L'ACTION INCARNEE DANS L'ENSEIGNEMENT ET L'APPRENTISSAGE DE LA MULTIPLICATION ET LA DIVISION A LA LUMIERE DE L'ANALYSE SEMIOTIQUE DE L'ACTIVITE

Paula Jouannet*

RÉSUMÉ

Adoptant comme hypothèse de travail l'idée que la cognition est incarnée, nous nous interrogeons sur l'implication du corps dans l'enseignement et l'apprentissage des opérations de multiplication et de division. Plus précisément, nous posons la question suivante : dans quelle mesure les actions incarnées sur des objets physiques peuvent-elles soutenir l'émergence du sens mathématique ? Nous rendons compte de deux axes d'entrée à la question. Premièrement, nous proposons une catégorisation d'actions pour aborder la question : actions pragmatiques et actions multiplicatives. Nous opérationnalisons cette catégorisation dans l'analyse d'une tâche multiplicative. Deuxièmement, nous décrivons deux gestes produits par une enseignante de CE2 issus de l'analyse du point de vue sémiotique d'une séance de résolution de dite tâche. La tâche implique l'interaction avec un artefact de manipulation, dénommé boîtes et cubes, et un artefact symbolique, dénommé grille fois-partie-tout. Nous concluons par rapport à la portée didactique de tels éléments à l'égard de la question de départ.

Mots-clefs : Multiplication, division, cognition incarnée, gestes, artefacts.

ABSTRACT

Adopting as a working hypothesis the idea that cognition is embodied, we question the involvement of the body in the teaching and learning of multiplication and division operations. Specifically, we pose the following question: To what extent can embodied actions on physical objects support the emergence of mathematical meaning? We report two lines of entry to the question. First, we offer a categorization of actions to address the issue: pragmatic actions and multiplicative actions. We operationalize this categorization in the analysis of a multiplicative task. Secondly, we describe two gestures produced by a CE2 teacher resulting from the analysis of the semiotic point of view of a session of resolution of said task. The task involves interaction with a manipulative artifact, referred to as boxes and cubes, and a symbolic artifact, referred to as a times-parts-wholes grid. We conclude in relation to the didactic scope of such elements with regard to the starting question.

Keywords: Multiplication, division, embodied cognition, gestures, artifacts.

PROBLEMATIQUE

Le recours à l'action sur des objets physiques et aux situations quotidiennes pour l'enseignement de la multiplication et de la division à l'école primaire est largement valorisée dans le cadre scolaire et au sein de la recherche en didactique des mathématiques (Dias et Durand-Guerrier, 2005). Ces ressources sont comprises dans la recherche développée par Fischbein et collègues – qui procureront l'une des recherches fondatrices du domaine de recherche du champ multiplicatif aux États-Unis (Fischebein et al., 1985) – en tant que *modèles intuitifs des opérations arithmétiques.* Le concept de modèle intuitif est fondamental dans les recherches sur l'intuition en mathématiques développées par Fischbein (Fischbein, 1987). Les modèles intuitifs des opérations arithmétiques correspondent à la contrepartie active de celles-ci, c'est-à-dire aux actions sur des objets physiques et aux situations qu'elles déterminent. Il s'agit de l'addition itérée pour la multiplication et du partage et du groupement pour la division. Ces modèles ont une longue influence dans l'enseignement de ces opérations arithmétiques.

Bien que l'ancrage du corps dans l'intuitif ait fourni un angle d'accès à la question de l'implication du corps dans l'apprentissage, cette perspective continue à reproduire l'inamovibilité de la frontière entre les ressources corporelles et l'appréhension conceptuelle des concepts mathématiques. En effet, le clivage cartésien classique esprit-corps dans lequel

* Laboratoire de Didactique André Revuz, LDAR

s’insère cette idée est remis en question depuis des décennies (Lakoff, 2012 ; Varela, Thomson & Rosch, 1991). Le dualisme cartésien s’insère dans une tradition de longue date de la cognition qui remonte à Platon, selon laquelle la pensée est une activité mentale pure, quelque chose d’immatériel, indépendant du corps, se produisant dans la tête (Radford, Edwards & Arzarello, 2009). Surmonter la perspective dualiste ne revient néanmoins pas à affirmer que le corps joue un rôle important dans la cognition, comme nous rappelle Radford (2009). En effet, bien que l’épistémologie piagetienne souligne le rôle des actions sensorielle-motrices, elle peut être critiquée depuis l’approche de la cognition incarnée dans la mesure où elle réduit l’implication du corps à une voie éphémère vers l’abstraction. Nous considérons qu’il s’agit plutôt d’aborder la question de savoir comment est-ce que le corps est impliqué dans l’apprentissage, en considérant le discours, les gestes et les actions incarnées sur des artefacts comme des éléments constitutifs de la pensée. De plus en plus utiliséₑ en éducation mathématique, la perspective de la cognition incarnée reste par ailleurs très peu fréquentée en France, et quelque part assimilé à l’intuitif (Rogalski, 2015). Il nous semble donc que la question de l’implication du corps dans l’apprentissage peut être repensée depuis une perspective incarnée. Nous posons ainsi la question : comment les actions incarnées peuvent-elles participer au processus d’enseignement et d’apprentissage des opérations de multiplication et de division ?

CADRE THEORIQUE

1. *Apprentissage d’une pensée multiplicative*

Aborder la question de l'implication du corps dans l'apprentissage à partir d'une perspective incarnée de la cognition, avec les implications épistémologiques que cela implique. La considération du corps comme élément constitutif de l’acte cognitif, nous a conduit à échapper aux perspectives constructivistes qui réduisent son rôle aux premières étapes de l’apprentissage. C’est la raison pour laquelle notre recherche s’inscrit dans le cadre d’une théorie socio-culturelle de l’éducation : la théorie de l’objectivation. La théorie de l’objectivation (TO) est une théorie éducative largement développée par Radford (Radford, 2011, Radford, 2018 ; Radford 2020). La TO prend appui sur les travaux de psychologie historico-culturelle de Vygotsky et de la théorie de l’activité de Léontiev. Dans une perspective socioculturelle, la TO fournit un cadre conceptuel pour interpréter théoriquement les mathématiques, l’enseignement et l’apprentissage des mathématiques. En particulier, la TO définie l’apprentissage comme un processus d’acquisition par l’élève de formes culturelles de réflexion. L’élève parvient, au cours du processus, à « donner du sens aux objets matériels et conceptuels qu’il rencontre dans sa culture » (Radford, 2018, p. 64).

Du point de vue de la théorie de l'objectivation, nous comprenons l'apprentissage des opérations de multiplication et de division comme une rencontre avec un objet culturel, dans ce cas, ce que nous appelons une pensée multiplicative. Cette pensée multiplicative correspond à une manière de penser et d’agir sur les grandeurs, constituée par des pratiques historiques et culturelles et caractérisée par la médiation par des artefacts contemporains de manipulation et des artefacts symboliques. Dans le contexte de l’apprentissage des opérations de multiplication et de division, nous nous intéressons à la relation qu’entament des grandeurs quand l’une est un multiple entier de l’autre. Dans ce cas, nous dirons que les grandeurs g et g' et l’entier n constituent une relation multiplicative[1]. Pour interpréter cette relation, nous reprenons l’idée de mesure qui apparaît dans l’algorithme d’Euclide, qui est associée à la soustraction itérée ou à l’addition itérée d’une quantité. La relation multiplicative entre

[1] La notion de relation multiplicative peut s’étendre aux cas où la raison n’est pas un nombre entier.

grandeurs nous semble condenser en quelque sorte cette action tant au niveau de la manipulation qu'au niveau symbolique.

L'apprentissage a lieu, du point de vue de la TO, à l'intérieur d'une activité. Plus précisément, à travers des *déterminations concrètes* que le savoir mathématique acquiert au moyen des ressources sémiotiques. Pour reprendre les mots de Radford : « Gestes, langage, symboles se convertissent ainsi en constituants mêmes de l'acte-cognitif » (Radford, 2011, p. 83). En conséquence, notre accès aux apprentissages est donné par l'activité sémiotique en classe dans laquelle s'implique l'enseignant·e et les élèves.

2. Actions pragmatiques et actions multiplicatives

Pour aborder la question de l'implication du corps, du point de vue des actions incarnées, nous prenons appui sur la distinction proposée par Kirsh et Maglio (1994) dans la théorie de l'action : les actions pragmatiques et les actions épistémiques. Ces chercheurs estiment que la catégorisation offre une perspective pertinente et innovante pour l'interprétation des actions, en surmontant les réductionnismes des récits traditionnels. Selon Kirsh et Malio, la théorie de l'action réduit les actions à la seule fonction de changer le monde. Ils appellent les actions ayant cette fonction des actions pragmatiques. En revanche, certaines actions sont mieux comprises, affirment Kirsh et Maglio (1994), comme ayant pour but d'utiliser le monde pour améliorer la cognition : c'est le cas des actions épistémiques. Elles permettent, par leur réalisation, de découvrir des informations cachées, et d'aider les processus cognitifs tels que la reconnaissance et la recherche.

En reprenant ces travaux, nous comprenons les actions incarnées dans leur interprétation au sens quotidien et comme ayant une portée multiplicative, selon si elles sont mobilisées pour éclaircir l'inconnue dans une relation multiplicative. Autrement dit, la réalisation de l'action poursuit l'objectif de rendre apparent la relation multiplicative entre grandeurs à travers les modifications sur l'organisation des objets.

Les questions que nous abordons ici impliquent deux aspects. D'une part, nous nous interrogeons sur la pertinence de la distinction des actions dans la résolution de tâches multiplicatives. D'autre part, en nous concentrant sur les enseignant·e·s nous nous demandons : est-il possible d'observer chez des enseignant·e·s une activité différenciée face à ces deux dimensions d'actions ? Quelles ressources sémiotiques, y compris l'utilisation d'artefacts, est-il possible d'observer chez des enseignant·e·s pour aborder les actions dans ces deux dimensions ? Et plus particulièrement, comment les gestes des enseignant·e·s peuvent-ils intervenir ?

METHODOLOGIE

Pour accéder à nos questionnements, nous allons nous baser sur une analyse d'une tâche multiplicative. Les activités en classe que nous analysons à cette occasion ont été faites avec l'objet de provoquer une rencontre entre les élèves et la pensée multiplicative telle que nous la concevons. Cette rencontre est médiatisée par l'utilisation d'artefacts de manipulation et symboliques, que nous avons conçus dans le cadre de la recherche développée par Jouannet (2021). Deux artefacts ont été utilisés pour réaliser ces tâches : un artefact de manipulation dénommé boîtes et cubes et un artefact symbolique dénommé grille fois-partie-tout. Nous analysons l'activité qui a eu lieu dans une classe de CE2 d'une école primaire à Paris. Plus précisément, dans le cadre d'un travail collaboratif avec une des enseignant·e·s d'une classe de CE2, nous avons élaboré des tâches dont la résolution est focalisée sur une ou plusieurs dimensions de la pensée multiplicative. Ici nous analysons une tâche de division, proposée en utilisation des deux artefacts. La séance a eu lieu en avril de l'année 2019. Nous avons utilisé deux caméras et deux dictaphones pour l'enregistrer. Nous avons mis les caméras au fond de la classe aux moments des discussions collectives, lors de la présentation de la tâche et la synthèse de la séance, afin de saisir la globalité de la séance. Au moment du travail en groupe, nous avons installé les caméras sur deux groupes d'élèves.

1. Artefacts

Boîtes et cubes.

L'artefact de manipulation boîtes et cubes consiste en boîtes en plastique de différentes tailles qui sont remplies de petits cubes en bois d'arête 1 cm environ. La figure 1 présente une image du matériel. Les boîtes en plastique utilisées sont des prismes carrés droits ouverts sur une face et ayant deux faces carrées qui coïncident avec celles des cubes. Les boîtes sont remplies avec un nombre fixe de petits cubes. Les tâches prescrites avec l'artefact impliquent le remplissage de boîtes et la construction de lignes avec les boîtes en les mettant l'une à côté de l'autre.

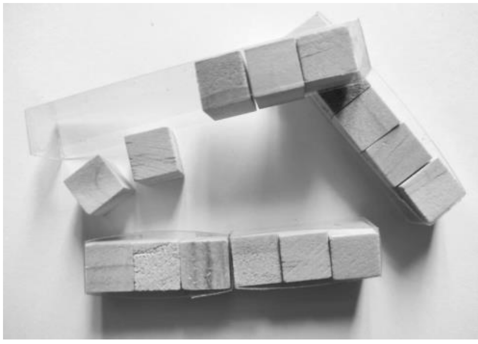

Figure 1. *– Artefact boîtes et cubes, composé de boîtes en plastique de taille variable et de petits cubes en bois.*

Le savoir mathématique évoqué par l'utilisation de l'artefact implique des concepts mathématiques géométriques et de grandeurs discrètes et continues, ainsi que les relations entre grandeurs. Les cubes engagent au moins deux grandeurs : d'une part, leur quantité, c'est-à-dire la grandeur discrète correspondant à la taille de la collection de cubes ; et, d'autre part, la longueur, une grandeur continue, pour la longueur du côté. Dans ce cas, le côté du cube est interprété en tant que segment de droite. Les boîtes évoquent à la fois leur quantité et la grandeur discrète correspondant à la quantité de cubes à l'intérieur. En termes de longueur, il s'agit de la longueur qui mesure l'arête d'un cube et la longueur de l'arête de la boîte. Enfin, les lignes évoquent trois grandeurs discrètes : leur quantité, la quantité de boîtes qui les constituent et le total de cubes à l'intérieur des boîtes. La quantité de cubes dans la ligne est en relation multiplicative avec la quantité de boîtes dans la ligne et la quantité de cubes par boîte. De même, la longueur de la ligne, la quantité de boîtes et la longueur des arêtes de cubes constituent une relation multiplicative. Les significations mathématiques que nous avons mentionnées ne sont pas transparentes : la simple action de remplir les boîtes des cubes ou de construire des lignes avec les boîtes n'implique pas que ces significations soient saisies.

Grille fois-partie-tout.

L'artefact symbolique grille fois-partie-tout consiste en un diagramme composé de deux rectangles et un cercle. Il a été conçu dans le but de représenter des relations multiplicatives entre grandeurs, en fonction de l'emplacement des signes dans le diagramme. Les rectangles sont accolés horizontalement par la largeur, et le cercle est disposé au-dessus de la case rectangulaire de gauche, plus petite que celle de droite. Le cercle s'appelle « nombre de fois », le rectangle de gauche s'appelle « partie », et le rectangle de droite, « tout ». Nous présentons la représentation d’une relation multiplicative évoqué par le matériel de manipulation dans le diagramme dans la figure 2.

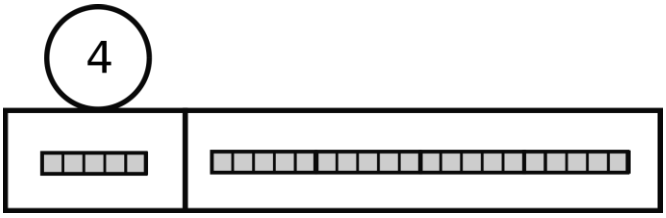

Figure 2. *– Représentation de la relation multiplicative constitué par la quantité de cubes dans une ligne construite avec quatre boîtes de 5 cubes.*

2. Tâche

Nous présentons l’énoncé de la tâche dans la figure 3.

Énoncé :

Pour commencer, vous construisez une ligne de 7 boites de 10 cubes + 2 cubes isolés.

1) Vous devez construire une ligne avec la même quantité de cubes (même longueur) en utilisant seulement 6 boites. Combien de cubes contiendra chaque boite ?

- Complétez la grille fois-partie-tout en dessinant les boites (grande grille)
- Complétez la grille fois-partie-tout avec des nombres (petite grille)
- Écrivez le calcul correspondant (dans le rectangle)

2) Si maintenant vous partagez cette ligne (question 1) en 3 lignes de même longueur, combien de cubes contiendra chaque ligne ?

- Complétez la grille fois-partie-tout en dessinant les boites (grande grille)
- Complétez la grille fois-partie-tout avec des nombres (petite grille)
- Écrivez le calcul correspondant (dans le rectangle)

3) Entoure la bonne réponse. Dans une grille fois-partie-tout :

-Pour répondre à la question 1, j’ai cherché : la partie le nombre de fois le tout

-Pour répondre à la question 2, j’ai cherché : la partie le nombre de fois le tout

Figure 3. *– Énoncé de la tâche prescrite aux élèves.*

Le support matériel pour la résolution de la tâche, donné à chaque groupe d’élèves, est constitué par : deux gobelets avec 72 cubes chacun ; 10 boîtes de 10 cubes ; 6 boîtes de 12 cubes ; et la feuille de réponses. Les 6 boîtes de 12 cubes sont à donner seulement une fois que les élèves ont répondu à la première question. Quant à la feuille de réponses, elle contient pour les deux premières questions : une grande grille qui doit contenir les dessins des lignes de boîtes (item a des questions 1 et 2) ; une grille plus petite qui doit être complétée avec des nombres (item b des questions 1 et 2) ; et un emplacement rectangulaire pour y écrire le calcul correspondant (item c des questions 1 et 2).

ANALYSE

Nous rendons compte de quelques éléments de l’analyse *a priori* de la tâche qui permettent de rendre compte de la pertinence de la distinction des actions du point de vue de leur fonction. Il s’agit du premier aspect de nos questions. Pour répondre aux questions centrées sur les enseginant·e·s, nous présentons l’analyse de deux gestes issue de l’analyse de la dimension sémiotique de l’activité. Il faut prendre en compte que l’activité en classe est l’unité méthodologique d'analyse depuis la TO (Radford & Sabena, 2015). Pour l'analyse de l'activité, nous avons utilisé dans nos analyses des outils d'analyse sémiotiques provenant de la psycholinguistique (McNeill, 2005), les faisceaux sémiotiques (Arzarrello, 2006) et la méthodologie utilisée dans la TO (Radford & Sabena, 2015). Dans le cadre des travaux de McNeill, nous considérons les gesticulations, c'est-à-dire les gestes co-produits avec la parole qui ont une fonction communicative. Dans ce type de gestes, nous prenons appui sur la catégorisation suivante de gestes : les gestes déictiques, les gestes iconiques. Les premiers sont généralement utilisés pour indiquer. Les gestes iconiques représentent des images d'objets ou des actions concrètes. Petitfour réserve le terme d'iconique pour faire référence aux gestes qui véhiculent des « représentations corporelles, statiques ou dynamiques, des objets, relations ou propriétés géométriques » (Petitfour, 2015, p. 133). Les gestes métaphoriques génèrent des images des idées abstraites.

1. Analyse a priori

Nous allons donner des éléments d'analyse de deux sous-tâches : la sous-tâche ST1, déterminer la taille de boîtes qu'il faut utiliser pour construire une ligne avec 6 boîtes qui ait la même quantité de cubes que la ligne de boîtes de 10 et la construire effectivement ; et la sous-tâche ST2, déterminer la quantité de cubes dans chaque ligne qui résulte de partager la ligne en 3. Pour la sous-tâche ST1, notons d'abord que 6 boîtes de 10 peuvent être partagées en 6 groupes, il reste 12 cubes. On peut alors ajouter 2 cubes à chaque groupe de 10 cubes. La relation multiplicative sous-jacente est ainsi constituée par la grandeur 72 cubes (le tout), le nombre 6 (le nombre de fois), et la grandeur 12 cubes (la partie). Pour la sous-tâche ST2, il suffit de remarquer que chacune des trois lignes doit contenir 2 boîtes de 12 cubes, ce qui donne 24 cubes par ligne. Dans ce cas, 72 cubes est le tout, 3 est le nombre de fois et 24 cubes est la partie.

L'analyse de la tâche nous permet d'apprécier différentes formes d'implication de l'action incarnée dans la résolution de problèmes de partage de division, associées à différentes manières de percevoir les relations multiplicatives sous-jacentes. Pour ST1, le tout peut être réarrangé en fonction de la valeur du nombre de fois, pour obtenir une forme équivalente à celle qui devrait être obtenue en itérant la boîte dont la taille est inconnue. La partie reste ainsi inconnue lors de l'exécution de l'action incarnée de partage. L'action incarnée de partage a une fonction multiplicative dans la mesure où elle devient un outil pour révéler la quantité qui joue le rôle de la partie dans la relation multiplicative. Pour la résolution de la sous-tâche ST2, la manipulation n'est pas orientée vers la relation multiplicative entre grandeurs : c'est le sens quotidien de l'action de partage qui sous-tend la résolution. C'est l'énoncé qui suggère l'action. Les sous-tâches ST1 et ST2 révèlent donc des différences cruciales dans l'implication de l'action de partage, bien qu'il s'agisse dans les deux cas de problèmes de division partage. La différence réside dans le degré de conscience des relations multiplicatives que la réalisation de l'action incarnée de partage exige.

2. Analyse de gestes

Nous présentons l'analyse de deux gestes produits par l'enseignante lors de la synthèse. Nous avons catégorisé ces deux gestes en deux types : le geste iconique de distribuer et le geste de distribution en ligne. Le geste iconique de distribuer est effectué avec la main droite de l'enseignante plus ou moins détendue, avec l'index légèrement en saillie. Approximativement sur une ligne horizontale imaginaire, l'enseignante exécute rapidement des petits coups depuis son tronc vers l'extérieur (voir figure 4). Le geste iconique de distribuer a été coordonné avec la phrase « vous les avez distribués ». Comme le geste d'organiser, le mot « les » remplace la grandeur 72 cubes. Le geste renvoi figurativement à l'action quotidienne de distribuer.

Figure 4. *– Capture d'écran lors de la production du geste iconique de distribuer. Les flèches orange indiquent le chemin que la main a suivi lors de la production du geste.*

Le geste iconique de distribution en ligne est produit deux fois, coordonné avec la phrase « un cube, un cube, un cube, un cube, un cube, un cube », la première fois, et « deux cubes, deux cubes, deux cubes, deux cubes, deux cubes, deux cubes », la seconde fois. Le majeur de la main de l'enseignante produit six petits coups de gauche à droite du point de la classe. Chaque coup est coordonné avec une phrase évoquant une quantité de cubes (un cube ou deux cubes, respectivement) et indique les premiers cubes des boîtes qui conforment la ligne de boîtes dans le tableau. Le geste a ainsi une fonction indicative. Nous présentons une capture d'écran de la production du geste dans la figure 5.

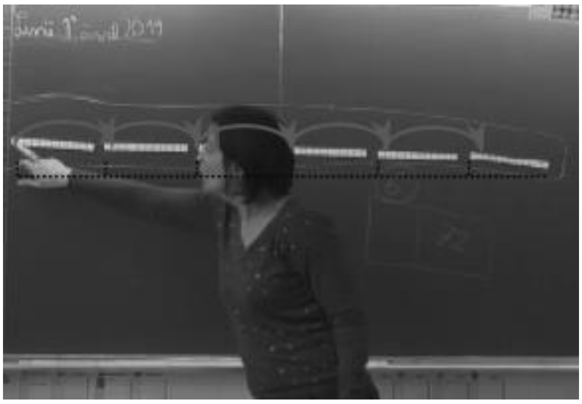

Figure 5. *– Capture d'écran lors de la production du geste de distribution en ligne. Les flèches orange indiquent le chemin que la main a suivi lors de la production du geste. Les lignes pointillées bleues représentent la structure visuospatiale à partir de laquelle nous interprétons le geste.*

La quantité de cubes énoncée correspond à la quantité de cubes signalée dans les boîtes si elles sont remplies de gauche à droite. Avec l'index légèrement en saillie, la main est dans la position du geste iconique de la distribution. La parole et le geste sont coordonnés pour montrer chaque fois les grandeurs qui sont induites par l'action incarnée de distribution ou de partage. Il existe également un accord entre la valeur numérique du nombre de fois, le nombre de coups du geste, et le nombre de fois que les expressions « un cube » ou « deux cubes » sont prononcées. Il nous semble que ces ressources sémiotiques sont coordonnées pour révéler la partie par le biais de l'action incarnée sur les cubes constituant le tout, tout en respectant le nombre de fois. Dans une fonction multiplicative, l'action incarnée de partage sert à donner du sens à la relation multiplicative entre les grandeurs. Le geste a alors une dimension métaphorique.

CONCLUSIONS

Les questions que nous posons concernent, d'une part, la pertinence du cadre des actions pragmatiques et des actions multiplicatives pour la réflexion sur la résolution de problèmes. Nous avons posé d'autre part des questions sur la manifestation de ces actions chez les engeignant·e·s. Dans une perspective incarnée de la cognition, ces questions sont inscrites dans l'étude de l'apprentissage d'une pensée multiplicative du point de vue de la théorie de l'objectivation. Notre accès à ces questions est au moyen des analyses concernant une tâche qui utilise deux artefacts : l'artefact de manipulation *boîtes et cubes* et l'artefact symbolique *grille fois-partie-tout.* Nos analyses consistent à une analyse *a priori* de la tâche et une analyse sémiotique de l'activité.

Notre analyse *a priori* de la tâche suggère différents types d'actions incarnées dans la résolution de la tâche. La première sous-tâche peut être résolue par manipulation au moyen d'une action incarnée multiplicative de partage. L'action incarnée est dans ce cas orientée vers l'éclairage de la partie dans la relation multiplicative sous-jacente. En revanche, la deuxième sous-tâche peut être résolue à travers une action pragmatique de partage, qui permet ultérieurement de rendre compte de la relation multiplicative entre grandeurs. L'approche de l'action incarnée permet ainsi un degré de subtilité intéressant pour rendre compte des relations complexes entre le conceptuel et le matériel. Comme l'analyse *a priori* de la tâche multiplicative suggère, ce cadre s'avère utile pour cerner les enjeux mathématiques qui peuvent être impliqués dans la manifestation des actions incarnées. Il nous semble que le cadre est potentiellement utile à l'élaboration de tâches qui cherchent l'apprentissage des opérations de multiplication et de division dans le contexte de manipulation.

L'analyse sémiotique de l'activité dans une classe de CE2, centrée sur les gestes, nous a permis d'identifier deux types de gestes de l'enseignante : le geste iconique de distribuer et le geste de distribution en ligne. Nous constatons des différences structurales importantes du geste de distribution en ligne avec le geste iconique de distribuer, dont la signification est ancrée au quotidien. Ces différences soulignent l'intervention de la fonction multiplicative de l'action incarnée de partage dans le geste de distribution en ligne, et donc d'une activité différenciée de l'enseignante face aux deux dimensions d'actions identifiées. L'enseignante adapte le geste pour le coordonner sensuellement avec d'autres ressources sémiotiques, notamment l'artefact grille fois-partie-tout, afin de présenter une manière incarnée de percevoir la division partage. Autrement dit, le sens mathématique de l'opération en termes de relation multiplicative émerge dans la coordination de ces ressources sémiotiques, dont le corps et les actions incarnées.

RÉFÉRENCES

ARZARELLO, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME, 9*(Extraordinario 1), 267-299.

DIAS, T., & DURAND-GUERRIER, V. (2005). Expérimenter pour apprendre en mathématiques. *Repères IREM*, *60*, 61–78.

FISCHBEIN, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach* (Vol. 5). Springer Science & Business Media.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1985). The Role of Implicit Models in Solving Verbal Problems in Multiplication and Division. *Journal for Research in Mathematics Education*, *16*(1), 3–17.

JOUANNET (2021) *Les actions incarnées et l'utilisation d'artefacts dans l'enseignement et l'apprentissage des opérations de multiplication et de divisions partage et groupement*. Thèse de doctorat, Univeristié Paris Diderot-Paris 7, 2021.

KIRSH, D., & MAGLIO, P. (1994). On distinguishing epistemic from pragmatic action. *Cognitive science*, *18*(4), 513–549.

LAKOFF, G. (2012). Explaining embodied cognition results. *Topics in cognitive science, 4*(4), 773–785.

MCNEILL, D. (2005). *Gesture and thought.* University of Chicago press.

PETITFOUR, E. (2015). *Enseignement de la géométrie à des élèves en difficulté d'apprentissage : étude du processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux lors de la transition cm2-6ème.* Thèse de doctorat, Université Paris Diderot-Paris 7.
RADFORD, L. (2009). Why do gestures matter? sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational studies in mathematics, 70*(2), 111–126.
RADFORD, L. (2011). Vers une théorie socioculturelle de l'enseignement-apprentissage : La théorie de l'objectivation. *Éléments, 1,* 1–27.
RADFORD, L. (2018). Une théorie vygotskienne de l'enseignement-apprentissage : la théorie de l'objectivation. *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM*, 314–332.
RADFORD, L. (2020). Le concept de travail conjoint dans la théorie de l'objectivation. *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz 21*, 19–41.
RADFORD, L., EDWARDS, L., & ARZARELLO, F. (2009a). Introduction: beyond words. *Educational studies in mathematics, 70*(2), 91–95.
RADFORD, & SABENA, C. (2015). The question of method in a Vygotskian semiotic approach. *Approaches to qualitative research in mathematics education* (pp. 157-182). Springer, Dordrecht.
ROGALSKI, J. (2015). Didactique et cognition. De Vygotsky à Dehaene... ? *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz 13, 1–71*
ROUCHE, N. (1992). *Le sens de la mesure.* Bruxelles : Didier Hatier.
VANDEBROUCK, F., & ROBERT, A. (2017). Activités mathématiques des élèves avec les technologies numériques. *Recherches en didactique des mathématiques*, *37*(2–3), 333-382.
VARELA, F. J., THOMSON, E., & ROSCH, E. (1993). *L'inscription corporelle de l'esprit : sciences cognitives et expérience*