

# COMMENT AMENER LES ELEVES A S'INTERROGER SUR LA VALIDITE DE LEUR DEMARCHE A L'ECOLE ELEMENTAIRE ?

Karine Vieque\*

## RÉSUMÉ

Notre étude porte sur l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie plane au cycle 2. Nous étudions un type de problème spécifique élaboré par Perrin-Glorian & Godin (2014) : les problèmes de restauration de figures. Dans ce texte, nous présentons une partie du cadre théorique de notre recherche doctorale. Notre problématique porte sur la question de la validation à l'école élémentaire. Les éléments théoriques que nous retenons nous permettent d'identifier certaines caractéristiques d'un ensemble de situations à usage didactique que nous allons expérimenter pour engager les élèves dans un processus de validation en géométrie. Parmi ces caractéristiques, nous avons tout d'abord mis en relation connaître et prouver dans un processus d'apprentissage et mobilisé une des fonctions de la preuve (la preuve pour décider) pour engager les élèves dans un processus de validation. Nous avons également prévu la gestion par l'enseignant d'un moment de mise à l'épreuve des démarches des élèves qui favorise la prise de conscience de contradictions et la construction de raisons sur lesquelles faire reposer la validité des actions.

Mots-clefs : validation – preuve pour décider – construction de connaissances - géométrie - école élémentaire

## ABSTRACT

Our study focuses on the teaching and learning of plane geometry in 3<sup>rd</sup> grader. We study a specific type of problem developed by Perrin-Glorian & Godin (2014): figure restoration problems. In this paper, we present a part of the theoretical framework of our doctoral research. Our problematic concerns the question of validation in geometry in elementary classrooms. The theoretical elements that we have retained allow us to identify features of a set of didactical situations designed in order to engage pupils in a validation process in geometry. These characteristics include the relationship between knowing and proving in a learning process and the mobilization of one of the functions of proof (the proof to decide) to engage pupils in a validation process. We also planned for the teacher to manage a moment of testing the pupils' approaches in order to deal with the awareness of contradictions and the construction of reasons involving the validity of actions.

Keywords: validation - evidence to decide - knowledge building - geometry - elementary school

## OBJET D'ETUDE ET QUESTIONNEMENT

Notre étude porte sur l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie plane au cycle 2 (élèves de 7-8 ans). Nous étudions un type de problème de reproduction de figure spécifique élaboré par Perrin-Glorian & Godin (2014) : les problèmes de restauration de figures. Dans ce cadre, nous posons la question de la validation. A l'école élémentaire où l'action des élèves prédomine, notre objectif est de déterminer comment amener les élèves à s'interroger sur la validité des actions instrumentées réalisées pour restaurer une figure.

Dans ce texte, nous présentons les cadres théoriques que nous utilisons pour étudier la relation entre l'usage des instruments et la validation à l'école élémentaire. Nous commençons en prenant appui sur les apports théoriques de Vergnaud (2001/2). En effet, son approche pragmatique de l'élaboration des connaissances nous permet d'étudier comment agir sur le développement des schèmes associés au type de problème que nous étudions. Nous poursuivons alors sur la question de la validation en utilisant les apports théoriques de Balacheff (1987). Ses travaux, qui s'appuient sur ceux de Vergnaud, nous permettent d'identifier comment aborder la question de la validation des actions en relation avec la construction de connaissances dans un processus d'apprentissage. Nous terminons alors par l'identification des caractéristiques de les situations à concevoir en prenant appui sur les apports théoriques de Brousseau et Balacheff.

---

\* Doctorant LDAR, Université Paris Cité, Univ Paris Est Creteil, CY Cergy Paris Université, Univ. Lille, UNIROUEN, LDAR, F-75013 Paris, France

## ABORDER LA QUESTION DE LA VALIDATION A L'ECOLE ELEMENTAIRE

### *1. Prendre appui sur le contenu des schèmes impliqués dans le type de problème étudié.*

A l'école élémentaire, l'action des élèves prédomine : leurs connaissances mathématiques se développent d'abord en réponse à des problèmes pratiques. Afin d'étudier comment faire évoluer les actions instrumentées des élèves, nous avons donc besoin de porter notre attention sur les formes prises par les connaissances dans l'action des élèves. Pour cela, le principe d'élaboration pragmatique des connaissances sur lequel reposent les travaux de Vergnaud nous permet d'analyser le fonctionnement cognitif des élèves en situation de résolution de problème.

Vergnaud (2001/2) donne une place centrale à la notion de schème, qu'il définit comme « organisation invariante de la conduite dans une situation donnée » (ibid, p.110). Si nos savoir-faire et nos savoirs se développent dans le processus d'adaptation au réel, il souligne le fait que ce sont les schèmes qui s'adaptent, et ils s'adaptent aux valeurs des variables didactiques des situations auxquelles ils s'adressent. La définition d'un schème en termes de composantes proposée par Vergnaud permet de comprendre de quelle manière il s'adapte. Un schème se compose notamment de règles d'action. Ces dernières permettent de mettre en relation les actions à des conditions (prises d'informations pertinentes, relations, propriétés-en-acte) et des circonstances (buts à atteindre, effets à obtenir). Un schème se compose également d'invariants opératoires : des concepts-en-acte et théorèmes-en-acte. Ces deux expressions désignent les connaissances contenues dans les schèmes. Vergnaud précise que les invariants opératoires constituent la composante épistémique du schème et qu'ils permettent de comprendre la relation entre l'action et la conceptualisation.

Ainsi, nous faisons le choix d'utiliser les apports théoriques de Vergnaud car ils nous permettent d'analyser le contenu des schèmes impliqués dans les problèmes en termes de règles d'action et d'invariants opératoires. En effet, la mise en relation de ces composantes va nous permettre de créer un lien entre le développement des actions instrumentées avec celui de la conceptualisation en géométrie. Nous poursuivons sur la manière poser la question de la validation des actions dans les problèmes.

### *2. Poser la question de la validation sur le contrôle des conditions de l'action réalisée*

Nous avons vu que l'élève de l'école élémentaire est un praticien. L'action des élèves est tout d'abord orientée vers la maîtrise de savoir-faire. Ainsi, la validation d'une action est avant tout éprouvée dans les faits : elle repose sur son efficacité, son adéquation à résoudre un problème. Nous en déduisons que la validation, dans ce contexte, est de nature pragmatique. Pour approfondir la question de la validation des actions, nous commençons par utiliser les apports théoriques de Balacheff pour ensuite les mettre en relation avec ceux de Vergnaud.

Concernant la validation, Balacheff la définit de la manière suivante :

« Validation refers to constructing reasons to accept a specific statement, within an accepted framework shaped by accepted rules and other previously accepted statements. From this perspective, mathematical validation searches for an absolute proof in an explicit context; it can thus claim certainty as a foundational principle ». (Balacheff, 2014, p.5)

Nous prélevons de cette définition un élément qui nous semble important : dans un processus de validation, les élèves sont amenés à produire des raisons pour faire accepter un énoncé au sein de leur classe. Nous avons donc besoin d'identifier comment amener les élèves à mobiliser ces raisons dans le cas d'une validation pragmatique. Concernant ces raisons, Vergnaud souligne l'existence de deux niveaux de conscience :

« celui qui permet de faire et de réussir (la conscience avant), et celui qui permet de revenir sur les

raisons de la réussite ou de l'échec, et qui conditionne la stabilisation et l'explicitation des connaissances (conscience après) » (Vergnaud, 2001/2, p.121).

Nous notons que le retour sur les raisons de la réussite ou de l'échec permet l'explicitation des connaissances. Ainsi, la construction de raisons sur lesquelles faire reposer la validation est à mettre en relation avec la construction de connaissances :

« no one can claim to know without a commitment to and a responsibility for the validity of the claimed knowledge. In return, this knowledge functions as a means to establish the validity of a decision in the course of performing a task and even in the process of building new knowledge - especially in the learning process. In this sense, knowing and proving are tightly related. » (Balacheff, 2014, p19).

Nous en déduisons que les règles d'action et les différentes connaissances contenues dans les invariants opératoires peuvent être des points d'appui pour aborder la question de la validation dans un processus d'apprentissage.

Ainsi, pour notre travail, nous prenons appui sur la définition de la validation proposée par Balacheff : nous allons faire référer la validation à la construction de raisons pour accepter qu'une action est adéquate, dans le cadre de la classe. Nous cherchons alors à agir sur le développement conjoint des règles d'action et des invariants opératoires. Pour cela, nous avons maintenant besoin de déterminer comment élaborer des situations susceptibles d'amener les élèves à s'interroger sur les conditions sur lesquelles reposent la validité et l'adéquation des règles d'action mobilisées.

### *3. Mobiliser une des fonctions de la preuve et l'enjeu de certitude dans les situations*

Pour étudier comment élaborer des situations qui intègrent la question de la validation, nous commençons par utiliser le cadre de la théorie des situations didactiques de Brousseau (1998). En effet, ce cadre nous donne les outils nécessaires pour élaborer une dialectique entre des situations d'action, de formulation et de validation. Nous poursuivons alors avec les apports théoriques de Balacheff pour identifier les caractéristiques des situations à élaborer. Notre but est de chercher comment développer chez les élèves des règles d'action et des invariants opératoires pour agir sur la conceptualisation et qu'à terme, ils soient mobilisés de manière conscientes.

Pour élaborer une dialectique entre les situations d'action, de formulation et de validation, nous retenons tout d'abord que les situations d'action peuvent être des situations où

« les questions d'action ou de décisions mathématiques sont celles où le seul critère est l'adéquation de la décision » (Brousseau, 1998, p.128).

Nous pouvons percevoir ici un lien avec les apports de Vergnaud : la notion de décision est en relation avec celle de règle d'action. Le critère est posé sur l'effet attendu, sur l'adéquation de l'action. Balacheff (1987, pp.10-11) indique alors la possibilité de créer des situations qui appellent un processus de validation en posant l'enjeu de certitude et en utilisant la preuve dans sa fonction de décider. Il définit une preuve comme « une explication acceptée par une communauté à un moment donné » (ibid, p.2). Il souligne alors que la preuve pour décider est particulièrement adaptée à l'école élémentaire car elle s'insère dans l'action, dans le fonctionnement de praticien.

Ainsi, la preuve pour décider est une preuve pragmatique. Ce type de preuve se fonde « sur des théorèmes-en-acte qui n'ont pas été prouvés mais éprouvés dans la pratique » (ibid, p.13). Par ailleurs, Balacheff ajoute que décider « peut être la source d'un savoir nouveau » (ibid, p.10-11). Les apports de Balacheff entrent en résonance avec ceux de Vergnaud : nous identifions ici le moyen d'agir conjointement sur le développement des règles d'action et l'émergence des connaissances contenues dans les invariants opératoires. En effet, les apports de Vergnaud nous ont montré qu'après le moment de l'action, où l'élève a fait et réussi, il est important d'organiser un moment permettant un retour sur les raisons de la réussite ou de

l'échec pour faire expliciter des connaissances en jeu. Pour cela, Balacheff propose de se saisir des contradictions comme levier pour expliciter des connaissances contenues dans les invariants opératoires :

« Lorsque la prise de conscience de cet échec survient, le premier progrès décisif sera de poser le problème des conditions de validité de l'action ou de son adéquation. C'est cet événement qui initiera la genèse du théorème-en-acte en engageant la construction du prédicat associé à l'action » (ibid, p.18).

Nous relevons ici la relation existante entre la prise de conscience d'une contradiction concernant une décision d'action prise et l'émergence du théorème-en-acte implicitement mobilisé. Cette relation avec les théorèmes-en-acte nous semble importante à considérer car ils font partie des invariants opératoires. De fait, nous notons qu'agir sur la prise de conscience des contradictions permet de développer les règles d'action qui reposent sur les théorèmes-en-acte en jeu dans les problèmes.

Ainsi, pour notre travail, nous retenons de Brousseau et Balacheff la proposition de créer des situations d'apprentissage qui posent des questions de décisions en y intégrant un enjeu de certitude. Pour cela, nous utilisons la preuve dans sa fonction de décider de l'adéquation des actions. Dans notre travail, la preuve sera avant tout travaillée sous la forme d'une preuve pragmatique de la validité d'une décision. Pour autant, nous retenons l'importance d'organiser une mise à l'épreuve des prises de décisions pour permettre l'explicitation des raisons, c'est-à-dire des connaissances, sur lesquelles reposent la validité des actions réalisées.

### PROJET D'EXPERIMENTATION

Les éléments théoriques que nous venons d'exposer nous ont permis d'identifier certaines caractéristiques d'une dialectique de situations que nous allons expérimenter pour engager les élèves dans un processus de validation. Notre intention est de développer les schèmes associés aux problèmes de restauration en mettant en relation connaître et prouver dans un processus d'apprentissage. Nos situations d'action et de formulation intègrent l'enjeu de certitude et mobilisent la preuve dans sa fonction de décider de l'adéquation et de la validité des actions. Nous prévoyons la gestion par l'enseignant d'un moment de mise à l'épreuve des démarches des élèves qui favorise la prise de conscience de contradictions et la discussion sur les raisons sur lesquelles faire reposer la validité de leurs actions. La situation de validation permettra d'organiser la validation de ces raisons afin qu'elles deviennent des énoncés acceptés au sein de la classe. Enfin, la situation de décision vise la production de raisons par les élèves pour justifier de la validité ou non de certaines actions réalisées pour restaurer une figure.

### RÉFÉRENCES

- BALACHEFF, N. (1987). Processus de preuve et situation de validation. *Educational Studies in Mathematics*, Springer Verlag, pp.147-176. <https://doi.org/10.1007/BF00314724>
- BALACHEFF, N. (2010). Bridging knowing and proving in mathematics: an essay from a didactical perspective. In Hann G., Jahnke H.N. (eds) *Explanation and proof in mathematics*, pp.115-135, Heifelfberg: Springer. [https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0576-5\\_9](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0576-5_9)
- BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage - Éditions, coll. Recherches en Didactique des Mathématiques.
- PERRIN-GLORIAN, M. J., & GODIN, M. (2014). De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-École, Numéro spécial Enseignement de la géométrie*, 222, 26-36.
- VERGNAUD, G. (2002). Piaget visité par la didactique. *Intellectica-La revue de l'Association pour la Recherche sur les sciences de la Cognition (ARCo)*, 33, 107-123.