Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz
n°25

Février 2025

Deux itinéraires de recherches en didactique des mathématiques

Points communs et démarches spécifiques

Par Denis Butlen et Aline Robert

ISBN : 978-2-86612-411-3 **ISSN : 2105-5203**

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES ET DES SCIENCES
UNIVERSITE PARIS CITE

Coordonnées de l'IREMS

Pour venir à l'IREMS
8 place Aurélie Nemours, Paris 13e, bâtiment Sophie Germain, huitième étage,
(Métro 14 -Bibliothèque François Mitterrand ou tramway ligne T3a – Avenue de France)

Pour téléphoner : 01 57 27 93 48

Pour écrire à l'IREMS concernant les publications :

Par voie postale :
Barberon Jérôme
IREMS de Paris – Case 7018
Université de Paris Cité
75205 Paris cedex 13

Par voie électronique :
jbarberon@irem.univ-paris-diderot.fr

Pour télécharger ce document : https://irems.u-paris.fr/publications/
Toutes nos publications sont téléchargeables sur notre site

Pour rester informé :

Inscription à la liste de diffusion de l'IREMS de Paris en envoyant ce mail vide
mailto:sympa@listes.u-paris.fr?subject=subscribe%20info.irems

Deux itinéraires de recherches en didactique des mathématiques

Points communs et démarches spécifiques

Denis Butlen et Aline Robert

Résumé

Dans ce texte, nous décrivons nos deux itinéraires de recherches en didactique des mathématiques, à la fois différents, tant du point de vue institutionnel que du point de vue du champ d'étude (enseignement primaire, secondaire ou universitaire), et qui pourtant se sont largement croisés et ont permis des avancées complémentaires fructueuses, relevant *grosso modo* des mêmes présupposés théoriques.

Pour ce faire, nous suivons chacun en fait plus ou moins la chronologie de nos travaux pour en décrire les origines, les démarches théoriques adoptées et leurs évolutions, et les résultats. Nous n'avons pas cherché à homogénéiser complètement nos deux parties pour laisser toute leur place aux dynamiques différentes qui ont piloté les évolutions que nous relatons.

Une conclusion commune permet cependant de présenter certaines lignes de force de nos travaux, souvent communes, et de nouvelles questions partagées.

Des bibliographies conséquentes de nos travaux sont jointes (si cela participe de la cohérence de l'itinéraire, certaines références figurent dans les deux listes). Là encore les présentations en sont légèrement différentes pour chacun.

Une annexe rassemble à la fin quelques textes fondateurs des éléments de théorie que nous avons travaillés, adoptés et adaptés.

Table des matières

Résumé 2

Introduction commune : pourquoi faire ce texte à deux voix ? 7

Première partie, l'itinéraire d'Aline Robert 9

I Le départ : les années 1970-80 9

II Les premiers travaux sur les apprentissages des étudiants et des élèves de terminale (1980-90) et les suites : autres recherches à partir des contenus et la mise en place des analyses de tâches 10

1) Un premier cadre théorique 11

2) Des études de contenus variés et les compléments apportés au cadre théorique initial 12

a) Les suites à l'université, vers les « types de notions » et le levier « méta » 12

b) les débuts de l'analyse sur $\mathbb{R}$ et les apprentissages dans l'enseignement post-obligatoire, introduction de l'hypothèse des « blocs » et d'un travail sur les méthodes. 13

c) l'algèbre linéaire, introduction des « niveaux de conceptualisation » et « niveaux de mises en fonctionnement des connaissances ». 14

d) La géométrie, une application de ce qui précède 14

3) Résultats : des diagnostics convergents, confirmant et précisant ce qui avait pu être constaté empiriquement, de nouveaux outils, de nouvelles questions 15

Et alors ? Anciens et nouveaux outils 16

Premières questions récurrentes 16

4) Des expérimentations en Deug et en terminale basées sur les recherches précédentes (années 80-90) 17

5) Les suites : autres recherches à partir des contenus – et la mise en place des analyses de tâches 18

III Deuxième période : les enseignants entrent en scène explicitement, recherches sur les pratiques (1993-2002) 19

1) Premiers questionnements, les universitaires sont invités à prendre part à la formation des enseignants du secondaire (1993 – 2000) 20

2) La double approche (2000-…) 20

3) Des résultats des recherches sur les pratiques (jusqu'à aujourd'hui) 21

IV Une clarification théorique a posteriori 23

1) Inscription dans la théorie de l'Activité, une place pour les sujets individuels 24

2) Anciens et nouveaux éléments théoriques généraux : une première vue 24

3) Des éléments méthodologiques récurrents qui se sont stabilisés et enrichis 25

4) Finalement 28

V Place aux formations, des analyses de pratiques à des dispositifs et des hypothèses émises sur les formations 29

1) Premiers constats et nouvelles réflexions sur les principes communs adoptés pour les formations professionnelles 30

2) Le « master pro », une formation de formateurs initiée en 2002 31

3) Un bilan : retour sur les modalités des formations professionnelles envisagées et les hypothèses fondatrices admises 32

VI Bref retour sur cet itinéraire et ses lignes de force (entre questionnements et besoins) 35

Deuxième partie : l'itinéraire de Denis Butlen 39

I. Introduction 39

II. Les premiers travaux sur les apprentissages des élèves (1980-2000) 39

1) DEA et thèse de troisième cycle (1980-1986) : Une période de formation comme formateur d'enseignant en école normale orientée par une implication de chercheur (débutant), entre compagnonnage et recherche 40

2) Premières recherches sur le calcul mental et la résolution de problèmes (1986-1992) 40

3) Les recherches sur les élèves en difficulté issus de milieux socialement défavorisés (1993-2000)44

a) 1993-2000 les recherches sur les élèves : dialectique entre sens et technique, difficultés des élèves et élèves en difficulté, cheminements cognitifs collectifs et intériorisation. 45

b) Les recherches sur les élèves en difficulté issus de milieux socialement défavorisés, des cheminement cognitifs des élèves aux intériorisations personnelles 46

4) Un effort de rationalisation des pratiques de formation (1982-2000) 47

5) Conclusion 49

III. Les recherches sur les pratiques des professeurs des écoles et sur leur formation (2000-2018) 50

1) Nos recherches sur la formation 51

a) Des résultats sur les stratégies et savoirs de formation 52

b) Des résultats sur les effets de la formation sur les pratiques des professeurs des écoles.... 53

2) Nos recherches sur les pratiques des professeurs des écoles exerçant en ZEP 54

a) Une catégorisation de pratiques basée sur des analyses sur un temps d'observation long 54

b) Une expérimentation d'un dispositif d'accompagnement de professeurs d'école débutants (Charles-Pézard, Butlen, Masselot, 2012) 54

3) Des principes de formation 56

a) Rencontrer la logique de l'enseignant 56

b) Une formation holistique ciblant les différentes composantes des pratiques du formé 56

c) Améliorer le confort de l'enseignant tout en interrogeant les pratiques 57

IV. Retour sur les apprentissages des élèves, les cheminements cognitifs individuels des élèves (2016-2024) 58

1) Compléments sur le cadre théorique mobilisé 58

2) Cheminements cognitifs individuels, itinéraires cognitifs associés : l'exemple 59

V. Des éléments de bilan sur un parcours de quarante-cinq années 61

1) Des éléments de méthodologies récurrents et adaptés aux recherches 61

2) Éléments de bilan 62
Troisième partie, des conclusions communes 65
I Où en sommes-nous comme chercheurs ? 65
1. Des avancées importantes dans les descriptions et compréhensions de ce qui passe en classe de mathématiques 65
2. Des spécificités des analyses pour le secondaire et pour le primaire 65
II Des questions liées à l'expérience professionnelle des enseignants 66
À propos des savoirs 67
Les calculatrices et logiciels : une concurrence déloyale ou une aide aux apprentissages ? 67
Nouvelles questions à partir de nos résultats 67
III Des questions théoriques à poser, notamment aux autres « paradigmes », ici et ailleurs… 68
IV Des questions sur les perspectives et les évolutions à venir 68
Références bibliographiques, publications A. Robert et al. (importantes) et thèses (co-)dirigées : des jalons (une liste partielle et partiale, classée). 71
I Le départ : les années 1970-80 72
II Les premiers travaux sur les apprentissages des étudiants et des élèves de terminale (1980-90) et les suites, autres recherches à partir des contenus et mise en place des analyses de tâches 73
III Les enseignants entrent en scène explicitement, recherches sur les pratiques (1993-2002) et la suite 76
IV Eléments méthodologiques et clarification théorique a posteriori 80
V Place aux formations, des analyses de pratiques à des dispositifs et des hypothèses émises sur les formations 83
Publications D. Butlen et al. (importantes) et thèses (co-) dirigées : des repères (une liste partielle , partiale, classée selon les grandes parties de l'exposé). 87
I Complements bibliographiques 88
II Les premiers travaux sur les apprentissages des élèves (1980-2000) 90
1. DEA et thèse de troisième cycle 90
2. Premières recherches sur le calcul mental et la résolution de problèmes (1986-1992) . 90
3) Les recherches sur les élèves en difficulté issus de milieux socialement défavorisés (1993-2000) 90
a) Les recherches sur les liens entre construction du sens et maîtrise de techniques opératoires 90
b) Les recherches sur les élèves en difficulté issus de milieux socialement défavorisés, des cheminement cognitifs des élèves aux intériorisation personnelles 90
4) Un effort de rationalisation des pratiques (1980-2000) 91
III Les recherches sur les pratiques des professeurs des écoles et sur leur formation (2000-2018) 94
1) Nos recherches sur la formation 94

2) Nos recherches sur les pratiques des professeurs des écoles en ZEP 94
3) Des principes de formation..... 95
IV Retour sur les apprentissages des élèves, les cheminements cognitifs individuels des élèves (2016-2024) 96
Annexe 97
A propos du méta 97
Activité, activités, action 97
ZPD et extensions 99
Théorie de l'Activité en didactique des mathématiques – 102
Cadre général..... 102
Retour sur Activité, activité, actions..... 103
L'approche développementale de l'activité du sujet individualisé 104

Introduction commune : pourquoi faire ce texte à deux voix ?

À l'origine la réforme des maths modernes (mise en place en 1970) et ses conséquences, puis son abandon (jusqu'en 1985), ont sans doute contribué à l'émergence en France de ce champ scientifique spécifique, la didactique des mathématiques, alors même que l'enseignement des mathématiques pouvait déjà interroger, avec des effectifs d'élèves concernés moindres qu'aujourd'hui. Ce champ a ainsi pris une place particulière à côté des sciences de l'éducation (psychologie, sociologie, etc.) et des mathématiques[1] et s'est développé, y compris institutionnellement, avec des postes universitaires, quelques DEA[2] dédiés, des publications et revues spécifiques, des manifestations nationales et internationales. Les didactiques des sciences, du français, des langues ont suivi des évolutions du même type.

On peut résumer la visée des recherches en didactique en disant qu'il s'agissait et qu'il s'agit encore pour nous d'interroger les liens entre enseignements et apprentissages de **contenus mathématiques donnés dans le cadre scolaire**.

Dès les années de création de ce champ scientifique, 1970-80, la nécessité d'un pas de côté à faire en recherches, vis-à-vis des élèves et des enseignants, a été mise en avant. L'idée était de ne pas en rester aux constats, comme lors d'une discussion sur le vif en salle des professeurs mais de réfléchir en amont aux savoirs à enseigner « pour eux-mêmes », avant d'introduire le rapport avec les élèves ou le ressenti des enseignants, souvent évoqués d'emblée. Cette prise de distance permettait en particulier de détecter des phénomènes cachés ou devenus possiblement transparents, dans les pratiques des enseignants, et donc peu visibles pour les intéressés. Cela facilitait aussi l'interrogation de ces savoirs enseignés ou à enseigner en termes de transpositions didactiques. Petit à petit les recherches se sont enrichies et, notamment, les diagnostics ont été complétés par des propositions d'enseignement[3], dont l'étude a permis d'enrichir à nouveau les nouveaux diagnostics. À leur tour, ensuite, les pratiques d'enseignants et les formations ont été investies par ces travaux didactiques. Dans le même temps les cadres théoriques servant de référence aux recherches se sont développés.

Il n'en reste pas moins que l'enseignement des mathématiques continue à poser problème, ne serait-ce qu'en termes de résultats des élèves en comparaison avec les autres pays européens, avec même ces dernières années des aggravations en termes de qualité de ces résultats d'élèves (si l'on en croit Pisa, qui reste une évaluation à interroger, mais cela est confirmé par des évaluations nationales). Les écarts de résultats se sont creusés entre les élèves selon leur origine sociale, et même les meilleurs élèves semblent un peu moins bons qu'auparavant dans les comparaisons. Des résultats numériques

[1] Rappelons le rôle clef de Guy Brousseau, Régine Douady, Gérard Vergnaud, rapidement rejoints par Yves Chevallard et bien d'autres, Michèle Artigue notamment, dans ces fondations. Rappelons aussi l'importance de l'appui de quelques universitaires mathématiciens, comme André Revuz, ou Georges Glaeser, ayant pour certains participé à la réforme mais très soucieux du développement de l'enseignement des mathématiques et des formations.

[2] Diplôme d'études approfondies, formation d'un an aboutissant à un diplôme à bac+5 qui prenaient place après une maîtrise (formation d'un an elle aussi). L'ensemble ayant été remplacé par les Masters (formation en deux ans) en 2002 (réforme « LMD »).

[3] Notamment en termes d'ingénieries didactiques.

en attestant se trouvent par exemple dans (Robert *et al.*, 2012, p. 280-297) et (Horoks et Robert, 2024, p. 298-299).

Cela dit, les recherches relevant du champ ne sont pas uniformes quant à leur inspiration théorique et, même au sein d'un cadre théorique donné, l'inscription de chaque chercheur dans le champ reste singulière, alors même qu'il participe à des collectifs. Il nous a semblé instructif de détailler nos deux itinéraires à la fois différents, tant du point de vue institutionnel que du point de vue du champ d'étude (enseignement primaire, secondaire ou universitaire), et qui pourtant se sont largement croisés et ont permis des avancées complémentaires fructueuses, relevant *grosso modo* des mêmes présupposés théoriques.

Pour ce faire nous suivrons chacun plus ou moins la chronologie de nos travaux pour en décrire les origines, pour éclairer les démarches théoriques adoptées et leurs évolutions, ainsi que les résultats obtenus. Soulignons que ces recherches ont été menées souvent collectivement, que ce soit dans des groupes de travail de chercheurs ou grâce à des thèses que nous avons dirigées et qui s'inscrivaient dans les questionnements en cours : ce sont des itinéraires aussi en partie collectifs qui sont dégagés ici. Ainsi l'usage du « nous » signale soit quelque chose qui est commun aux deux auteurs, soit quelque chose qui est partagé par un groupe de chercheurs auquel l'auteur concerné appartient.

Aline Robert distingue ainsi trois périodes, que l'on peut caractériser schématiquement par des visées différentes : avant les IUFM (les années 80 et début 90) les apprentissages des élèves sont au centre, pendant la première décennie des IUFM (de 1993 à 2002) les recherches sur les pratiques font une irruption massive, et après 2002, les formations commencent aussi à donner lieu à des travaux de recherche ou au moins à des réflexions théoriques étayées par des expérimentations.

Elle illustrera ainsi comment les évolutions théoriques qu'elle a contribué, entre autres, à introduire ont été permises par l'inscription théorique initiale partagée par un certain nombre de didacticiens : loin d'être un carcan, cette inscription a autorisé au contraire les questionnements et les dépassements.

Pour sa part, Denis Butlen distingue aussi trois périodes. Ses premiers travaux sur les apprentissages des élèves (1980-2000) ciblent particulièrement les élèves en difficulté issus de milieux socialement défavorisés, la deuxième période regroupe des recherches sur les pratiques des professeurs des écoles et leur formation (2000-2018), là encore notamment en éducation prioritaire, et la dernière période concerne des travaux qui reviennent sur l'apprentissage des élèves scolarisés en éducation prioritaire et leurs cheminements cognitifs individuels.

Ces descriptions conduisent inévitablement à s'interroger au final sur le bilan de tous ces travaux, quel que soit le niveau de scolarité en jeu : par-delà l'état actuel de l'enseignement, qu'a-t-on « résolu » et comment ? Quels nouveaux problèmes se posent ? Quelles peuvent être les perspectives ?

Vu les différences d'environnements et de pôles d'intérêt des deux auteurs, cela peut aussi nourrir une réflexion plus générale sur le rôle et les limites des inscriptions institutionnelles des chercheurs dans les recherches qu'ils ont choisi de mener.

La conclusion écrite en commun traduit ainsi nos positions plus ou moins variées sur un certain nombre de questions, dont on peut constater qu'elles dépendent pour une part de nos différents parcours.

Dans la mesure où notre inscription théorique commune fait largement appel aux travaux autour de Vygostki, nous avons joint une annexe présentant quelques « définitions » de termes fréquemment utilisés en relation avec ces cadres auxquels nous nous référons ainsi que quelques textes à l'appui de nos orientations théoriques et un extrait d'un texte de Fabrice Vandebrouck présentant globalement la théorie de l'Activité en didactique des mathématiques.

Première partie, l'itinéraire d'Aline Robert

J'exerce à partir de 1969, à l'Université Paris 6 ; j'y suis assistante puis maître assistante, puis maître de conférences. En 1993 je suis nommée professeure à l'IUFM de Versailles où j'exerce jusqu'en 2010. Mon éméritat se termine en 2018.

I Le départ : les années 1970-80

Dans la décennie 70-80, j'avais un fort intérêt initial pour l'enseignement des mathématiques, à l'Université et ailleurs. À mes yeux, ce n'était déjà pas fameux (en tout cas pour certains étudiants ou élèves).

Après une thèse de troisième cycle[4] en mathématiques (en algèbre non commutative) que j'ai passée en 1971, j'ai effectué des recherches en mathématiques et publié dans des domaines variés jusqu'en 1978. Dans le même temps mon fort investissement dans l'enseignement, en Deug[5] (actuelles L1-L2), licence[6] (actuelle L3) et en préparation au Capes[7] a été très important pour la suite de mes recherches. Mon inscription en didactique s'est faite définitivement en 1978[8].

En effet, les apprentissages mathématiques des étudiants laissent beaucoup à désirer (constats faits en préparation au Capes en 1976 par exemple). Les logiques de la réussite l'emportent souvent sur les logiques d'apprentissage. J'ai pu évoquer oralement à l'époque des étudiants « funambules », sans repères pour effectuer des calculs un peu longs ou même démarrer des exercices : ils se lancent dans la résolution sans véritablement reconnaître ce qui est en jeu, utilisant leur mémoire et l'imitation, et sont à la merci des modifications un peu consistantes qui les désarçonnent. Seulement la plupart des évaluations s'adaptent à cela (limitées à tester essentiellement des techniques). Encore plusieurs années après, le travail de Jean Pian révèle d'ailleurs que cela reste vrai lors de la préparation au Capes (Pian, 1999). Les connaissances ne sont que mobilisables, et seulement sur des exercices assez peu complexes, et les étudiants ne reconnaissent pas les connaissances à utiliser si elles ne sont pas indiquées (non disponibles), ce que nous associons à un certain manque de sens dans les apprentissages.

[4] Équivalent de l'actuel doctorat (réforme LMD).

[5] Diplôme d'études universitaires générales : formation de deux ans et diplôme sanctionnant ces deux premières années d'études universitaires jusqu'en 2006.

[6] Formation en un an (et diplôme) correspondant à la troisième année d'étude universitaire jusqu'en 2006. Après 2006 la licence est une formation (et un diplôme) de trois ans.

[7] Avant 2010 les préparations aux concours du CAPES étaient organisées par les universités sous forme de formations d'un an, elles ne correspondaient pas à un diplôme et étaient centrées sur le contenu du concours (très disciplinaire).

[8] André Revuz d'abord puis Régine Douady ensuite, véritable initiatrice, ont fortement contribué à mon « intégration ».

Dans ces conditions essayer d'être un enseignant avec d'autres ambitions, faire apprendre « autrement »[9] suffisamment d'étudiants (c'est-à-dire avec du sens et pas seulement des techniques), semble nécessiter des changements. Mais se lancer seul dans un enseignement différent est presque impossible (organisation immuable des cours et TD, les seconds suivant les premiers, examens calibrés communs…).

Il y a par ailleurs des limites dans notre connaissance des processus d'apprentissage, notamment quand les contenus à apprendre sont difficiles, en rupture avec les connaissances antérieures. Par exemple, les notions associées à un formalisme généralisateur et unificateur, pour la définition de la convergence des suites ou en algèbre linéaire par exemple, sont difficiles à introduire. Certes elles simplifient les résolutions une fois qu'elles sont acquises mais cet avantage ne joue pas pour la mise en place des apprentissages. Les enseignements correspondants ne s'improvisent pas, pour des étudiants moyens par exemple.

D'où un slogan un peu provocateur utilisé à l'époque : « Bien savoir les mathématiques ne suffit pas à bien les enseigner ». Certaines questions se posent : est-ce que « faire » de la recherche en didactique des mathématiques peut apporter des pistes pour enseigner ? Et comment faire cette recherche ?

Tout cela aboutit à mon virage vers la didactique en 78… et ma première étude concernant les apprentissages de la convergence des suites et notamment de la formalisation de la définition en (ε, N) à partir de la première année après le baccalauréat. Ce travail a été mené notamment à partir de 1253 copies, recueillies en réponse à un même questionnaire auprès d'étudiants de la première à la quatrième année d'étude universitaire et en classe préparatoire. La recherche a conduit à une thèse d'état[10] regroupant également les articles en mathématiques écrits antérieurement (Robert, 1982), les résultats sont rappelés plus loin.

II Les premiers travaux sur les apprentissages des étudiants et des élèves de terminale (1980-90) et les suites : autres recherches à partir des contenus et la mise en place des analyses de tâches

Ces premiers travaux, thèse (Robert, 1982) et études ultérieures, se font à partir de l'analyse de productions d'étudiants et d'élèves de terminale en relation avec une étude des contenus en jeu : la recherche amène à utiliser des outils déjà mis au point en didactique des mathématiques. De nouveaux besoins émergent cependant pour affronter des questionnements qui ne s'inscrivent pas ou mal dans les démarches disponibles, comme ce qu'on appelle parfois en physique des « bruits » qui font douter de ce qui a été mis en place, et cela amène à proposer de nouveaux outils.

En termes de collectifs, à partir des années 80, les chercheurs en didactique des mathématiques travaillant autour de l'IREM et dont je fais partie (sans être à l'IREM), ont d'abord constitué une équipe

[9] En 1989 une équipe d'enseignants du supérieur dont des didacticiens a produit une brochure intitulée « Enseigner autrement en DEUG », présentant des séquences d'enseignement élaborées à partir des années 80.
[10] La thèse de doctorat d'état a été remplacée en 1984 par l'Habilitation à Diriger des Recherches.

(jeune équipe), puis une équipe d'accueil, Didirem[11]. Des groupes de travail et séminaires sont organisés à partir de ces années-là (et jusqu'à aujourd'hui, sous des formes variées) et les premières publications de didactique internes[12] (cahiers mis sur Internet) font leur apparition en 1983 : 53 cahiers de didactique blancs de 1983 à 1988, suivis des 60 cahiers de Didirem (rouges) de 1989 à 2010, avec 6 numéros spéciaux en plus, puis 25 cahiers du LDAR jusqu'à aujourd'hui, complétés par 18 documents de travail pour la formation des enseignants (verts) (1991 -2002) puis 19 documents pour la formation (bleus).

1) Un premier cadre théorique

Je m'inscris d'emblée dans un premier cadre théorique : la dialectique outil/objet (DOO- Douady, 1986) pour caractériser les situations d'apprentissage[13], les problèmes d'introduction, l'institutionnalisation et le réinvestissement. On utilise les cadres et registres détectés (ibidem) pour décrire le savoir à enseigner et élaborer les problèmes d'introduction. Ceux-ci s'appuient sur des outils déjà rencontrés par les élèves mais qu'il faut utiliser différemment, en faisant jouer des changements (ou jeux) de cadres entre ce qui est connu et ce qui est visé, et permettent l'institutionnalisation des objets qui se dégagent de cette utilisation. Cette institutionnalisation résulte d'une décontextualisation des outils, accompagnée d'une généralisation et souvent d'une formalisation. Dans ce cadre théorique, on met aussi en jeu les conceptions, images mentales et autres représentations métacognitives[14] pour comprendre les apprentissages individuels[15]. Ce sont essentiellement les théories de Piaget qui servent de fondements, à la fois du côté du travail autonome à organiser pour les élèves et en termes de déséquilibres/rééquilibrations associés aux changements proposés.

L'inscription dans ce cadre et l'usage des outils didactiques afférents me permet à la fois de prendre en compte et de rendre compte de la manière dont je me pose les questions qui m'interpellent sur les liens enseignement/apprentissage pour aborder :

- **des questions sur les savoirs** en référence à une épistémologie pratique que je partage : mise en relation du sens et des besoins dans les problèmes, avec la question récurrente posée aux étudiants « qu'est-ce qu'on a à sa disposition pour …», introduction des distinctions explicites entre outils/objets, cadres, registres… pour expliciter les savoirs en jeu, détection de variables dans les mises en fonctionnement des connaissances, qui sont à adapter plus ou moins par rapport aux cours, recherche de méthodes, prise en compte des prérequis…
- **des questions sur les apprentissages des sujets individuels** en lien avec les enseignements, en introduisant notamment les représentations (mathématiques ou métacognitives) des étudiants ou élèves en regard de leur production.

Les questions sur les déroulements précis des séances viendront petit à petit par la suite. En particulier il n'y a pas suffisamment de séquences déjà élaborées au niveau universitaire pour se lancer dans des recherches de type ingénieries didactiques, sauf exceptions (comme l'apprentissage de la

[11] MJ Perrin et moi-même en avons assurés la direction pendant 8 ans, aidées par un bureau. Maintenant c'est un laboratoire de l'Université Paris Cité, le LDAR, Laboratoire de Didactique André Revuz, qui regroupe des didacticiens des mathématiques, de la physique et de la chimie, de SVT et de géographie.
[12] Dont je continue à m'occuper jusqu'en 2010.
[13] Un certain nombre des problèmes mettant en jeu cette dialectique peuvent s'interpréter en termes de TSD.
[14] Ce sont les représentations générales sur les mathématiques, voire sur leur apprentissage.
[15] Cependant un travail avec Bautier (1988) a permis de conclure à une certaine flexibilité de ces représentations des élèves.

formalisation de la convergence des suites (Robert, 1983) ou encore l'introduction de la convergence uniforme, Robinet J. (1992) ou celle de l'intégrale, Grenier D. *et al.* (1986)

Il s'agit pour moi de préciser ce que l'on questionne, et comment, concernant le savoir, l'enseignement reçu et les apprentissages. Il s'agit également de préparer le recueil de données pertinentes, qui pourront être analysées en disposant d'interprétations légitimes. Ainsi si, par exemple, l'étude des affects des élèves est absente, celle des connaissances prérequises ou acquises antérieurement et des difficultés prévisibles des élèves sont en revanche à prévoir. De plus, en termes d'organisation des savoirs à enseigner sont à relever tout particulièrement, dans chaque étude précise sur un contenu donné, la variété des cadres et registres mathématiques présents, tout comme les types de notion en jeu. Cela amènera à susciter la motivation initiale sur une notion nouvelle grâce à une introduction spécifique, et à dégager les liens à faire entre toutes les représentations possibles.

Tout cela met le chercheur en mesure de déboucher sur des résultats : régularités dans les constats sur les apprentissages à partir des diagnostics en relation avec les contenus en jeu, nouvelles hypothèses émises ou vérifiées ou nouvelles questions, productions de « théorèmes d'existence » de corrélations entre enseignement et apprentissage, propositions d'alternatives…

Dans ces travaux un certain nombre d'hypothèses sur les apprentissages sont admises d'emblée, en relation avec le cadre théorique adopté – par exemple l'importance de problèmes initiaux ménageant une dialectique entre outils et objets et s'appuyant sur des changements de cadres– et plus généralement l'importance des résolutions de problèmes « sources et critères de savoir » selon la formule de Vergnaud, problèmes à faire chercher d'abord sans intervention de l'enseignant (cf. a-didacticité[16]) ; d'autres hypothèses, nouvelles, résultent des premiers résultats, dont certaines deviennent des hypothèses à tester, comme l'importance des commentaires (le méta). Enfin certaines hypothèses, même admises, peuvent être requestionnées et amener à des enrichissements du cadre théorique, comme on le verra avec l'introduction des types de notion qui amène à moduler les dialectiques outils/objets initiales.

Précisons maintenant les travaux correspondants.

2) Des études de contenus variés et les compléments apportés au cadre théorique initial

À partir de productions d'élèves, « ad hoc » ou non (c'est-à-dire à partir d'énoncés produits par le chercheur ou utilisé dans l'enseignement habituel), ont été étudiés les contenus suivants, qui nous ont permis d'introduire de nouveaux outils ou de tester de nouvelles idées :

a) Les suites à l'université, vers les « types de notions » et le levier « méta »

Un questionnaire spécifique est mis au point dès le début de la recherche. Il est passé par 1 253 étudiants, de la première année de DEUG (L1 actuel) à la maitrise (M1). L'analyse des réponses, y compris statistique (ACP, analyse hiérarchique), permet d'établir une corrélation entre la réussite aux 6 exercices posés dans le questionnaire et le fait d'avoir exprimé un modèle « statique » de la convergence, inspiré de la définition en (ε, N), par opposition au modèle « dynamique », en termes de « rapprochement » des termes et de la limite, au sens matériel et temporel, de fait non directement opérationalisable mathématiquement. Ces modèles attribués aux étudiants sont déduits de leur réponse à une question spécifique du questionnaire sur leurs représentations de la convergence, par le biais d'une explication à donner à des élèves plus jeunes. Par suite, je suggère qu'est en jeu dans les

[16] L'importance du contrat didactique est reconnue et peut amener à des interprétations particulières de productions d'élèves.

difficultés rencontrées celle des conversions entre perception dynamique et formalisation statique. Cette dernière est difficile car nouvelle, peu préparée antérieurement, et met en jeu un formalisme non intuitif, pas immédiatement en relation avec ce qu'il traduit. De plus une certaine corrélation entre les exercices travaillés en classe et l'élaboration d'un tel modèle par les étudiants est aussi suggérée par l'analyse des réponses. Ainsi la définition formelle devrait être à considérer comme un objet d'enseignement important, qui permet de dépasser les descriptions dynamiques peu opérationnelles en les enrichissant d'une expression mathématique formelle et utilisable directement.
De ce fait s'est posée la question d'un « bon » problème d'introduction, conduisant à cette définition, en cohérence avec la DOO : or je n'en ai pas trouvé de consistant.

Ainsi, ce besoin d'un bon problème, qu'en quelque sorte le chercheur n'arrive pas à satisfaire pour certaines notions, a conduit à introduire en didactique des mathématiques l'idée de « types de notion » : les différences entre notions à enseigner tiennent à ce qu'elles sont plus ou moins éloignées des acquis des étudiants et de ce fait, plus ou moins susceptibles d'être abordées, dans le cadre de la DOO, par un problème adéquat. Dans les « mauvais » cas, comme pour cette formalisation en (ε,N) de la convergence des suites, j'ai travaillé à des alternatives, en l'occurrence l'élaboration d'une séquence où le « cours » intervient au milieu : la notion est préparée, mais il reste quelque chose de nouveau que l'enseignant introduit lui-même, en jouant sur le levier méta[17], et de nombreux exercices d'application sont ensuite proposés (Robert, 1983)…

Cela débouchera sur l'expression précise de différents types de notions susceptibles d'introductions différentes (Robert *et al.*, 1995, p. 28-31) : c'est leur « degré de nouveauté » dans l'enseignement tel qu'il est organisé et leur distance à ce qui est déjà connu des élèves qui jouent. Les notions « extensions d'une notion déjà connue » sont de bons candidats à une introduction s'appuyant sur un problème de type DOO (cf. ci-dessus), même si certaines présentent des « accidents » par rapport à ce qui est connu (en géométrie par exemple, dans le passage du plan à l'espace au lycée, le produit scalaire se généralise sans problèmes, l'orthogonalité en revanche présente des accidents). Un certain nombre de situations fondamentales se rapportent à des notions de ce type. Les notions « RAP », réponses à un problème, peuvent être introduites par un problème dont les élèves comprennent les termes, dans lequel ils peuvent s'engager mais qu'ils ne peuvent pas encore résoudre vraiment, charge étant à l'enseignant de compléter ce qu'ils peuvent élaborer. Et les notions « FUG », portées par un formalisme générateur et unificateur, se révèlent trop éloignées des connaissances antérieures pour être introduites aux élèves par la recherche d'un problème, même si elles peuvent être préparées, par des rappels ciblés notamment. Dans ce cas, l'appui sur le levier méta est suggéré comme efficace.

b) les débuts de l'analyse sur ℝ et les apprentissages dans l'enseignement post-obligatoire, introduction de l'hypothèse des « blocs » et d'un travail sur les méthodes.

Les études sur les blocs ont été menées à partir de l'idée suivante, inspirée par la DOO : faire jouer un changement de cadres est productif, encore faut-il qu'il y ait au moins deux cadres, même inégalement développés, dans les connaissances des élèves. Ici bloc est assimilé à cadre (graphique, numérique, algébrique en l'occurrence).

Pour comparer les connaissances des élèves sur les différents cadres pouvant avoir été travaillés, des questionnaires ont été proposés au début du L1 et 6 mois plus tard. Leurs dépouillements ont été effectués, pour chaque connaissance en jeu, en termes de présences ou non de travail réussi dans les différents cadres mobilisés (blocs) dans les différentes questions. Ces analyses ont permis de constater une corrélation entre d'une part la possibilité pour un étudiant de développer des changements de cadres, indiqués ou non, dans les exercices proposés et la réussite à ces derniers et d'autre part les

[17] On utilise ce mot, méta, pour désigner les commentaires sur les mathématiques en langage courant.

connaissances antérieures (supposées) des étudiants, déduites des programmes antérieurs. C'est « l'hypothèse des blocs », qui propose une meilleure prévision d'apprentissage à des étudiants ayant des connaissances réparties dans plusieurs cadres (ou blocs) qu'à des étudiants ayant ces mêmes connaissances dans un seul cadre, même si elles sont très bonnes. Cette hypothèse a été vérifiée plusieurs fois mais non reprise dans les recherches ultérieures (Boschet et Robert, 1984 ; Robert, 1985). Restera cependant de cette recherche la prise en compte systématique des acquis antérieurs des élèves pour pouvoir développer (ou non) les changements de cadres visés.

Dans le même temps une réflexion un peu plus générale sur des spécificités de l'enseignement à partir de la seconde (post- instruction obligatoire) est initiée (Robert, 1987). Elle s'appuie sur les recherches précédentes, et aussi sur des mises au point sur les méthodes dans l'enseignement en collaboration avec Janine Rogalski (Robert et Rogalski, 1988). S'y ajoute un travail sur la difficulté de mener des projets longs en didactique des mathématiques, à partir d'un enseignement de la géométrie en licence pour une formation continue (Robert, 1992b). Cela amène à formaliser l'intérêt d'un travail explicite sur les méthodes avec les élèves (un exemple de mise en jeu du méta).

c) l'algèbre linéaire, introduction des « niveaux de conceptualisation » et « niveaux de mises en fonctionnement des connaissances ».

Cette recherche a été menée par une équipe comportant Dorier, Robert, Robinet et Rogalski. Les débuts de cet enseignement concernent encore des notions FUG ((Dorier, 1990) et (Dorier, 1997) pour une étude épistémologique). Nous avons montré l'importance de l'obstacle du formalisme très mal préparé par les enseignements qui précèdent (Robert et Robinet, 1997 ibidem). Nous avons ainsi introduit des « niveaux de conceptualisation » qui servent à diagnostiquer puis à organiser le travail des étudiants (Robert, ibidem) : ils sont associés à la plus ou moins grande généralité des objets et outils introduits (polynômes formels/espace vectoriel des polynômes). Pour contourner la difficulté d'introduction des notions FUG et le manque de bons problèmes d'introduction, nous utilisons le levier méta. Un scénario complet a été élaboré par Marc Rogalski et expérimenté à Lille (Rogalski, ibidem), basé sur la spécificité des notions à enseigner, le recours au levier méta, des ingénieries longues et l'utilisation des changements de cadres, registres et points de vue (manières d'exprimer) comme moteur.

Les niveaux de mises en fonctionnement des connaissances ont servi à diagnostiquer ces enseignements. Le niveau « disponible », qui correspond à la possibilité pour les étudiants d'utiliser des connaissances non indiquées dans l'énoncé ou par le contexte, est souvent absent au final et s'avère souvent peu travaillé au fur et à mesure. En revanche les niveaux « technique » (applications directes des connaissances enseignées) et « mobilisable » (applications avec adaptations[18]) prennent la plus grande part des résolutions travaillées en classe et des évaluations… Par la suite on parlera simplement de connaissances disponibles ou mobilisables.

d) La géométrie, une application de ce qui précède

Ces études, en terminale, en licence PEGC[19], en préparation au Capes, m'ont amenée à dégager deux niveaux de conceptualisation pour la géométrie à enseigner (« à la Euclide » d'une part, « affine et vectoriel » d'autre part mais ce dernier est subreptice dans le secondaire, dans la mesure où il n'est pas et ne peut pas être explicité complètement, vu les programmes sans algèbre linéaire), et à expliciter

[18] Ces adaptations ont été classées, pour une notion précise, en 1. Reconnaissances des modalités d'application, 2. Introduction d'intermédiaires, 3. Traitements (exécution), avec les changements de cadres ; registres, etc., 4. Étapes et raisonnements à utiliser, 5. L'utilisation de questions précédentes, 6. L'existence de choix (forcés ou non)… (Robert *et al.,* 2012)

[19] Ce sont des instituteurs en recyclage pour devenir professeurs de mathématiques de collège

différents registres de représentation, au sens de Duval. Cela a aussi donné lieu à un travail sur les méthodes en géométrie, avec une recherche sur un enseignement de la géométrie en terminale donnant une place à leur présentation explicite (avec utilisation du levier méta). Cet enseignement était associé à un travail régulier des élèves en petits groupes, sur des énoncés propices à faire utiliser ces méthodes. Schématiquement, ces méthodes proposent des classifications des types de problèmes rencontrés, des configurations de base en jeu et d'un certain nombre d'outils adaptés, dont les changements de points de vue (manières d'exprimer des propriétés) qui facilitent l'engagement dans une démonstration et sa menée à bien. Les évaluations qualitatives qui ont été faites étaient positives, en termes d'utilisation de méthodes et de résolution de problèmes (Tenaud, 1987 ; Robert & Tenaud, 1988, 1989).

La prise en compte explicite de cette organisation des concepts a donné lieu ultérieurement à des propositions d'enseignement de la géométrie en licence et au Capes, intégrant des hypothèses sur les apprentissages dont nous allons parler ensuite, mais sans véritable recherche à la clef (Robert, 1995, 2005 ; Parièss et Robert, 2009).

3) Résultats : des diagnostics convergents, confirmant et précisant ce qui avait pu être constaté empiriquement, de nouveaux outils, de nouvelles questions

Les premiers travaux ont ainsi consisté à décrire globalement des enseignements et/ou des apprentissages de différents contenus mathématiques en mettant au point des méthodologies de recherche adaptées (Robert, 1992). Les analyses sont centrées sur les contenus enseignés, notamment les exercices, et les résolutions qu'en font les étudiants (ou élèves) même si les déroulements des séances peuvent être pris en compte, notamment dans les propositions alternatives (travail sur les méthodes par exemple).

Un certain nombre de résultats sont apparus. Les tâches proposées classiquement ne donnent souvent pas suffisamment lieu à des activités variées des étudiants (ce mot n'est pas encore utilisé au sens de la théorie de l'activité, mais dans un sens banal). Le mot tâches est introduit petit à petit dans nos travaux, elles sont associées aux mises en fonctionnement des connaissances précisées (et attendues) dans les exercices proposés. Précisant ce qui précède, ces derniers ne permettent pas toujours :

- de motiver les notions visées : comme on l'a un petit peu déjà évoqué, il peut manquer des bons problèmes d'introduction, sans que des stratégies alternatives soient imaginées le cas échéant ; les cours observés comportent peu de commentaires méta permettant d'expliciter ce qui est en jeu. Les enseignements ne donnent souvent pas à comprendre à quoi les notions servent, où elles s'insèrent dans le champ des mathématiques ;
- de faire travailler sur des tâches suffisamment variées. Il manque notamment souvent des énoncés permettant des déséquilibres/rééquilibres, grâce aux jeux de cadres et registres, provoqués par des adaptations suffisamment différentes. Souvent il manque également certaines tâches qui amèneraient à construire la disponibilité de la notion, par exemple grâce à un énoncé sans indications ni découpages, forçant à réfléchir aux connaissances à mettre en œuvre. En revanche les étudiants ou élèves peuvent avoir à résoudre plus de 10 fois le même type d'exercices, jusqu'à ce que l'apprentissage par répétition atteigne ses limites, et empêche de construire complètement le concept visé (Dumail, 2007) ;
- de relier les différentes représentations des connaissances en jeu, en les organisant dans ce qui est déjà-là. Il manque souvent des liens, des problèmes riches ou transversaux, non découpés en petites questions, des enseignements concernant les méthodes.

De plus, en termes de déroulements des séances, sauf exceptions, les premiers constats faits à l'occasion des travaux cités ont permis de commencer à vérifier qu'il y a peu de travail autonome, ou en petits groupes ni sur une certaine durée, et souvent peu d'explicitations de ce qui est mis en fonctionnement, commentaires méta, ou méthodes. Une étude précise de séances de TD en algèbre linéaire complétera plus tard ce type de constats (Grenier-Boley, 2014).

Tout cela peut être mis en relation avec le fait que ce qui est proposé aux étudiants, et notamment les évaluations, leur font travailler davantage le niveau technique ou au mieux mobilisable des connaissances, niveaux qui suffisent pour réussir les examens. Point n'est besoin la plupart du temps d'atteindre une certaine disponibilité des connaissances, qui, de fait, est peu préparée (Pian (1999) le vérifie à propos de la préparation au Capes).

Et alors ? Anciens et nouveaux outils

En tant que chercheure, pour mieux caractériser ce qui est proposé aux étudiants et élèves, j'ai donc repris ou développé des outils d'analyse des contenus et des enseignements déjà proposés dans le cadre initial. Ainsi ont été travaillés les types de notion avec les situations d'introduction adaptées – dont les notions extensions qui font l'objet de travaux antérieurs – les niveaux de mises en fonctionnement et de conceptualisation, le méta, les méthodes… Cela a permis des descriptions de l'enseignement pouvant être mises en relation avec les apprentissages.

Concernant ce qui est proposable, c'est à dire des propositions d'enseignement alternatives et les hypothèses admises sur les apprentissages qui les sous-tendent, j'ai commencé, avec Jacqueline Robinet notamment, à élargir le cadre initial, en reprenant l'importance des changements de cadres, l'intérêt des problèmes d'introduction adaptés (mais avec la restriction du type de notion) et de la recherche effective de problèmes et en ajoutant le recours (théorisé) au levier méta qui sera formalisé (Robert et Robinet, 1996). Petit à petit seront encore ajoutés, pour apprécier globalement les apprentissages, la référence à la conceptualisation de Vergnaud (reprise par d'autres didacticiens également) et l'emprunt de certains éléments théoriques venant de Vygotski, qui complètent les emprunts à Piaget. Il s'agit notamment des réseaux de concepts scientifiques et leur organisation, à faire partager aux étudiants et du modèle de la ZPD (voir l'annexe). Ce dernier emprunt, adapté à la situation scolaire et aux mathématiques, légitime l'intérêt des interventions de l'enseignant (médiations) sur des connaissances proches de celles qu'ont déjà ou qu'ont déjà travaillées les étudiants ou les élèves, mais qu'ils n'ont pas encore. Suite à Vygotski nous admettons que ces médiations peuvent contribuer aux apprentissages visés. L'introduction des activités dans un sens référé à la Théorie de l'Activité sera le dernier ajout théorique important que j'évoquerai plus loin. Notons que dans ce qui suit le mot activité est utilisé au sens banal (sans être distingué de l'action) jusqu'au paragraphe IV mais la plupart du temps pourrait aussi être associé à une activité au sens précisé par la théorie.

Une première synthèse de ces anciens et nouveaux outils, complétés par des caractéristiques des démonstrations attendues aux niveaux considérés en lien avec les connaissances à acquérir, est proposée dans Robert (1998).

Premières questions récurrentes

Comment compenser l'absence de problème d'introduction « classique » quand la notion est FUG ?

Comment approfondir le méta (niveaux de conceptualisation, méthodes…) sans glissement métacognitif[20] ?

[20] Cela consiste à prendre une technique, supposée nécessaire pour résoudre un problème, comme objet d'étude. Cela a pour conséquence de faire perdre de vue la vraie connaissance à acquérir. Cette question recevra un

Comment introduire le temps long des apprentissages dans les diagnostics et les propositions issues des travaux de didactique ?

Enfin, si on pense à la diffusion, comment s'assurer de la robustesse de tâches élaborées avec un objectif de chercheur lors de leur passage dans des classes ordinaires ? C'est-à-dire s'assurer que les activités[21] des élèves correspondent à ce qui est attendu même si les déroulements des enseignements diffèrent de ceux initialement prévus ? Et particulièrement en fonction des environnements, par exemple dans des établissements défavorisés ?

Nous revenons maintenant sur la suite donnée à ces travaux, et notamment à des expérimentations en vraie grandeur en début d'université ou en terminale.

4) Des expérimentations en Deug et en terminale basées sur les recherches précédentes (années 80-90)

L'existence, à partir du milieu des années 80, d'une commission Inter-IREM université (CI_2U) a facilité la mise en place de diverses expérimentations, essentiellement en DEUG (L1-L2) et la diffusion des résultats. Beaucoup de didacticiens travaillant au niveau universitaire et quelques mathématiciens y participent (dont moi). Une brochure « Enseigner autrement en DEUG A. L'interdisciplinarité » (1990) est produite collectivement, éditée par l'IREM de Lille, réunissant des propositions d'expérimentations, souvent travaillées initialement en recherche.

Il a été mis en place avec moi une équipe de DEUG expérimentale à l'Université Paris 6. Les étudiants étaient regroupés seulement en bi-groupes[22] pour le cours magistral. Ces cours pouvaient avoir lieu après les TD dès que possible, la structure des cours était variée (nombreux types d'introduction des notions). Les examens furent par contre peu modifiés.

Une certaine satisfaction a pu être notée, qualitativement là encore, mais cela a demandé beaucoup de travail en plus pour l'équipe enseignante ! Et, bien sûr, tous les problèmes d'enseignement n'ont pas été résolus par le dispositif : le cahier de didactique 18.3 (Robert, 1985) relate en détail les heurs et malheurs de cette section expérimentale.

Ainsi, et sans qu'on puisse parler de résultats de recherches mais seulement de ressentis répétés, les collègues vont « au bout » de ce qu'ils peuvent faire dans leur logique que l'on peut souvent résumer par « j'explique à fond ». Cependant, faute de travail didactique sur l'expérience, cela peut rester insuffisant en termes de scénario. Il manque notamment des réflexions sur les tâches dans leur ensemble, sur un déroulement approprié des séances, sur les occasions de développer les activités attendues chez les étudiants, sur l'évolution des évaluations. À l'époque un autre slogan, un peu provocateur, a été utilisé : « Un bon enseignant doit savoir se taire », faisant écho aux travaux didactiques de Régine Douady et Guy Brousseau notamment (et aux théories de Piaget) qui donnaient aux travaux autonomes des élèves et aux moments a-didactiques une grande importance (voire une nécessité). Or il n'est pas toujours facile de se taire pour un enseignant du supérieur, comme nous l'avons vérifié à diverses reprises, sans que ce soit consigné quelque part[23].

élément de réponse avec l'introduction des proximités (plus loin) : on éviterait ce danger dès lors que l'intervention méta est suffisamment proche du travail des élèves et donc s'y réfère.

[21] Rappelons que le mot est utilisé au sens banal mais pourrait aussi prendre le sens plus précis accepté plus loin.

[22] Regroupement de deux groupes de TD.

[23] Il y a eu un chronométrage du temps de recherche laissé aux étudiants par des collègues sur une même séance de TD, qui donnait des durées de 5 à 30 minutes (je ne me rappelle pas où cela apparaît !).

D'autres expérimentations ont eu lieu avant ou dans le même temps (auxquelles je n'ai pas participé) : un DEUG expérimental à l'Université Paris 7 mettant en avant la pluridisciplinarité math-physique dès 1979 (Artigue, 1990). Même chose à l'Université de Lille, avec une expérience reprise plusieurs fois, et réussie, mais là encore avec une gestion très lourde (dont un système de fiches impressionnant) – des résultats sur l'algèbre linéaire sont donnés dans Rogalski (1997, in Dorier ibidem). Une expérience parallèle a lieu à Grenoble (avec l'organisation des débats scientifiques, en amphi, pour travailler le sens (Legrand, 1993)).

Mais ça ne suffit pas… et les expérimentations le plus souvent vont s'arrêter ! Traditionnellement les collègues du supérieur changent d'enseignement au bout de quelques années, ce qui s'applique à ceux ayant participé à une expérience ; renouveler les équipes demande alors d'organiser un travail d'équipe non habituel dans l'enseignement supérieur, et cela prend du temps, ce qui peut décourager de nouveaux collègues à s'y lancer ; enfin cela est facilité par la participation d'un didacticien – or il y en a peu !

5) Les suites : autres recherches à partir des contenus – et la mise en place des analyses de tâches

Les recherches sur l'enseignement supérieur vont bien sûr continuer, elles reprennent même de l'ampleur dans les années 2015, avec en particulier l'organisation de colloques réguliers (INDRUM par exemple) et de publications ciblées. La commission Cl_2U continue à servir de liant entre chercheurs concernés et s'ouvre même à d'autres disciplines que les mathématiques. Je n'y participerai plus dans la période suivante, notamment à cause de ma nomination en IUFM et des nouveaux défis qui se présentent. Mais mes derniers travaux m'ont ramenée aux étudiants, ou du moins à ceux qui se destinent à devenir enseignants du secondaire, au sein d'un groupe de didacticiens des mathématiques qui cherche à produire des ressources mathématiques ciblées pour ce public (voir plus loin page 33, une extension aux formations).

Un groupe de chercheurs travaillant sur l'enseignement supérieur (groupe SUP) a aussi été créé au sein de l'équipe (jeune équipe puis équipe d'accueil Didirem) puis du LDAR et s'est étoffé de didacticiens de la physique, puis de géographie… au fil du temps. Là encore j'en ai « profité » au début.

Quelques travaux, plus ou moins dans le prolongement des précédents, ont été produits avec ma collaboration, notamment des thèses : sur les suites (Cazes, 1996), sur l'algèbre linéaire – un bilan (Dorier *et al.*, 1997), sur les acquisitions en Capes (Pian, 1999), sur la topologie (Bridoux, 2011), sur la géométrie (Robert, 2003 ; Adel, 2014), etc.

Ce n'est qu'à la fin des années 1990 que sera élaborée l'analyse de tâches encore actuelle, en germe dans l'article de 98 sur les outils pour analyser de contenus (Robert, 1998) et présentée dans son intégralité dans le document de formation N°5, rédigé à partir des premières années d'enseignement pour la formation de formateurs (Robert et Pouyanne, 2004). Preuve, s'il en fallait, de l'importance d'enseigner pour formaliser des connaissances présentées… Cette analyse a été reprise ensuite plusieurs fois, par exemple dans les livres présentant le master pro[24] et dans l'article en anglais sur la question de Horoks et Robert (2007).

[24] Master professionnel de formation au métier de formateur d'enseignants adossé au master de didactique de l'université Paris Diderot.

III Deuxième période : les enseignants entrent en scène explicitement, recherches sur les pratiques (1993-2002)

À la fin des années 90, les tentatives d'enseignement renouvelé dans le supérieur s'arrêtent finalement, faute de nouveaux combattants, et sans recherches suffisamment concluantes pour entraîner davantage de collègues.

Dans le secondaire par ailleurs, les travaux didactiques diffusent mal. Pourquoi ? J'ai d'abord cru qu'il s'agissait d'une histoire de représentations métacognitives, mais ce qui est en jeu est bien plus compliqué, et vient l'idée que cela doit faire l'objet de nouvelles recherches sur les pratiques.

Arrive aussi mon recrutement à l'IUFM (de Versailles) en 93 : d'où une immersion forcée dans des questions de formation des enseignants du secondaire, et de nouveau, des questionnements préalables sur les pratiques… Les recherches sur les pratiques se sont alors étendues : des recherches sur les discours des enseignants en classe, à partir des années 90, on est passé à des recherches menées à partir de vidéos tournées dans les classes, avec des interprétations liées au métier, pour mieux comprendre leur complexité et revenir aux activités[25] des élèves et aux formations (travaux de recherche à partir de 2000).

Plusieurs nouvelles collaborations doivent être citées pour cette période, qui se prolongeront jusqu'en 2010, voire après.

Les formateurs second degré de l'IUFM vont intervenir, directement ou indirectement, dans plusieurs recherches, en particulier grâce aux appels d'offres lancés au sein de l'IUFM (les premières années). C'est à l'un d'entre eux (P. B.) que l'on doit la simplification des prises de vues en classe avec la pose d'une caméra au fond de la classe, sans observateur et c'est à plusieurs autres que l'on doit nos premières vidéos de classe (notamment D. D.). A l'IUFM, les chercheurs de didactique de plusieurs disciplines ont collaboré entre eux. Un travail de synthèse a été mené par la commission recherche de l'IUFM (4 EC dont moi), avec la parution de quelques numéros d'une brochure sur les recherches menées sur place et la tenue d'un colloque important en 2007, « Formation d'enseignants, quels scénarios, quelles évaluations ? ».

Par ailleurs un certain nombre de thésards (actuels doctorants) ou de collègues du laboratoire ont travaillé, en adaptant la même méthodologie, sur les pratiques des enseignants du secondaire. Enfin c'est avec Janine Rogalski, qui travaille en didactique professionnelle et ergonomie, mais qui collabore depuis longtemps avec des didacticiens des mathématiques, que nous avons mis au point une démarche pour étudier les pratiques en tenant compte de leur complexité.

Dans le même temps des collaborations informelles avec des chercheurs en psycho-sociologie se continuent, avec l'objectif d'arriver à se comprendre, que l'on travaille sur l'enseignement des mathématiques ou du français, sur des publics d'élèves défavorisés socialement ou non (un groupe de travail[26] sera suivi d'un séminaire à l'INRP).

[25] D'abord au sens banal puis au sens plus précis de la théorie de l'activité.

[26] Y participent notamment Roland Goigoux, Elizabeth Bautier, Jean-Yves Rochex, Janine Rogalski, Christophe Hache.

1) Premiers questionnements, les universitaires sont invités à prendre part à la formation des enseignants du secondaire (1993 – 2000)

De fait, comme déjà signalé, c'est dès les premières années de la didactique que les enseignants du secondaire n'adoptent pas ou peu les séquences élaborées par les didacticiens. C'est souvent au « prétexte » que ces propositions ne sont pas adaptées aux classes réelles, ou parce qu'il n'y en a pas sur tous les sujets, l'écart semble trop grand entre l'idéal didactique et le déroulement réel des enseignements en classe (Robert, 2003).

Cela nous a questionné, de plus en plus, et d'autant plus que la réforme liée à la création des IUFM déplace, en partie, la formation des enseignants du primaire et du secondaire vers les universités. Les IUFM ont ainsi accueilli des chercheurs (didacticiens) travaillant sur le secondaire pour intervenir dans les formations. Comme déjà dit dans les lignes ci-dessus, certaines recherches ont indiqué que ce qui était en jeu était bien plus compliqué que les seules représentations métacognitives des enseignants[27] (Marilier, 1994). Les travaux sur les pratiques des années 90 ont aussi mis en évidence des diversités de plusieurs ordres : dans les discours et leurs fonctions (Chiocca, 1995 ; Paries, 2001), dans les choix d'univers concernant les contenus et les déroulements des séances (Hache, 1999). Ils ont aussi mis en évidence certaines régularités (Roditi, 2000), notamment au niveau de ce qui résulte directement des programmes (contraintes institutionnelles), très respectés même si critiqués, ou de contraintes sociales, par exemple pour s'adapter aux contrôles communs, ou aux classes (Robert, 2001).

Finalement, il n'était pas question pour moi d'intervenir pour former les pratiques des enseignants avant d'en savoir plus et de comprendre ce qui était vraiment en jeu. C'était une condition nécessaire pour déterminer ce qui pouvait, en matière de didactique des mathématiques, être investi par les enseignants. À condition d'ajouter à cela la question des modalités de formation, à mettre au point par les chercheurs et les formateurs, ce qui est encore une autre problématique, où les contraintes institutionnelles s'invitent aussi. La mise au point de la double approche a permis d'avancer dans les réponses à ces questions.

2) La double approche (2000-…)

Nous avons alors élaboré, avec Janine Rogalski, une approche des pratiques des enseignants prenant en compte leur complexité et la cohérence qui l'accompagne : la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002, 2005). Il s'agit d'analyser les pratiques en dégageant et imbriquant cinq composantes[28] associées chacune à la description des pratiques selon une dimension observable (ou au moins inférable des observations) et jugée cruciale des pratiques, dont ce qui est lié au métier.

Des choix de contenus (par exemple sur un chapitre ou une notion enseignée), nous inférons des éléments de la composante cognitive des pratiques d'un enseignant, et de ceux sur les déroulements des enseignements, des éléments de la composante médiative. La manière dont l'enseignant s'inscrit dans les contraintes comme les programmes, les horaires… nous renseigne sur la composante institutionnelle. La prise en compte du social, concernant les élèves et les collègues notamment, permet de nourrir la composante sociale. Enfin les connaissances, expériences, représentations du métier de professeur et de sa mission, y compris du point de vue du confort attendu et des risques consentis, amènent à déterminer une composante personnelle, non moins importante que les autres.

---

[27] On a cru au début que, dès qu'un enseignant partageait les conceptions générales des chercheurs sur les apprentissages, il adopterait les propositions d'enseignement élaborées dans leurs recherches.

[28] Ce sont évidemment des constructions théoriques à partir du réel, elles n'existent pas en tant que telles…

C'est la recomposition de ces composantes entre elles, leur imbrication qui est visée par la recherche, c'est ce qui nous permet d'avoir accès aux activités proposées aux élèves, telles qu'elles peuvent avoir lieu en classe, les activités possibles (au sens banal et au sens plus précis actuel).

Se conçoit alors la nécessité de tenir compte de la complexité correspondant à cette imbrication, que ce soit pour apprécier (appréhender) ou pour contribuer à enrichir les pratiques. Donner des renseignements sur une liste d'exercices choisis ou à choisir en classe sur un thème enseigné est insuffisant pour accéder à ce qu'auront à faire les élèves, ce qu'ils auront travaillé. C'est à compléter par des éléments sur les déroulements des séances qui leur sont proposés. Mais, même ainsi, il est difficile d'apprécier complètement les activités qu'ils pourront déployer. Il est difficile également de comprendre ce qui a motivé l'enseignant. Il y a lieu de compléter par des éléments non observables directement, des « déterminants » liés au métier comme l'exprime, pour la didactique professionnelle, Janine Rogalski (2004). Ils infléchissent les choix de manière cohérente, régulière, et traduisent l'impact des trois composantes autres que cognitive et médiative.

Nous avons complété cette description avec Pascale Masselot (2007) en introduisant des niveaux d'organisation des pratiques : niveau local, celui du quotidien, niveau micro, celui des automatismes, et niveau global, celui des postures et des représentations. Cela nous permet notamment de rendre compte de difficultés de débutants : ils doivent agir au niveau local, mais sans routines au niveau micro, ni vision au niveau global.

3) Des résultats des recherches sur les pratiques (jusqu'à aujourd'hui)

a) **Des études de pratiques individuelles**

Cette double approche a été mise à l'œuvre pour décrire des pratiques différentes en les caractérisant selon les différentes dimensions, et éventuellement associer des pratiques à leurs effets en termes d'apprentissages. De tels travaux ont été développés y compris après la période relatée ici (Horoks, 2006 ; Chesnais, 2009 ; Butlen et Robert, 2013).

Les premières recherches sont locales, limitées la plupart du temps aux séances d'un chapitre du programme concerné, souvent comparatives, mettant en jeu deux ou trois enseignants. Les évaluations données par leur enseignant aux classes en jeu sont étudiées en relation avec les enseignements reçus. Les résultats vont dans le sens des hypothèses émises et admises sur les apprentissages, déjà rappelées. On retrouve par exemple l'importance, pour les apprentissages, à la fois d'un scénario adapté aux spécificités des contenus et cohérent, d'un certain travail autonome des élèves et des accompagnements ciblés des enseignants, s'appuyant sur ce qui vient des élèves pour amener le savoir visé (ce que nous appellerons plus tard les proximités).

D'autres études à partir de séances sur un même chapitre ont été réalisées depuis, avec une méthodologie analogue, et un seul enseignant. On y ajoute seulement un nouvel outil pour l'analyse des déroulements, l'étude des proximités (nous y reviendrons). C'est le cas dans les cahiers du LDAR n°22 (2020) et 24 (2022), où sont étudiées (avec J. Rogalski) l'introduction du sens des fonctions en seconde et (avec M. Pariès) l'introduction du théorème de Thalès en troisième (contexte REP).

b) La stabilité des pratiques

Un autre résultat a été la stabilité des pratiques des enseignants expérimentés (Robert, 2007) : conséquence supposée de la complexité des pratiques, elle a été vérifiée dans l'article cité à partir de la comparaison de deux séances de géométrie d'une même enseignante à deux niveaux du collège. Ce seraient les composantes médiative et personnelle des pratiques qui seraient les plus stables, ce qui se

voit en termes de choix de déroulements par exemple. Cela amène à étudier les régularités des pratiques, ce qui se répète.

Les conséquences de ce résultat sur les formations continues sont importantes, cela oblige à mettre en discussion davantage que les contenus à enseigner pour initier un travail véritablement lié aux pratiques.

c) Des inférences de nos résultats : des marges de manœuvre à investir ?

Ce qui se passe en classe peut amener à modifier certains choix faits a priori par l'enseignant. Un certain nombre de résultats, encore à tester, concernent les marges de manœuvre d'un enseignant, à investir éventuellement, par-delà les contraintes donc.

Par exemple, des activités des élèves seulement a minima, c'est-à-dire minorées par rapport aux activités attendues, soit par réduction de la tâche soit par la donnée d'indications supplémentaires, peuvent être à reproposer, sans changement cette fois. Inversement, des activités a maxima (correspondant aux activités attendues, sans restriction, souvent effectuées par peu d'élèves) peuvent être installées en plusieurs fois, après des activités a minima éventuellement (Robert et Vandebrouck, 2014). Cette définition s'étend aux activités prises au sens précis de la théorie.

Un de nos derniers résultats concerne les cours dialogués, dans des contextes REP. Suite à un tel cours, même si beaucoup d'interactions avec les élèves ont lieu, dont l'enseignant a pu tenir compte, ce qu'il présente comme connaissances (visées) peut constituer des connaissances proches du seul collectif classe, et pas de chaque élève. On évoque dans ce cas une ZPD collective. Il est possible que ce cours ne suffise pas à transformer les activités préalables et l'exposition de connaissances par l'enseignant en connaissances individuelles – il faudrait encore une étape, une reprise du cours après une recherche d'exercice par exemple, pour arriver aux connaissances individuelles attendues (Paries et Robert, 2024).

d) Vers des logiques d'action - un critère pour classer ? Nouveau besoin – nouvelle réponse…

Nous dégageons si possible de l'imbrication des composantes observées ce que nous avons appelé des « logiques d'action » des enseignants, qui combinent les différents choix. Mais comment faire pour appréhender la complexité ainsi révélée ? Dans ce paragraphe, il apparait que ce que nous utilisons à cette fin n'était pas présent au début de nos recherches : pour ne pas couper cette suite de notre travail sur les logiques d'action de son démarrage, nous anticipons ici sur l'enrichissement de notre cadre théorique présenté dans la partie suivante.

Les classifications des logiques d'action s'inscrivent en effet dans ces analyses et sont pilotées par une hypothèse que nous avons adoptée sur les apprentissages, présente depuis le début de nos travaux mais précisée ensuite, et qui peut être (re)formulée de la manière suivante : ce sont les activités des élèves (déterminées en partie par les tâches et les déroulements proposés par l'enseignant) qui provoquent (en grande partie) leurs apprentissages. Maintenant activité n'est plus à entendre au sens banal comme page 14 mais dans un sens plus large, précisé tout de suite ci-dessous, on pourrait évoquer une action accompagnée d'une certaine prise de conscience. Cette hypothèse, admise, est centrale dans notre cadre théorique actuel (la théorie de l'activité) et en découle directement.

Or ce sont les professeurs qui proposent les activités des élèves et les gèrent. D'où l'importance de leurs choix qui conditionnent la qualité de ces activités, même si celles-ci engendrent les acquisitions seulement en partie, et varient selon les élèves et les contextes. Cela a inspiré le critère de classification des logiques d'action des enseignants : c'est ce qu'on peut inférer de ces choix d'un enseignant en termes de transformation des actions en connaissances par l'intermédiaire des activités possibles, qui est dégagé pour caractériser ces logiques.

Nous avons repéré au fur et à mesure de nos recherches (jusqu'à aujourd'hui) quelques logiques types. Dans celle intitulée « le pari du sens » (Pariès et Robert, 2022), tout se passe comme si l'enseignant, en imbriquant de façon permanente[29] des aspects liés aux choix des contenus, y compris avec une certaine prise en compte d'une organisation globale possible[30], et des choix de gestion, avec le repérage et l'appui sur ce qui vient des élèves, favorisait le développement d'activités possibles des élèves : riches (à notre sens), adaptées, variées et pouvant conduire à la conceptualisation visée (voir plus loin le sens précis que nous donnons à ce mot).

Dans la logique « les mathématiques : mode d'emploi » (Pariès et Robert, 2023), il s'agit de donner aux élèves des moyens, liés aux mathématiques ou même externes, pour imiter, reproduire, retenir ce qu'il y a « à faire », mais en restant au niveau des actions. La mémoire peut être sollicitée, la perception ou la gestuelle aussi, tout se passe comme si l'efficacité recherchée restait au niveau technique (en TAD on dirait peut-être sans intervention du logos).

On a aussi rencontré récemment des logiques « patchwork » (texte en cours d'écriture), juxtaposant l'enseignement de notions successives, avec à chaque fois des phases d'exercices et de cours assez peu reliées, des logiques « magistrales », minorant le travail des élèves suivant les cours (ou le laissant à faire « à la maison »), des logiques d'encouragement pilotées par le souci de ne pas perdre d'élèves mais sans lien précis avec le travail sur les contenus ou encore des logiques « modèles » dans lesquelles l'enseignant place certains exercices en position générique, les évoquant ensuite comme modèle.

Chaque logique particulière, dont nous avons admis qu'elle est assez stable pour un enseignant donné, emprunte plus ou moins à ces types simplifiés, voire un peu caricaturaux, mais on peut en retrouver des éléments spécifiques.

Il apparait clairement que non seulement tout est lié dans ce métier, mais encore que les formations ne peuvent faire l'impasse de cette complexité ! Cependant avant de les aborder, nous revenons à cette classification théorique que nous avons faite a posteriori.

IV Une clarification théorique a posteriori

Les chercheurs qui étudient les apprentissages et les pratiques comme cela été décrit jusqu'ici ont éprouvé le besoin de se placer mieux dans le paysage didactique théorique général, y compris avec des éléments issus de la didactique professionnelle grâce à Janine Rogalski, mais surtout en donnant une place aux sujets singuliers[31] : cela a abouti notamment au livre piloté par Fabrice Vandebrouck (2008), comme un aboutissement de ces travaux. C'est un travail a posteriori qui s'est donc fait et qui continue à se faire comme on peut le voir dans les reprises de Vandebrouck et Robert (2017), ou Abboud *et al.* (2018)**.** Cela permet aussi de nouveaux développements (par exemple de Vandebrouck et Robert (2024)).

Il n'y a pas de rupture avec les recherches précédentes, d'ailleurs non seulement un certain nombre de prémisses théoriques étaient présentes dans mon article de RDM (1998) mais encore les travaux

[29] Cela rejoint l'idée de vigilance didactique de Monique Pézard, (Pezard *et al.* 2012) reprise par Cécile Allard (Allard et Boutrais 2022)

[30] Ce que nous appelons le relief (voir plus loin).

[31] Et non épistémiques, génériques comme en TSD, ou seulement caractérisés par leur rapport aux institutions comme en TAD.

précédents peuvent être facilement intégrés dans le nouveau cadre, comme cela se voit dans le livre édité par Vandebrouck. C'est une clarification, qui permet de nouvelles avancées.

C'est finalement là encore un (autre) collectif qui a travaillé – en témoignent, outre le livre et sa traduction anglaise un peu enrichie (Vandebrouck, 2012), par exemple différents exposés successifs, notamment à l'école d'été de 2021 (conférence de Fabrice Vandebrouck) ou à la corfem 2021 (cours de Aurélie Chesnais).

1) Inscription dans la théorie de l'Activité, une place pour les sujets individuels

Nous l'avons dit ce sont les activités (possibles) des élèves qui sont considérées comme le principal moteur des apprentissages, en relation avec les pratiques des enseignants (Vandebrouck, 2008). Cela amène à étudier ensemble les tâches proposées, sources d'activités attendues, et les déroulements provoqués, sources d'activités effectives dont les activités possibles sont déduites. De plus les pratiques des enseignants sont étudiées non seulement à l'aune des choix cognitifs et médiatifs imbriqués, qui renseignent sur les premières composantes (et les traduisent), mais encore en faisant intervenir les contraintes liées au métier, aux contextes et aux personnes et ce qu'elles entrainent.

Des travaux récents (Robert et Vandebrouck, 2023) ont précisé encore que cette centration sur les activités, en insistant sur l'accent mis, avec ce choix et ce mot, sur ce qui se passe dans la tête des élèves, la réflexion, les prises de conscience, dépassant ce que Leontiev (1984) désigne par les actions ou les opérations, au sein des activités, et Galperine (1966) l'exécution, à côté du contrôle notamment.

Cela rejoint d'autres travaux qui insistent sur ce point fondamental, la différence entre exécuter et tirer quelque chose de ce qui a été exécuté (Bautier et Goigoux, 2004[32]). Reste une certaine relativité de ce qui est en jeu dans cette acception du mot : selon le niveau scolaire, voire l'élève, il peut y avoir des évolutions dans ce qui est attaché à la réalisation de la tâche lorsqu'on parle d'activité. Les prises de conscience attendues peuvent ne plus être analogues lors de l'introduction d'une notion et par la suite.

Nos problématiques liées à l'apprentissage peuvent se traduire par cette question : comment faire développer aux élèves les activités attendues à partir des tâches et déroulement proposés ? Autrement dit comment provoquer des évolutions favorables dans les connaissances ?

Un nouveau livre à paraître piloté par Fabrice Vandebrouck introduit un nouveau sigle pour évoquer ce cadre spécifique : TADM (théorie de l'activité en didactique des mathématiques).

2) Anciens et nouveaux éléments théoriques généraux : une première vue

Cela dit, nous intégrons, depuis longtemps, des éléments des théories générales de Jean Piaget et Lev Vygotski pour étudier les activités en lien avec les apprentissages (Robert *et al.,* 1995 ; Robert, 1998). Ainsi, comme cela a été évoqué plus haut, nous nous appuyons notamment sur la nécessité d'un travail autonome des élèves ou étudiants, l'importance des alternances entre déséquilibres et rééquilibrations (souvent associés à des changements de cadres ou registres), les décontextualisations, les interventions de l'enseignant (médiations) et la ZPD. C'est encore enrichi avec les précisions actuelles sur l'emprunt déjà cité des travaux de Gérard Vergnaud sur la conceptualisation, à la fois comme processus et comme produit. Nous opérationnalisons cette notion de conceptualisation en l'associant à l'acquisition de connaissances mobilisables, et même disponibles pour une part d'entre elles, ces dernières pouvant être utilisées à bon escient et correctement. Mais nous y ajoutons

[32] Bautier E., Goigoux R. (2004)

l'organisation des nouvelles connaissances au sein des connaissances antérieures, « déjà-là », à prévoir. Ce sont toutes ces « qualités » que nous retenons pour caractériser la visée de conceptualisation (produit). Ajoutons que le slogan de Gérard Vergnaud sur « les problèmes source et critère de savoir » fait référence à et illustre la définition de la conceptualisation comme processus cette fois. Il s'agit cependant de ne pas omettre l'importance des institutionnalisations qui suivent la résolution des problèmes et qui participent aussi à l'acquisition du « produit » visé (savoir mathématique, connaissances individuelles).

Enfin nous empruntons aussi aux travaux didactiques un certain nombre de concepts spécifiques, et de démarches, sans toutefois partager tous les fondements de la théorie des situations ou des analyses en termes de praxéologies. Quelques éléments de mises en perspective des différentes théories sont décrits dans Robert *et al* (2012). En particulier nous donnons toute leur place aux sujets singuliers[33], ce qui explique l'importance que nous donnons dans nos analyses aux déroulements, constitutifs des activités des élèves. Cela dit, les variables didactiques, par exemple, peuvent apparaître dans l'étude des adaptations des tâches proposées, déjà citées ; le contrat didactique peut se retrouver dans les analyses de déroulement et en termes de composante médiative ; le milieu se déduit des études sur les mathématiques en jeu que nous allons présenter ci-après (relief). Il y a cependant pour nous, répétons-le, des notions qui ne sont pas abordables par une modélisation en termes de situation fondamentale (par exemple les notions FUG présentées ci-dessus).

Nous pouvons reprendre aussi par exemple les études (écologiques) de programmes faites en TAD (théorie anthropologique du didactique), même si les recherches orientées par ce cadre théorique, souvent assez globales, ne cherchent pas à saisir les dynamiques des apprentissages singuliers, dans la mesure où les élèves sont caractérisés par leur rapport à leur institution par exemple et moins par leurs acquisitions variables. Cette vision structuraliste est moins orientée que la nôtre, me semble-t-il, sur les évolutions, même petites et individuelles, qui nous intéressent davantage …

3) Des éléments méthodologiques récurrents qui se sont stabilisés et enrichis

Un premier écrit sur ce sujet (Robert, 1992) m'avait amenée à présenter les démarches générales adoptées dans nos recherches notamment concernant les apprentissages de contenus. J'abordais les questions d'inscription dans un cadre théorique (il s'est précisé depuis), de transformation des questionnements en problématiques, de méthodologies adaptées et possibles, de la distinction entre expérimentations et observations, d'analyses et de résultats, les résultats donnant lieu à de nouvelles questions le cas échéant.

Je commence par aborder ces mêmes questions en ce qui concerne les contenus mathématiques en jeu.

a) Retour sur le relief et les analyses de tâches

Une étude préalable du relief[34] sur la notion étudiée précède souvent des analyses de séances, imbriquant trois aspects à étudier : les spécificités mathématiques[35] du contenu en jeu, compte tenu des programmes (antérieurs et de l'année en cours), et les difficultés répertoriées des élèves (à compléter le cas échéant par une nouvelle étude didactique).

[33] Par opposition aux sujets épistémiques caractérisés par leur place dans un système didactique ou même par leurs rapports institutionnels à l'école.
[34] Introduit en 2008 et enrichi depuis, notamment par la prise en compte des difficultés des élèves.
[35] Voire épistémologiques ou historiques.

Les savoirs mathématiques visés sont ainsi décrits en termes d'outils/objets ; les cadres et représentations variés (registres) qui peuvent être utilisées sont précisés ; le chercheur identifie le type de notion correspondant à l'inscription dans ce qui précède dans la scolarité et dégage les niveaux de conceptualisation attendus. Ces niveaux sont associés à des fondements et à un corps de problèmes, ainsi qu'aux modes de raisonnements possibles et au niveau de rigueur attendu, à préciser aussi. S'il y a lieu, des méthodes sont dégagées. C'est une certaine organisation de ces savoirs qui est ainsi présentée, en lien avec les tâches et démonstrations envisageables. La question se pose de l'intégration des évaluations dans ces études de relief.

Cette description se faisant en relation étroite avec les programmes du niveau d'étude en jeu et antérieurs, cela permet de préciser les acquis antérieurs (probables) des élèves (ou étudiants). Cela permet aussi d'anticiper sur les attendus, notamment, si possible, en termes de niveaux de conceptualisation et de mise en fonctionnement, avec les connaissances mobilisables/disponibles à viser. Les difficultés des étudiants ou des élèves sont reprises de travaux déjà faits mais elles peuvent aussi être déduites d'éléments souvent difficiles, comme les changements de cadres ou de registres non congruents.

C'est cette référence sur les contenus qui pilote l'appréciation globale des scénarios[36] (en tant qu'itinéraires cognitifs proposés aux élèves ou étudiants, a priori) mais aussi des choix de tâches et des dynamiques entre phases d'exercices et moments d'exposition des connaissances, ainsi que des évaluations proposées.

Un certain nombre d'outils méthodologiques plus locaux en lien avec les contenus se sont enrichis grâce au relief : les analyses de tâches sont précisées (cf. note 17) tout comme celles des activités attendues. On dégage notamment, à partir de l'analyse des tâches, les activités de reconnaissance, de traitement ou d'exécution et d'organisation (Vandebrouck et Robert, 2017).

b) Les déroulements

Concernant les déroulements, analysés à partir des séances de classe, souvent filmées et transcrites[37], le relief donne des repères d'une part pour analyser les tâches et activités attendues et d'autre part pour apprécier « ce qui vient des élèves » et plus généralement, interpréter ce qui peut se passer pendant les déroulements.

On décrit ainsi un certain nombre de caractéristiques des déroulements des séances, qui renseignent sur les activités possibles des élèves à partir des activités attendues. Interviennent les modes et temporalités du travail des élèves ou étudiants, les aides données par l'enseignant (auxquelles vont s'ajouter les proximités), autant de caractéristiques à dégager systématiquement (Robert *et al.*, 2012 ; Horoks et Robert, 2024).

Nous avons distingué les aides à fonction procédurale, appelées procédurales, et les aides à fonction constructive, appelées constructives. Les premières servent à donner des indications aux élèves pour qu'ils s'engagent dans l'activité ou ne s'en désengagent pas. Les secondes ajoutent quelque chose à ce que les élèves ont fait, qui va vers une généralisation. Les deux types d'aides ont une fonction dans les apprentissages. Nous faisons même l'hypothèse, déjà évoquée plus haut dans les marges de manœuvre à investir, hypothèse à tester encore, qu'à certains moments des apprentissages, et pour certains élèves, il est nécessaire de proposer deux fois des tâches analogues : en donnant d'abord des aides procédurales ce qui permet aux élèves d'exécuter la tâche, et en développant des aides

[36] Ou éventuellement leur élaboration.
[37] Depuis les années 2000.

constructives la deuxième fois en s'appuyant sur le travail que les élèves ont pu démarrer (Robert et Vandebrouck, 2014, 2017).

c) **Dernier outil en date : les « proximités » dans le discours en classe de l'enseignant et l'étude des moments d'exposition des connaissances**

En fait nous avons d'abord introduit avec Fabrice Vandebrouck (Robert et Vandebrouck, 2014) les proximités-en-acte mises en jeu en classe par l'enseignant. Elles ont été reprises pour les études des moments d'exposition des connaissances (Bridoux *et al*., 2015). Mais en réalité ce sont les seules proximités discursives qui se sont révélées vraiment utiles pour cette étude des moments d'exposition des connaissances, que, jusque-là, nous avions du mal à aborder par nos analyses en termes d'activités d'élèves. Clairement, en effet, les activités des élèves sont difficiles à cerner pendant les cours ! De fait, l'étude des proximités discursives nous a donné un détour qui nous a permis cette avancée. Le recours à des proximités nous a aussi permis de comparer des moments d'exposition des connaissances et s'est avéré discriminant (Allard e*t al*., 2016a ; Bridoux *et al*., 2016 ; Chesnais *et al*., 2022 ; Robert *et al.,* 2017 ; Paries et Robert, 2023, 2023b ; Robert et Vandebrouck, 2023).

Les proximités discursives sont produites dans le discours des enseignants en classe. Il s'agit de mises en relation, explicites, entre le travail des élèves et des connaissances et activités nouvelles visées. Cette interprétation est faite par le chercheur, soulignons-le. Autrement dit, dans ces phrases, l'enseignant s'appuie explicitement (c'est ce que nous apprécions) sur les actions des élèves, voire leurs activités, associées à des connaissances déjà-là (ou supposées telles), pour les relier à ce qui est nouveau et en rapport avec cet ancien. Cela peut être pour expliciter des outils utilisés par les élèves en contexte par exemple, et que l'enseignant va institutionnaliser comme objets. Le chercheur peut détecter des occasions de proximités non saisies ou au contraire, des proximités qui ratent leur cible, faute d'un appui suffisant sur un travail antérieur ou un savoir déjà-là des élèves par exemple. Et de surcroit il peut y avoir des différences notables entre élèves, ce qui est appui pour l'un peut ne pas l'être pour un autre.

On ajoute à cette définition des proximités la classification suivante, qui peut intervenir dans la comparaison des pratiques.

Si les connaissances (ou activités) nouvelles sont à introduire, on parlera pour qualifier les mises en relation avec un travail des élèves de « proximités ascendantes ». Si au contraire, ces connaissances (ou activités) nouvelles sont à mettre en fonctionnement après leur exposition, on parlera de « proximités descendantes ». Les explications visant à mettre en relation des éléments de même niveau de généralité dont certains ont déjà été utilisés par les élèves sont labellisées comme « proximités horizontales ».

Grâce à cet outil, les analyses des moments d'exposition des cours ont été ajoutées à celles des séances de travail sur des exercices, longtemps privilégiées dans nos recherches. On a pu repérer des variétés entre les modalités de gestion de ces moments par des enseignants différents, en relation notamment avec les proximités plus ou moins développées par eux (Allard e*t al*., 2016a ; Bridoux *et al*., 2016 ; Robert *et al.,* 2017 ; Paries et Robert, 2023, 2023b).

On peut aussi discuter d'apparentes petites contradictions entre la TSD (théorie des situations didactique) et certains emprunts que nous faisons aux théories de Vygotski : en particulier ce que Brousseau stigmatise comme des effets Jourdain peuvent être interprétés au contraire, dans certains cas, comme des proximités favorables aux apprentissages. Et les effets Topaze aussi peuvent amorcer dans certains cas des apprentissages, voire s'avèrent nécessaires… Les questions deviennent : doit-on parler d'effets Topaze ou de proximités descendantes (plus ou moins efficaces) ? Et s'agit-il d'effets Jourdain ou de proximités ascendantes (plus ou moins efficaces) ? Est-ce que cela dépend des élèves ?

d) Retour sur les analyses de pratiques

L'irruption des recherches sur les pratiques enseignantes a amené à ajouter d'autres analyses, qui prolongent de fait les précédentes ou les complètent selon les travaux : en effet, établir les composantes cognitives ou médiatives d'une pratique revient à étudier les choix de l'enseignant en matière de tâches et de déroulements. Se retrouvent ainsi les ingrédients des analyses des activités des élèves rapportés au relief, mais appréciés autrement. En particulier c'est grâce à l'opérationnalisation du modèle de la ZPD que nous avons adoptée, en termes de traque des rapprochements, que peuvent s'apprécier certains accompagnements des enseignants, à partir du travail des élèves (les proximités).

L'étude des composantes institutionnelle, sociale, personnelle met en jeu des éléments extérieurs à la classe, voire spécifiques (que l'on peut appréhender par exemple à l'aide d'entretiens avec les enseignants). Cette étude permet aussi de comprendre certains leviers des propositions d'activités.

4) Finalement

Nos problématiques de recherches concernant les activités possibles des élèves ou étudiants et les pratiques d'enseignement, mettent en jeu à la fois des descriptions des savoirs à acquérir, contextualisées au niveau scolaire et aux élèves en question, les scénarios proposés qui délimitent les activités attendues des élèves, et des descriptions de ce qui se passe en classe, en termes de travail des élèves et d'accompagnements variés de l'enseignant. Cela s'inscrit dans la recherche des effets des pratiques sur les apprentissages, en prenant comme variables d'explication les activités et en réfléchissant aux marges de manœuvre des enseignants (en prenant notamment en compte leurs contraintes). Dans un écrit récent nous présentons ce bilan très globalement (Rogalski *et al.,* 2024).

On pourrait proposer un programme très schématique et un peu réducteur de l'activité d'un enseignant à mener sur un chapitre donné, telle que nous la concevons, pour fixer les idées. Une première étape consisterait à prendre en compte des éléments de relief pour élaborer le scénario et retenir des tâches suffisamment variées, dont celles d'introduction si possible. Ce processus d'élaboration des tâches et déroulements dépend aussi des naturalisations éventuelles, des savoirs qui restent « transparents », à débusquer (cf. relief). Il met aussi en jeu des contraintes qui font que les choix des enseignants ne sont pas seulement « dictés » par les qualités supposées des contenus et les déroulements… Il faut penser programmes, contraintes horaires, contrôles communs, voire dispositifs communs comme en 6^{e} en ce moment, examens… Une dernière variabilité peut provenir de la composante personnelle des enseignants[38], de ce qu'il pense être sa mission (socialement), de ses connaissances et sa formation, de son expérience singulière, et de son appréhension de la classe.

Pendant les déroulements, il importerait de se taire pour laisser travailler les élèves lorsque c'est ce qui est en jeu, de repérer ce qu'ils ont fait, puis de s'appuyer sur leur travail pour le réguler par des aides et des proximités, et enfin soit d'avancer vers des généralisations et des connaissances nouvelles, soit les reprendre en relation avec les nouvelles activités.

En schématisant beaucoup, et en reprenant nos tout premiers résultats de recherche, on pourrait dire que plus l'enseignant se tait (lorsque les élèves travaillent seuls ou en petits groupes), plus il peut être en mesure de repérer ce qui vient des élèves, et plus il a travaillé en amont sur les tâches proposées et leurs objectifs, plus il peut être en mesure de s'appuyer sur ce qui vient des élèves pour les faire avancer.

[38] De sa posture.

Tout cela va nourrir des formations et amener à y réfléchir théoriquement.

V Place aux formations, des analyses de pratiques à des dispositifs et des hypothèses émises sur les formations

Il est donc loin et dépassé le temps où le slogan déjà évoqué « il ne suffit pas de bien savoir les mathématiques pour bien les enseigner » était mis en introduction de mes textes sur la didactique des mathématiques ((Robert, 1988) par exemple) : l'idée d'une formation professionnelle pour les enseignants du secondaire a été poussée en avant par la création des IUFM en 1992-93, et s'est installée par le biais des formations initiales obligatoires. Différents vecteurs y ont sans doute contribué, quelquefois institutionnels, ou liés aux auteurs des manuels, ou aux difficultés rencontrées par les enseignants en ZEP, voire au collège, etc. Le projet de motiver l'étude des notions par des tâches initiales à faire chercher pour en préparer l'exposition générale ou l'intérêt de laisser travailler les élèves seuls, ont par exemple progressé, mais quelquefois sans la réflexion sur les arrangements nécessaires. Pendant un temps, par exemple, tous les chapitres de manuels débutaient par des « activités d'introduction », qui pour une part n'en étaient pas à notre sens[39] (pour les notions trop loin des acquis antérieurs notamment). Ceci a engendré une gêne voire un discrédit des recherches mettant en avant ce type de démarche.

Il s'agit, maintenant que l'idée de formation a fait son chemin, de discuter les contenus et les modalités de telles formations professionnelles, initiales et continues, notamment inspirées par des travaux didactiques, pour outiller les pratiques des enseignants. Il est à noter cependant que les conditions institutionnelles des formations ont sensiblement régressé.

De facto, en didactique des mathématiques, nous sommes aujourd'hui plus précis et mieux outillés qu'avant pour penser les différentes formations, professionnelles initiales et continues, voire mathématiques universitaires pour les futurs enseignants. S'ajoutent à cette liste, pour le supérieur, la formation des moniteurs[40] encore balbutiante au début des années 90 et qui s'est renforcée depuis (Perrin et Robert, 1991 ; Mac Aleese *et al.,* 2008), et surtout la formation de formateurs. Nous pensons notamment que les formations de formateurs, initiées à Paris dans les années 2000 avec le « master pro » (voir ci-dessous), peuvent être déterminantes dans l'installation de nouvelles modalités et de nouveaux contenus de formation. Elles ont aussi un rôle à jouer dans l'auto-formation des chercheurs qui en ont la charge. À condition que ces formations de formateurs remplissent certaines conditions, dont une part disciplinaire importante, ce qui n'est pas gagné sur le plan de l'institution.

[39] Soit qu'elles étaient infaisables sans disposer de la notion, soit qu'elles ne rapprochaient pas vraiment les élèves de la notion.

[40] Certains doctorants, ayant un contrat doctoral, ont la possibilité de faire de l'enseignement à l'Université pendant leur doctorat. Ils ont un statut de « moniteurs ». Les moniteurs suivent parfois des formations à l'enseignement, rares traces de formations à l'enseignement à l'Université pour les enseignants-chercheurs.

1) Premiers constats et nouvelles réflexions sur les principes communs adoptés pour les formations professionnelles

Les premiers écrits que j'ai produits, suite à mon entrée à l'IUFM, ont donné lieu à des constats ou des descriptions : un certain nombre de documents de formation (littérature « grise »), à partir de ce qui était constaté dans les IUFM, ont ainsi été édités (Robert, 1994b, 1995b ; Collectif, 1996).
Cependant, les recherches sur les pratiques enseignantes déjà signalées nous ont amenée à réfléchir plus avant aux formations professionnelles – c'était leur but ! Il s'agissait notamment de prendre en compte les constats et de les relier à la complexité mise en évidence dans les travaux. On pense en particulier à l'influence des contraintes du métier, ou à la stabilité des pratiques, liée à leur cohérence, pour les formations continues, à introduire dorénavant. C'est le manque de ressources des enseignants débutants aux niveaux micro (celui des automatismes et routines) et global (celui des postures et conceptions globales) qui est évoqué pour ancrer davantage les formations initiales dans la réalité des besoins ressentis.

De nombreux textes écrits à partir de 1994 concernent ainsi les formations professionnelles continues, conçues comme enrichissements des pratiques. Trois éléments sont souvent exposés – le premier consiste à justifier, en s'appuyant sur nos recherches, l'empan des formations à envisager. J'affirme d'abord qu'il n'est pas question de se limiter à des formations mathématiques ou « épistémologiques », sur le sens des mathématiques : elles sont nécessaires mais non suffisantes (Robert, 1994, 1996) ; puis j'introduis la nécessité d'un travail sur les pratiques qui se traduit au début par des listes de variables aux mains des enseignants, pas suffisamment organisées encore (Robert, 1999). La dernière étape est la proposition, encore d'actualité, de partir de pratiques pour travailler les pratiques, en imbriquant au moins ce qui peut relever des deux premières composantes cognitive et médiative (Robert, 2004, 2005a, 2005b, 2005c) : il ne s'agit pas de travailler d'emblée à partir de listes d'exercices, ou de questions de gestion isolées du reste[41], mais de s'appuyer dès le départ sur des pratiques de classe, à analyser dans (toute) leur complexité (Robert 2008, 2008a, 2010). Elles peuvent être filmées ou enregistrées, ou au moins racontées. Les hypothèses élaborées sur les formations professionnelles, mais non encore testées, sont de plus en plus précises, au fur et à mesure des années (et des observations). J'y reviens longuement dans le paragraphe 3.

Le deuxième élément consiste à suggérer de partager avec les enseignants en formation des outils d'analyse, issus des recherches mais adaptés aux pratiques, et pas des modèles de séquences tout prêts. « Pas de GPS pour les enseignants ! » avons-nous ainsi intitulé un article sur le sujet (Asselain-Missenard et Robert, 2010a).

Troisième élément de ces écrits : des exemples de séances ou même de scénarios de formations, conçus selon les hypothèses évoquées ci-dessus, qui pilotent leur élaboration, qui ont souvent été expérimentés, sont décrits (Robert *et al.,* 2004b ; Robert, 2005b ; Robert *et al.,* 2010b ; Chappet-Paries et Robert, 2011).

D'autres textes, plus spécifiques des formations initiales, s'inscrivent dans les mêmes principes, en reprenant surtout les niveaux d'organisation des pratiques (cf. page 19) : Robert (1994b) (une description des dispositifs en place au début de l'IUFM), Robert (1996) (sur les difficultés d'intéresser les futurs enseignants de l'époque à la formation initiale – intitulé « Comment faire boire qui n'a pas

[41] Gérer l'hétérogénéité par exemple.

soif » ?, Chesné *et al.* (2009) (où sont donnés des exemples de séances de formation initiale « partant des pratiques »), Sève *et al.* (2016) (reprenant les idées déjà développées).

Des articles de synthèse sur ces questions de formations des enseignants et/ou des formateurs ont été produits plus récemment (Abboud *et al.,* 2022 ; Deblois et Robert, 2022).

Il faut insister sur le fait qu'il n'y a que peu de recherches au sens plein du terme sur les formations, ne serait-ce qu'à cause de la difficulté de les évaluer. En effet c'est à un quadruple chantier qu'on a affaire : celui des formations et des formateurs, celui des formés et de leurs élèves.

Je présente maintenant le plus important de ces scénarios de formation, pour une formation de formateurs longue (un an), diplômante (faisant partie d'un master professionnel), qui a été répété plus de 15 fois et que j'ai animé puis co-animé plus de 11 fois. Les deux premières années, la formation[42] a donné lieu seulement à un DU, délivré par l'Université de Versailles.

2) Le « master pro », une formation de formateurs initiée en 2002[43]

Les réflexions sur les formations des enseignants de mathématiques du secondaire et sur les pratiques de leurs formateurs (Robert *et al.,* 2007) m'ont amenée à l'idée d'une formation à ce que nous avons appelé le métier de formateurs d'enseignants de mathématiques du secondaire : il s'agit d'une formation universitaire sur un an, qui fait partie d'un M2[44], animée par des chercheurs en didactique des mathématiques pour la partie directement professionnelle[45]. Cette formation s'inspire des recherches en didactique, sur les apprentissages et sur les pratiques des enseignants, mais les chercheurs qui interviennent sont amenés à les adapter à ces futurs formateurs déjà enseignants (Robert et Vivier, 2013).

L'idée suivie est qu'après cette formation, ce sera à la charge des formateurs d'adapter les formations d'enseignants qu'ils animeront aux spécificités de chaque public[46]. Nous pensons que ces arrangements seront facilités par les acquis de la formation de formateurs : outils d'analyses des pratiques, modalités de la formation et nombreuses explicitations de ce qui justifie les choix. La visée est qu'un certain nombre de ces outils et modalités soient repris, mais sans doute partiellement, en (future) formation d'enseignants, en fonction des besoins. Les formateurs pourront à leur tour faire étudier, de manière plus contextualisée, plus rapidement, sur des contenus précis, des pratiques d'enseignement en relation avec les apprentissages.

Cette formation de formateurs est fortement appuyée sur l'expérience des participants (qui doivent avoir plus de 5 ans d'ancienneté en tant qu'enseignants pour s'y inscrire). Mais elle ne prépare pas à « la classe du lendemain », alors que, dans la pratique de la formation, cette exigence de retour rapide à la classe est beaucoup plus présente et empêche souvent d'aborder des aspects non immédiatement réutilisables. Au contraire, dans le master pro, beaucoup d'éléments généraux (outils) déjà cités sur les

---

[42] J'ai été secondée toute l'année par un collègue mathématicien, Nicolas Pouyanne (Robert et Pouyanne, 2004).

[43] Master professionnel adossé au master de didactique de l'Université Paris Diderot, à partir de 2002 (ce n'était alors qu'un DU, pendant deux ans) : destiné à la formation au métier de formateurs d'enseignants de mathématiques du secondaire.

[44] Les étudiants, que nous appelons les « participants », sont inscrits en master directement en 2e année, ils sont dispensés de la première année (formation mathématique) au vu de leur dossier.

[45] Une partie appelée tronc commun est assurée par des spécialistes d'autres disciplines : sociologie de l'éducation, psychologie de l'éducation, etc.

[46] J'évoque quelquefois une double transposition pour qualifier ces deux étapes.

apprentissages des élèves et sur les pratiques des enseignants sont travaillés et mis à l'épreuve dans des analyses de vidéos tournées par les participants dans leur classe sur des contenus aléatoires, déterminés au gré des occasions qui se présentent à eux. La seule contrainte est la date de l'intervention en master à partir d'une vidéo.

La formation est décrite de manière détaillée dans le livre intitulé « *Une caméra au fond de la classe : (se) former au métier d'enseignant de mathématiques du second degré à partir d'analyses de vidéos »* (Robert *et al.,* 2012). Elle se déroule en trois temps, le premier trimestre est dédié au travail sur les outils d'analyse choisis pour la formation avec un travail sur des vidéos apportées par le formateur, le deuxième trimestre est dédié à l'analyse collective des vidéos apportées par chaque participant, le troisième trimestre permet de renforcer les réflexions sur les formations d'enseignants, grâce à l'élaboration d'un mémoire, réalisé en petits groupes, sur des exemples de formations possibles.

Un deuxième volume complète cet ouvrage, sur le même principe, mais élargi à d'autres thèmes de formations absents du premier volume : « *Zooms sur la classe de mathématiques : (se) former au métier d'enseignant de mathématiques du second degré à partir d'analyses de pratiques »* (Horoks et Robert, 2024). S'ajoutent ainsi notamment des analyses des moments d'exposition des connaissances, des éléments sur le rôle du langage verbal dans les apprentissages et l'enseignement (Chesnais), sur les évaluations (Horoks), sur les TICE (Abboud) et sur une extension aux formations initiales des dispositifs (Coulange).

La question des formations des formateurs a été reprise de manière plus générale, à partir de l'expérience du master pro, dans (Abboud et Robert, 2012, 2015), (Rogalski et Robert, 2015) et en termes de transposition des recherches dans (Abboud *et al.*, 2020).

Enfin, nous restons convaincue de l'utilité de formations de formateurs spécifiées pour une discipline donnée. Ce n'est sans doute pas la seule façon de généraliser nos manières de former - d'autres formes de travail avec les enseignants ont fait leur apparition, notamment des recherches collaboratives avec des chercheurs, qui ont des ambitions proches des nôtres me semble-t-il mais coûteuses en formateurs !

3) Un bilan : retour sur les modalités des formations professionnelles envisagées et les hypothèses fondatrices admises

Tout ce qui précède, nos premières expériences et constats en la matière et notre expérience de plus de 11 ans en master pro, nous ont amenée à distinguer les processus de formations des (futurs) enseignants des processus d'enseignement aux élèves, et à y réfléchir spécifiquement. Ni seulement mathématiques, mais en lien étroit avec elles, ni seulement didactique, mais en lien étroit avec nos recherches, les formations professionnelles ne sont pas non plus un enseignement de pratiques ! Elles ont pour visée de contribuer à installer ou à enrichir des pratiques, en tenant compte de toute la complexité qui leur est attachée comme une condition nécessaire à la réussite du projet.

Cela nous amène à travailler la transposition de nos recherches à faire pour alimenter les formations professionnelles, en termes d'outils (Robert et Vivier, 2013), ou de concepts, ou de résultats avec aussi des conséquences sur les modalités à adopter pour ces formations… Et peut-être encore plus que de transposition faut-il parler d'adaptation (nous avons évoqué des arrangements), voire de migration (Horoks et Robert, 2024b). Il est à noter que le travail avec des enseignants ou des formateurs en formation, qui amène à enrichir à la fois l'expérience des formés et les connaissances des formateurs-chercheurs, confrontées aux expériences et aux besoins des enseignants, est propice à cette remise en travail de nos recherches.

Nous allons maintenant dégager et repréciser ce que nous retenons de tout ce travail de transposition « appliquée » puis en indiquer quelques extensions actuelles. Les différences entre formations d'enseignants et formations de formateurs tiennent davantage à nos yeux à des modalités d'implémentations (plus ou moins longues, plus ou moins contextualisées à des contenus précis, etc.) qu'à des différences de fondements, d'où ce paragraphe où on ne les distingue pas.

a) Des modalités de formation spécifiques (inductives, holistiques, collectives, opportunistes et pas trop courtes) et une hypothèse fondatrice : l'emprunt du modèle de la Zone Proximale de Développement Professionnelle

Compte tenu de la complexité, de la cohérence, de la stabilité des pratiques que nous avons mises en évidence dans nos recherches[47], compte tenu également de leur diversité, nous appuyons nos formations[48] sur la visée suivante : il s'agit d'organiser, en point de départ des séances, un travail collectif, s'appuyant sur des pratiques (celles des formés ou d'autres), prenant en compte leur complexité. De telles études de pratiques, outillées au fur et à mesure[49], permettent notamment l'expression des diversités et facilitent leur mise en discussion, en termes d'alternatives notamment, à apprécier en relation avec les marges de manœuvre qui se dégagent. C'est ce que nous étiquetons par « formation collective, inductive - à partir des pratiques, et holistique - globale ». On ne part pas des seuls choix de contenus à enseigner[50] ou des seuls déroulements à organiser[51], ou seulement des programmes et des mathématiques en jeu : ce sera à discuter dans un deuxième temps.

Discuter seulement de listes d'exercices, pour reprendre cet exemple, nous semble trop éloigné de l'exercice même du métier : dans sa classe l'enseignant serait amené aussi à choisir un ordre et surtout des déroulements qu'il anticipe plus ou moins pour les différents exercices retenus, en relation avec le temps qu'il pense imparti, avec ses élèves, et avec ce qu'il retient des contraintes, venant des programmes, et aussi de l'établissement, pour les évaluations notamment. Le travail sur la liste d'exercices est remplacé par un travail (collectif) sur des pratiques[52] associées à ces exercices, à discuter, en prenant en compte tout ce qui s'y rattache (au moins contenus et déroulements), en cherchant à élaborer des alternatives par exemple. Il nous semble ainsi fondamental de donner une place dès le départ des séances de formation à ce qu'a à faire quotidiennement l'enseignant : notamment l'imbrication permanente de ses choix de contenus et de déroulements, compte tenu de son expérience, même en germe, mais aussi de ses conceptions et habitudes du métier[53] au sein d'un environnement contraint.

Cela amène à bousculer ainsi parfois certaines habitudes des formations, notamment celle d'étudier d'abord les contenus et programmes en jeu : nous ne renonçons pas à cette étude, mais essayons d'en créer le besoin à partir de pratiques observées, travaillées, questionnées, pour arriver dans un second temps à s'interroger sur ces contenus en relation avec ce qui précède. L'idée est de pouvoir s'appuyer sur ce qui est exprimé par les formés, pour reprendre les différents choix à faire (contenus, déroulements[54]) en référence au relief et en lien étroit avec les discussions[55] précédentes.

---

[47] Il y a déjà une certaine stabilité en germe chez les débutants.
[48] En formation continue et même initiale, hors formation sur le terrain, mais aussi en formation de formateurs.
[49] Par nos outils d'analyses de tâches et de déroulements notamment, à simplifier en fonction du public.
[50] Listes d'exercices ou programmes par exemple.
[51] Hétérogénéité ou gestion du tableau par exemple.
[52] Les pratiques peuvent être concrètement apportées dans la formation par les expériences des formés ou par des vidéos de séances, ou par des transcriptions, ou plus modestement par des descriptions.
[53] Au début de nos recherches sur les pratiques nous disions que « tout n'est pas possible (?) à un niveau scolaire donné » à cause des contraintes institutionnelles et sociales mais aussi que « tout n'est pas possible pour un enseignant donné », à cause de la cohérence des pratiques individuelles (Robert, 2005a).
[54] Cf composantes cognitive et méditative.
[55] D'où le nom « formations à l'envers » utilisé quelquefois.

Nous faisons le pari que ce processus inductif et ces explicitations aient pour conséquence que les participants puissent utiliser plus tard, en tant que formateurs ou en tant qu'enseignants, certains outils ayant été partagés et puissent élaborer certaines alternatives dans les palettes de possibles à concevoir sur les thèmes abordés. D'ailleurs cela peut s'accompagner d'une variabilité dans le choix des thèmes mathématiques abordés, au gré de la conjoncture (cf. ci-dessus). La dernière hypothèse sous-jacente admise, souvent mise en œuvre de facto, est ainsi la nécessité de formations pas trop courtes, pour qu'il y ait, malgré la stabilité des pratiques, un début d'appropriation des démarches un peu enrichies qui se dégagent des interventions des formateurs suite à ce qui a pu apparaître dans les discussions.

Ce processus met fortement en jeu, on le reconnait, un modèle inspiré encore de celui de la ZPD, que nous avons qualifié de ZPDP (P comme pratiques ou professionnel (Abboud-Blanchard et Robert, 2015)). On pourrait évoquer d'un côté les besoins ressentis, exprimés par les participants, suite à leur expérience singulière, et de l'autre les besoins supposés par le formateur, inspirés par ses connaissances didactiques et mathématiques. C'est le travail de rapprochement qui se mène dans ce type de formation qui est justifié par l'emprunt de ce modèle élargi. Le formateur, répétons-le, s'appuie sur ce qui est apparu dans les séances pour le compléter, voire le bousculer, en un mot l'enrichir, notamment en termes de palette des possibles inscrites dans les marges de manœuvre présentes. Cela met en jeu à la fois de la part du formateur des adaptations à ce qui se passe en séance, pour coller aux discussions et des enrichissements potentiels des pratiques des participants. On a déjà évoqué le fait que les connaissances du formateur peuvent ainsi s'enrichir à partir de la confrontation avec les expériences. (Abboud-Blanchard et Robert, 2015 ; Rogalski J. et Robert, 2015 **;** Abboud *et al.,* 2020).

Partir des pratiques, n'est pas une mince affaire à nos yeux. Cela nécessite d'établir un indispensable climat de confiance. Cela demande une grande disponibilité pour reconnaître dans ce qui est discuté ce qui pourra être repris. Cela amène aussi à trouver des ressources adéquates, et ce n'est pas simple, car, par exemple, disposer de suffisamment de vidéos n'est pas facile : pour un enseignant, laisser une vidéo au fond de sa classe n'est pas évident. La question du repérage et de l'utilisation des ressources disponibles, notamment issues des recherches, est aussi à discuter.

Quelques travaux sur les ressources interrogent ainsi les formations : dans quelle mesure ces travaux peuvent alimenter les formations ? Un article sur l'écriture des manuels, qui apparaît très contrainte, donne une vision assez pessimiste des possibilités (Hache *et al.*, 2019). Un manuel à lui seul, même avec un livre du maître ne semble pas pouvoir modifier des pratiques (Arditi, 2011). En gros ou l'enseignant est déjà sur la même longueur d'ondes que les auteurs, et alors il peut profiter du manuel ou bien non et ça ne l'enrichit pas.

Un autre volet de ces travaux est lié aux ressources sur internet, avec la pédagogie inversée et surtout les vidéos sur YouTube (Allard et Robert, 2022 ; Chappet-Pariès et Robert, 2023). Le panorama que nous dressons indique une portée a priori relative de ces dernières, limitée aux niveaux techniques et peut-être mobilisables pour reprendre ces catégories. C'est à relier à l'absence des élèves dans ce qui est filmé et aux temps courts de ces vidéos, de surcroit séparées entre elles, qui empêchent de faire les liens indispensables aux apprentissages.

L'institution peut être aussi questionnée par ces travaux, dans la mesure où les réalisations conformes à nos travaux qui pourraient être mises en place ne collent pas avec les instructions en cours[56], ni avec les moyens alloués, ni même avec l'alourdissement des charges qui pèsent sur les enseignants. Les programmes sont aussi souvent mis en question, soit parce qu'ils changent trop vite et n'ont pas le temps d'être travaillés suffisamment, soit parce qu'ils manquent de cohérence.

[56] Cela peut même poser des problèmes soit en inspection, soit en capes dans les épreuves dites professionnelles.

b) **Des extensions sur les formations**

Les premières recherches sur les formations ont été réalisées pour le primaire (voir le texte de Denis Butlen) : diagnostics de différents dispositifs, essais d'évaluation des effets (avec à chaque fois plus de diversités que de régularités !). D'autres recherches ont surtout proposé, à partir de constats empiriques, des hypothèses qui restent à tester, par exemple avec l'essai de Chesné de proposer un dispositif à deux étages (2014).

Une extension à la formation mathématique initiale, dès les études universitaires en licence, est reprise et retravaillée depuis quelques temps (Robert, 1995, 2005 ; Coulange et Robert, 2015, Grenier-Boley et Robert, 2024). Il s'agit de faciliter, pour les futurs enseignants, l'accès au relief et l'accès à des questionnements sur leurs choix de contenus et de déroulements… Une double institutionnalisation des éléments mathématiques mis au travail et des choix didactiques de l'enseignant universitaire (inspirée des travaux de Pezard (1985) et de Douady) permettrait ainsi de familiariser les étudiants, à partir de leur propre expérience d'étudiant, avec des questions d'enseignement (choix de contenus, choix de déroulements…).

Le postulat supplémentaire de l'intérêt d'une certaine cohérence entre les différents segments des formations, peut être avancé à ce sujet, qui sera sans doute encore plus difficile à vérifier. Cela concerne particulièrement les formateurs qui interviennent à différents moments des formations et qui devraient s'entendre entre eux. Nous suivions le même postulat dans nos formations des moniteurs, déjà évoquées, et cela s'est aujourd'hui approfondi avec les travaux sur la pédagogie universitaire, autre aspect de ce qui précède (Bridoux et Grenier-Boley, 2023). Nous évoquons une formation d'enseignants du secondaire « de A à Z », amorcée à l'université, et avec des formateurs disposant d'un bagage commun de l'université au terrain.

Revenons, avant de résumer l'ensemble, sur ce qui avait motivé cette double approche ergonomique et didactique, et particulièrement le manque de diffusion de nos travaux, pour le dire vite. Dans une certaine mesure nous avons avancé dans la résolution des problèmes rencontrés. Ainsi d'une part nous comprenons mieux pourquoi il n'y a pas (ou peu) de diffusion, pourquoi les expériences s'arrêtent faute d'acteurs nouveaux : les composantes institutionnelles et personnelles sont en jeu, avec les contraintes correspondantes d'inscription obligatoire dans des formats souvent difficiles à concilier avec des démarches issues de la didactique ou non habituelles. De plus nos formations qui partent des pratiques sont aussi plus en prise avec les besoins des formés et donc potentiellement plus « efficaces ». Cela nous a aussi amenée à développer de nouvelles analyses très locales des déroulements, pour mieux comprendre l'imbrication du cognitif et du médiatif.

VI Bref retour sur cet itinéraire et ses lignes de force (entre questionnements et besoins)

Finalement, des questionnements sur la qualité des apprentissages des étudiants dans l'enseignement supérieur, et notamment d'un certain « manque de sens », des diagnostics à partir de productions d'étudiants et d'éléments sur l'enseignement dispensé ont donné lieu aux premières recherches en didactique que j'ai menées, dans le cadre de la DOO. Ces analyses ont amené à préciser, au fur et à mesure des recherches (et des besoins), des caractéristiques des contenus à enseigner et enseignés en relation supposée avec leurs apprentissages (types de notions, complétant les travaux de Régine Douady, niveaux de conceptualisation et de mises en fonctionnement, premières analyses de tâches…).

Quelques expérimentations ont suivi, notamment en Deug (L1, L2) en analyse et en algèbre linéaire, cependant elles n'ont pas été évaluées quantitativement et les recherches n'ont pas vraiment diffusé.

Le manque général de diffusion des travaux didactiques, notamment dans le secondaire, qui interroge, et la nécessité institutionnelle de m'intéresser aux formations des enseignants (poste à l'IUFM) m'ont amenée à élargir mes recherches aux pratiques des enseignants de mathématiques, comme préalables à des travaux sur les formations, travaux sur les pratiques ressentis comme un besoin. C'est la complexité des pratiques, due notamment à l'exercice du métier et aux contraintes diverses qui influencent les choix des contenus et des déroulements, qui a finalement conduit J. Rogalski et moi-même à en proposer une double approche, ergonomique et didactique, pour rendre compte des constats faits précédemment, constats d'ailleurs complétés en formations initiales. Les analyses correspondantes des pratiques imbriquent des composantes spécifiant les choix de contenus et de déroulements mais aussi l'inscription de ces choix dans les contraintes institutionnelles et sociales en tenant compte du personnel. Ces analyses peuvent aussi enrichir les recherches sur les apprentissages, en formalisant en particulier des caractéristiques[57] des déroulements organisés par les enseignants en classe et en les mettant enjeu pour mieux comprendre les activités possibles des élèves (avec les aides, les proximités, le méta notamment).

Dans le même temps une réorganisation théorique des travaux déjà menés, devenue pressante notamment vis-à-vis de notre communauté de recherche mais aussi pour nous-mêmes, a permis de les inscrire (rétrospectivement) dans la théorie de l'activité[58], en donnant aux activités des élèves un rôle majeur dans les apprentissages, rapportés quant à eux à la conceptualisation des notions visées (Vergnaud). Ce cadre théorique qui élargit celui de la DOO permet d'inclure les théories de Piaget et de Vygotski, dans la mesure où ces dernières ont une traduction en termes d'activités – avec par exemple des éléments sur le travail des élèves et sur les médiations enseignant/élèves. Le modèle de la ZPD a une place centrale dans nos emprunts, il sera étendu aux formations des pratiques avec l'usage d'une ZPDP. Du côté des mathématiques, c'est la notion de relief sur une notion à enseigner qui a remplacé et étendu les premières descriptions, résultat d'une imbrication là encore d'aspects proprement mathématiques, voire historiques, retenus sur la notion (dont les cadres et registres qui interviennent), d'aspects curriculaires (programmes, horaires) et d'aspects liés aux difficultés des élèves. Ce relief permet d'apprécier globalement les scénarios envisagés pour l'enseignement de la notion et aussi les tâches proposées, en termes d'activités attendues, dont les analyses sont très utiles à repérer ce qui se passe effectivement en classe et à s'appuyer dessus.

La réflexion attendue sur les formations a suivi la mise au point de la double approche, avec la prise en compte incontournable, première, de la complexité des pratiques à former, que ce soit à l'installation ou pour les enrichir. En conséquence ont été pensées des formations adaptées à ce qui se joue réellement dans les pratiques, d'où la proposition de partir des pratiques (films, enregistrements, ou autres traces) et non des seuls contenus à enseigner par exemple. En particulier une formation de formateurs mettant en jeu ce postulat (et d'autres hypothèses dégagées ci-dessus et admises dans la conception même du scénario) a été testée pendant plus de 15 ans[59], avec l'hypothèse supplémentaire, on pourrait évoquer aussi l'espoir supplémentaire, que ces formateurs s'appuieraient eux aussi plus tard sur les pratiques des enseignants à leur charge. Cette dernière hypothèse est légitimée par le fait que le postulat en question a été vécu et explicité comme tel aux participants à la formation. Là encore cette expérience, qui a été très bien reçue, n'a pas été évaluée scientifiquement.

[57] Déjà là en partie.
[58] Avec Fabrice Vandebrouck notamment.
[59] Dont plus de 11 ans par moi-même.

Aujourd'hui d'une part ce postulat de formation a été adopté dans des dispositifs variés, jusqu'à des recherches collaboratives, et donne lieu à des recherches variées. Des formations universitaires initiales sont envisagées, sur la base d'une double institutionnalisation mathématique et didactique.

D'autre part, bouclant la boucle en quelque sorte, nous avons entrepris des recherches transversales sur les apprentissages des élèves en arithmétique, mettant en jeu à la fois la mise au point du relief, et ses retombées sur les analyses des scénarios et des tâches, et les études des déroulements des séances, avec l'étude des activités possibles des élèves compte tenu du travail organisé en classe et des accompagnements de l'enseignant, considérés comme résultant des contraintes diverses qui pèsent sur lui. Nous avons l'objectif de proposer un certain nombre d'alternatives susceptibles d'être intégrées aux séances d'arithmétique à différents niveaux (collège, lycée, formations d'enseignants).

Enfin les recherches Praesco (cf. notes de la DEPP), quantitatives, mettant en relation enseignement et apprentissages (avec leurs évolutions) vont peut-être apporter des éléments importants sur tout ce qui précède !

C'est dans la conclusion que nous reviendrons ensemble sur des questions ouvertes et des perspectives.

Deuxième partie : l'itinéraire de Denis Butlen

J'exerce depuis 1980 en école normale puis comme maitre de conférences en 1993 à l'IUFM de Créteil, et à partir de 2007 nommé professeur à l'IUFM de Nantes puis de Versailles.

I. Introduction

Il s'agit d'une présentation synthétique des recherches que j'ai menées depuis le début des années 80. Une grande partie de celles-ci s'inscrivent dans un travail d'équipe qui comportait depuis le début Monique Charles-Pézard puis Pascale Masselot à partir des années 2000 mais aussi plus ponctuellement Marie-Lise Peltier. Deux problématiques fédèrent ces recherches : les élèves en difficulté issus de milieux socialement défavorisés d'une part et la formation des professeurs des écoles et l'analyse de la formation de leurs pratiques professionnelles d'autre part. Si certaines périodes ciblent plus particulièrement une de ces deux problématiques, elles restent toutes les deux étroitement liées et présentes dans chaque période.

Chronologiquement je distinguerai trois grandes périodes. La première cible prioritairement les apprentissages des élèves, notamment des élèves en difficultés issus de milieux socialement défavorisés. Elle a pour objet de mieux comprendre les difficultés manifestées par ces élèves lors de l'apprentissage de notions mathématiques relevant essentiellement de l'arithmétique. La deuxième est centrée sur l'analyse des pratiques des professeurs des écoles novices, débutants ou confirmés (enseignant notamment en éducation prioritaire) et sur la formation de ces pratiques. Enfin une dernière période revient sur l'apprentissage des élèves scolarisés en éducation prioritaire.

II. Les premiers travaux sur les apprentissages des élèves (1980-2000)

Ces premiers travaux se déroulent en plusieurs temps. Un premier temps d'initiation à la recherche correspond à ma thèse de troisième cycle (Butlen D., (1986) : *Apport de l'ordinateur à l'apprentissage des écritures multiplicatives au cours élémentaire*, IREM Paris 7). Un deuxième temps a ciblé les apprentissages des élèves dans le domaine du calcul mental et de la résolution de problèmes. Il a été suivi d'un temps consacré aux apprentissages des élèves en difficulté issus de milieux populaires. Mon engagement dans la recherche est motivé par une volonté de comprendre comment les élèves apprennent, intérêt renforcé par des questions professionnelles de formateur. Dès le départ de ma carrière de formateur, j'ai associé pratique de chercheur et pratique de formateur convaincu que la pratique de l'une enrichissait la pratique de l'autre. Cette posture personnelle, minoritaire chez les professeurs d'école normale est devenue davantage partagée au fil des années et notamment avec la création des IUFM et sans doute accélérée par les ESPE et autres INSPÉ.

1) DEA et thèse de troisième cycle (1980-1986) : Une période de formation comme formateur d'enseignant en école normale orientée par une implication de chercheur (débutant), entre compagnonnage et recherche

Mes recherches menées de 83 à 86 s'inscrivent dans le cadre théorique de la dialectique outil-objet et des jeux de cadres. Il s'agit d'étudier en quoi l'ordinateur permet, en installant un jeu entre un cadre numérique et un cadre spatial, de favoriser les apprentissages d'un algorithme de calcul de produits et facilite aussi l'appropriation d'une double définition de la notion de produit comme addition réitérée et mesure-produit. Plusieurs questions apparaissent déjà : des questions d'ingénierie didactique (jeu de cadres, variables didactiques, structures multiplicatives), la question des élèves en difficulté, la question des liens entre sens et technique. Ces premières recherches initialisent une réflexion sur les rapports existant entre la disponibilité des décompositions multiplicatives des entiers naturels et la maîtrise de techniques standards ou non. L'analyse des stratégies développées par les élèves de cours élémentaire lors de la résolution de tâches proposées par quatre didacticiels (terme utilisé à cette période pour désigner des logiciels d'enseignement) fait apparaître des éléments favorisant certains apprentissages mais pose de nouvelles questions quant à l'institutionnalisation à développer à la suite de ces activités au sens usuel (ou premier) du terme. En effet, la résolution de ces tâches permet aux élèves d'explorer les liens entre techniques de dénombrement de collections et dispositions spatiales de celles-ci (notamment sous forme de grille rectangulaire) en multipliant les exemples, en apportant une aide pour gérer les calculs et explorer les collections, en proposant des éléments de validation adaptés, ce qui ne serait pas aisé, voire impossible, avec un matériel de type papier-crayon. Mais si le support informatique permet de stocker des éléments permettant de reconstituer les procédures des élèves, notamment pour l'enseignant, en revanche, le mode de travail sur ordinateur (forcément individuel ou en groupe d'élèves très réduit en nombre) ne facilite pas les interactions entre pairs lors de la résolution des taches et nécessite une gestion adaptée des moments d'explicitation des procédures mises en œuvre , de leur comparaison et l'exposé des savoirs en jeu.

Ces premiers travaux mettent déjà en évidence une grande diversité de performances entre élèves, due souvent à un défaut de prérequis, peut-être renforcée par l'usage d'un support informatique. Ils font apparaître une première description de cheminements cognitifs se différenciant notamment par la durée nécessaire aux apprentissages et une mobilisation plus longue de procédures primitives[60] peu adaptées aux tâches prescrites pour les élèves en difficulté. Ce retard dans l'évolution des procédures des élèves en difficulté sera systématiquement identifié et plus précisément décrit dans les recherches qui vont suivre. Les apports de l'ordinateur sont ambigus : s'il favorise la diversité et le nombre d'exemples de tâches à résoudre permettant ainsi une exploration plus riche des situations d'apprentissage, l'usage de l'ordinateur peut renforcer aussi certaines difficultés car nécessitant d'autres apprentissages spécifiques liés à la manipulation du support.

Certains de ces résultats ont été approfondis dans des travaux qui ont suivi, centrés sur le calcul mental et la résolution de problèmes.

2) Premières recherches sur le calcul mental et la résolution de problèmes (1986-1992)

Ces premiers travaux menés en collaboration avec Monique Pézard respectivement comme animateurs de l'IREM de Paris VII et de Clermont Ferrand présentent certaines particularités qui caractérisent la quasi-totalité de nos recherches ultérieures. Comme nous le verrons ci-dessous, en sus de résultats

[60] Au sens de procédures mobilisées ou tout au début de l'apprentissages

obtenus ils initient des pistes de réflexion et de recherche qui seront développées dans les années suivantes.

Ces recherches s'appuient sur l'élaboration, la mise en œuvre et l'évaluation des effets de situations d'enseignement sur un temps long (au moins une année) et sur un large public d'élèves (classe du CP au CM2). S'inscrivant dans les recherches de type ingénierie didactique, l'idée centrale est d'agir sur la réalité pour la comprendre en diagnostiquant ce qui peut changer et ce qui résiste (cf. TSD[61]). Cette méthodologie est coûteuse en temps mais elle est productrice de résultats que l'on n'aurait sans doute pas obtenus autrement.

Le public d'élèves concerné par nos premiers travaux est hétérogène en termes de performances et d'apprentissages mais aussi en termes d'origine sociale. Les expérimentations de situations d'enseignement centrées sur le calcul mental se déroulent à la fois dans des classes (de l'Allier) constituées d'élèves originaires de catégories socio-professionnelles mixtes et des classes de zones d'éducation prioritaire (ZEP de la région parisienne). Nous nous intéressons notamment, en analysant les erreurs produites par les élèves, aux difficultés d'apprentissages des élèves notamment celles rencontrées par les élèves les plus faibles.

Ces premières recherches initient une démarche qui sera la nôtre ensuite : partir de l'analyse des difficultés rencontrées pour mettre en évidence des caractéristiques des élèves en difficulté notamment issus de catégories sociales défavorisées. Elles s'inscrivent aussi dans la suite des travaux évoqués ci-dessus et dans une étude plus globale des apprentissages différenciés dans le domaine des structures multiplicatives et plus généralement dans le domaine du calcul.

Le cadre théorique mobilisé croise des résultats empruntés à la didactique des mathématiques et des résultats empruntés à d'autres domaines et plus particulièrement à la psychologie cognitive. Concernant les actions et activités des élèves, il s'agit notamment des recherches anglo-saxonnes[62] sur les procédures de calcul mental, en particulier celles portant sur la notion de schéma de problèmes, recherches qui seront reprises et développées par Jean Julo en France (voir Julo, 1995), et des premiers travaux de Jean Paul Fischer (1981, 1987) « *de la reconstruction à la restitution de résultats ou faits numériques* ». La réforme des mathématiques modernes et les instructions officielles qui l'ont accompagnée, mettant l'accent sur une nécessaire prise en compte du caractère individuel des procédures de calcul mental des élèves, a eu pour effet une quasi-disparition des moments de calcul mental, les professeurs ne sachant comment réaliser cette prescription. Nos travaux s'appuient aussi sur des résultats de didactique des mathématiques sur le savoir structuré par ces activités de calcul et de résolution de problèmes. Nous pensons le calcul mental comme domaine d'expériences[63] en référence aux travaux de Paolo Boéro (1989, 2008)[64]. En effet lors des calculs mentaux, les élèves sont

---

[61] Brousseau G. (2006). Mathematics, didactical engineering and observation. In Novotna. J., Moraova H., Kratka, M. & Stehlíková N. (Eds.) Proceedings 30th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education. Vol. l. pp. 3-18. Prague: PME.
Brousseau G. (2013), Introduction à l'ingénierie didactique. Repéré à http://guy-brousseau.com/2760/introduction-a-l%E2%80%99ingenierie-didactique-2013/ posté le 13 décembre 2013, consulté le 20 janvier 2019

[62] Pour des références plus précises, nous renvoyons le lecteur à notre article Butlen D., Pézard M., (1992), « Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs, une expérimentation différence primaire secondaire du CP au CM2 », *Recherche en Didactique des Mathématiques, vol 12/2.3, 319-368,* Grenoble, La Pensée Sauvage

[63] BOERO P. (1989) Mathematical literacy for all experiences and problems*, Proceedings of PME* XIII

Boero P. Douek N., (2008) La didactique des domaines d'expériences, *Carrefours de l'Education, vol 26 ,* 99-114,

[64] Boero et Douek définissent ainsi la théorie des domaines d'expériences dans leur article de 2008 : : « La théorie des domaines d'expérience a été élaborée par Paolo Boero et son équipe de l'université de Gênes pour tenter de

amenés à explorer les propriétés des nombres et des opérations mobilisant des procédures et des connaissances diverses selon leur degré de disponibilité. Ils accumulent des expériences lors de ces fréquentations. Des moments d'explicitation de ces procédures de calcul, de comparaison et débouchant notamment sur des hiérarchisations en termes de qualité de connaissances et de coût en calcul permettent d'identifier et de partager les connaissances en jeu, de les mettre en relation avec des connaissances plus anciennes et ainsi d'enrichir progressivement les savoirs numériques de chacun. ; nos recherches s'inscrivent aussi dans le cadre des champs conceptuels des structures additives et multiplicatives (Vergnaud 1981[65]).

Ces recherches ont débouché sur de premiers résultats datés mais dont certains restent d'actualité. Elles ont mis en évidence une hiérarchie de procédures concernant les poids respectifs des algorithmes écrits et des techniques de calcul mental. L'apprentissage et la maîtrise progressive des techniques opératoires posées peuvent contrarier (limiter), voire exclure pour les élèves les plus faibles, la mobilisation de techniques de calcul mentales adaptées aux nombres et opérations en jeu. Selon la disponibilité de leurs connaissances (faits numériques et modules élémentaires de calcul), les élèves ont tendance à se réfugier dans des procédures automatisées économiques en termes de qualité de connaissances mais très coûteuses en termes de calcul et de mémoire. C'est notamment le cas des élèves qui tentent de simuler mentalement la technique opératoire écrite standard (ils posent l'opération dans la tête). Ce premier résultat, établi en une période où le calcul mental est peu enseigné, est à relativiser aujourd'hui où cette pratique s'est généralisée et est devenue conséquente dans le primaire (voir rapport inspection générale, 2016). Toutefois ce constat reste à notre avis toujours vérifié pour les élèves les plus en difficulté. Ces résultats restent un indicateur important pour agir sur les cheminements cognitifs (terme que nous n'employions pas explicitement à l'époque) des élèves en anticipant sur des difficultés éventuelles et sources de différences entre les élèves. Ils débouchent sur des pistes pour penser des progressions et gérer les variables des situations à proposer aux élèves.

Un deuxième résultat confirme l'idée du calcul mental comme domaine d'expérience empruntée de manière un peu métaphorique à Paolo Boéro. Une pratique régulière de calcul mental comportant des moments organisés par le professeur de prise de conscience des enjeux des calculs effectués (en termes de connaissances explorées à cette occasion et d'économie des procédures mobilisées) permet aux élèves (mais pas à tous) de dépasser l'action (le calcul) et de capitaliser expériences et connaissances. C'est dans cette pratique régulière que s'installe implicitement pour les élèves (mais là encore pas pour tous) une compréhension des enjeux du calcul mental.

Dans une certaine mesure, ces premiers travaux initient notre réflexion ultérieure sur les relations entre sens et technique. Ils montrent que les connaissances sur les nombres des élèves s'enrichissent dialectiquement avec une fréquentation et donc une certaine maîtrise de techniques opératoires. Toutefois ces techniques témoignent et se caractérisent par une adaptabilité des élèves. Cette

---

comprendre comment les savoirs et compétences scolaires peuvent être articulés aux diverses pratiques « suffisamment familières » pour l'élève et plus généralement aux cadres culturels qui constituent son environnement. L'articulation recherchée concerne aussi bien les composantes matérielles et symboliques des activités que des composantes subjectives des conceptions développées par les sujets. Ces éléments d'articulation constituent des repères pour réfléchir aux conditions culturelles de l'acquisition de savoirs par les élèves. »

La théorie des domaines d'expérience s'inspire de la dialectique concepts scientifiques/concepts quotidiens de Vygotski (page 99)

[65] Vergnaud G. (1981) *L',enfant et la réalité*, Editions Peter Lang

Vergnaud G. (1990) La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques, Vol 10-2-3,* 133-170, La Pensée Sauvage, Greenoble

adaptabilité se construit progressivement lors d'une pratique régulière de calcul mental pensée et organisée par le professeur dans la durée.

Dans le domaine de la résolution de problèmes, ces premiers travaux ont permis de mieux cerner certaines variables des situations et leurs effets sur les apprentissages et les procédures des élèves. Nous nous sommes particulièrement intéressés au rôle joué par la taille des nombres dans la résolution de problèmes arithmétiques plutôt complexes (problèmes de dénombrement notamment). C'est aussi le cas pour un type de problème de compositions de transformations (le jeu de l'autobus).

Au départ, cette recherche, concomitante avec la précédente, a donc pour objectif de régler des questions d'ingénierie relatives aux variables susceptibles d'être didactiques (celles qui ont un effet sur la qualité des productions des élèves et des apprentissages associés). Les résultats dépassent ce premier objectif et débouchent sur des pistes permettant de surmonter des inégalités scolaires dans le domaine de la résolution de problèmes. Les performances enregistrées par les élèves des classes relevant de l'éducation prioritaire montrent que les stratégies d'enseignement dépendent des types de problèmes en jeu. Ces stratégies nécessitent des analyses suffisamment fines des variables en jeu dans les énoncés et des aller-retours entre expérimentations et adaptations des scénarios en découlant.

Ces résultats posent de manière nouvelle les rapports entre complexe et simple. Nous avons mis en évidence deux stratégies d'enseignement différentes permettant aux enseignants de gérer ce passage du simple au complexe, en termes de tâches. Dans le cas de la résolution d'un problème de dénombrement du produit cartésien (calcul du nombre d'éléments d'un produit d'ensembles dont on connait le cardinal), nous avons constaté que beaucoup d'élèves sachant calculer le nombre d'éléments d'un produit catésien dans un cas simple (deux ensembles de cardinaux entiers inférieurs à une dizaine d'éléments) n'étaient pas en mesure de déterminer le cardinal du produit de trois ensembles même quand le contexte de la situation (énoncé) reste le même. Une stratégie efficace consiste à poser aux élèves le problème dans le cas complexe, à constater l'échec de ces derniers, à procéder à une simplification en réduisant le cardinal des ensembles ou le nombre de ceux-ci puis à reposer sur la base de la réussite obtenue (souvent basée sur un dénombrement exhaustif de l'ensemble des solutions) le problème dans le cas complexe (énoncé initial). Cette stratégie amène les élèves alors à appréhender la structure multiplicative du problème et à dépasser la recherche exhaustive.

Dans le cas du jeu de l'autobus, problème de composition de transformations (Vergnaud 1981) dont l'énoncé générique est : « *dans un autobus, il y a n voyageurs ; à un arrêt, il monte a voyageur et il en descend b. Combien y-a-t-il de voyageurs quand l'autobus repart ?* », deux procédures sont possibles. Une première procédure (plutôt primitive) consiste à procéder par étapes (calcul de l'état intermédiaire n+a = n'puis de l'état final n'' = n'– b. La seconde procédure consiste à composer les transformations (calcul de |a-b| et détermination du signe de la composée) et à appliquer cette nouvelle transformation à l'état initial. Les élèves appliquent majoritairement la première procédure pour résoudre le problème. Notre objectif est d'amener tous les élèves de fin de CE2 à utiliser l'une ou l'autre de ces procédures. Nous avons montré qu'en jouant sur la taille des nombres lors de la résolution du problème dans deux domaines numériques différents : (d'abord |a| et |b| inférieurs à 10 puis compris entre 10 et 20) et sur le mode de résolution (résolution mentale)), les élèves de cours élémentaire se révèlent capables de composer des transformations additives. En effet, la résolution mentale du problème apparemment plus difficile dans un premier temps se révèle plus économique et amène les élèves à composer les transformations en jeu plutôt qu'à procéder par un calcul par étapes dans le cas où les données sont plus grandes.

Ce type de stratégies et de dispositifs d'enseignement (testé dans des classes d'éducation prioritaire) semblent particulièrement profitables aux élèves en difficulté moyenne. Je reviendrai dans la suite sur des explications possibles de ce constat. A cette étape de notre réflexion, nous analysions cet effet

limité d'un dispositif d'enseignement pensé plutôt pour un élève épistémique en termes de prérequis nécessaires pour en bénéficier. Ces premiers travaux sont l'amorce d'une réflexion sur les prérequis nécessaires à des apprentissages numériques et sur l'installation en mémoire de faits numériques par l'enseignant. L'analyse des effets d'une pratique quotidienne de calcul mental sur les connaissances numériques des élèves nous a amené dans un premier temps à décrire ce que nous appelions « *des activités préparatoires »* indispensables pour ménager ces apprentissages futurs. Nous avons repris cette idée ultérieurement en développant la notion de « paradoxe de l'automatisme » (voir périodes suivantes). Il s'agit d'installer en mémoire à long terme les faits numériques mais aussi les conditions de rappels de ceux-ci en mémoire de travail ou en mémoire à court terme lors de calculs nécessitant leur disponibilité. Ces conditions de rappels accroissent la disponibilité de ces connaissances ; elles sont installées aux cours de la fréquentation de faits numériques. Pour un même fait numérique, le contexte de la tâche et l'énoncé de la consigne varient. Par exemple pour le fait numérique 6 x 8 = 48, la tâche peut-être 6x8 = ? ou ?x 8=48 ou 48 est-il un multiple de 8 ? ou 8 est-il un diviseur de 48 ? ou encore quel est le reste de la division de 48 par 6 ? etc.) ces variations permettent à l'élève d'explorer les conditions de rappels du fait numérique dans la mesure où le rappel est lié au contexte de la tâche à résoudre : résolution d'une équation et écriture à trou, mobilisation d'un multiple ou d'un diviseur, etc.. Le professeur organise ainsi lors de moments de synthèse par une prise de conscience la disponibilité de la connaissance.

Toutefois nous avons constaté que si ce travail sur les prérequis est indispensable, il ne semble pas avoir les effets escomptés pour les élèves les plus en difficulté. En effet, il ne répond pas à une caractéristique importante manifestée par ces élèves : le manque d'appréhension des enjeux d'apprentissages implicites des activités de calcul mental. Ces élèves ne comprennent pas que l'enjeu d'apprentissage, impossible à formuler lors de la prescription de la tâche, est l'exploration des propriétés des nombres et des opérations. Ils se limitent à la tâche apparente : trouver le résultat du calcul.

3) Les recherches sur les élèves en difficulté issus de milieux socialement défavorisés (1993-2000)

À partir de 1993, nos recherches sur les élèves s'orientent prioritairement vers les élèves en difficulté scolarisés en éducation prioritaire. Si le domaine du calcul mental et celui de la résolution de problèmes sont toujours ceux étudiés, l'objectif principal des recherches devient l'analyse des difficultés des élèves et la recherche de pistes permettant de les dépasser ou au moins de les limiter. Cette orientation s'accompagne d'un élargissement de notre cadre théorique initial. Convaincus que le seul cadre de la didactique des mathématiques ne suffit pas à traiter convenablement la complexité des difficultés des élèves issus de milieux populaires, nous avons importé dans notre cadre théorique des éléments issus de la psychologie cognitive (déjà très présente dans nos recherches précédentes sur le calcul mental), des concepts issus de la théorie de l'activité (Vygotski), des apports de la sociologie et de la sociolinguistique. Le public étudié impose ces emprunts. Cette prise de conscience des limites de la didactique des mathématiques rejoint la démarche engagée par Aline Robert et Janine Rogalski.

Cette période se caractérise donc par des recherches qui s'inscrivent dans la continuité de nos premiers travaux. Elles portent sur les élèves en difficulté de l'école primaire et du début du collège d'une part et sur la poursuite d'un travail de rationalisation des pratiques de formation engagé dans la période précédente que je décris plus loin. Cette réflexion porte sur les liens entre recherche en didactique des mathématiques et formation des enseignants (notamment des professeurs des écoles) et sur la place d'une formation comportant une présentation plus ou moins explicite d'outils issus de la recherche afin

de mieux outiller les enseignants dans l'exercice de leur métier mais aussi et surtout pour les amener à se (re) former en mathématiques.

a) 1993-2000 les recherches sur les élèves : dialectique entre sens et technique, difficultés des élèves et élèves en difficulté, cheminements cognitifs collectifs et intériorisation.

Les recherches sur les liens entre construction du sens et maîtrise de techniques opératoires

Ces recherches prolongent les travaux précédents sur le calcul mental et la résolution de problèmes en développant la piste d'une construction dialectique entre sens et technique. Le cadre théorique reste le même que celui des premières recherches ; il est toutefois enrichi de résultats de travaux sur la représentation des problèmes (Julo,1995).

Qu'entendons-nous par sens et techniques ?

Nous avons fait et vérifié l'hypothèse qu'il n'y a pas d'antériorité entre techniques et sens, qu'il s'agit d'une construction dialectique[66]. Le processus de conceptualisation (que ce soit en termes de connaissances sur les nombres ou en termes de sens des opérations dans la résolution de problèmes) et la construction de la maîtrise de techniques opératoires ont une certaine indépendance dans la mesure où ils concernent des objets différents. Toutefois, ces deux constructions (conceptualisation et maîtrise des techniques) présentent une grande dépendance. Nous faisions l'hypothèse (Butlen et Pézard, 2002) que des techniques de calcul mental spécifiques associées à des tâches présentant des caractéristiques particulières vont favoriser une adaptabilité des élèves. Ces tâches doivent pouvoir développer une posture d'adaptabilité chez les élèves. Elles ne se réduisent pas à des algorithmes ou procédures standardisés (toujours efficaces à l'écrit). Elles ont un domaine d'efficacité limité dont les limites doivent être explorées, cette exploration étant productrice de connaissances arithmétiques. L'adaptabilité visée se construit lors de prises de conscience par un jeu sur la durée mais aussi sur le choix des nombres et des opérations en jeu et des commentaires méta de l'enseignant (Robert *et al*., 1998). Elle se construit dans une pratique quotidienne et dans une mise en comparaison des procédures faisant apparaître des hiérarchies locales (dépendantes des nombres et des opérations). Elle se développe par une mise à l'épreuve des connaissances acquises à la fois toujours particulières et personnelles au sujet mais aussi reconnues collectivement (lors de moments de hiérarchisation). Cette mise à l'épreuve doit être pensée par le professeur à court et moyen termes dans des progressions (séances, séquences, etc.). Cette adaptabilité va avoir des effets sur leur capacité à résoudre des problèmes arithmétiques. La maîtrise de techniques de calcul alliée à cette adaptabilité libère de l'espace mental au profit de la construction d'une représentation du problème pouvant se traduire par la construction de schémas de problèmes (Julo, 1995). Pour valider ces hypothèses, nous avons comparé les performances des élèves ayant bénéficié de cette pratique régulière de calcul mental et celles d'un public témoin lors de la résolution de 24 problèmes relevant de catégories de problèmes arithmétiques basiques. Le processus d'automatisation de la reconnaissance des opérations en jeu est accéléré pour certains de ces problèmes, problèmes familiers pour les élèves mais pas trop, difficiles mais pas trop (Butlen *et al*., 1997, 1998, 2000, 2003).

[66] Construction dialectique : l'élève s'approprie les connaissances lors de la fréquentation d'une suite d'activités portant successivement sur la construction du sens ou la maîtrise de la technique, avec des allers et retours entre ces activités, des moments de synthèse organisés par le professeur mais aussi de prises de conscience de la continuité des apprentissages effectués comme des moments de dépassement d'éventuelles contradictions pouvant en résulter.

b) Les recherches sur les élèves en difficulté issus de milieux socialement défavorisés, des cheminement cognitifs des élèves aux intériorisations personnelles

Ces recherches ne s'inscrivent pas explicitement dans la théorie de l'activité (telle qu'elle peut être utilisée explicitement en didactique des mathématiques (cf. extrait de l'article de Vandebrouck et al en annexe), toutefois les concepts mobilisés en relèvent. Il s'agit de concepts empruntés à Vygotski notamment ceux de concept et pseudo concept ou concept quotidien, de ZPD et des liens entre apprentissage collectif et apprentissage individuel [67]. Ils nous permettent d'analyser et de construire des dispositifs d'enseignement suscitant la montée en conceptualisation des élèves (à travers des écrits collectifs). De façon plus implicite, nos ingénieries comme les précédentes d'ailleurs, sont organisées dans le but de provoquer le passage de l'action à l'activité grâce aux tâches et aux déroulements, y compris collectifs. On ajoute aux seules tâches des éléments liés aux interventions de l'enseignant pour favoriser la transformation action/activité. Afin de rendre opérationnelle la notion de ZPD, nous avons élaboré et analysé les effets d'un dispositif ciblant un travail dans une ZPD collective à tous les élèves de la classe. L'objectif est d'intervenir sur le cheminement cognitif des élèves lors de bilans de savoirs (débat collectif sur ce qui a été appris et doit être retenu débouchant sur la production d'un écrit collectif) (cf. Butlen et Pézard, 2003).

Nous avons aussi emprunté à la sociologie et à la sociolinguistique, en les adoptant à notre problématique, les concepts de rapport au savoir (Charlot, Bautier et Rochex), ainsi que les résultats de travaux relatifs au rôle de l'écrit (Lahire) [68]. Pour analyser les écrits produits, par les élèves lors des bilans de savoirs nous avons défini des niveaux de conceptualisation prenant en compte des niveaux de contextualisation (exemple isolé, exemple générique, exemple formalisé et décontextualisé) ; nous avons également distingué ce qui relevait de l'exposé de connaissances ou de l'exposé de méthodes (cf. . Robert *et al*., 1988).

Deux types de recherches ont été menés avec Monique Pézard durant cette période et sur ce thème des élèves en difficultés.

Dans un premier temps, nous avons mis en œuvre un dispositif d'enseignement comportant une intervention sur les prérequis des élèves les plus faibles. Cela nous a permis d'approfondir notre réflexion sur les limites d'un enseignement sur les prérequis mais aussi d'affiner notre méthodologie d'analyse des déroulements en prenant en compte non pas un élève épistémique (cf. TSD) mais des catégories d'élèves ou des élèves génériques emblématiques de ces catégories d'élèves en difficulté issus de milieux socialement défavorisés (Butlen et Pézard, 1996, Butlen 2004 et 2007).

Dans une seconde recherche portant sur des bilans de savoirs évoqués ci-dessus, nous avons mis en évidence, en organisant leur apparition grâce à un jeu sur trois leviers (pratique régulière de calcul mental, bilans de savoirs collectifs initialisés par la production d'écrits lors de débats collectifs, explicitation régulière de méthodes par l'enseignant) des étapes dans le processus de conceptualisation par lesquelles passent des élèves. Ces étapes se caractérisent par un recours au générique dans les écrits (intermédiaires entre les écrits formels, généralisés et décontextualisés et les écrits très contextualisés).

Le dispositif d'enseignement qui a permis de mettre en évidence ces étapes est basé sur l'idée empruntée à Vygotski que des apprentissages collectifs peuvent « précéder » des apprentissages individuels ; ces derniers traduisant une intériorisation personnelle de connaissances fréquentées lors

---

[67] Vygotski I.S. (1985) *Pensées et langages,* Paris, Éditions sociales

[68] Charlot B., Bautier E., Roches J.Y. (1992) *Ecole et savoir dans les banlieues..et ailleurs*, Paris, Armand Colin
Lahire B, (1993), *Culture écrite et inégalités scolaires*, Presses universitaires de Lyon, Lyon

de la résolution individuelle de tâches, revisitées, repensées collectivement lors des bilans de savoirs. Notons que ces étapes intermédiaires ne sont pas nécessaires pour tous les élèves mais qu'elles profitent aux élèves en difficulté issus de ces milieux socialement défavorisés et leur sont nécessaires pour s'engager dans un processus de conceptualisation. Toutefois, là encore nous avons constaté que certains élèves parmi les plus en difficulté ne bénéficiaient pas de cet apport collectif. Tout se passait comme s'ils ne pouvaient pas s'engager dans ces cheminements cognitifs collectifs débouchant sur des intériorisations individuelles.

Ce constat d'effets limités et répétés de nos ingénieries nous ont conduit avec Monique Pézard à nous poser de nouvelles questions débouchant sur de nouvelles recherches.

Plusieurs pistes de réponses sont envisageables pour expliquer ces limites. Une intervention sur les prérequis si elle s'avère positive et indispensable pour les élèves en difficulté moyenne n'a que peu d'effet sur les élèves en grande difficulté pour au moins deux raisons différentes. D'une part, il apparaît difficile en un temps limité (même de l'ordre d'une à deux années) de combler certains déficits en connaissances qui auraient dû être acquises et qui sont nécessaires pour d'autres apprentissages. On peut aussi expliquer cet échec relatif par des phénomènes de seuil et de cumul. L'accumulation des retards pris dans l'acquisition des connaissances rend très difficile une intervention du professeur que ce soit au quotidien dans le cadre du collectif classe ou lors de dispositifs de remédiation ciblant ces élèves en difficulté. Perrin-Glorian a mis en évidence des caractéristiques que peuvent manifester les élèves en difficulté importante. Si tous les élèves ne manifestent pas toujours et dès le début de leur scolarité toutes ces caractéristiques, nous avons constaté que celles-ci ont tendance à apparaître progressivement dans le profil des élèves les plus en difficulté rendant ainsi plus difficile une intervention ciblant seulement les prérequis. D'autre part, ces interventions relevant de « *remise à niveau en termes de* connaissances » n'apportent pas de solution à une caractéristique majeure d'un élève en difficulté : la difficulté à appréhender les enjeux des situations mathématiques qui lui sont proposées et ce à court ou moyen termes. Si notre dispositif de bilans de savoirs vise justement à intervenir sur cette compréhension des enjeux didactiques en engageant une réflexion collective a posteriori sur « les enjeux des situations en termes d'apprentissages », il est possible que des prérequis manquent tant en termes de contenus qu'en termes de communication et de langage. Cela interdirait (ou limiterait considérablement) aux élèves les plus en difficulté d'entrer dans le processus mis en œuvre et dans l'itinéraire cognitif proposé.

Ce constat de seuil et de cumul nous a conduit à nous intéresser aux conditions qui pourraient être à l'origine de leur constitution. Mener des recherches sur les pratiques des enseignants exerçant en éducation prioritaire nous a paru nécessaire pour mieux comprendre un élément possible intervenant dans cette constitution : le professeur.

4) Un effort de rationalisation des pratiques de formation (1982-2000)

Parallèlement à ces recherches sur les apprentissages des élèves et le calcul mental, j'ai ressenti le besoin de rationnaliser mes pratiques de formateur. Ce travail s'inscrit dans une démarche collective de professeurs d'école normale engagés dans des groupes d'animateurs IREM et dans le cadre de la réflexion menée par la Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement à l'Ecole Elémentaire (COPIRELEM).

Ces formateurs d'instituteurs sont alors soumis à un avenir professionnel incertain[69], exerçant dans des écoles normales en pleine mutation. Le recrutement des instituteurs évolue rapidement d'un recrutement au niveau bac suivi d'une formation professionnelle de deux années à un recrutement

[69] Leur statut ne sera assuré et stabilisé qu'avec la mise en place effective de tous les IUFM.

niveau DEUG accompagné d'une très courte formation professionnelle en passant par une première tentative de formation universitaire débouchant sur un DEUG premier degré.

Dans cette période de réformes se succédant très rapidement, les professeurs d'école normale, professionnels de la formation exerçant à temps plein en tant que formateurs, sont à la recherche d'une légitimité professionnelle et scientifique. Rappelons que l'existence d'un corps important de formateurs professionnels ayant le statut de professeurs de collège ou lycée et exerçant entièrement leur service en tant que formateur n'est pas la norme dans tous les pays. Cette spécificité française s'explique historiquement par le fait que la formation académique des instituteurs a été confiée majoritairement à cette catégorie d'enseignants (certifié ou agrégé) plutôt qu'à des inspecteurs ou des conseillers pédagogiques relevant de l'école primaire. C'est aussi dû au fait que les écoles normales d'instituteurs assuraient la scolarisation d'une partie des élèves ayant réussi le concours d'entrée à l'école normale à la fin de la 3ème , de la seconde à la terminale jusqu'au début des années 70. L'intervention d'universitaires dans la formation a été très tardive en France (DEUG premier degré 1980 – cf. Robert A. (1985), dans un cahier intitulé « Une intervention en didactique des mathématiques à des élèves instituteurs en 3ème année d'école normale ».

Cette recherche de légitimité rencontre les efforts de chercheurs en didactique des mathématiques pour diffuser leurs travaux en direction des enseignants. La COPIRELEM permet alors cette rencontre entre formateurs et chercheurs.

Je m'inscris dans ce mouvement en tant qu'animateur IREM puis responsable de la COPIRELEM. Ma contribution prend différentes formes allant de scénarios de formation à des textes plus théoriques (cf. bibliographie III.1.c.) sur la formation, basés sur une expérience professionnelle vécue au quotidien. Les propositions de scénarios relèvent de deux des catégories de situations et stratégies de formation qui seront décrites par Kuzniak et Houdement dans leurs thèses (Kuzniak, 1994 et Houdement, 1995). Il s'agit de situations d'homologie et de situations de transposition. Dans des publications plus théoriques et distanciées de formations effectives, je développe cette stratégie de transposition. Je soutiens l'idée qu'il faut introduire dans la formation mathématique des instituteurs des concepts issus de la recherche mais repensés dans une perspective d'enseignement et non de recherche. Il s'agit de répondre à deux nécessités. D'une part, il s'agit d'amener les instituteurs à accepter de refaire des mathématiques afin de dominer les contenus qu'ils doivent enseigner et de réorganiser leurs connaissances dans cette perspective d'enseignement. D'autre part, il s'agit de fournir des outils aux futurs enseignants leur permettant de penser et gérer leur classe, de lire les productions des élèves, de les prendre en compte et de s'approprier des situations d'enseignement susceptibles de produire des apprentissages. Le but est aussi de donner des grilles de lecture de la classe et des ressources. Cet effort de rationalisation et de pensée réflexive sur des pratiques personnelles de formation (mais aussi partagées par une communauté de formateurs) contient déjà en germe la notion de vigilance didactique.

Ma fonction d'animateur IREM a influencé mon parcours de chercheur. En effet, travaillant avec des enseignants en poste, j'ai très tôt construit comme objets d'interrogation puis comme objets de recherche la formation des enseignants en relation avec leur confrontation aux élèves dans l'ordinaire de la classe. Il est à noter que ces travaux menés dans le cadre de l'IREM étaient suivis et pour une part pilotés scientifiquement par l'équipe DIDIREM dont j'étais à l'époque chercheur associé.

J'ai développé cette réflexion dans le cadre de la COPIRELEM (Commission Permanente des IREM sur l'Ecole Elémentaire) dont je fus responsable de 1991 à 1997 et durant l'année scolaire 1999-2000.

Cet effort de rationalisation s'est poursuivi jusqu'à la fin des années 90. Continuant à repenser d'un point de vue plus réflexif et dépassant le témoignage des scénarios de formation, mon intérêt s'est centré sur l'analyse de pratiques de professeurs novices ou débutants et sur les interactions entre formateur et futurs professeurs lors de l'étude de ces pratiques (entretiens lors de visites de stages,

ateliers d'analyses de pratiques professionnelles en formation initiale). Cette réflexion a fait l'objet de plusieurs publications dans le cadre de la COPIRELEM. Ce travail réflexif a donné lieu également à des interventions plus théorisées dans le cadre de deux universités d'été de didactique des mathématiques. Plusieurs notions émergent de cette réflexion : la notion de gestes professionnels (elle sera théorisée dans le début des années 2000 et notamment dans mon HDR en 2004), l'idée de formation ciblant spécifiquement l'apprentissage de ces gestes (les ateliers d'analyse de pratiques professionnelles) et en germe l'idée de la nécessité de penser la formation initiale comme une formation holistique (Robert et al. développent la même idée). Les ateliers d'analyse de pratiques professionnelles sont un lieu privilégié pour faire la synthèse, en actes et grâce à des moments de prise de conscience, des outils didactiques introduits lors de la formation, des compléments et réorganisations mathématiques, des grilles de lecture des pratiques et des gestes professionnels. Là encore, la notion de vigilance didactique est en germe.

5) Conclusion

Cette première période de recherches sur les apprentissages des élèves, s'accompagnant en parallèle d'un travail à la fois personnel mais aussi collectif de rationalisation de pratiques de formateurs, débouche sur un ensemble de résultats et de constats.

Du côté des apprentissages des élèves, nos recherches ont pour résultat une caractérisation des difficultés des élèves en difficulté issus de milieu de milieux populaires, qui rejoint celle établie par Perrin-Glorian en 1992. Ces difficultés sont multiples, elles ne sont pas partagées par tous les élèves en difficulté mais elles convergent et tout se passe comme s'il existait des phénomènes de seuil et de cumul, limitant pour certains des élèves les plus en difficulté les effets des dispositifs d'enseignement visant à dépasser ces difficultés. Parmi ces caractéristiques, la plus difficile à dépasser est le défaut de d'appréhension des objectifs d'apprentissage des situations (souvent implicites et très difficilement, voire en partie impossibles, à expliciter par le professeur). Ce défaut s'accompagne le plus souvent d'une grande difficulté à dépasser le stade de l'action pour permettre une entrée dans la conceptualisation et donc à développer une activité productrice de connaissances. Ces difficultés ont donc à voir avec le rapport qu'entretiennent ces élèves avec l'école, le savoir qui y est dispensé ainsi que les règles implicites du « *métier d'élève* ». L'analyse des effets de ces rapports différenciés à l'école et au savoir dépasse le seul cadre de la didactique des mathématiques ; toutefois nos recherches ont permis de mieux comprendre comment ces effets se contextualisent dans le domaine des mathématiques. Les dispositifs d'enseignement que nous avons élaborés, expérimentés et évalués permettent de mieux comprendre les limites de ce type d'interventions mais ouvrent également des perspectives pour les dépasser (au moins pour des élèves ayant les prérequis en termes de connaissance, langage et rapport au savoir le permettant).

La question que nous nous posons à cette étape est de mieux comprendre comment se sont construites ces conditions limitant les apprentissages.

Si nous pensons que des facteurs sociologiques sont à l'origine de ces dernières et que les solutions dépassent le domaine de la didactique des mathématiques, il nous semble que l'analyse des pratiques des enseignants exerçant en éducation prioritaire est un moyen d'étudier comment ces facteurs peuvent se manifester et se traduire dans le quotidien de la classe.

Ce constat d'échec relatif de nos dispositifs d'enseignement nous a conduit à mener des recherches sur les pratiques des professeurs des écoles enseignant en éducation prioritaire mais aussi sur leur formation. Dans une certaine mesure, cela nous a permis de capitaliser le retour réflexif que nous avons déjà relaté sur nos pratiques de formateur mais aussi et sans doute surtout de l'enrichir par des recherches nouvelles. En effet, nous nous sommes engagés dans des recherches en nous appuyant sur

la réflexion et l'expérience accumulée depuis 1980. Ce nouvel axe de recherches s'inscrit également dans un certain nombre de recherches engagées sur la formation et les pratiques enseignantes. C'est ainsi le cas de plusieurs thèses dirigées par Aline Robert (voir ci-dessous) qui ne s'inscrivent pas encore dans une théorie plus globale (la double approche ne sera formalisée que dans le début des années 2000) mais qui s'inscrivent déjà dans cette logique.

La thèse de Monique Pézard (1985) est la première thèse (troisième cycle) en didactique des mathématiques sur la formation. Elle est dirigée par Aline Robert et accompagnée par Régine Douady. Elle développe l'idée de Régine de la nécessité d'une double institutionnalisation du concept de proportionnalité à la fois mathématique (réorganisation et renforcement des connaissances mathématiques des élèves-instituteurs, mise en réseau de notions) et didactique : apports d'information sur l'enseignement du concept à l'école élémentaire (questions, difficultés et procédures des élèves, stratégies et situations d'enseignement possibles à mettre en œuvre, etc.). Elle décrit et analyse notamment une stratégie effective de formation (celle de l'auteure mais partagée aussi par des formateurs de la région parisienne). Cette approche pose pour la première fois en didactique la question des savoirs de formation (contenus de la formation à dispenser aux élèves-instituteurs) de façon certes partielle (savoirs didactiques et savoirs mathématiques). Elle montre aussi la nécessité de dépasser ce que Kuzniak et Houdement appelleront une dizaine d'années plus tard la stratégie culturelle. Ces propositions de situations de formation s'inscrivent dans une stratégie d'homologie, avant la lettre, complétée par la double institutionnalisation. Elle peut laisser penser que cette double institutionnalisation renvoie à des savoirs spécifiques et séparés alors qu'à mon avis, elle introduit de façon implicite la notion de vigilance didactique en posant la question de la gestion d'un équilibre entre savoirs académiques et savoirs d'enseignement.

Les thèses d'Alain Kuzniak (1994), de Catherine Houdement (1995) co-dirigées par Régine Douady et Aline Robert, et celle de Marie-Lise Peltier (1995) dirigée par Aline Robert marquent une avancée sur les pratiques de formation. Ces trois thèses portant sur des écrits de formateurs constituent une étape importante. Il s'agit d'une première définition d'une typologie des situations et stratégies de formation (monstration, homologie, transposition) et d'une première définition de savoirs de formation (savoirs mathématiques et académiques, savoirs didactiques et savoirs pédagogiques) mais aussi plus largement de savoirs professionnels des enseignants. La thèse de Marie-Lise Peltier amorce une prise en compte de stratégie effectives d'enseignants, de représentations de débutants, et de contenus de concours.

Notons que ces recherches ont été menées parallèlement et sans concertation avec des recherches anglo-saxonnes qui convergent vers des résultats proches mais qui ont été construites à partir de l'analyse d'un autre type de données : les pratiques enseignantes (plutôt que les pratiques de formateurs d'enseignants). J'ai essayé dans une publication récente de l'AUF (programme APPRENDRE, Butlen et al 2023) de présenter une synthèse très rapide des principaux résultats de ces recherches qui restent d'actualité (reprise d'éléments de l'HDR de Catherine Houdement, 2013).

III. Les recherches sur les pratiques des professeurs des écoles et sur leur formation (2000-2018)

Ces recherches portent sur des objets différents mais ont pour but de renseigner globalement sur les pratiques enseignantes et les pratiques de formation. Il s'agit de nos travaux (synthétisés dans la note de synthèse de mon HDR, 2004) portant sur la formation initiale des professeurs des écoles, de ceux

analysant les pratiques des professeurs des écoles exerçant en éducation prioritaire et de ceux testant des dispositifs d'accompagnement de professeurs des écoles débutants exerçant dans des classes scolarisant des milieux très défavorisés.

Ces recherches s'inscrivent dans la double approche didactique et ergonomique développée par Robert et Rogalski (2002, 2005).

1) Nos recherches sur la formation

Comme je l'ai déjà souligné, les recherches menées sur la formation initiale des professeurs des écoles (mais aussi pour une part sur la formation continue) s'inscrivent dans la continuité de la réflexion amorcée précédemment et dans la perspective d'une intégration d'éléments de savoirs issus de la recherche en didactique dans la formation.

L'idée centrale justifiant et fédérant ces travaux est la suivante : comment optimiser les effets d'une formation initiale sur les pratiques des professeurs des écoles manifestant souvent un rapport ambigu aux mathématiques ?

La thèse de Kuzniak (1994) a montré que les stratégies culturelles (consistant à réorganiser les connaissances mathématiques des enseignants, les enrichir en comblant des lacunes, en dépassant des difficultés antérieures) ne suffisent pas et peuvent même être contre-productives dans certains cas. De même, les stratégies d'homologie ne suffisent pas non plus car laissent encore trop à la charge du formé la tâche d'adapter à l'école primaire les situations travaillées au niveau des PE en formation. Enfin, les stratégies de monstration pour être vraiment efficaces doivent s'appuyer sur un questionnement et une prise de distance par rapport aux situations observées qui nécessitent des connaissances didactiques préalables chez les formateurs qui les mettent en œuvre comme chez les futurs enseignants à qui elles s'adressent. Rappelons que ce constat est lié aux difficultés souvent rencontrées par les étudiants en formation lors de leur scolarité, et à une représentation souvent négative des mathématiques. Ces facteurs limitent leur interrogation sur des problèmes mathématiques qui leur sont proposés. C'est notamment le cas quand ces problèmes ne s'accompagnent pas d'une compréhension des enjeux didactiques de l'enseignement des mathématiques correspondant, voire de résultats de recherches décrivant les cheminements cognitifs des élèves et les processus de conceptualisation mis en jeu. De ce fait une formation comportant un enseignement de résultats de la recherche en didactique me semblait alors (mais je n'étais pas le seul) incontournable. La question qui se pose alors est celle de la détermination de ces éléments issus de recherche. Jusqu'où cette initiation à des résultats de recherche transposés doit-elle aller? (Cette question est toujours à l'ordre du jour.)

Les détails de notre réponse ont évolué au cours du temps et aussi en fonction des marges de manœuvre des formateurs, dépendantes des réformes institutionnelles, mais cette réponse reste globalement la même. Les apports d'informations relatives aux recherches (résultats de recherche et notions didactiques) n'ont jamais eu pour objectif de former un chercheur ni même d'initier une formation à la recherche (injonction institutionnelle introduite par l'intégration à l'université et la masterisation de la formation) mais de présenter des outils nécessaires pour penser et gérer la classe, avant, pendant, et après celle-ci, et s'approprier les ressources qui sont proposées aux enseignants. Une liste de ces outils est reprise, réactualisée et repensée par Monique Pézard dans sa définition des connaissances nécessaires à l'exercice d'une vigilance didactique (2012).

Cela nécessite souvent d'ailleurs une double transposition de notions didactiques (et c'est aussi souligné par Robert (2012) par exemple) : une première transposition du concept du chercheur au formateur (faite par exemple lors de rationalisation de pratiques (écrits, colloques) mais aussi lors de

masters de formation de formateurs) et une seconde transposition du formateur à l'enseignant. Les acteurs de ces transpositions peuvent selon les cas assurer différentes positions. L'élaboration de ces concepts outils pour l'enseignement se pose pour nous principalement en termes de transposition et non en termes de construction pragmatique. En effet, une construction par les formateurs de concepts pragmatiques est initiée par l'expérience et dans l'expérience alors que nos outils résultent de la recherche et sont repensés et soumis à l'expérience dans un second temps seulement. Cela renvoie d'ailleurs à l'idée de problèmes internes ou externes à la profession ou même au genre[70]. Toutefois l'aspect construction pragmatique peut être complémentaire et reste à explorer (Robert et Butlen, 2013).

a) Des résultats sur les stratégies et savoirs de formation

Nous avons complété la typologie de stratégies de formation de Kuzniak et Houdement par deux autres stratégies : les stratégies de compagnonnage et de réflexivité (Butlen et Masselot 1997, Butlen, Lepoche, Masselot, 1998, 2001). Ces stratégies permettent de prendre en compte les interactions entre enseignants experts et novices lors des stages sur le terrain (en formation initiale) ou entre pairs et formateurs lors de situations d'analyses de pratiques effectives (par exemple en formation continue).

Avec Pascale Masselot, nous sommes revenus sur un type de situation de formation (les ateliers d'analyse de pratiques professionnelles) en précisant leur forme, leur intérêt et leur impact. Ces travaux concernent l'apprentissage de gestes et routines professionnels (observés dans des pratiques d'enseignants débutants ou confirmés, Butlen et Masselot, 2000 ; Butlen 2004). Ils montrent comment gestes et routines sont liés aux grands choix didactiques des enseignants (i-genres). Ils étudient des conditions favorables à leur apprentissage en formation initiale grâce à des ateliers d'analyse de pratiques professionnelles. Ce sont des lieux d'expérience protégés où les professeurs novices peuvent prendre des risques. Ils se déroulent en effet dans des classes dont le débutant n'a pas la responsabilité et ne font pas l'objet d'une évaluation, Ils étudient aussi la place occupée par ces éléments de formation dans des pratiques et stratégies de formateurs et selon leur catégorie (Butlen 2024). Nous avons défini les gestes professionnels comme des schèmes professionnels mobilisés par le professeur pour résoudre une tâche professionnelle plutôt restreinte (écrire au tableau, prendre de l'information sur les productions des élèves, etc.). Les routines professionnelles sont également des schèmes constitués d'un ensemble de gestes professionnels visant la réalisation d'une tâche complexe pouvant se décliner en sous-tâches (gérer une dévolution, gérer une institutionnalisation, gérer les comportements des élèves).

Dans ma note de synthèse (Butlen, 2004), nous analysons également des entretiens conduits par des formateurs exerçant en IUFM lors de visites de stage précisant ainsi les stratégies de formation qui les guident. Nous avons pour cela repris les composantes des pratiques définies par Robert et Rogalski (2002) en étudiant la part prise respectivement par le cognitif et le médiatif dans le discours qu'ils tiennent. Cette répartition est, pour une part, déterminée par leur situation professionnelle et leur

[70] La notion de genre est inspirée des écrits de Bakhtine qui distingue les genres premiers du discours (les parlers sociaux) des genres seconds (textes littéraires ou scientifiques). Le genre désigne un ensemble d'énoncés typiques d'un milieu social donné. Clot (1999) propose d'étendre cette notion aux genres de techniques : de la même manière qu'il existe des genres de discours, il existe des manières de faire typiques d'un groupe professionnel. Le genre d'activité professionnelle peut donc se définir comme l'ensemble des manières de faire et de dire d'un milieu professionnel ; c'est la manière dont un collectif de travail a traduit les prescriptions pour les adapter aux conditions réelles de travail. C'est un intercalaire culturel entre la tâche collective et l'activité personnelle. Ce sont les obligations que se donne un groupe de travail pour pouvoir fonctionner (se coordonner, coopérer). Ces obligations s'intercalent entre le sujet et la tâche qu'il réalise et lui fournissent des balises éprouvées pour faire face aux contraintes de la situation.
Frédéric Yvon et Philippe Veyrunes, dictionnaire des concepts de la professionnalisation.

histoire personnelle. Alors que les conseillers pédagogiques privilégient la dimension médiatique, les professeurs d'IUFM ont tendance (avec des variabilités) à privilégier la dimension cognitive.

b) Des résultats sur les effets de la formation sur les pratiques des professeurs des écoles

Ces travaux reprennent des résultats de recherches menées par d'autres chercheurs (notamment des thèses dirigées par Aline Robert). Citons ainsi les thèses de Danielle Vergnes (2000) et de Pascale Masselot (2000) qui se caractérisent par une observation et une analyse de pratiques effectives de formateurs et/ou de formés. La thèse de Danielle Vergnes (2000) porte sur les effets d'un stage de formation continue (assez long en durée) sur les pratiques effectives des enseignants concernés. Elle met en évidence une forte résistance au changement. Les pratiques semblent trop stables et installées, trop éloignées (pour une grande part des enseignants) pour être impactées (sauf à la marge).

La thèse de Pascale Masselot (2000) porte sur les effets de la formation initiale sur les pratiques des professeurs des écoles débutants. Elle montre un impact diversifié sur les pratiques des enseignants débutants (observés un an après leur formation) : sans effet pour un tiers des pratiques, un effet moyen pour un tiers et des effets marqués (voir caricaturaux) pour un dernier tiers. Des pistes pour la formation découlent de ce constat, notamment l'idée que pour être efficace une formation initiale doit entrer en résonnance avec les représentations, les préoccupations des formés. Sinon, elle peut être rejetée.

La thèse de Christine Mangiante (2007) que j'ai dirigée porte aussi sur la formation initiale et ses effets en début d'exercice du métier. Elle met en évidence trois sources de développement professionnel en germe en formation, initiées ou renforcées par la formation mais aussi favorisant un futur développement : les élèves sources permanentes et principales d'apprentissage du métier, la représentation du métier d'enseignant et de son rôle, et enfin les ressources dont le futur enseignant peut disposer. Le développement professionnel est alors pensé comme émergeant d'une dialectique entre ces potentiels en germe et leur place dans le développement futur. Une de ces sources semble assurer un rôle principal et moteur du développement des deux autres, cela varie pour chaque débutant. Cela rejoint pour une part la conclusion de la thèse de Pascale Masselot dans la mesure où une formation se doit de prendre en compte ces sources, de les enrichir mais aussi de les diversifier.

La thèse de Sara Arditi que j'ai codirigée avec Aline Robert (2011**)** porte sur l'analyse des pratiques de cinq enseignants de CM2 utilisant un manuel écrit par des didacticiens : Euromaths. « De fait, les pratiques enseignantes analysées s'avèrent différentes les unes des autres et révèlent, pour certains enseignants, des difficultés de mise en œuvre du manuel[71]. En particulier, il semblerait qu'aux connaissances mathématiques et didactiques nécessaires à l'appréciation du processus d'enseignement et à la mise en œuvre des situations d'apprentissage en classe, s'ajoute la nécessité d'utiliser des gestes professionnels très précis pour leur réalisation[72]». L'utilisation du manuel nécessite donc des connaissances didactiques et des gestes permettant la mise en œuvre des situations proposées. La ressource (livre du professeur), aussi bien faite soit-elle, ne suffit pas pour être accessible, une formation en amont doit préparer sa compréhension mais aussi et surtout son utilisation.

Ces différents travaux, s'ils précisent les stratégies de formation des formateurs et les savoirs de formation associés, montrent un impact encore limité des formations sur les pratiques des professeurs

[71] Arditi a étudié l'utilisation de manuels de la collection Euromaths publiés chez Hatier et coordonnés par Marie-Lise Peltier

[72] Extrait du résumé de présentation de la thèse rédigée par l'auteur

des écoles novices ou débutants. Toutefois, ils nous ont permis de définir des grands principes de formation que nous décrirons plus loin.

2) Nos recherches sur les pratiques des professeurs des écoles exerçant en ZEP

Nous avons ensuite mené deux recherches basées sur une observation de pratiques de durée longue (au moins deux années scolaires) avec deux méthodologies de recueil de données différentes. La première s'appuie sur des observations non participantes alors que la seconde s'accompagne d'un dispositif de formation accompagnant les professeurs.

a) Une catégorisation de pratiques basée sur des analyses sur un temps d'observation long

De 2000 à 2004, un travail d'équipe (Butlen, Pézard, Peltier, N'Gono) a porté sur l'analyse des pratiques de professeurs des écoles débutants ou plus anciens enseignant les mathématiques en REP/ZEP. Elle a mis en évidence des contradictions auxquelles sont soumis ces enseignants ; la plus importante est la contradiction entre une logique de socialisation des élèves et une logique d'apprentissages disciplinaires. Reprenant, en l'adaptant à notre objet de recherche, la notion de genre (Clot, 1999), ce travail a permis également de préciser des gestes et routines professionnels associes aux stratégies des enseignants observés. En particulier, la recherche a permis de montrer que les routines professionnelles des enseignants étaient profondément marquées par leur grands choix didactiques, caractéristiques de leurs genres. Ce travail a également débouché sur une catégorisation des pratiques observées qui prend en compte la double mission d'enseignement et d'éducation du professeur des écoles. Nous avons mis en évidence un genre professionnel majoritaire qui se caractérise par une anticipation des difficultés des élèves conduisant à une réduction et à une algorithmisation des tâches et, par une négociation avec les élèves à la baisse des exigences d'enseignement ainsi qu'à une quasi-disparition des moments d'institutionnalisation collective avec une individualisation non contrôlée des enseignements. Toutefois, nous avons identifié aussi un genre très minoritaire dont les pratiques mettent en œuvre effectivement les contenus dispensés en formation et favorisent les apprentissages potentiels des élèves.

Cette catégorisation permet de mieux comprendre comment, dépassant la volonté affirmée de ces enseignants, une accumulation de contraintes sociales et institutionnelles peut limiter considérablement leurs efforts pour adapter des tentatives d'enseignement privilégiées en formation. L'existence d'un genre minoritaire laisse toutefois ouverte une piste pour mieux penser et préparer en amont, lors de la formation, les adaptations nécessaires permettant aux enseignants de résister à ces contraintes.

C'est ce qui nous a conduit à mettre en œuvre une dernière recherche visant à accompagner des professeurs d'école débutants lors de leur prise de fonction (deux premières années d'exercices dans des REP).

b) Une expérimentation d'un dispositif d'accompagnement de professeurs d'école débutants (Charles-Pézard, Butlen, Masselot, 2012)

Ce travail est intitulé « *De l'analyse de pratiques à des scénarios de formation : accompagnement de professeurs des écoles et de lycée/collège enseignant les mathématiques, affectés en première nomination en ZEP* ». Nous appuyant sur nos travaux antérieurs et sur les résultats de recherche portant sur la formation des professeurs susceptibles de favoriser les apprentissages des élèves en mathématiques, nous avons construit un dispositif de formation basé sur une approche holistique déclinée en termes de situations de formation et basé sur quatre dialectiques : entre compagnonnage et réflexivité, entre individuel et collectif (modalités d'intervention en formation), entre expérience

personnelle et expérience collective, entre niveaux d'intervention micro (gestes), local (routines) et macro (grands choix didactiques et pédagogiques).

De plus, nous avons élaboré des situations de formations adaptées à ces caractéristiques du dispositif : situations d'information et de questionnement (S.I.Q) comportant plusieurs entrées (adaptation de situations, gestes professionnels, contraintes et contradictions) et visant des thèmes emblématiques (calcul mental, résolution de problèmes, géométrie) ; situations de compagnonnage (S.C., individualisées) ; situation d'échanges et de mutualisation (S.E.M.) entre enseignants et chercheurs visant un retour réflexif sur les pratiques observées ou évoquées et les problèmes rencontrés. Cette déclinaison affine et complète le répertoire de situations de formation élaborées collectivement par les formateurs depuis plusieurs décennies.

Pour mesurer les effets de cet accompagnement, nous avons observé régulièrement pendant deux années consécutives des séances de mathématiques mises en œuvre par les dix professeurs concernés. Des entretiens complètent ce corpus de données.
L'accompagnement se traduit par un enrichissement des pratiques de certains professeurs des écoles et des modes d'investissement plus diversifiés de leurs marges de manœuvre. De même, nous avons constaté une adaptation plus fine des situations proposées par les manuels scolaires (ou les différentes ressources pédagogiques mises à la disposition de ces enseignants) aux difficultés particulières des élèves de ZEP : celle-ci ne se réduit plus à une baisse des exigences. L'environnement institutionnel dans la construction des pratiques des professeurs des écoles débutants enseignant en ZEP joue un rôle important : l'équipe pédagogique, les objectifs et les contenus du projet d'école, les ressources didactiques et pédagogiques disponibles (en particulier le manuel scolaire utilisé), la participation éventuelle à des actions de formation continue (notamment à l'accompagnement des néo-titulaires) semblent influencer nettement les effets d'une formation mais aussi l'inscription dans un type de pratiques professionnelles.
Ces analyses nous ont également permis de confirmer, mais aussi d'affiner la catégorisation de pratiques établie dans notre précédente recherche. En particulier, nous avons mis en évidence différentes modalités de dépassement de la contradiction déjà citée comme la plus importante à laquelle sont assujettis les professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP. Nous avons notamment été amenés à étudier deux dimensions de l'activité du professeur des écoles : l'installation d'une paix scolaire et le maintien d'une vigilance didactique et scientifique ; ces dernières déterminant pour une large part les mathématiques proposées à la fréquentation des élèves.

Toutefois, nous constatons une nouvelle fois des effets limités de ce dispositif de formation sur les pratiques observées et sur les pratiques catégorisées précédemment comme majoritaires en REP. Ainsi, si nous identifions des effets importants sur la gestion du processus de dévolution, nous identifions aussi des résultats très limités sur la gestion du processus d'institutionnalisation (se limitant en fait à un enrichissement des pratiques des enseignants déjà convaincus).

Nous retenons de cette recherche des principes de construction du dispositif, confirmés par l'expérimentation, qui restent à enrichir mais qui semblent pouvoir être étendus (moyennant certaines adaptations à d'autres publics) (Butlen, Masselot 2016-2018). Ce deuxième volet de nos recherches qui se déroule sur presque deux décennies débouche sur des grands principes de formation dont nous exposons les principaux ci-dessous en conclusion de cette période. Cette recherche a débouché sur l'identification de trois grandes questions professionnelles dont les réponses organisent les pratiques des enseignants de REP observés. Il s'agit d'une part de l'installation de la paix scolaire (couple de deux éléments : le respect de règles de fonctionnement de la classe nécessaires au travail collectif et l'adhésion de l'élève au projet d'enseignement), de la gestion imbriquée simultanée des processus de

dévolution et d'institutionnalisation et enfin de l'exercice d'une vigilance didactique (Charles-Pézard 2010 ; Charles-Pézard, Butlen et Masselot 2012).

3) Des principes de formation

Trois articles de synthèse ont porté sur ces principes qui reprennent nos conceptions en matière de formation initiale ou continue. De Butlen, Mangiante, Masselot (2017), le texte « Routines et gestes professionnels, un outil pour l'analyse des pratiques effectives et pour la formation des pratiques des Professeurs des Écoles en mathématiques » décrit trois exemples de scénarios de formation organisés autour de ces principes : ateliers d'analyse de pratiques professionnelles (novices), accompagnement de débutants en ZEP, un exemple de formation dans le cadre de LEA[73] (ressource sur la complétion de figures). Le deuxième de Butlen et Masselot (2018) s'intitule « De la recherche à la formation : enrichir les pratiques des enseignants pour favoriser les apprentissages des élèves en mathématiques » ; nous y présentons une synthèse de grands principes pour penser une formation. Le troisième de Butlen et Masselot (2019) s'intitule « Enjeux et modalités de formation pour les professeurs des écoles en didactique des mathématiques, Construire une formation holistique afin de prendre en compte la complexité des pratiques en termes de réponse à des grandes questions professionnelles et en termes de niveau d'intervention (micro, local, global) ».

a) Rencontrer la logique de l'enseignant

Un premier principe de formation est de rencontrer la logique de l'enseignant et rapprocher les problèmes ressentis par les enseignants et les problèmes identifiés par les chercheurs (là encore on trouve des éléments très analogues chez Robert et al. entre besoins exprimés ou ressentis par les uns et besoins supposés par les autres). C'est une nécessité pour tenir compte des préoccupations des enseignants (souvent diverses). Pour cela, il faut proposer un dispositif de formation suffisamment large pour entrer en résonance avec leurs questions et besoins mais suffisamment organisé pour à la fois, questionner, donner des exemples de situations et de gestion de celles-ci. Cela nous amène à reprendre l'idée d'une formation holistique permettant d'entrer en résonance avec les conceptions et représentations des professeurs tout en les interrogeant et en prenant du recul par rapport aux questions qu'ils se posent (Charles-Pézard, 2010). Cette prise de recul passe par la transformation des questions soulevées par les enseignants (en termes de problèmes ressentis dans l'exercice de leur métier) en problèmes que la recherche peut traiter (exemple de la paix scolaire Butlen 2004).

b) Une formation holistique ciblant les différentes composantes des pratiques du formé

Il est nécessaire d'interroger la qualité des mathématiques proposées par les enseignants, ce qui implique de penser les contenus de formation en ciblant les composantes cognitive et médiative, à savoir :

- les contenus de formation, dimension cognitive et exercice de la vigilance didactique : la dimension cognitive comporte le développement des scénarios, des programmations et l'adaptation des ressources. À partir d'observations effectives de pratiques, il s'agit d'analyser avec les enseignants les effets potentiels ou effectifs des activités mathématiques proposées aux élèves, de leur donner des outils, issus de la recherche mais repensés en termes d'enseignement ;
  les contenus de formation, dimension médiative et outils de mise en œuvre : la dimension médiative conduit le formateur à penser le niveau des gestes et routines (ensembles de gestes organisés autour de la réalisation d'une tâche complexe) afin de présenter la manière de

[73] Lieux d'Education associés sont des dispositifs de l'Institut Français d'Education associant chercheurs et enseignants engagés dans des receherches

mettre en œuvre au quotidien les contenus d'une formation doit aussi interroger les composantes personnelle, institutionnelle et sociale des pratiques. La mise en perspective de différents exemples de pratiques effectives permet d'avoir accès aux représentations des enseignants et donc d'interroger les raisons des choix didactiques et pédagogiques effectués. Cette interrogation porte sur les conceptions de l'enseignant sur les mathématiques, sur leur enseignement, sur le public des élèves (surtout en REP) mais aussi sur la prise en compte des contraintes institutionnelles et sociales qui marquent cet enseignement. En précisant lors de la formation les difficultés des élèves mais aussi leurs compétences, la question du niveau d'exigence indispensable aux apprentissages est soulevée. Il s'agit aussi d'impliquer les enseignants et de contribuer à construire un ensemble de connaissances professionnelles partagées (exemples de gestes et routines, d'alternatives en termes de situations et scénarios, de postures et d'expériences), un ensemble de connaissances afin de limiter le poids des contextes institutionnels et de partager les expériences personnelles.

c) Améliorer le confort de l'enseignant tout en interrogeant les pratiques

Un autre principe de formation est d'améliorer le confort du professeur et de proposer des prises de risque raisonnables, d'accroître la connaissance des différentes alternatives possibles tant en termes de situations liées à des contenus d'enseignement, d'enjeux de l'apprentissage de ces contenus et de mises en œuvre des séances. Cela permet d'accroître les marges de manœuvre des enseignants concernés. Cela suppose la présentation et l'analyse de situations robustes aisément reproductibles et prédictives : il s'agit de situations inspirées de situations de référence (ou de situations fondamentales (Brousseau, 1986)), adaptées au public tout en respectant la nature de la tâche proposée à l'élève. Mais il s'agit aussi de présenter des situations motivantes et apportant un gain en légitimité professionnelle.

Le but pour le formateur est d'interroger les pratiques des enseignants tout en évitant une trop grande prise de risque de leur part qui risquerait de se traduire par un rejet. Là encore il s'agit pour le formateur d'entrer en résonnance avec leurs préoccupations et leurs représentations. Notre recherche sur l'accompagnement des professeurs des écoles débutants a montré que dans le cadre d'une formation holistique, un point d'entrée efficace réside dans l'étude d'une situation professionnelle relative à la résolution d'une tâche complexe nécessitant la mobilisation de ce que nous avons appelé une routine. Ce niveau d'intervention intermédiaire entre la tâche micro et le niveau macro (grands choix didactiques et pédagogiques) permet cette interrogation. L'étude de situations et d'exemples de routines alternatives est alors possible. Cela permet d'interroger les pratiques tout en présentant des alternatives limitées ne remettant pas en cause trop profondément les équilibres construits par les enseignants.

Cette deuxième période de nos recherches consacrée à l'étude des pratiques des professeurs des écoles et des formateurs, a été initiée par un relatif constat d'échec des pistes élaborées et testées pour dépasser les difficultés des élèves. L'analyse de l'écho reçu des exemples de tâches présentées lors des formations testées nous a en retour amenés à renouer avec nos premières recherches sur les apprentissages et notamment celles en lien avec l'étude des cheminements cognitifs des élèves en difficulté relevant de l'éducation prioritaire.

IV. Retour sur les apprentissages des élèves, les cheminements cognitifs individuels des élèves (2016-2024)

À partir de 2016, au départ pour répondre à des demandes officielles de formation à distance de professeurs des écoles sur la soustraction, nous avons été amenés, avec Pascale Masselot, à nous intéresser à nouveau aux apprentissages des élèves et notamment à la résolution de problèmes relevant des structures additives. Cela nous a conduit à étudier une autre facette de ce que nous avons considéré comme des cheminements cognitifs à la fin des années 90 ; il s'agit plutôt maintenant de cheminements individuels.

Nous avons à cette occasion approfondi notre cadre théorique et les emprunts faits à d'autres domaines que la didactique des mathématiques.

1) Compléments sur le cadre théorique mobilisé

Ces nouveaux éléments empruntés de façon métaphorique à la psychologie différentielle (Lautrey[74]) concernent les cheminements cognitifs. Nous adoptons l'hypothèse que les élèves empruntent des cheminements cognitifs différents pour accéder aux savoirs mais que ces cheminements ne sont pas toujours aisément réductibles les uns aux autres, que les connaissances auxquelles ils permettent d'aboutir sont les mêmes mais qu'ils peuvent se différencier provisoirement au cours de leur construction, que cette construction et ses différences peuvent prendre du temps. Toutefois, au-delà des différences de surface liées au sujet (excepté faite du cas des élèves présentant des handicaps), nous admettons que ces cheminements sont en nombre très limité.

Cette hypothèse débouche sur deux alternatives en termes d'enseignement qui peuvent être complémentaires mais aussi contradictoires selon la connaissance en jeu et le sujet qui la construit. Une première hypothèse est de jouer sur cette diversité, de la prendre en compte comme une richesse collective et donc de prévoir des moments où ces cheminements seront identifiés, explicités collectivement et synthétisés (approche préconisée par Lautrey). Une autre hypothèse consiste à remarquer qu'un cheminement peut s'avérer inaccessible dans un premier temps à ceux qui mettent en œuvre un autre cheminement, que chaque cheminement nécessite donc un traitement particulier adapté au sujet et que le savoir visé ne sera reconnu par tous qu'en fin de fréquentation. Ce n'est qu'à un certain niveau de généralisation et de formalisation qu'une synthèse (entre cheminements différents) devient possible pour certains élèves, notamment ceux qui sont le plus en difficulté. Ce niveau n'étant atteint qu'en fin d'apprentissage, le professeur doit donc intervenir auprès de l'élève en respectant la logique du cheminement afin de l'amener progressivement à maîtriser le savoir visé (tant procédural que déclaratif).

Conscients de cette alternative, nous avons fait le choix de nous intéresser au second cas, ayant constaté que c'était effectivement ce qui peut se présenter pour la résolution d'un problème particulier (voir ci-dessous) et pour certains élèves en difficulté importante.

Nous avons également emprunté certains concepts à la théorie de l'activité, repensée en termes d'approche didactique (TADM)**.** Il s'agit, comme dans la recherche que nous avons exposée en partie

[74] Cf l'intervention de J. Lautrey intitulée Prise en compte des différences entre élèves lors de la conférence de consensus organisé par le Cnesco-IFÉ/ENS de Lyon - intitulée « Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire » ; accessible en ligne : www.cnesco.fr › 2015/11/17-Jacques-Lautrey

II, des concepts quotidiens, scientifiques et préconcepts, et de la notion de ZPD - mais vue davantage comme une ZPD individuelle que collective. Cette approche permet de négocier ces cheminements cognitifs particuliers.

2) Cheminements cognitifs individuels, itinéraires cognitifs associés : l'exemple

Il s'agit donc de décrire comment il est possible (voire nécessaire) de prendre en compte des cheminements individuels et de les traduire pour l'enseignant en proposition d'itinéraires cognitifs adaptés. Nous développons ci-dessous un exemple de résolution de problèmes soustractifs.

L'énoncé du problème est le suivant : « *Pierre et Paul ont ensemble 21 images, Pierre a 3 images. Combien Paul a-t-il d'images ?* »

Il s'agit d'un problème de type partie/partie/tout (Vergnaud, 1981) où l'élève connaissant le nombre d'éléments du tout et d'une partie, doit déterminer le nombre d'éléments de l'autre partie. Lors d'entretiens individuels avec plusieurs dizaines d'élèves de CE2 (REP de l'Essonne) comme lors des expérimentations faites en classe (du CP au CE2), nous avons observé une diversité de procédures pour résoudre ce problème. Certaines procédures mobilisées perdurent tout au long du cycle 2 et semblent résister à un enseignement qui ne prévoit pas de traitement spécifique et adapté.

La solution experte du problème est obtenue en identifiant et effectuant la soustraction 21-3=18. Des élèves calculent directement la soustraction mais beaucoup déterminent le nombre d'images de Paul en mettant en œuvre un raisonnement relevant soit du surcomptage, soit du décomptage. Ces deux catégories de procédures révèlent deux cheminements cognitifs différents.

L'identification et le traitement de ces cheminements demandent que le professeur mobilise des gestes professionnels. Il est nécessaire qu'il repère dans l'action et en temps réel (forcément court) les procédures des élèves et qu'il les analyse (ou du moins les « lise ») afin de les classer et de les hiérarchiser. Il doit identifier les cheminements, ce qui nécessite de repérer des caractères communs révélant des filiations dans les productions des élèves. Ainsi, nous avons identifié deux filiations traduisant les deux cheminements cognitifs évoqués ci-dessus. Nous avons distingué deux catégories de procédures très différentes : les procédures « initiées » (chez l'élève) par des procédures de comptage et surcomptage et les procédures « initiées » par des procédures de décomptage. Ces catégories ne se réduisent pas l'une à l'autre, leur non prise en compte par l'enseignant est source de difficulté et de blocage pour les élèves.

Le professeur doit ensuite catégoriser ces productions en prenant en compte leur degré de conceptualisation (de formalisation et de généralisation). Nous avons identifié trois grandes catégories correspondant à trois niveaux différents de conceptualisation et trois types de stratégies :

- stratégie 1. Les stratégies de dénombrement plutôt élémentaires : comptage, surcomptage ou décomptage, d'un en un ou par sauts, etc. sans production d'écritures chiffrées ;
- stratégie 2. Les stratégies de dénombrement s'appuyant sur des représentations symboliques des collections : représentations diverses, par exemple figuratives ou schématiques, production d'écritures chiffrées ;
- stratégie 3. Les stratégies de (ou proches du) calcul, plus ou moins explicitées et formalisées : frise numérique, schémas conventionnels, écritures mathématiques formelles (c − a = b) ou plus transitoires (a + ? = c ou a pour aller à c).

Ces catégories témoignent de sauts (de ruptures) en termes de conceptualisation. Le passage d'une catégorie à l'autre constitue souvent le franchissement d'une étape pour l'élève.

Enfin l'enseignant doit accompagner le cheminement amorcé par l'élève en l'amenant à franchir les étapes vers davantage de conceptualisation. Cet accompagnement peut se faire par exemple en suscitant la comparaison de procédures proches appartenant à la même catégorie ou à deux catégories différentes. Afin de respecter mais aussi de franchir des étapes dans l'apprentissage, il doit négocier les ruptures en explicitant les filiations, les gains en économie et en conceptualisation.

Le traitement de ces filiations et niveaux de conceptualisation nécessite donc que le professeur s'inscrive dans la ZPD de chaque élève, négocie le passage d'un niveau à l'autre, propose des exemples de procédures permettant ces passages en organisant ce qu'Aline Robert désigne sous le terme de proximités ascendantes[75] .

La mise en œuvre de ces gestes nécessite la connaissance de ces cheminements, de ces filiations et ruptures et de ces niveaux de conceptualisation. Nous avons constaté que l'expérience professionnelle ne suffit pas. La maîtrise de ces gestes et connaissances didactiques demande une formation.

Le professeur doit non seulement accompagner le processus de conceptualisation mais aussi développer un texte du savoir qui décrit cette évolution et son aboutissement (procédure formalisée par une écriture et un calcul soustractif). Nous avons testé des moments d'institutionnalisation basés sur l'identification collective de ces cheminements cognitifs et sur une montée en conceptualisation (et en formalisation). Nous nous sommes placés là encore dans une dialectique entre apprentissage collectif et apprentissage individuel mais initiée ici par des apprentissages individuels. Nous avons proposé par exemple que les élèves possèdent un cahier individuel témoignant de ces passages et de ces étapes. De même, nous avons proposé la construction d'une mémoire collective de classe relatant les cheminements différents et les étapes franchies ainsi que le texte du savoir visé en fin d'apprentissage.

---

[75] L'idée de proximités a été développée par Aline Robert comme une opérationnalisation et un développement en termes d'enseignement de l'idée de zone proximale de développement : « Les proximités discursives (cognitives) sont faites d'annonces, de liens, de répétitions avec transformations (dire autrement), d'analogies, de métaphores, d'éclaircissements, d'explicitations, de dévoilements, de mises en garde ; on attire l'attention, on fait redire ou on questionne (qu'est-ce que vous avez compris ?)...
En un mot, pour le chercheur, il s'agit de repérer tous les commentaires ajoutés par l'enseignant (méta) (cf. Robert & Robinet, 1996, Tenaud, 1991) et de traquer ceux qui contiennent des éléments susceptibles de rapprocher les élèves de ce qui est visé (en se plaçant dans leur Zone Proximale de développement). »
Aline Robert distingue trois catégories de proximités.
Les proximités « ascendantes » : elles se placent entre ce qu'ont pu déjà faire les élèves et du nouveau (mots, définitions, propriétés) lorsqu'il y a généralisation ou décontextualisation, soit d'un caractère outil qui donne naissance à un « nouvel » objet ou à un « nouvel » outil, soit directement d'un nouvel objet, définition ou propriété.
Les proximités descendantes : elles se placent entre ce qui a été exposé et des exemples ou exercices à faire ensuite avec ou par les élèves ((re-)contextualisation). L'enjeu est d'expliciter ce qui est à contextualiser, la manière d'inscrire le cas particulier traité dans l'invariant général, de substituer les données aux variables (à repérer). Ce n'est pas toujours transparent pour les élèves, alors même que leur longue fréquentation des mathématiques amène les enseignants à ne pas toujours repérer ces difficultés, tant ces connaissances sont naturalisées chez eux.
Les proximités horizontales : elles ne font pas intervenir de changement de discours entre contextualisé et non-contextualisé. Elles peuvent ainsi porter sur le cours en train de se faire, à un niveau général, par exemple sur les statuts des éléments en jeu ou sur des liens, ou sur la structuration du cours (« on en est où ? ») ou les méthodes en jeu. Elles peuvent aussi expliciter localement une suite de calculs, ou des différences entre écrit et oral. Elles nourrissent alors souvent des interactions limitées, brèves questions et réponses de faible « portée ».

V. Des éléments de bilan sur un parcours de quarante-cinq années

1) Des éléments de méthodologies récurrents et adaptés aux recherches

J'ai précisé pour chaque recherche des éléments de méthodologie ; plus généralement nos recherches se caractérisent par des expérimentations en classe qui se déroulent sur un temps long (plusieurs mois, le plus souvent sur une période allant d'une à trois années).

Elles s'inscrivent le plus souvent dans une approche relevant de l'ingénierie didactique. Il s'agit d'élaborer, d'expérimenter et d'évaluer des dispositifs d'enseignement ou de formation. L'évaluation est alors interne, il s'agit de comparer les effets du dispositif avec les objectifs attendus, de comparer aussi les scénarios prévus avec les déroulements effectifs. L'analyse de leurs effets, de ce qui résiste comme de ce qui peut être considéré comme un effet positif pour les apprentissages des élèves ou le développement des enseignants permet de mieux comprendre les processus en cours. Dans le cas des recherches portant sur le calcul mental en lien la résolution de problèmes et celles ciblant les élèves en difficulté, cette évaluation interne est complétée par une évaluation externe consistant à comparer les évolutions des connaissances des élèves ayant bénéficié des dispositifs d'enseignement avec celles d'un public témoin comparable.

Ces analyses permettent de reconstruire les activités développées (selon les recherches par les élèves ou les professeurs des écoles) à partir d'observables recueillis lors de la résolution des tâches proposées. Les données recueillies proviennent de séances de classe le plus souvent filmées quand il s'agit d'analyses de pratiques ou enregistrées en audio quand il s'agit des recherches portant sur les apprentissages des élèves. Elles sont croisées avec celles d'entretiens individuels (filmés ou enregistrés en audio), de productions d'élèves ou de tests permettant de mesurer les connaissances construites.

Lors de notre première recherche sur les pratiques des professeurs des écoles, les observations ont été menées en minimisant les interventions des observateurs. C'est le cas notamment des observations des professeurs des écoles débutants. Les chercheurs assistent aux séances (filmées ou enregistrées en audio selon les cas) sans intervenir auprès des enseignants, sans porter de jugements bien sûr mais aussi sans apporter de conseils. En revanche, la seconde recherche s'accompagne d'un dispositif de formation comprenant des interventions des chercheurs lors des diverses situations de formation élaborées.

Lors des deux recherches, la caractérisation des pratiques observées découle d'analyses qui ont été menées en convoquant les cinq composantes des pratiques développées par Aline Robert et Janine Rogalski (2001). Il s'agit de repérer des régularités caractéristiques des logiques organisant les pratiques (niveau macro) grâce à des analyses de déroulement. Ces analyses portent sur des découpages niveau micro (gestes professionnels et tâche limitées) ou niveau macro (routines et tâches professionnelles plus complexes). Des analyses détaillées de séances emblématiques sont retenues pour restituer ces différents niveaux d'analyse et les régularités ainsi repérées ainsi que les allers-retours débouchant sur ces résultats.

Dans le cas des bilans de savoirs, les textes produits collectivement par les élèves ont été catégorisés selon leur degré de décontextualisation, de généralisation et de formalisation. Cette catégorisation a permis de dégager et de caractériser le recours au générique (étape indispensable) pour certains élèves en difficulté.

2) Éléments de bilan

Nos recherches s'inscrivent dans la perspective puis dans la théorie de l'activité en didactique des mathématiques. Si j'ai adopté trois grandes périodes assez distinctes pour les présenter, les résultats comme les méthodologies mises en œuvre traduisent une continuité dans la réflexion. C'est le cas par exemple du parcours allant de la rationalisation de pratiques de formation à des recherches sur les pratiques enseignantes et la formation. C'est le cas aussi d'un enrichissement progressif de certains résultats comme la notion de cheminements cognitifs et de dialectique entre collectif et individuel. Ou encore de la construction progressive d'un modèle explicatif des pratiques des enseignants de l'éducation prioritaire allant d'une analyse à un niveau micro avec la notion de gestes professionnels, à un niveau local avec la notion de routines, et enfin d'un niveau macro se caractérisant par des genres de pratiques décrivant de grands choix didactiques et pédagogiques d'une part et par l'identification de grandes questions professionnelles dont les réponses organisent les pratiques observées d'autre part.

Cette inscription dans la TADM présente des caractéristiques liées au niveau d'enseignement (école primaire, début du collège). En effet, le poids des savoirs et contenus mathématiques n'est pas le même au primaire et au secondaire. Il nous paraît indispensable de prendre en compte le développement cognitif de l'élève et la nature des savoirs en jeu (mathématiques vite naturalisés). Ainsi, il ressort de nos recherches que les itinéraires cognitifs à proposer aux élèves et les savoirs en jeu semblent davantage structurés par rapport aux activités des élèves, et sans doute moins que dans le secondaire par des logiques liées aux contenus mathématiques et aux curricula.

Outre des résultats sur le calcul mental et les liens entre sens et techniques, nous retenons l'importance prise par ce que nous avons appelé des cheminements cognitifs c'est-à-dire des suites d'actions provoquant des activités débouchant sur une conceptualisation organisée en une succession d'étapes. Le franchissement ou non de ces étapes crée de la différenciation, différenciation qui rejoint une différenciation sociale. Nous avons mis en évidence deux types de cheminements cognitifs grâce à des méthodologies qui ont provoqué leur apparition et qui ont permis de les analyser. Le premier type se caractérise par une intériorisation personnelle d'apprentissages élaborés collectivement alors que le second type se caractérise par des accès individualisés au savoir (pouvant prendre du temps pour certains élèves) et débouchant sur un savoir reconnu et partagé par tous. Cette diversité montre la complexité de l'enseignement en éducation prioritaire. Pour accompagner les apprentissages de leurs élèves, les professeurs doivent à la fois maîtriser des gestes et routines professionnels adaptés mais aussi posséder les connaissances didactiques indispensables pour lire et provoquer l'avancée des savoirs dans la classe. Si ces connaissances peuvent être acquises pour une large part en formation initiale dans le cadre d'un enseignement comportant des éléments issus de la recherche en didactique, l'acquisition de certains de ces gestes professionnels demande un accompagnement dans le cadre de la formation continue notamment dans les premières années d'exercice. Le formateur peut néanmoins, quand les conditions institutionnelles le permettent, s'appuyer sur une initiation en formation initiale.

Un intérêt de nos recherches réside dans les liens que nous avons effectués entre recherches sur les apprentissages et recherches sur les pratiques et leur formation.

Enfin, il nous paraît très important de continuer à travailler sur ce qui nous manque pour expliquer pourquoi et/ou comment les élèves les plus faibles (dans un contexte d'éducation prioritaire) ne bénéficient pas comme leurs pairs des dispositifs construits dans le but de leur faire dépasser leurs difficultés. La liste de manques donnée plus haut ne nous parait pas encore suffisante (idem pour les diagnostics de Marie-Jeanne Perrin , Perrin-Glorian 1992) ; il y a des phénomènes que nous n'arrivons pas encore à attraper. De même, il nous semble indispensable de varier les situations, les contextes d'apprentissages et leurs modalités afin de créer des occasions et des contacts sources

d’apprentissages pour les élèves les plus en difficulté mais nous ne savons encore comment, pourquoi, quand et surtout avec qui cela fonctionne. D’autres recherches restent à mener pour le comprendre.

Nos travaux sur le calcul mental ont contribué à redonner du sens à ce domaine d’enseignement et à attirer l’attention des institutions et plus généralement des professeurs des écoles sur la nécessité de recommencer à enseigner le calcul mental.

Si elles ont eu des effets limités, les pistes que nous avons dégagées pour aider les élèves en difficultés restent toujours pertinentes : lors de chacune de nos recherches qualitatives, des élèves en ont profité. La question qui se pose est celle de leur diffusion et d’élargir le public susceptible d’en bénéficier.

Troisième partie, des conclusions communes

I Où en sommes-nous comme chercheurs ?

Signalons un ouvrage collectif assez général (Dorier *et al*., 2018) ayant l'ambition de faire un point sur ce que la didactique, et d'autres champs disciplinaires comme la sociologie et la psychologie, peuvent éclairer en matière d'enseignement des mathématiques, y compris historiquement.

1. Des avancées importantes dans les descriptions et compréhensions de ce qui passe en classe de mathématiques

Nos recherches permettent ainsi de mieux étudier les relations enseignement-apprentissages de contenus donnés, souvent à un niveau scolaire donné, en mettant en jeu des outils d'analyses des contenus, globalement (scénarios) et localement (tâches) et des déroulements, en tenant compte des contraintes diverses et en introduisant les pratiques des enseignants. Et ce par-delà des différences de méthodes, cependant relevant d'un cadre théorique analogue.

Pour ces dernières, nous savons notamment mieux faire un pas de côté par rapport à la seule expérience professionnelle, débusquer l'illusion de la transparence. Nous avons aussi pu inférer notamment que l'improvisation ne suffit pas toujours en matière d'enseignement, même s'il y a des diversités chez les enseignants (et les élèves). MAIS ces résultats ne sont pas évalués systématiquement, ni quantitativement, nous ne savons pas précisément ce qui peut être « efficace » pour tous les élèves, nous savons mieux ce qui risque de ne pas conduire les élèves aux apprentissages visés. Nous savons que changer les habitudes, installer en classe « autre chose » sont difficiles.

Les hypothèses développées dans nos recherches ont permis cependant de dégager des pistes, des alternatives, pour davantage installer du sens chez les élèves, en dégageant des marges de manœuvre et des palettes de possibles élargis pour les enseignants.

Le développement professionnel pourrait ainsi s'apprécier, du point de vue didactique notamment, par le degré d'imbrication des aspects médiatifs et cognitifs des pratiques, pensé pour favoriser les apprentissages, compte tenu des contraintes institutionnelles et sociales, et des personnalités. Il s'agit en particulier d'avoir les moyens de prévoir et d'animer un scénario, avec du travail autonome pour les élèves, à la fois pour motiver et asseoir le nouveau mais aussi de créer, par des tâches appropriées, des occasions de proximité permettant d'intervenir utilement. L'enseignant doit être en mesure de repérer ce qui vient des élèves et de le prendre comme appui pour introduire ou contextualiser le savoir en jeu.

2. Des spécificités des analyses pour le secondaire et pour le primaire

Pour le secondaire, des balises possibles pour les analyses ont été établies et reprises systématiquement, comme :

- la prise en compte de la nature de la notion pour élaborer (ou non) une introduction par exemple ;

- la prise en compte des étapes à respecter dans les apprentissages et des difficultés prévisibles pour élaborer un scénario qui favorise des activités d'élèves suffisamment variées et sur lesquelles s'appuyer ;
- l'organisation de déroulements avec repérage de ce qui vient des élèves – grandement facilité par les analyses de contenu (y compris sur le plan du langage) ;
- des discours adaptés à ce repérage (mélangeant contenu et modalité du discours) ;
- des reprises et expositions de connaissances modulées par ce qui vient des élèves ;
- des évaluations adaptées.

Tout cela peut être plus ou moins conscientisé par les enseignants, mais serait à conscientiser chez les formateurs.

Et plus spécifiquement pour le premier degré, nous identifions une hiérarchie différente, liée au médiatif et à l'âge des élèves.

Plusieurs facteurs spécifiques du premier degré sont à ainsi prendre en compte : la qualité des concepts mathématiques enseignés, l'âge des élèves, la double mission de l'école primaire et du professeur des écoles d'instruction et d'éducation et la polyvalence du métier.

L'essentiel des connaissances à acquérir sont rapidement naturalisées. L'âge des élèves demande une prise en compte plus importante, voire même décisive en maternelle, du développement cognitif de l'enfant. De même, cet âge, et le développement général du sujet qui l'accompagne, nécessitent que les professeurs des écoles non seulement enseignent des savoirs et des méthodes mais aussi participent pour une part en complément de la famille à l'éducation de l'élève comme futur citoyen. Ces deux volets de la mission professeur (instruction et éducation) rejoignent aussi une autre spécificité : celle de la polyvalence. Cette dernière reste la norme dans la plupart des pays. Au-delà des contraintes économiques, les tentatives pour une plus grande spécialisation des professeurs du premier degré ne se sont pas révélées efficaces, réellement applicables et appliquées jusqu'à maintenant.

II Des questions liées à l'expérience professionnelle des enseignants

Une question importante, souvent abordée en sociologie[76], est celle de l'installation des pratiques mise en regard de leur évolution, des renoncements éventuels ou nouveaux engagements, du poids de l'expérience professionnelle (qui remplace l'expérimentation, pour « faire du nouveau, innover ou tester des propositions didactiques ou autres»). L'expérience peut s'accompagner d'une certaine disponibilité (y compris d'une partie des connaissances en jeu), rend plus confortable l'exercice quotidien du métier, notamment parce qu'il y a moins d'imprévu, mais à quoi sert cette disponibilité, comment est-elle « investie » ?

On a déjà montré qu'en REP (ZEP), notamment en primaire (Peltier *et al*., 2004), le renoncement à des ambitions portées par la formation et même adoptées par les futurs PE est souvent très rapide, vu la difficulté des conditions d'exercice et d'insertion dans un milieu professionnel très figé (à la fois stable et cohésif, avec une certaine efficacité apparente).

[76] Cf Broccolichi, S., Joigneaux, C., Mierzejewski, S. (2018). *Le parcours du débutant – Enquêtes sur les premières années d'enseignement à l'école primaire.* Artois presses Université.

Plus généralement, des travaux sociologiques pointent un certain désinvestissement des nouveaux recrutés, qui questionne. Dans quelle mesure l'adoption des alternatives issues des formations, qui est loin d'être simple, reste envisageable ? Faudrait-il modifier l'organisation même de ces formations (en introduisant beaucoup plus de durée par exemple, ainsi qu'une implantation plus locale) ? Nous avons fait le pari de l'importance de former des formateurs, mais ce n'est encore qu'une hypothèse, et des discussions ont lieu à ce sujet.

Là encore le manque d'évaluations, qualitatives et quantitatives, est manifeste. On ne peut qu'espérer que les recherches Praesco, engageant la DEPP et des équipes de recherches (dont des didacticiens des mathématiques) commenceront à éclairer ce champ. PRAESCO est un programme d'enquêtes sur les pratiques d'enseignement spécifiques aux contenus, qui porte sur les pratiques d'enseignement du français et des mathématiques à deux niveaux du premier et du second degrés : la classe de CM2 et la classe de 3e[77].

À propos des savoirs

Des notions mathématiques restent à explorer, en termes de relief et de scénarios. Cela demande cependant non seulement des études de contenus mais encore des analyses de classe, suffisamment longues et des expérimentations qui mettent vraiment en jeu des pratiques renouvelées. Cela devrait amener à mieux comprendre, pour ces contenus, notamment pour le primaire[78], les cheminements cognitifs des élèves, les étapes dans les apprentissages, et à donner des repères aux enseignants pour mieux interpréter ce qui se passe en classe et s'y adapter.

Les calculatrices et logiciels : une concurrence déloyale ou une aide aux apprentissages ?

Plus modestement, du côté des contenus et de leurs évolutions récentes, en particulier dans le second degré, l'intégration des calculatrices et logiciels amène à faire moins de calculs soi-même, voire plus de conjectures : comment compenser les déplacements, voire les suppressions d'activités ? Et comment intégrer ce que peut apporter l'IA ? Du côté des élèves, nous nous demandons quels types d'actions ou d'activités sont associées aux opérations de contrôle, qui deviennent nécessaires lorsque les élèves utilisent des TICE, et avec quel rôle possible dans les apprentissages ?

Nouvelles questions à partir de nos résultats

Une partie de nos travaux s'inscrit assez directement dans une relation étroite avec des usages réels, pour la classe et en classe, que ce soit par le biais d'élaboration de séquences, d'expérimentations, ou d'observations. Nous nous intéressons ainsi aux déroulements, aux scénarios et itinéraires cognitifs associés en termes d'activités attendues, voire aux cheminements plus individuels.

Cela peut conduire à des questions comme la répartition des activités à prévoir, leur reprise éventuelle (combien de fois ?), et le jeu sur les contextes à faire jouer. Ces questions concernent et intéressent l'enseignant mais ont aussi un volet théorique, mettant en jeu l'ensemble des activités concernées et pas seulement telle ou telle.

Un autre aspect porte justement sur les déroulements : pour quels élèves et à quelles conditions le recours au méta a l'utilité éventuelle que nous lui avons présumée ? Nous sommes ainsi convaincus de la nécessité de faire des liens explicites entre les actions, les activités et les connaissances, ainsi que, plus globalement, celle de faciliter l'appréhension des enjeux de l'enseignement dispensé. Nous avons dégagé l'intérêt des commentaires méta, avec les explicitations correspondantes (dont notamment les proximités et même certains éléments des savoirs qui peuvent avoir disparu des pratiques ordinaires

[77] Notes d'informations, éditées par Ministère de l'Education nationale, de la jeunesse et des sports. Paris - 2021
[78] Des études croisées entre psychologues et didacticiens pourraient faciliter l'établissement de ces itinéraires par exemple.

notamment en primaire). Cependant nous pensons qu'il y a une limite incontournable : on ne peut pas tout expliciter et on ne doit sans doute pas le faire, au risque de priver les élèves des actions et activités nécessaires à la construction de leurs connaissances. Il y a des questions de répartitions dans le temps et de choix en relation avec les tâches proposées. Cela conduit en particulier à interroger et sans doute à constamment adapter les équilibres à établir dans les classes entre dire et ne pas dire.

Cela s'inscrit dans un questionnement plus général qui amènerait à repenser les poids respectifs de la construction du sens et de l'acquisition des techniques selon les contenus et les contextes.

Nous pensons que ce sont des formations professionnelles approfondies, longues, disciplinaires, qui peuvent contribuer à construire l'outillage didactique qui permet à chaque enseignant de gérer ces choix, de scénario et de déroulements…

III Des questions théoriques à poser, notamment aux autres « paradigmes », ici et ailleurs…

Nos orientations théoriques nous amènent à continuer à travailler à des clarifications théoriques : concernant le jeu entre ZPD collective et ZPD individuelles, concernant les différences entre élèves et leurs conséquences, ou encore sur les questions langagières… la question des pratiques et des activités des enseignants est aussi posée.

Cela dit, tous les didacticiens rêvent de gagner le pari du sens pour les élèves, tous reconnaissent que cela met en jeu le savoir. Mais les analyses de ce savoir, les postulats en matière d'apprentissage, la prise en compte des enseignants donnent lieu à des démarches d'étude différentes, à des échelles variées, au sein de théories distinctes, prenant ou non en compte les acteurs, les déroulements, les pratiques des enseignants, et même avec des objectifs variés, qui gagneraient à être mises sur la table... idem à l'international !

Dégager le commun nous semble cependant essentiel, nous nous y sommes partiellement engagés (Robert, 2012 par exemple) mais cela reste à compléter largement.

IV Des questions sur les perspectives et les évolutions à venir

Les recherches en didactique en France ont plus de 50 ans. Dans quelle mesure la situation de l'enseignement des mathématiques aurait été différente sans elles ? Quelle intégration de nos recherches dans l'institution (Gueudet et Robert, 2022) ?

Quelques effets peuvent être suggérés : par exemple une place redonnée au calcul mental à l'école primaire, des pistes alternatives d'enseignement, notamment aux élèves défavorisés, déjà expérimentées partiellement avec succès[79], la nécessité d'une formation initiale professionnelle pour les enseignants du second degré, une certaine diminution des « cours magistraux » au collège. Cependant, les pistes nouvelles ne passent pas dans les pratiques majoritaires. En fait, le manque d'évaluations quantitatives, qui seraient appuyées sur ces alternatives, y compris sur un temps long

[79] Succès quelquefois relatif.

(pour dépasser l'effet expérimental et renouveler les collègues concernés) constitue un véritable obstacle à une diffusion élargie.

Sont en jeu des dimensions aussi variées que les décisions institutionnelles et les psychologies individuelles des élèves, compte tenu de leurs conditions sociales de vie, en passant par les pratiques des enseignants. Ces dimensions ne sont pas indépendantes de surcroît : tout est lié, les itinéraires cognitifs des élèves dépendent des horaires, des programmes, mais aussi des affects et de déterminants sociaux et encore des pratiques (mais dans quelle mesure ?) ; les recrutements des enseignants et leurs pratiques dépendent des conditions d'exercice du métier, qui dépendent des élèves, et du reste… Or ces conditions évoluent et pas toujours dans un sens favorable à des questionnements didactiques (Robert, 2013).

La complexité qui règne dans ce domaine se laisse-t-elle alors approcher « partiellement » ? Y a-t-il une hiérarchie ou, au moins des combinaisons plus ou moins favorables, dans les facteurs (contraintes et marges de manœuvre) qui déterminent les apprentissages et les réussites (en partie mesurées), entre le sociologique (les conditions sociales), le psychologique, le mathématique, le didactique ? Autant de questionnements à creuser.

Enfin du côté des formations, les deux discontinuités de Klein[80] peuvent contribuer à interroger l'amont mathématique des formations et les relations entre formations initiales en mathématiques et formations professionnelles.

Se rencontre un problème récurrent : toutes les formations, initiales, continues, de formateurs, dispositifs collaboratifs, posent les mêmes difficultés d'évaluation aux chercheurs, mettant en jeu un triple chantier, des formations (contenus/scénarios) et des formateurs, des pratiques des enseignants formés et des apprentissages ultérieurs de leurs élèves… Pourtant prendre le temps de telles évaluations représente peut-être une condition indispensable servant de préalable à penser de nouvelles réformes.

Finalement, nous aimerions donner un slogan à nos objectifs vis-à-vis de la société, à installer à partir de nos recherches, notamment en termes d'activités, et déjà bien présent depuis les débuts des recherches en didactique en mathématiques : c'est, dans l'enseignement, d'arriver à faire gagner « le pari du sens » pour tous les élèves en mathématiques… L'étude de ces activités des élèves convoque à la fois l'analyse des contenus à enseigner et celle des pratiques enseignantes, avec leurs contraintes et les conséquences en formation. Nos deux itinéraires témoignent de cette tri-polarité (cf. le triangle de G. Brousseau !) que nous avons abordée en zoomant plus ou moins sur un des pôles au cours du temps. Le prochain ouvrage prévu sur la TADM (Vandebrouck et al.), auquel nous devons contribuer chacun, permettra de mieux préciser encore nos démarches au sein du collectif concerné.

Une dernière remarque doit être faite, c'est que cet objectif de l'installation première du sens est profondément politique : gagner le pari du sens sous-entend le fait que c'est le sens qui doit orienter les apprentissages et pas les modes d'emploi, dans une visée d'apprentissage porteur d'une certaine émancipation. Les techniques, néanmoins nécessaires, sont conditionnées par ce sens, mais le conditionnent aussi, comme cela a été souvent esquissé dans ce qui précède.

Un tel pari sous-entend aussi que des changements profonds peuvent être installés sans que change l'institution, avec son cortège de contraintes restreignant et les marges de manœuvre des enseignants et leurs formations… Les constats actuels iraient plutôt dans le sens inverse.

[80] La discontinuité entre l'enseignement en classe terminale et ce qui est attendu en première année d'université et celle entre les études universitaires et les mathématiques utilisées ensuite dans l'enseignement secondaire.

Références bibliographiques, publications A. Robert et al. (importantes[81]) et thèses (co-)dirigées : des jalons (une liste partielle et partiale, classée).

Les grandes parties du texte sont reprises comme structuration. Certaines références peuvent être citées deux fois. Les références citées dans le texte et qui ne sont pas dans la liste des publications de A. Robert sont en gras.

L'ordre n'est pas alphabétique mais chronologique au sein de chaque partie.

Les ouvrages et chapitres d'ouvrage sont en bleu

Voici la suite des encadrés

I Le départ : les années 1970-80

II Les premiers travaux sur les apprentissages des étudiants et des élèves de terminale (1980-90) et les suites, autres recherches à partir des contenus et mise en place des analyses de tâches

III Les enseignants entrent en scène explicitement, recherches sur les pratiques (1993-2002) et la suite

IV Eléments méthodologiques et clarification théorique a posteriori

V Place aux formations, des analyses de pratiques à des dispositifs et des hypothèses émises sur les formations

[81] En particulier certains documents internes ou textes de conférences ou autres communications internationales n'y sont pas

I Le départ : les années 1970-80

Pichaud J., Robert A. (1971) Anneaux locaux de dimension 0, *C.R.A.S.* t. 273, p. 219-220

Bellaïche C., Decarreau A., Pesenti D., Robert A. (1972-74), Opérations et d de Segal, *Lecture notes in Mathematics* n°518, Séminaire de théorie du Potentiel Paris 72-74, pp.16-36.

Decarreau A., Robert A. (1975), Produit tensoriel et complexité en mécanique quantique, Annales Institut Henri Poincaré, Section A Vol XXIII n°3 pp.251-258.

Decarreau A. , Maroni P., Robert A. (1978), Sur les équations confluentes de l'équation de Heun, *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles, T.92 III pp. 151-189.*

Decarreau A., Robert A. (1980), Types d'orbite et séparation des variables en dimension 2, *Publications mathématiques de l'Université P. et M. Curie*, n°24, pp.1-21.

II Les premiers travaux sur les apprentissages des étudiants et des élèves de terminale (1980-90) et les suites, autres recherches à partir des contenus et mise en place des analyses de tâches

Sont introduits ici les types de notions, les méthodes, l'hypothèse des blocs, les niveaux de conceptualisation, les niveaux de mises en fonctionnement, le méta, les analyses de tâches

Robert A. (1982) L'acquisition de la notion de convergence des suites numériques dans l'enseignement supérieur**,** *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 3.3, pp. 307-341.

Robert A. (1983) L'enseignement de la convergence des suites numériques en DEUG, *Bulletin de l'APMEP*, n°340, pp.431-449.

Boschet F. et Robert A. (1984) Acquisition des premiers concepts d'analyse sur R (hypothèse des blocs) *cahier didactique blanc 7* Irem Paris

Butlen D. (1985) Apport de l'ordinateur à l'apprentissage des écritures multiplicatives au cours élémentaire. Thèse de l'Université Paris 7

Robert A. (1985) Une intervention en DEUG Instit. *Cahier didactique blanc 17* Irem Paris

Robert A (1985) Rapports enseignement/apprentissage, les débuts de l'analyse (hypothèse des blocs – section expérimentale), heurs et malheurs de la section expérimentale, Cahiers didactiques blancs 18.1 ; 18.2 ; 18.3

Grenier D., Legrand M., Richard F. (1986) Une séquence d'enseignement en Deug 1, Cahier de didactique 22, IREM de Paris.

Tenaud I. (1987) Géométrie et enseignement de méthodes. Thèse de l'Université Paris 7

Trehard F. (1987) Logiciels pouvant impliquer des activités mathématiques à l'école élémentaire : typologie et enjeux didactiques. Thèse de Université Paris 7

Robert A. et Tenaud I. (1988), Une expérience d'enseignement de la géométrie en Terminale C**,** *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 9.1, pp.31-70.

Robert A. et Rogalski J. (1988) Enseigner des méthodes, *Cahier didactique blanc 38*, Irem Paris

Robert A. (1989), Réflexions sur l'analyse des textes d'exercices des manuels, *Bulletin de l'APMEP,* n°367, pp. 53-62.

Bautier-Castaing E, Robert A. (1988) Réflexions sur le rôle des représentations métacognitives dans l'apprentissage des mathématiques. *Revue française de pédagogie*, 84, 13-20.

Robert A. et Tenaud I. (1989), Travail en petits groupes dans l'enseignement post-obligatoire, *Bulletin de l'APMEP,* n°370, pp. 479-485.

Artigue M. (1990) L'interdisciplinarité. p. 319-323. Ressource en ligne.

Dorier J.L. (1990) (codirection Alllibert)– Contribution à l'étude de l'enseignement à l'université des premiers concepts d'algèbre linéaire : approches historique et didactique. Thèse de Université de Grenoble.

Robert A. (1991) Travaux d'étudiants en temps non limité (licence). *Brochure IREM* 80.

Robert A. et Schwarzenberger R.(1991), Research in teaching and learning Mathematics at an advanced level, in *Advanced mathematical thinking*, pp 127-139, ed. by D. Tall, Kluwer Academic Press.

Robinet J. (1992) Le pourquoi et le comment d'une ingénierie. La convergence uniforme, Cahier de Didirem 12, IREM de Paris.

Legrand M. (1993) Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse. *Repères-IREM* 10, 123-159

Cazes C. (1996) Un dispositif d'apprentissage des suites, en première année d'enseignement supérieur formation à distance et nouvelles technologies. Thèse de Université Paris 7

Robert A. (1997) in (ed.) Dorier J.L. L'enseignement de l'algèbre linéaire en question. Grenoble : La pensée sauvage (traduit en 2000) *Un enseignement qui ne réussit pas à faire surmonter l'obstacle du formalisme – analyse du savoir visé et présentation de leviers adaptés, FUG, méta, niveaux de conceptualisation - des alternatives. Traduit en anglais en 2000*

Robert A. (1998) Outils d'analyses des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, *Recherches en didactique des mathématiques***,** Vol 18 2 pp. 139-190.

Pian J., Robert A. (1999) Comment élaborer des énoncés en mathématiques (en licence) ? *Brochure IREM 88*

Pian J. (1999) Diagnostic des connaissances de mathématiques des étudiants de CAPES, vers une interprétation cognitive des apprentissages individuels. *Cahier de Didirem* (rouge) n°34.

Robert A. (2000) en collaboration (ed. Dorier) *On the teaching of Linear Algebra* Kluwer

Robert A. et N. Speer (2001) Research on the Teaching and Learning of calculus/elementary analysis, in Holton D. Ed (2001) *an ICMI study*,

Robert A. (2003) Un point de vue sur les spécificités du travail géométrique des élèves à partir de la quatrième : l'organisation des connaissances en niveaux de conceptualisation *Petit x n°63 pp7-29*

Bastürk S. (2003) (codirection Colomb) L'enseignement des mathématiques en Turquie : le cas des fonctions au lycée et au concours d'entrée à l'université. Thèse de l'Université Paris 7.

Robert A. et Rogalski M. (2004) Problèmes et activités d'introduction, problèmes transversaux et problèmes de recherche au lycée *Repères IREM n°54 77-103*

Robert A. (2005) Quelles différences y a-t-il ? Exemples d'analyses didactiques d'exercices et d'activités d'élèves (au collège et au lycée) *Bulletin de l'APM* n°354, pp226-238

Horocks J. et Robert A. (2007) Tasks Designed to Highlight Task-Activity Relationships, *Journal of MathematicsTeachers Education* 10, 279-287

Pariès M., Robert A. (2009) Changements de cadres en géométrie dans l'espace, *Repères-IREM* 75 35-45.

Grenier Boley N. (2009) Un exemple d'étude de gestion des déroulements en travaux dirigés de didactique des mathématiques à l'Université, *Cahier de Didirem* (rouge) n°59. Irem de Paris

Bridoux S. (2011) (codirection M. Rogalski) Enseignement des premières notions de topologie à l'université : une étude de cas. Thèse de l'Université Paris 7

Benzekry B, Fauve C, Pilorge F., Robert A., Rousse S., Vuong M., de Zelicouct,C. (2011) La transition Troisième/Seconde. Constats et questions à partir de la comparaison d'exercices variés des deux niveaux. *Repères IREM* 83, 5-37.

Adel F. (2014) Enseigner les isométries en terminale Math en Tunisie : une étude comparée du manuel officiel et de pratiques d'enseignants en classe – régularités et conséquences. Thèse de doctorat de l'Université Paris Diderot.

Vandebrouck, F., Robert, A. (2017). Activités mathématiques des élèves avec les technologies numériques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 37(2-3).

Robert, A., Rogalski, J. (2020). D'un problème d'optimisation d'une surface agricole au cours sur le sens de variation en seconde : une étude de cas. *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz*22. Irem de Paris.

III Les enseignants entrent en scène explicitement, recherches sur les pratiques (1993-2002) et la suite

Vers la double approche, premiers textes sur la double approche, les proximités

a) Etude des représentations et des discours – vers la double approche

Robert A. et Robinet J. (1992) Représentations des enseignants et des élèves, *Repères IREM* n°7. pp 93-99

Josse E.et Robert A. (1993) Introduction de l'homothétie en seconde, analyse de deux discours de professeurs. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 13. pp. 119-154

Marilier M.C. (1994) : représentations des profs faisant travailler en petits groupes. Thèse de doctorat Université Paris 7.

Robert A. **(**1995) Analyse des discours non strictement mathématiques accompagnant des cours de mathématiques dans l'enseignement post-obligatoire**.** *Educationnal studies of mathematics***,** Vol.28, 73-86.

Chiocca C. (1995) Les discours d'accompagnement. Thèse de doctorat Université Paris 7.

Robert A. et Robinet **J. (**1996) Prise en compte du méta en didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques,* vol. 16 n°2, pp. 145-176

Hache et Robert A. (1997) Un essai d'analyse des pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait "fréquenter" les mathématiques à ses élèves pendant la classe ? *Recherches en didactique des mathématiques***,** vol 17-3 pp. 103-150**.**

Hache C. (1999) L'enseignant de mathématiques au quotidien : Etudes de pratiques en classe de seconde. Thèse de doctorat Université Paris 7.

Mul A. (2000) Enseignement de la géométrie du cycle III à la sixième. Des éléments du quotidien scolaire. Thèse de doctorat Université Paris 7.

Ben Salah C. (2000) Les connaissances mathématiques des nouveaux enseignants de mathématiques au collège à l'épreuve du feu : une étude de cas. Thèse de doctorat Université Paris 7.

Roditi E. (2001) L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième. Étude de pratiques ordinaires. Thèse de doctorat Université Paris 7.

Robert A. (2001) Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant *Recherches en didactique des mathématiques* vol 21.1.2, pp 57-80.

Paries M. (2002) (codirection Abboud) Pratique des enseignants de mathématiques : analyse des discours accompagnant la résolution d'exercices au collège. Thèse de doctorat Université Paris 7.

Sayac N. (2003) Les pratiques des professeurs de mathématiques : une approche croisée des influences de l'âge, du cursus et du sexe. Etude globale à partir de 255 questionnaires ; étude locale à partir de 5 professeurs. Thèse de doctorat Université Paris 7.

Ngono B. (2003) (codirection Peltier) Étude des pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP : effets éventuels de ces pratiques sur les apprentissages. Thèse de doctorat Université Paris 7.

b) la Double Approche : pratiques des enseignants et activités des élèves

Robert A. et Rogalski **J**. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies,* vol 2, n°4, pp. 505-528.

Robert A. (2003) Tâches mathématiques et activités des élèves : une discussion sur le jeu des adaptations individuelles introduites au démarrage des exercices cherchés en classe. P*etit x n°62,* 61-71.

Robert A. et Rogalski M. (2003) Comment peuvent varier les activités mathématique des élèves sur des exercices – le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe. *Petit x n°60*, 6-25

Robert A. et Vandebrouck F. (2003) Des utilisations du tableau par des professeurs de mathématiques en classe de seconde. *Recherches en didactique des mathématiques,* vol 23 n°3, pp389-424.

Rogalski J. (2004) La didactique professionnelle : une alternative aux approches de « cognition située » et « cognitiviste » en psychologie des acquisitions », *Activités* [En ligne http://journals.openedition.org/activites/1259]

Bautier E., Goigoux R. (2004) Difficultés d'apprentissage, processus de secondarisation et pratiques enseignantes : une hypothèse relationnelle. *Revue française de pédagogie, 148, 89-100 1.*

Robert A. et Rogalski J. (2005) A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class**,** *Educational Studies of Mathematics* 59,1 pp269-298.

Perrin M.J. et Robert A. (2005) Analyse didactique de séances de mathématiques au collège : pratiques d'enseignants et activités d'élèves. *Les dossiers des sciences de l'éducation*, vol 14 pp 95-110

Horoks J. (2006) Les triangles semblables en classe de 2nde : Des enseignements aux apprentissages Etude de cas. Thèse de doctorat Université Paris 7.

Robert A. (2007) Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré) : une hypothèse des inférences en formation, *Recherches en Didactique des Mathématiques* 27/3 271-312

Masselot P. et Robert A. (2007) Le rôle des organisateurs dans nos analyses didactiques de professeurs enseignant les mathématiques. *Recherche et formation* 56, 15-32

Pariès M., Robert A., Rogalski J. **(**2008) Analyses de séances en classe et stabilité des pratiques d'enseignants de mathématiques expérimentés du second degré, *Educational Studies of Mathematics* 68 55-80

Pariès M. Robert A. Rogalski J. (2008) Que font les élèves de troisième et de quatrième avec un même enseignant dans une séance de géométrie ? In Vandebrouck F. Ed (2008*) La classe de mathématiques : activités d'élèves, pratiques des enseignants*, Partie 2, 95-139. Toulouse : Octarès (traduit en anglaise en 2012)

Robert A. (2008) La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques, in In Vandebrouck F. Ed (2008) La classe de mathématiques : activités d'élèves, pratiques des enseignants, Partie 1, 59-69. Toulouse : Octarès (traduit en anglaise en 2012)

Robert A. (2008b) Laisser chercher les élèves ? Les faire travailler en petits groupes ? *l'Ouvert* 117, 31-46

Perrin-Glorian, Deblois, Robert (2008) Individual practising mathematics teachers : studies on their professional Growth, *Handbook* vol 3

Pariès M., Robert A., Rogalski J. (2009) Comment l'enseignant de mathématiques, en classe, met ses élèves sur le chemin des connaissances : un point de vue méthodologique en didactique des mathématiques. *Travail et apprentissages* 3 95-123

Chesnais A. (2009) L'enseignement de la symétrie axiale en sixième dans des contextes différents : les pratiques de deux enseignants et les activités des élèves. Thèse de doctorat Université Paris 7.

Robert A. (2012) A didactical framework for studying students' and teachers' Activities when learning and Teaching Mathematics, *IJTME*, 19 (4).

Pezard M., Butlen D., Masselot P. (2012) professeurs des écoles débutants en ZEP, Grenoble : la pensée sauvage.

Robert A. (2013) Une réflexion didactique sur les changements du métier d'enseignant de mathématiques et sa (nécessaire) cohérence : nouvelles donnes au collège et au lycée. *Repères IREM 93 79-94*

Butlen D., Robert A. (2013) Interroger la profession en didactique des mathématiques, un filtre pour apprécier les activités possibles des élèves et des enseignants – et interroger la didactique. In Bronner A. et al. *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage*, Actes de la XVIème école d'été de didactique des mathématiques Volume 1, pp. 5-84**.** Grenoble : La pensée sauvage

Allard C., Boutrais M. (2022) Gestes professionnels et exercice de la vigilance didactique : le cas d'une enseignante expérimentée, *Revue française de pédagogie*, 216, 5-22.

c) **les proximités dans le discours de l'enseignant – les moments d'exposition des connaissances**

Robert, A. & Vandebrouck, F**.** (2014) Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34 (2/3), 239-285.

Bridoux S., Chappet-Pariès M., Grenier-Boley N., Hache C., Robert A. (2015). Les moments d'exposition des connaissances en mathématiques (secondaire et début de l'université). *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz 14*. Irem de Paris.

Robert A. (2015) Une analyse qualitative du travail des enseignants de mathématiques du second degré en classe et pour la classe : éléments méthodologiques *in* Lenoir, Y. et Esquivel, R. (dir.). (2015). *Procédures méthodologiques en acte dans l'analyse des pratiques d'enseignement : approches internationales. T. 2 : Les méthodes en usage dans des centres de recherche et chez des chercheurs français et latino-américains,*ch. 13 pp.373-400. Longueuil : Groupéditions Éditeurs.

Allard C., Asius L., Bridoux S., Chappet-Paries M., Pilorge F., Robert A. (2016a). Quand le professeur de mathématiques est sur You Tube… Quelques réflexions sur les moments d'exposition des connaissances et les capsules pour des classes inversées. *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz 16.* Irem de Paris.

Bridoux, S., Hache, C., Grenier-Boley, N., & Robert, A. (2016). Les moments d'exposition des connaissances en mathématiques, analyses et exemples. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *21*, 187–233.

Vandebrouck F., Robert A. (2021). Proximités et tensions, ou comment apprécier le rapprochement des activités des élèves avec les connaissances visées. *Actes du colloque de la Corfem 2021*, Université de Paris.

Allard C., Robert A. (2022) Etudier les classes inversées en mathématiques. Préalables méthodologiques sur les cours : le cas particulier des "capsules" *Recherche et éducation* 46

Chesnais, A., Horoks, J., Robert, A., & Rogalski, J. (2022). Teacher telling in the mathematics classroom: A microlevel study of the dynamics between general and contextualized knowledge. *McGill Journal of Education / Revue Des Sciences De l'éducation De McGill*, *57*(2), 115-136.

Chappet-Pariès M., Robert A. (2022). Introduire le théorème de Thalès en troisième. Quel appui sur le travail des élèves ? *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz 24,* Irem de Paris.

Chappet-Paries M. Robert A. (2023) S'appuyer sur le travail des élèves pour intervenir oralement pendant les recherches d'exercices en classe : des diversités ? *Petit x* 118, 47-74

Chappet-Paries M. Robert A. (2023) Variations sur des interventions orales de l'enseignant de mathématiques reliant le travail des élèves en classe et le savoir en jeu *Repères-IREM 132*

Robert A., Vandebrouck F. (2023) Proximités discursives entre le discours de l'enseignant et les activités des élèves pendant les cours : l'exemple de l'introduction de la définition formalisée du sens de variation des fonctions. *Revue québécoise de didactique des mathématiques* 2*,* 106-143.

Rogalski M., Robert A., Rogalski J. (2023) Didactique des mathématiques : de questions empiriques a des choix systématiques de compréhension de l'enseignement. *Revue brésilienne*

IV Eléments méthodologiques et clarification théorique a posteriori

L'inscription progressive des recherches en théorie de l'activité (la TADM)

Vygotski, L. (1934/1997). *Pensée et langage*. Paris : Éditions La Dispute. Ouvrage original publié en 1934

Galperine, P. (1966). Essai sur la formation par étapes des actions et des concepts. Dans A. Leontiev, A. Luria et A. Smirnov (dir.), *Recherches psychologiques en URSS* (p. 114-132). Editions du Progrès.

Robert A (1987) Spécificités de l'enseignement dans l'EPO. *Cahier de didactique blanc*, 47. Irem de Paris

Leontiev, A. (1984). *Activité Conscience Personnalité*. Moscou : Editions du Progrès (1ère édition, 1975, en russe).

Robert A. (1988) Une introduction à la didactique des math. *Cahier de didactique blanc* 50. Irem de Paris

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10*(2-3), 133-169.

van der Veer, R., Valsiner, J. (1991). Understanding Vygotsky: A quest for synthesis. Cambridge: Blackwell.

Robert A. (1992) Problèmes méthodologiques en didactique des mathématiques**.** *Recherches en didactique des mathématiques,* Vol 12.1 pp 33-58

Robert A. (1992b) Projets longs et ingénieries pour l'enseignement universitaire : questions de problématique et de méthodologie**.** *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 12. 2.3 pp181-220

Brossard M. (1993). Zone de Développement prochain et apprentissage de l'écrit. In J.-P. Jaffré, L. Sprenger-Charolles, M. Fayol éds, *Lecture – Écriture : Acquisition. Les Actes de la Villette.* Paris : Nathan, pp. 253-261.

Brossard M. (1999). Contradiction et développement : Tensions dans la zone proximale de développement. In Y. Clot éd., *Avec Vygotski.* Paris : La Dispute.

Robert A., Lattuati M., Penninckx J. (1999) L'enseignement des mathématiques au lycée, un point de vue didactique. Paris : Ellipses.

Brossard M. (2004) Vygotski lectures et perspectives de recherches en éducation. Spetentrion : Bordeaux

Robert A., Pouyanne N. (2004) Formateurs d'enseignants de mathématiques du second degré : éléments pour une formation, *Document pour la formation* n°5, IREM de Paris.

Robert A. (2006) Une méthodologie pour décrire des déroulements de séances en classe à partir de vidéo dans des recherches sur les pratiques d'enseignants de mathématiques au

collège et au lycée in Perrin-Glorian et Reuter, *les méthodes de recherche en didactiques*, pp 191-204. Villeneuve d'Ascq : Presses Universitaires du Septentrion

Pariès M., Pouyanne N., Robert A., Rogalski M. et Roditi E. (2007) Mettre du relief sur les mathématiques à enseigner au collège et au lycée - quelques exemples. *Document de formation bleu* 9. Irem de Paris.

Robert A. (2008) Le cadre général de nos recherches : sur les apprentissages des élèves : une problématique inscrite dans les théories de l'activité et du développement ; une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe ; la double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de math. ; une réflexion sur la formation des pratiques. In Vandebrouck F. Ed (2008) La classe de mathématiques : activités d'élèves, pratiques des enseignants, Partie 1, 31-59. Toulouse : Octarès

Robert A. (2008) Des conséquences de notre démarche : une réflexion sur la formation des pratiques des enseignants de mathématiques du second degré, éléments généraux In Vandebrouck F. Ed (2008) La classe de mathématiques : activités d'élèves, pratiques des enseignants, Partie 1, 31-59. Toulouse : Octarès

Robert A., Penninckx J., Lattuati M. (2012) Une caméra au fond de la classe, (se) former au métier d'enseignant de mathématiques du second degré à partir d'analyses de vidéos de séances de classe. Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.

Elalouf M.L., Robert A., Belhadjin A., Bishop M.F. (Ed) (2012) Les didactiques en question-état des lieux et perspectives pour la recherche et la formation. Bruxelles : De Boeck

Abboud-Blanchard M.., Robert A. (2013) Strategies for training mathematics teachers. in Vandebrouck F. Ed (2013) Mathematics Classrooms – students' activities and teachers' practices. Rotterdam : Sense Publishers

Hache C., Robert A. (2013) Why and How to understand what is at stake in a mathematics class ? In Vandebrouck F. Ed (2013) Mathematics Classrooms – students' activities and teachers' practices. Rotterdam : Sense Publishers

Abboud, M., Goodchild, S., Jaworski, B., Potari, D. Robert, A. & Rogalski, J. (2018). Use of activity theory to make sense of mathematics teaching: a dialogue between perspectives. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Special Issue, 61-92.

Abboud-Blanchard M., Robert A., Rogalski J. et Vandebrouck F. (2018). Pour une théorie de l'activité en didactique des mathématiques Un résumé des fondements partagés, des développements récents et des perspectives. *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz 18,* Irem de Paris (en anglais 18bis).

Dorier JL, Gueudet G., Peltier ML, Robert A. Roditi E. (2018) Enseigner les mathématiques, didactique et enjeux d'apprentissage. Paris : Belin.

Gueudet, G., Robert, A. (2022) A la recherche de « résultats robustes » en didactique des mathématiques - Le cas de la robustesse pour l'extérieur de la communauté de recherche. *Séminaire national de didactique des mathématiques,* 30-31 janvier 2022.

Rogalski M., Robert A., Rogalski J. (2023) Didactique des mathématiques : de questions empiriques à des choix systématiques de compréhension de l'enseignement. *Revue brésilienne*

Horoks J., Robert A. (Ed) (2024) Zooms sur la classe de mathématiques : (se) former au métier d'enseignant de mathématiques du second degré à partir d'analyses de pratiques. Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté

Vandebrouck F., Robert A. (2024) Apports d'une approche ancrée en Théorie de l'Activité (TADM). le pari du sens et ses limites à partir d'un exemple d'introduction du théorème de Thalès en troisième en rep. *Actes séminaire didactique national*

V Place aux formations, des analyses de pratiques à des dispositifs et des hypothèses émises sur les formations

Primaire : Quelques jalons à partir de thèses

Pezard M. (1985) Une expérience d'enseignement de la proportionnalité aux élèves instituteurs. Thèse de doctorat Université Paris 7.

Houdement C. (2013) (codirection Douady) (1995) Projets de formation des maitres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies. Thèse de doctorat Université Paris 7.

Kuzniak A. (1994) (codirection Douady) Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré. Thèse de doctorat Université Paris 7.

Peltier M.L. (1995) La formation initiale, en mathématiques, des professeurs d'école : "entre conjoncture et éternité". Thèse de doctorat Université Paris 7.

Vernhes D. (2000) Analyse des effets d'un stage de formation continue en géométrie sur les pratiques d'enseignants de l'école primaire. Thèse de doctorat Université Paris 7.

Masselot P. (2000) De la formation initiale en didactique des mathématiques (en centre I. U. F. M.) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des professeurs d'école (une étude de cas). Thèse de doctorat Université Paris 7.

Broccolichi, S., Joigneaux, C., Mierzejewski, S. (2018). *Le parcours du débutant – Enquêtes sur les premières années d'enseignement à l'école primaire.* Artois presses Université.

Pour le secondaire et le supérieur

Robert A. (1991) Formation en didactique des mathématiques, une expérience en CPR interne. *Document de formation vert* 1 . Irem de Paris

Perrin D., Robert A. (1991) Formation des moniteurs (Mathématiques), *Document de formation vert* 4

Douady R., Robert A., Artigue M., Henry M., Butlen D. (1991) Formation à l'enseignement des mathématiques : exemples de pratiques effectives et éléments de réflexion d'un point de vue didactique, *Document de formation vert* 5

Robert A. (1994b) IUFM - An 3: - Une réflexion sur la formation des PLC2. - (Une analyse des modules communs mathématiques à l'IUFM de Versailles). *Document de formation vert* 10

Robert A. (1994) Point de vue : Formation des maîtres : des conditions nécessaires aux conditions suffisantes, *Repères - IREM* n°17

Robert A. (1995) Professeurs de mathématiques de collège et lycée : formation professionnelle initiale, ou comment désaltérer qui n'a pas soif ? *Document de formation vert* 14.

Collectif (1996) La formation professionnelle initiale des futurs enseignants de mathématiques : exemples de séances organisées à l'IUFM pour les stagiaires de deuxième année (PLC2). *Document de formation vert* 15.

Robert A. (1996) Réflexion sur la formation professionnelle initiale des professeurs de mathématiques des lycée et collèges *Repères -IREM* n°23 pp 83-108

Robert A. (1997) Quelques enjeux de la formation professionnelle des enseignants de mathématiques de lycée et collège, *Gazette de la Société Mathématique de France* n°72 pp45-58

Robert A. (1999) Recherches didactiques sur la formation professionnelle des enseignants de mathématiques du second degré et leurs pratiques en classe**,** *Didaskalia,* n°15, pp 123-157.

Collectif (2002) Enseigner les mathématiques, oui mais comment ? Analyse de pratiques professionnelles de professeurs enseignants les mathématiques, *Document de formation* vert 18 – *des recherches aux formations, primaire et secondaire*

Robert A. (2003) De l'idéal didactique aux déroulements réels en classe de mathématiques : le didactiquement correct, un enjeu de la formation des (futurs) enseignants (en collège et en lycée), *Didaskalia n°22*, 99-116.

Robert A. et Desq J., Joyeux B., Terrée N. (2004) Scénarios de formation des enseignants de mathématiques du second degré, un zoom sur l'utilisation de vidéo en formation ; un exemple de formation. *Document de formation bleu* 4 et 4bis.

Robert A. in Peltier Ed. (2004) Dur dur d'enseigner en ZEP, Grenoble : la pensée sauvage

Robert A. (2004) Une analyse de séance de mathématiques au collège à partir d'une vidéo filmée en classe. La question des alternatives dans les pratiques d'enseignants, perspectives en formation d'enseignants., *Petit x* n°65 pp 52-79

Robert A. **(**2005a) De recherches sur les pratiques aux formations d'enseignants de mathématiques du second degré : un point de vue didactique**,** *Annales de didactique et de sciences cognitives de Strasbourg***,** vol 10, pp. 209-250.

Robert A. (2005b) Deux exemples d'activités en formation d'enseignants de mathématiques du second degré *Petit x* n°67, pp63-76

Robert A. (2005c) Sur la formation des pratiques des enseignants du second degré**,** *Recherches et Formation* n°50, pp75-90.

Robert A. (2008) Vous avez dit : « didactique des mathématiques » ? Alors fuyons… *Repères IREM* 71, 41-64.

Robert A. (2008) des éléments généraux (sur la formation des pratiques des enseignants du second degré) in In Vandebrouck F. Ed (2008) La classe de mathématiques : activités d'élèves, pratiques des enseignants, Partie 5, 373-382. Toulouse : Octarès.

J. Mac Aleese, J. Pian, A. Robert et M. Rogalski (2008) Propositions pour une formation des moniteurs en mathématiques. *Document de formation vert 12,* Irem de Paris.

Chesné J.F., Pariès M. Robert A. (2009) « Partir des pratiques » en formation professionnelle des enseignants de mathématiques des lycées et collèges *Petit x* 80

Robert A. (2010) Formation professionnelle des enseignants du second degré, *Repères-IREM* 80, 87-103

Robert A. (2010) la formation des maîtres, une préoccupation constante d'André Revuz. In *Hommage à André Revuz,* LDAR, 121-134.

Asselain-Missenard C., Robert A. (2010a) Formation des enseignants : pas de GPS, *Bulletin de l'APM,* 489, 432-446

Robert A., Levi M.C. et Chappet-Pariès M.(2010b) Enseignants de mathématiques du secondaire: Stages et formation professionnelle en master ? *Document de formation bleu* 13

Chappet-Pariès M. Robert A. (2011) Séances de formation d'enseignants de mathématiques (collège et lycée) utilisant les vidéos – exemples, *Petit x 86*, 45-77.

Abboud-Blanchard, M., Robert A. (2012) Strategies for training mathematics teachers – the first step, training the trainers. In Vandebrouck F. (Ed) Mathematics classrooms, students activities and teachers'Practices, pp 229-246, Sense publishers

Séve, C., Robert, A., Abboud-Blanchard, M., Vinatier, I., Orange, C. **(2016).** Des cadres pour penser l'activité des débutants. *Recherches en éducation*, Hors série n°9, 9-23.

Abboud, M., Robert, A. & Rogalski. J. (2022). Interroger les pratiques de formation des professeurs de mathématiques : orientations de recherche et perspectives (un agenda). *Annales de didactique et de sciences cognitives,* numéro thématique « Les pratiques de formation à l'enseignement des mathématiques. Une approche par la recherche en didactique », *1*, 261-285.

DeBlois, L., Robert, A. (2022). Avancées et nouvelles questions sur les pratiques de formation en enseignement des mathématiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives,* numéro thématique « Les pratiques de formation à l'enseignement des mathématiques. Une approche par la recherche en didactique », *1*, 377-405.

Formation de formateurs

Robert A., Roditi E, Grugeon B (2007) Diversités des offres de formation et travail du formateur d'enseignants de mathématiques du secondaire, *Petit x* 74, 60-90
(bis) Robert A., Penninckx J., Lattuati M. (2012) Une caméra au fond de la classe, (se) former au métier d'enseignant de mathématiques du second degré à partir d'analyses de vidéos de séances de classe. Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.

Robert A., Vivier L. (2013) Analyser des vidéos sur les pratiques des enseignants du second degré en mathématiques : des utilisations contrastées en recherche en didactique et en formation de formateurs – quelle transposition ? *Éducation et* didactique 7-2 115-144

Chesné J.F. (2014) D'une évaluation à l'autre : des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental. Thèse d doctorat de l'Université Paris 7.

Abboud-Blanchard, M., Robert, A. (2015) Former des formateurs d'enseignants de mathématiques du secondaire : un besoin, une expérience et une question d'actualité**,** *Annales de didactique et de sciences cognitives,* 20 181-206.

Rogalski J. & Robert **A**. (2015) De l'analyse de l'activité de l'enseignant à la formation des formateurs. Le cas de l'enseignement des mathématiques dans le secondaire**,** in Lussi-Borer V., Durand M. et Yvon F*. Analyse du travail et formation dans les métiers de l'éducation***.** Editeur : De Boeck Supérieur

Robert A., Pilorge F. et Chappet Pariès M. (2017) Un scénario de formation de formateurs : les activités d'introduction, les moments d'exposition des connaissances et les capsules pour la classe inversée, s'appuyant sur le thème « sens de variation des fonctions » en seconde. *Document de formation bleu* 16.

Abboud M., Robert A., Rogalski J. (2020). Educating mathematics teacher educators. The transposition of didactical research and the development of researchers and teacher educators. In K. Beswick & O. Chapman (dir.), *The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional: Vol. 4 of The International Handbook of Mathematics Teacher Education*, (p.131-156), Sense Publisher

Horoks et Robert (2024b) Analyses de tâches, relief, méthodes, ... : quelle migration des recherches aux pratiques ? Actes de la Corfem(à paraitre)

Horoks J., Robert A. (Ed) (2024) Zooms sur la classe de mathématiques : (se) former au métier d'enseignant de mathématiques du second degré à partir d'analyses de pratiques. Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté

Chesnais A., Robert A. (2025 à paraître ?) Un point de vue didactique sur le développement professionnel des enseignants de mathématiques du secondaire en France (revue brésilienne)

Sur les ressources

Arditi S. (2011) (codirection D. Butlen) Variabilité des pratiques effectives des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens. Thèse de doctorat Université Paris Diderot.

Hache C., Horoks J., Penninckx J. et Robert A. (2019) De recherches en didactique des mathématiques à l'écriture de manuels pour le secondaire *Petit x* 110-11

Chappet-Pariès M., Robert A. (2023). Analyser des ressources pour les élèves sur Internet *Document pour la formation des enseignants, du laboratoire André Revuz,* 19. Irem de Paris.

Formations initiales universitaires

Robert A. (1995) L'épreuve sur dossier à l'oral du Capes de mathématiques, I. Géométrie, Ellipses.

Bridoux S., Grenier Boley N,. Ieninger C. (2023) les recherches en pédagogie universitaire

Robert A. (2005) Un module de licence pré-professionnel : faire de la géométrie, faire faire de la géométrie. *Document de formation* bleu 7. Irem de Paris

Coulange L., Robert A. (2015). Les mathématiques dans les activités du professeur - conséquences pour la formation. *Actes du Colloque EMF* p. 81-94.

Grenier-Boley N. Robert A. (2024) How can university mathematics overcome Klein's second discontinuity? Specific course design. ZDM – Mathematics Education https://doi.org/10.1007/s11858-024-01604-9 ·

Publications D. Butlen et al. (importantes) et thèses (co-) dirigées : des repères (une liste partielle , partiale, classée selon les grandes parties de l'exposé).

Les grandes parties du texte sont reprises comme structuration. Certaines références peuvent être citées deux fois.

Les ouvrages et chapitres d'ouvrage sont en bleu

Voici la suite des encadrés

I Compléments bibliographiques

II Les premiers travaux sur les apprentissages des élèves (1980-2000)

1. DEA et thèse de troisième cycle (1980-1986)
2. Premières recherches sur le calcul mental et la résolution de problèmes (1986-1992)
3. Les recherches sur les élèves en difficulté issus de milieux socialement défavorisés (1993-2000)
4. Un effort de rationalisation de pratiques de formation (1982-2000)

III Les recherches sur les pratiques des professeurs des écoles et sur leur formation (2000-2018)

1. Nos recherches sur la formation
2. Nos recherches sur les pratiques des professeurs des écoles en ZEP
3. Des principes de formation

IV Retour sur les apprentissages des élèves, les cheminements cognitifs individuels des élèves (2016-2024)

I Complements bibliographiques

Arditi S. (2011) Variabilité des pratiques effectives des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens, Thèse de doctorat, Université de Paris VII, IREM de Paris VII, Paris

BOERO P. (1989) Mathematical literacy for all experiences and problems*, Proceedings of PME* XIII

Charlot B., Bautier E., Rochex J.Y. (1992) *Ecole et savoir dans les banlieues... et ailleurs*, Paris, Armand Colin

Clot Y., (1999), *La fonction psychologique du travail*, Paris, PUF

Fischer J.P., (1981) Développement et fonctions du comptage chez l'enfant de trois à six ans», *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 2-3, pp. ,Editions La Pensée Sauvage, Grenoble

Fischer J.P., (1987) L'automatisation des calculs élémentaires à l'école, *Revue Française de Pédagogie* n°80, 17-24 , Paris

Houdement, C. (1995) Projet de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies. Thèse de doctorat, Université de Paris VII, IREM de Paris VII, Paris

Houdement C.,(2013) *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*, note de synthèse HDR, Université Paris Diderot, IREM

Houdement C., Kuzniak A. (1996), Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 16/3, 289-322, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble

Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*. Rennes Presses Universitaires de Rennes.

Kuzniak A., (1994) *Etude de stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs des maîtres du premier degré.* Thèse de doctorat, Université de Paris VII, IREM de Paris VII, Paris

Lahire B. (1993) *Culture écrite et inégalités scolaires*, Lyon, Presses Universitaires de Lyon

Mangiante C. (2007) *Une étude de la genèse des pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques : prédétermination et développement*, Doctorat de didactique des mathématiques, Paris, IREM Paris 7, université Denis Diderot - Paris 7

Masselot P. (2000) : *De la formation initiale en didactique des mathématiques (en centre IUFM) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des professeurs d'école (une étude de cas),* Doctorat de didactique des mathématiques, Paris, IREM Paris 7, université Denis Diderot - Paris 7

Peltier M-L., (1995) *La formation initiale en mathématiques des professeurs d'école : entre conjoncture et éternité*, Thèse de Doctorat, Paris, IREM Paris 7-Université Paris VII.

Perrin-Glorian M.J. (1992) *Aires et surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6ème* Thèse de Doctorat d'État, Paris, Université de Paris VII

Robert A., Rogalski J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche*, Canadian Journal of Science, Mathématics and Technology Education* 2 (4), 505-528, Toronto

Vergnes D. (2001) Effets d'un stage de formation en géométrie sur les pratiques d'enseignements d'école primaire, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 21/1.2, 99-122, Grenoble, La Pensée Sauvage,

Vygotski L.S. (1985) *Pensée et langages*, Paris, Ed Sociales

II Les premiers travaux sur les apprentissages des élèves (1980-2000)

1. *DEA et thèse de troisième cycle*

Butlen D. (1985), Introduction de la multiplication à l'école primaire : histoire, analyses didactiques, manuels scolaires[82], *Cahier de didactique des mathématiques* n° 19, Paris, IREM Paris 7, université de Paris 7

Butlen D., (1986) : *Apport de l'ordinateur à l'apprentissage des écritures multiplicatives au cours élémentaire*. Thèse de troisième cycle de didactique des mathématiques, IREM Paris 7

Butlen D., Lethielleux C., (1986) *Utilisation de l'ordinateur pour l'apprentissage d'un algorithme de calcul de produits*, Cahier de didactique des mathématiques n°25, IREM de Paris 7

2. *Premières recherches sur le calcul mental et la résolution de problèmes (1986-1992)*

Butlen D., Pézard M. (1989b), *Calcul mental, calcul rapide*, brochure n° 78, Paris, IREM Paris 7, université de Paris 7

Butlen D., Pézard M. (1990), Calcul mental, calcul rapide, *Grand N*° 47, 35-59 IREM de Grenoble, université Joseph Fourrier, Grenoble 1

Butlen D., Pézard M. (1992), Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs, une expérimentation du CP au CM2, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol 12.2.3, 319-368, La Pensée Sauvage, Grenoble

Butlen D., Pézard M., (1992), « Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs, une expérimentation différence primaire secondaire du CP au CM2 », *Recherche en Didactique des Mathématiques, vol 12/2.3, 319-368,* Grenoble, La Pensée Sauvage

3) *Les recherches sur les élèves en difficulté issus de milieux socialement défavorisés (1993-2000)*

a) *Les recherches sur les liens entre construction du sens et maîtrise de techniques opératoires*

Butlen D., Pézard M (1997), Rapports entre habiletés calculatoires et prise de sens dans la résolution de problèmes numériques, étude d'un exemple : impact d'une pratique régulière de calcul mental sur les procédures et performances des élèves de l'école élémentaire, *Cahier de DIDIREM n°27*, Paris, IREM Paris 7, université de Paris 7

Butlen D., Pézard M,, Montfront A.M. (1998) Le rôle du calcul mental dans la connaissance des nombres, des opérations et dans la résolution de problèmes In Commission Inter-IREM Premier Cycle, *Des mathématiques en sixième*, 33-42, Nantes, IREM de Nantes[83]

Butlen D., Pézard M. et al. (2000), « Calcul mental et résolution de problèmes numériques au début du collège *», Repères IREM, n° 41*, 5-24, Topiques éditions, Metz

Butlen D., Pezard M. (2003), Une contribution à l'étude des rapports entre habiletés calculatoires et résolution de problèmes numériques à l'école primaire et au début du collège, *Spirale, Revue de Recherche en Education*, vol 31, 117-140, Lille.

b) *Les recherches sur les élèves en difficulté issus de milieux socialement défavorisés, des cheminement cognitifs des élèves aux intériorisation personnelles*

Butlen D. (1991), Quelques remarques sur les tests nationaux d'évaluation en CE2*, Grand N n*°49, 49-59, Grenoble, IREM de Grenoble, université Joseph Fourier, Grenoble 1

Perrin-Glorian M.J, Butlen D., M. Lagrange, (1991), Une expérience d'enseignement de mathématiques à des élèves de sixième en difficulté, *Repères-IREM* n°3[84], 97-139, Metz, Topiques Editions,

Butlen D., Pezard M. (1992), Situations d'aide aux élèves en difficulté et gestion de classe associée, *Grand N* n°50, 29-58, Grenoble, IREM de Grenoble, université Joseph Fourier, Grenoble 1

Butlen D., Pezard M. (1992), Une expérience d'enseignement de mathématiques à des élèves de CE2 en difficulté, *Cahier de DIDIREM*, n°13, Paris, IREM Paris 7, université de Paris

Butlen D., Pézard M., (2003), Étapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation, *Recherche en Didactique des mathématiques*, vol. 23.1, 1-40, Grenoble, La Pensée sauvage

Butlen, D. (2004). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs des écoles*, Habilitation à Diriger des Recherches en Sciences de l'Éducation, Université de Paris 8.

Butlen D. (2007) *Le calcul mental, entre sens et technique*, Presses universitaires de Franche Comté, Besançon

Butlen D., Pézard M., (2007) Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté, *Grand N, 79,* 3-32, IREM de Grenoble, université Joseph Fourrier, Grenoble 1

Butlen D., Charles-Pézard M., Masselot P. (2015), *Apprentissage et inégalités au primaire : le cas de l'enseignement des mathématiques en éducation prioritaire*, rapport conférence de consensus numération, CNESCO

4) Un effort de rationalisation des pratiques (1980-2000)

Butlen D, Trehard F. (1983), *Instruments de géométrie*, brochure n° 51, Paris, IREM Paris 7, université de Paris 7 (*)

Butlen D., Bolon J. (1988), Un enseignement sur la multiplication en formation initiale, *In actes de la première université d'été des professeurs d'école normale, Olivet juillet 1988,* 194-201, Bordeaux, IREM de Bordeaux, université de Bordeaux 1

(*) Butlen D., Bolon J. (1988), La régulation d'une leçon, *In actes de la première université d'été des professeurs d'école normale, Olivet juillet 1988,* 245-249, Bordeaux, IREM de Bordeaux, université de Bordeaux 1

(*) Butlen D., Bolon J. (1991), Ce que peut apporter l'expérience de l'école primaire pour la formation des professeurs du second degré, contribution au document n°3 pour la formation des enseignants *: In actes de la journée de réflexion organisée le 06 / 04 / 91 à Paris par la Commission Inter-IREM Université (C.I.I.U*) et l'équipe DIDIREM (juin 1991), Paris, IREM Paris 7, université de Paris 7

[82] Ce cahier reprend le premier chapitre de la thèse de troisième cycle

[83] L'article publié dans le n°41 de Repères-IREM reprend cette contribution avec quelques modifications

[84] Cet article a également été publié dans la collection des cahiers de DIDIREM :

(*) Perrin-Glorian M.J., Butlen D., M. Lagrange, (1991), Une expérience d'enseignement de mathématiques à des élèves de sixième en difficulté, *cahier de DIDIREM n°5,* Paris, IREM Paris 7, université de Paris 7

(*) Butlen D., (1991), Quelques idées générales sur la place de la didactique des mathématiques dans la formation des maîtres, contribution au *document pour la formation des enseignants*, n°5, Paris, IREM Paris 7, université de Paris 7

Butlen D., Pézard M. (1991), Un enseignement de didactique des mathématiques à des futurs instituteurs-maîtres-formateurs, *Document n°4 pour la formation des enseignants*, n°4, Paris, IREM Paris 7, université de Paris 7

(*) Butlen D., Pézard M. (1992), Interactions Espace-plan, In COPIRELEM *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, Tome I*, *Actes stage national des formateurs de mathématiques du premier degré, Cahors*, 75-81, Paris, IREM de Paris 7, Université de Paris 7

(*) Butlen D., Pézard M.), Analyse de préparation sur les écritures multiplicatives au CE1, In COPIRELEM *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, Tome I*, *Actes stage national des formateurs de mathématiques du premier degré, Cahors*, 115-121, Paris, IREM de Paris 7, Université de Paris 7.

(*) Butlen D., (1992), Analyse d'une séquence sur la division au CM1, In COPIRELEM *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, Tome I*, *Actes stage national des formateurs de mathématiques du premier degré, Cahors*, 123-124, Paris, IREM de Paris 7, Université de Paris 7.

(*) Butlen D., (1992), Activités autour du calcul mental, In COPIRELEM *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, Tome I*, *Actes stage national des formateurs de mathématiques du premier degré, Cahors,* 125-129, Paris, IREM de Paris 7, Université de Paris 7.

B Butlen D., Bolon J. (1992), la didactique des mathématiques en formation des maîtres, quelques questions posées par des enseignements de didactique en formation initiale et continue de professeurs d'écoles, de collèges et de lycées, *document pour la formation des enseignants,* n°8, Paris, IREM Paris 7, université de Paris 7

Butlen D., Houdement C., Peltier M.L. (1993) Etude de situations construites selon un schéma de type dialectique outil-objet en formation de professeurs d'école , In *ARDM, Actes de la Septième Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques,* Saint-Sauves d'Auvergne, 113-116, IREM de Clermont-Ferrand

Butlen D., Henri M. (1993b) Pratiques d'observations de classes dans la formation initiale des enseignants *In ARDM, Actes de la Septième Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques,* 140-150, Saint-Sauves d'Auvergne, IREM de Clermont-Ferrand

Butlen(1994), La place et le rôle de la didactique des mathématiques dans la formation professionnelle des professeurs d'école, *Animation et éducation, n°123*, 22-23, Paris

Butlen D., Peltier M.L. (1994), L'état de la réflexion sur la place et le rôle d'un enseignement spécifique de didactique en formation des professeurs d'école, *Document pour la formation des enseignants*, n°9, Paris, IREM Paris 7, université de Paris 7

Butlen, D. (1997) Ateliers d'analyse de pratiques professionnelles en formation initiale des professeurs d'école. In COPIRELEM *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, Tome V*, *Actes stage national des formateurs de mathématiques du premier degré, Rennes,* 95-107*,* Paris, IREM de Paris 7, Université de Paris 7

Butlen D. (1997) Enseigner à des élèves en difficulté, scénario de stage de formation continue. In COPIRELEM *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, Tome V*, *Actes stage national des formateurs de mathématiques du premier degré, Rennes,* 65-86 *,* Paris, IREM de Paris 7, Université de Paris 7

Butlen D. , Lepoche G., (1998) Analyse d'entretiens à chaud lors d'ateliers professionnels. In COPIRELEM *Actes du colloque national des formateurs de mathématiques du premier degré (Loctudy)*, 249-280, Brest, IREM de Brest.

III Les recherches sur les pratiques des professeurs des écoles et sur leur formation (2000-2018)

1) Nos recherches sur la formation

Butlen D., Masselot P. (2001) : Exemple de routines au CP : Pratiques en mathématiques d'un professeur d'école en première nomination, In *ARDM, Actes de la XIème école d'été de didactique des mathématiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage

Butlen. (2003) Les gestes professionnels des professeurs d'école débutants, leur acquisition en formation initiale In COPIRELEM, *Concertum, Carnets de route de la COPIRELEM*, tome 3, 76-86, ARPEME, Paris

Butlen D., Charles-Pézard M., Masselot P. (2013) Que peut apporter l'expérimentation de situations à ≪ fort potentiel adidactique ≫, en vue d'un enseignement en direction d'élèves présentant des troubles cognitifs ou du comportement, sur la viabilité de ces situations ? In *actes du colloque ACFAS*, Sherbrooke, Canada

Butlen D. et al (2015) (Editeur) *Actes de la 17e école d'été de didactiques des mathématiques*, *Rôles et places de la didactique et des didacticiens des mathématiques dans la société et dans le système éducatif*, La Pensée sauvage

2) Nos recherches sur les pratiques des professeurs des écoles en ZEP

Butlen D., N'gono B., Peltier-barbier M.L., Pezard M. (2001), Pratiques professionnelles de professeurs d'école enseignant les mathématiques à des publics difficiles (ZEP/REP), éléments de méthodologie et premiers résultats*. In* ARDM *CD/ROM actes de la 11ème école d'Eté de Didactique des mathématiques*, Corps

Butlen D., N'gono B., Peltier-barbier M.L. (2002) Pratiques des professeurs d'école en REP et dispositifs d'accompagnement, *In IUFM Bordeaux, Actes du colloque 4ème colloque International Inter-IUFM,* Bordeaux, avril 2002, France (*)

Butlen D., N'gono B., Peltier-barbier M.L., Pezard M. (2002*),* Pratiques professionnelles de professeurs d'école enseignant les mathématiques à des publics difficiles (ZEP/REP), éléments de méthodologie et premiers résultats*, In ARDM, Actes du séminaire national de Didactique des mathématiques*, Paris, Université de paris 7, IREM de Paris 7

Butlen D., PELTIER M.L., PEZARD M. (2002) Nommés en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en REP : cohérence et contradictions, *Revue Française de Pédagogie n°140*, 41-52, Paris.

Butlen D., Masselot P., Pézard M., (2003) De l'analyse de pratiques effectives de professeurs d'école débutants nommés en ZEP/REP à des stratégies de formation, *Recherche et Formation,* n°44, 45-61, Paris, INRP

Butlen D. (2004) Stratégies et gestes professionnels de professeurs d'école débutants enseignant les mathématiques dans des écoles de milieux défavorisés : un enjeu pour les apprentissages, In *COPIRELEM, Actes du 31e colloque des professeurs de mathématiques d'IUFM,* Foix, IREM de Toulouse

Butlen D., Masselot P., Pézard M., (2004), De l'analyse de pratiques effectives de professeurs d'école débutants nommés en ZEP/REP à des stratégies de formation, *Recherche et formation, n° 44*, Paris, INRP

Butlen, D. (2004). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs des écoles*, Habilitation à Diriger des Recherches en Sciences de l'Éducation, Université de Paris 8.

Butlen D. (2004) Contributions In PELTIER- BARBIER M.L. *Dur d'enseigner en ZEP,* Editions la pensée Sauvage, Grenoble ; Deux points de vue pour analyser les pratiques observées, Partie I, chapitre 2 33-42 ; Des exemples de difficultés liées à l'appropriation de gestes professionnels attachés à un enseignement de mathématiques en formation initiale de professeurs d'école Partie II, chapitre 6, 119-129 ; Conclusion de la partie 2, Partie II, Conclusion, 151-153 ; Conclusion de la partie 3, Partie III, Conclusion, 215-218 ; Retour au cadre théorique et à la méthodologie présentés dans la première partie, Partie II, chapitre 2, 63-68 ; Quelques exemples de routines et de gestes professionnels efficaces, Partie II, chapitre 5, 103-118 ; Des résultats relatifs aux pratiques de professeurs débutants ou confirmés enseignant en ZEP/REP Partie II, chapitre 3, 69-81 ; Dur pour les élèves, dur pour les enseignants, dur de changer quelque chose… : des perspectives ? Conclusion, chapitre 3, 219-233 ; Illustration des i-genres de pratiques et des recompositions singulières, Partie II, chapitre 4, 83-101

Butlen D, Durpaire J.L. (2015) *Enseigner les mathématiques à l'ère du numérique*, Canopé, Paris

Charles-Pézard M., Butlen D., Masselot P. (2012) Deux dimensions de l'activité du professeur des écoles exerçant dans des milieux défavorisés : installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique, In Elalouf M.L., Robert A. et al *Les didactiques en question(s)*, 110-120, De Boeck, Bruxelles

Butlen D., Charles-Pézard M., Masselot P. (2013) Analyse des pratiques des professeurs débutants nommes dans des écoles de milieux défavorisés, In *actes du colloque ACFAS*, Sherbrooke, Canada

Butlen D., Charles-Pézard M., Masselot P. (2014) Enseigner les mathématiques en ZEP : un défi pour la formation initiale et continue des professeurs des écoles, In Meskel-Cresta M., Nordmann J.F, Bongrand Ph., Boré C., Colinet S., Elalouf M.L., *Ecole et Mutation,* 265-277, De Boeck, Louvain-le Neuve

3) Des principes de formation

Butlen D., Masselot P., Mangiante C. (2017), Routines et gestes professionnels, un outil pour l'analyse des pratiques effectives et pour la formation des pratiques des professeurs des écoles en mathématique, *Recherches en didactiques*, *25-40*, Lille

Butlen D., Masselot P., (2018), De la recherche a la formation comment enrichir les pratiques des enseignants afin de favoriser les apprentissages des élèves en mathématiques, *Recherche et Formation*, *87-2018, 61-76*, IFE

Butlen D., Masselot P., (2019), Enjeux et modalités de formation pour les professeurs des écoles en didactiques des mathématiques, *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Techonology Education,* Canada

Butlen et al (2023), Guide pour le formateur d'enseignants de mathématiques, Programme APPRENDRE, Alliance Universitaire de la Francophonie, Paris

IV Retour sur les apprentissages des élèves, les cheminements cognitifs individuels des élèves (2016-2024)

Butlen D., Masselot P., (2020) Enseigner la soustraction, M@gistère, Ministère de l'Éducation Nationale, consultable en ligne sur le site https://magistere.education.fr/

Butlen D., (2021), Résolution de problème et élèves en difficulté, conférence académie de Marseille, consultable en ligne : https://podv2.unistra.fr/video/47266-resolution-de-problemes-et-eleves-en-difficulte-conf-de-d-butlen/

Ministère de l'Éducation nationale (2021) *Le guide « Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP »* , Eduscol, Paris, consultable en ligne : https://eduscol.education.fr/document/3738/download?attachment

Annexe

A propos du méta

Activité, activités, action

ZPD et extensions

Théorie de l'Activité en didactique des mathématiques

A propos du méta

Le seul vocabulaire mathématique ne suffit pas à dire ce qui engage l'activité des élèves – d'où notre attention au méta : ce sont des commentaires en langage courant (à peu près) sur les mathématiques et le faire des mathématiques. On peut les trouver comme aide aux élèves et plus généralement en accompagnements.

Ils sont de différents niveaux de généralité :

- très généraux : exemple en classe – « toujours se poser la question : qu'est-ce que vous avez à votre disposition ? » ;
- pouvant porter sur le savoir : « Thalès et Pythagore font une passerelle entre le monde numérique et le monde géométrique » ;
- liés directement à des activités sur un contenu : méthodes par exemple ; mises en garde et conseils ; allusions à la mémoire ; structuration ; interprétations.

On conçoit le lien de l'étude et de la production de commentaires méta avec le relief.

Activité, activités, action

(voir aussi ci-dessous le texte de Vandebrouck)

Le mot « activité » n'est pas sans ambiguïté, il est souvent utilisé soit pour désigner une tâche, comme dans les « activités d'introduction » des manuels, soit comme synonyme d'action, en sens exécution mathématique (dans le vocabulaire courant des enseignants). Il est temps de chercher à s'en expliquer…

Dans notre propos, inspiré par Léontiev[85], les activités comprennent une part mentale, qui s'ajoute à ce qui est observable, fait, dit, écrit, c'est-à-dire ce qu'on pourrait appeler « actions ». En fait, Léontiev et d'autres auteurs introduisent encore d'autres nuances dans ces définitions. Léontiev développe la notion, en plaçant l'activité entre le but de l'action du sujet (qui peut être insuffisant à la poursuivre) et son mobile, le sens qu'il lui donne, qui l'invite à agir, même à son insu. L'activité est source de nouveaux mobiles, elle maintient ou referme les possibles. Léontiev donne comme moyens de réaliser l'action ce qu'il appelle des opérations, qui correspondent à nos actions dans le cas des mathématiques.

[85] Ici nous simplifions.

Nous prenons une définition d'« activité » inspirée des théories de Leontiev *et al*. (1966, cité dans la référence de Galpérine), mais simplifiée : cela comprend une action (y compris mentale, mais souvent associée à quelque chose d'écrit ou d'oral) – développée notamment dans une résolution d'exercice ou pendant l'écoute d'un cours. Leontiev y associe un motif à l'origine de l'action, lié à une tâche mathématique (énoncé ou cours) et à une injonction de l'enseignant. Ce motif est ainsi en général une demande de recherche d'exercice, ou la révision d'un contrôle, ou une évaluation, ou encore l'écoute d'un cours ou d'une correction d'exercice. L'action pour lui nécessite la mise en acte d'opérations (contestable, à vérifier) : des mises en fonctionnement de connaissances, souvent contextualisées, comportant des traitements plus ou moins directs et des adaptations[86], mais aussi des usages d'instruments dont les TICE. Nous y ajoutons l'écoute des cours.

Une autre définition de l'activité consiste à prendre en compte ce que l'élève pense, dit ou non, fait ou non, par exemple sur une tâche : les opérations correspondent à ce qui est visible, fait et dit, l'action y ajoute la pensée, et l'activité au sens de Leontiev y inclut ce qui en est à l'origine.

D'autres comme Galperine associent activités et orientation, exécution, contrôle – ce serait les exécutions qui se rapprocheraient de nos actions (là encore à préciser davantage).

Quoi qu'il en soit, pour nus, ce sont seulement des traces de l'activité qui sont observables, plus ou moins d'ailleurs – et même très peu pendant les cours. C'est cependant aux activités que nous associons la conceptualisation, comme processus.

L'action, au sens restreint posé ci-dessus, associée à ce qu'on peut voir que les élèves font à partir d'une tâche, ne suffit ainsi pas en elle-même aux apprentissages. Elle entraîne sans doute une certaine familiarisation des élèves avec les connaissances visées mais doit être suivie de différentes abstractions, généralisations, mémorisations, voire prises de conscience, en un mot intériorisations, conduisant l'élève, dans un processus pouvant engager plusieurs actions, à la conceptualisation visée (cf. Piaget, et Vygotski, ci-dessous). Pour cela l'élève doit compléter son action, notamment en classe, par une élaboration mentale inobservable qui la dépasse. Ce peut être par transformation d'un certain quantitatif en qualitatif suite à des reprises ou répétitions d'actions analogues, ou grâce à des explications ciblées. Autrement dit, ce qu'il faut ajouter à l'action pour qu'on puisse parler d'activité tiendrait à une certaine prise de conscience "interne" même non explicite[87], et cela ne se produit pas nécessairement lors de l'effectuation automatique d'une tâche, déclenchée par un mot ou un contexte, qui ne fait pas toujours en elle-même "gagner" quoi que ce soit... Ces « ajouts » peuvent être ainsi provoqués ou non, au moins en partie, par l'enseignant, voire par d'autres élèves. Certaines aides constructives[88], et nous ajouterons plus loin certaines proximités (cf. chapitre 2), peuvent participer à la transformation action/activité (cf. ci-dessous pour une nouvelle précision de Fabrice Vandebrouck à ce sujet). C'est le cas lorsque le professeur aide à résoudre un exercice déjà démarré en explicitant ce qui « sert ». Il contribue à installer la connaissance visée, grâce à l'évocation d'un aspect décontextualisé qui s'accroche bien à ce qu'a déjà fait ou dit l'élève (cf. Vygotski et le modèle de la ZPD, ci-dessous).

[86] Il existe des listes dans des textes déjà publiés, par exemple Robert *et al* (2012) pages 70-71.

[87] Vygotski évoque la nécessité d'une internalisation des connaissances à partir d'une expression collective, partagée, en classe dans notre cas (cf. annexe 1).

[88] Cf. Robert *et al.* (2012) pages 112, 114, 139.

ZPD et extensions

(cf. Van der Veer et Valsiner, 1991)) : la question posée par l'adoption de ce concept en didactique des mathématiques est celle des rapports entre connaissances proches, nouvelles connaissances et activités.

Deux développements s'introduisent naturellement.

Le premier déjà présent chez Vygostki lui-même est repris par Brossard (1993, 1999) : c'est l'idée de l'intériorisation de la ZPD, avec une ZPD externe et une ZPD interne qui lui succède (cf. encadré ci-dessous). Y participent les idées de prise de conscience et de collectif. Quel est le rôle du méta à ce sujet, cela reste posé.

> De manière plus approfondie, certains évoquent une *ZPD externe et une autre interne* (cf. Brossard, 1999, 1993) – nous ne reprendrons de cette discussion que le début. Vygotski compare ainsi un apprentissage à un voyage dans deux contrées très différentes – un paysage visible, un deuxième dans l'obscurité. Pendant le premier, un adulte ayant construit avec un enfant un contexte intersubjectif, s'efforce de mettre à sa disposition des contenus nouveaux. La Zone proximale est ainsi bornée entre ce que l'enfant sait faire seul et ce qu'il sait faire avec l'aide d'autrui. « *the ZPD is the distance between his actual development determined with the help of independently solved tasks, and the level of potential development, determined with the help of tasks solved by the child under the guidance of adults and in cooperation with his more intelligent partners"* (Vygotski, chapitre 6, 1933 in Van de Veer et Valsiner, 1991, p. 337).
>
> Le deuxième voyage repose sur l'établissement de nouvelles connexions entre connaissances nouvelles et conceptions [ou connaissances] spontanées [ou antérieures]. Vygotski pense ainsi que tout un travail est encore à accomplir par l'élève : travail de reprise et d'élaboration interne des connaissances. Il pense à une *histoire conceptuelle interne* se déroulant sur un *temps long,* processus dont il s'efforce de décrire quelques-unes des principales caractéristiques : d'une part les structures de généralisation qui ont fait l'objet d'un enseignement-apprentissage commencent à se lester d'un contenu et d'autre part la structure des connaissances antérieures du sujet dans un domaine particulier va se réorganiser et accéder à un nouveau plan de généralité. Vygostki (ibidem) écrit à ce sujet : *Cependant, au moment où elles font l'objet d'un apprentissage, les structures de généralisation apprises […] fonctionnent encore faiblement du fait de leur pauvreté en déterminations concrètes. Le concept de système décimal se chargera de déterminations lorsque l'élève pourra le faire fonctionner sur un ensemble d'opérations arithmétiques. Inversement telle opération particulière changera de sens lorsque l'élève pourra l'inclure dans un système général d'opérations*.
>
> Le premier voyage est clairement lié aux apprentissages et à l'enseignement, le deuxième étant plus du ressort du développement psychologique (cognitif). De fait, et plus généralement, les rapports entre internalisation et externalisation traversent toute l'œuvre de Vygotksi et nous n'en avons là qu'un épisode.

Les prises de conscience (Brossard, ibidem)

Dans tous les cas il y a l'idée, sous-jacente, de prise de conscience - la conscience émergeant de l'action (on le retrouve dans les deux acceptions), et l'idée (très Vygotskienne, reprise par Léontiev) de passage (transformation) de processus externes (conduits en coopération avec d'autres) à une intériorisation nécessaire, notamment grâce à une médiation, par différents moyens (y compris le langage). Ainsi les prises de conscience émergent de l'action et du travail avec l'enseignant : non seulement le maître fait en sorte que l'élève construise un concept mais de plus il attire son attention sur les processus mêmes par lesquels il construit ce concept.

Variations sur les ZPD externe et interne et les prises de conscience

L'autre développement, associé à une question que nous nous sommes posée depuis longtemps, concerne l'établissement d'une ZPD, « à partir » de rien ou de pas grand-chose… Ce serait le cas lorsqu'on n'est plus dans un schéma de type concepts quotidiens/concepts scientifiques. La notion de pseudo-concepts peut peut-être faire avancer à ce sujet (cf. encadré ci-dessous).

L'hypothèse complète que nous faisons du côté des élèves est qu'une intervention appropriée de l'adulte ou d'un pair, **au cours d'une activité mathématique précise**, peut amener un apprentissage, appuyé sur les connaissances déjà-là mais les dépassant pendant le travail partagé, dans cette zone de proche développement. Nous avons travaillé sur des aides de type explicitation (aides constructives) et nous développerons plus loin les proximités (cf. chapitre 2). Toutes sont portées par des commentaires explicitant les liens entre ce qui est déjà là, su ou fait, chez les élèves et ce qui est visé, les rapprochant ainsi. Nous les avons qualifiés de méta parce qu'ils portent sur ce qui est en jeu. Ce peut être en termes de généralisations, ou d'instanciation. Mais comment agit le méta ? Nous nous demandions déjà avec Robinet en 1996 comment choisir les commentaires méta[89] à faire aux élèves : ils étaient conçus comme devant les aider à comprendre ce qui est en jeu dans une situation, entre ce qu'ils déploient comme activité et ce qui est visé ou appliqué. Cette question s'est précisée et élargie en une interrogation sur l'opérationnalisation des notions de ZPP et de proximités, très générales.

[89] Nous parlions alors de métaconnaissances pour signaler des connaissances sur les mathématiques.

Pseudo-concepts, préconcepts et niveaux de conceptualisation

Vygotski évoque des formes de pensée qui précèdent les concepts dans sa description de l'évolution de la pensée de l'enfant en termes de formation de concepts. Pseudo-concept d'abord, qui clôt le deuxième stade du développement de la pensée de l'enfant, « *c'est quelque chose qui en apparence coïncide pratiquement avec les significations de mots des adultes mais qui en dedans en diffère profondément* (ibidem, p. 173). C'est cependant ce qui permet d'établir *entre eux une compréhension et une communication verbale puisque leurs pensées se rencontrent en fait dans des complexes-concepts qui coïncident (*ibid page 176*)*. Plus tardifs les préconcepts, qui correspondent *à des généralisations d'objets antérieurement généralisés* (ibid. page 302*).* Difficile de ne pas évoquer l'abstraction réfléchissante de Piaget.

Sans garder ce qui concerne l'évolution de la pensée enfantine au cours des années, l'image du pseudo-concept nous semble s'adapter, métaphoriquement, à ce qui se passe pendant l'apprentissage des concepts mathématiques initié par un cours. Ainsi l'exposition des connaissances faite par l'enseignant « installerait » d'abord un pseudo-concept chez les élèves, qui en aurait l'apparence verbale mais à qui manquerait la consistance conceptuelle. Ce serait les mises en application ultérieures qui conduiraient à la conceptualisation attendue, intériorisée par chacun, par exemple grâce à des recontextualisations – à expliciter comme telle. Cette installation d'un pseudo-concept provisoire, en partie verbal, serait facilitée par ce que l'enseignant contribue à y associer, collectivement, dans ce qui a été fait, dit, ou est déjà su. Ce à quoi il « fait penser » les élèves préparerait ainsi la suite.

La formation d'un concept serait peut-être précédée par la formation de préconcepts, là encore sans garder ce qui concerne l'évolution de la pensée de l'adolescent. Les niveaux de conceptualisation que nous distinguons au fur et à mesure de la scolarité peuvent peut-être ainsi correspondre à ces préconcepts.

Pseudo-concepts

Théorie de l'Activité en didactique des mathématiques –

(F. Vandebrouck : extraits)

In Flores GonzálezM., Kuzniak A., Nechache A., Vivier L. (2020) Regards croisés sur le travail mathématique en contexte éducatif, pp 43-64 *Cahier du Ldar* 21 Irem de Paris, http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/publications/IPS20001.pdf

Cadre général

Dans notre démarche théorique, nous prenons comme entrée pour étudier les relations enseignement-apprentissage d'un contenu mathématique donné, ce qui se fait dans la classe de mathématiques, dans son contexte historique et institutionnel, mais aussi parfois plus largement culturel et social (dans certaines recherches sur les ZEP par exemple). Il s'agit donc d'une importation en didactique des mathématiques de la théorie de l'activité (TA). La classe est un environnement de l'Activité (grand A), composé des élèves, du professeur et d'un ensemble d'autres médiateurs des activités des élèves et du professeur, comme les ressources ou des artefacts numériques par exemple[90]. Dans cette perspective théorique, les interactions, et donc les déroulements des séances en classes de mathématiques, sont aussi cruciaux que les analyses des tâches proposées aux élèves.

La théorie de l'activité à laquelle nous référons prend sa source dans les travaux de Vygotski (1986), développés ensuite par Léontiev (1984). Léontiev poursuit les travaux de Vygotski sur les processus d'apprentissages individuels mais introduit la dimension collective dans ces processus, utilisant à cet effet un terme russe traduit ensuite par « activité » – au sens de collectif historico-socio-culturel, comme dans « l'activité de classe ». Cette dimension de l'activité embarque les différents acteurs, en particulier l'enseignant et les élèves, dans leurs interactions. Mais Léontiev poursuit aussi l'œuvre de Vygotski sur l'importance des médiations dans les processus d'apprentissages individuels des sujets en action. Le terme activité a donc deux sens qu'il convient de distinguer : l'activité au sens « système d'activité », qui est développé ensuite par Engeström[91] - et qui sera noté avec un grand A – et activité avec une orientation individuelle et cognitive, qui est développée dans l'école française en ergonomie cognitive puis en didactique professionnelle. Cette dernière approche permet d'articuler les apports de Piaget (1985) et Vergnaud (1990) sur les processus développementaux aux apports de Vygotski et Léontiev précédents. C'est dans la lignée de cette école française que nous nous situons. Les interrelations entre activité des sujets et Activité (grand A) de classe constituent un chantier de recherche encore à investir.

Dans notre cas, c'est plus précisément une approche double qui nous guide[92], articulant théorie de l'activité et didactique des mathématiques pour l'analyse imbriquée de l'activité de l'enseignant et celle des élèves dans la classe. Cela permet de comprendre la contextualisation des processus d'enseignement-apprentissage, compte tenu des contenus mathématiques en jeu, des déroulements dans la classe, et du contexte de l'activité (ou de l'Activité), découlant notamment de l'activité de l'enseignant, de ses pratiques habituelles mais aussi plus largement de l'établissement, de la communauté des enseignants, de la noosphère… Au centre de notre usage de la théorie de l'activité, nous plaçons les activités mathématiques des élèves (on dira juste « activités»), processus cognitifs individuels qui nous permettent d'apprécier les apprentissages potentiels (Abboud, Robert, Rogalski, & Vandebrouck, 2017 ; Vandebrouck et Robert, 2017).
Ce cadrage inclut l'adoption d'hypothèses sur les apprentissages[93] et leur adaptation aux mathématiques en situation scolaire. Ces hypothèses se traduisent notamment en termes de conceptualisation mathématique, les

---

[90] On peut dire que nous adoptons une entrée par les sujets qui constituent la classe de mathématiques alors que la TAD propose plutôt une entrée complémentaire par les savoirs et la TSD par les situations.

[91] Selon Engeström et al. (1999), la Théorie de l'Activité a été conçue comme une théorie unifiée du comportement individuel et social. Elle n'a pas l'ambition d'être une grande théorie mais elle se veut fondée sur des sujets réels et des cas concrets.

[92] Mais pas au sens de la Double Approche Didactique et Ergonomique des Pratiques enseignantes. Ici nous nous intéressons uniquement aux apprentissages des élèves même s'ils dépendent du contexte et donc des pratiques des enseignants.

[4] Les théories convoquées sont celles de Piaget et de Vygotski. La définition de la conceptualisation de Vergnaud et ses champs conceptuels sont également utilisés (la notion de niveaux de conceptualisation est insérée) tout comme des concepts et des outils généraux de la didactique des mathématiques (les registres, les cadres, les situations à dimension adidactique, le contrat…)

activités mathématiques étant constitutives du processus de conceptualisation, cette dernière étant aussi le produit visé des apprentissages. Les apprentissages ne se réduisent cependant pas à de la conceptualisation. Pendant la résolution de problème ce peut être des apprentissages de procédures par exemple. Les activités sont déclenchées par les tâches proposées, décrites en termes de mises en fonctionnement de connaissances mathématiques, et les déroulements (et donc l'ensemble des médiations dans la classe) organisés, dans le contexte précis en jeu – ce que nous appelons aussi la situation. Participent à la description de cette dernière, le scénario adopté et des caractéristiques des pratiques de l'enseignant qui incluent sans s'y restreindre les choix de tâches et de déroulements. Les activités varient d'un élève à l'autre et sont en partie inaccessibles : seules les activités possibles, inférées des observations, sont accessibles par reconstruction.
Méthodologiquement, on adopte donc sur l'Activité dans la classe (plutôt l'Activité DE classe) une perspective cognitive concernant les tâches prescrites aux élèves – et leur organisation – (traduites en terme d'« itinéraire cognitif », succession des activités mathématiques attendues) et une perspective « médiative » qui s'intéresse à tous les médiateurs de l'activité des élèves pendant les déroulements (le rôle et le discours de l'enseignant, les échanges entre élèves mais aussi les outils disponibles, etc). Ces deux perspectives complémentaires correspondent à deux temps de notre méthodologie générale et permettent d'inférer les activités possibles[94] des élèves.

Retour sur Activité, activité, actions

La théorie de l'activité dans la tradition de l'école française[95] est une théorie du sujet agissant dans un but précis, éprouvant un besoin (motif ou mobile de l'activité). En reprenant Léontiev (1984), on retrouve donc la distinction entre « but » et « motif » : dans le cas du sujet individualisé, le motif de l'activité (petit a), moteur direct de l'activité que le sujet développe pour satisfaire son besoin, « pousse » l'activité ; tandis que le but, représentation mentale du résultat futur de l'activité, « tire » l'activité. Mais motifs et buts peuvent être partagés, si le sujet est dans un collectif. L'exemple pris par Léontiev est souvent celui de la chasse, comme activité collective, avec un grand A. Léontiev situe en fait les motifs au niveau de l'activité (A et a, selon le contexte de l'étude) et situe les buts au niveau des actions, dans sa schématisation dynamique {A-activité / actions / opérations}. L'activité (A ou a selon le contexte) est accomplie par le biais d'actions, subordonnées aux motifs et aux buts. Les opérations sont sous-jacentes aux actions et à l'A-activité, elles dépendent à des conditions de mise en œuvre.

Dans certains écrits, on trouve aussi la notion d'« objet de l'activité » et/ou « objet de l'action ». Il faut voir que ce mot est ambigu lui aussi dans la langue française (comme « activité ») dans le sens où l'objet peut-être matériel objectif, matériel subjectif (associant la représentation que se fait le sujet de l'« objet ») et peut aussi prendre le sens de « objectif ». Quand il est matériel, on trouve aussi l'idée dans la théorie que l'activité est subordonnée aux propriétés de cet objet. Selon les différents sens que prend le terme objet et selon qu'on l'associe au niveau de l'activité ou à celui des actions, on pourra plus ou moins le rapprocher de motif et de but mais cela reste souvent assez mystérieux aussi… et pas forcément pertinent. Reste encore la sensibilité dans la théorie aux « outils de l'activité » et plus globalement au contexte de l'activité qui replace nécessairement l'activité du sujet au sein d'un collectif : l'activité est de nature collective, notamment en situation de classe, même si on va s'intéresser à l'activité des individus, élèves en premier lieu mais aussi enseignant qui pilote la classe.

La citation de Rogalski (2008) reprend autant qu'elle les résume quelques-unes des idées développée ci-dessus, intégrant l'idée de développement propre à l'approche française d'inspiration Piagétienne :

L'objet de cette théorie est une activité finalisée (par un but d'action) et motivée : le sujet vise l'atteinte de buts d'action et ce sont les mobiles de son activité qui sont le moteur de ses actions. La théorie vise l'analyse des processus en jeu chez le sujet agissant, et les processus par lesquels son activité évolue et par lesquels il se développe. Elle s'appuie sur deux notions clés : celle de sujet et celle de situation[96]. Elle différencie par ailleurs tâche et activité, qui sont respectivement « du côté de la situation » et « du côté du sujet » (Rogalski, 2008, p. 23).

---

[94] On différencie les activités possibles a minima, que les élèves développent à partir de toutes les aides qui peuvent leur avoir été fournies, les activités a maxima, qui correspondent à ce que peuvent développer des élèves rapides en travaillant sur la tâche prescrite et les activités pour tous, lors des situation en totale autonomie par exemple.

[95] Mais aussi dans l'approche contemporaine de Nosulenko en Russie

[96] Le mot « situation » ne fait pas référence à la TSD mais est à entendre dans un sens plus large et naif /attention : tu as déjà aussi utilisé situation dans un autre sens : revoir les différentes occurrences ; dans le cadre de la double régulation, la situation c'est la tâche dans son contexte (je t'accorde que j'ai déplacé la question : que couvre le

La citation ci-dessous explicite, quant à elle, la différence entre une approche cognitive stricte – comme dans l'approche proposée par la TSD – et l'approche proposée par la théorie de l'activité, qui embarque le sujet cognitif dans ce qui y est désigné par le « sujet-personne », avec toute sa complexité et son contexte :

[…] ce ne sont pas les "propriétés" ou le "fonctionnement" de la position occupée par l'enseignant dans un système didactique qui sont en jeu ici, à la différence de la perspective qui pourrait être adoptée par une didactique stricto sensu. […] Il en est de même de la considération de l'élève comme sujet-personne, non comme sujet didactique » (Rogalski, 2013, p. 3)

Et enfin l'activité (petit a) est :

[…] tout ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche : non seulement ses actes extériorisés, mais aussi les inférences, les hypothèses qu'il fait, les décisions qu'il prend dans ce qu'il fait et ce qu'il se retient de faire ; l'activité comprend aussi la manière dont le sujet gère son temps, et également son état personnel – en termes de charge de travail, de fatigue, de stress, et aussi de plaisir pris au travail –, ainsi que ses interactions avec autrui dans la situation de travail (Rogalski 2008, p. 24).

L'approche développementale de l'activité du sujet individualisé

Le développement de la théorie de l'activité adaptée en didactique des mathématiques intègre les références à Vergnaud (1990), sa notion de conceptualisation, et plus précisément les champs conceptuels[97]. Le rôle de l'action, et donc de l'activité, est au cœur du processus de conceptualisation[98] et plus largement des apprentissages mathématiques. Le terme *conceptualisation* réfère à la fois au processus de développement et à son produit. Ce produit est défini en termes de disponibilités d'un certain nombre d'aspects outils et objets de la notion visée, sur un ensemble de tâches, avec une certaine flexibilité, qu'on précise plus tard en termes d'adaptations. Selon Chesnais (2018),

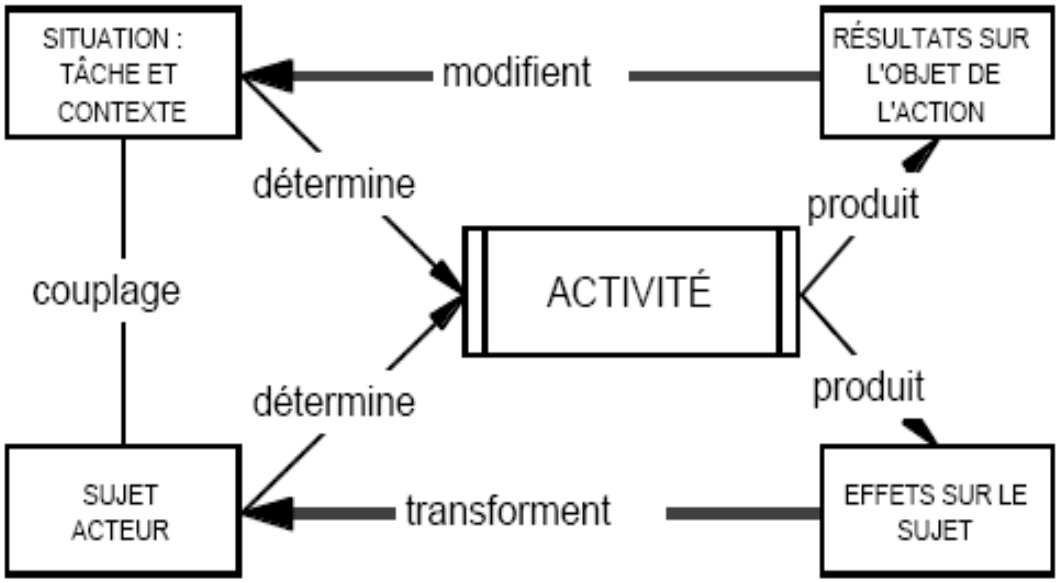
(il s'agit d'une) disponibilité sur un ensemble de tâches des dimensions outil et objet de la connaissance visée, et il comprend son organisation avec les connaissances antérieures ainsi que la maîtrise des signifiants (langagiers et non langagiers) associés (p. 25).

Le schéma de double régulation (Leplat, 1997), qui rencontre l'approche Piagétienne, matérialise l'aspect développemental dans la théorie et est fédérateur pour les chercheurs en didactique qui s'inscrivent en Théorie de l'Activité. L'activité du sujet est codéterminée par la situation (la tâche dans son contexte) et le sujet lui-même. Le versant productif de l'activité correspond aux boucles de régulations de l'activité par les modifications de la situation (typiquement des simplifications de la tâche) tandis que le versant constructif de l'activité correspond aux régulations structurantes, tournées vers le sujet lui-même. Il faut également lire ce schéma avec au moins une double échelle de temps. A court terme, les régulations sont surtout procédurales, tournées vers la réalisation de la tâche (l'atteinte du but) donc vers la situation, même si des effets constructifs incidents ou intentionnels existent, tandis que les régulations constructives sont surtout sur le long terme de l'activité.

terme « contexte ». Mais le fonctionnement d'une situation de la TSD (à caractère adidactique par exemple) peut très bien être analysé en utilisant ce schéma et avec le sens de situation utilisé ici.

[97] Même si comme nous l'avons précisé plus haut le développement n'est pas que conceptualisation.

[98] Au fond de l'action, la conceptualisation, selon Vergnaud (1996)



Le schéma de double régulation de Leplat

La sensibilité Vygotskienne dans le processus développemental met l'accent sur l'importance des médiations. Chez Vygotski, le développement est vu comme intériorisation intra-individuelle des actions inter-individuelles, par le biais de médiations sociales et par les outils (ce que Vygotski appelle instruments psychologiques).

Selon Rogalski (2008) :

L'assimilation des concepts scientifiques n'est possible qu'avec deux médiations, d'une part, une médiation sociale instrumentée : les concepts scientifiques ont un rapport médiatisé avec le monde des objets à la fois par autrui et par des instruments psychologiques – au premier chef, le langage ; et d'autre part, une médiation par d'autres concepts (p. 440).

En croisant cette sensibilité et les médiations avec le schéma de double régulation, les chercheurs ont développé l'idée de médiations procédurales, tournées vers la situation, la tâche et donc l'activité productive du sujet, et les médiations à visées constructives, tournées vers le sujet lui-même et donc ses apprentissages.

L'œuvre de Vygotski (1986) fait ressortir aussi l'existence chez les sujets apprenants d'une Zone Proximale de Développement (ZPD), comme lieux où l'élève peut apprendre de nouvelles connaissances à partir de ses connaissances anciennes et les activités qu'elles permettent, avec l'aide d'un autrui « mieux sachant » (souvent le professeur). C'est dans cette optique que la notion de proximité discursive (Robert et Vandebrouck, 2014) a été développée, rendant compte d'éléments du discours du professeur dont le chercheur reconstruit qu'ils se situent dans la ZPD du ou des apprenants (à partir de l'étude des activités possibles de celui-ci ou ceux-là).

Les activités mathématiques comme mises en fonctionnement de connaissances

Dans le cadre de la didactique des mathématiques, la référence à Vergnaud et à la conceptualisation dans l'action (Vergnaud, 1996) n'est pas suffisante pour spécifier notre adaptation de la théorie de l'activité au contexte scolaire à l'apprentissage des mathématiques. De la même façon, la manière de spécifier l'activité aux mathématiques et aux situations scolaires n'est pas présente dans le cadre général de la théorie de l'activité. Nous avons donc choisi d'introduire « les activités mathématiques des élèves » (ou plus rapidement les activités) afin de développer une méthodologie d'analyse de l'activité des élèves, en mathématiques, à partir des analyses contextualisées des tâches et des déroulements dans la classe.

Les activités mathématiques des élèves sont des spécifications de leur activité plus générale (motivation, conditions…) au sens de la définition proposée par Rogalski plus haut. Ce sont des « segments cognitifs » de l'activité des élèves dans le contexte scolaire (i.e. sur des tâches mathématiques précises en général). Robert (2008) les définit aussi par « ce que les élèves pensent, font ou non, disent ou non, écrivent ou non, tapent ou non sur ordinateur… ». Cette définition ancienne est assez ambiguë, notamment avec les « ou non », et car elle

semble faire référence à la fois au niveau de l'activité et au niveau des actions des élèves. Pour relier cette définition des activités au niveau des actions de Léontiev, j'ai réinterprété à titre personnel cette définition en :

les activités (a) des individus – élèves et professeur - dans un système d'activités (A – la classe) pilotent et sont pilotées par le niveau des actions des différents individus.

Les activités mathématiques sont identifiées à partir des analyses de tâches mathématiques prescrites et des déroulements organisés par le professeur (Robert, 1998 ; Vandebrouck, 2008). Elles sont donc étudiées en interrelation avec les actions (et donc les activités) du professeur – discours, gestes… - et plus généralement tout le contexte de la situation (toutes les « médiations », interactions/rétroactions dans la classe, mais aussi plus globalement le scénario…). On utilise souvent du matériel de vidéos tournées dans les classes (ordinaires). Sont mobilisés également dans la mesure du possible des entretiens des acteurs pour avoir accès à la composante personnelle de leur activité (élèves et professeurs), mais aussi pour avoir les éléments de contexte (place de la séance étudiée dans un scénario notamment…)

Compte tenu du rôle de l'action dans les apprentissages, les activités des élèves sont souvent analysées en séances d'exercices (ou menées sur des productions d'élèves sur des exercices, en comparant ce qui est attendu et ce qui observable)[99]. Ce qui est attendu est analysé grâce aux analyses des tâches proposées et aux analyses de déroulements dans les classes. Les analyses de tâches permettent d'inférer les activités (mathématiques) attendues, l' « itinéraire cognitif » et on dispose de tout un arsenal d'outils d'analyses de tâches depuis Robert (1998). Les analyses de déroulements permettent d'inférer les activités (mathématiques) possibles[100] des élèves, définies à partir d'indicateurs des formes de travail, des durées, des outils utilisées, des aides (procédurales et constructives en référence au schéma de double régulation) et des proximités (qu'on a défini plus récemment en référence à Vygotski et à la ZPD).

Les activités mathématiques (attendues ou possibles) sont décrites en termes de mises en fonctionnement de connaissances mathématiques (Robert, 2008) : Quelles connaissances sont mises en fonctionnement ? Quels sont les statuts de ces connaissances (ancien / nouveau, outil / objet, contextualisé / décontextualisé, conformes/non conformes). Quels sont les niveaux de mises en fonctionnement de ces connaissances (mobilisable, disponible). Quelles adaptations de connaissances à la charge des élèves (reconnaissances de modalités d'application des connaissances, introductions d'étapes ou d'intermédiaires, changements de registres, de cadres, de point de vue…) ? Pour simplifier la description de ces mises en fonctionnement de connaissances mathématiques, on a introduit plus récemment une catégorisation non exhaustive des activités en sous activités mathématiques : Reconnaissances / Organisation / Traitements. Mais cette catégorisation, même si elle permet d'avancer n'est pas sans poser des questions : où sont par exemple les activités de contrôle – introduites par Galpérine (1966) - qui mettent aussi en fonctionnement des reconnaissances mathématiques) ? […]

References

Abboud, M., Robert A., Rogalski J., & Vandebrouck F. (2017). *Pour une théorie de l'activité en didactique des mathématiques. Un résumé des fondements partagés des développements récents et des perspectives*, Cahier du LDAR, (n°18), Février 2017, IREM de Paris : Paris

Bridoux, S., Chappet-Paries M., Grenier-Boley, C., Hache C., & Robert A. (2015). *Les moments d'exposition des connaissances en mathématiques*, Cahiers du Laboratoire de Didactique André Revuz (n°14), IREM de Paris: Paris.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

Chesnais, A. (2018). *Un point de vue de didactique des mathématiques sur les inégalités scolaires et le rôle du langage dans l'apprentissage et l'enseignement*, HDR de l'Université de Montpellier

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7*(2), 5–31.

[99] Les chercheurs commencent cependant à s'intéresser à des séances de cours, dans des recherches plus récentes, dans la mesure où il y a également des activités mathématiques des élèves en jeu – plus difficiles à repérer (Bridoux et al., 2015).

[100] Pour tous, a maxima, a minima.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.

Engeström, Y., Miettinen, R., & Punamaki, R.L. (Eds) (1999). *Perspective on activity theory*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Galperine, P. (1966). *Essai sur la formation par étapes des actions et des concepts*. Dans A. Leontiev, A. Luria et A. Smirnov (Eds.) *Recherches psychologiques en URSS* (pp.114-132). Moscou: Editions du progrès.

Leontiev, A. (1984). *Activité Conscience Personnalité Moscou* : Editions du Progrès (1ère édition, 1975, en russe).

Leplat, J. (1997). *Regards sur l'activité en situation de travail*. Paris: PUF.

Piaget, J. (1985). *The equilibration of cognitive structures: The central problem of intellectual development* (T. Brown & K.J. Thampy Trans.). Chicago: University of Chicago Press.

Radford, L. (2016). The epistemic, the cognitive, the human: a commentary on the mathematical working space approach, *ZDM Mathematics Education*, *48*(6), 925–933

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 18*(2), 139-190.

Robert, A. (2008). *La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques et une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe*. In F. Vandebrouck (Éd.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 45-68). Toulouse : Octarès.

Robert, A., & Horoks, J. (2007). Tasks Designed to Highlight Task-Activity Relationships. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *10*(4–6), 279–287.

Robert, A. & Hache, C. (2013). *Why and how to understand what is at stake in a mathematics class?* In F. Vandebrouck (Ed.), *Mathematics Classrooms: students' activities and teachers' practices* (pp 23–74). Rotterdam: Sense Publishers.

Robert, A., Vandebrouck, F. (2014). Proximités en acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(2/3), 239-285

Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(3), 343-388.

Rogalski, J. (2008). *Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique. Des compléments sur les théories de l'activité et du développement, pour l'analyse des pratiques des enseignants et des apprentissages des élèves*. In F. Vandebrouck (Éd.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp 23-30 & pp 429-459). Toulouse : Octarès.

Rogalski, J. (2013). *Theory of Activity and Developmental Frameworks for an Analysis of Teachers' Practices and Students' Learning*. In F. Vandebrouck (Ed.), *Mathematics Classrooms: students' activities and teachers' practices* (pp 3–22). Rotterdam: Sense Publishers

Vandebrouck, F. (Ed.) (2008). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Octarès.

Vandebrouck, F., & Robert, A. (2017). *Activité mathématiques des élèves avec les technologies numériques: vers une théorie didactique de l'activité (TDA)*, Cahiers du Laboratoire de Didactique André Revuz (n°17), IREM de Paris: Paris

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *10*(2-3), 133–169.

Vergnaud, G. (1996). Au fond de l'action la conceptualisation La théorie des champs conceptuels. In J-M. Barbier (Ed). *Savoirs théoriques et savoirs d'action*. Paris, Presses Universitaires de France

Vygotski, L. (1986). *Thought and Language*. Cambridge MA:

TITRE :

Deux itinéraires de recherches en didactique des mathématiques

Points communs et démarches spécifiques

AUTEURS:

Denis Butlen et Aline Robert

RÉSUMÉ :

Dans ce texte, nous décrivons nos deux itinéraires de recherches en didactique des mathématiques, à la fois différents, tant du point de vue institutionnel que du point de vue du champ d'étude (enseignement primaire, secondaire ou universitaire), et qui pourtant se sont largement croisés et ont permis des avancées complémentaires fructueuses, relevant grosso modo des mêmes présupposés théoriques.

Pour ce faire, nous suivons chacun en fait plus ou moins la chronologie de nos travaux pour en décrire les origines, les démarches théoriques adoptées et leurs évolutions, et les résultats. Nous n'avons pas cherché à homogénéiser complètement nos deux parties pour laisser toute leur place aux dynamiques différentes qui ont piloté les évolutions que nous relatons.

Une conclusion commune permet cependant de présenter certaines lignes de force de nos travaux, souvent communes, et de nouvelles questions partagées.

Des bibliographies conséquentes de nos travaux sont jointes (si cela participe de la cohérence de l'itinéraire, certaines références figurent dans les deux listes). Là encore les présentations en sont légèrement différentes pour chacun.

Une annexe rassemble à la fin quelques textes fondateurs des éléments de théorie que nous avons travaillés, adoptés et adaptés.

MOTS- CLÉS :

Recherches en didactique des mathématiques – apprentissages – pratiques des enseignants - élèves défavorisés – théorie de l'activité – double approche

Éditeur: IREMS de Paris
Responsable de la publication: C. Hache
IREMS de Paris – Case 7018
Université de Paris Cité
75205 Paris cedex 13
irem_de_paris@u-paris.fr
https://irems.u-paris.fr/

Dépôt légal : 2025
ISBN : 978-2-86612-411-3