

Introduction aux Actes des JETM4

Laurent Vivier¹

¹Université Paris Cité, LDAR, France ; laurent.vivier@u-paris.fr

Objectifs et contextes

Les Journées d'étude JETM sont régulièrement organisées par le groupe de recherche ETM du LDAR. Elles s'intéressent à l'étude didactique du travail mathématique, en particulier avec la théorie des Espaces de Travail Mathématique (ThETM).

Cette quatrième édition (JETM4) se propose de discuter des potentialités de l'intelligence artificielle, et notamment générative, dans le développement du travail mathématique. Outre l'importance de prendre en compte ce thème, vu l'importance grandissante de l'influence de l'IA dans l'éducation, notre proposition de journées d'étude s'appuie sur plusieurs réflexions préalables dont nous souhaitons une convergence dans la perspective d'un projet de recherche : des études expérimentales préliminaires dans le projet ECOS-ANID C22H03 ; une réponse à un appel du programme France-Québec Samuel de Champlain (LDAR-UQÀM-UdeM) ; un projet France-Québec (UPCité-UdeM) ; une conférence dédiée à l'ÉT8 (<https://etm8.unican.es>). Ces actes constitueront notamment une base pour le thème transversal de l'ÉT9 (<https://uacm.edu.mx/etm9>).

Ces journées d'études ont pour but d'initier des recherches en didactique des mathématiques sur le thème de la prise en compte de l'Intelligence Artificielle (IA) pour le travail mathématique (TM) en réunissant des chercheurs autour de ce thème de recherche d'intérêt commun. L'objectif principal est de comprendre les enjeux didactiques afin d'accompagner les différents acteurs dans le développement d'un travail mathématique intégrant l'IA.

Cette quatrième édition des JETM s'est déroulée sur trois jours (5-7 novembre 2025) à l'Université Paris Cité. Préalablement initié par une équipe internationale UQÀM-LDAR, le comité scientifique et d'organisation est composé de quatre membres du LDAR : Philippe Hoppenot, Assia Nechache, Norma Virginia Segura Corella et Laurent Vivier.

Thème scientifique des JETM4

La ThETM, avec ses trois dimensions sémiotique, instrumentale et discursive présente un intérêt pour l'étude didactique de l'IA dans le travail mathématique. Plusieurs questions, ou défis, peuvent être formulées. Elles sont approfondies dans les différents textes des communications des JETM4.

L'introduction d'un nouvel artefact dans le milieu change les équilibres des différents ETM. Outre la genèse instrumentale qui prend en compte la constitution d'un instrument pour un individu afin d'effectuer un travail mathématique, la ThETM permet également des analyses dans les deux autres dimensions, notamment pour le pilotage de l'artefact.

De manière générale, l'usage d'un artefact traditionnel (y compris numérique) permet de soutenir la construction du sens. La preuve reste la responsabilité de l'actant et s'appuie sur un référentiel théorique connu, partagé par la communauté scientifique. L'intégration d'outils intelligents vient bouleverser cet équilibre dans la mesure où l'IA, interprété comme un

artefact, prend en charge une partie de la dimension discursive et s'appuie sur un référentiel opaque, dépendant de la base de données utilisée pour l'entraînement du modèle. Kuzniak et Vivier (page 18) le formule avec la conjecture suivante :

L'IA favorise, a priori, l'activation de la genèse discursive (de preuve). Le travail mathématique développé par les élèves s'inscrit en premier lieu dans le plan [Ins-Dis] avant de se développer dans le plan [Dis-Sem]. Cela le distingue du travail dans des environnements informatiques classiques où la circulation du travail est inverse.

On peut également, en se tournant vers l'actant humain, se poser la question de sa place dans un travail mathématique en contexte IA. Il y a d'abord un choix de l'artefact qui relève de cet actant : choix de l'IA et de son type, symbolique (IAS) ou générative (IAG), et notamment en ayant conscience de délaissier d'autres artefacts plus classiques comme des logiciels ou la calculatrice. Le risque d'un choix par défaut, voire subi ou imposé, est bien réel parce qu'une IAG semble pouvoir *tout faire*. D'une part il peut obérer un choix mathématique conscient, le choix des artefacts, et d'autre part on peut douter qu'un actant qui se contente uniquement d'une réponse issue d'une IAG effectue un TM (voir Solar page 37) ? Peut-on dire qu'une IAG *effectue* un travail mathématique ? (Richard, page 103, parle de simulation de certaines formes discursives.) Plus généralement, peut-on dire qu'un artefact effectue un travail mathématique ?

Bien entendu, un actant peut déléguer une partie du travail mathématique à une machine, mais il est important qu'il en garde le contrôle à l'intérieur du travail mathématique que l'actant effectue – et non pas la machine. L'intégration d'outils intelligents requiert de la part de l'actant un travail exigeant, intégrant des aspects sémiotique, instrumental et discursif, dans un ajustement permanent (Richard, pages 109-110, développe la notion d'idonéité).

La réponse d'une IAG présente la plupart des aspects d'un travail mathématique ce qui peut amener à une confusion. Mais ce n'est qu'un pseudo-TM, qui doit s'intégrer dans le TM d'un actant. Ce pseudo-TM peut évidemment être analysé avec la ThETM, mais l'intérêt est plutôt d'analyser et d'identifier comment un actant effectue un TM avec un artefact qui donne à voir un pseudo-TM. Alors qu'avec un artefact numérique plus classique (calculatrice, logiciels, IA symbolique) seule la genèse instrumentale devait être contrôlée et insérée dans le TM de l'actant, avec notamment la maîtrise de la routine mathématique automatisée, avec une IAG, l'actant doit contrôler l'ensemble de la production de l'IAG qui recouvre les trois dimensions de l'ETM.

Du point de vue de l'expérimentation didactique, il se pose la question des situations élaborées par le chercheur pour caractériser et comprendre le TM d'un actant en contexte IAG. Il est important que ces situations, ou plutôt les énoncés décrivant ces situations ne soient pas standards, ou classiques. En effet, l'IAG, avec sa puissance de calcul, est capable de retrouver un énoncé standard en quelques secondes, pouvant priver l'actant d'un travail mathématique, puisque la solution est déjà là avant même qu'il se pose des questions. Les textes de Solar ainsi que celui de Vandebrouck et Yerbanga proposent de telles situations.

Mais il ne faut pas se contenter de situation mettant en échec les IAG. En effet, avec un développement technologique impressionnant, les IAG sont de plus en plus puissantes et une

réponse incorrecte un jour peut être réduite le lendemain. Il nous semble bien plus fructueux de s'intéresser aux interactions actant-IAg dans la construction d'un TM, avec une étude des trois genèses de l'ETM. Quelles sont les connaissances mathématiques nécessaires pour qu'un individu puisse comprendre, reformuler, contrôler et développer les réponses de son IAg ?

L'étude didactique se trouve alors largement complexifiée, avec deux niveaux de TM à analyser, le TM de l'actant et le pseudo TM de l'IAg, dont on ne voit de ce dernier que la réponse finale qui repose sur un référentiel opaque et des prises de décisions invisibles.

Enfin, une autre question se pose, peu discutée dans les JETM4, qui concerne notamment une utilisation de l'IAg par les enseignants. Dans les lignes précédentes, il a surtout été question de son usage par un actant effectuant un TM, essentiellement un étudiant. Dans les ETM, cela correspond à l'IAg vu comme un artefact, dont la réponse dépasse la simple dimension instrumentale. Mais un enseignant peut aussi utiliser l'IAg pour son enseignement, pour élaborer son ETM idoine. Dans ce cas, il y a bien un TM comme objectif, mais l'usage de l'artefact ne peut uniquement être modélisé dans le diagramme des ETM car l'enseignant doit également se référer à d'autres connaissances (didactiques, pédagogiques, de ses élèves,...)... que l'IAg peut aussi générer.

Présentation des articles

Les différentes communications des JETM4, sous forme de conférence, atelier ou poster, portent sur des réflexions ou des expérimentations intégrant différents outils d'IA à différents niveaux d'enseignement, au Chili, en France et au Québec. Nous les présentons ci-dessous dans l'ordre de présentation.

Kuzniak et Vivier s'intéressent à l'étude d'une tâche complexe de géométrie, proposée aux Olympiades de mathématiques, et notamment d'une résolution par Alphageometry, une IA spécifiquement conçue pour résoudre de telles tâches. Ces tâches, pourtant énoncées avec des notions élémentaires de géométrie, mettent en échec de nombreuses IA. Cela permet aux auteurs de discuter du fonctionnement des IA, des différences avec le fonctionnement humain, ainsi que la question du travail fourni par une IA en se référant aux trois dimensions de la ThETM.

Solar, propose l'étude d'une tâche non standard d'algèbre linéaire à des étudiants de troisième année d'université au Chili avec usage d'une IAg. Elle en tire notamment une première typologie de l'usage de l'IAg qu'elle croise avec la ThETM et les paradigmes de l'algèbre linéaire. Elle pointe notamment l'importance d'une posture critique des réponses de l'IAg qui doit reposer sur des connaissances mathématiques des actants en interaction.

De même, Vandebrouck et Yerbanga s'intéressent à un jeu qui peut se modéliser dans le contexte de l'algèbre linéaire. Elle est proposée à des étudiants de première année d'université en France qui peuvent utiliser l'IAg ChatGPT. Ils proposent une analyse en termes d'activités mathématiques à l'aide de la TADM pour identifier les connaissances nécessaires afin de contrôler et de reformuler les réponses de l'IAg, ainsi que les connaissances atteignables dans une interaction avec une IAg, pour identifier une plus-value d'apprentissage.

Laval présente le projet PRISME, un projet ambitieux s'intéressant à la reconfiguration du contrôle épistémique du travail mathématique lorsque des IA_g interviennent dans la production, l'explicitation ou la validation des procédures. Ce projet PRISME est multidimensionnel et s'appuie sur divers points de vue théorique, notamment didactique.

Gaona développe des réflexions personnelles avec une mise en perspective historique et épistémologique de l'émergence d'une nouvelle technologie, comme ici l'IA_g. Puis, il s'intéresse à la question de la vérité et de différentes formes d'inférence en contexte IA_g en mathématique. Il pose la question (page 90) : « si les systèmes actuels d'intelligence artificielle fonctionnent fondamentalement par induction, peuvent-ils réellement produire de nouvelles connaissances ? » Enfin, il déplace son questionnement vers la formation des enseignants et pose le problème de l'intégration didactique de l'IA_g par les enseignants de mathématique.

Richard avance que l'utilisation des IA, en distinguant IAs et IA_g, a pour conséquence un *nouveau travail mathématique* où la question de l'idonéité est centrale, avec une focalisation sur une triangulation entre actant, situation et technologie. Il développe ensuite la notion de *contrepoint technologique*, en mettant au cœur du dispositif l'humain qui délègue une partie du travail mathématique à une IA tout en garantissant une compatibilité avec les mathématiques et pouvoir soutenir la construction du sens. Après une présentation théorique (voir Richard 2026 pour plus de détail), Richard propose trois exemples pour illustrer son propos.

Lagrange prend comme fil directeur un parallèle avec l'introduction dans l'enseignement des mathématiques du calcul formel dans les années 1990 avec une focalisation sur les genèses instrumentales. Il revient en particulier sur l'exemple de la factorisation des polynômes et propose une expérimentation avec différentes IA_g. Il conclut avec une situation permettant de comprendre le fonctionnement des réseaux de neurones avec l'ajustement de poids.

Montoya Delgadillo propose une exploration du travail mathématique avec une IA, IA_g et IAs, sur une tâche de construction d'une spirale d'or proposée à des enseignants en formations initiale.

Remerciements

Les JETM4 ont bénéficié du soutien financier de la Faculté des Sciences, de l'UFR de mathématique de l'Université Paris Cité ainsi que du LDAR.

