QUE RÉVÈLE LA PRODUCTION DE DESSINS À MAIN LEVÉE PAR LES ÉLÈVES SUR LEUR RAPPORT À LA GÉOMÉTRIE ?

Catherine Houdement[*], Édith Petitfour[*]

RÉSUMÉ
Une analyse sémiotique de données recueillies dans une classe de CM lors d'une séance de géométrie nous conduit à mieux cerner le rapport des élèves aux objets géométriques et leur sensibilité au langage. Le type de tâche étudié est la conversion d'un texte vers un dessin à main levée. Notre étude permet de circonscrire cet objet complexe qu'est le dessin à main levée et de questionner le rôle qu'il pourrait jouer dans l'évolution des connaissances géométriques des élèves.

Mots-clefs : dessin à main levée, figure géométrique, description géométrique, sémiotique, langage

ABSTRACT
A semiotic analysis of data collected in class with students aged 9 to 12 during a geometry session leads us to better understand the students' relationship to geometric objects and their sensitivity to language. The type of task studied is the conversion of a text into a freehand drawing. Our study allows us to circumscribe this complex object that is the freehand drawing and to question the role that it could play in the evolution of the students' geometrical knowledge.

Keywords: drawing, geometric figure, geometric description, semiotic, language

INTRODUCTION

Notre étude s'inscrit dans le cadre d'un projet de recherche normand[1] visant à mieux comprendre et identifier les freins et les leviers au développement de l'ambition scolaire, particulièrement sensible dans les zones rurales à tradition industrielle, à la fois au niveau de la classe, de l'établissement scolaire et de l'environnement. Au sein de l'axe « ambition dans la classe », nous avons mené un travail collaboratif avec quatre enseignantes de CM1-CM2 du département de l'Eure, en vue d'étudier, dans une approche sémiotique, ce qui se joue dans les actions des élèves, leurs interactions, celles avec l'enseignante, lorsqu'ils font des mathématiques.

Hors de notre présence, les quatre enseignantes ont élaboré conjointement la trame d'une séance pouvant s'insérer dans la progression mathématique de leur classe. Leur choix s'est porté sur la géométrie, plus précisément sur la production de dessins à main levée à partir de courts textes, d'abord lus par l'enseignante, puis disponibles par écrit, en appui sur une fiche de travail commune. Nous avons découvert leur projet lors de la séance effective pendant laquelle nous avons recueilli de nombreuses données. Un thème d'étude s'est dégagé d'une première analyse de l'ensemble des données recueillies : le rapport des élèves aux objets géométriques et leur rapport au langage. Dans cet article, nous présentons nos premiers résultats, en appui sur les données d'une seule classe réalisant le dessin à main levée à partir du premier texte proposé, porté à la connaissance des élèves par la lecture de l'enseignante.

APPUIS THÉORIQUES

[*] Normandie Univ, UNIROUEN, Université de Paris, Univ. Paris Est Créteil, CY Cergy Paris Université, Univ. Lille, LDAR, F-76000 Rouen.

[1] http://circvaldereuil.spip.ac-rouen.fr/IMG/pdf/l_ambition_scolaire_en_milieu_rural_normand_v7.pdf

1. Sur les objets géométriques

Nous considérons que l'objet géométrique est un objet théorique de *Géométrie 2* (Houdement, 2007 ; Houdement et Kuzniak, 1998-1999). À l'instar de Peirce (1978), nous considérons que cet objet théorique se donne à voir par des signes relevant de différents systèmes sémiotiques, comme textes et dessins. Le même objet géométrique peut être représenté par des textes différents. Il existe plusieurs types de dessins, sollicitant des systèmes sémiotiques différents, qui représentent cet objet : des dessins faits aux instruments, qui sont alors semblables ; des composites, dessin avec texte ou codage (qui satisfait à des conventions partagées), alors nommés « figure géométrique » (Laborde et Capponi, 1994). Le rapport aux figures géométriques demandé aux élèves dépend du paradigme géométrique institutionnel : il évolue au cycle 3, entre le CM et la 6ème (Houdement, 2007 ; Houdement et Kuzniak, 1998-1999).

De nombreuses recherches (notamment Duval et Godin, 2005 ; Perrin-Glorian et Godin, 2014), pointent le rôle potentiel du dessin instrumenté dans la conceptualisation de notions géométriques. Ces auteurs considèrent les instruments à disposition des élèves comme une variable didactique. Pour permettre des apprentissages géométriques à des élèves empêchés de manipuler des instruments (élèves en situation de handicap), Petitfour (2017) a développé la dimension langagière liée aux constructions instrumentées : elle a pointé l'intérêt d'un « langage technique », utilisé par l'élève pour guider un pair ou un enseignant dans la construction d'une figure.

Le dessin à main levée fait naturellement partie du patrimoine géométrique, pour l'heuristique et/ou comme un signe accompagnant le texte. Le mathématicien expert utilise fréquemment des dessins à main levée dans son activité mathématique (Coppé, Dorier et Moreau, 2005). Dans les manuels scolaires, la figure qui accompagne un problème de géométrie peut être un dessin à main levée. Le dessin à main levée figure explicitement dans les programmes de mathématiques de cycle 3. Il garde un statut para-mathématique, au sens de Chevallard (1985), il n'est défini que par ses usages.

2. Sur les interactions d'enseignement apprentissage

Nous considérons que l'acquisition de connaissances s'élabore dans un processus social et multimodal (Arzarello, 2006 ; Radford, 2006). Ainsi, nous faisons l'hypothèse que, lorsque les élèves font des mathématiques, leurs interactions avec les différents acteurs de la relation didactique (élèves, enseignant), ainsi que leurs actions « pour eux-mêmes », sont constitutives de leurs apprentissages. Nous nous appuyons sur le concept de faisceau sémiotique (Arzarello, 2006) pour saisir la multimodalité des processus d'apprentissage et prendre en compte le développement dynamique des interactions entre les différents systèmes de signes : mots (parlés ou écrits), autres représentations graphiques (dessins, schémas, symboles), formes d'expression extralinguistique (gestes, regard, intonation, posture, expression du visage, etc.), et gestes liés au matériel. Nous rendons compte de la production et de la transformation des signes durant l'activité mathématique dans un tableau sémiotique (Houdement et Petitfour, 2017, 2020), outil que nous décrirons par la suite.

Enfin, à partir de certaines données, comme les productions orales et graphiques à un moment fixé, nous inférons des interprétations sur l'état des connaissances d'un élève, d'un enseignant, relativement aux tâches proposées. Nous retenons les interprétations les plus plausibles après triangulation (Denzin, 1978) des différentes données que nous avons recueillies et organisées : issues du même moment et d'autres moments, données sur l'élève seul, sur l'élève en interaction avec un pair, avec l'enseignant, sur l'élève au tableau... ; sur l'enseignant en collectif, en accompagnement individuel, d'un groupe, en entretien avec nous. Nous rejetons ainsi des interprétations locales, parfois séduisantes, mais qui ne résistent pas à la triangulation.

CONTEXTE DE L'ÉTUDE

1. La séance

Le type de tâches proposé consiste à produire un dessin à main levée à partir d'un texte donné dans une modalité orale, puis écrite. Six textes ont été proposés. Comme précisé ci-dessus, nous nous intéressons à la classe de CM1-CM2 de l'enseignante NF et aux productions de ses 21 élèves relatives au premier texte (figure 1) transmis oralement. Notons que ce type de tâches géométriques est nouveau pour les élèves, tout comme pour l'enseignante NF.

Texte donné oralement	**Tracé à main levée.** (consigne orale)	**Tracé à main levée.** (consigne écrite)
La figure est formée de deux carrés : un grand et un petit. Les sommets du petit carré sont les milieux des côtés du grand carré.		

Figure 1. *– Extrait du document-élève, texte 1*

La séance, d'une durée d'une heure trente environ, se déroule en cinq temps. NF introduit l'activité de dessin à main levée dans un premier temps collectif (17'). Elle donne ensuite plusieurs lectures de chacun des six textes et les élèves produisent individuellement au fur et à mesure les dessins à main levée correspondants ; durant tout ce temps le document-élève est plié pour qu'ils n'aient pas accès au texte écrit (16'). Dans un troisième temps, les élèves déplient le document, lisent les textes et produisent de nouveaux dessins s'ils estiment que leurs premières productions ne conviennent pas (6'). La séance se poursuit par un quatrième temps de mise en commun au tableau et discussion sur des propositions de dessins (26'). Un dernier temps de bilan sur l'activité est réalisé (11').

Concernant le premier texte (figure 1), NF donne une première lecture avec la consigne de ne pas tracer encore (« première lecture, vous essayez de vous imaginer à quoi ça va ressembler »). Elle relit ensuite le texte trois fois à la classe, en précisant la possibilité de « faire des essais à l'ardoise » (avant la lecture 3), de gommer (à la fin de la lecture 3) et de vérifier si leur « tracé correspond au texte » (avant la lecture 4). Elle adresse enfin une dernière lecture à un élève qui n'a encore rien tracé.

2. Le recueil de données

Pour recueillir la diversité de signes en circulation, nous avons filmé la séance menée par l'enseignante NF avec trois caméras, l'une fixe placée près du tableau avec vue sur les élèves dans la classe et les deux autres mobiles. Nous avons réalisé des vidéos d'élèves dans l'action de production de dessins à main levée (temps de travail individuel) et des vidéos d'interactions entre élèves et enseignante à propos de leurs productions (temps de mise en commun au tableau). L'enseignante était équipée d'un micro-cravate et quatre enregistreurs étaient répartis dans la classe. Nous avons aussi photographié les traces graphiques produites (dessins à main levée sur les documents-élèves et au tableau). D'autres données (enregistrements) sont issues des échanges que nous avons eus avec les enseignantes avant la séance, juste après, et aussi lors des réunions de travail qui ont eu lieu deux mois plus tard, avec visionnage d'extraits des séances et entretiens d'auto-confrontation puis d'auto-confrontation croisée.

ANALYSE *A PRIORI*

Le type de tâches proposé est une conversion (Duval, 1993) d'un texte en un dessin à main levée (sans autre instrument qu'un crayon), texte communiqué selon une modalité orale (texte lu par l'enseignante), puis écrite. Nous procédons d'abord à une analyse *a priori* du texte (figure 1) en la découpant en deux parties : l'une engage des connaissances géométriques explicites et implicites ; l'autre concerne plutôt le rapport à langue.

1. Analyse de type « rapport à la géométrie »

Le texte fournit une description de la figure au sens où il permet de rendre compte dans un discours linéaire de la globalité d'un objet géométrique (Lahanier-Reuter, 1999-2000). Il ne donne pas d'instructions chronologiques de tracé tel un programme de construction géométrique. En effet, la description entière doit être lue avant de réaliser le dessin.

La première phrase fixe les unités figurales 2D (Duval, 2005) qui composent le dessin (deux carrés), la seconde indique les relations entre les deux carrés. Les quatre termes géométriques, carré (2D), côté (1D), sommet et milieu (0D) sont *a priori* connus des élèves. La position relative des deux carrés est décrite en se centrant sur les unités figurales 0D (sommets, milieux) : le sommet se réfère à une unité figurale 2D (carré), le milieu se réfère à une unité figurale 1D (côté), qui elle-même se réfère à une unité figurale 2D (carré). La lecture du texte engage donc une déconstruction dimensionnelle (Duval, 2005) mentale de chaque unité 2D.

Deux ordres d'exécution des tracés sont possibles : centripète (de la périphérie vers le centre) et centrifuge (du centre vers la périphérie). Pour le premier, on commence par le grand carré, on place le milieu de chacun de ses côtés (quatre points), puis on trace le carré dont les sommets sont ces quatre points. Pour le second, on commence par le petit carré, on trace des segments centrés sur chacun de ses sommets (un segment par sommet) en les orientant pour former un carré. La seconde technique serait plus difficile que la première pour une construction instrumentée, notamment pour l'orientation des segments. Il se peut aussi qu'elle complexifie le tracé du dessin à main levée. Les connaissances géométriques en jeu sont celles sur le carré et le milieu d'un segment.

2. Analyse de type « rapport à la langue »

Les adjectifs « grand » et « petit » qualifiant les deux carrés informent d'un « ordre de grandeur » entre ces carrés. Le rapport de longueur entre les côtés des deux carrés n'est pas quelconque, il est imposé implicitement par les relations géométriques précisées dans la seconde phrase : une fois un carré tracé, ces relations déterminent les dimensions de l'autre carré. Pour l'élève il indique que les carrés ne sont pas isométriques.

Dans la seconde phrase, la double désignation d'un objet géométrique (Duval, 2014) – des mêmes points sont à la fois « les sommets du petit carré » et « les milieux des côtés du grand carré » – est une difficulté de compréhension *a priori* pour les élèves. La complexité syntaxique du groupe verbal « sont les milieux des côtés du grand carré » renforce aussi cette difficulté de compréhension du sens de la seconde phrase. En outre, il faut comprendre que <u>chacun</u> des sommets du petit carré correspond au milieu <u>d'un</u> côté du grand carré pour <u>chacun</u> des côtés de ce grand carré. Nous parlerons ici d'une « formulation contractée », assez usuelle en géométrie.

Le texte entremêle langue géométrique et langue courante : « grand » et « petit » ne sont pas des termes géométriques, ils donnent des informations spatiales – d'ailleurs inutiles pour aboutir à la figure décrite – sur la place relative prise par les carrés en tant que surfaces (objets 2D). Par contre, le terme « milieu » doit être interprété dans son sens géométrique (point du côté situé à égale distance des extrémités de ce côté) et non dans son sens courant, sens lié aussi à des informations spatiales (lieu également éloigné de tous les points du pourtour de quelque chose). Les termes « côtés » et « sommets » sont aussi polysémiques, ils ont un sens géométrique, et un autre sens dans le langage courant. Les élèves peuvent donc avoir des difficultés à choisir le bon registre d'interprétation vu le texte non entièrement écrit en langage géométrique.

PRODUCTIONS DES ÉLÈVES

1. Focus sur quelques processus de production de dessins à main levée

Nous présentons quelques processus de production de dessins à main levée en appui sur des tableaux sémiotiques construits à partir des bandes-son et audio. Sur ces tableaux, nous indiquons des repères de temps sur la première ligne grisée (l'origine est prise au début de la séance). Nous précisons sur la deuxième ligne les lectures du texte faites par l'enseignante NF ou son discours. Nous relevons sur la troisième ligne ce que fait ou dit un élève donné au cours de sa production de dessin à main levée.

Arry écoute les deux premières lectures en mordillant son stylo. À la fin de la lecture 2, il manifeste une compréhension soudaine (figure 2, 18'56). Il se penche brusquement vers l'avant, rapprochant son visage de sa feuille pour dessiner très rapidement un carré en position prototypique avec un plus petit centré à l'intérieur (18'58). Puis il se redresse, cache le dessin obtenu et n'y touche plus jusqu'à la fin. Arry a ainsi produit un seul dessin (carrés emboîtés) et semble être sûr de sa production.

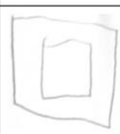
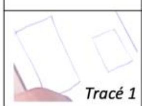
	18'36	18'56	18'57	18'58	19'05
NF	*Lecture 2*				
Arry	 *Arry, mordillant son stylo, écoute le texte lu par NF.*	 *Il inspire de façon brève et vocalisée*	 *Il se penche brusque-ment et dessine au stylo.*		*Il se redresse et met sa trousse sur son dessin.*

Figure 2. *– Processus de production de dessins à main levée de Arry*

Chrys démarre son dessin pendant la deuxième lecture : il trace un carré en position prototypique, puis en fait un autre plus petit, un peu plus loin à droite (figure 3, 18'36). Il observe ensuite son dessin en écoutant la lecture 3. Au bout de quelques secondes, il manifeste une compréhension du texte qui ne correspond plus à son tracé (figure 3, 19'34). Il l'efface et réalise un nouveau dessin pendant la lecture 4 (figure 3, 20'00) : il trace un carré, puis un autre contigu à l'intérieur en traçant une ligne brisée fermée en faisant en sorte que les sommets du petit carré soient placés sur les milieux des côtés du grand carré. Chrys a ainsi obtenu son dessin final en deux temps : carrés juxtaposés puis emboîtés de façon conforme au texte.

	18'36	19'09	19'34	19'44
NF	*Lecture 2*	*Lecture 3*		Mais bien sûr qu'on peut gommer !
Chrys			*Chrys chuchotant pour lui-même :* Ah oui ! J'ai compris ! … Ah, j'peux pas gommer *À voix haute :* Maîtresse, on peut pas gommer ?	
	 *Tracé 1*			*Chrys gomme.*

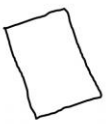
	20'00	20'04	20'08	20'12	20'14
NF	La figure est formée de 2 carrés un grand et un petit.		Les sommets du petit carré	sont les milieux	des côtés du grand carré.
Chrys	 ➡	 ➡		*Chrys prolonge le côté du petit carré tracé en premier jusqu'au côté du grand carré.* ➡	 *Tracé 2*

Figure 3. *– Processus de production de dessins à main levée de Chrys*

Paul écoute attentivement le texte lu. Sa question, « Maîtresse, c’est pas des figures qu’on fait tous les jours, si ? », posée à la fin de cette lecture, montre qu’il a déjà une première idée du dessin à produire. À la fin de la deuxième lecture, il chuchote, « c’est bon, j’crois qu’c’est ça ». Pendant la troisième lecture, il dessine sur son ardoise un carré (le petit), puis un autre imbriqué (figure 4, 19’25 à 19’30). Il retourne son ardoise en précisant : « Moi, j’vais faire ça ». Il réalise deux tracés successifs sur sa feuille en commençant toujours par le petit carré. Pendant la lecture 5, il démarre son dessin par le grand carré et inscrit le petit à l’intérieur (figure 4, 22’21). Il efface de nouveau ce dessin dont le sommet gauche du petit carré ne convient pas, pour réaliser sa production finale qui correspond bien au texte (22’44).

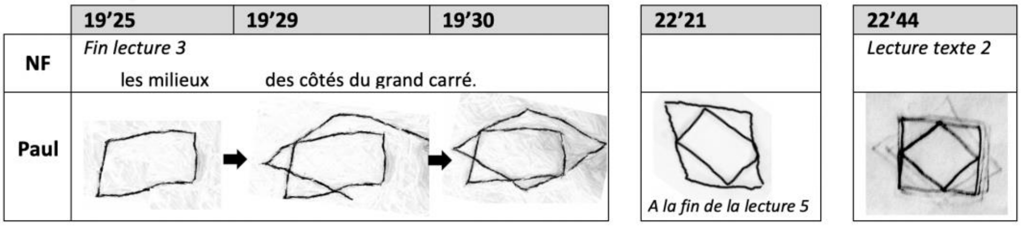


Figure 4. *– Processus de production de dessins à main levée de Paul*

2. Focus sur la variété des dessins produits

Nous avons étudié les 21 productions de la classe de NF, issues du travail des élèves sur le premier texte, lu plusieurs fois par l’enseignante. Deux élèves ont produit un seul carré, les productions des dix-neuf autres comportent deux carrés[2].

Pour classer ces productions formées de deux carrés, nous avons retenu trois critères :

a. la position relative d’un carré par rapport à l’autre, avec trois valeurs : carrés juxtaposés et carrés emboîtés (parfois précisés par la contiguïté des carrés), carrés imbriqués (figure 6) ;
b. l’orientation relative d’un carré par rapport à l’autre, avec deux valeurs : carrés « parallèles » ou carrés « tournés » (l’un par rapport à l’autre, d’un angle souvent proche de 45°) ;
c. le respect des incidences : sommet d’un carré sur un côté de l’autre carré (proche du milieu).

Illustrons avec les dessins des élèves étudiés ci-dessus. Le dessin de Arry (figure 2) correspond à « deux carrés emboîtés parallèles non contigus ». Le premier tracé de Chrys (figure 3) correspond à « deux carrés juxtaposés parallèles non contigus », son dernier tracé à « deux carrés emboîtés, tournés, respectant les incidences », qui est le dessin attendu. Le dernier tracé de Paul (figure 4) est du même type.

Dans la classe, les dessins finaux comportant deux carrés se répartissent ainsi :

- 5 productions « carrés juxtaposés parallèles », avec les tailles relatives des deux carrés variables ; ces carrés sont contigus (2 productions) ou non contigus (3 productions) : figure 5
- 2 productions « carrés imbriqués : une « parallèles » (figure 6a), l’autre « tournés » (figure 6b)
- 12 productions « carrés emboîtés » dont 2 « carrés emboîtés parallèles contigus » (figure 7a) et 4 « carrés emboîtés parallèles non contigus » (figure 7b) ; 1 « carrés emboîtés tournés non contigus » et 5 dessins attendus (figure 3, 20’14 et figure 4, 22’44).

[2] Nous appelons ici « carré » le dessin à main levée d’un carré.

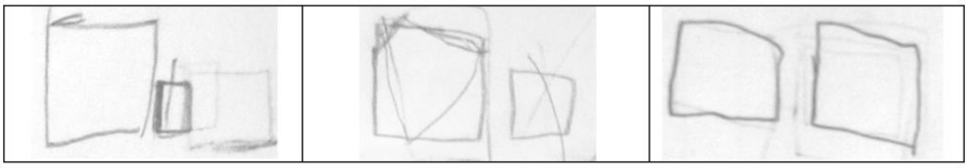


Figure 5. *– Exemples de « carrés juxtaposés parallèles »*

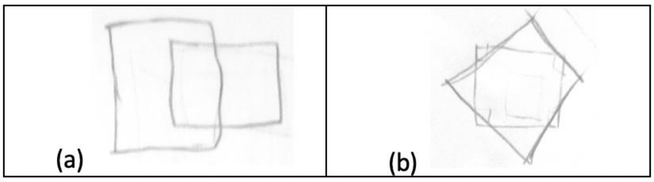


Figure 6. *– Les deux productions « carrés imbriqués »*

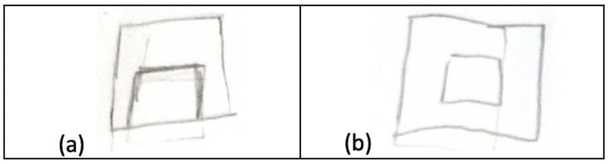


Figure 7. *– Exemples de « carrés emboîtés parallèles » contigus ou non*

Dans cette classe et pour ce texte, les élèves ont exploré la variété des positions spatiales (topologiques) relatives d'un carré par rapport à l'autre : carrés juxtaposés, imbriqués, emboîtés. Concernant l'orientation spatiale, on ne trouve que des carrés « en position prototypique » (côtés parallèles aux bords de la feuille) et des carrés « sur la pointe » (tournés de 45°).

L'entrée de ces élèves dans la figure semble ainsi se faire avec un point de vue spatial. Il se peut que ce type d'entrée ait été favorisée par la première phrase (« deux carrés : un grand et un petit ») qui les installe dans ce type de rapport à la figure.

Pour beaucoup d'élèves la déconstruction dimensionnelle nécessaire (l'intérêt pour des points milieu, sommet) ne semble pas évidente : pourtant l'enseignante a confirmé que les termes géométriques (milieu, sommet) utilisés dans le texte étaient connus. Il est possible que la complexité sémantique (double désignation) et syntaxique (formulation contractée) de la seconde phrase pointée dans notre analyse *a priori* fasse obstacle à cette déconstruction.

INTERPRÉTATIONS DU TERME « MILIEU »

1. Remarques suite à l'étude de productions des élèves après consigne orale

L'analyse des productions des élèves nous conduit à inférer des interprétations de « moitié » ou de « centre » pour rendre compte de « milieu » et positionner les deux carrés. Décrivons spatialement ces hypothèses d'interprétation. Dans la figure 7a, le petit carré « tient » dans la moitié basse du grand ; dans la figure 7b, le petit carré semble être le grand à l'échelle un demi, il est placé « au centre » du grand carré. Dans la figure 6a, le petit carré semble avoir comme médiatrice un côté du grand carré… Il se pourrait donc que le terme « milieu », dans le contexte observé, occasionne des interprétations autres que géométriques.

Un extrait de la mise en commun va nous conforter dans ces hypothèses.

2. Un extrait de la mise en commun qui révèle des interprétations de milieu

L'enseignante choisit d'organiser une mise en commun après que les élèves ont complété leur fiche et donc « vécu » les deux modalités, écoute de la lecture par l'enseignante, lecture personnelle de chaque texte. Les élèves sont regroupés devant le tableau. Le protocole est le suivant : l'enseignante fait venir un élève (volontaire) au tableau pour dessiner pendant qu'un autre (désigné) lit le texte. Notons qu'elle conserve la modalité orale pour la mise en commun. Elle demande aux élèves de valider la production graphique ou de préciser ce qui ne va pas dans celle-ci. Nous restons centrées sur la production d'un dessin à main levée associé au premier texte (figure 1).

Contexte de l'extrait étudié (annexe 1) : Jim a dessiné au tableau deux « carrés emboîtés tournés avec incidences respectées », un dessin correct donc. Ce dessin est contesté par d'autres élèves, notamment à cause de la forme des carrés qui évoquent plutôt des rectangles. L'enseignante n'intervient pas sur ce point, mais elle engage Jim à reprendre le processus de construction. Jim semble surpris. Dans les échanges qui suivent (annexe 1) le lecteur remarquera les diverses occurrences du terme milieu (en particulier dans les lignes 17 à 27).

Étude des usages de « milieu » dans cet extrait. Rappelons que le milieu (géométrique) met en relation trois points : le milieu est « qualifié »[3] (Houdement, 2014) par deux autres points ou par un segment.

Dans l'extrait lignes 17 à 27, nous repérons dans le discours de l'enseignante des usages non géométriques du terme **milieu** : par exemple **milieu du grand carré** qui peut correspondre au centre du carré ou à une zone centrale dans le carré ; **au milieu du** premier (côté) qui semble plutôt évoquer une zone 1D. Ces interprétations relèvent du langage courant certes, mais il nous semble important de les pointer comme des interprétations **spatiales** de milieu car elles permettent de contrôler certains rapports à l'espace, notamment lors de déplacements dans le méso espace. Ces interprétations **spatiales de milieu**, qui relèvent d'erreur sur la dimension des unités figurales en jeu, peuvent brouiller le message géométrique : c'est ce que nous avons constaté dans la partie précédente (Remarques). La précision se nichant dans le choix des articles (milieu des) ou des déterminants (au milieu), l'enseignante dans le feu de l'action peut perdre sa vigilance.

Cette attention aux mots géométriques dépasse la simple connaissance de vocabulaire par les élèves : cela relève de l'usage du vocabulaire en situation, donc plus globalement du langage géométrique. Nous avons pointé au moins deux occurrences de la complexité du langage géométrique, l'une définitoire, l'autre liée aux usages :

- la nécessité d'emboîter des *qualifications,* pour définir certains objets géométriques : milieu d'un côté (qualification associée à milieu) du grand carré (qualification associée à côté).
- l'usage de *formulations contractées* dans les expressions « les milieux des côtés » pour rendre compte d'une caractéristique commune aux milieux de chaque côté du carré ; cet usage peut brouiller la caractéristique du milieu comme point.

Le langage géométrique peut revêtir une syntaxe très complexe, souvent ignorée des enseignants.

CONCLUSION

Revenons tout d'abord sur la spécificité du type de tâche sur un objet géométrique étudié dans cet article. Il s'agit certes d'une conversion d'un texte vers un dessin, mais il est nécessaire de

[3] Nous (Houdement, 2014) avions introduit ce terme (*qualification*) et cette compétence (*savoir qualifier*) à propos de la résolution de problèmes arithmétiques. La qualification apparait aussi cruciale dans le langage géométrique.

préciser les variables associées : quel texte (syntaxe – sémantique) ? Quelle figure géométrique ? Quelle modalité d'accès au texte ? Quels instruments ?

La complexité du texte (sémantique et syntaxique) a été analysée dans cet article, en relation avec la complexité de la figure. La figure n'est pas connue par la classe. La modalité orale, sans prise de notes autre que le dessin, sollicite la mémoire, y compris pendant la correction au tableau. Modalité orale et première phrase du texte favorisent une approche séquentielle de l'objet géométrique : un carré, puis un autre. Cela et l'absence d'instruments conduit les élèves à faire (et montrer) des hypothèses sur la position relative des deux carrés.

Cette étude nous révèle diverses facettes du rapport des élèves aux objets géométriques. Nous avons en effet relevé des interprétations *de type spatial des figures*, déjà connues des chercheurs avec une dominance de carrés parallèles et une difficulté à tourner le carré. Nous avons aussi mis au jour des interprétations de *type spatial du texte* (aussi par l'enseignante) : le milieu (0D) est vu comme unité figurale 2D ou 1D, le milieu est perçu comme l'état d'un point et pas comme une relation. Nous avons pointé l'insensibilité des élèves (et de l'enseignante dans « le feu de l'action ») à la syntaxe (au milieu, milieu des), la complexité pour les élèves à interpréter une double désignation, des formulations contractées. Remarquons la reformulation implicite de la seconde phrase par l'enseignante, aidante pour les élèves : elle encourage à commencer par les « milieux des côtés du grand carré » (annexe 1, lignes 19-20).

En résumé il nous semble que le dessin à main levée révèle des conceptions premières des rapports des élèves à la figure, qu'il peut engager les élèves dans un rapport topologique à la figure, qu'il bloque les routines de l'action instrumentée. Les élèves ont à mobiliser par eux-mêmes des connaissances techniques embarquées dans l'usage d'un instrument, la déconstruction instrumentale n'est pas sollicitée. *A contrario* on entrevoit ce qu'embarque le dessin instrumenté, notamment des connaissances portées par le bon usage des instruments.

On pourrait croire que la déconstruction dimensionnelle, ici nécessaire, est portée par le terme « géométrique » (croyance d'enseignants) : ce ne semble pas être le cas quand ce terme existe aussi en langage usuel, comme milieu et sommet.

Notre étude nous conduit enfin à souligner l'importance des tâches de conversion d'un texte vers un dessin comme activités fondatrices du passage en Géométrie 2.

RÉFÉRENCES

ARZARELLO F. (2006). Semiosis as multimodal process, in L.Radford et B.D'Amore (Eds) Sémiotique, culture et pensée mathématique, *Número especial, Revisita Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 267-299.

CHEVALLARD, Y. (1985). *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La pensée sauvage.

COPPE, S., DORIER, J.-L., & MOREAU, V. (2005). Différents types de dessins dans les activités d'argumentation en classe de 5ème. *Petit x, 68*, 8-17.

DENZIN, N. K. (1978). *The research act: a theoretical introduction to sociological methods*. New York : McGraw-Hill

DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *5*, 37.

DUVAL, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leur fonctionnement. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 10*, 5-53.

DUVAL, R. (2014). Ruptures et oublis entre manipuler, voir, dire et écrire. Histoire d'une séquence d'activités. Dans Brandt, C. F., & Moretti, M. T. (Orgs.) *As Contribuições da Teoria das Representações Semióticas Para o Ensino e Pesquisa na Educação Matemática* (pp. 227-251). Editions Unijui.

DUVAL, R. & GODIN (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N, 76*, 7-27.

HOUDEMENT, C. (2007). À la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège, *Repères IREM, 67*, 69-84.

HOUDEMENT, C. (2014). Des connaissances fonctionnelles (mais ignorées) en résolution de problèmes arithmétiques. In Résolution de problèmes mathématiques : regards croisés sur les élèves et les pratiques enseignantes (pp.7-34). *Le cahier des Sciences de l'Éducation*, 36. En ligne sur http://www.aspe.ulg.ac.be/cah02_156.htm

HOUDEMENT, C. & KUZNIAK, A. (1998-1999). Géométrie et paradigmes géométriques. *Petit x, 51*, 5-21.

HOUDEMENT C. & PETITFOUR E. (2017). L'analyse sémiotique de l'activité mathématique, une nécessité didactique dans le contexte de l'adaptation scolaire. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *23*, 9-40.

HOUDEMENT, C. & PETITFOUR, E. (2020). La manipulation dans l'enseignement spécialisé : aide ou obstacle ? Une étude de cas autour de la numération décimale. *Recherches en didactique des mathématiques*, *40*(2).

LABORDE, C. & CAPPONI, B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *14*(1.2), 165-210.

LAHANIER-REUTER, D. (1999-2000). Éléments d'analyse de description en mathématiques. *Petit x, 53*, 27-46.

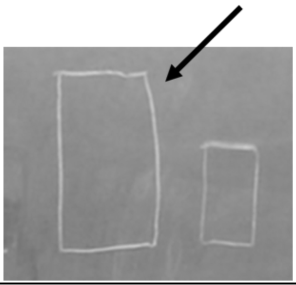
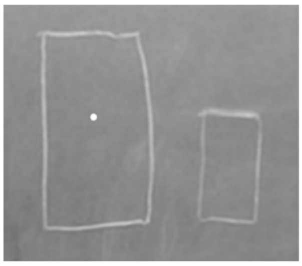
PERRIN-GLORIAN, M.-J. & GODIN, M. (2014). De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-école, 222*, 26-36.

PEIRCE, C.S. (1931 à 1953). *Écrits sur le signe (rassemblés, traduits et commentés par Gérard Deledalle*). Paris : Éditions du Seuil 1978.

PETITFOUR, E. (2017). Enseignement de la géométrie en fin de cycle 3. Proposition d'un dispositif de travail en dyade. *Petit x, 103*, 5-31.

RADFORD, L. (2006). Elements of a Cultural Theory of Objectification. Dans Sémiotique, culture et pensée mathématique, Radford, L., D'Amore, B. (eds.). *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 103-129.

ANNEXE 1 – EXTRAIT DE LA MISE EN COMMUN

Jim au tableau, Chrys lit la première phase Chrys : la figure est formée de deux carrés, un grand et un petit *Jim dessine deux « formes ». Il regarde NF.* NF : un grand et un petit. *Elle engage Chrys à lire la suite* Chrys : les sommets du petit carré sont les milieux des ***côtés*** du grand carré *Jim regarde le tableau, sceptique.* NF : qu'est-ce qu'y faut connaitre pour tracer ça ? Jim : il faut savoir si les sommets … NF (*le coupe*) : c'est quoi un sommet ? Jim (*en pointant le sommet haut droit du grand carré*) : un sommet, c'est ça là.	
NF *:* Très bien. Donc on nous a dit qu'les sommets du petit carré … Des élèves : ils étaient des milieux du… NF : ils doivent être au milieu des ***côtés*** du grand carré. Est-ce que tu peux par exemple repérer le milieu des ***côtés*** du grand carré ? Jim (*toujours un peu perdu*) : le milieu…bah ce serait ici le milieu du ***... grand carré*** (*en marquant un point en zone centrale* du carré)	
NF : oui, mais nous on t'a pas demandé le milieu du ***grand carré*** Des élèves : le milieu des ***côtés*** NF : le milieu des ***côtés***. TB NF : Là (*commentant l'action de Jim qui marque au jugé les 4 milieux)* on est au milieu du premier, du deuxième, du troisième, du quatrième. Et pourquoi on les a repérés ces milieux-là ? … parce qu'il faut que… (*réponses d'élèves*) faut y positionner le petit carré. *Jim relie alors les quatre milieux du carré*