

# LA MATHEMATISATION HORIZONTALE : QUELS APPORTS POUR UNE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT ET L'APPRENTISSAGE DE LA MODELISATION MATHEMATIQUE ?

Sonia Yvain-Prébiski\*

## RÉSUMÉ

Dans cet article, nous nous intéressons à la modélisation mathématique à partir de situations extra-mathématiques. Partir de telles situations nécessite dans un premier temps de les rendre accessibles à un traitement mathématique. Nous montrons comment nous avons pris en compte le travail de mathématisation horizontale et ses rapports dialectiques avec la mathématisation verticale, dans un processus de modélisation, pour mener une étude sur la dévolution aux élèves du secondaire du travail de mathématisation horizontale. L'objectif est d'une part, de montrer comment nous avons pris en compte le travail de mathématisation horizontale tout au long de notre recherche, d'autre part de mettre en évidence les apports de cette prise en compte dans nos analyses didactiques.

Mots-clefs : mathématisation horizontale ; mathématisation verticale ; modélisation mathématique ; situation extra-mathématique, pratiques de chercheurs

## ABSTRACT

In this article, we are interested in mathematical modelling based on extra-mathematical situations. Starting from such situations requires first to make them accessible to a mathematical treatment. We show how we have considered the work of horizontal mathematization and its dialectical relationship with vertical mathematization, in a modelling process, in order to carry out a study on the devolution of horizontal mathematization to secondary school pupils. The objective is, on the one hand, to show how we have taken into account the work of horizontal mathematization throughout our research, and on the other hand, to highlight the contributions of this consideration in our didactic analyses.

Keywords: horizontal mathematization, vertical mathematization, mathematical modelling, extra-mathematical situation, researcher's practices

## INTRODUCTION

Dans les prescriptions curriculaires à tous les niveaux, en France comme à l'international, le développement de compétences liées à la modélisation de situations extra-mathématiques est mis en avant, par exemple dans le document d'accompagnement sur la compétence Modéliser au cycle 4 :

« La modélisation, si on souhaite permettre aux élèves d'en comprendre les enjeux, nécessite dans l'idéal de partir d'un problème extra-mathématique, de construire un modèle, de le faire fonctionner et de pouvoir confronter ses résultats à la situation modélisée. » (Eduscol, 2016, p.4)

Partir de telles situations nécessite alors dans un premier temps de les rendre accessibles à un traitement mathématique.

« Il faut prendre en compte le fait qu'une question de vie quotidienne est rarement directement une question mathématique. Elle le devient à travers un processus de mathématisation ou modélisation mathématique qui simplifie et interprète la réalité. Il est important de rendre visible cette étape, les choix qui y sont faits et la façon dont ils conditionnent l'appréhension du réel, en y associant activement les élèves. » (Artigue dans Masselin, 2020, p.13).

Nous avons focalisé notre recherche sur cette étape qui conduit à passer d'une situation extra-mathématique à un problème mathématique. En suivant Treffers repris par Freudenthal (1991), le travail nécessaire pour cette étape relève d'un travail de mathématisation horizontale (MH). Dans notre travail de thèse, nous avons interrogé les conditions pour faire

---

\* LDAR, CY Cergy Paris Université, Université Paris Cité, Univ Paris Est Créteil, Univ. Lille, UNIROUEN, LDAR, F-95000 Cergy-Pontoise, France

vivre cette étape en classe de mathématiques dans le secondaire et en particulier sur les conditions pour favoriser la dévolution de ce travail aux élèves. Il s'agissait de notre première question de recherche *Q1-Quelles sont les conditions et les contraintes permettant de favoriser la dévolution de la MH aux élèves de collège et de lycée engagés dans une activité de modélisation ?*

Pour nourrir ce questionnement didactique, nous avons mené une étude épistémologique des pratiques contemporaines de chercheurs qui utilisent la modélisation mathématique dans leurs travaux dans le but d'apporter des éléments de réponse à la seconde question de recherche : *Q2-Quelle transposition à la classe de pratiques de chercheurs en modélisation peut-on envisager, lors du passage du monde réel au monde mathématique ?*

Dans cet article, il ne s'agit pas de répondre directement à ces deux questions de recherche mais de montrer en quoi la prise en compte de la MH dans le processus de modélisation a nourri notre recherche en didactique.

Après avoir présenté l'ancrage théorique et la structure de notre recherche, nous détaillerons les apports de la prise en de la mathématisation horizontale dans notre recherche, d'abord relative à Q2 (étude d'épistémologie contemporaine) puis celle relative à Q1 (analyses didactiques).

## ANCRAGE THEORIQUE ET STRUCTURE DE LA RECHERCHE

### 1. Ancrage théorique

Nous suivons Treffers (1978) qui distingue deux types de mathématisation en jeu dans une activité de modélisation en mathématique : la mathématisation horizontale qui « part du monde de la vie pour arriver au monde des symboles » et la mathématisation verticale qui « se déplace à l'intérieur de ce monde des symboles ». Dans le cadre de la Realistics Mathematics Education (RME), Freudenthal (1991) reprend cette distinction :

« Treffers, in his thesis of 1978, distinguished horizontal and vertical mathematising not sharply but with due reservations: Horizontal mathematising, which makes a problem field accessible to mathematical treatment (mathematical in the narrow formal sense) versus vertical mathematising, which effects the more or less sophisticated mathematical processing. » (Freudenthal, 1991, p.40)

Par exemple, dans ce cadre, « schématiser, formuler et visualiser un problème de différentes manières » relève de la mathématisation horizontale et « représenter une relation dans une formule » relève de la mathématisation verticale.

Pour mieux cerner le rôle de la mathématisation dans un processus de modélisation, nous nous sommes également appuyée sur l'ouvrage « La mathématisation du réel » d'Israël (1996). Nous présentons ici seulement ce que nous en avons retenu (voir Yvain, 2017 pour plus de détails) :

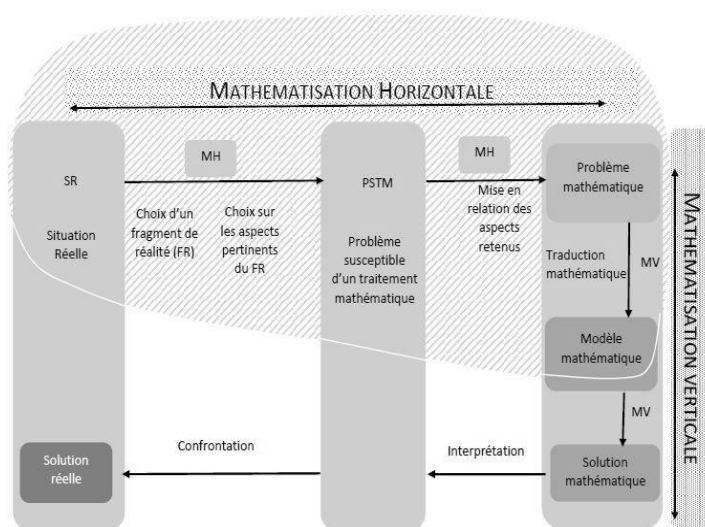
- Un modèle mathématique est « *un fragment de mathématique appliqué à un fragment de réalité, [...] non seulement un seul modèle peut décrire différentes situations réelles, mais le même fragment de réalité peut être représenté à l'aide de modèles différents.* » (Israël, 1996, p.11).
- La modélisation mathématique est une démarche de construction d'un modèle en langage mathématique permettant de mettre en relation les éléments choisis d'un fragment de réalité avec la question à étudier.
- « Pour traduire en langage mathématique un phénomène, il faut déterminer une ou plusieurs variables décrivant l'état du phénomène à un instant donné [...] il faut faire des hypothèses concernant la loi selon laquelle ces variables changent pour aboutir à une loi mathématique donnant l'allure du phénomène. » (Op.cit., p.24)

Ainsi en croisant les travaux d’Israël et ceux de Freudenthal, nous avons défini des formes de la MH et MV pour notre étude dans le tableau 2 (Yvain-Prébiski, 2018) :

Mathématisation horizontale	Mathématisation verticale
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Choisir un fragment de réalité sur lequel on se questionne en vue de répondre à la question posée</li> <li>- Identifier et choisir les aspects du fragment de réalité (éléments de contexte, grandeurs) susceptibles de relever d’un traitement mathématique</li> <li>- Mettre en relation les aspects retenus en vue de la construction d’un modèle mathématique</li> <li>- Associer une valeur numérique à un objet d’étude, lien avec la mesure<sup>1</sup></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La traduction mathématique de la mise en relation des aspects pertinents choisis</li> <li>- Le traitement mathématique à partir de cette traduction</li> </ul>

**Tableau 1.** – Formes de la MH et MV dans notre recherche

En appui sur ces formes, nous avons étudié dans la littérature en éducation mathématique la diversité des schémas du processus de modélisation et leurs prises en compte du travail de mathématisation au cours de l’activité de modélisation (voir (Yvain-Prébiski, 2018) pour plus de détails). Nous avons fait le constat d’une faible prise en compte de la mathématisation horizontale. Nous avons alors fait le choix d’élaborer un nouveau schéma afin de mettre davantage en évidence les étapes nécessaires pour passer du monde réel au monde mathématique (figure 1).



**Figure 1.** – Le cycle de modélisation élaboré au début de notre étude

Le cycle élaboré (figure 1) vise des apprentissages associés à la modélisation mathématique en tant qu’objet d’enseignement en mettant en évidence les deux aspects de la mathématisation en jeu. Il peut être vu comme un enrichissement du cycle de Blum & Leiss (2007) (figure 2) dans le sens qu’il explicite la phase « simplifying /structuring » et « mathematizing » (Yvain-Prébiski, 2021).

<sup>1</sup> Il s’agit de la « quantification » au sens de Chabot & Roux (2011), c’est-à-dire la manière dont certaines propriétés sont associées à des quantités.

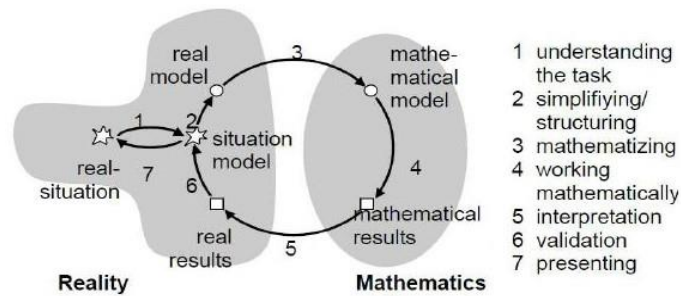


Figure 2. – Le cycle de modélisation de Blum & Leiss (2007)

Comme le souligne Maaß (2006), la diversité des propositions de schémas visant à illustrer le processus de modélisation dans la littérature est essentiellement corrélée aux objectifs d'apprentissage et au choix des compétences à développer visées par les auteurs. Ainsi, dans notre étude, le choix de la situation à proposer et le dispositif de mise en œuvre associé doivent permettre de faire émerger le travail spécifique relatif à la mathématisation horizontale et ses rapports dialectiques avec la mathématisation verticale. Pour conduire l'étude relative à la question de recherche Q1<sup>2</sup>, et dans l'objectif de faire vivre en classe le schéma représenté dans la figure 1, nous avons réalisé une pré-expérimentation au sein du dispositif ResCo ((Résolution Collaborative De Problèmes) de l'IREM de Montpellier qui nous a permis de retenir la pertinence d'une phase de questions-réponses sous la responsabilité des élèves (ResCo 2014). Cette phase de questions-réponses vise à faire prendre conscience aux élèves de la nécessité de faire des choix et que selon les choix faits, plusieurs modèles mathématiques sont envisageables et ainsi entrer dans un travail de mathématisation horizontale interconnecté avec l'aspect vertical de la mathématisation.

## 2. Structure de la recherche

Pour conduire l'étude relative à la question de recherche Q1, nous avons choisi de nous placer dans le contexte des sciences de la vie pour des raisons essentiellement pragmatiques : nécessité de circonscrire un domaine et contacts préexistants avec des chercheurs du domaine. Une spécificité de notre méthodologie est de nourrir ce questionnement didactique par une première étude épistémologique des pratiques contemporaines de chercheurs utilisant la modélisation mathématique dans ce contexte. Cette étude est axée sur les pratiques des chercheurs associées à un travail relevant de la MH et vise à répondre à la question de recherche Q2. L'objectif est de s'appuyer sur les résultats de cette étude pour :

- Enrichir le schéma du processus de modélisation choisi (figure 1),
- Caractériser des situations posées dans un contexte non mathématique *a priori*, favorisant la dévolution de la MH aux élèves dans l'activité de modélisation,
- Élaborer des indicateurs pour nos analyses didactiques associées à Q1.

Le lecteur trouvera l'architecture globale de la recherche en annexe 3, qui met en évidence la place centrale de la MH dans notre recherche.

Dans la suite, nous allons décrire comment nous avons pris en compte la MH dans notre recherche en mettant en évidence les apports de cette prise en compte, tout d'abord dans l'étude épistémologique des pratiques contemporaines de chercheurs, puis dans nos analyses didactiques.

<sup>2</sup> Quelles sont les conditions et les contraintes permettant de favoriser la dévolution de la MH aux élèves de collège et de lycée engagés dans une activité de modélisation ?

## LA MATHEMATISATION HORIZONTALE DANS L'ETUDE D'EPISTEMOLOGIE CONTEMPORAINE

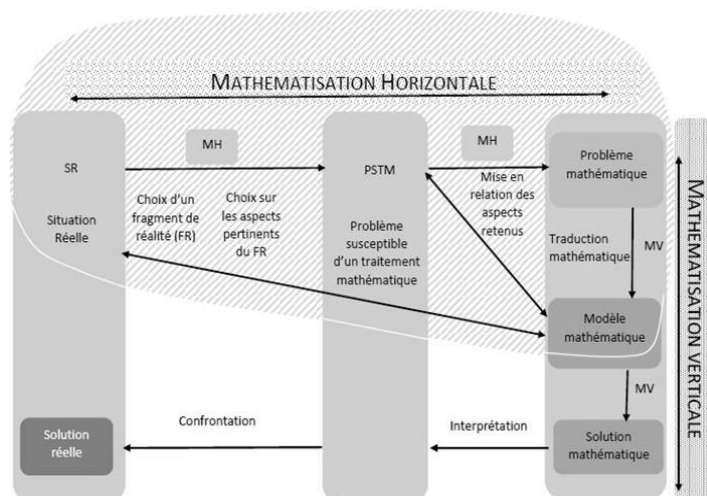
Pour mener cette étude, nous avons d'abord étudié dans la littérature les relations entre mathématisation et modélisation dans l'activité de modélisation dans le contexte des sciences de la vie (Delattre, 1979 ; Legay, 1997 ; Schmid, 2009 ; Varenne, 2008 ; Hubert, 2016 ; entre autres). Pour ce faire, nous avons identifié les formes de mathématisation qui émergent en nous appuyant sur le tableau 2. Il est ressorti de ce travail l'importance du choix des variables pertinentes sur l'interprétation d'un phénomène dans une activité de modélisation, la nécessité d'écrire des relations entre les variables pour rendre compte des phénomènes. Nous avons pointé que les chercheurs dans ce domaine sont amenés à faire des choix à propos du fragment de réalité qu'ils vont modéliser tout en anticipant sur le traitement mathématique qu'induisent ces choix.

Nous avons fait le choix de mener des entretiens auprès de chercheurs utilisant la modélisation mathématique afin de mieux comprendre et de mieux caractériser l'activité de modélisation dans ce domaine. Nous nous sommes focalisée sur le travail de mathématisation horizontale en cohérence avec nos questions de recherche Q1 et Q2. Nous ne détaillons pas ici l'élaboration de la grille d'entretien (Yvain, 2017). Pour analyser nos entretiens, nous avons utilisé les formes de la MH pour identifier si des pratiques des chercheurs interviewés en relèvent. Nous avons relevé trois éléments invariants dans leurs pratiques relevant de la MH :

- **P<sub>11</sub>** Le chercheur fait des hypothèses simplificatrices pour traiter le problème donné en sélectionnant un fragment de réalité. Il identifie les variables pertinentes qui influent sur la situation réelle et choisit des relations pertinentes entre les variables sélectionnées.
- **P<sub>12</sub>** Le choix du modèle de départ est un modèle mathématique connu qui permet au chercheur d'envisager un travail de mathématisation verticale en vue de l'éclairer sur le problème, quitte à affiner ou rejeter le modèle choisi en reconsidérant les choix retenus lors de la pratique **P<sub>11</sub>**.
- **P<sub>13</sub>** La « *quantification* », c'est-à-dire associer une valeur numérique à un objet d'étude, lien avec la mesure, est souvent indispensable dans les pratiques du chercheur pour légitimer le choix du modèle utilisé, dans le sens où elle permet de confronter les résultats obtenus avec le modèle, avec les données réelles.

Il ressort que les chercheurs interviewés sont amenés à faire des hypothèses simplificatrices pour choisir le fragment de réalité à modéliser. Le chercheur commence par choisir un modèle existant en cohérence avec l'identification préalable des variables pertinentes et de leur mise en relation. Cette phase relève d'un travail de MH. Nous considérons que, le chercheur réfléchit dès cette phase au modèle mathématique qui pourrait être utilisé à partir de ce choix et il choisit un modèle qui doit lui permettre un traitement mathématique (MV) afin de recueillir des observables. On peut souligner les rapports dialectiques entre les deux aspects de mathématisation, la MH prenant en compte les possibles au niveau du travail de la MV qu'elle va induire. Pour valider le choix de modèle, les chercheurs confrontent les résultats obtenus (souvent via une simulation informatique) au sein du modèle mathématique à ceux obtenus expérimentalement. Cette phase matérialise des allers retours entre la MH et la MV. De cette confrontation, les chercheurs sont amenés à revoir soit le choix du fragment de réalité, soit les grandeurs pertinentes retenues pour le modèle ou leur mise en relation, soit les conditions et/ou le protocole de l'expérience réalisée. Il ressort de plus que la quantification de l'objet d'étude semble un incontournable des pratiques de ces chercheurs. Pour mettre en évidence l'interconnexion entre la MH et MV dans une activité de modélisation mathématique, nous avons complété notre schéma du cycle de modélisation (figure 1) en

ajoutant des doubles flèches à partir de modèle mathématique vers « la situation réelle » et vers « le problème susceptible d'un traitement mathématique » (figure 3).



*Figure 3. – Le cycle de modélisation mathématique pour notre étude*

Cette étude nous a également permis de caractériser des situations favorisant le travail de MH et d'élaborer une situation dans le contexte des sciences de la vie que nous avons expérimentée dans une soixante de classes du secondaire en France (voir énoncé en annexe 1). Nous invitons le lecteur à retrouver en détail cette caractérisation et cette élaboration ici : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02052892/document> (Yvain-Prébiski, 2018bis).

## LA MATHEMATISATION HORIZONTALE DANS NOS ANALYSES DIDACTIQUES

Nous nous sommes appuyée sur les résultats de l'étude précédente pour élaborer et analyser une ingénierie didactique permettant, de favoriser la dévolution aux élèves de la MH dans les travaux d'élèves et, d'étudier des traces de transposition éventuelles dans les classes des pratiques invariantes identifiées relevant de la MH. Nous rendons compte ici uniquement de comment nous avons élaboré nos indicateurs pour nos analyses des travaux d'élèves lors de la phase de questions-réponses de notre ingénierie.

### 1. La phase de questions-réponses

Notre expérimentation se déroule au sein du groupe ResCo (Résolution Collaborative De Problèmes) de l'IREM de Montpellier. Ce groupe propose chaque année un dispositif pour les enseignants volontaires du secondaire qui amène les élèves à s'engager dans une activité de modélisation. Les classes sont regroupées par groupe de 3. Chaque groupe travaille collaborativement par le biais d'une plateforme en ligne (pour plus de détails voir Modeste & Yvain-Prébiski, 2018). La première phase de ce dispositif est une phase de questions-réponses qui s'étend sur deux séances. La première séance vise à faire découvrir la situation extra-mathématique par les élèves et à leur faire formuler les questions qu'ils se posent lors de leurs premières recherches. Il s'agit de faire émerger par les élèves un questionnement sur les différents choix possibles permettant un traitement mathématique du problème. Les questions élaborées par les élèves sont adressées aux deux classes avec lesquelles leur classe est associée, par l'enseignant, via une plateforme en ligne. Lors de la deuxième séance, les élèves reçoivent des questions émanant des autres classes de leur groupe. C'est dans la phase de l'élaboration des réponses par les élèves que, d'une part, les questions pertinentes pour la résolution du problème vont se dégager et que, d'autre part, vont apparaître des différents

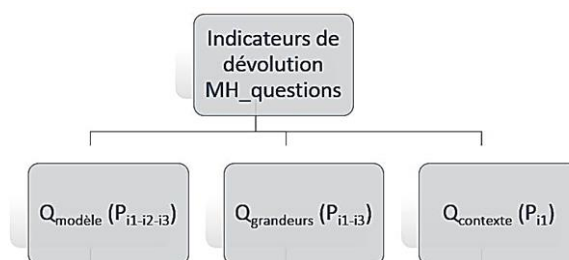
Vandebrouck F. & Gardes, M.-L. (dir.) (2023). Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques - Preuve, Modélisation et Technologies Numériques. Volume des séminaires et posters des actes de EE21.

choix possibles de modélisation. Lors de cette séance, les questions reçues amènent des discussions qui permettent aux élèves de prendre conscience de la nécessité de faire des choix pour traiter mathématiquement le problème, notamment autour de l'identification des grandeurs pertinentes. Nous avons élaboré des indicateurs pour analyser le travail des élèves lors de cette phase de questions-réponses (Yvain-Prébiski, 2018). Ces indicateurs sont depuis utilisés par le groupe ResCo pour mener leurs propres analyses. Nous explicitons dans la suite ces indicateurs.

## 2. Indicateurs pour l'analyse de la phase de questions

Nous avons défini les trois indicateurs de la dévolution aux élèves de la MH selon que la question montre la recherche d'un modèle mathématique permettant de traiter la situation proposée ( $Q_{\text{modèle}}$ ), que la question porte sur l'identification de grandeurs pertinentes pour envisager un traitement mathématique en vue d'élaborer un modèle mathématique ( $Q_{\text{grandeurs}}$ ) ou qu'elle porte sur le choix d'éléments de contexte à prendre en compte pour envisager un traitement mathématique en vue d'élaborer un modèle mathématique ( $Q_{\text{contexte}}$ ).

L'indicateur  $Q_{\text{contexte}}$  relève du questionnement sur la pertinence du fragment de réalité choisi par rapport aux choix d'éléments de contexte à prendre en compte. L'indicateur  $Q_{\text{grandeurs}}$  porte sur l'identification de grandeurs pertinentes et sur la mise en relation des grandeurs choisies. L'indicateur  $Q_{\text{modèle}}$  met en évidence un travail de MH dans la mesure où la recherche du modèle induit au préalable des choix par l'élève, d'un ou de fragment(s) de réalité et de certains de leur(s) aspects, sur lesquels il se questionne pour construire un modèle mathématique en vue de répondre à la question posée. Cette pratique relève essentiellement de  $P_{12}$  : le choix du modèle de départ est un modèle mathématique connu qui permet au chercheur (ici l'élève) d'envisager un travail de MV en vue de l'éclairer sur le problème quitte à affiner ou rejeter le modèle choisi en reconsidérant les choix retenus lors de la pratique  $P_{11}$ . L'indicateur  $Q_{\text{modèle}}$  traduit essentiellement l'interconnexion entre la MH et la MV lors du passage de la situation extra-mathématique au modèle mathématique, représentée par les doubles flèches sur notre schéma du processus de modélisation. La figure 3 résume les indicateurs de dévolution aux élèves de la MH retenus pour la phase de l'élaboration des questions.



**Figure 4.** – Indicateurs de dévolution de MH pour l'élaboration des questions

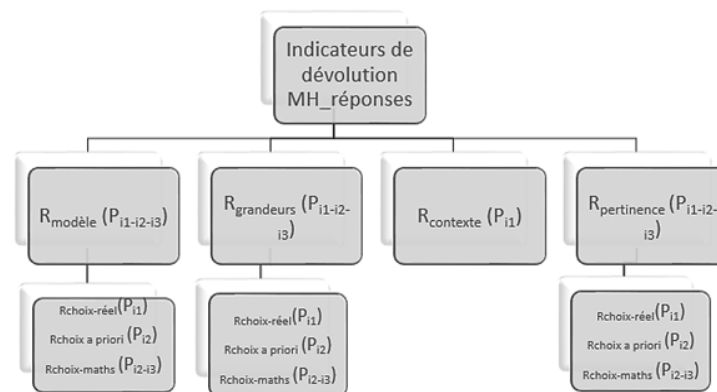
Nous donnons en annexe 2 des exemples de questions classées selon ces indicateurs, produites par des élèves résolvant le problème de l'arbre dont l'énoncé est en annexe 1.

## 3. Indicateurs pour l'analyse de la phase de réponses

Nous utilisons quatre indicateurs de la dévolution aux élèves de la MH suivants selon que la réponse produite par les élèves, porte sur la recherche d'un modèle permettant de traiter la situation proposée ( $R_{\text{modèle}}$ ), sur des choix de grandeurs pertinentes pour permettre un traitement mathématique ( $R_{\text{grandeurs}}$ ), sur des choix d'éléments de contexte à prendre en compte pour l'élaboration d'un modèle ( $R_{\text{contexte}}$ ), sur l'analyse par les élèves de la pertinence de la question reçue au regard de la question à traiter dans le problème ( $R_{\text{pertinence}}$ ).

Le travail de MH visant à passer du monde réel au monde mathématique, nous avons introduit des sous-indicateurs permettant de percevoir si le travail de l'élève lors de l'élaboration des réponses se situe dans « le monde du problème proposé » ou « dans le monde mathématique » ce qui se réfère à notre premier axe horizontal de notre schéma (figure 3). Il nous semble important de montrer comment les élèves lors de la phase des réponses font des choix pour élaborer un modèle mathématique : ils peuvent opérer des choix soit à partir du réel ( $P_{11}$ ), soit à partir d'un traitement mathématique associé à une prise de mesures ( $P_{13}$ ) ou bien à partir de leurs connaissances de modèles existants qu'ils envisagent de mettre à l'épreuve ( $P_{12}$ ). Par conséquent, nous ajoutons trois sous-indicateurs pour les indicateurs  $R_{grandeurs}$ ,  $R_{modèle}$  et  $R_{pertinence}$  selon si le choix d'un modèle ou de grandeurs pertinentes est basé sur des considérations ancrées dans le contexte réel de la fiction réaliste ( $R_{choix-réel}$ ), si le choix est basé sur un modèle connu par l'élève en vue de le mettre à l'épreuve ou le choix d'une grandeur est acté sans considérer le contexte réel et sans autre justification ( $R_{choix-a priori}$ ) ou si le choix d'un modèle ou de grandeurs pertinentes est constitutif d'un travail relevant de la mathématisation verticale ou peut relever de considérations basées sur les schémas de l'énoncé ( $R_{choix-maths}$ ).

En appui sur l'étude épistémologique mettant en évidence les allers retours entre la MH et la MV, des réponses relevant de  $R_{choix-maths}$  montreraient que, dès le travail de MH (production de la question), les élèves peuvent mobiliser des cadres mathématiques en entrant dans un travail de MV. Autrement dit, une réponse de ce type est porteuse de traces de la transposition de la pratique  $P_{12}$  dans la mesure où elle peut mettre en évidence que, soit le travail de MH déclenche un travail de MV, soit le travail de MH est interconnecté à celui de MV au sens que les choix sont pensés en anticipant la faisabilité ou la complexité du traitement mathématique qui en découlerait. La figure 5 résume les indicateurs de dévolution aux élèves de la MH retenus pour la phase de l'élaboration des réponses.



*Figure 5. – Indicateurs de dévolution de MH pour l'élaboration des réponses*

Nous illustrons en annexe 2 comment pour une même question posée, les réponses produites par des élèves ont été classées selon nos indicateurs.

## ELEMENTS DE CONCLUSION

Nous avons montré comment nous avons pris en compte le travail de mathématisation horizontale dans un processus de modélisation mathématique pour mener une étude sur la dévolution de ce travail aux élèves du secondaire en prenant en compte sa relation dialectique avec la mathématisation verticale. Cette prise en compte nous a permis d'élaborer des indicateurs permettant des analyses fines de la démarche de modélisation mathématique des élèves. Il est à noter que pour les utiliser la situation de départ est extra-mathématique et en Vandebrouck F. & Gardes, M.-L. (dir.) (2023). Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques - Preuve, Modélisation et Technologies Numériques. Volume des séminaires et posters des actes de EE21.

cela nécessite de faire des choix pour la rendre accessible par un traitement mathématique. En outre, une phase de questions-réponses dans la mise en œuvre de l'activité est également nécessaire. Ces indicateurs sont par exemple utilisés, depuis 2017, par le groupe ResCo d'une part en formation continue sur l'enseignement de la modélisation pour des enseignants du secondaire, d'autre part pour analyser le travail des élèves engagés dans leur dispositif. Nous n'avons pas abordé l'impact de cette prise en compte du côté des pratiques enseignantes. Nous faisons l'hypothèse qu'identifier un travail de mathématisation horizontale peut constituer un levier pour surmonter certains obstacles liés à l'enseignement de la modélisation mathématique pointés dans la littérature internationale, comme mieux comprendre ce qu'est la modélisation mathématique et en cerner davantage les enjeux d'apprentissage (Yvain-Prébiski & Chesnais, 2019).

#### RÉFÉRENCES


- BLUM, W., & LEISS, D. (2007). How the students and teacher deal with mathematical modelling problems? In C. Haines, G. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (pp. 222-231). Chichester: Horwood Publishing
- CHABOT, H. & ROUX, S. (2011). *La mathématisation comme problème*, Archives contemporaines.
- DELATTRE, P. (1979). Le problème de la justification des modèles dans le cadre du formalisme des systèmes de transformations. In P. Delattre et M. Thellier (Ed) *Actes du colloque "Elaboration et Justification des Modèles: Applications en Biologie (Vol. 1, p. 97-128)*.
- EDUSCOL. (2016)  
[http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Competences\\_travaillees/17/7/RA16\\_C4\\_MATH\\_modeliser\\_N.D\\_566177.pdf](http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Competences_travaillees/17/7/RA16_C4_MATH_modeliser_N.D_566177.pdf)
- FREUDENTHAL, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic
- HUBERT, C. (2016). Modélisation : Complexifier ou simplifier ? Dans Alain Pavé (dir.), *Modélisation : succès et limites*, CNRS & Académie des Technologies, Paris, ISTE Éditions (p. 81-88)
- ISRAËL, G. (1996). *La mathématisation du réel : essai sur la modélisation mathématique*. Paris, Seuil Eds.
- LEGAY, J. M. (1997). *L'expérience et le modèle Paris*, Inra Editions
- MAAB, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 113-142.
- MASSELIN, B. (2020). *Ingénieries de formation en mathématiques de l'école au lycée. Des réalisations inspirées des Lesson Studies*. Presses Universitaires de Rouen et du Havre
- MODESTE, S. & YVAIN-PREBISKI, S. (2018). Design of situations fostering horizontal mathematization: benefits from epistemological analysis of experts' practices, In *Proceedings CIEAEM 71- Braga, Portugal Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)* pp.139-150
- RESCO (2014). La résolution collaborative de problèmes comme modalité de la démarche d'investigation. *Repères IREM*, 96, 73-96.
- RODRIGUEZ, R. (2007). *Les équations différentielles comme outil de modélisation mathématique en Classe de Physique et de Mathématiques au lycée : une étude de manuels et de processus de modélisation d'élèves en Terminale S* (Doctoral dissertation, Université Joseph-Fourier-Grenoble I).
- SCHMID, A. (2009). Sciences, philosophies, modélisations : pour un nouvel usage de l'épistémologie. Dans Hervé D., Laloë F. (coord), *Modélisation de l'environnement : entre natures et sociétés* Paris coll. « Indisciplines », coédition Quæ/NSS-Dialogues (p. 181-190)
- TREFFERS, A. (1978). Wiskobas Doelgericht. Utrecht: IOWO
- VARENNE, F. (2008). Epistémologie des modèles et des simulations. HAL Id: hal-00674144 <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00674144>
- YVAIN, S. (2017). Etude de la transposition du processus mathématisation aux élèves. In M. Bächtold, V. Durand-Guerrier & V. Munier (Eds.), *Epistémologie et Didactique* (p. 235-248). Presses universitaires de Franche-Comté.
- YVAIN-PREBISKI, S. (2021). Didactical adaptation of professional practice of modelling: a case study. In Leung F.K.S., Stillman G.A., Kaiser G., Wong K.L. (eds) *Mathematical Modelling Education in East and West. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. (p. 305-319). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-66996-6\\_26](https://doi.org/10.1007/978-3-030-66996-6_26)
- YVAIN-PREBISKI, S. & CHESNAIS, A. (2019). Horizontal mathematization: a potential lever to overcome obstacles to the teaching of modelling. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Utrecht University*, Feb 2019, Utrecht, Netherlands. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02409063>
- YVAIN-PREBISKI, S. (2018). *Etude de la transposition à la classe de pratiques de chercheurs en modélisation mathématique dans des conditions de la dévolution de la mathématisation horizontale aux élèves*. Thèse de doctorat, Université Montpellier, Montpellier. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01956661v1/document>
- YVAIN-PREBISKI, S. (2018BIS). Favoriser la dévolution de la mathématisation horizontale aux élèves engagés dans une activité de modélisation in *Proceedings of the CIEAEM 69 "Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)", n. 27, Supplemento n.2, 2017* (p.123-128)

ANNEXES

Annexe 1

**L'arbre**

Des botanistes du Jardin des Plantes ont rapporté un arbre exotique inconnu, dont on vient de découvrir l'espèce. Pour étudier cette nouvelle espèce, les botanistes ont réalisé les croquis de l'arbre chaque année depuis 2013.



Schémas de l'arbre en novembre 2013, novembre 2014 et novembre 2015.

Les botanistes veulent faire construire une serre pour protéger l'arbre. Ils estiment qu'il aura atteint sa maturité en 2023. Pour les aider dans ce projet, prévoyez comment sera l'arbre en 2023 ?

Annexe 2

Q <sub>modèle</sub>	Q <sub>grandeurs</sub>	Q <sub>contexte</sub>
Y a-t-il proportionnalité entre les dimensions de l'arbre et le nombre d'années ? Les branches se multiplient- elles seulement par 2 ou par 3 ?	Quelle distance doit-on prévoir entre les branches de l'arbre et les parois de la serre ? Combien de centimètres prennent les branches chaque année ?	L'exposition au soleil ou l'arrosage ont-ils un rapport avec la taille de l'arbre ? L'arbre est-il un arbre fruitier ?

Pour la question « La croissance de l'arbre est-elle proportionnelle ? », les trois réponses suivantes relèvent de la catégorie R<sub>modèle</sub> mais les choix faits ne sont pas de même nature :

- R<sub>choix-réel</sub> : La croissance n'est pas proportionnelle car elle dépend de plusieurs facteurs : notre manière de l'entretenir, la température, l'ensoleillement, l'arrosage.
- R<sub>choix-a priori</sub> : Nous pensons que l'arbre croit de manière linéaire.
- R<sub>choix-maths</sub> : Non, l'arbre ne grandit pas proportionnellement car nous avons fait des mesures :

Années Hauteur max. de l'arbre (en cm, sur le schéma) 2013 4,7 2014 7,1 2015 8,6  
De 2013 à 2014, il a grandi de 2,4 cm (sur le schéma) et seulement de 1,5 ensuite de 2014 à 2015.

Annexe 3 – Architecture de la recherche

