

L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES DANS LA FORMATION DES ENSEIGNANTS : ELEMENTS POUR LA CONSTRUCTION D'UNE COMPÉTENCE HISTORIQUE

Ana Jimena LEMES

Université de Lille

ana-jimena.lemes@univ-lille.fr

Résumé

Présente dans de nombreux pays dans le monde, la place de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants ne cesse de questionner une vaste communauté de chercheurs et d'enseignants. C'est ainsi qu'au cours des années 2000, cette communauté s'est penchée sur l'importance de l'intégration d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques. Dans ce travail de recherche doctorale (Lemes, 2019) nous nous sommes axée sur le rôle de l'histoire des mathématiques dans la formation initiale des enseignants de cette manière en France et en Uruguay. Nous nous sommes particulièrement intéressée à l'influence d'un cours d'histoire des mathématiques sur les conceptions des futurs enseignants de mathématiques. À cette fin, nous mobilisons le cadre théorique défini par Ball, Thames et Phelps (2008), les Connaissances Mathématiques pour l'Enseignement, qui nous permet de préciser les connaissances professionnelles nécessaires à l'acte pédagogique liées à l'intégration de l'histoire. Pour mener cette recherche nous nous sommes concentrée sur trois communautés : un groupe d'étudiants stagiaires qui suivent un cours d'histoire des mathématiques à l'université, un groupe d'enseignants de mathématiques qui incluent une perspective historique dans leurs cours et enfin, un groupe d'enseignants-chercheurs reconnus comme experts en histoire des mathématiques, formateurs d'enseignants. Ces trois communautés sont originaires de France et d'Uruguay. À la fin de notre étude nous avons élaboré une synthèse des résultats dans ces deux pays permettant de déterminer les caractéristiques propres à l'intégration de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants. Ces caractéristiques, que nous qualifions de complémentaires, rendent visible la construction d'une compétence historique liée à l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques.

Mots clés

Histoire des mathématiques, Didactiques des mathématiques, Formation des enseignants des mathématiques.

I. INTRODUCTION

Notre expérience en tant que professeur de mathématiques dans le secondaire en Uruguay, nous a sensibilisé à l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Il en est ressorti toute une série des questions que sont liées aux potentialités de l'histoire des mathématiques, aux difficultés de mise en œuvre de cette intégration, au type de matériel nécessaire et en particulier

aux compétences qu'un enseignant doit développer pour introduire une perspective historique dans ses cours. Cet article est l'un des résultats de notre recherche doctorale dans laquelle nous nous sommes intéressée à cette intégration, aux objectifs, aux difficultés et à ce que nous avons appelé la compétence historique des enseignants de mathématiques.

L'état de l'art de cette recherche fut élaboré à partir d'une littérature internationale (espagnol, anglais, français et portugais). Parmi les ouvrages utilisés on peut citer : la perspective historique en France (Barbin, 2010), la socio-épistémologie du Mexique (Montiel et Buendía, 2012), história da ciência e ensino du Brésil (Beltran, Saito et Trindade, 2014 ; Pereira et Saito, 2018), Didáctica de la historia de las matemáticas de Colombie (Torres, Guacaneme et Arboleda, 2014 ; Guacaneme, 2016), les travaux de Jankvist en Danemark (Jankvist, 2013 ; Smestad, Jankvist et Clark, 2014) et Guillemette au Canada (Guillemette, 2015 ; Guillemette, 2017).

Ces travaux qui réfléchissent sur l'enseignement dans la formation des enseignants ont trois points communs : a) ils défendent l'introduction de l'histoire des mathématiques dès la formation initiale, et certaines insistent également sur la formation continue, b) ils sont unanimes sur le fait que cette expérience peut être motivée par la lecture et l'analyse des sources historiques et, c) ils partagent tous la préoccupation du manque de matériel adéquat et du manque de formateurs ayant des connaissances spécifiques dans le traitement de l'histoire, ainsi que le manque d'approches méthodologiques pour la recherche.

En parallèle nous avons lu les travaux de Abd-El-Khalick et Lederman (2000) au sujet de l'intégration de l'histoire des sciences dans l'enseignement des sciences (NOS). Ces auteurs affirment qu'il n'y a pas eu de résultats significatifs confirmant l'amélioration de l'apprentissage des sciences. Ce constat nous a interpellé et nous nous sommes demandée quelle formation est suivie par les étudiants stagiaires et quelles compétences sont nécessaires pour accomplir cette tâche. Toutes ces remarques confirment la pertinence de notre thème de recherche.

En partant de ces trois points communs mentionnés ci-dessus, nous nous sommes interrogée sur le contenu de la formation des étudiants qui suivent le cours d'histoire des mathématiques. Dans ce sens, nous nous sommes demandée si nous pouvions identifier de changements dans les conceptions sur les mathématiques et leur enseignement après ce cours. C'est ainsi que, les objectifs spécifiques proposés pour cette recherche sont :

1. Effectuer une analyse des conceptions des futurs enseignants de mathématiques, sur les mathématiques et son enseignement, *a priori* et *a posteriori* d'un cours d'histoire des mathématiques.
2. Identifier l'influence de ce cours sur les conceptions des futurs enseignants.
3. Étudier les liens entre ces conceptions et le développement des compétences nécessaires pour introduire une perspective historique dans la classe.
4. Effectuer l'étude en France (Lille) et en Uruguay (Montevideo).

II. LE CADRE THEORIQUE

Le *Mathematical Knowledge for Teaching*, ou dans la version francophone, les *Connaissances Mathématiques pour l'Enseignement*⁴⁴ (CME), est un cadre théorique développé par Ball,

⁴⁴Dans notre thèse nous avons utilisé la nomenclature traduit par Clivaz (2011, p. 28).

Thames et Phelps (2008) pour la recherche scientifique autour de la connaissance pédagogique du contenu proposé par Shulman (1987). L'effort de Ball et de ses collaborateurs se concrétise dans le cadre CME qu'ils présentent en 2008, où ils tentent de préciser les définitions des termes utilisés et les catégories des connaissances des enseignants, tout en améliorant les mesures et déterminant l'effet de ces connaissances sur la performance des élèves. Relevant ainsi le défi proposé par Shulman, ces chercheurs se sont concentrés sur le développement d'un cadre théorique qui tente de répondre aux exigences de l'enseignement des mathématiques aux États Unis. Ils ont défini les CME comme « les connaissances mathématiques nécessaires pour effectuer le travail d'enseignement des mathématiques » (Ball, Thames et Phelps, 2008, p. 395, notre traduction).

Nous présentons ici le modèle des CME proposé par ces auteurs :

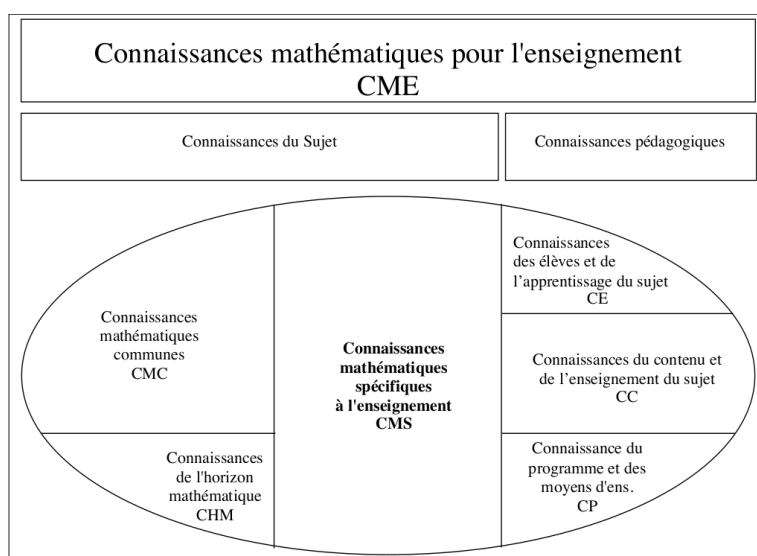


Figure 1. Modèle des CME, traduction de Clivaz (2011, p. 28)

1. Les sous-domaines des CME

Les connaissances pédagogiques

Les auteurs définissent les *Connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet* – CE, comme la capacité d'un enseignant à anticiper les difficultés et les motivations des élèves par rapport au sujet proposé. Cette connaissance intervient dans des situations qui exigent l'articulation entre ce que les élèves savent ou ne savent pas, et les connaissances mathématiques à enseigner.

La catégorie des *Connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet* – CC, définit les capacités qui permettent d'identifier les représentations, les méthodes et les procédures les plus appropriées pour l'enseignement de connaissances spécifiques, elle comporte des tâches telles que le choix du matériel, les exemples à proposer, le rythme de la classe, etc.

Pour la catégorie des *Connaissances du programme et des moyens d'enseignement* – CP, les auteurs reprennent l'idée développée par Shulman, qui la définit comme celle qui représente l'ensemble des programmes conçus pour l'enseignement à un niveau donné, la variété des matériels pédagogiques disponibles par rapport à ces programmes, etc. (Shulman, 1987, p. 10, notre traduction).

Les connaissances du sujet

Le sous-domaine des Connaissances mathématiques communes – CMC, comprend les connaissances et les compétences nécessaires pour résoudre les tâches que les élèves exécutent, il s'agit du savoir-faire. Ces connaissances correspondent à celles acquises dans le processus de scolarisation, au sens traditionnel, et sont communes à toutes personnes ayant une formation universitaire (Ball et al., 2008 ; Ferreira, Ribeiro et Ribeiro, 2017 ; Sosa et Carrillo, 2010).

Les Connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS, correspondent aux connaissances mathématiques nécessaires uniquement aux enseignants des mathématiques. Chez Ferreira et al. (2017), c'est à partir de ces connaissances particulières que l'enseignant s'appuie par exemple pour faire comprendre à ses élèves pourquoi il faut procéder d'une façon et non d'une autre, pour ne pas exécuter un ensemble de procédures dénuées de sens, etc. Avoir un répertoire de différents types d'exemples, de contre-exemples et de non-exemples fait partie de ce sous-domaine. Sosa et Carrillo (2010) l'expliquent comme étant des connaissances et des compétences mathématiques propres à la profession enseignante, car elle comprend leur capacité de distinguer, de déterminer, de valoriser et d'interpréter la validité des réponses diverses et imprévues des élèves.

Les auteurs présentent le sous-domaine de la Connaissance de l'horizon mathématique – CHM, comme la capacité d'établir un lien entre les sujets mathématiques tout au long du plan d'études. Il s'agit d'une vision générale mathématique, une vision plus large du paysage mathématique :

[...] il existe une sorte de connaissance du contenu qui n'est ni commune ni spécifique. Elle n'est pas directement déployée dans l'enseignement, mais elle soutient un type de conscience, de sensibilité, de disposition qui informe, oriente et encadre culturellement la pratique pédagogique. Nous considérons cela comme une espèce de vision périphérique ou de conscience de l'horizon mathématique. (Ball et Bass, 2009, p. 5, notre traduction)

Cette « vision périphérique » mathématique ou « conscience du paysage mathématique » dans laquelle se situent l'expérience et l'enseignement, peut guider l'enseignant à écouter, parler et prendre des décisions par rapport aux concepts mathématiques qui seront proposés dans l'avenir.

Dans la suite Ball et Bass définissent la CHM :

Nous définissons la connaissance de l'horizon comme une prise de conscience [...] du grand paysage mathématique dans lequel l'expérience et l'enseignement actuels sont situés. Il fait intervenir les aspects des mathématiques qui, bien qu'ils ne fassent peut-être pas partie du programme d'études, sont néanmoins utiles à l'apprentissage actuel des élèves, qui éclairent et confèrent un sens compréhensible de la signification plus large de ce qui peut n'être que partiellement révélé dans les mathématiques du moment. (2009, p. 6, notre traduction)

Cette connaissance peut aider les enseignants à : porter des jugements sur l'importance des mathématiques, mettre en évidence les points clés d'une notion, anticiper et établir des liens parmi plusieurs notions, repérer les distorsions mathématiques ou les précurseurs possibles d'une confusion.

Ensuite Ball et Bass présentent les quatre éléments constitutifs de la CHM :

- un sens de l'environnement mathématique entourant le « moment présent » où l'enseignement a lieu ;
- les principales idées et structures disciplinaires ;
- les pratiques mathématiques clés ;

- Les valeurs et perceptions mathématiques fondamentales.

De ces appréciations on peut déduire que pour Ball et ses collaborateurs, certaines décisions de l'enseignant sont liées à la CHM. Nous considérons, entre autres, que cette connaissance guide par exemple, l'organisation annuelle des contenus mathématiques, les connexions interdisciplinaires, l'introduction des contenus culturels et notamment l'introduction des aspects historiques, entre autres.

2. Les CME et l'histoire des mathématiques

En réfléchissant à notre thématique de recherche sur les liens entre l'histoire des mathématiques et la formation des enseignants, nous avons besoin d'un modèle qui envisagea ces domaines ou catégories dans lesquels la pratique de l'enseignant peut être vue. De plus, nous avons besoin d'un modèle offrant un espace pour ce « quelque chose de plus » qui peut bénéficier à la formation d'un enseignant, comme c'est le cas de l'histoire des mathématiques. Considérant les colorations de la CHM qui permettent à l'enseignant de développer une vision périphérique, nous nous sommes demandée s'il est possible que l'histoire nourrisse ce sous-domaine lorsqu'elle favorise plusieurs aspects bénéfiques à l'enseignement, tels que : la lecture de textes ou de sources historiques, la contextualisation d'une notion, le dépaysement épistémologique⁴⁵, l'empathie, l'altérité, etc.

Un autre point qui nous semble pertinent, c'est que le cadre CME continue d'être reconnu comme un modèle qui offre des outils permettant de différencier les composantes des connaissances qu'un enseignant doit posséder et qui peuvent être intéressantes pour un enseignement efficace, comme le soutiennent Rojas, Flores et Carrillo (2013).

En ce qui concerne la formation des enseignants et son influence sur les performances des élèves, nous ne sommes pas en mesure de nous prononcer. Dans cette recherche doctorale, nous avons observé l'influence de l'histoire des mathématiques dans la CHM d'un enseignant, mais nous ne pouvons pas observer d'indices ou traces d'histoire dans les pratiques *in situ* des enseignants ou dans les performances des élèves. Cependant, certaines études montrent que les connaissances des enseignants influent directement sur la réussite des élèves (Can et Clark, 2020 ; Ferreira, Ribeiro & Ribeiro, 2017 ; Ma, 2009 ; Clivaz, 2011).

Suivant les idées de Ball (1988), Ernest (1989) affirme que les enseignants commencent à acquérir leurs connaissances pédagogiques au cours de leurs années d'études, en fonction de leurs expériences d'apprentissage. Ils peuvent apprendre les rudiments didactiques des mathématiques au cours de leur formation initiale d'enseignant, mais la partie la plus importante de l'apprentissage a probablement lieu pendant l'enseignement réel basé sur l'expérience pratique.

Pour en revenir à notre problématique de recherche, nous nous intéressons à la façon dont ces conceptions sont constituées chez les futurs enseignants de mathématiques, en ce qui concerne les mathématiques et leurs modèles d'enseignement et d'apprentissage.

En suivant la ligne d'Ernest, par rapport à la formation des enseignants, le système formé par les connaissances, les conceptions et les attitudes, influencent les modèles d'enseignement et d'apprentissage. Nous considérons ce système comme un filtre à travers lequel l'enseignant prend des décisions pour développer sa tâche, en tenant compte du contexte institutionnel. Ces conceptions et attitudes qui se traduisent dans la pratique produisent des effets sur

⁴⁵Barbin définit comme dépaysement épistémologique, expérience qui provoque une remise en question des savoirs et des procédures qui « vont de soi » (2010, p. 82-83).

l'apprentissage des élèves. Nous sommes particulièrement intéressée à identifier l'influence que l'histoire des mathématiques peut avoir sur les conceptions des futurs enseignants.

Par rapport au cadre CME, on peut dire que les conceptions sur la nature des mathématiques se manifestent dans le sous-domaine de la CHM. Comme nous l'avons vu, il y a quatre éléments constitutifs de la CHM et nous pouvons penser que la nature des mathématiques se reflète au moins dans le deuxième : « principales idées et structures disciplinaires », et dans le quatrième « valeurs et sensibilités mathématiques fondamentales ». Il est donc naturel de considérer que ces conceptions se manifestent dans la CHM.

Dans ce qui suit, nous présentons un aperçu de la manière dont les conceptions d'un enseignant sont influencées par l'histoire des mathématiques. Selon Ernest, les connaissances, les conceptions et les attitudes sont liées les unes aux autres et forment un système dans lequel elles interagissent.

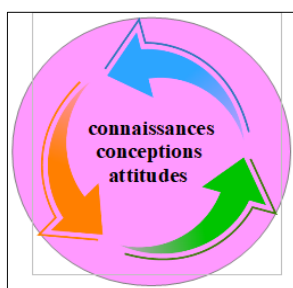


Figure 2. Interaction entre les connaissances, les conceptions et les attitudes.

L'histoire des mathématiques influence ce filtre des connaissances, des conceptions et des attitudes, et celles-ci se manifestent dans le CHM de l'enseignant.

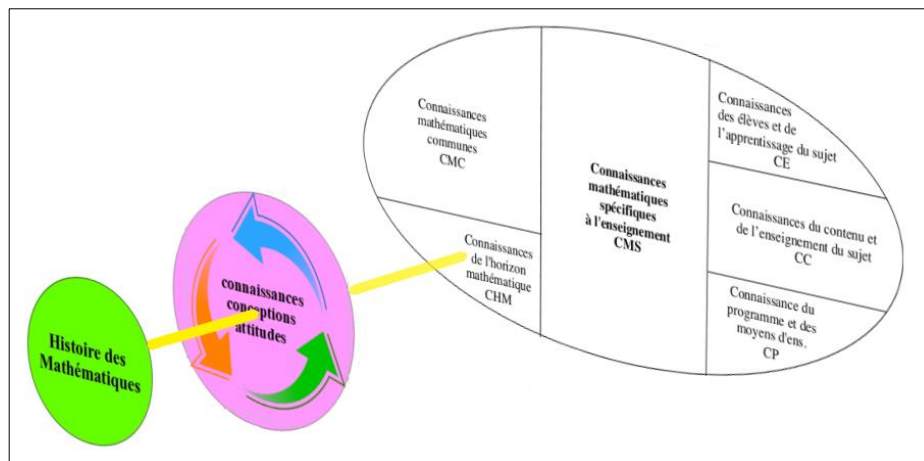


Figure 3. Influence de l'histoire des mathématiques dans les conceptions des enseignants.

Pour représenter cette idée, nous pouvons penser à l'histoire des mathématiques passant « à travers » ce **filtre de** connaissances, de conceptions et d'attitudes. Ainsi, l'histoire des mathématiques « imprègne » le futur enseignant, produisant deux types d'influence qui se manifestent dans leurs CME : une influence directe qui se manifeste sous forme de conceptions dans la CHM, et une influence indirecte qui se manifeste à travers les attitudes et les connaissances dans les autres sous-domaines des CME.

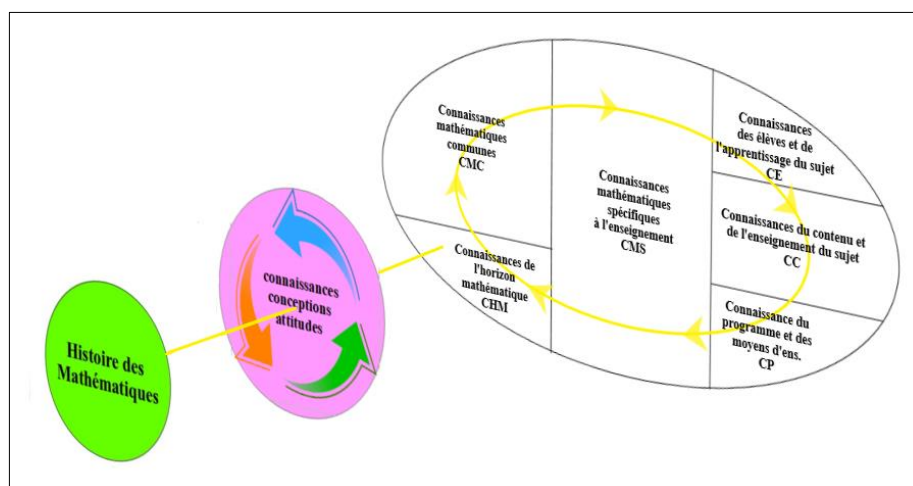


Figure 4. L'histoire des mathématiques se manifeste dans les CME.

III. METHODOLOGIE

Dans cette section nous introduisons les procédures et les outils qui ont été employés dans l'analyse des données recueillies. Puis, nous passons en revue le traitement quantitatif des questionnaires et le traitement qualitatif des entretiens, en particulier la création et intégration des catégories.

1. La recherche

Après Van der Maren (1996, p. 91), il y a quatre types d'enjeux dans les pratiques de recherche en éducation, qui sont en rapport avec des problématiques déterminées : les nomothétiques qui cherchent à produire un savoir savant, les politiques qui tentent de changer les pratiques des individus et des institutions, les pragmatiques qui cherchent à résoudre les problèmes de dysfonctionnement, et les ontogéniques qui cherchent à se perfectionner ou à se développer par la réflexion et par l'action. Pour cet auteur, dans le domaine de l'éducation, l'un des principaux instruments d'intervention est le praticien : par ses actions, ses gestes et son discours. Dans la recherche ontogénétique, l'un des principaux intérêts est l'amélioration de la pratique par le développement des connaissances et des compétences. C'est dans ce sens que nous nous concentrerons sur les enjeux ontogénétiques.

2. Les participants

105 étudiants stagiaires ont participé à la recherche en France pour le premier questionnaire, 86 pour le second. Tous étaient étudiants stagiaires en mathématiques et suivaient le cours d'histoire des mathématiques du master Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation (MEEF) ou pour l'obtention du Diplôme Universitaire (DU), à l'université de Lille. Ce cours a été dispensé dans les années académiques 2017-2018 et 2018-2019. De ces stagiaires 9 ont accepté d'être interviewés.

Dans le cours d'histoire des mathématiques, essentiellement avec un format du cours magistral, ont été abordés des sujets tels que : systèmes de numération, mathématiciens d'entre-deux-guerres, et textes d'enseignement des mathématiques anciennes.

Parmi les formateurs experts et les enseignants ayant de l'expérience dans l'intégration d'histoire des mathématiques en classe, 9 ont accepté d'être interviewés.

En Uruguay, les étudiants stagiaires participants à la recherche à l'Uruguay étaient : 45 au premier questionnaire et 31 au deuxième. Tous suivaient un cours d'histoire des mathématiques de la dernière année du diplôme permettant de devenir enseignants de mathématiques. Cette formation avait lieu à l'Instituto de Profesores Artigas de Montevideo, au cours de l'année académique 2018. Sur le nombre total d'étudiants, 9 ont accepté d'être interviewés.

Avec une organisation essentiellement chronologique, les sujets abordés dans ce cours étaient : systèmes de numération, premières grandes cultures (Babyloniens, Égyptiens, Indiens, Mayas, Incas et Aztèques), Grèce antique, mathématiques médiévales.

Parmi les formateurs experts et les enseignants ayant une expérience dans l'intégration de l'histoire des mathématiques dans leurs cours, 9 ont accepté d'être interviewés.

3. Analyse du contenu

Sur la base de ses idées préconçues, le chercheur décide si le discours de l'interviewé doit être considéré strictement ou peut être analysé.

Nous avons fait des entretiens avec différentes communautés, où nous savons qu'ils existent différents niveaux de conscience sur les enjeux abordés.

Cette même remarque a été faite par Flores (2004), affirmant que les conceptions ne sont pas directement observables, mais que pour y accéder une méthode indirecte est nécessaire pour inciter les interviewés à exprimer leurs points de vue.

Dans une première lecture du texte ou d'un entretien, l'analyste cherche à trouver les passages qui pourraient être des signes et des indices de la présence d'une trame théorique : les éléments de l'entretien qui peuvent être interprétables. Nous utilisons l'analyse du contenu sur un entretien pour identifier et coder les unités d'analyse en catégories. Nous regroupons ensuite ces catégories en fonction de nos intérêts de recherche, tels que définis auparavant : objectifs de l'intégration de l'histoire, méthodes d'intégration et difficultés de mise en œuvre.

4. La collecte des données

Les questionnaires

La collecte des données s'est faite en plusieurs étapes entre octobre 2017 et mai 2019, en France (Lille) et Uruguay (Montevideo). Nous avons élaboré, avec le questionnaire, un profil d'étudiant. La passation a été faite *à priori* et *à posteriori* du cours d'histoire des mathématiques. Nous avons profité du deuxième questionnaire pour demander aux étudiants de participer aux entretiens.

Les deux questionnaires recherchent les mêmes informations dans les deux pays et sont similaires, la seule différence étant bien entendu la langue utilisée (française et espagnole).

En France, les questionnaires ont été proposés face à face, par contre, en Uruguay, les questionnaires ont été formulés et proposés en ligne. Pour les deux passations en Uruguay, nous avons eu le soutien de l'enseignant responsable du cours.

Le questionnaire comporte 14 questions réparties en 5 sections :

1. la première –questions 1 à 7– porte sur des questions démographiques (âge, sexe, type de diplôme obtenu, expérience professionnelle, etc.).

2. la deuxième section –questions 8 et 9– est axée sur la formation et la rencontre avec l'histoire des mathématiques au cours de la scolarité.
3. la troisième section –question 10– comporte 14 énoncés dont les réponses sont faites à l'aide d'une échelle de likert, avec laquelle nous cherchons à interpréter les positions de l'étudiant sur la construction de la discipline et de son enseignement (voir figure 5).
4. la quatrième section –question 11– est constituée d'une série de 5 questions fermées, avec lesquelles on cherche à vérifier l'interprétation donnée aux réponses de la question précédente ;
5. la cinquième section –question 12 à 14– est composée de 3 questions ouvertes avec lesquelles nous cherchons l'opinion de l'étudiant sur la construction et le développement des mathématiques et leur contexte de production. La dernière question est une invitation à un entretien individuel.

Questions sur différentes dimensions des mathématiques						
10. Sur une échelle de 1 à 5 (1 = totalement en désaccord ; 2 = modérément en désaccord; 3 = indifférent ; 4 = modérément d'accord ; 5 = totalement d'accord), ou 0 si vous n'avez pas pensé au sujet, veuillez indiquer votre opinion dans les cases ci-dessous:						
	1	2	3	4	5	0
	totalement en désaccord	modérément en désaccord	indifférent	modérément d'accord	totalement d'accord	je n'y ai pas pensé
a) Les mathématiques sont une construction qui dépend de la culture ou la civilisation.						

Figure 5. Question en éventail proposée dans le questionnaire.

Les entretiens

Pour accéder aux conceptions des formateurs, des enseignants et des étudiants stagiaires, nous avons fait des entretiens semi-directifs avec chacune de ces communautés, tant en France qu'en Uruguay.

En France l'invitation à la recherche a été faite directement aux participants du groupe EMTA⁴⁶ et aux participants du séminaire d'histoire des mathématiques à Lille. D'autres invitations ont été faites par e-mail. Nous avons envoyé également des invitations par e-mail aux formateurs français et à tous les participants en Uruguay. Tous les entretiens avec les participants uruguayens ont été réalisés sur place.

En France, outre leur formation d'enseignants niveau licence et master, les formateurs interrogés ont une formation en histoire des mathématiques ou disciplines connexes. Certains parmi eux ont aussi l'expérience de direction de thèse, l'organisation et la participation à des événements liés à l'histoire des mathématiques et similaires. Notre intérêt est de connaître leurs conceptions sur l'histoire des mathématiques, de son enseignement et de ses potentialités en tant que ressource pédagogique. Cela peut nous offrir des éléments pour la constitution de cette compétence historique.

En Uruguay, la formation des formateurs porte essentiellement sur la didactique des mathématiques (Matemática Educativa en provenance du Mexique). Leur formation et les objectifs proposés dans le cours d'histoire des mathématiques sont liés à la formation des

⁴⁶Groupe de travail « Enseignement des Mathématiques et Textes Anciens » de l'IREM de Lille.

enseignants, en considérant l'histoire comme une ressource pédagogique. Notre intérêt ici est de comprendre cette dimension pédagogique de l'histoire des mathématiques, afin de nourrir l'aspect pédagogique que nous voulons pour la construction de la compétence historique.

De même, les enseignants qui ont plusieurs années d'expérience dans leur poste et dans l'intégration de l'histoire des mathématiques dans leurs cours, font de cette communauté un groupe doté de caractéristiques pertinentes. Nous sommes intéressés par leurs conceptions, leurs motivations, leurs objectifs, la mise en œuvre, et leurs impressions sur leur impact au niveau de leur enseignement.

L'entretien avec les enseignants et les formateurs s'est déroulé en six parties :

1. La première vise à ce que l'interviewé se présente, et présente son parcours professionnel.
2. La deuxième porte sur la place de l'histoire des mathématiques dans sa formation.
3. Dans la troisième partie, nous cherchons à savoir si le contact avec l'histoire des mathématiques a modifié la réflexion pédagogique sur l'enseignement des mathématiques.
4. Dans la quatrième partie, nous nous intéressons à savoir si l'interviewé utilise l'histoire dans ses cours et comment.
5. Dans la cinquième partie, nous voulons connaître les objectifs de cette intégration.
6. Dans la sixième partie, nous cherchons à connaître les difficultés rencontrées dans la mise en œuvre.

Partie 4 : Utilisation de l'histoire des mathématiques

Quelle est votre utilisation de l'histoire des mathématiques et de quelle façon ?
Pouvez-vous raconter une expérience d'utilisation en classe ?

Justification : Cette question me permet de savoir quel type d'histoire des mathématiques est utilisée chez l'enseignant, quelles sources (livres, vidéos, sources historiques, construction de matériaux ou d'instruments, etc.) et de quelle façon.

Questions guides :

- Dans vos cours, intégrez-vous l'histoire des mathématiques d'une période particulière ?
- Quel type de matériel ou d'activités utilisez-vous ?
- Comment utilisez-vous l'histoire des mathématiques dans vos cours ?

Figure 6. Extrait d'entretien avec les enseignants et formateurs.

Concernant les entretiens des étudiants stagiaires, nous sommes conscients qu'ils sont en formation et que, pour la plupart d'entre eux, le stage est leur première expérience professionnelle en tant qu'enseignant. Cette période est instable (Robert, 2001; 2005) en ce qui concerne leurs conceptions des mathématiques et leur enseignement et il est donc tout à fait compréhensible que certaines de leurs réponses soient confuses ou peu réfléchies.

De la même manière que l'entretien avec les enseignants et les formateurs, l'entretien avec les étudiants stagiaires a débuté dans une atmosphère conviviale au cours de laquelle nous avons expliqué notre motivation et nos objectifs de recherche. L'entretien s'est déroulé en cinq parties :

1. La première partie sur la présentation et parcours académique de l'étudiant.
2. La deuxième partie sur l'histoire des mathématiques tout au long de sa scolarité.

3. La troisième, sur l'influence dans sa formation comme enseignant.
4. La quatrième partie sur les potentialités de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques.
5. La cinquième partie, sur les difficultés de l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans le secondaire.

Partie 3 : Influence dans la formation comme enseignant

Si vous pensez à votre formation comme futur enseignant : quel type de contribution pensez-vous avoir obtenu d'un cours d'histoire des mathématiques ? Par exemple, en faisant de petits exposés autour des sujets d'histoire des mathématiques.

Questions guides :

- Considérez-vous que l'histoire des mathématiques possède certaines potentialités qui peuvent être exploitées en faveur de la formation des futures enseignants des mathématiques ? Quel type de potentiel ? De quelle manière ?
- Quel type de changement à partir du cours d'histoire des mathématiques percevez-vous dans votre façon de penser les mathématiques ?
- Quel type de réflexion les questions présentées dans le cours d'histoire des mathématiques vous ont-elles laissées ?

Figure 7. Entretien aux étudiants stagiaires, partie 3

5. Traitement des données

Les données recueillies à partir des questionnaires ont été traitées quantitativement, et le corpus élaboré à partir des entretiens a été traité qualitativement.

En ce qui concerne l'analyse des questionnaires, avec les questions de 1 à 7 nous nous sommes intéressée en termes quantitatifs au profil académique des étudiants et à leur parcours scolaire. On peut ainsi parler d'un profil général. Les questions 8 et 9 sont spécifiques à la formation « licence » et « master » et à d'éventuels cas d'approximation à l'histoire des mathématiques. La question 10 comprend 14 énoncés traitant principalement de la dimension culturelle des mathématiques, à laquelle on doit répondre en utilisant le degré d'accord sur une échelle de likert. En particulier, pour les données obtenues à partir de cette question, nous avons procédé à une analyse en composantes principales.

À propos des entretiens, ils ont été enregistrés et transcrits, puis codifiés en catégories, et ces catégories ont été regroupées si elles représentaient des idées similaires. Pour Vilatte (2007, p. 37-38) une catégorie est une notion générale représentant un ensemble de signifiés. L'opération de catégorisation permet de classer les éléments constitutifs d'un ensemble par différenciation puis se regrouper par analogie d'après ces critères préalablement définis.

Voici un exemple de deux extraits d'entretiens des enseignants et des formateurs, que nous avons rassemblés dans la même catégorie (T1) liée à la difficulté d'intégrer une perspective historique dans la classe en raison du texte historique approprié :

La difficulté c'est déjà de choisir un sujet qui soit en même temps, un sujet qui concerne le thème enseigné, qui montre des bons exemples pour montrer comme les choses se sont construites. Donc il faut trouver des textes, des jalons, et d'éviter surtout quelque chose que soit trop schématique. (E1)

Pour moi la difficulté était de trouver des sujets pas rouillés, un peu de travail à faire pour eux, sans que ce soit trop compliqué. Ce genre de travaux a coïncidé avec le développement d'internet qui a bien facilité les choses, en particulier pour accéder à certains textes historiques. C'était quand même du temps pour trouver des sujets. Il faut y passer du temps parce que le matériel on l'a pas sous la main. (D1)

Figure 8. Catégorie T1

Le corpus échantillon est constitué par la communauté de formateurs et d'enseignants puisqu'il s'agit d'identifier les caractéristiques des deux communautés pour constituer la grille à appliquer aux données recueillies auprès des étudiants stagiaires.

Une fois les extraits de texte réunis et les catégories définies, nous effectuons une intégration entre les extraits, et définissons la caractéristique principale qui représente cette catégorie. De cette façon, nous élaborons une grille des catégories associée aux sous-domaines des Connaissances Mathématiques pour l'Enseignement définis par Ball et ses collègues, en relation avec l'histoire des mathématiques.

6. Aspects éthiques

Tant les questionnaires que les entretiens ont été anonymes, en France et en Uruguay. Le processus de retouche des entretiens a été effectué exclusivement dans le but d'améliorer la lecture et la compréhension des extraits. Les extraits sélectionnés des entretiens effectués en Uruguay ont été traduits et peuvent donc présenter des légères différences d'interprétation.

IV. RESULTATS

L'analyse quantitative des questionnaires proposés aux stagiaires, nous a permis d'élaborer un profil et de faire une analyse en composantes principales avec le logiciel R, à partir de laquelle nous avons cherché des signes de modification dans les conceptions.

En ce qui concerne l'analyse du contenu des entretiens, nous avons élaboré un cadre de référence pour la lecture des entretiens avec les stagiaires, sur la base des entretiens avec les enseignants et les formateurs. Ce cadre a été construit à partir d'un ensemble de catégories élaborées à partir d'extraits significatifs des entretiens.

1. Analyse quantitative des questionnaires

France

Le groupe des stagiaires français est composé à 60 % de ceux qui suivent un parcours MEEF et à 40 % un DU. Cette différence provient du fait que les stagiaires du MEEF ont un diplôme

de mathématiques générales, alors que les stagiaires du DU ont un diplôme d'ingénieur (ou similaire).

La moitié de ce groupe a moins de 25 ans et le stage professionnel constitue leur première expérience d'enseignement, après avoir obtenu le concours national (CAPES).

Environ 84 % de toute la population interrogée provient d'une formation initiale avec un volume horaire « important » et « très important » en mathématiques. Face à la même question concernant la didactique des mathématiques, la pédagogie et l'histoire des mathématiques, environ 80 % de la population répond que ces disciplines « ne concernent pas » leurs formations initiales, qu'elles sont « pas importantes » ou « peu importantes ».

Grâce à l'analyse en composantes principales, nous avons identifié deux lignes de positionnement par rapport aux mathématiques et leur enseignement. Dans une première ligne, se trouvent les stagiaires qui ont tendance à considérer les vérités mathématiques comme universelles et irréfutables et, liés à cette tendance, les stagiaires jugent qu'il n'est pas nécessaire de contextualiser le contenu mathématique pour l'enseigner. Dans une deuxième, on a également tendance à penser que les mathématiques se construisent individuellement et uniquement dans des espaces reconnus comme académiques (universités, centres de recherche, etc.).

Uruguay

Le groupe d'étudiants uruguayens prépare un diplôme spécifique pour devenir professeur de mathématiques dans le secondaire.

Environ le 50 % des étudiants participant aux deux passations du questionnaire sont âgés de 25 à 34 ans. La plupart des étudiants déclarent qu'ils poursuivent des études supérieures pour la première fois (plus de 80%) et n'ont pas d'autre diplôme. Interrogés sur l'expérience professionnelle et le nombre d'années de travail, environ 90 % de la population a répondu avoir une expérience de travail comme enseignant de mathématiques et près de la moitié a répondu avoir une expérience de moins de 5 ans.

Environ 90 % de la population interrogée a eu une formation « importante » et « très importante » en mathématiques et aussi en didactique des mathématiques. Pour la même question concernant la formation en histoire des mathématiques, 57 % ont répondu « importante » et « très importante ».

En ce qui concerne la question analysée à l'aide de l'analyse en composantes principales, la plupart des étudiants interrogés ont tendance à considérer que les vérités mathématiques ne sont pas universelles et que leur enseignement doit être contextualisé.

Une explication possible de cette différence entre les cas français et uruguayens est que la formation des enseignants en Uruguay se caractérise par une trajectoire simultanée au sens de Tatto, Lerman et Novotná (2008). Pour ces auteurs affirment qu'une trajectoire simultanée se caractérise par une formation dans laquelle l'étudiant reçoit simultanément une formation dans la discipline, une formation pédagogique et une pratique pédagogique. Conformément aux auteurs, nous pouvons identifier le parcours de formation suivie par les étudiants français de notre étude comme une trajectoire consécutive puisque l'étudiant reçoit d'abord une formation disciplinaire, et de façon indépendante de la première, une préparation au métier d'enseignant.

Nous avons constaté que, dans les deux pays, nous n'avons pas été en mesure d'identifier des modifications significatives qui nous permettraient d'affirmer un changement dans les conceptions après le cours d'histoire des mathématiques.

2. Analyse qualitative des entretiens

Dans cette section, nous faisons une analyse globale des entretiens menés avec les enseignants et les formateurs en France et en Uruguay.

L'entretien des enseignants et formateurs en France

Les entretiens menés avec les formateurs et les enseignants nous permettent de proposer le schéma suivant, basé sur les catégories définies à partir de l'analyse de contenu.

Globalement, ce schéma montre deux manières différentes de considérer l'histoire des mathématiques. D'une part, cette discipline est considérée avec ses objets d'étude, sa méthodologie de recherche dont l'un des objectifs, parmi d'autres, est d'enrichir la formation d'un futur enseignant ou mathématicien. D'autre part, elle est considérée comme une ressource pédagogique pour l'enseignement des mathématiques, où une réflexion pédagogique du futur enseignant est recherchée.

Dans chacune de ces lignes, les catégories identifiées ont été regroupées comme suit : des objectifs spécifiques du travail avec l'histoire, une façon particulière de travailler l'histoire liée à ces objectifs, et certaines difficultés liées à ceux-ci.

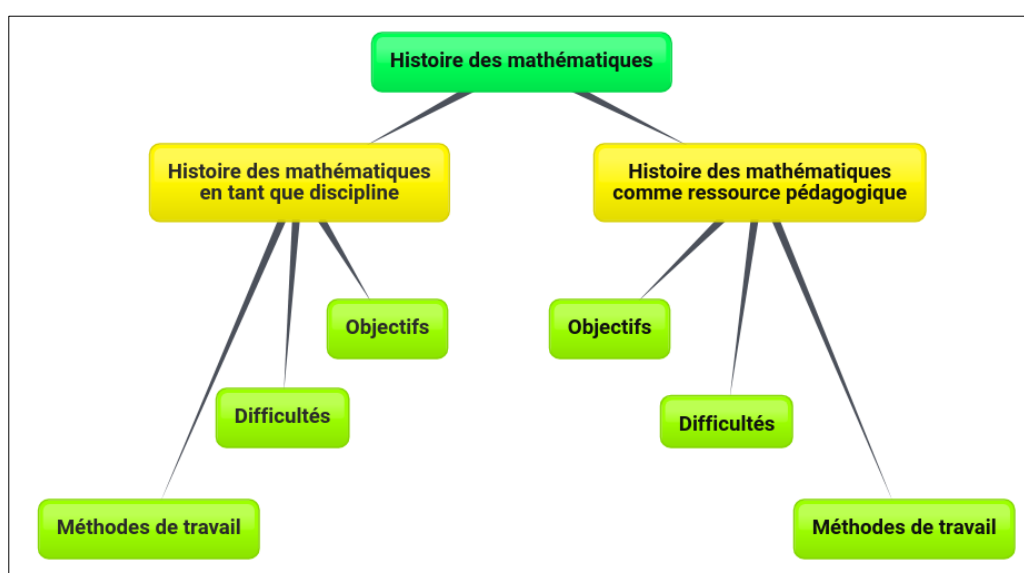


Figure 9. Deux courants de pensée concernant la prise en compte de l'histoire des mathématiques dans le cas français.

En France, nous avons trouvé un total de 22 catégories (annexe 1), parmi lesquelles nous pouvons citer les suivantes :

- « les mathématiques sont une construction humaine et vivante », cette catégorie est associée à l'un des objectifs du travail avec l'histoire ;
- « la lecture de textes historiques » est une des catégories que nous associons à la manière d'intégrer l'histoire dans les cours, et ;
- « la recherche de texte historique adapté » nous associons cette catégorie à l'une des difficultés rencontrées.

L'entretien des enseignants et formateurs en Uruguay

Grâce aux entretiens avec les formateurs, nous avons identifié qu'en Uruguay, il existe deux grands courants de pensée qui orientent la formation des enseignants de mathématiques. D'une part, les formateurs diplômés des instituts de formation des enseignants défendent le métier d'enseignant et affirment qu'il est nécessaire de le différencier des chercheurs en mathématiques. Dans ce cas, les formateurs considèrent que les étudiants vont se consacrer à l'enseignement des mathématiques et que cela nécessite des connaissances spécifiques, différentes de celles d'un mathématicien. D'autre part, les formateurs qui ont reçu une formation de mathématicien ou similaire, constatent des lacunes liées à la didactique des mathématiques dans leur propre formation et dans leur approche pédagogique. Cependant, tous les formateurs s'accordent à dire que l'histoire des mathématiques doit être abordée avec des objectifs pédagogiques.

Nous pensons que le fait de travailler dans le milieu de l'enseignement des mathématiques, avec un public exclusivement constitué de futurs enseignants et d'avoir une formation autodidacte en histoire des mathématiques favorise l'introduction de cette discipline uniquement avec des objectifs pédagogiques. Cela ne signifie pas que l'on n'étudie pas l'histoire des mathématiques, mais plutôt que les objectifs ultimes débouchent sur une réflexion pédagogique.

Dans le schéma suivant, nous représentons l'histoire des mathématiques comme une ressource pédagogique pour l'enseignement des mathématiques :

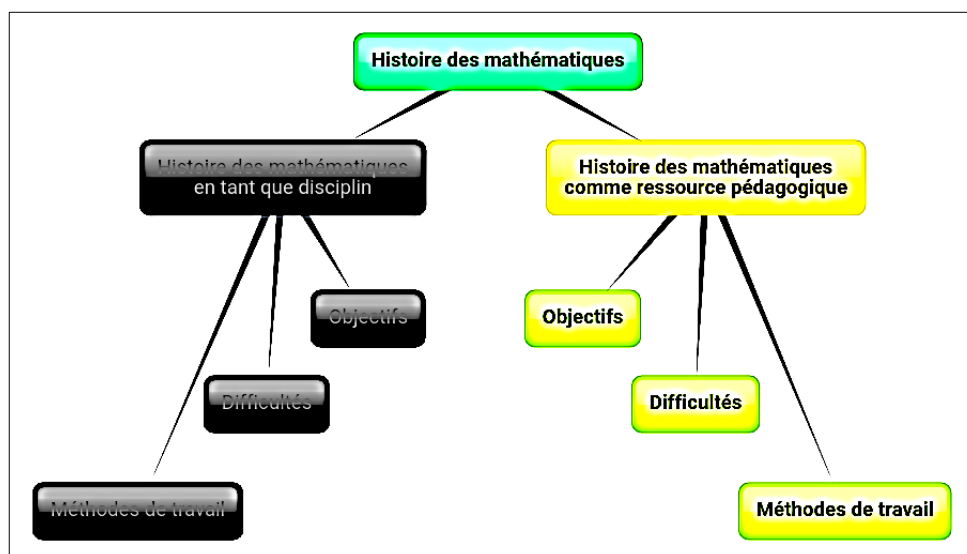


Figure 10. L'histoire des mathématiques comme un ressource pédagogique

Après l'analyse du contenu des entretiens avec les enseignants et les formateurs en Uruguay, nous avons trouvé 20 catégories (annexe 2), parmi lesquelles nous pouvons citer les suivantes :

- « Vivre l'expérience de faire des mathématiques et de ressentir de l'empathie pour les élèves » : cette catégorie est associée à l'un des objectifs du travail avec l'histoire.
- « Utiliser du matériel audiovisuel » : il s'agit d'une des catégories à laquelle nous associons la manière d'intégrer l'histoire dans les cours.
- « Formation autodidacte des formateurs » avec pour conséquence une certaine insécurité : cette catégorie est associée à l'une des difficultés rencontrées.

3. La grille des catégories

Une fois que chaque catégorie a été identifiée comme « objectif », « méthode » ou « difficulté », nous l'associons à l'un des sous-domaines définis par le modèle des CME de Ball, ces sous-domaines décrivant les compétences nécessaires à l'enseignement. Ainsi, nous avons proposé les actions suivantes :

1. Élaborer un modèle des CME à partir de toutes les catégories identifiées. Ce modèle des CME n'est pas individuel et ne représente pas non plus les catégories partagées par les individus du groupe interrogé, mais rassemble toutes les catégories identifiées. Nous appelons ce modèle CME*France.
2. Élaborer les CME de chaque étudiant stagiaire français.
3. Élaborer un modèle des CME basé sur les entretiens avec les enseignants et les formateurs en Uruguay, défini dans les mêmes termes que CME*France. Nous l'appelons : CME*Uruguay.
4. Élaborer les CME de chaque étudiant stagiaire uruguayen.
5. Élaborer la notion de compétence historique en superposant les modèles des CME*France et CME*Uruguay. Par superposer, nous entendons l'identification de catégories communes et de catégories différentes qui pourraient enrichir chaque modèle. D'une part, la vision d'histoire des mathématiques comme discipline que nous avons identifiée en France, offre des catégories non identifiées en Uruguay. D'autre part, la vision de l'histoire des mathématiques liée à la pratique de l'enseignement secondaire en Uruguay, offre des catégories qu'on ne trouve pas en France. Il ne s'agit évidemment pas d'« exporter » des modèles d'un pays à l'autre, mais de prendre en compte la possibilité d'intégrer les catégories qui pourraient enrichir chaque modèle.

4. La lecture des entretiens des stagiaires en France et en Uruguay

Notre question initiale au début de cette recherche portait sur l'influence d'un cours d'histoire des mathématiques sur les conceptions des étudiants, futurs enseignants de mathématiques. Nous avons pu constater que les questionnaires ne nous ont pas permis d'observer des changements majeurs au niveau des conceptions, mais avec les entretiens, nous avons identifié des manifestations de l'influence de l'histoire des mathématiques. Si nous parlons en termes de sous-domaines définis par Ball, Thames et Phelps (2008), nous pouvons identifier l'influence de l'histoire des mathématiques sur eux. Afin de montrer ces résultats, nous avons décidé de présenter ci-dessous les CME d'un étudiant stagiaire français (S4) et les CME d'un étudiant stagiaire uruguayen (US1).

Les CME d'un étudiant stagiaire français - S4

Nous avons sélectionné cet étudiant car il présentait dans son entretien le plus grand nombre de catégories relatives à l'intégration de l'histoire des mathématiques dans sa réflexion pédagogique.

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE : catégorie M5

Ce stagiaire exprime la nécessité d'identifier dans l'histoire des mathématiques les difficultés qui existaient à un certain moment et qui sont reconnues comme des obstacles, car elles seront aussi des difficultés pour leurs élèves.

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP : catégorie T8

Le stagiaire affirme qu'il est difficile d'intégrer une perspective historique dans la classe de mathématiques si on considère la densité du programme du cours, sa durée et l'intérêt des élèves. Il s'interroge également sur une éventuelle évaluation des contenus historiques pour les motiver, bien que ce soit sous la forme de « devoirs surveillés ».

Les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet – CC : catégorie T9

Le stagiaire manifeste le manque d'expérience en tant qu'enseignant : il déclare ne pas savoir combien de temps est nécessaire pour boucler le programme qui lui est imposé dans le cadre de ses cours et il souligne son inquiétude sur la « perte » de temps imparti à des activités inspirées par l'histoire.

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS : catégories P2 et P3

En ce qui concerne les méthodes d'intégration, le stagiaire se prononce contre l'utilisation de textes historiques au collège, mais n'est pas opposé à proposer des problèmes et à simplifier l'histoire en racontant certaines anecdotes et informations sur le sujet à travailler.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM : catégories M1 et M4

Le stagiaire considère qu'il est important de montrer l'évolution de la discipline et faire des liens des notions mathématiques entre les différents programmes dans lesquels il travaille. Il croit aussi que l'histoire des mathématiques lui apporte de la culture générale.

Si nous représentons ces catégories dans le modèle de Ball, Thames et Phelps nous obtenons la figure suivante :

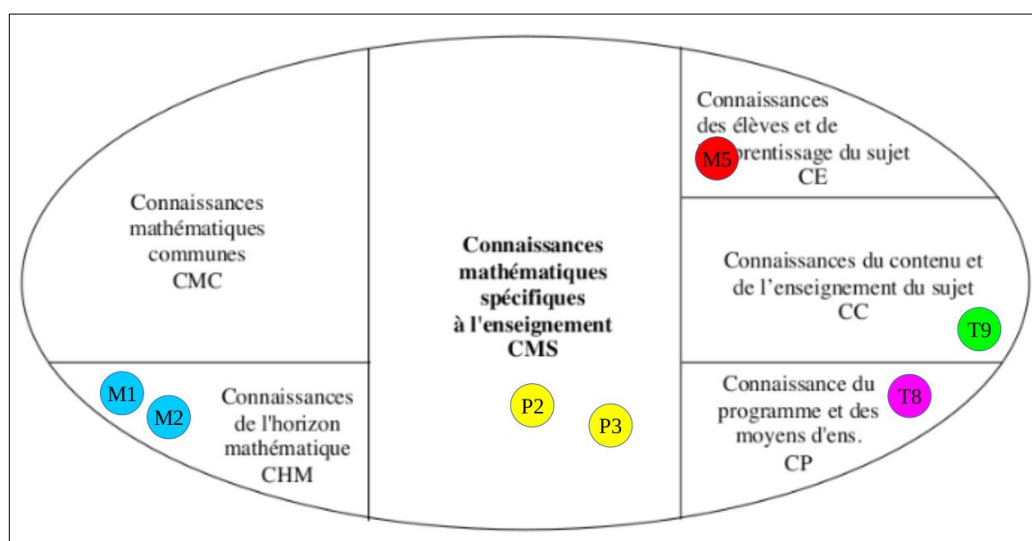


Figure 11. CME de l'étudiant stagiaire S4

Les CME d'un étudiant stagiaire uruguayen - US1

De la même manière que nous avons choisi l'étudiant français, nous avons également choisi l'étudiant uruguayen ayant exprimé le plus grand nombre de catégories dans son entretien.

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet – CE : A6, C1

L'étudiant affirme que l'approfondissement des connaissances de l'histoire des mathématiques liées aux programmes du secondaire l'a aidé à faire attention au niveau de ses élèves. Comme difficulté associée à ce sous-domaine, le stagiaire déclare que les élèves sont habitués à la

fragmentation des savoirs et que proposer une activité dans une perspective historique doit être enchaînée au thème à travailler, pour être cohérent avec le reste du programme.

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement – CP : B5, B3, C3, C6, B1

L'étudiant manifeste la fonction interdisciplinaire que l'histoire des mathématiques pourrait avoir. Il reconnaît l'utilisation des ressources audiovisuelles comme matériel pédagogique. Il cite le temps de préparation et d'étude de l'histoire comme principale difficulté, en plus du fait de se sentir à l'aise pour créer des activités dans une perspective historique. Il reconnaît que dans les manuels scolaires des informations historiques et des anecdotes pourraient être proposées dans ses cours. En tant qu'étudiant du cours d'histoire, il mentionne plusieurs livres d'histoire des mathématiques, assez classiques, et un livre spécifique pour la formation des enseignants.

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement – CMS : A5

L'étudiant exprime l'importance de travailler des concepts mathématiques spécifiques dans le cours d'histoire des mathématiques.

La connaissance de l'horizon mathématique – CHM : A6, A7

L'étudiant s'intéresse aux activités liées à l'histoire des mathématiques chez ses élèves du secondaire. Il affirme que comprendre comment certaines idées ont été construites, l'aide à penser aux différentes façons de les enseigner en classe. En ce sens, il exprime ouvertement avoir compris l'intérêt d'intégrer l'histoire des mathématiques durant ses cours.

Si nous représentons ces catégories dans le modèle de Ball, Thames et Phelps nous obtenons la figure suivante :

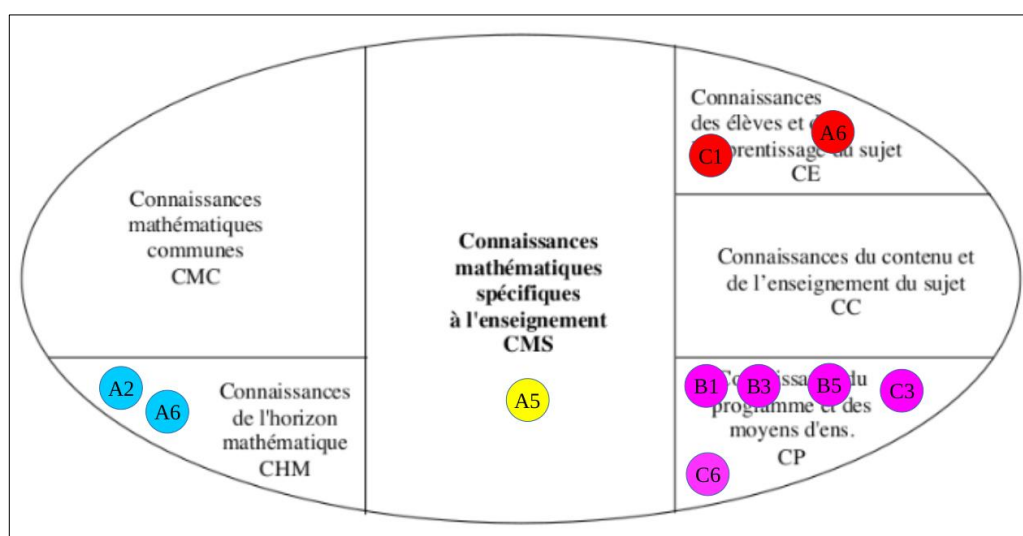


Figure 12. CME de l'étudiant stagiaire USI

V. DISCUSSION

1. Notion de compétence historique

Afin de construire la notion de compétence historique, nous proposons une intégration des catégories identifiées dans les entretiens français et uruguayens. Pour cela, nous faisons une

lecture des catégories par sous-domaine des CME*France et des CME*Uruguay, en cherchant à identifier celles qui sont similaires et celles qui se manifestent uniquement en France ou en Uruguay. Ces catégories qu'on ne retrouve que dans l'un des modèles peuvent être considérées comme enrichissantes pour l'autre, c'est pourquoi nous proposons un modèle qui rassemble toutes les catégories.

Nous avons ainsi élaboré une première approche de la compétence historique, en réfléchissant aux objectifs, aux méthodes d'intégration et aux difficultés que peuvent rencontrer les futurs enseignants de mathématiques.

Première approche de la compétence historique

L'un des objectifs de l'apprentissage de l'histoire des mathématiques est de comprendre que la manière dont une notion mathématique est abordée aujourd'hui est forcément incomplète, aride dans sa structure et peu en rapport avec ses origines. L'histoire offre à l'enseignant la possibilité de donner des réponses sur les besoins de la construction de ces notions à ses élèves. Avec des connaissances en histoire des mathématiques, il est possible de montrer que la discipline est en constante évolution et qu'elle est vivante. Connaître l'évolution historique de la discipline, permet de montrer la cohérence interne de la structure et les étapes nécessaires qui permettent certaines démarches. Il est possible aussi, de réaliser qu'il n'y a pas de réponse unique à chaque problème, ni de vérité absolue, mais que les réponses peuvent être différentes et dépendre des besoins d'une époque. L'histoire nous permet de reconnaître le travail collectif et aussi l'effort individuel des personnes qui se sont consacrées à développer une idée, avec leurs succès et leurs erreurs. La connaissance de l'histoire des mathématiques favorise la vision large de l'enseignant. Cette connaissance, associée à la connaissance des programmes d'un curriculum, peut aider l'enseignant à « naviguer » dans le contenu et à comprendre la cohérence temporelle dans laquelle il est enseigné.

Du point de vue de l'enseignant et de sa formation, l'histoire des mathématiques peut être considérée comme bagage culturel de l'enseignant, bien que, comme nous l'avons déjà justifié auparavant, les conceptions élaborées à partir de l'influence de l'histoire, sont filtrées dans leurs pratiques. À partir de cette vision large, l'utilisation d'anecdotes, de commentaires ponctuels, ainsi que l'élaboration d'un fil rouge historique qui relie les divers sujets du programme, sont des options qui suggèrent l'intégration de l'histoire dans les cours.

Bien que l'un des principaux inconvénients soit de ne pas savoir comment intégrer une perspective historique dans les cours, les sources historiques en sont l'une des suggestions. Cependant, il faut être conscient du danger d'une vision anachronique qui peut déformer les faits historiques ou d'une simplification excessive qui pourrait la transformer en caricature. Il est également suggéré de se plonger dans l'histoire des mathématiques pour avoir plusieurs exemples spécifiques et différentes façons de résoudre un problème.

L'interdisciplinarité est également l'une des propositions d'intégration de l'histoire, bien qu'elle exige la connaissance des programmes des disciplines du même niveau et la volonté de travailler avec d'autres enseignants. Connaître les programmes peut aussi permettre aux enseignants de proposer l'analyse de films ou de matériels audiovisuels liés à plusieurs sujets.

Les difficultés rencontrées par un enseignant qui choisit d'intégrer cette perspective dans sa classe peuvent être liées au matériel ou au public cible. En ce qui concerne le matériel, la principale difficulté est de trouver une source historique appropriée pour le sujet enseigné et dans la langue dans laquelle elle est enseignée (ou une traduction possible), ainsi que d'avoir le temps nécessaire pour développer l'activité. L'une des suggestions est de proposer dans l'introduction de chaque thème des problèmes ouverts tirés de l'histoire des mathématiques.

Une autre difficulté qui peut se poser vient des élèves et de leur compétence en matière de lecture. Cela nous oblige à être conscients des difficultés et des limites de nos élèves et de l'hétérogénéité du groupe.

L'emploi du temps du programme représente un problème majeur pour de nombreux enseignants, car la structure du cours ne permet pas une intégration facile du contenu historique. De plus, si les contenus ne sont pas évalués, il est clair qu'un enseignant donne la priorité aux contenus qui seront exigés, en laissant les contenus « supplémentaires » au second plan.

VI. LIMITE ET PERSPECTIVES

L'une des limites que nous avons constatées dans notre recherche est liée au questionnaire, puisque nous n'avons pas pu identifier un changement significatif dans les conceptions des étudiants. Nous avons trouvé deux causes possibles à ce résultat : la première est liée à la finesse du questionnaire, qui ne nous permet peut-être pas d'identifier ces changements, la seconde est liée à la nature des conceptions, car peut-être, n'est-il pas si simple de les faire évoluer. Ces deux causes potentielles feront l'objet de prochaines recherches.

En ce qui concerne les perspectives de recherche, le contact avec les étudiants stagiaires nous a amené à nous interroger sur l'évolution des compétences. Nous nous intéressons donc, à l'évolution des CME d'un enseignant par rapport à l'histoire des mathématiques. Cela nous amène à observer l'évolution des sous-domaines des CME qui sont activés chez l'enseignant, lorsqu'il veut intégrer l'histoire des mathématiques dans ses cours. Plus précisément décrire l'évolution des compétences par sous-domaine, en lien avec la notion de compétence historique que nous avons présentée.

Remerciement

Aux chercheurs français, aux enseignants de l'IREM de Lille et aux stagiaires du master MEEF de l'Université de Lille qui ont gentiment accepté de participer à l'entretien et de remplir les questionnaires.

Aux chercheurs du Consejo de Formación en Educación, enseignants et étudiants en formation uruguayens qui ont également accepté de participer à cette recherche.

A l'ANII qui a financé mon doctorat.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ABD-EL-KHALICK, F., & LEDERMAN, N. (2000). The influence of history of science courses on students' views of nature of science. *Journal of Research in Science Teaching: The Official Journal of the National Association for Research in Science Teaching*, 37(10), 1057-1095.
- BALL, D. (1988). *Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education*. Thèse de Doctorat, Michigan State University, East Lansing.
- BALL, D., THAMES, M. & PHELPS, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?. *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- BALL, D. & BASS, H. (2009). *With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures*. Universitätsbibliothek Dortmund.
- BARBIN, E. (2010). Epistémologie et histoire dans la formation mathématique. *Reperes-IREM*, 80, 74–86. <https://numerisation.univ-irem.fr/WR/IWR18016/IWR18016.pdf>
- BELTRAN, M., SAITO, F., & TRINDADE, L. (2014). *História da Ciência para formação de professores*. São Paulo: Livraria da Física.
- CAN, C., & CLARK, K. M. (2020). Because you're exploring this huge abstract jungle: one student's evolving conceptions of axiomatic structure in mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(3). <https://doi.org/10.29333/iejme/8566>

- CLIVAZ, S. (2011). *Des mathématiques pour enseigner, analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire*. Thèse de Doctorat en Education, Université de Genève.
- ERNEST, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of education for teaching*, 15(1), 13-33.
- FERREIRA, M. C. N., RIBEIRO, M., & RIBEIRO, A. J. (2017). Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Zetetike*, 25(3), 496-514. <https://doi.org/10.20396/zet.v25i3.8648585>
- FLORES MARTINEZ, P. (2004). *Creencias y concepciones de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje: evolución durante las prácticas de enseñanza*. Thèse de Doctorat, Université de Grenade, Espagne.
- GUACANEME, E. (2016). *Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de matemáticas*. Thèse de Doctorat, Université del Valle, Colombia.
- GUILLEMETTE, D. (2015). *L'histoire des mathématiques et la formation des enseignants du secondaire: sur l'expérience du dépaysement épistémologique des étudiants*. Thèse de Doctorat, Université du Québec à Montréal, Canada.
- GUILLEMETTE, D. (2017). History of mathematics in secondary school teachers' training: towards a nonviolent mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 96(3), 349-365.
- JANKVIST, U. T. (2013). History, applications, and philosophy in mathematics education: HAPh—A use of primary sources. *Science & Education*, 22(3), 635-656.
- LEMES, A. J. (2019). *L'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants : éléments pour la construction d'une compétence historique*. Thèse de Doctorat, Université de Lille. Consulté à l'adresse <http://theses.fr/24518953X>
- MA, L. (2009). *Saber e ensinar: Matemática elementar*. Lisboa: Gradiva.
- MONTIEL, G., & BUENDIA, G. (2012). Un esquema metodológico para la investigación socioepistemológica: ejemplos e ilustraciones. In A. Rosas & A. Romo (Eds.), *Metodología en matemática educativa: visiones y reflexiones* (pp. 61-88). México : Lectorum.
- PEREIRA, A. & SAITO, F. (2018). Os instrumentos matemáticos na interface entre História e ensino de matemática: compreendendo o Cenário nacional nos últimos 10 anos. *Boletim Cearense De Educação E História Da Matemática*, 5(14), 109-122. <https://doi.org/10.30938/bocehm.v5i14.225>
- ROBERT, A. (2001). Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21(1), 57-80.
- ROBERT, A. (2005). Sur la formation des pratiques des enseignants de mathématiques du second degré. *Recherche & formation*, 50(1), 75-89.
- ROJAS, N., FLORES, P., & CARRILLO, C. (2013). Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza de los números racionales. *Avances de investigación en Educación Matemática*, 4, 47-64.
- SHULMAN, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, 57(1), 1-23.
- SOSA, L., & CARRILLO, J. (2010). Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) de matrices en bachillerato. In M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo & T. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 569-580). Lleida: SEIEM.
- SMESTAD, B., JANKVIST, U. T., & CLARK, K. (2014). Teachers' mathematical knowledge for teaching in relation to the inclusion of history of mathematics in teaching. *Nordic Stud Math Educ*, 19(3/4), 169-183.
- TATTO, M. T., LERMAN, S., & NOVOTNÁ, J. (2009). Overview of teacher education systems across the world. In R. Even & D. Ball (Eds.), *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. New ICMI Study Series, vol 11* (pp. 15-23). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09601-8_3
- TORRES, L., GUACANEME, E., & ARBOLEDA, L. (2014). La Historia de las Matemáticas en la formación de profesores de Matemáticas. *Quipu*, 16(2), 203-224.
- VAN DER MAREN, J. (1996). *Méthodes de recherche pour l'éducation*. Montréal : Presses de l'Université de Montréal et de Boeck.

ANNEXE 1

Catégories identifiées dans les entretiens avec les enseignants et formateurs français		
Objectif	Méthode d'intégration	Difficulté
M1) Les mathématiques en tant que construction humaine, vivante et en constante évolution.	P1) Lecture de textes historiques.	T1) La recherche de texte historique adapté.
M2) La cohérence interne et l'enchaînement de la discipline, ainsi que le fait qu'il n'y a pas de vérité absolue.	P2) Problèmes ouverts dans l'introduction des sujets ou analyser différentes démonstrations et erreurs.	T2) Manque d'habitudes de lecture, de débat et de compréhension des textes du côté des élèves.
M3) Encourage la lecture, la curiosité, la motivation et le repos entre deux passages techniques.	P3) Anecdotes et simplifications.	T3) Accès aux documents (source, langue, temps disponible).
M4) Connaître les mathématiques ne suffit pas, il est nécessaire d'avoir une connaissance plus large, par exemple connaître les programmes de mathématiques.	P4) Intégrer l'histoire sans faire référence à l'épisode historique et nourrir ses propres conceptions.	T4) Hétérogénéité dans la formation des élèves.
M5) Source des problèmes et identification des obstacles épistémologiques.		T5) Activités accessibles et liées au programme.
M6) Liens entre les élèves « perdus » ou moins intéressés.		T6) « Blocage » en général algébrique.
M7) Déclencheur du dépaysement épistémologique, empathie, modestie et surprise.		T7) Anachronisme ou simplification d'un épisode historique.
M8) Rôle de l'enseignement des mathématiques dans la société, différentes versions des mathématiques, rigueur et compréhension.		T8) Volume horaire du programme, aucune obligation d'enseigner avec une perspective historique. Pas d'évaluation.
M9) Repenser les pratiques d'enseignement.		T9) Ne pas savoir comment intégrer ce type de perspective dans le cours de mathématiques.

ANNEXE 2

Catégories identifiées dans les entretiens avec les enseignants et formateurs uruguayens		
Objectif	Méthode d'intégration	Difficulté
A1) Donner du sens aux notions mathématiques.	B1) Anecdotes historiques.	C1) Les mathématiques sont étudiées de façon structurée et si l'histoire ne compte pas pour l'évaluation, les élèves sont contrariés d'avoir à l'étudier.
A2) Les mathématiques en tant qu'activité humaine.	B2) Histoire comme fil rouge dans un cours.	C2) Hétérogénéité des élèves : par exemple, problèmes de lecture.
A3) Souligner l'effort humain et le génie.	B3) Avec de matériel audiovisuel.	C3) Temps de préparation.
A4) Les mathématiciens font aussi des erreurs.	B4) Des problèmes proposés dans un certain contexte historique, sans fournir les outils mathématiques nécessaires à leur résolution.	C4) Programmes très vastes.
A5) Vivre l'expérience de faire mathématiques, se sentir à la place des élèves et ressentir de l'empathie.	B5) Histoire des mathématiques comme porte d'entrée à la recherche et en lien avec les programmes du secondaire ou d'autres disciplines.	C5) Les ressources matérielles ne sont pas toujours accessibles. Il n'y pas d'histoire des mathématiques pour chaque sujet mathématique.
A6) Enrichir les connaissances historiques permet de connaître différentes réponses pour le même problème.	B6) L'évaluation se propose en reliant un épisode historique avec les programmes du secondaire.	C6) Formation autodidacte des formateurs.
A7) L'histoire peut rassembler des éléments du savoir qui ont été fragmentés. Connaître le contexte historique du développement d'une notion contribue à la sécurité du futur enseignant.		
A8) Connaître les obstacles et les difficultés qui ont existé dans le développement de certaines notions et que les élèves peuvent avoir.		