de matiere sensible.

La Grandeur est une quantité qui a de l'étendue, & dont les parties sont jointes ensemble, & alors on la nomme *Quantité continue*, laquelle se divise en *Permanente*, & en *Successive*.

La *Quantité continue permanente* est celle dont les parties se tiennent ensemble par des liens communs, par rapport à l'espace, ou au lieu qu'elle occupe: comme les *Lignes*, les *Plans*, & les *Solides*.

La *Quantité continue successive* est celle dont les parties sont liées ensemble par rapport au *tems* dans lequel elles subsistent.

Le Tems est la durée d'un écoulement continu de plusieurs *Momens*, ou la durée d'un mouvement uniforme & sans interruption.

Le Moment, selon le commun, est une partie tres-petite du tems, mais, selon les Mathematiciens, c'est une partie indivisible du tems; de sorte que le moment est à l'égard du tems, ce que le point Mathematique est à l'égard de la ligne.

La Geometrie se divise en *Speculative*, & en *Pratique*.

GEOMETRIE SPECULATIVE.

La *Geometrie Speculative* considère simplement les proprietez de la quantité continue. Elle a ses Elemens, qu'on apelle *Elemens d'Euclide*, lesquels sont un amas de plusieurs Propositions Problematiques & Theorematiques, tirées les unes des autres, & démontrées par les premiers Principes, dont nous avons parlé au commencement de ce Livre. Outre ces Elemens il y a les Livres de la Sphere & du Cylindre, de la dimension du cercle & de la Quadrature de la Parabole par *Archimede*. Les Coniques d'*Apollonius*, & les Cylindriques de *Serenus*, les Spheriques de *Theodose*, & plusieurs autres, qui se demontrent par les Elemens d'Euclide.

Le *Point Mathematique*, ou *Indivisible*, est ce qui n'a aucunes parties, c'est-à-dire aucune longueur, ni aucune largeur, ni aucune profondeur, & qui par consequent ne peut être conceu que par l'entendement. Il peut être *Central*, & *Secant*.

Le *Point Central*, ou *Centre* est le milieu d'une figure.

Le *Point Secant*, ou *De section* est le point où plusieurs lignes droites ou courbes s'entrecoupent.

Le Point est le principe de la quantité continue, qui se produit par le mouvement, sçavoir la *Ligne* par le mouvement du point : la *Surface*, ou *Superficie* par le mouvement de la Ligne : & le *Corps* ou *Solide* par le mouvement de la Superficie.

La LIGNE est une étendue en longueur sans largeur, ny profondeur. Il est évident que les extremitez d'une ligne sont des points : car puisqu'elle commence par un point, elle doit finir aussi par un point. Elle peut être *Droite*, & *Courbe*.

La *Ligne Droite* est celle qui a toutes ses parties également posées entre ses extremitez, en sorte que l'une de ces parties ne s'éleve & ne s'abaisse point plus que l'autre. Il est évident que la Ligne droite est uniquë, c'est à dire qu'il n'y a pas de diverses especes de lignes droites.

La *Ligne Courbe* est celle qui n'a pas toutes ses parties également posées entre ses extremitez. Elle peut être *Reguliere*, & *Irreguliere*.

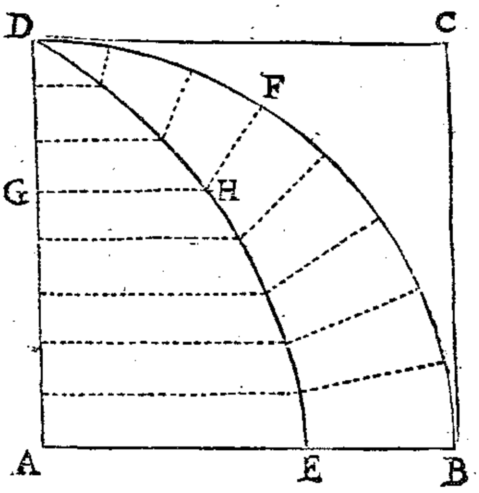
La *Ligne Reguliere*, est une ligne courbe, dont la courbure se conduit toûjours d'un même sens : comme les Sections coniques ; & plusieurs autres.

La *Ligne Irreguliere* est une ligne courbe qui a un point d'inflexion, c'est à dire qui étant continuée se recourbe d'un sens contraire : comme la Conchoïde, la Parabole solide qui a un quarré pour Parametre, & plusieurs autres, dont nous parlerons dans la suite.

Les Lignes regulieres & irregulieres peuvent être *Mecaniques*, & *Geometriques*.

La *Ligne Mecanique* est une ligne courbe, qui n'a point d'Equation propre à exprimer la Relation de tous ses points sur quelque ligne droite. Telle est la *Quadratrice* de *Dinostrate*, & plusieurs autres, dont quelques-unes seront icy expliquées.

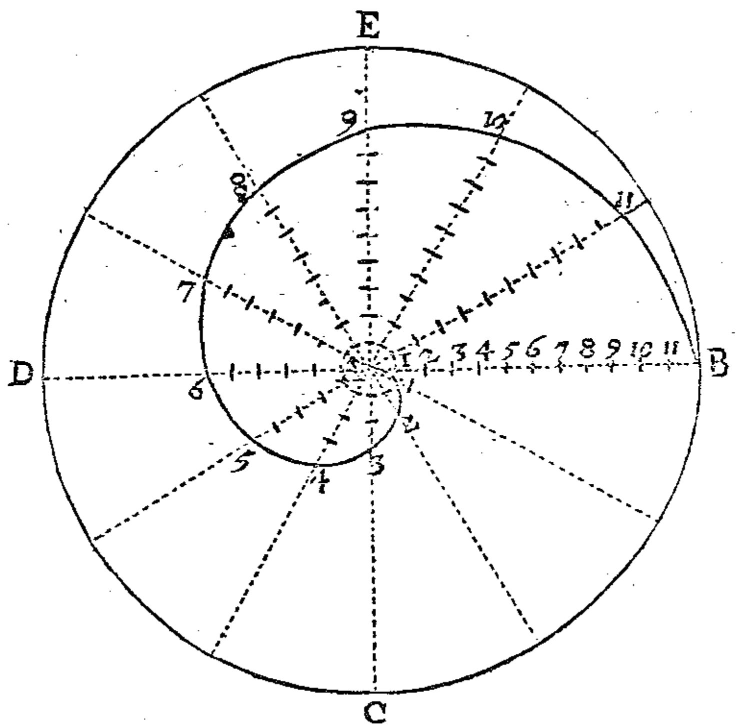
Soit au dedans du Quarré ABCD, le quart BD de la circonference d'un cercle, ayant son centre à l'angle A du Quarré. Faites mouvoir par pensée le demi-diametre AD, depuis D vers B, à l'entour du centre A, d'un mouvement uniforme par tous les points de la circonference BD, & faites aussi mouvoir en même tems le côté CD, depuis C vers B, par un mouvement aussi uniforme, & parallelement à son côté opposé AB, en sorte qu'en autant de parties égales que l'arc BFD sera divisé par le rayon AD,



aussi en autant de parties égales le côté BC sera divisé par le côté CD, lequel dans ce cas sera coupé successivement par le rayon AD, en des points qui composeront la ligne courbe DHE, que nous apellons *Quadratrice Mecanique*, parce qu'elle contribue à une Quadrature mecanique du cercle. Comme si par exemple le Rayon AD est parvenu au point F de la troisiéme division, aussi le côté CD sera parvenu au point G de la troisiéme division, en commençant depuis D, & ces deux lignes dans cette situation s'entrecouperont au point H de la Quadratrice. C'est ainsi que tous les autres points se trouvent excepté le point E de la Base AE de la Quadratrice, parce que quand le rayon AD tombe sur AB, le côté CD tombe aussi sur AB, ce qui empêche ces deux lignes AD, CD, de s'entrecouper, & ainsi d'avoir le point E.

Il est aisé de concevoir par la figure, qu'on peut trouver par le Compas & par la Regle autant de points que l'on voudra de la Quadratrice DHE, excepté le point E, qui ne se peut trouver qu'en tâtonnant, autrement la Quadrature geometrique du cercle seroit trouvée, parce que la base AE, le rayon AB, & l'arc BFD, sont trois lignes proportionnelles, comme il est demontré dans *Pappus Prop.* 26. *L.* 4. & aussi par *Clavius*, & par plusieurs autres.

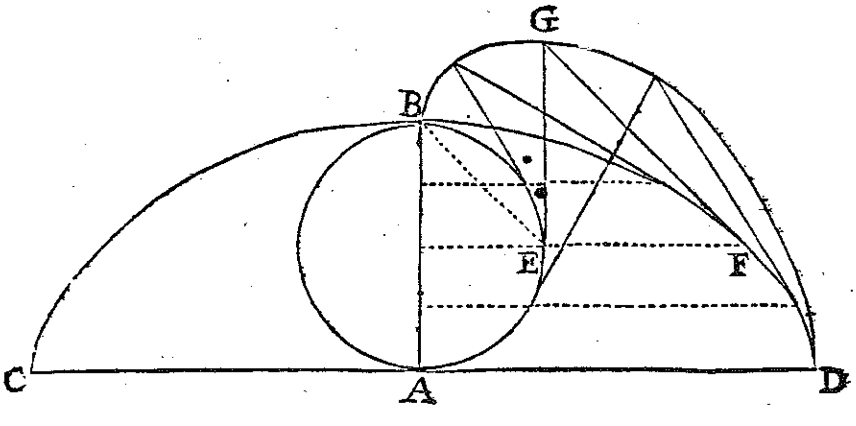
Soit le centre A, & le demidiametre AB, du cercle BCDE. Faites mouvoir par pensée le rayon AB, à l'entour du centre A, d'un mouvement uniforme par tous les points de la circonference BCDE, depuis B vers C: &



faites aussi mouvoir en même tems un point depuis le centre A vers B, sur le même rayon AB, par un mouvement aussi uniforme, en sorte qu'en autant de parties égales que le Cercle sera divisé par le demidiametre AB, en autant aussi de parties égales le même demidiametre AB soit divisé par le point qui part du centre A; ce même point par son double mouvement de A vers B & vers C, decrira la ligne courbe A 3 6 9 B, apellée *Spirale*, ou *Helice*, de laquelle *Archimede* a fait un Traité particulier, c'est pourquoy je n'en parleray pas davantage; Je diray seulement que cette Spirale decrite par une circonvolution entiere se nomme *Premiere*, la *Seconde* étant celle que l'on peut avoir par une seconde circonvolution entiere du rayon AB cependant que le point qui part du centre A continue à se mouvoir en même tems au delà de B, par un mouvement toûjours uniforme, &c.

Soit la ligne AB perpendiculaire à la ligne CD, & soit decrit à l'entour de la même ligne AB, un cercle, que l'on fasse rouler le long de la ligne CD, depuis A de côté & d'autre, jusqu'à ce que l'extremité B du diametre AB, soit parvenue en descendant aux points C, D, auquel cas la droite CD sera égale à la circonference de ce cercle. Alors cette même extremité B, decrira par son mouvement la ligne courbe CBD, apellée *Cycloïde*, & *Roulette*, dont l'invention est attribuée au *P. Mersenne*, & qui a plusieurs belles proprietez, dont les principales seront icy declarées en peu de mots.

1. Si l'on tire par quelque point F de la cycloide la touchante FG, cette touchante FG sera parallele à la corde correspondante BE dans le cercle generateur.



2. Si par le point F pris à discretion sur la cycloide on tire parallelement à la base CD, la droite EF terminée en E par la circonference du cercle generateur, cette ligne EF sera égale à l'arc correspondant EB, du même cercle generateur.

3. Si des extremitez E, F, de la même ligne EF, on tire la touchante EG, au cercle, & la touchante FG à la cycloïde, ces deux touchantes EG, FG, se couperont au point G de la courbe BGD, qui est la *Ligne d'évolution* du demicercle AEB, à cause de la ligne EG égale à la ligne EF, & par consequent à l'arc EB.

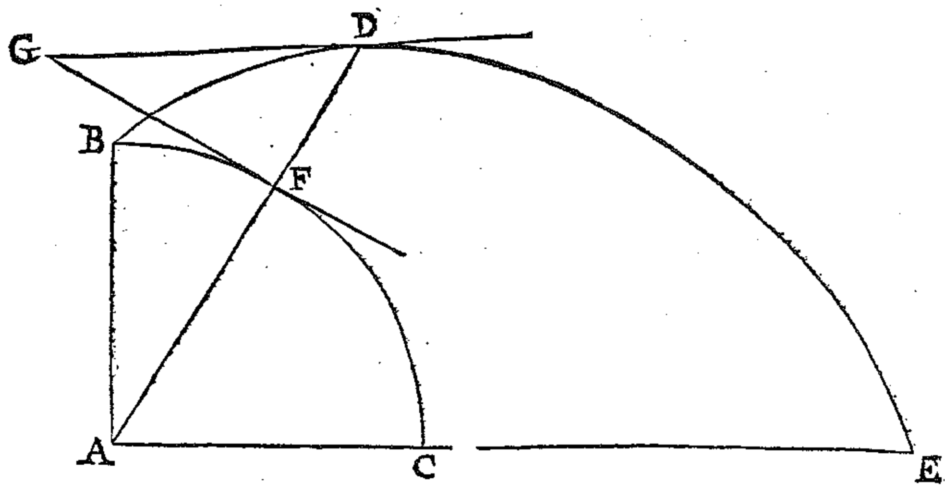
La

La *Ligne d'Evolution* à l'égard d'une ligne courbe, c'est une autre ligne courbe décrite par l'extremité d'un filet, lequel envelopant la premiere ligne courbe est tendu en ligne droite qui touche cette courbe par un mouvement continuel, jusqu'à ce qu'il soit entierement developé de la même ligne courbe.

Comme si l'on plie un filet à l'entour du demicercle AEB, en sorte que l'une de ses extremitez étant en A, l'autre soit en B, & que l'on tende continuellement ce filet en commençant par l'extremité B, cette extremité B du filet décrira par son mouvement la courbe BG, lorsqu'étant tendu, l'arc BE sera developé jusqu'en E, où il sera touché par le filet EG, qui sera toûjours perpendiculaire à la ligne d'évolution, laquelle finira en D, lorsque tout l'arc BEA sera developé, & que le filet aura pris la situation de la ligne AD, laquelle par consequent sera égale à l'arc AEB. *M. Hugens* a demontré que la ligne d'évolution qui naît de la Cycloide est une autre cycloïde égale & semblable.

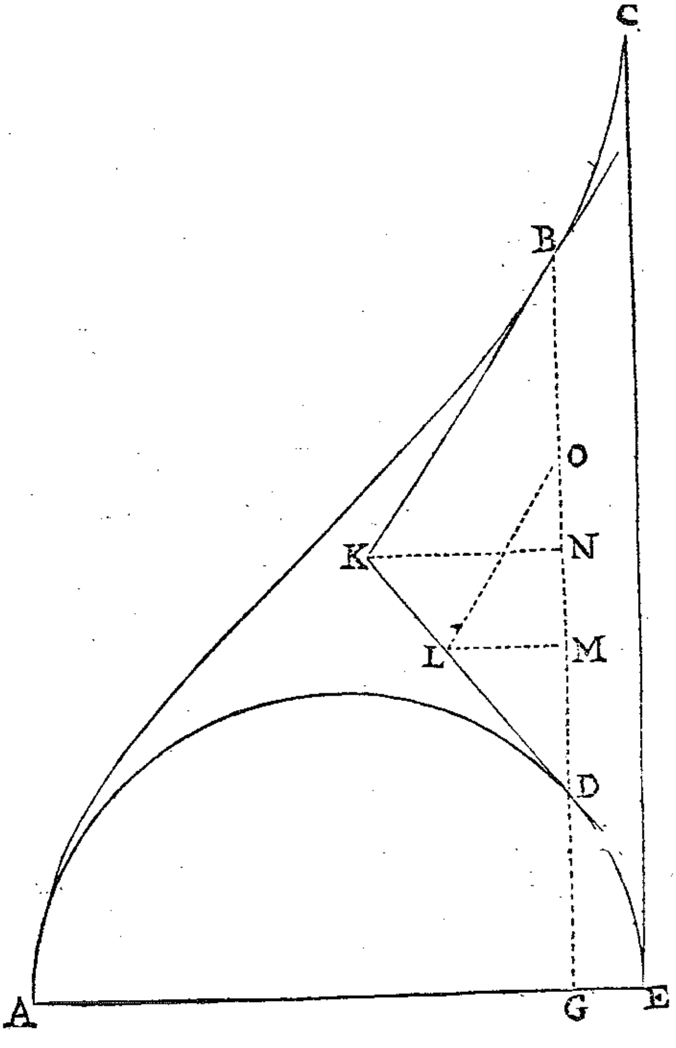
4. L'espace terminé par la Cycloïde CBD, & par la base CD, est triple de celuy du cercle generateur AEB. D'où il suit que l'espace de la Cycloïde est divisé en trois parties égales par la circonference du cercle generateur dans la situation qu'il a dans la figure, c'est à dire lorsqu'il touche la Cycloïde.

Il est évident que les trois lignes precedentes sont regulieres, aussi bien que la suivante BDE, dont la proprieté est telle que si du centre A, du quart de cercle BFC, on tire une ligne quelconque AFD, qui coupe les deux lignes courbes BFC, BDE, la partie interceptée FD est égale à l'arc correspondant BF. D'où il est aisé de conclure que la base CE est égale à tout l'arc BFC.



La proprieté de la touchante de cette quatriéme ligne courbe, est que si par les extremitez F, D, de la même ligne, interceptée FD, on tire les touchantes FG, DG, qui se coupent en G, les quatre lignes AF, AD, FD, FG, sont proportionnelles, comme nous avons demontré dans nôtre grand *Traité d'Algebre*. D'où il est aisé de tirer une touchante par un point donné sur la courbe BDE, lorsqu'on en sçaura tirer une à la generatrice BFC, laquelle peut être autre que la circonference d'un cercle. Comme si le point donné est D, on tirera par ce point D, au centre A, la droite AD, qui donnera sur la circonference BFC, le point F, par lequel on tirera la touchante FG, quatriéme proportionnelle aux trois lignes AF, AD, DF, pour avoir le point G, par lequel, & par le point donné D, on tirera la touchante GD.

Afin que vous ayez un exemple d'une ligne mecanique irreguliere, nous ajoûterons encore icy la suivante ABC, dont la proprieté est telle que si l'on
40 tire une droite quelconque BG perpendiculaire au diametre AE du cercle generateur ADE, & terminée en G par le diametre AE, & en B, par la courbe ABC, cette perpendiculaire BG est égale à l'arc correspondant AD.



D'où il suit que la perpendiculaire CE est égale à toute la circonference ADE.

La proprieté de la touchante de cette cinquiéme ligne courbe est que si par les extremitez B, D, de la partie BD terminée par les deux circonferences ABC, ADE, on tire les touchantes BK, DK, qui se coupent en K, duquel on tire la droite KN perpendiculaire à la ligne BD, ou parallele au diametre AE, les lignes BN, KD, seront égales entre elles, comme nous avons aussi demontré dans nôtre grand *Traité d'Algebre*. D'où l'on tire une methode aisée pour tirer une touchante par un point donné sur la courbe ABC : comme si le point donné est B, tirez par ce point B, au diametre AE, la perpendiculaire BG, qui donnera sur la circonference ADE, le point D, par lequel vous tirerez la touchante DK d'une telle longueur, que quand on aura tiré de son extremité K, la droite KN perpendiculaire à la ligne BG, la partie BN soit égale à la touchante DK : car ainsi vous aurez le point K, par lequel & par le point donné B, vous tirerez la touchante KB.

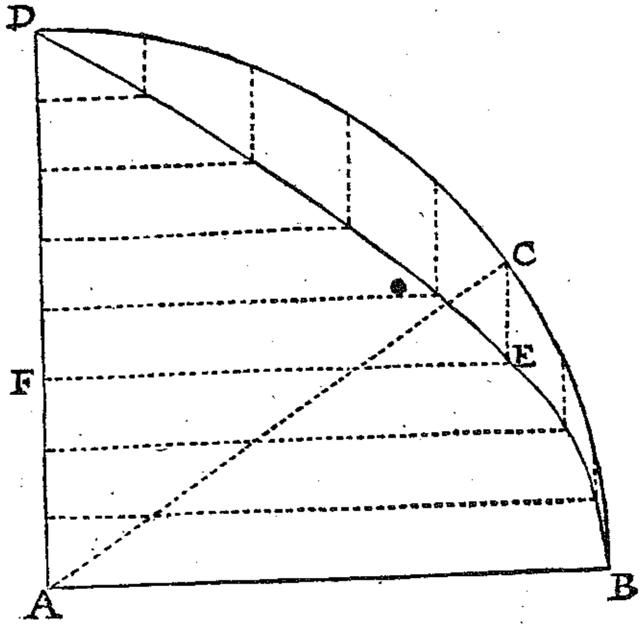
Mais pour determiner la longueur de la touchante DK, selon la condition que nous venons de prescrire, tirez par le point L pris à discretion sur la touchante indefinie DK, la droite LM parallele au diametre AE, ou perpendiculaire à la ligne BG, sur laquelle ayant pris MO égale à DL, vous joindrez la droite OL, pour luy tirer du point donné B, la parallele BK, qui sera la touchante qu'on cherche.

Vous remarquerez icy en passant, que l'espace compris par la courbe ABC, & par les droites AE, CE, est égal au cercle, dont le diametre est AE. D'où il suit que la circonference ADE divise cet espace en deux également.

On peut par le moyen de toutes ces lignes courbes diviser un angle donné selon une raison donnée, mais cela se peut faire bien plus facilement par le moyen de la courbe suivante BED, dont on peut trouver geometriquement autant de points que l'on voudra en cette sorte.

Divisez l'arc de cercle BCD, dont le centre est A, en autant de parties égales qu'il vous plaira, & le plus grand sera le meilleur, ce qui sera toûjours facile, si le nombre des divisions est pairement pair, parce qu'un arc de cercle se peut diviser continuellement en deux parties égales avec une tres-grande facilité. Divisez aussi le rayon AD en autant de parties égales, & tirez des points de division du rayon AD des lignes paralleles à l'autre rayon AB, & pareillement des points de division de l'arc de cercle BCD, des lignes paralleles au rayon AD, lesquelles couperont les precedentes en des points par où vous conduirez la courbe BED, qui nous servira à diviser un angle donné en autant de parties égales que l'on voudra, comme par exemple en cinq, en cette sorte.

Ayant fait au centre A, l'angle DAC égal au donné, tirez par le point C, où la ligne AC coupe l'arc de cercle BCD, la droite CE parallele au rayon AD, & par le point E, où cette parallele CE rencontre la courbe BED, tirez la droite EF parallele à l'autre rayon AB. Aprés cela puisqu'il est proposé de diviser l'angle CAD, ou l'arc CD en cinq parties égales, divisez la partie correspondante DF du rayon AD, en cinq parties égales, & menez par les points de division autant de lignes paralleles au rayon AB,

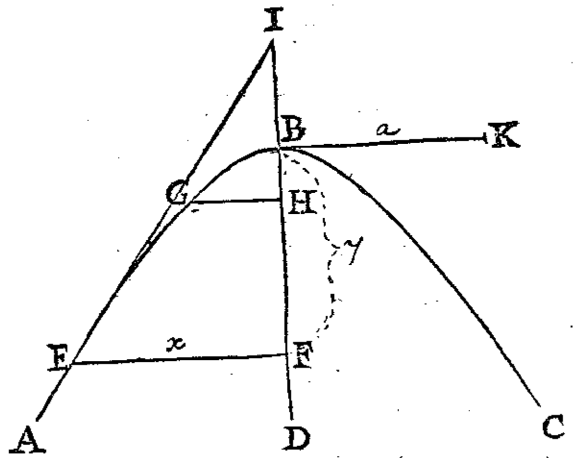


lesquelles rencontreront la partie correspondante DE de la courbe BEC, en des points, par où il faudra tirer autant de lignes paralleles au rayon AD, lesquelles diviseront l'arc CD en cinq parties égales, comme il étoit proposé.

Cette ligne courbe est de l'invention de *M. Tschirnhaus*, lequel dit que quand ABCD est un quart de cercle, *l'espace ABED est au quarré AB, comme le rayon AB, à la circonference* BCD : mais il ne le demontre point. Il dit aussi sans aucune demonstration que *le Solide qui est produit par la circonvolution de la figure ABED à l'entour de l'arc AB, est au cylindre cir-*
19 *conscrit, comme* 1 *est à* 2. Ce second Theoreme seroit vray, si la courbe BED étoit une Parabole, comme nous avons demontré dans nôtre *Geometrie Pratique :* & le premier aprocheroit d'être vray, par ce que l'espace Parabolique ABED est au quarré circonscrit, dans la raison de 2 à 3, comme nous avons aussi demontré dans nôtre *Geometrie Pratique*, & que le rayon AB est à la circonference BCD environ dans cette même raison. Car le rayon AB est à la circonference entiere, comme 50 est à 314, ou comme 100 à 628, comme il a été encore demontré dans nôtre *Geometrie Pratique*. D'où il suit que le rayon AB est au quart BCD de la circonference, comme 100 à 157, ce qui est environ comme 2 à 3. Or comme la courbe BED de *M. Tschirnhaus*
20 aproche fort d'une Parabole, il s'ensuit que ses deux Theoremes sont à peu prés veritables.

La *Ligne Geometrique* est celle, où la relation de ses points sur une ligne droite se peut exprimer par une Equation, que nous apellerons *Equation Locale*, dans laquelle il y a toûjours deux lettres indeterminées, lesquelles font ensemble, ou separément deux ou plusieurs dimensions. Quand elles font deux dimenſions, la ligne courbe s'apelle *Ligne du premier genre*, telles que ſont les *Sections coniques*, dont nous parlerons ſur la fin de cette Geometrie Speculative. Quand elles font trois ou quatre dimenſions, la ligne courbe ſe nomme *Ligne du troiſiéme genre*, telles que ſont la *Parabole Solide*, la *Ciſſoïde*, la *Conchoïde*, la *Cycloïde Geometrique*, la *Quadratrice Geometrique*, & pluſieurs autres, dont quelques-unes ſeront icy expliquées, aprés que nous aurons dit, que quand les deux lettres indeterminées feront enſemble ou ſeparément cinq ou ſix dimenſions dans l'Equation Locale, alors la ligne courbe s'apellera *Ligne du quatriéme genre*, & ainſi en ſuite.

La Ligne courbe ABC eſt une Parabole ſolide, telle que les cubes des ordonnées à l'axe BD, comme EF, GH, ſont dans la raiſon des quarrez



des parties correſpondantes de l'axe BF, BH. La ligne BK, qui eſt donnée de grandeur, & qui ſert pour la deſcription de la courbe ABC, ſe nomme *Parametre*, qui eſt tel que le Solide ſous ce Parametre BK & le quarré BH eſt égal au cube de l'ordonnée correſpondante GH, & que pareillement le Solide ſous le même Parametre BK & le quarré de la partie BF, eſt égal au quarré de l'ordonnée correſpondante EF. Ainſi des autres. Dans les Sections coniques nous dirons ce que c'eſt qu'*Axe*, qu'*Ordonnée*, &c. dans une ligne courbe.

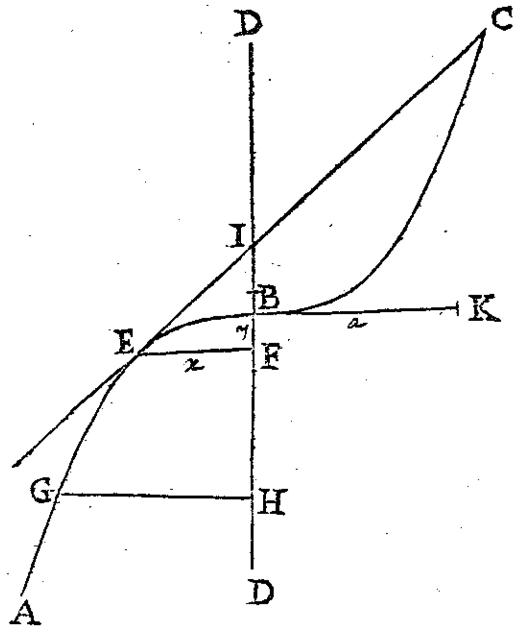
La proprieté de la touchante de cette Parabole ſolide, comme de EI, qui touche la parabole ABC à l'extremité E de l'ordonnée EF, & rencontre l'axe BD prolongé en I, eſt que la partie exterieure BI eſt toûjours égale à la moitié de la partie interieure correſpondante BF. D'où il ſuit que toute la ligne IF eſt triple de la ligne BI, ce qui contribue à la quadrature de cette Parabole : car on trouvera par les principes qui ont été enſeignez dans nôtre *Geometrie Pratique* que l'eſpace de cette Parabole eſt au rectangle ayant la même baſe & la même hauteur, comme $\frac{3}{5}$ eſt à $\frac{5}{5}$.

Si l'on ſuppoſe $BK \propto a$, $EF \propto x$, $BF \propto y$, l'Equation Locale de cette Parabole ſelon ſa proprieté ſera telle, $x^3 \propto ayy$, qui fait connoître que la Parabole ABC eſt du ſecond genre.

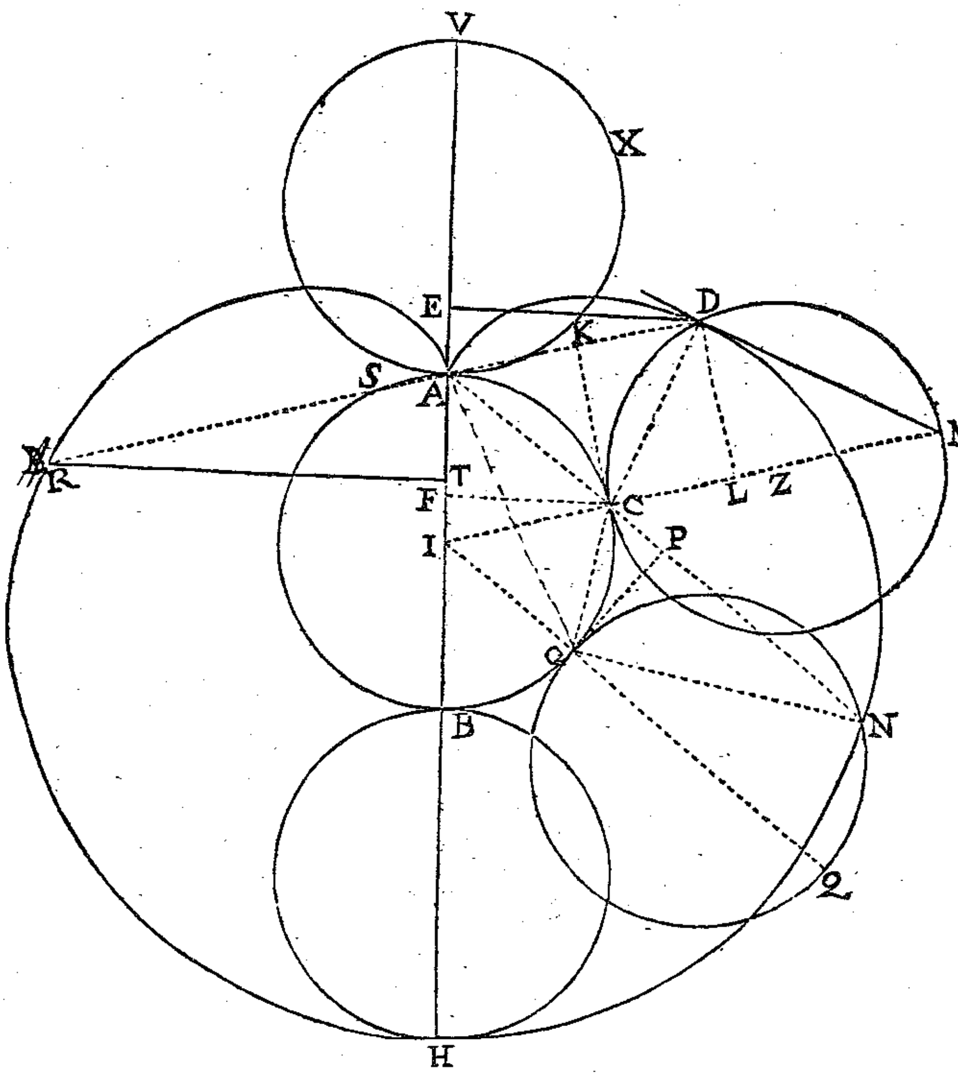
Cette Parabole solide est reguliere, mais la suivante ABC est irreguliere, dont la proprieté est telle que le cube de l'ordonnée EF est égal au solide sous la partie correspondante BF & le quarré de la ligne BK, & que pareillement le cube de l'ordonnée GH est égal au solide sous la partie correspondante BH & le quarré de la même ligne BK, lequel par consequent sera le Parametre de cette Parabole. Ainsi des autres ; D'où il suit que les cubes des ordonnées EF, GH, sont dans la raison des parties correspondantes de l'axe BF, BH.

La proprieté de la touchante de cette seconde Parabole solide, comme de EI, qui touche la Parabole en E, & la coupe en C, parce que cette Parabole est irreguliere, est que la partie BI est double de la partie BF, d'où l'on peut aussi tirer une quadrature facile de cette Parabole, comme l'on peut voir dans nôtre *Geometrie Pratique*.

Si l'on suppose BK $\propto a$, EF $\propto x$, BF $\propto y$, l'Equation Locale de cette Parabole selon sa proprieté sera telle, $aay \propto x^3$, qui fait connoître que cette seconde Parabole solide est encore une ligne du second genre.



Soient deux cercles égaux ACB, AXV, dont les diametres AB, AV, fassent la ligne droite BV. Faites rouler par pensée la circonference du cercle AXV sur la circonference de son égal ACB, & alors l'extremité A du diametre VA, decrira par ce mouvement la ligne courbe ANHR, que nous apellerons *Cycloïde Geometrique*, parce qu'on y peut trouver une Equation, qui exprime la relation de ses points sur la droite VH. Car si l'on tire du point D pris à discretion sur cette Cycloïde la droite DE perpendiculaire à la ligne VH, & que l'on suppose AB $\propto a$, DE $\propto x$, AE $\propto y$, on trouvera cette Equation Locale $x^4 + 2xxyy + y^4 + 2axxy + 2ay^3 - aaxx \propto 0$, qui



fait connoître que la Cycloïde geometrique est du second genre. Cette Equation Locale se changera en celle-cy, $x^4 + 2xxyy + y^4 - 2axxy - 2ay^3 - aaxx \propto 0$, lorsque le point E de la perpendiculaire DE tombera au dedans de la Cycloïde, comme il arrive à l'égard de la perpendiculaire RT, en supposant RT $\propto x$, AT $\propto y$, & AB $\propto a$, pour avoir BT $\propto a - y$, &c.

Il est évident que quand le cercle mobile AXV aura pris la situation du cercle CDM, le point A sera parvenu en D, & que l'arc CD sera égal à l'arc CA : & que quand il aura pris la situation du cercle ONQ, le même point A sera parvenu en N, & que l'arc ON sera égal à l'arc OA : & qu'enfin quand il aura pris la situation du cercle BH, le point A sera parvenu en H, & aura décrit par son mouvement tout l'arc de la Cycloide ADNH.

Il est aussi évident que si par le sommet A, on tire une droite quelconque RD terminée aux points R, D, par la Cycloïde, cette droite RD sera divisée en deux également au point S, par la circonference du cercle immobile ACBS, & que chaque moitié SR, SD, sera égale au diametre AB du même cercle.

Vous prendrez garde que la droite CD est perpendiculaire à la Cycloïde, & que par consequent la droite MD touche la Cycloide au point D. La demonstration en est aisée, car on demontrera facilement que la droite CD est la plus courte de toutes celles que l'on peut tirer du point C, à la Cycloïde, comme par exemple plus courte que la droite CN. Car si l'on conçoit que le cercle mobile passe par le point N, en sorte qu'il touche l'immobile au point O, & qu'on mêne les droites OA, ON, qui seront égales entre elles par la generation de la Cycloïde, & que l'on tire encore la corde OC, & le rayon IO, on connoîtra que dans les triangles AOC, CON, le côté OA étant égal au côté ON, & le côté OC étant commun, & l'angle compris AOC étant moindre que l'angle compris CON, la base CA, ou CD son égale sera moindre que la base CN, ce qu'il faloit demontrer.

Mais on connoîtra que l'angle AOC est moindre que l'angle CON, en tirant du point O sur la ligne droite IOQ, la perpendiculaire OP, qui tombera au dehors de chaque cercle, & les touchera au même point O. C'est pourquoy si des angles égaux POI, POQ, on ôte les deux égaux AOI, NOQ, il restera l'angle POA égal à l'angle PON, & par consequent l'angle COA, moindre que l'angle CON.

D'où il suit que pour tirer une touchante par un point donné sur la Cycloïde, comme par le point donné D, il n'y a qu'à faire deux arcs de cercle, dont l'un soit décrit du point donné D, à l'intervale du rayon AI, & l'autre du centre I, à l'intervale du diametre AB, & par la section Z de ces deux arcs tirer du centre I, la droite IZM, en sorte que la partie ZM soit égale à la partie ZC, c'est-à-dire au rayon CI, pour tirer la droite MD, qui sera la touchante qu'on cherche.

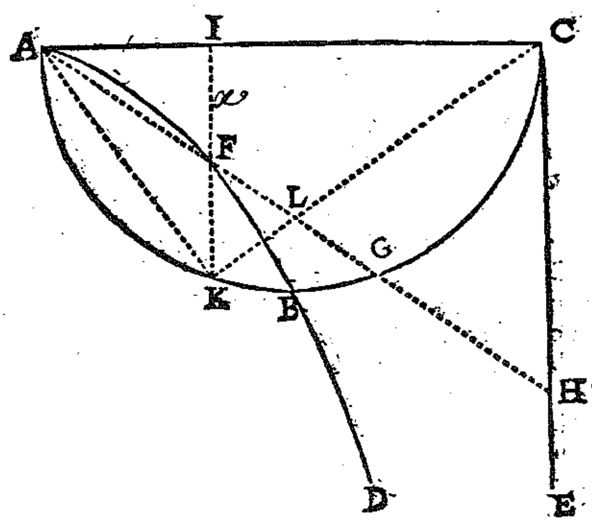
Il a été démontré que cette Cycloïde ANHR est quadruple de son axe AH, & qu'elle comprend un espace sextuple de celuy du cercle generateur, & de plus que cette Cycloïde décrit par son évolution une autre Cycloïde semblable qui est triple.

Nous entendons pour *Cercle generateur*, celuy qui par son mouvement ou autrement contribue à la description de la ligne courbe. Telle est le demi-cercle suivant ABE, lequel avec la ligne CE, qui est perpendiculaire au diametre AC, contribue à la description de la Cissoïde AFBD ; car si on tire une droite quelconque AH, qui coupe la Cissoïde en F, & la circonference ABC en G, la partie GH est égale à la partie AF.

Il suit de cette proprieté essentielle plusieurs autres proprietez, que nous avons toutes démontrées dans nôtre grand Traité d'*Algebre* : c'est pourquoy il suffira icy de vous les indiquer.

1. La perpendiculaire CE est *Asymptote* de la Cissoïde, c'est-à-dire telle qu'elle approche continuellement de la Cissoïde, quand ces deux lignes sont prolongées,

$AC = a.$
$IF = x.$
$AI = y.$
$CI = a - y.$
$IK = \sqrt{ay - yy}.$
$AK = \sqrt{ay}.$
$CK = \sqrt{aa - ay}.$
$CH = \frac{ax}{y}.$



prolongées, sans jamais la rencontrer, de sorte que ces deux lignes sont toûjours éloignées entr'elles d'une distance plus petite que quelque grandeur que l'on puisse donner.

2. La Cissoïde ABD coupe la circonference ABC, en son point B de milieu, de sorte que les arcs BA, BC, sont chacun un quart de cercle.

3. Si par le point F, où la droite AH coupe la Cissoïde, on tire la droite IK perpendiculaire au diametre AC, les arcs BK, BG, seront toûjours égaux, & les quatre lignes CI, IK, AI, IF, seront continuellement proportionnelles. Ce qui fait que les anciens se servoient de la Cissoïde pour trouver entre deux lignes données deux moyennes continuellement proportionnelles. *Archim. de Sphæ. & Cyl.* Mais les Sçavans ont rejetté cette solution, parce que ce Probleme n'étant que solide, il se peut resoudre par une ligne plus simple, sçavoir par une ligne du premier genre, au lieu que la Cissoïde est une ligne du second genre, comme l'on connoît par son Equation locale, qui est telle, $y^3 = axx - xxy$, en supposant $AC = a$, $IF = x$, & $AI = y$.

Cette Equation locale $y^3 = axx - xxy$, étant reduite en celle-cy, $xx = \frac{y^3}{a - y}$, fait connoître que la Cissoïde ABD, a une asymptote, & que cette asymptote est la perpendiculaire CE : car dans la fraction $\frac{y^3}{a-y}$, qui est égale au quarré xx, en supposant $y = a$, c'est-à-dire que la ligne AI soit égale au diametre AC, auquel cas le point I conviendra avec le point C, & la perpendiculaire IF avec la perpendiculaire CE, le diviseur $a - y$ deviendra égal à 0, ou infiniment petit, ce qui rendra infiniment grande la fraction $\frac{y^3}{a-y}$, ou xx, & par consequent x, c'est-à-dire que la ligne IF, ou CE deviendra infiniment grande; d'où il est aisé de conclure que la Cissoïde ne rencontre la perpendiculaire CE que dans une distance infinie, c'est-à-dire qu'elle ne la rencontre point du tout, & que par consequent la perpendiculaire CE est l'asymptote de la Cissoïde ABD.

4. Si l'on tire la corde AK, les quatre lignes AI, IF, AK, AF, seront proportionnelles: aussi-bien que les quatre AC, CH, AK, AF, parce que les quatre AC, CH, AI, IF, sont proportionnelles, à cause des triangles semblables ACH, AIF.

5. La raison des deux lignes AC, AI, est égale à celle des deux quarrez CH, AF, & la ligne AF est moyenne proportionnelle entre les deux CH, IF.

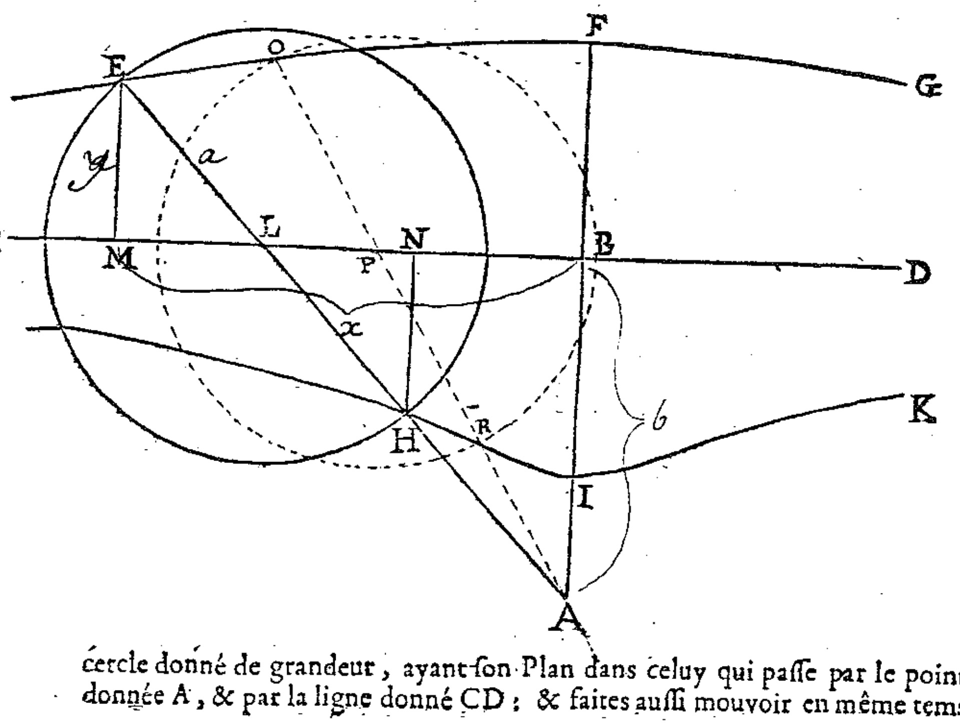
Les deux lignes AG, FH, sont égales entr'elles, aussi-bien que les deux AG, CK. D'où il suit que ces trois sont égales, AG, FH, CK, & aussi ces deux AL, CL, & encore ces trois LF, LG, LK.

On tire de tous ces Theoremes differens autant de constructions differentes de la Cissoïde, entre lesquelles on pourra choisir la plus simple & la plus facile.

Enfin l'espace indéfini terminé par la Cissoïde ABD, par son asymptote CE, & par le diametre AC, est triple du cercle generateur.

Il est évident que la Cissoïde est reguliere, mais la *Conchoïde*, tant la superieure EFG, que l'inferieure HIK, est irreguliere, & elles ont une asymptote commune CD, comme vous verrez par leur generation, qui est telle.

Soit la ligne CD donnée de position, & le point A aussi donné de position. Faites mouvoir par pensée le long de la ligne CD, le centre L d'un



cercle donné de grandeur, ayant son Plan dans celuy qui passe par le point donnée A, & par la ligne donné CD: & faites aussi mouvoir en même tems une ligne droite, telle qu'eſt icy AE, à l'entour du point A, laquelle paſſant par le centre L du cercle generateur, coupera continuellement ſa circonference en des points, comme E, H, qui décriront par les differentes interſections cauſées par le mouvement continuel de la ligne AE & du cercle generateur, les deux Conchoïdes EFG, HIK, dont l'aſymptote commune ſera la ligne CD, que l'on apelle *Directrice*, le point fixe A étant apellé le *Pole* de chaque Conchoïde.

Lorſque la ligne AE par ſon mouvement à l'entour du Pole A, ſera devenue perpendiculaire à la Directrice CD, que *Nicomede* apelle *Regle*, comme AF, on aura aux points F, I, le ſommet de la Conchoïde, dont l'axe commun IF eſt égal au diametre HE du cercle generateur.

Si l'on tire de quelque point de la Conchoïde ſuperieure comme E, la droite EM perpendiculaire à la Directrice CD, & que l'on ſuppoſe EL $\propto a$, AB $\propto b$, BM $\propto x$, & EM $\propto y$, on trouvera cette Equation locale $y^4 + 2by^3 - aayy + bbyy + xxyy - 2aaby - aabb \propto 0$, qui fait connoître que la Conchoïde ſuperieure EFG, eſt une ligne du ſecond genre.

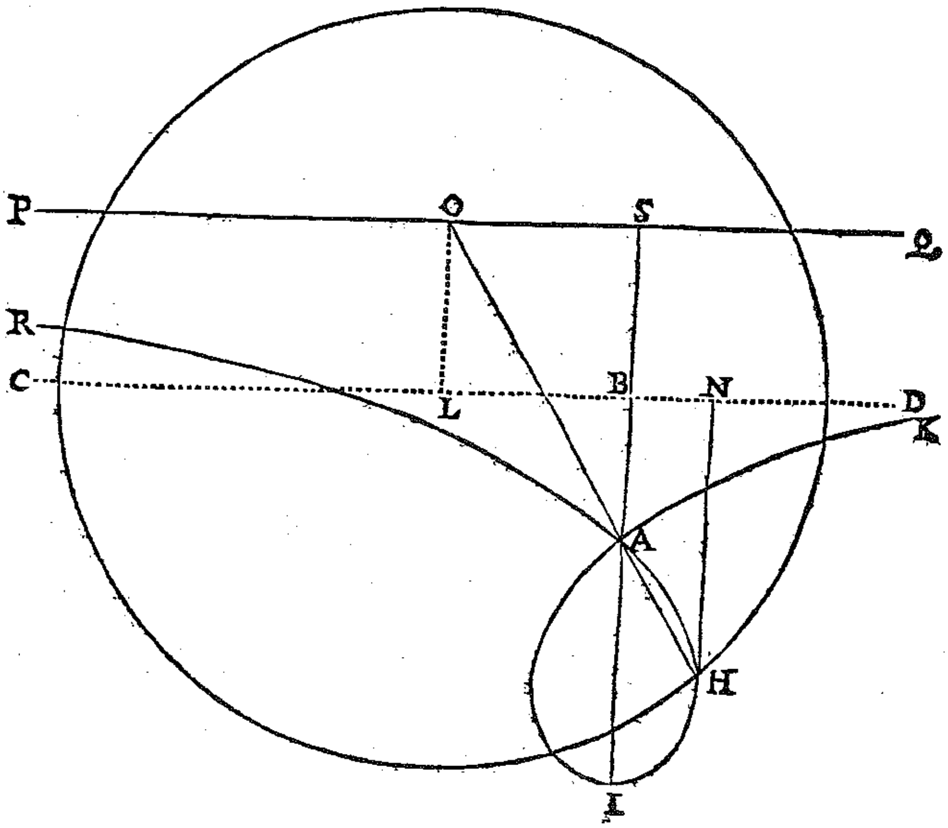
Pareillement ſi l'on tire du point H pris à diſcretion ſur la Conchoïde inferieure HIK, la droite HN perpendiculaire à la Directrice CD, & que l'on ſuppoſe LH $\propto a$, AB, $\propto b$, BN $\propto x$, & HN $\propto y$, on trouvera cette Equation Locale $y^4 - 2by^3 - aayy + bbyy + xxyy + 2aaby - aabb \propto 0$, qui fait connoître que la Conchoïde inferieure HIK eſt auſſi une ligne du ſecond genre.

Les Anciens ſe ſervoient auſſi mal-à-propos de cette ligne pour la *Duplication du Cube*, c'eſt-à-dire pour trouver le côté d'un cube double d'un cube donné, parce que ce Probleme n'étant que ſolide, ne doit pas être reſolu par une ligne du ſecond genre.

Il y a des Conchoïdes, auſſi-bien que des lignes de la nature des precedentes, de pluſieurs eſpeces differentes, qu'il eſt aiſé de trouver en changeant ou les points, ou les lignes, ou les mouvemens. Par exemple ſi l'on veut avoir une Conchoïde d'une autre eſpece que la precedente, il n'y a qu'à faire paſſer la ligne AH qui eſt mobile à l'entour du point A, ailleurs que par le centre L du cercle generateur, comme par le point O, qui répond perpendiculairement au centre L, & alors on aura une autre Conchoïde, dont la Directrice CD ne ſera plus l'aſymptote, mais ce ſera la ligne PQ, qui eſt décrite par le mouvement du point I, laquelle par conſequent eſt parallele à la Directrice CD.

Nous avons ſeulement repreſenté la Conchoïde inferieure pour éviter la confuſion, & pour vous faire voir l'irregularité de cette ligne, dont l'Equation locale eſt telle, $y^4 - 2by^3 + bbyy - aayy + xxyy + ccxx + 2cxxy + 2aaby - aabb \propto 0$, en ſuppoſant CL $\propto a$, Ab $\propto b$, OL $\propto c$, BN $\propto x$, & HN $\propto y$.

En ne conſiderant dans cette Equation que la quantité y comme inconnue, on connoîtra aiſément que la même Equation aura trois Racines veritables, lorque la quantité x ſera non ſeulement plus petite que $\frac{ab}{c}$, mais encore moindre que $\sqrt{aa - bb}$, Ce qui fait connoître que cette courbe eſt irreguliere, & qu'elle a des ſinuoſitez.



Nous ne parlerons point icy de la *Quadratrice Geometrique*, parce que nous en avons suffisamment parlé dans nôtre *Geometrie Pratique*.

La TOUCHANTE d'une ligne courbe est une autre ligne, qui ne rencontre la courbe qu'en un point vers la partie où elle la rencontre sans la couper, c'est à dire sans que ces deux lignes étant prolongées, l'une entre au dedans de l'autre proche du point où elles se rencontrent.

La *Ligne* PERPENDICULAIRE *à une autre Ligne* est celle qui rencontre cette autre ligne, & ne panche pas plus d'un côté que d'autre à l'égard de cette même ligne. Il est évident que si une ligne est perpendiculaire à une autre, cette autre ligne est aussi perpendiculaire à la premiere.

La SURFACE, ou *Superficie* est une étenduë, qui a longueur & largeur sans aucune profondeur. Il est évident que les extremitez d'une Surface sont des lignes. Elle peut être *Plane* & *Courbe*.

La *Surface Plane*, ou *Plan* est une superficie qui a toutes ses parties également posées entre ses extremitez, ensorte que l'une ne s'abaisse & ne s'éleve point plus que l'autre.

La *Surface Courbe* est celle qui n'a pas toutes ses parties également posées entre ses extremitez. Elle peut être *Convexe*, & *Concave*.

La *Surface Convexe* eſt une ſuperficie courbe conſiderée du côté qu'elle s'éleve.

La *Surface Concave* eſt une ſuperficie courbe conſiderée du côté qu'elle s'abaiſſe ou s'enfonce. Nous voyons la Surface concave du Ciel, & les Bienheureux en voyent la Surface convexe.

L'Angle *Plan* eſt un eſpace indefini terminé par la rencontre de deux lignes qui ſe coupent ſur un Plan. Il peut être *Rectiligne*, *Mixtiligne*, & *Curviligne*.

L'*Angle Rectiligne* eſt celuy qui ſe fait par l'interſection de deux lignes droites.

L'*Angle Mixtiligne* eſt celuy qui ſe fait par l'interſection d'une ligne droite, & d'une ligne courbe.

L'*Angle Curviligne* eſt celuy qui ſe fait par l'interſection de deux lignes courbes.

La *Meſure d'un Angle Rectiligne*, eſt l'arc d'un cercle compris entre les lignes de cet angle, & ayant ſon centre à la pointe du même angle.

La *Meſure d'un Angle Mixtiligne* eſt l'arc d'un cercle, compris entre la ligne droite qui forme l'angle & une ligne droite qui touche à la pointe de l'angle l'autre ligne qui eſt courbe du même angle, & ayant ſon centre à la pointe de l'angle.

La *Meſure d'un Angle Curviligne* eſt l'arc d'un cercle, compris entre les deux lignes droites qui touchent à la pointe de l'angle les deux lignes courbes qui le forment, & ayant ſon centre à la pointe du même angle.

La *Pointe d'un Angle* eſt le point où ſe coupent les deux lignes qui le forment.

L'*Angle Spherique* eſt un eſpace terminé par la rencontre de deux arcs de grands cercles, qui ſe coupent ſur la ſurface d'une Sphere.

La *Meſure d'un Angle Spherique* eſt l'arc d'un grand cercle, compris entre les côtez de l'angle, & ayant la pointe de l'angle pour Pole.

Un angle rectiligne & ſpherique peut être *Oblique*, *Droit*, *Aigu*, & *Obtus*.

L'*Angle Oblique* eſt celuy qui eſt moindre ou plus grand qu'un droit.

L'*Angle Droit* eſt celuy qui eſt meſuré par un quart de cercle. Il eſt évident que tous les angles droits ſont égaux entre eux, & que chacun eſt de 90 degrez.

L'*Angle Aigu* eſt celuy qui eſt meſuré par un arc plus petit qu'un quart de cercle.

L'*Angle Obtus* eſt celuy qui eſt meſuré par un arc plus grand qu'un quart de cercle.

L'*Angle Solide* eſt la rencontre de trois ou de pluſieurs Plans, qui ſe coupent & ſe joignent en un même point. Lorſque l'on dit ſimplement *Angle*, cela ſe doit entendre d'un angle rectiligne.

La *Ligne Perpendiculaire à un Plan* eſt celle qui eſt perpendiculaire à toutes les lignes que l'on peut tirer dans ce Plan.

Les *Lignes Paralleles* ſont celles qui étant continuées ſur un même Plan ſont toûjours également éloignées entre elles.

La *Diſtance de deux lignes paralleles* ſe conçoit par une perpendiculaire à l'une des deux lignes paralleles. D'où il suit que toutes les perpendiculaires tirées entre deux paralleles sont égales.

• Les *Plans Paralleles* sont ceux, qui étant continuez autant que l'on voudra, ne se rencontrent point.

Le *Plan perpendiculaire à un autre* est celuy dont les lignes perpendiculaires à la commune section de ces deux Plans sont aussi perpendiculaires à l'autre Plan.

Les *Plans Inclinez* sont ceux qui se rencontrent, sans que l'un soit perpendiculaire à l'autre.

La *Ligne inclinée à un Plan* est celle qui rencontre ce Plan sans luy être perpendiculaire.

L'*Inclinaison d'une ligne droite à un Plan*, est l'angle aigu que cette ligne droite fait avec une autre ligne droite tirée dans ce Plan par le point où il se trouve coupé par la ligne inclinée, & par le point où il se trouve aussi coupé par une perpendiculaire tirée de quelque point que ce soit de la ligne inclinée.

Les *Plans semblablement inclinez*, sont ceux dont les inclinaisons sont égales. La même définition servira pour les *Lignes semblablement inclinées sur des Plans*.

L'*Inclinaison de deux Plans* est l'angle aigu de deux lignes droites tirées dans chaque Plan par un même point de leur commune section, & perpendiculaires à la même commune Section.

Les *Lignes Inclinées* sont celles qui étant prolongées se *coupent*, c'est à dire que l'une va d'un côté & l'autre de l'autre.

L'*Inclinaison de deux Lignes* est la rencontre de deux lignes qui se coupent.

Le TERME est l'extremité de quelque grandeur.

La FIGURE est ce qui est environné de termes.

La *Figure Rectiligne* est celle qui est comprise ou bornée de plusieurs lignes droites.

Les CÔTEZ *d'une Figure Rectiligne* sont les lignes droites qui la bornent. La premiere des figures rectilignes est le *Triangle*.

Le TRIANGLE est une figure comprise de trois côtez. Il peut être *Rectiligne* & *Spherique*.

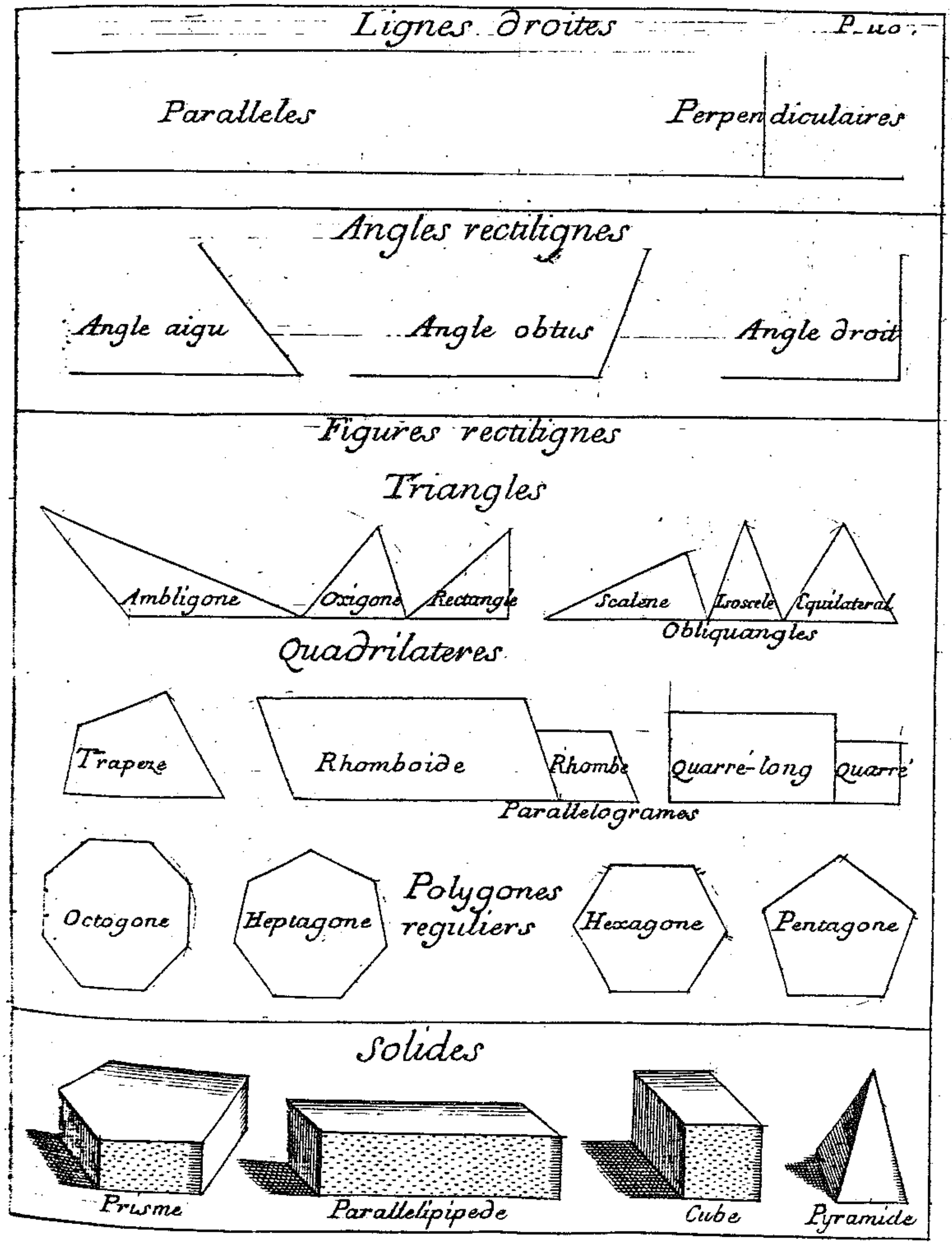
Le *Triangle Rectiligne* est une figure rectiligne comprise de trois côtez.

Le *Triangle Spherique* est celuy qui est compris de trois arcs de trois grands cercles, qui s'entrecoupent sur la surface d'une Sphere.

Un triangle rectiligne & spherique, consideré selon ses côtez peut être *Equilateral*, *Isoscele*, & *Scalene*: & consideré selon ses angles peut être *Rectangle*, *Ambligone*, *Oxigone*, & *Obliquangle*.

Le *Triangle Equilateral* est celuy qui a les trois côtez égaux. Il est évident qu'il a aussi les trois angles égaux, & que chacun est de 60 degrez quand il est rectiligne, & de 90 degrez quand il est spherique, & alors chacun de ses côtez est aussi de 90 degrez, c'est à dire un quart de cercle.

Le *Triangle Isoscele* est celuy qui a deux de ses côtez égaux. D'où il suit que tout triangle équilateral est isoscele, quoyque tout triangle isoscele ne soit pas équilateral.


Lignes droites
Paralleles
Perpendiculaires
Angles rectilignes
Angle aigu
Angle obtus
Angle droit
Figures rectilignes
Triangles
Ambligone
Oxigone
Rectangle
Scalene
Isoscele
Equilateral
Obliquangles
Quadrilateres
Trapeze
Rhomboide
Rhombe
Quarré-long
Quarré
Parallelogrames
Octogone
Heptagone
Polygones reguliers
Hexagone
Pentagone
Solides
Prisme
Parallelipipede
Cube
Pyramide

Le *Triangle Scalene* eſt celuy qui a ſes trois côtez inégaux.

Le *Triangle Rectangle* eſt celuy qui a un angle droit.

Le *Triangle Ambligone* eſt celuy qui a un angle obtus.

Le *Triangle Oxigone* eſt celuy qui a les trois angles aigus.

Le *Triangle Obliquangle* eſt celuy dont tous les angles ſont obliques.

Un triangle ſpherique peut être *Quadrantal*, & *non-Quadrantal*.

Le *Triangle Quadrantal* eſt un triangle ſpherique, où quelqu'un des angles ou des côtez eſt de 90 degrez. Il ſe diviſe en *Simple*, *Birectangle*, & *Trirectangle*.

Le *Triangle Simple* eſt un triangle ſpherique, qui n'a qu'un angle, ou bien qu'un côté de 90 degrez.

Le *Triangle Birectangle* eſt un triangle ſpherique, qui a deux angles, & par conſequent deux côtez chacun de 90 degrez.

Le *Triangle Trirectangle* eſt un triangle ſpherique, qui a les trois angles & par conſequent les trois côtez chacun de 90 degrez.

Le *Triangle non Quadrantal* eſt un triangle ſpherique, où il n'y a aucun côté ny aucun angle de 90 degrez.

Le *Côté opposé à un angle d'un triangle* eſt celuy qui n'eſt pas un côté de cet angle, ou qui ſoutient cet angle.

L'*Angle opposé à un côté d'un triangle* eſt celuy qui eſt formé par les deux autres côtez.

La BASE *d'un triangle* eſt le côté qui eſt opposé à l'angle que font ſes deux autres côtez. Ainſi dans tout triangle chaque côté peut être conſideré comme la Baſe: neanmoins dans un triangle rectangle le côté qui eſt opposé à l'angle droit ſe nomme par excellence, *Hypotenuſe*.

La HAUTEUR *d'un triangle* à l'égard d'un côté conſideré comme ſa baſe, eſt une ligne perpendiculaire à cette baſe, tirée par l'angle opposé, lequel à l'égard de la baſe, ſe nomme *Sommet* de triangle.

Le QUADRILATERE eſt une figure rectiligne terminée par quatre côtez. Elle peut être un *Quarré*, un *Quarré-long*, un *Rhombe*, un *Rhomboïde*, un *Trapeze*, & un *Parallelogramme*.

Le QUARRÉ, ou *Tetragone* eſt une figure rectiligne de quatre côtez égaux, ayant les quatre angles droits.

Le *Quarré-long*, ou *Barlong*, ou *Rectangle* eſt une figure rectiligne de quatre côtez, dont les opposez ſont égaux, & dont les quatre angles ſont droits. Il eſt évident que tout Quarré eſt un Rectangle, mais que tout rectangle n'eſt pas un Quarré.

Lorſque l'on conçoit un Rectangle dont la longueur & la largeur ſont égales à deux lignes données, ce Rectangle eſt apellé *Rectangle de ces deux lignes*.

Le RHOMBE eſt un Quadrilatere, qui a tous ſes côtez égaux entr'eux, mais non pas tous les angles.

Le RHOMBOÏDE eſt un Quadrilatere qui a les angles & les côtez opposez égaux, mais non pas les quatre côtez égaux.

Le TRAPEZE eſt un Quadrilatere qui n'a pas tout enſemble les côtez opposez & les angles opposez égaux.

Le PARALLELOGRAMME eſt un Quadrilatere, dont les côtez opposez sont paralleles. Tels sont le *Quarré*, le *Quarré-long*, le *Rhombe*, & le *Rhomboïde*

Lorsque par un point de la Diagonale d'un Parallelogramme on tire deux lignes droites paralleles à ses côtez, il se forme au dedans du Parallelogramme quatre autres Parallelogrammes plus petits, l'un desquels par où la Diagonale passe, avec les deux autres par où elle ne passe pas, fait une figure apellée *Gnomon*, & les deux Parallelogrammes par lesquels la Diagonale ne passe pas, se nomment *Complemens*, lesquels sont toûjours égaux.

La *Diagonale* est une ligne droite tirée dans une figure rectiligne d'un angle à l'autre opposé. Une figure rectiligne est divisible par des Diagonales en autant de triangles qu'il y a de côtez moins deux; d'où il suit que tous les angles d'une figure rectiligne sont ensemble autant de fois 180 degrez qu'il y a de côtez moins deux.

Le POLYGONE est une figure rectiligne de plus de quatre côtez. Il peut être *Regulier & Irregulier*.

Le *Polygone Regulier* est celuy qui a tous les angles & tous les côtez égaux. Il est évident qu'un Polygone regulier est *inscriptible* dans un cercle, dont le centre est le même que celuy du Polygone.

Une figure est dite *Inscriptible dans un cercle*, lorsqu'il y a un cercle possible, dont la circonference passe par tous les angles de la figure, & alors ce cercle est apellé *Circonscrit*; quand il est décrit par les angles de cette figure.

Il est encore évident qu'il y a un cercle *Inscriptible* au dedans d'un Polygone regulier, & que le centre de ce cercle est le même que celuy du Polygone regulier.

Un cercle est dit *Inscrit* dans une figure, lorsque tous les côtez touchent sa circonference, & alors la figure est apellée *Circonscrite*.

Un Polygone regulier se nomme
Pentagone quand il a cinq côtez.
Exagone quand il a six côtez.
Eptagone quand il a sept côtez.
Octogone quand il a huit côtez.
Enneagone quand il a neuf côtez.
Decagone quand il a dix côtez.
Ondecagone quand il a onze côtez.
Dodecagone quand il a douze côtez.

Dans un Polygone regulier, il y a l'*angle du centre*, & l'*angle du Polygone*.

L'*Angle du centre* est celuy qui se fait au centre du Polygone par deux lignes apellées *Rayons*, & tirées de ce centre par les deux extremitez d'un des côtez du Polygone.

L'*Angle du Polygone*, est celuy qui est formé par la rencontre des deux côtez les plus proches du Polygone.

Le *Centre d'un Polygone regulier* est le centre du cercle inscrit; ou c'est un point au dedans du Polygone, également éloigné de tous les côtez, ou des pointes de tous les angles du Polygone.

La *Distance d'un point à un autre point* est une ligne droite tirée d'un point à l'autre, comme étant la plus courte.

La *Distance d'un point à une ligne* est une ligne droite tirée de ce point perpendiculairement à la ligne, comme étant la plus courte de toutes celles que l'on peut tirer de ce point à la ligne proposée.

Le *Polygone Irregulier* est celuy qui n'a pas tous les angles égaux.

Le CERCLE est une figure plane terminée par une seule ligne courbe qu'on nomme *Circonference*, au dedans de laquelle il y a un point apellé *Centre du cercle*, duquel toutes les lignes tirées à la circonference sont égales entre elles.

Le DIAMETRE *d'un cercle* est une ligne droite tirée par le centre du cercle, & terminée de côté & d'autre à la circonference. Il est évident que le Diametre divise le cercle en deux parties égales, dont chacune est apellée *Demi-cercle*.

Le *Demi-diametre*, ou *Rayon d'un cercle*, est une ligne droite tirée du centre du cercle jusqu'à la circonference.

Le SEGMENT *de cercle* est une partie d'un cercle, terminée par une ligne droite moindre que le diametre & par une partie de la circonference. Il est évident qu'un segment de cercle doit être plus grand ou plus petit qu'un Demi-cercle.

Le SECTEUR *de cercle* est une partie du cercle, terminée par deux Rayons qui ne font pas une ligne droite, & par une partie de la circonference. Il est évident qu'un Secteur de cercle est aussi moindre ou plus grand qu'un Demi-cercle.

L'*Angle dans un segment* est celuy qui se fait par deux lignes droites tirées des deux extremitez du segment par quelque point de sa circonference. Tous les angles qui se forment dans un même segment sont égaux entr'eux, chacun étant la moitié de l'angle qui se fait au centre, & qui s'apuye sur le même arc, qui sert de base à l'un & à l'autre de ces deux angles.

L'*Angle d'un Segment* est celuy que fait la circonference d'un cercle avec une ligne droite.

Les *Semblables Segmens, ou Secteurs de cercle*, sont ceux qui comprennent des angles égaux.

Les *Angles égaux* sont ceux dont les mesures sont semblables parties aliquotes ou aliquantes de leurs cercles, & alors leurs lignes sont dites *semblablement inclinées entr'elles*.

L'*Arc de cercle* est une partie de sa circonference.

La *Couronne* est un Plan terminé par deux circonferences de cercles inégaux ayant un même centre.

Les *Semblables arcs de cercle* sont ceux qui sont de semblables parties aliquantes ou aliquotes de leurs circonferences.

Les *Cercles égaux* sont ceux dont les diametres sont égaux.

On dit que *deux Cercles se touchent*, quand leurs circonferences se rencontrent sans se couper. Cette définition se peut appliquer à toutes sortes de lignes courbes régulieres.

On dit que *deux lignes sont également éloignées d'un point*, lorsque les perpendiculaires tirées de ce point aux deux lignes sont égales.

On dit qu'*une figure rectiligne est inscrite dans un cercle*, lorsque tous ses angles sont à la circonference : & qu'*un cercle est circonscrit à l'entour d'une* *figure rectiligne*, lorſque ſa circonference paſſe par tous ſes angles.

Enfin, on dit qu'*un triangle eſt circonſcrit autour d'un cercle*, lorſque ſes trois côtez touchent la circonference : & qu'*un cercle eſt inſcrit dans une figure rectiligne*, lorſque ſa circonference touche tous les côtez de la figure.

Nous avons dit dans l'Arithmetique ce que c'eſt que ſemblables parties aliquotes & aliquantes, cela ſe pouvant appliquer par accommodation à la Geometrie. Nous expliquerons ſeulement icy ce que l'on entend pour *Raiſon* dans la Geometrie.

La RAISON en Geometrie eſt le raport de deux grandeurs de même genre ſelon leur quantité. Ainſi il n'y a point de raiſon entre une Ligne & un Plan, ni entre un Plan & un Solide, parce que ces grandeurs ſont heterogenes. D'où il ſuit que dans une analogie ou proportion qui ſe fait dans la Geometrie, l'antecedent doit être de même genre que ſon conſequent dans chaque raiſon, ſans que neanmoins il ſoit neceſſaire que les deux antecedens ſoient homogenes, car ils peuvent être heterogenes ; mais alors il n'eſt pas permis de faire la proportion par échange.

Une ligne eſt dite coupée *par la moyenne & extrême raiſon*, lorſque toute la ligne eſt à ſa plus grande partie, comme cette même plus grande partie eſt à la plus petite.

Une ligne eſt dite *Inſcrite dans un cercle*, lorſque ſes deux extremitez aboutiſſent à la circonference, & alors on la nomme *Soutendante*, ou *Corde* de l'arc, duquel elle joint les deux extremitez.

Les *Figures rectilignes Semblables* ſont celles qui ont tous les angles égaux, & les côtez qui forment ces angles égaux, proportionnels.

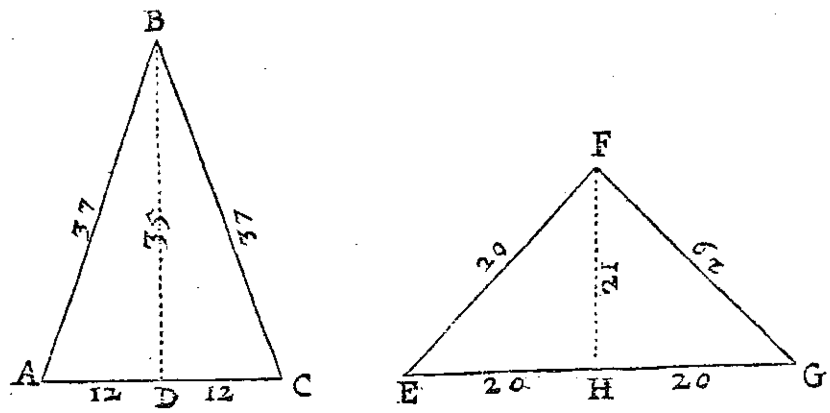
Les *Figures Reciproques* ſont celles dont les côtez ſe peuvent comparer en telle ſorte que l'antecedent d'une raiſon & le conſequent de l'autre ſe trouvent dans la même figure.

Les *Figures Iſoperimetres* ſont celles dont les contours ſont égaux.

Les *Figures Equiangles* ſont celles dont tous les angles ſont égaux, les uns aux autres.

Les *Figures Curvilignes Semblables* ſont celles, au dedans deſquelles on peut inſcrire, ou autour deſquelles on peut circonſcrire des Polygones ſemblables.

L'*Aire d'une figure Plane* eſt l'eſpace qu'elle contient, lequel ſe me-



ſure par de petits quarrez, comme nous dirons plus particulierement dans la Geometrie Pratique.

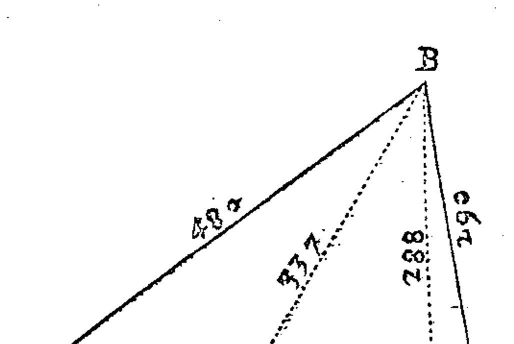
Les *Figures égales* ſont celles dont les aires ſont égales. Elles peuvent être ſemblables, & diſſemblables. Les ſemblables ſont toûjours Iſoperimetres, & les diſſemblables ne le ſont pas toûjours. Les deux Triangles Iſoſceles precedens ABC, EFG, ſont égaux & iſoperimetres, car l'aire de chacun eſt 420, & le contour eſt 98 : & l'on en peut trouver en nombres rationnels une infinité d'autres, par le moyen de ce Canon, où nous avons ſuppoſé $a \propto 2$, & $b \propto 1$.

$$
\begin{array}{l}
AD \propto 4a^3b + 28aabb - 4ab^3 - 28b^4 \propto CD.\\
AC \propto 8a^3b + 56aabb - 8ab^3 - 56b^4.\\
AB \propto a^4 + 56ab^3 + 2aabb + 197b^4 \propto BC.\\
BD \propto a^4 - 56ab^3 - 6aabb - 195b^4.\\
EH \propto 60b^4 + 68ab^3 + 4aabb - 4a^3b \propto GH.\\
EG \propto 120b^4 + 136ab^3 + 8aabb - 8a^3b.\\
EF \propto 109b^4 - 16ab^3 + 26aabb + 8a^3b + a^4 \propto FG.\\
FH \propto 91b^4 - 64ab^3 - 18aabb - 8a^3b - a^4.
\end{array}
$$

En donnant d'autres valeurs aux deux lettres indéterminées a, b, on pourra trouver en nombres rationnels autant d'autres paires de triangles égaux iſoperimetres que l'on voudra : mais on en pourra trouver encore d'autres par le moyen de cet autre Canon, où nous avons ſuppoſé auſſi $a \propto 2$, 20
& $b \propto 1$.

$$
\begin{array}{l}
AD \propto 2a^3b + 5aabb + 2ab^3 \propto CD.\\
AC \propto 4a^3b + 10aabb + 4ab^3.\\
AB \propto 2a^4 + 2a^3b + aabb + 2ab^3 + 2b^4 \propto BC.\\
BD \propto 2a^4 + 2a^3b - 2ab^3 - 2b^4.\\
EH \propto a^4 + 2a^3b - aabb - 2ab^3 \propto GH.\\
EG \propto 2a^4 + 4a^3b - 2aabb - 4ab^3.\\
EF \propto a^4 + 2a^3b + 7aabb + 6ab^3 + 2b^4 \propto FG.\\
FH \propto 4a^3b + 6aabb + 6ab^3 + 2b^4.
\end{array}
$$

L'origine de ces deux Canons, ou Solutions indéfinies ſe trouve dans nôtre grand *Traité d'Algebre*, & ce n'eſt pas icy le lieu d'en parler davantage. 59

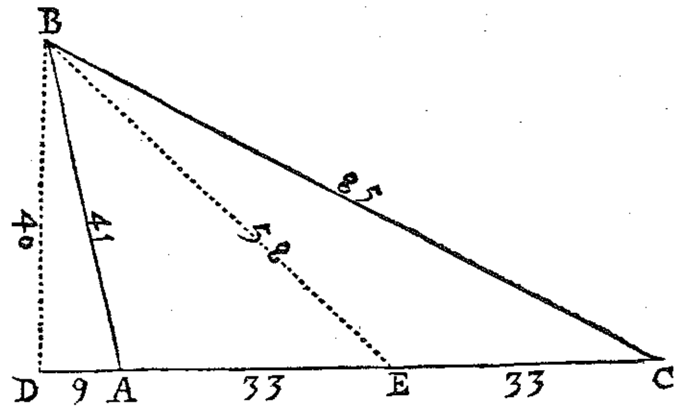


Les triangles, dont toutes les lignes ſont rationnelles, c'eſt-à-dire dont toutes les lignes ſe peuvent exprimer en nombres rationnels, ſont d'un grand uſage dans la pratique : c'eſt 40
pourquoy j'ajoûteray icy ce triangle ABC, dont les trois côtez AB, AC, BC, la perpendiculaire BD, qui tombe

au dedans du triangle, & la ligne BE qui divise la base AC en deux également, & de plus tous les segmens de la même base AC, sont exprimez par des nombres rationnels; & il sera facile d'en trouver autant d'autres que l'on voudra par le moyen du Canon suivant, où nous avons supposé $a \propto 2$, & $b \propto 1$.

$$AB \propto 24a^7b - 24a^5b^3 - 24a^3b^5 + 24ab^7.$$
$$AC \propto 9a^8 - 4a^6bb - 10a^4b^4 - 4aab^6 + 9b^8.$$
$$BC \propto 9a^8 - 20a^6bb + 22a^4b^4 - 20aab^6 + 9b^8.$$
$$BD \propto 24a^7b - 72a^5b^3 + 72a^3b^5 - 24ab^7.$$
$$BE \propto \tfrac{9}{2}a^8 + 14a^6bb - 37a^4b^4 + 14aab^6 + \tfrac{9}{2}b^8.$$
$$AE \propto \tfrac{9}{2}a^8 - 2a^6bb - 5a^4b^4 - 2aab^6 + \tfrac{9}{2}b^8 \propto CE.$$
$$DE \propto -\tfrac{9}{2}a^8 + 50a^6bb - 91a^4b^4 + 50aab^6 - \tfrac{9}{2}b^8.$$
$$AD \propto 48a^6bb - 96a^4b^4 + 48aab^6.$$

En voici une autre de la même qualité, où la perpendiculaire BD tombe en dehors à cause de l'angle A obtus: & l'on en peut aussi trouver une infinité d'autres par le moyen du Canon suivant, où nous avons supposé $a \propto 4$, & $b \propto 1$.



$$AB \propto a^4 + 7aabb + b^4.$$
$$AC \propto 2a^4 + 5aabb + 2b^4.$$
$$BC \propto 3a^4 - 3b^4.$$
$$BD \propto 6ab^3 - 6a^3b.$$
$$AE \propto a^4 + \tfrac{5}{2}aabb + b^4 \propto CE.$$
$$BE \propto 2a^4 + \tfrac{1}{2}aabb + 2b^4.$$
$$AD \propto a^4 - 11aabb + b^4.$$
$$DE \propto 2a^4 - \tfrac{17}{2}aabb + 2b^4.$$

Bachet nous a donné de semblables triangles dans les Commentaires qu'il a faits sur l'*Arithmetique de Diophante*, mais il n'a point fait la perpendiculaire rationnelle.

Le SOLIDE, ou *Corps* est une grandeur qui a une longueur, une largeur, & une profondeur, ou hauteur, qu'on apelle *Dimensions*. Ainsi vous voyez qu'une *Ligne* n'a qu'une dimension, qu'un *Plan* en a deux, & qu'un *Solide* en a trois: & qu'il n'y a point de grandeur qui en puisse avoir davantage, si ce n'est celles qu'on apelle *Imaginaires*, dont nous avons parlé dans l'Algebre. Il est évident qu'un Solide est enfermé d'une ou de plusieurs surfaces.

La SPHERE, ou *Globe*, ou *Boule*, est un solide, qui est produit par le mouvement achevé d'un demi-cercle à l'entour de son diametre, lequel à cause de cela est apellé *Aissieu*, ou *Axe* de la Sphere.

Le *Centre d'une Sphere* est un point, duquel toutes les lignes droites tirées à la surface de la Sphere sont égales entr'elles. Il est évident que ce centre est le même que celuy du demi-cercle generateur.

Le *Diametre d'une Sphere* est une ligne droite tirée par le centre de la Sphere, & terminée de part & d'autre à la surface de la même Sphere. Il est évident que ce diametre est égal à celuy du demi-cercle generateur, & que tout axe est un diametre, mais que tout diametre n'est pas un axe. Il est encore évident qu'une Sphere n'a qu'un centre, & qu'elle a une infinité de diametres, qui sont tous égaux.

Le *Demi-diametre*, ou *Rayon d'une Sphere* est une ligne droite tirée du centre de la Sphere à la surface de la même Sphere. Il est évident que le Rayon d'une Sphere est égal à celuy du demi-cercle generateur.

L'*Hemisphere* est la moitié d'une Sphere terminée par un Plan qui la coupe par son centre. Il est évident que le Plan qui sert de *base* à cet Hemisphere, est un cercle, dont le diametre est égal à celuy de la Sphere, & dont le centre est le même que celuy de la même Sphere.

Le *Segment de Sphere* est une partie de la Sphere, terminée par une partie de la surface de la Sphere, & par un Plan, qui la coupe hors de son centre. Il est évident que le Plan qui sert de base à un segment de Sphere est un cercle, dont le diametre est plus petit que celuy de la Sphere, & qu'un segment de Sphere est necessairement plus grand ou plus petit qu'un Hemisphere.

Le *Secteur de Sphere* est une partie d'une Sphere, composée d'un segment de Sphere & d'un cone droit, dont la base est la même que celle du segment, & dont la pointe est au centre de la Sphere. Ou c'est un solide terminé en pointe au centre de la Sphere, & ayant pour base la surface d'un segment de Sphere.

La PYRAMIDE est un Solide terminé en pointe par une ou plusieurs surfaces décrites par le mouvement d'une ligne droite, qui se meut à l'entour d'un point immobile, apellé *Pointe*, ou *Sommet de la Pyramide*, le long de la circonference d'un Plan, apellé *Base de la Pyramide*, laquelle se nomme *Cone*, quand cette base est un cercle, & la ligne droite tirée de la pointe de ce Cone par le centre de sa base, se nomme *Axe du Cone*, mais la ligne droite, laquelle par son mouvement a produit le Cone, est apellée *Côté du Cone*, lequel peut être *Droit*, & *Scalene*.

Le *Cone droit* est celuy dont l'axe est perpendiculaire à sa base. Un semblable Cone est aussi apellé *Cone Isoscele*, parce qu'il a tous ses côtez égaux.

Le *Cone Scalene* est celuy dont l'axe est incliné à sa base. Il est ainsi apellé, parce qu'il n'a pas ses côtez égaux.

La *Pyramide Tronquée* est une partie de Pyramide coupée par un Plan parallele à sa base. Il est évident que les deux Plans opposez & paralleles d'une Pyramide tronquée sont semblables.

Le *Cone Tronqué* est une partie d'un Cone coupé par un Plan parallele à sa base. Il est évident que le Plan opposé & parallele à la base d'un Cone tronqué, laquelle est un cercle, est aussi un cercle.

L'*Angle d'un segment de Sphere*, est l'angle qui se forme au centre de la Sphere par deux Rayons tirez aux deux extremitez opposées d'un diametre de sa base.

L'*Angle d'un Secteur de Sphere* est le même que celuy du Segment, qui luy sert de base.

Les *Semblables Segmens de Sphere* sont ceux, dont les angles sont égaux. Cette définition convient aussi aux *Semblables Secteurs de Sphere*.

La *Pyramide Triangulaire* est celle, dont la base est un triangle.

Les *Côtez d'une Pyramide* sont des lignes droites tirées de son sommet aux angles de sa base.

La *Hauteur d'une Pyramide* est une ligne droite tirée de sommet perpendiculairement à sa base.

Les *Solides Semblables* sont ceux qui sont terminez par autant de Plans semblables.

Les *Solides Egaux* sont ceux qui comprennent autant les uns que les autres, ou dont les soliditez sont égales.

La SOLIDITÉ *d'un Corps* est le nombre des mesures que le corps contient. Ces mesures sont ordinairement de petits cubes, comme nous dirons plus particulierement dans la Geometrie Pratique.

Les *Solides semblables & égaux* sont ceux qui sont terminez par autant de Plans semblables & égaux.

Les *Cones Semblables Inclinéz* sont ceux, dont les axes font avec leurs Plans des angles égaux. Il est évident que l'on peut mettre les Cones droits au rang des Cones semblablement inclinez.

Les *Cones Semblables* sont des Cones semblablement inclinez, dont les aissieux sont proportionnels aux diametres de leurs bases.

La *Superficie Spherique* est la surface qui est produite par le mouvement de la circonference du demi-cercle qui produit la Sphere.

La *Superficie Conique* est une surface produite par le mouvement de la ligne droite qui produit le Cone, laquelle nous avons apellée *Côté du Cone*.

Le CYLINDRE est un solide qui est produit par le mouvement d'une ligne droite apellée *Côté du Cylindre*, à l'entour de deux cercles égaux & paralleles, apellez *Bases du Cylindre*.

La *Superficie Cylindrique* est une surface produite par le mouvement de la ligne droite, qui produit le Cylindre, & que nous avons apellée *Côté du Cylindre*.

L'Axe *d'un Cylindre* eſt une ligne droite, qui joint les centres des deux cercles qui luy ſervent de *baſes*.

Le *Cylindre droit* eſt celuy dont l'axe eſt perpendiculaire à l'une de ſes deux baſes.

Le *Cylindre Oblique* eſt celuy dont l'axe eſt oblique à l'une de ſes deux baſes.

La *Hauteur d'un Cylindre* eſt une ligne droite tirée entre ſes deux baſes paralleles, perpendiculairement à l'une de ſes deux baſes. Il eſt évident que cette hauteur eſt égale à l'axe du Cylindre, quand il eſt droit. Cette définition convient auſſi aux *Priſmes*.

Les Cylindres ſemblablement inclinez ſont ceux dont les axes ſont ſemblablement inclinez à leurs baſes. Il eſt évident que les Cylindres droits peuvent être mis au rang des Cylindres ſemblablement inclinez.

Les *Cylindres Semblables* ſont des Cylindres ſemblablement inclinez, dont les axes ſont proportionnels aux diametres de leurs baſes.

Le Prisme eſt un Solide terminé par plus de quatre Plans, dont il y en a deux oppoſez, qui ſont ſemblables, égaux & paralleles, & les autres ſont parallelogrammes.

Le *Priſme Triangulaire* eſt celuy, dont les deux baſes oppoſées ſont des triangles ſemblables paralleles & égaux.

Le Parallelepipede eſt un Priſme terminé par ſix Parallelogrammes, dont les oppoſez ſont de deux en deux ſemblables paralleles & égaux.

Le *Plan Diagonal* eſt un Plan qui paſſe par les deux diagonales paralleles de deux Plans oppoſez d'un Parallelepipede.

Les *Baſes d'un Priſme* ſont deux de ſes Plans, qui ſont paralleles ſemblables & égaux. Cette définition convient à un *Parallelepipede*.

La *Hauteur d'une Pyramide tronquée* eſt une ligne droite & perpendiculaire à ſa baſe, & terminée par le Plan oppoſé. Cette définition convient auſſi à un *Cone tronqué*.

Le *Rhombe Solide* eſt un corps compoſé de deux cones droits, dont les baſes ſont égales & jointes enſemble.

Le Polyedre eſt un corps terminé par pluſieurs Plans rectilignes, & inſcriptible dans une Sphere, c'eſt à dire qu'une Sphere peut être décrite à l'entour, en telle ſorte que ſa ſurface touche tous les angles ſolides du Polyedre, ou corps, lequel peut être *Regulier*, & *Irregulier*.

Le *Corps Regulier* eſt celuy qui a tous les angles, tous les côtez, & tous les Plans qui compoſent ſa ſurface, égaux & ſemblables. Il y en a ſeulement de cinq ſortes, ſçavoir le *Tetraedre*, l'*Exaedre*, l'*Octaedre*, le *Dodecaedre*, & l'*Icoſaedre*.

Le Tetraedre eſt une Pyramide terminée par quatre triangles équilateraux égaux entre eux.

L'Exaedre, ou *Cube*, eſt un Parallelepipede terminé par ſix quarrez égaux.

L'Octaedre eſt un corps regulier terminé par huit triangles équilateraux égaux entre eux.

Le Dodecaedre eſt un Solide compris ſous douze Pentagones reguliers égaux entre eux.

L'ICOSAEDRE eſt un Solide contenu ſous vingt triangles équilateraux égaux entre eux.

Le *Corps Irregulier* eſt un Solide qui n'eſt pas terminé par des Surfaces égales & ſemblables.

On dit qu'*un Polyedre eſt inſcrit dans une Sphere*, lorſque tous ſes angles ſolides aboutiſſent à la ſurface de la Sphere : & qu'*une Sphere* eſt circonſcrite autour d'un Polyedre, lorſque ſa ſurface touche tous les angles ſolides du Polyedre.

L'*Arithmetique par Geometrie* eſt la ſcience de pratiquer par lignes ce que l'Arithmetique vulgaire nous enſeigne à pratiquer par nombres.

L'*Addition* & la *Souſtraction Geometrique* ne change pas le genre : car il eſt bien évident que la ſomme de deux *Solides* eſt un *Solide*, que la ſomme de deux *Plans* eſt un *Plan*, & que la ſomme de deux *Lignes* eſt une *Ligne*. Il eſt évident auſſi que ſi d'une *Ligne* on ôte une *Ligne*, le reſte ſera une *Ligne* : que ſi d'un *Plan* on ôte un *Plan*, il reſtera un *Plan* : & que ſi d'un *Solide* on ôte un *Solide*, il reſtera un *Solide*.

La *Multiplication* & la *Diviſion Geometrique* changent le genre, la Multiplication en l'élevant, & la Diviſion en l'abaiſſant.

La Multiplication des grandeurs produit leurs Puiſſances : ainſi par la multiplication d'une ligne droite par une autre ligne droite on fait un *Rectangle* qui devient *Quarré*, quand ces deux lignes droites ſont égales, & par la multiplication d'un Rectangle par une ligne droite, c'eſt à dire par la multiplication de trois lignes droites, on fait un *Parallelepipede Rectangle*, qui devient *Cube*, quand les trois lignes ſont égales, & ainſi en-ſuite.

Cette multiplication de lignes ſe fait par le mouvement d'une ligne droite au long d'une autre ligne droite qui luy eſt perpendiculaire, pour faire le *Rectangle*, & par le mouvement d'un Rectangle au long d'une ligne droite, qui luy eſt perpendiculaire, pour faire le *Parallelepipede rectangle*, dont la hauteur eſt repreſentée par cette ligne droite, & la baſe par ce Rectangle.

Le Plan, ou bien le Solide, ou bien la grandeur imaginaire, qui ſe produit par cette multiplication, ſe conçoit toûjours comme regulier, dont le côté ſe trouve par l'invention d'une moyenne proportionnelle pour le *Plan*, de deux moyennes proportionnelles pour le *Solide*, de trois moyennes proportionnelles pour le *Plan-plan*, & ainſi en ſuite.

Ainſi vous voyez que la pratique de la Multiplication par lignes ne conſiſte qu'en l'invention d'une ou de pluſieurs lignes moyennes continuellement proportionnelles entre deux lignes données.

La Diviſion des Puiſſances en lignes rétablit les quantitez qui les ont produites par la Multiplication. J'ay dit *des Puiſſances*, parce que la Diviſion étant le contraire de la Multiplication, on ne peut diviſer que les grandeurs qui ſont produites par la Multiplication, laquelle differe de la Diviſion, en ce que l'on peut bien multiplier enſemble des grandeurs homogenes, mais on ne peut pas diviſer une grandeur par une autre grandeur homogene, cette autre grandeur devant être plus baſſe au moins d'un degré : car la diviſion de deux grandeurs homogenes l'une par l'autre ne donne pas une grandeur au Quotient, mais ſeulement une quantité diſcrete, c'eſt à dire un nombre. Il

faut

faut donc que la grandeur qui divise soit plus basse que la grandeur à diviser. Ainsi en divisant un Parallelepipede par sa hauteur on rétablit sa base, & l'on rétablit l'un des côtez de cette base en la divisant par l'autre côté, ce qui se fait par une troisiéme proportionnelle, &c.

Les *Cones opposez* sont deux Cones semblables, qui ont un même sommet, & un même axe : ou bien qui sont decrits par le mouvement d'une même ligne droite prolongée indefiniment de côté & d'autre, à l'égard du point fixe, autour duquel elle se meut.

Le CONOIDE est un Solide produit par la circonvolution entiere d'une Section conique autour de son axe. Ce Solide se nomme *Conoïde Parabolique*, ou *Paraboloïde*, quand il est produit par la circonvolution entiere d'une Parabole autour de son axe : *Conoïde Hyperbolique*, quand il est produit par la circonvolution entiere d'une Hyperbole autour de son axe : & *Conoïde Elliptique*, ou simplement *Spheroïde*, quand il est produit par le mouvement achevé d'une Ellipse autour de l'un de ses deux axes ; & on l'apelle *Spheroïde Oblong*, quand il est produit par la circonvolution entiere d'une Ellipse à l'entour de son grand axe, & *Spheroïde plat*, quand il est produit par la circonvolution entiere d'une Ellipse autour de son petit axe, lequel à cause de cela est apellé *Axe de circonvolution*.

La *Superficie Conoïdale* est la surface d'un Conoïde, laquelle on nomme *Superficie Conoïdale Parabolique*, quand elle est la Surface d'un Conoïde Parabolique : *Superficie Conoïdale Hyperbolique*, quand elle est la Surface d'un Conoïde Hyperbolique : & *Superficie Conoïdale Elliptique*, quand c'est la surface d'un Spheroïde.

La SECTION *Conique* est la Section d'un Cone par un Plan, lequel à cause de cela est apellé *Plan Secant*, lequel peut couper le Cone en plusieurs manieres differentes, ce qui fait qu'il y a plusieurs especes differentes de Sections Coniques. Lorsque le Plan Secant passe par l'axe du Cone, la Section se nomme *Triangle de l'Axe*. Lorsque le Plan coupant est parallele à la base du Cone, la Section est un *Cercle*, & elle est un Cercle aussi, bien que le Plan Secant ne soit pas parallele à la base du Cone, quand il est Scalene, pourvû que le Plan Secant soit perpendiculaire au Triangle de l'axe, & qu'il en retranche vers le sommet un triangle semblable ayant ses angles égaux dans une situation contraire à ceux du Triangle de l'axe, & alors cette Section s'apelle *Section soucontraire d'un Cone*. Lorsque le Plan Secant n'est point parallele à la base du Cone, & que la Section n'est pas soucontraire, cette Section se nomme *Ellipse*. Lorsque le Plan Secant est parallele à l'un des deux côtez des Triangles de l'axe, ou ce qui est la même chose, à l'un des côtez du Cone, la Section se nomme *Parabole*. Enfin si le Plan Secant coupe les deux Cones opposez, il se formera deux *Sections Coniques opposées*, apellées *Hyperboles*, lesquelles sont toûjours égales & semblables.

La *Base d'une Section Conique* est la ligne droite, qui represente la Section du Plan Secant & de la base d'un Cone.

La *Ligne Conique* est la ligne courbe, qui borne une Section Conique, ou c'est la Section d'un Plan & de la superficie d'un Cone, qui n'est pas coupé par son axe. Cette Ligne se nomme *Ligne Parabolique*, quand elle represente la circonference d'une Parabole : *Ligne Elliptique* quand elle represente la circonference d'une Ellipse, & *Ligne Hyperbolique*, quand elle represente la circonference d'une Hyperbole.

On confond ordinairement une ligne conique avec une section conique, comme nous avons déja fait dans plusieurs rencontres, étant inutile de faire une distinction particuliere dans une chose facile à comprendre, à l'imitation d'*Euclide* & de ses Commentateurs, lesquels ont aussi dans plusieurs rencontres confondu le Cercle avec sa circonference. Or comme ces trois Lignes, *Parabolique*, *Elliptique*, & *Hyperbolique*, ou ces trois Sections coniques, *Parabole*, *Ellipse*, & *Hyperbole*, sont d'un tres-grand usage dans la Geometrie, nous les expliquerons icy plus particulierement par leurs proprietez essentielles, en les considerant hors du Cone, comme nous avons fait dans nôtre *Traité des Sections Coniques*.

La PARABOLE est une Ligne courbe reguliere, indeterminée, dans laquele tirant autant de lignes droites paralleles que l'on voudra, & en distances égales telles que l'on voudra, en commençant depuis la Parabole, les quarrez de toutes ces paralleles sont dans une continuelle proportion arithmetique.

La *Touchante d'une Parabole* est une Ligne droite, qui ne rencontre la Parabole qu'en un point sans la couper, c'est à dire sans entrer au dedans de la Parabole. Quand on dit simplement *Parabole*, cela se doit entendre de la Parabole que nous venons de definir; laquelle est du premier genre, & qu'à cause de cela on peut apeller *Parabole Plane*, pour la distinguer de la Parabole Solide, qui est du second genre, & qui est de deux especes, comme vous avez vû, au lieu que la Parabole Plane est unique dans son espece.

Les *Ordonnées dans une Parabole* sont des lignes droites tirées au dedans de la Parabole parallelement à une même Touchante, & terminées de côté & d'autre par la Parabole. On prend neanmoins ordinairement la moitié d'une semblable ligne pour une ordonnée.

Le *Diametre d'une Parabole* est une Ligne droite qui divise en deux également toutes les ordonnées, qui sont paralleles entre elles, à l'égard desquelles il est apellé *Diametre*. Il est évident que ce Diametre passera toûjours par le point où la Parabole est touchée par la ligne droite à laquelle les Ordonnées au même Diametre sont paralleles. Or comme l'on peut tirer une infinité de touchantes, les ordonnées dans une Parabole peuvent avoir une infinité de positions differentes, & la Parabole peut avoir une infinité de diametres differens, lesquelles sont tous paralleles entre eux.

L'*Axe d'une Parabole* est un Diametre perpendiculaire à ses ordonnées.

Le *Sommet d'une Parabole* à l'égard d'un Diametre & de ses ordonnées, est l'extremité du même Diametre, c'est à dire le point où ce Diametre coupe la Parabole; ou bien c'est le point par où passe la touchante, à laquelle les ordonnées à ce Diametre sont paralleles.

Le PARAMETRE *d'un Diametre de la Parabole* est une troisiéme proportionnelle à la partie du Diametre comprise entre le sommet & une ordonnée, & à cette ordonnée terminée par le Diametre & par la Parabole. D'où il suit que le quarré de la même ordonnée est égal au rectangle sous le Parametre & la partie correspondante du Diametre entre le sommet & l'ordonnée. C'est pourquoy si l'on met x pour l'ordonnée, y pour la partie correspondante,

& a pour le Parametre, on aura cette Equation Locale $ay \propto xx$, que l'on nomme aussi *Lieu à la Parabole*, & qui fait connoître que cette Parabole est une Ligne du premier genre. Il est évident qu'une Parabole a une infinité de Parametres, & que le plus petit de tous est le Parametre de l'axe.

Le FOYER *d'une Parabole* est un point de l'axe au dedans de la Parabole, éloigné du sommet d'une quantité égale à la quatriéme partie du Parametre de l'axe. Ce point est apellé *Foyer*, parce que c'est là où se fait l'union des Rayons du Soleil reflechis dans la concavité d'un Miroir Parabolique exposé droit au Soleil, & où par consequent ces rayons peuvent produire du feu.

La *Perpendiculaire à une Parabole* est une ligne droite, laquelle coupant la Parabole en un point, est perpendiculaire à la Touchante qui passe par ce même point.

Les *Paraboles qui se touchent*, sont celles qu'une même ligne droite touche au point où elles se rencontrent. Cette definition convient à toutes sortes de lignes courbes.

Les *Paraboles perpendiculaires*, sont celles dont les touchantes tirées par le point où les Paraboles se rencontrent, sont perpendiculaires entre elles. Cette definition convient aussi à toutes les lignes courbes.

Les *Paraboles Egales* sont celles dont les Parametres de l'axe sont égaux.

Les *Paraboles Paralleles* sont deux Paraboles égales placées l'une au dedans de l'autre sur un même axe. Ces deux Paraboles étant prolongées à l'infini s'aprochent toûjours de plus en plus sans jamais se rencontrer : c'est pourquoy on les peut aussi apeller *Paraboles Asymptotes*, & si on les a nommées *Paraboles paralleles*, ce n'est que parce que toutes les lignes droites tirées entre ces deux Paraboles parallelement à leur axe commun, sont égales entre elles.

La *Parabole Droite* est celle, dont l'axe est perpendiculaire à sa base.

La *Parabole Inclinée* est celle, dont l'axe fait avec sa base des angles obliques, c'est-à-dire un angle aigu d'un côté, & un angle obtus de l'autre. Il est évident qu'une même Parabole peut être droite & inclinée, selon que sa base sera perpendiculaire ou inclinée à l'axe.

L'ELLIPSE, que le commun apelle *Ovale*, est une ligne courbe reguliere, qui renferme un espace plus long que large, sur la longueur duquel il y a deux points également éloignez des deux extremitez de la longueur, desquels tirant à un point pris à volonté sur l'ovale, deux lignes droites, la somme de ces deux lignes droites est égale à la même longueur.

Le *Grand Axe d'une Ellipse* est la ligne droite, qui represente la longueur de l'espace que l'Ellipse renferme.

Le *Petit Axe d'une Ellipse* est la ligne droite, qui represente la largeur de l'espace que l'Ellipse renferme. Ces deux axes se coupent toûjours à angles droits, & en deux également.

Le *Centre d'une Ellipse* est le point où les deux axes de l'Ellipse s'entrecoupent.

Le *Diametre d'une Ellipse*, est une ligne droite tirée par son centre, & terminée de part & d'autre par l'Ellipse. Il est évident qu'une Ovale a une infinité de Diametres differens, & que les deux Axes sont deux diametres, l'un étant le plus grand de tous, & l'autre le plus petit.

Les *Diametres conjuguez d'une Ellipse* sont deux Diametres tels que les ordonnées de l'un sont paralleles ~~aux ordonnées de~~ à l'autre. Il est évident que les deux axes d'une Ellipse sont deux Diametres conjuguez.

L'*Ordonnée à un Diametre d'une Ellipse* est une ligne droite tirée au dedans de l'Ellipse qui la termine, & parallele à la Touchante, qui passe par l'une des deux extremitez de ce Diametre.

La *Touchante d'une Ellipse* est une ligne droite, qui ne rencontre l'Ellipse qu'en un point. Il est évident que les perpendiculaires aux deux Axes d'une Ellipse, tirées par les extremitez des mêmes Axes, sont des Touchantes.

Les *Foyers d'une Ellipse* sont deux points marquez sur le grand Axe de l'Ellipse, desquels tirant à un point quelconque de l'Ellipse deux lignes droites, la somme de ces deux lignes droites est égale au grand Axe. Il est évident que ces deux points sont éloignez de l'une des deux extremitez du petit Axe d'une quantité égale à la moitié du grand Axe.

Ces deux points ont été apellez *Foyers*, parce que les rayons de lumiere qui seroient envoyez de l'un de ces Foyers à la concavité d'un Miroir Elliptique, se reflechiroient tous à l'autre Foyer : tout de même que l'air, qui est poussé en parlant par une personne qui est en l'un des Foyers d'une voute en Ellipse, se reflechit à l'autre Foyer; ce qui fait qu'une personne étant en l'un de ces deux Foyers, ou un peu proche, peut facilement entendre une autre personne qui parleroit fort bas en l'autre Foyer, ou proche du même Foyer, comme l'experience le fait voir tous les jours.

C'est de la proprieté de ces Foyers que nous venons de definir, que les Ouvriers se servent pour décrire une Ellipse sur la terre, sçavoir en plantant deux clous à ces Foyers, pour y attacher deux cordeaux liez ensemble, & égaux au grand Axe ou à la longueur de l'Ellipse qu'ils veulent décrire : car ainsi en étendant ces deux cordeaux, & en les faisant mouvoir à l'entour des deux clous qui les tiennent, ils décrivent l'Ellipse tout d'un coup.

On a inventé plusieurs autres machines ponr decrire par un mouvement continuel les Ellipses, & aussi les Paraboles & les Hyperboles : comme l'on peut voir dans les *Exercitations Mathematiques de Schooten.*

Le *Parametre d'un Diametre d'une Ellipse* est une ligne droite, qui est troisiéme proportionnelle à ce Diametre, & à son Diametre conjugué.

La *Figure d'un Diametre d'une Ellipse* est le Rectangle sous ce Diametre & son Parametre.

La *Perpendiculaire à une Ellipse*, est une ligne droite, laquelle coupant l'Ellipse en un point est perpendiculaire à la Touchante qui passe par ce même point. Cette definition convient à toutes sortes de lignes courbes, & si on la veut rendre particuliere pour l'Ellipse, nous dirons que la perpendiculaire à une Ellipse, est une ligne droite, qui divise en deux également l'angle de deux lignes tirées d'un point de l'Ellipse aux deux Foyers.

Les *Ellipses Egales* sont celles dont les deux Axes sont égaux, le grand au grand, & le petit au petit.

Parce que un Diametre d'une Ellipse est à son Parametre, comme le Rectangle sous les deux parties du même Diametre, au quarré de l'ordonnée correspondante terminée par le Diametre & par l'Ellipse; il s'ensuit que si l'on met x pour cette ordonnée, y pour une partie du Diametre, a pour le Parametre, & b pour le Diametre, on aura cette Equation Locale $ay - \frac{ayy}{b} \propto xx$, qui est apellée *Lieu à l'Ellipse*, lequel fait connoître que l'Ellipse est une ligne du premier genre : & quand le Diametre sera égal à son Parametre, auquel cas ce Diametre ne peut pas être un Axe, parce qu'alors au lieu d'une Ellipse on auroit un Cercle, l'Equation precedente se changera en celle-cy, $by - yy \propto xx$, qui sera un *Lieu au Cercle*, lorsque la quantité b representera le Diametre, lequel est dans le Cercle perpendiculaire à ses Ordonnées.

L'HYPERBOLE est une Ligne courbe reguliere indeterminée, dont chaque point est tel, que si à deux certains points determinez sur l'Axe indeterminé prolongé en dehors de l'Hyperbole on en tire deux lignes droites, la difference de ces deux lignes droites est toûjours égale à la distance de ces deux points moins la partie de l'Axe indeterminé entre le point où il coupe l'Hyperbole, & le plus proche des deux points precedens, lequel est au dedans de l'Hyperbole, l'autre étant au dehors.

L'*Axe indeterminé d'une Hyperbole* est une ligne droite qui divise à angles droits & en deux également une infinité de lignes droites paralleles entre elles, tirées au dedans de l'Hyperbole, & terminées de côté & d'autre par la même Hyperbole. Toutes ces paralleles sont apellées *Ordonnées à cet Axe indeterminé*, & le point où l'Axe indeterminé coupe l'Hyperbole, se nomme *Sommet de l'Hyperbole*.

Les *Hyperboles égales* sont celles, dont toutes les ordonnées à leurs Axes indeterminez sont égales les unes aux autres, en les prenant en distances égales depuis les points, où les Hyperboles se trouvent coupées par leurs Axes indeterminez, c'est-à-dire depuis les Sommets.

Les *Hyperboles opposées* sont deux Hyperboles égales & placées à une certaine distance d'un sens contraire l'une à l'égard de l'autre, sur un même Axe indeterminé prolongé autant qu'il en est besoin.

L'*Axe Determiné d'une Hyperbole* est la partie de l'axe indeterminé, comprise entre les deux Hyperboles opposées, ou c'est la distance des sommets des deux Hyperboles opposées. Il est évident que l'Axe determiné est commun aux deux Hyperboles opposées, & qu'il en marque la distance.

Le *Centre d'une Hyperbole* est le point, qui est au milieu de l'Axe determiné. Il est évident que ce centre est au dehors de l'Hyperbole, & qu'il est commun aux deux Hyperboles opposées.

Le *Diametre Determiné d'une Hyperbole* est une ligne droite tirée par le centre, & terminée par les deux Hyperboles opposées. Il est évident qu'une Hyperbole a une infinité de Diametres determinez, qui sont tous communs aux deux Hyperboles opposées, & que le plus petit de tous ces Diametres est l'Axe determiné.

Le *Diametre Indeterminé d'une Hyperbole* est une ligne droite indeterminée, qui se trouve en continuant un Diametre determiné au dedans de l'Hyperbole. Il est évident que l'Axe indeterminé est un Diametre Indeterminé.

Le *Diametre Indefini d'une Hyperbole* est une ligne droite, laquelle étant tirée par le centre de l'Hyperbole ne la rencontre jamais, si loin qu'on la prolonge. Il est évident qu'une Hyperbole a aussi une infinité de Diametres indefinis communs aux deux Hyperboles opposées, & que les deux plus proches à l'égard des deux mêmes Hyperboles opposées sont les deux Asymptotes, dont nous parlerons bientôt.

L'*Axe conjugué d'une Hyperbole* est un Diametre indefini perpendiculaire à l'Axe determiné. Il est aussi évident qu'un Axe conjugué est commun aux deux Hyperboles opposées, & qu'entre tous les Diametres indefinis il est le plus éloigné des deux mêmes Hyperboles opposées.

Le *Sommet d'un Diametre d'une Hyperbole* est le point où ce Diametre coupe l'Hyperbole.

La *Touchante d'une Hyperbole* est une ligne droite, qui ne rencontre l'Hyperbole qu'en un point sans la couper, c'est-à-dire sans entrer au dedans. La touchante d'une Hyperbole rencontre toûjours son Axe determiné en un point qui est au dessous du centre de l'Hyperbole, c'est-à-dire qui est entre le centre de l'Hyperbole & son sommet.

L'*Ordonnée à un Diametre indeterminé d'une Hyperbole*, est une ligne droite tirée au dedans de l'Hyperbole, parallelement à la Touchante qui passe par le sommet de ce Diametre, & terminée de côté & d'autre par l'Hyperbole. Il est évident que toutes les ordonnées à un même Diametre indeterminé d'une Hyperbole sont paralleles entre elles, puisqu'elles sont paralleles à une même Touchante. Toutes les Ordonnées dans quelque Section Conique que ce soit sont divisées en deux également par leurs Diametres, & comme nous avons déja dit, on prend ordinairement leurs moitiez pour les touts.

Le *Diametre conjugué à un Diametre indeterminé d'une Hyperbole*, est un Diametre indefini parallele à la Touchante, qui passe par le sommet du Diametre indeterminé.

L'*Ordonnée à un Diametre conjugué dans une Hyperbole*, est une ligne droite terminée par les deux Hyperboles opposées, & parallele au Diametre indéterminé qui appartient au Diametre conjugué. Il est évident que toutes les Ordonnées à un même Diametre conjugué sont paralleles entr'elles, puis qu'elles sont paralleles à un même Diametre indéterminé.

Le *Parametre d'une Hyperbole*, à l'égard d'un Diametre déterminé, est une ligne droite, qui est quatriéme proportionnelle au Rectangle sous une partie du Diametre indéterminé correspondant, en la prenant depuis le sommet de ce Diametre, & la somme de la même partie & du Diametre déterminé, au quarré de l'ordonnée correspondante terminée par cette partie & par l'Hyperbole, & au Diametre déterminé.

Le *Second Axe d'une Hyperbole* est une ligne droite moyenne proportionnelle entre l'Axe déterminé & son Parametre. Il est évident que ce second Axe est commun aux deux Hyperboles opposées.

Les ASYMPTOTES *d'une Hyperbole* sont deux Diametres indéfinis, qui passent par les extremitez de deux lignes droites tirées de côté & d'autre par le sommet de l'Hyperbole, perpendiculairement à l'Axe déterminé, & égales chacune à la moitié du second Axe. Il est évident que deux Hyperboles opposées ont les mêmes Asymptotes, & que l'angle des deux Asymptotes est divisé en deux également par l'Axe de l'Hyperbole.

Le *Foyer d'une Hyperbole* est un point de l'Axe indéterminé, éloigné du centre de l'Hyperbole d'une quantité égale à la partie de l'une des Asymptotes, comprise entre le centre & la Touchante au sommet de l'Axe indéterminé, laquelle est perpendiculaire à cet Axe. La proprieté essentielle des Foyers des deux Hyperboles opposées, est que si d'un point pris à volonté sur l'une de ces deux Hyperboles, on tire deux lignes droites aux Foyers, la difference de ces deux lignes est toûjours égale à l'Axe déterminé, qui est commun aux deux Hyperboles opposées. 1.

La *Figure d'un Diametre déterminé d'une Hyperbole* est le Rectangle qui se fait de ce Diametre déterminé & de son Parametre.

Le *Second Diametre*, à l'égard d'un Diametre déterminé d'une Hyperbole, est une ligne droite moyenne proportionnelle entre ce Diametre déterminé & son Parametre. Il est évident que le quarré de ce second Diametre est égal à la Figure du Diametre déterminé.

L'*Hyperbole Equilatere* est celle dont un Diametre est égal à son Parametre.

La *Base d'une Hyperbole*, à l'égard du sommet d'un Diametre indéterminé, est la plus grande des ordonnées à ce Diametre indéterminé, laquelle termine l'Hyperbole. Cette définition servira pour la base d'une Parabole. 2.

De la définition que nous avons donnée du Parametre d'une Hyperbole à l'égard d'un Diametre déterminé, il s'ensuit que si l'on met b pour ce Diametre, a pour son Parametre, x pour l'ordonnée terminée par le Diametre indéterminé correspondant & par l'Hyperbole, & y pour la partie de ce Diametre entre le sommet & l'ordonnée, on trouvera cette Equation locale $ay + \frac{ayy}{b} \propto xx$, que l'on nomme *Lieu à l'Hyperbole*, & qui fait connoître que l'Hyperbole est une ligne du premier genre. Ce lieu se changera en celuy-cy, $ay + yy \propto xx$, lorsque l'Hyperbole sera Equilatere.

Les *Diametres Semblables de plusieurs Sections Coniques*, sont ceux dont les ordonnées leur sont semblablement inclinées. Il s'ensuit que les Axes sont des Diametres semblables. 3.

Les *Sections Coniques Semblables* sont celles où les ordonnées à un Diametre dans l'une sont proportionnelles aux ordonnées correspondantes à un Diametre semblable dans l'autre, & où les parties des Diametres semblables entre les sommets & les ordonnées dans chaque Section sont semblables. Cette Définition convient aussi aux *semblables segmens de Sections Coniques*, parce qu'un *Segment de Section Conique* n'est autre chose qu'une petite section conique, dont la base est une ligne droite.

Apollonius Pergeus nous a donné la generation des lignes du premier genre, ou des Sections Coniques dans le Cone. *M. de Witt* nous l'a donnée par le mouvement de quelques lignes qui s'entrecoupent dans de certains angles. 4.

M. de la Hire nous l'a donnée par les Foyers, & nous l'avons aussi donnée par des Rectangles comparez à des Quarrez correspondans.

M. l'Abbé de Lanion, qui excelle dans les Mathematiques, aussi-bien que dans la Theologie, ayant consideré que la methode de *M. de Witt* n'étoit pas assez generale, & qu'elle étoit trop embroüillée pour la Parabole &

pour l'Hyperbole, a trouvé la génération de la Parabole, de l'Hyperbole, & de l'Ellipse par une methode beaucoup plus générale, sçavoir par le mouvement d'une même ligne; qui se meut toûjours parallelement à elle-même, & qui en coupant en trois points differens quelques autres lignes ou Regles mobiles autour d'un même point, forme les trois Sections Coniques, comme l'on peut voir dans le septiéme Journal de l'année 1690.

GEOMETRIE PRATIQUE.

LA *Geometrie Pratique* employe les connoissances qui luy sont fournies par la Speculative pour reduire en pratique tous les Problemes qui peuvent être d'usage dans la vie. Elle tire son commencement des Egyptiens, qui l'ont inventée pour remedier aux desordres ordinaires qui arrivoient par le débordement du Nil, qui enlevoit toutes les bornes, & effaçoit toutes les limites de leurs heritages, c'est-à-dire pour rendre à chacun la portion des terres qui luy appartenoit. Elle a cinq parties considerables, qui sont la *Trigonometrie*, la *Longimetrie*, la *Planimetrie*, la *Stereometrie*, & la *Geodesie*.

La TRIGONOMETRIE est l'art de mesurer les triangles, à l'égard seulement de ses angles & de ses côtez: & comme un triangle peut être Rectiligne & Spherique, cela fait que la Trigonometrie se divise aussi en *Rectiligne*, & en *Spherique*.

La *Trigonometrie Rectiligne* enseigne à mesurer les Triangles Rectilignes.

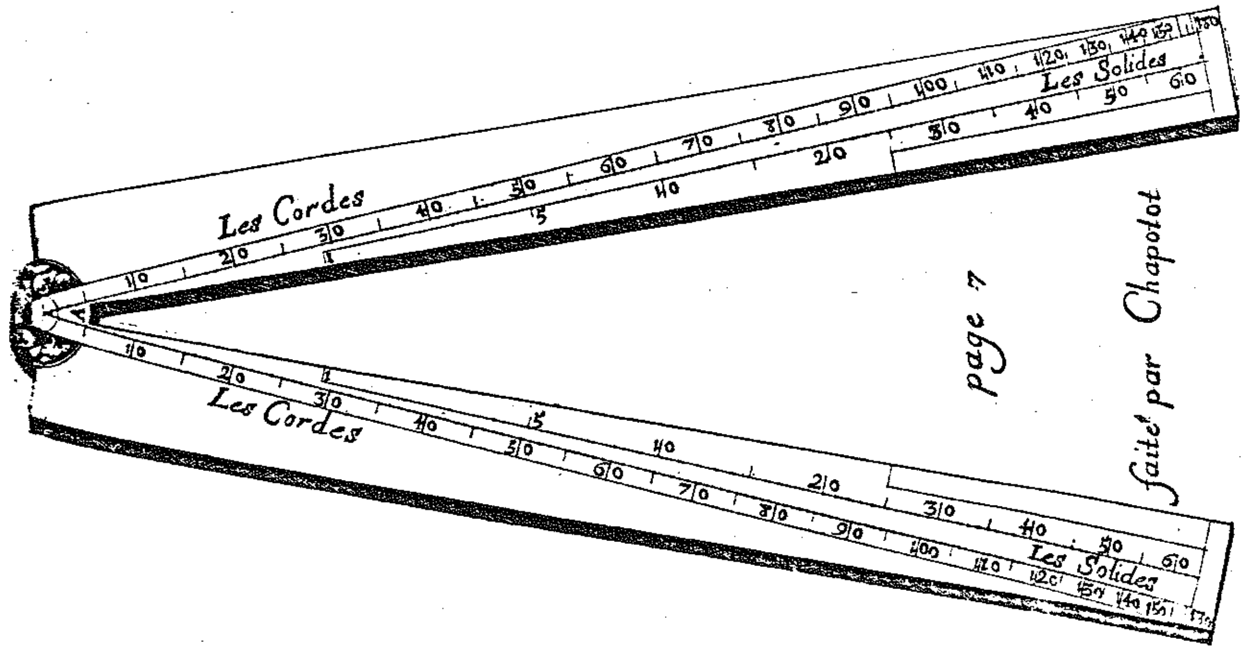
La *Trigonometrie Spherique* enseigne à mesurer les Triangles Spheriques.

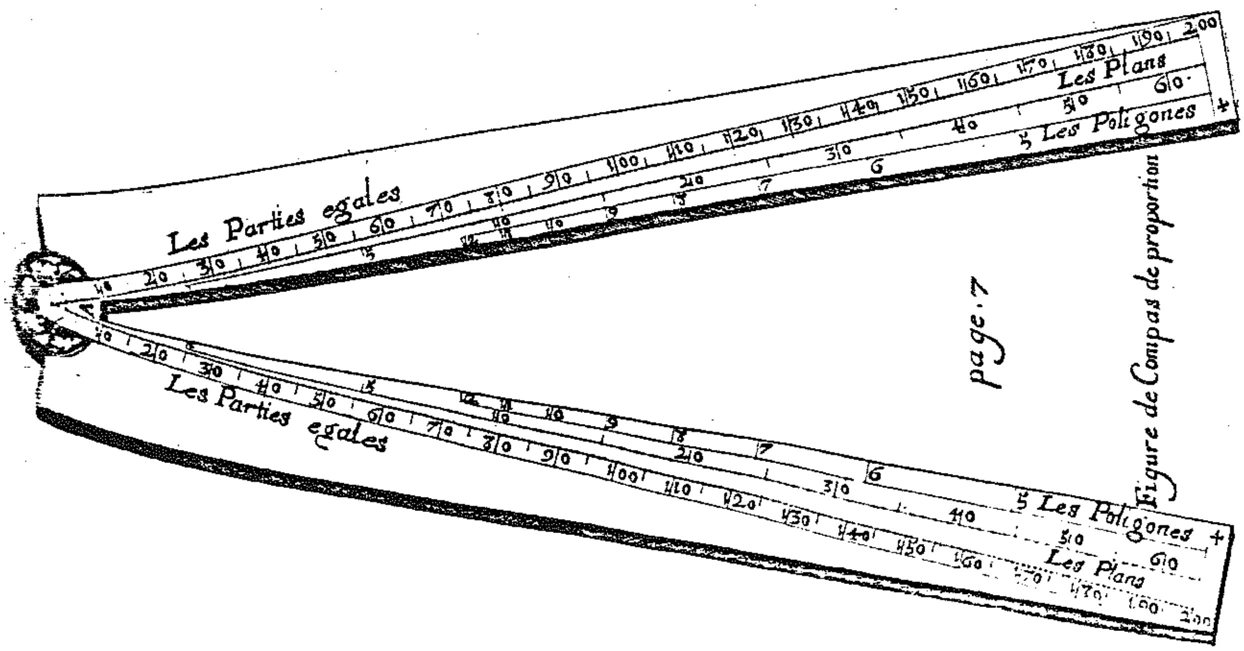
L'une & l'autre de ces deux Sciences ne considere que six choses dans un Triangle, sçavoir les trois angles & les trois côtez, car ce n'est pas à la Trigonometrie de mesurer la superficie d'un Triangle, mais bien à la Planimetrie.

Le but de la Trigonometrie est de connoître par le calcul l'une des six parties precedentes par le moyen de trois connues, qui doivent être telles qu'elles déterminent les autres parties du triangle, en sorte que ces trois autres parties ne puissent être que d'une certaine grandeur, pour ne pas travailler à l'incertain: ce que feront toûjours deux angles & un côté, ou deux côtez & un angle, ou bien les trois côtez, mais non pas les trois angles, pour le moins dans un triangle rectiligne, parce que l'on peut faire une infinité de triangles rectilignes, qui auront les angles égaux, les uns aux autres, & non pas les côtez.

Les côtez d'un triangle rectiligne étant des lignes droites se mesurent par des lignes plus petites, comme par des Toises, des Pieds, des Pouces, &c. & les angles se mesurent par degrez: car les Mathematiciens divisent la circonference d'un cercle en 360 parties égales apellées *Degrez*, & chaque degré en 60 autres parties égales plus petites, apellées *Minutes*, & ainsi en suite; & ils disent qu'un angle est d'autant de degrez & de minutes que l'arc de cercle qui le mesure en contient.

Les angles rectilignes se mesurent sur le papier avec le *Rapporteur*, qui est un


Les Cordes
Les Solides
Les Cordes
Les Solides
page 7
faite par Chapotot


Les Parties egales
Les Plans
Les Poligones
Les Parties egales
Les Poligones
Les Plans
page.7
Figure de Compas de proportion

un petit demi-cercle, fait ordinairement de leton, & quelquefois de corne, dont la circonference est divisée exactement en ses 180 degrez : & sur la terre avec le *Demi-cercle*, ou *Graphometre*, qui est un grand demi cercle de leton, ayant environ un pied de Diametre, & une *Alidade* mobile autour de son centre. Cette *Alidade* n'est autre chose qu'une regle de même métal, qui porte deux *Pinnules*, c'est-à-dire deux petites plaques de leton percées vis-à-vis de la *Ligne de foy*, laquelle est une ligne droite qui répond au centre du Demi-cercle, lequel outre ses dégrez a encore ses minutes, que l'on met ordinairement de *6* en *6*, quand il est un peu grand.

Cet instrument contient ordinairement dans son milieu une *Boussole*, c'est-à dire une boëte couverte d'une vitre, au fonds de laquelle il y a une aiguille aimantée suspendue sur un pivot ou pointe élevée à angles droits sur le milieu du fonds de la boëte, environ à la hauteur de la surface superieure, au bord de laquelle il y a une circonference de cercle divisée en ses 360 degrez. Cette Boussole peut servir aussi pour mesurer un angle sur la terre, & pour *lever un Plan*, c'est-à-dire pour décrire sur le papier un *Plan* semblable à celuy qui est sur la terre : mais son principal usage est pour *orienter un Plan*, c'est-à-dire pour marquer la situation d'un Plan sur la terre à l'égard des quatre parties Cardinales du Monde.

La Boussole se nomme aussi *Compas* : mais on apelle encore *Compas* un Instrument de Mathematique, composé de deux pointes droites attachées ensemble en leurs extremitez par une charniere, duquel on se sert pour tracer des cercles sur un Plan. Ces pointes sont quelquefois recourbées, quand on veut s'en servir pour tracer des cercles sur la surface d'un globe, ou pour en mesurer le diametre, & alors cet Instrument se nomme *Compas Spherique*. On apelle encore *Compas de Carte*, celuy qui s'ouvre en le pressant vers la teste, servant aux Pilotes pour compasser leurs Cartes.

Quand on décrit un *Plan* sur le papier, on se sert d'une *Echelle*, c'est-à-dire d'une ligne droite divisée en parties égales, qui representent des Pieds, des Toises, ou telle autre mesure que l'on voudra. Le *Compas de Proportion* fait la fonction d'une Echelle pour toute sorte de Plans, en se servant de la ligne des parties égales, & aussi la fonction d'un Raporteur en se servant de la ligne des cordes pour la mesure des angles. Car

Le *Compas de Proportion* est un Instrument de Mathematique, composé de deux lames de leton, ou de quelqu'autre matiere solide, apellées *Jambes du Compas de Proportion*, dont les extremitez sont jointes ensemble par une charniere, à l'entour de laquelle elles sont mobiles, sur lesquelles il y a des lignes droites divisées en parties égales, & inégales, dont on se sert tres-commodément pour faire plusieurs operations de la Geometrie Pratique. Voyez le Traité que nous en avons publié.

Les angles que l'on fait & que l'on mesure sur la terre, ne sont ordinairement que par imagination, mais ceux que l'on décrit & que l'on mesure sur le papier, sont toûjours reels, dont les lignes peuvent être *Apparentes*, & *Occultes* : *Finies* & *Indéfinies*.

La *Ligne Apparente* est celle qui est décrite sur le papier, ou avec de l'ancre, ou bien avec le crayon.

La *Ligne Occulte*, ou *Blanche*, est celle qui est marquée sur le papier avec la pointe du Compas. On la marque quelquefois par des points, & alors on la nomme *Ligne Ponctuée*.

La *Ligne Finie* est celle qui est d'une certaine grandeur déterminée, c'est-à-dire qui contient ou suppose une longueur necessaire.

La *Ligne Indéfinie* est celle qui est indéterminée, c'est-à-dire qui n'a aucune longueur précise.

Le Calcul dont on se sert dans la Trigonometrie pour connoître la valeur des lignes & des angles d'un triangle rectiligne, ou spherique, se fait par les *Sinus*, par les *Tangentes*, & par les *Secantes*.

Le SINUS *Droit d'un Arc*, ou *d'un Angle* est une ligne droite tirée de l'une des extremitez de l'arc perpendiculairement au Diametre qui passe par l'autre extremité. D'où il suit qu'un Sinus Droit apartient toûjours à deux arcs, lesquels pris ensemble font un demi-cercle, ou 180 degrez. Il est évident que le plus grand de tous ces Sinus, est le Sinus Droit du quart de cercle, ou de 90 degrez, & c'est pour cela qu'on le nomme *Sinus Total*; on l'apelle aussi *Rayon*, parce qu'il tombe au centre du Cercle, & qu'il est effectivement égal au rayon du même Cercle.

Le *Sinus Verse d'un Arc*, ou *d'un Angle*, que l'on apelle aussi *Fleche*, est la partie du Diametre comprise entre l'arc & son Sinus Droit. Il est évident qu'un Sinus Verse est plus petit que le Sinus Total, lorsque l'arc est plus petit qu'un quart de Cercle : & qu'il est plus grand que le Sinus Total, lorsque l'arc est plus grand qu'un quart de Cercle, parce que dans ce cas le Sinus Verse est égal à la somme du Rayon & du Sinus droit du *Complément* de l'arc, & que dans le premier cas le Sinus Verse est égal à l'excez du Rayon sur le Sinus du *Complément*.

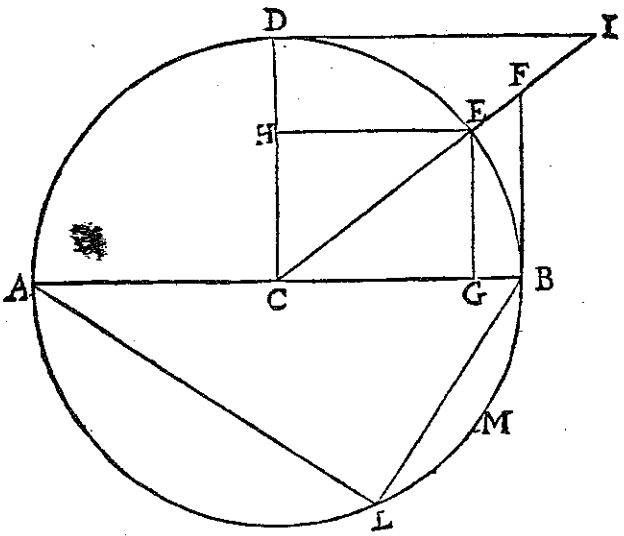
Le *Complément d'un Arc*, ou *d'un Angle* est ce qui manque à cet arc ou à cet angle pour être de 90 degrez, quand il est moindre que 90 degrez, ou ce de quoy il est plus grand que 90 degrez, quand il surpasse 90 degrez. Ainsi on connoîtra que le complément d'un arc, ou d'un angle de 40 degrez est un arc ou un angle de 50 degrez, & que le complément d'un arc ou d'un angle de 120 degrez est un arc ou un angle de 60 degrez.

La TANGENTE *d'un Arc, ou d'un Angle*, est une ligne droite tirée de l'une des extremitez de l'arc perpendiculairement au diametre qui passe par la même extremité, & terminée à la rencontre d'une ligne droite tirée du centre par l'autre extremité du même arc. Cette ligne est apellée *Tangente*, parce qu'elle touche l'arc de cercle en un point, & elle apartient aussi à deux arcs, lesquels pris ensemble font 180 degrez.

La *Secante d'un Arc*, ou *d'un Angle*, est une ligne droite tirée du centre de cet arc par l'extremité du même arc jusqu'à ce qu'elle rencontre la Tangente tirée par l'autre extremité. Cette ligne est apellée *Secante*, parce qu'elle coupe l'arc de cercle en un point, & elle apartient comme le Sinus & la Tangente, à deux arcs, dont la somme est un demi-cercle.

La *Corde du Complément* d'un arc, est la corde qui soûtient le reste de cet arc au demi-cercle.

Pour mieux comprendre ces definitions, considerez cette figure, où l'on voit que la droite CD, qui passe par le centre C, du demi-cercle ADB, ou ALB, & qui est perpendiculaire au Diametre AB, est le *Rayon*, ou le



Sinus Total, parce qu'elle est le Sinus droit du quart de cercle AD, ou BD. Que la droite EG, qui est perpendiculaire au diametre AB, est le *Sinus Droit* de l'arc BE, & aussi de l'arc AE, dont la *Tangente* est BF, & la *Secante* est CF, qui termine la Tangente BF, laquelle est perpendiculaire au diametre AB. Que des mêmes arcs AE, BE, le *Complément* est l'arc DE, dont le Sinus droit est EH, la Tangente est DI, & la Secante est CI. Que de l'arc BML la *Corde* est la droite BL, & la *Corde du Complément* est AL. Enfin que de l'arc BE le *Sinus Verse* est BG, comme de l'arc AE le *Sinus Verse* est AG.

La quantité des *Sinus*, des *Tangentes*, & des *Secantes*, dépend de celle du *Sinus Total*, ou du demi-diametre du cercle, parce que le *Sinus*, la *Tangente*, & la *Secante* de quelque arc que ce soit ont au *Sinus Total* une certaine raison qui ne change jamais. C'est pourquoy ayant une fois connu la quantité des Sinus, des Tangentes, & des Secantes de tous les degrez du quart de cercle pour un Sinus Total d'une grandeur determinée, on les pourra connoître facilement par la Regle de Trois pour un Sinus Total de telle autre grandeur qu'on le voudra supposer. Les Anciens l'ont supposé de 60 parties égales, & dans ces mêmes parties ils ont determiné la quantité des Sinus de tous les degrez du quart de cercle : mais comme ce nombre de 60 parties seulement est trop petit pour avoir au juste & sans une erreur sensible la quantité des Sinus, à cause des Fractions que l'on neglige, & des nombres irrationnels, qui se rencontrent ordinairement dans cette supputation ; les Modernes supposent le Rayon de beaucoup plus de parties, afin que l'erreur qui doit provenir des fractions negligées, & des nombres irrationnels que l'on ne sçauroit éviter, ne soit pas sensible dans un si grand nombre de parties, lequel est ordinairement 10000000, ou seulement 100000, ce qui suffit pour les supputations des Ingenieurs : & dans cette ſuppoſition, l'on a ſupputé la quantité des Sinus, des Tangentes, & des Secantes non ſeulement de tous les degrez du quart de cercle, mais encore de toutes les minutes du quart de cercle, dont on a fait des Tables communément apellées *Tables de Sinus*, qui ſont d'un grand uſage dans pluſieurs parties de Mathematique, & principalement dans la Geometrie & dans l'Aſtronomie.

La LONGIMETRIE eſt la meſure des longueurs. Elle conſidere les lignes à meſurer en trois façons differentes : car elles peuvent être *Horizontales*, *Penchantes*, & *Verticales*.

La *Ligne Horizontale* eſt une ligne droite parallele à l'Horizon. Une ſemblable ligne eſt auſſi apellée *Ligne du Niveau apparent*, pour la diſtinguer de la *Ligne du vray Niveau*, qui eſt une ligne circulaire, dont tous les points ſont également éloignez du centre de la terre.

Lorſqu'une ligne Horizontale, ou du niveau apparent a ſes deux extremitez également éloignées du centre de la terre, ces deux extremitez ſont apellées *Points de Niveau*.

Le NIVEAU, ou *Chorobate* eſt un Inſtrument de Mathematique, dont on ſe ſert pour *Niveler*, c'eſt-à-dire pour tirer des lignes horizontales ſur la terre, & pour connoître la hauteur d'un lieu de la terre à l'égard d'un autre, c'eſt-à-dire pour ſçavoir lequel des deux lieux eſt le plus éloigné du centre de la terre, ce qui s'apelle *Nivellement*.

Les Maçons ſe ſervent de petits Niveaux, pour tirer des lignes de niveau ſur les murailles, & pour *mettre de niveau*, c'eſt-à-dire poſer horizontalement les pierres, & les autres pieces ſervant à l'Architecture, & generalement pour dreſſer & aplanir tout ce qui doit *être de Niveau*, c'eſt-à-dire ce qui doit être *Horizontal*, ou parallele à l'Horizon.

Les Ingenieurs ſe ſervent de grands Niveaux pour la conduite des eaux, où ils ont ordinairement beſoin de niveler des diſtances un peu grandes : pour cette fin on ajoûte des Lunettes à ces Niveaux pour pouvoir diſcerner le point que l'on viſe de loin, & que l'on apelle *Point de Viſée*. C'eſt pourquoy il faut qu'un ſemblable Niveau ſoit d'une tres-grande exactitude, parce qu'un petit défaut dans l'Inſtrument peut cauſer une erreur conſiderable ſur la terre pour peu que le Point de viſée ſoit éloigné. C'eſt ce qui a obligé pluſieurs perſonnes d'eſprit à inventer des Niveaux, chacun de ſa façon. Celuy que le *Sieur Chapotot* Fabricateur d'inſtrumens de Mathematique à Paris a fait & inventé, eſt eſtimé generalement de tous ceux qui s'y connoiſſent, & le grand debit qu'il en a fait & qu'il fait continuellement au dedans & au dehors du Royaume, fait aſſez connoître la bonté de ſon Niveau, de laquelle on ſera encore mieux perſuadé, quand on ſçaura qu'il a été aprouvé ſans aucune difficulté de Mrs de l'Academie Royale des Sciences.

La *Ligne Panchante* eſt une ligne inclinée ſur le Plan de l'Horizon.

La *Ligne Verticale*, ou *Ligne à Plom*, eſt une ligne perpendiculaire au Plan de l'Horizon.

Ces trois lignes ne ſont qu'imaginaires, & elles peuvent être *Acceſſibles*, & *Inacceſſibles*.

La *Ligne Acceſſible* eſt celle que l'on peut aprocher pour le moins en l'une de ses deux extremitez, & que l'on peut bien souvent mesurer actuellement.

La *Ligne Inaccessible* est celle, dont on ne peut aucunement aprocher, & que par consequent on ne sçauroit mesurer qu'à l'aide de quelque Instrument, dont le plus commode & le plus assuré est le Demi-cercle, pour le moins quand on veut mesurer une ligne par la Trigonometrie : car quand on la veut mesurer sans calcul, on le peut faire tres-facilement & tres exactement par le moyen de l'*Instrument Universel*, dont nous avons publié un Traité particulier.

L'*Instrument Universel* est une plaque de letton, ou de quelqu'autre matiere solide, ayant la figure d'un Quarré-long, servant à tracer des Plans sur la terre, ou à en lever sur le papier, & pour mesurer toutes sortes de lignes droites sur la terre, & même pour y faire & mesurer des angles par le moyen d'une Alidade mobile à l'entour de son centre, & encore le long de l'un des deux plus grands côtez de l'Instrument sur des divisions égales qui y sont marquées, les autres côtez ayant des divisions inégales, qui representent les degrez du Demi cercle, dont le centre est au milieu de la longueur, qui est divisée en parties égales.

On mesure des lignes par des autres lignes plus petites, qu'on apelle *Mesures courantes*, lesquelles sont proportionnées aux lignes qu'elles mesurent. Ainsi quand les Astronomes mesurent la distance des Planettes, à la Terre, ils prennent pour Mesure-courante le *Demi-diametre de la Terre*. Quand les Geographes mesurent quelque Province de la Terre, ou la Terre même, ils prennent la *Lieüe* pour mesure-courante. Quand les Arpenteurs mesurent les lignes des Champs, & des vastes Campagnes, ils prennent pour mesure-courante la *Perche*, la *Verge*, la *Chaîne*, la *Gaule*, &c. Quand les Ingenieurs mesurent les lignes d'une Forteresse, ils prennent la *Toise*, ou la *Verge* pour Mesure-courante. Quand les Architectes mesurent les lignes des Edifices, ils prennent le *Pied*, & la *Toise* pour Mesure-courante : & quand les Artisans mesurent des lignes tres-petites comme des Tables, des Miroirs, &c. ils prennent le *Pouce*, & le *Pied* pour Mesure courante.

Le PIED est une certaine Mesure, dont la longueur est determinée dans tout le Royaume par l'autorité du Prince, & alors on le nomme *Pied de Roy*, pour le differencier du *Pied de Ville*, qui n'est pas le même dans toutes les Villes du Royaume, au lieu que le pied de Roy est le même parmy tous les Mathematiciens. C'est donc des Pieds de Roy que nous avons entendu parler dans l'Arithmetique Pratique, lorsque nous avons dit qu'un *Pendule* long de 5 pieds fait en une heure 1846 vibrations simples.

Le PENDULE est un poids suspendu par un filet inflexible attaché à un point fixe apellé *Centre de mouvement reciproque*, à l'entour duquel il fait par son mouvement libre des arcs de cercle en descendant & en remontant, lesquels on apelle *Vibrations simples*, pour les distinguer des *Vibrations composées*, lesquelles sont des arcs redoublez décrits par le mouvement reciproque du poids, quand il est revenu environ au point d'où il avoit commencé à se mouvoir.

Quand deux ou plusieurs Pendules font leurs vibrations par des arcs semblables en tems égal, *M. Hugens* les apelle *Pendules Isochrones*.

On apelle aussi *Pendule* une Horloge de nouvelle invention, qu'on fait avec un Pendule, qui en rend le mouvement égal par le moyen d'une ligne Cycloïde, qui a été inventée par *M. Hugens*, lequel en a fait un tres-beau Traité imprimé à Paris en l'année 1673. Il est intitulé *Horologium Oscillatorium*, où il a dit de tres-belles choses touchant les lignes d'Evolution.

La *Perche* est une Mesure, qui a ordinairement 18 pieds de longueur, mais cette longueur n'est pas la même par tout : car il y a des lieux en France où la Perche est longue de 20 pieds, & de 22 pieds en d'autres, c'est suivant les Juridictions & Seigneuries. Ainsi pour connoître dans le particulier les Mesures de même nom, & de diverses grandeurs qui sont en usage dans chaque Province selon leurs privileges particuliers, il faut s'informer de l'usage.

La PLANIMETRIE, ou *Arpèntage*, est une partie de la Geometrie Pratique, qui nous enseigne à mesurer les Surfaces, ou Superficies, ce qui s'apelle *Arpenter.*

Comme une grandeur ne se mesure que par une grandeur plus petite de même genre, les Surfaces ne se doivent mesurer que par des Surfaces plus petites, lesquelles on fait toûjours quarrées, comme étant les plus simples, & les plus faciles à être connues. Ainsi la quantité, ou la valeur d'une Superficie s'estime par le nombre des *Lignes quarrées*, des *Pouces quarrez*, des *Pieds quarrez*, des *Toises quarrées*, ou des *Verges quarrées* qu'elle contient.

La *Ligne quarrée* est un Quarré, dont chaque côté est d'une ligne courante, qu'on apelle aussi *Ligne de long*, qui est la douziéme partie d'un pied de long.

On apelle *Ligne de Pouce quarré* une Surface qui contient douze lignes quarrées.

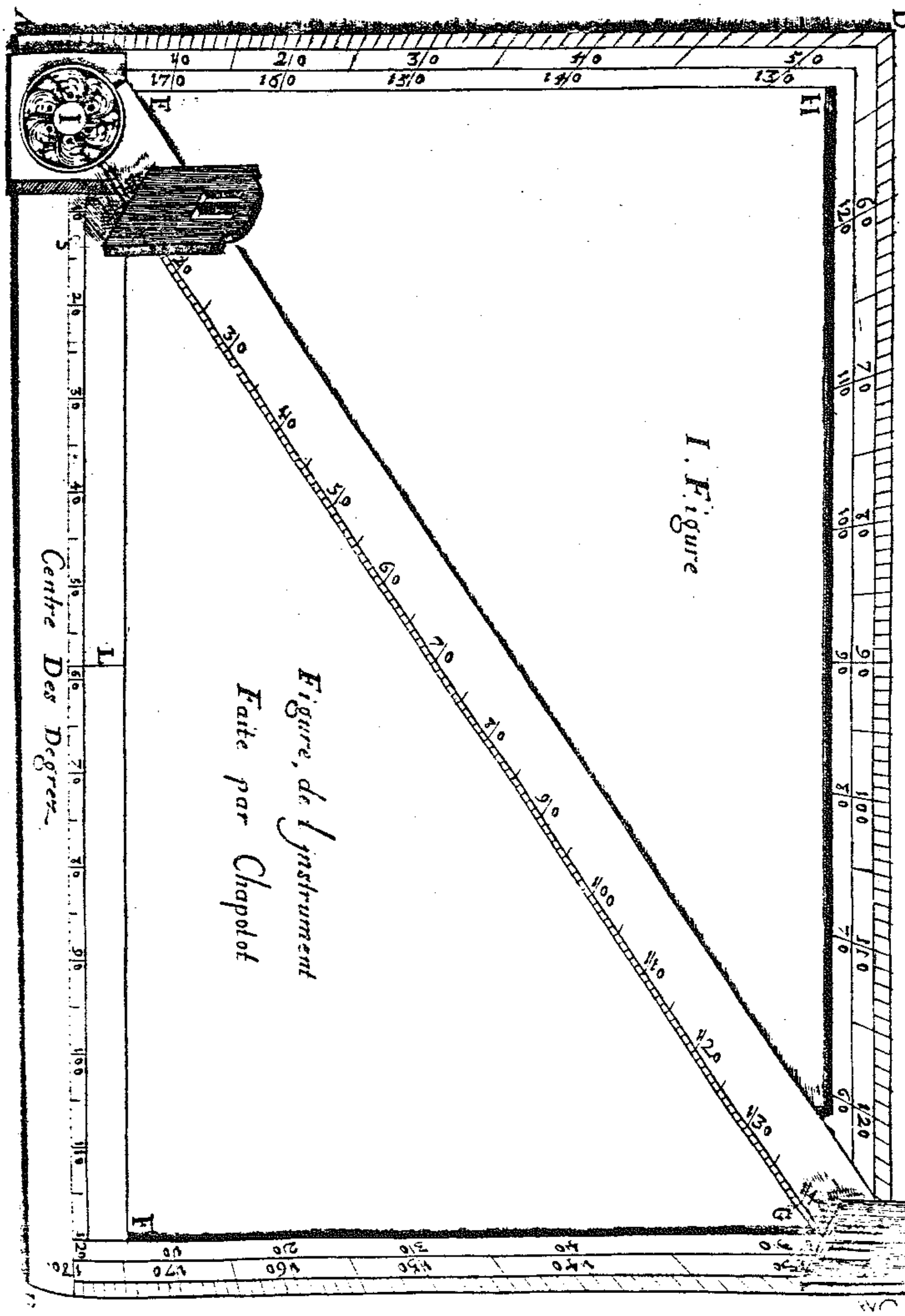
Le *Pouce quarré* est un Quarré, dont chaque côté est d'un Pouce de long. Il est évident qu'un Pouce quarré contient douze lignes de Pouce quarré, ou 144 Lignes quarrées.

On apelle *Pouce de Pied quarré* une surface qui contient douze Pouces quarrez.

Le *Pied quarré* est un quarré, dont chaque côté est d'un Pied. C'est pourquoy le Pied courant ayant 12 pouces courans, le pied quarré aura 12 pouces de pied quarré, ou 144 Pouces quarrez.

On apelle *Pied de toise quarrée* une surface qui contient six Pieds quarrez.

La *Toise quarrée*, ou *Verge quarrée* est un quarré, dont chaque côté est d'une Toise. D'où il suit qu'une Toise courante ayant 6 pieds courans, une Toise quarrée aura 36 pieds quarrez. Aux environs de Paris, & à Paris même, on employe la Toise quarrée pour la mesure des Batimens, & de la Perche, ou de la Verge pour la mesure des Terres. Ailleurs on se sert de l'Arpent, qui contient 100 Perches quarrées en superficie. En certains endroits du Royaume, au lieu du mot d'*Arpent*, on se sert du mot de *Journal*, & en d'autres on se sert encore d'autres noms, comme *Acre*, *Couple de bœuf*, *Saumée*, *Asnée*, *Sesterce*, &c. mais tous ces noms signifient ordinairement la valeur de 100 mesures quarrées, de celles qui sont en usage dans le Païs.


I. Figure
Figure, de l'instrument
Faite par Chapotot
Centre Des Degrez

La STEREOMETRIE, ou le *Toisé*, est une partie de la Geometrie Pratique, qui nous enseigne à mesurer les corps, c'est-à-dire à sçavoir combien ils contiennent, ce qui s'apelle *Contenu*, *Capacité*, & *Solidité*.

Nous avons déja dit que la mesure d'une grandeur se doit faire par une autre grandeur plus petite de même genre. D'où il suit que la mesure des corps se doit faire par de petits corps, qui sont de petits cubes, comme des *Pieds cubiques*, des *Toises cubiques*, &c.

La *Ligne Cubique*, ou la *Ligne Cube* est un cube, dont chaque côté est d'une ligne de long.

On apelle *Ligne de Pouce cube* un solide qui contient 144 lignes cubes.

Le *Pouce Cubique*, & le *Pouce Cube* est un cube, dont chaque côté est d'un Pouce de long. Il est évident qu'un Pouce courant ayant 12 lignes de long, un Pouce cube a 12 lignes de Pouce cube, ou 1728 lignes cubiques.

On apelle *Pouce de Pied cube* un solide qui contient 144 Pouces cubes: & *Pied de Toise cube* un solide qui contient 36 Pieds cubes.

Le *Pied cubique*, ou le *Pied cube* est un cube, dont chaque côté est d'un Pied. D'où il suit qu'un Pied courant ayant 12 Pouces courans, un Pied cubique aura 1728 Pouces cubiques.

La *Toise cubique*, ou la *Toise cube* est un cube, dont chaque côté est d'une Toise. D'où il suit qu'une Toise courante ayant six pieds courans, une Toise cubique aura 216 Pieds cubiques, ou six Pieds de Toise cube.

Dans la pratique de la Planimetre & de la Stereometrie on se sert de plusieurs abregez, dont la plupart sont tres-défectueux, & les autres de petite consequence, comme quand on mesure les tonneaux de vin par le moyen de la *Jauge*, cela se pratiquant ainsi pour avoir plûtôt fait.

La JAUGE est une mesure de bois ou de fer recourbée en l'une de ses extremitez, où sont marquées de côté & d'autre les hauteurs & les diametres de plusieurs certaines mesures égales de vin, ou d'autre liqueur, & dont on se sert pour sçavoir combien de telles mesures contient quelque vaisseau, ce qui s'appelle *Jauger un tonneau*.

La GEODESIE est une Science, qui enseigne à faire le partage entre deux ou plusieurs Heritiers d'une Terre, qui contient des terres labourables, des Prez, des Vignes, & des Bois. Voyez ce que nous en avons dit à la fin du Traité que nous avons publié de l'usage du Compas de Proportion.

Le MESOLABE est un Instrument de Mathematique, inventé par les Anciens pour trouver mecaniquement entre deux lignes droites données deux moyennes continuellement proportionnelles.

Le QUARRE' GEOMETRIQUE est un Instrument fait en Quarré, ayant à l'un de ses angles droits une Alidade mobile autour de cet angle, avec deux Pinnules semblables à celle du Demi-cercle, & ayant aux deux côtez qui forment l'angle droit opposé des divisions égales en grandeur & en nombre, dont on se servoit autrefois pour mesurer les lignes droites accessibles & inaccessibles sur la Terre.

Depuis que l'on a eu la connoissance de la Trigonometrie, on a cessé de se servir de cet Instrument pour la mesure des grandes lignes, parce qu'il n'est pas si exact que le Demi-cercle.

L'ANNEAU ASTRONOMIQUE eſt un petit anneau de métal diviſé en degrez, que l'on tient ſuſpendu par un anneau plus petit, pour prendre au moyen d'une Alidade qu'il contient avec ſes pinnules la hauteur des Aſtres, & meſurer les lignes acceſſibles & inacceſſibles ſur la Terre.

La BACULAMETRIE eſt une Science qui enſeigne à meſurer les lignes acceſſibles & inacceſſibles ſur la Terre avec un ou pluſieurs bâtons.

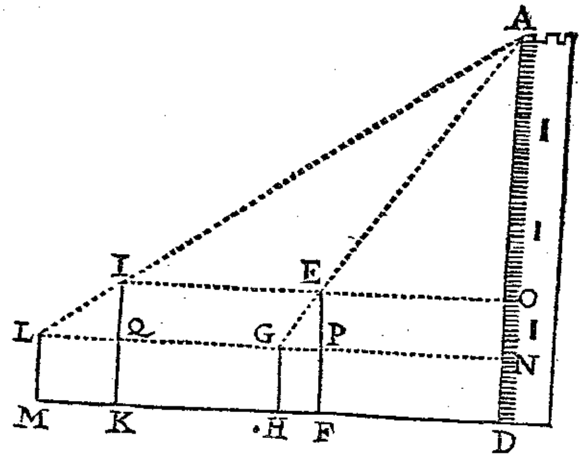
Nous en allons donner un exemple dans le Probleme ſuivant, lequel quoy que facile nous reſoudrons par Algebre, pour vous faire voir que l'Algebre eſt la ſource de toutes les inventions, & que la ſcience de celuy qui l'ignore eſt bien limitée.

PROBLEME.

Meſurer une hauteur inacceſſible par le moyen de deux Bâtons inégaux.

POur meſurer la Hauteur inacceſſible AD, plantez ſur la terre deux bâtons inégaux EF, GH, en ſorte qu'ils ſoient paralleles entr'eux & à la ligne à meſurer AD, & que par les deux bouts E, G, on voye le ſommet A. Aprés cela faites une ſeconde ſtation en ligne droite au points K, M, en ſorte que quand on y aura remis les deux mêmes bâtons comme auparavant, on voye par les deux bouts I, L, le même ſommet A.

Cela étant fait tirez par penſée les droites IEO, LGN, paralleles entr'elles & à



la ligne Horizontale MD, & ſuppoſez

EF $\propto a$.	HF $\propto c$.	MK $\propto m$.	
GH $\propto b$.	KF $\propto d$.	EP $\propto n$.	AO $\propto x$.

pour avoir AN $\propto x + n$, & dans les triangles ſemblables GPE, EOA, on trouvera OE $\propto \frac{cx}{n}$, & par conſequent OI $\propto \frac{cx}{n} + d$, & dans les triangles ſemblables IQL, AOI, on aura cette analogie, n, m : : x, $\frac{cx}{n} + d$, & par conſequent cette Equation $cx + dn \propto mx$, dans laquelle on trouvera $x \propto \frac{dn}{m - c}$, d'où l'on tire cette analogie,

$m - c$.

$m - c$, $n :: d$, x, ou MK — HF, EP :: KF, AO : & comme les trois premiers termes sont connus, le quatriéme AO sera aussi connu, auquel ajoûtant la ligne DO, ou le grand Bâton EF, on aura la Hauteur AD qu'on cherche. Comme si a ꝏ 12, b ꝏ 8, c ꝏ 9, & d ꝏ 30, on trouvera n ꝏ 4, & AO ꝏ 20, & par consequent AD ꝏ 32.

DEMONSTRATION.

Pour démontrer que MK — HF, EP :: KF, AO, on considerera que dans les triangles semblables ALG, AIG, on a cette analogie, AL, AI :: GL, EI, & que dans les triangles semblables ALN, AIO, on a celle-cy, AL, AI :: LN, IO. De ces deux analogies il s'ensuit celle-cy, GL, EI :: NL, OI, ou GL, PQ :: NL, OI, & si à la place des deux derniers termes NL, OI, on met les deux AN, AO, qui sont en même raison, à cause des triangles semblables ALN, AIO; on aura cette autre analogie, GL, PQ :: AN, AO, & en divisant on aura celle-cy, GL — PQ, PQ :: ON, AO, ou QL — PG, PQ :: EP, AO, ou KL — HF, EP :: KF, AO. Ce qu'il faloit démontrer.

TITRE :

Dictionnaire Mathématique
Fascicule II
Géométrie spéculative et Géométrie pratique

AUTEUR :

OZANAM M

RESUME :

Dans le Dictionnaire Mathématique ou idée générale des mathématiques de Monsieur Ozanam on trouve, outre les termes de cette science, plusieurs termes des Arts et des autres sciences ; avec des raisonnements qui conduisent peu à peu l'esprit à une connaissance universelle des Mathématiques. Paris 1691.

MOTS CLES :

Encyclopédie
Géométrie
Histoire
Raisonnement mathématique

Editeur : IREM
Université PARIS 7-Denis Diderot
Directeur responsable de la publication : René Cori
Case 7018
75205 PARIS Cedex 13
Dépôt légal : 1982
ISBN : 2-86612-009-4