

PARALLÉLISME AU CM1 : ANALYSE D'UNE MISE EN ŒUVRE EN CLASSE D'UNE SEANCE ISSUE DU MANUEL *MHM*

Claire Guille-Biel Winder*, Edith Petitfour**

RÉSUMÉ

Nous étudions la mise en œuvre dans une classe de CM1, par un enseignant chevronné, de la séance d'enseignement concernant l'introduction de la relation de parallélisme proposée dans le manuel numérique *La Méthode Heuristique de Mathématiques (MHM)*. L'analyse *a priori* de la situation d'enseignement proposée dans ce manuel nous permet d'identifier les types de tâches proposés, d'envisager les techniques de résolution possibles et les connaissances en jeu, ainsi que les difficultés qui peuvent émerger pour les élèves et qui seront à gérer par l'enseignant. Nous réalisons ensuite une analyse *a posteriori* de la mise en œuvre effective de la séance, à partir de données filmées et enregistrées, en étudiant plus particulièrement les actions des élèves et interactions élèves - enseignant, avec des outils d'analyse sémiotique. Nous mettons en exergue les adaptations réalisées par l'enseignant à partir des propositions du manuel, ainsi que les réussites et les difficultés des élèves. Nous concluons en revenant sur l'impact de la ressource sur la séance observée.

Mots clés : parallélisme, manuel scolaire, pratiques enseignantes, action instrumentée, sémiotique

ABSTRACT

In this article, we study the implementation of an introductory session on parallelism provided by the digital textbook '*La Méthode Heuristique de Mathématiques*' (*MHM*). This session was conducted by an experienced teacher in a CM1 class (year 5 or 4th grade equivalent). The *a priori* analysis of the teaching situation suggested in this textbook allows us to identify different types of tasks, to consider the possible resolution techniques and the knowledge involved, as well as the difficulties that may emerge for the students and that will have to be addressed by the teacher. We then carry out an *a posteriori* analysis of the actual session's implementation, based on filmed and recorded data. More specifically, we focus on students' actions and student-teacher interactions, through a semiotic analysis. We highlight the adaptations made by the teacher based on the textbook's material, as well as the students' achievements and difficulties. To conclude, we evaluate the impact of the resource on the observed session.

Key words: parallelism, textbook, teaching practices, instrumented action, semiotics

INTRODUCTION

Cette étude s'inscrit dans le prolongement de nos travaux portant sur les propositions d'enseignement de notions géométriques (perpendicularité et parallélisme) faites dans les manuels scolaires dans le cadre des programmes français d'enseignement à l'école primaire (Guille-Biel Winder et Petitfour, 2018, 2021a, 2021b). Après avoir étudié la manière dont les manuels visent à fournir un accès à ces savoirs géométriques, nous portons notre attention sur leur implémentation dans les classes. Plus précisément, notre problématique générale porte sur la possibilité d'une mise en lien entre l'analyse de la « qualité intrinsèque » d'un manuel et les effets constatés dans son utilisation par un enseignant pour conduire des situations d'apprentissage.

Dans cette étude, nous nous intéressons à l'usage du manuel numérique *La Méthode Heuristique de Mathématiques*¹ (*MHM*) par un enseignant de CM1. Nous interrogeons l'impact de cet usage sur la mise en œuvre de la séance d'enseignement concernant l'introduction de la relation de parallélisme. Ainsi, nous cherchons à identifier les adaptations réalisées par l'enseignant à partir des propositions du manuel, nous étudions comment les significations de la relation de parallélisme circulent et se construisent au cours de la séance

* ADEF UR 4671, Aix-Marseille Université

** Normandie Univ, UNIROUEN, Université de Paris, Univ. Paris Est Creteil, CY Cergy Paris Université, Univ. Lille, LDAR, 76000 Rouen, France

¹ <https://methodeheuristique.com>

d'enseignement et enfin comment le processus d'appropriation des instruments se met en place.

Nous exposons dans une première partie nos appuis théoriques et la méthodologie de l'étude. Nous présentons ensuite l'analyse *a priori* de la séance (deuxième partie) et son analyse *a posteriori* (troisième partie) avant de conclure.

APPUIS THEORIQUES, METHODOLOGIE

1. Cadre général de l'étude

Pour étudier les adaptations des propositions du manuel *MHM* réalisées par un enseignant sur la séance d'introduction de la notion de parallélisme, nous mettons en regard l'analyse *a priori* et l'analyse *a posteriori* (Brousseau, 1998) de la séance étudiée.

Nous procédons d'abord à une analyse *a priori* en modélisant l'activité mathématique prévue par le manuel sous forme d'organisations mathématiques locales (Chevallard, 1999) : nous relevons les types de tâches proposés, nous envisageons les techniques de résolution possibles ainsi que les significations du parallélisme en jeu qui leur sont associées. Nous identifions aussi les difficultés qui pourraient émerger pour les élèves et les initiatives qui seraient à prendre par l'enseignant, au vu des tâches proposées et des éléments apportés dans le manuel, en particulier dans le guide de l'enseignant (GdE). Cette analyse *a priori* s'appuie sur une analyse préalable du manuel *MHM*, selon la méthodologie que nous avons développée (Guille-Biel Winder et Petitfour, à paraître), dont la synthèse et la grille d'analyse sont présentées en partie I.2.

Nous réalisons ensuite l'analyse *a posteriori* de la séance mise en œuvre par un enseignant en nous intéressant à ses choix relativement aux propositions du manuel, ainsi qu'à leurs effets. Pour ce faire, nous prenons appui sur une observation de la séance et sur des extraits filmés de celle-ci. En nous plaçant dans une approche sémiotique (Arzarello, 2006), nous analysons l'émergence des connaissances associées à la notion étudiée et leur exploitation par l'enseignant pour exposer les savoirs en jeu. Ainsi, à l'instar de Houdement et Petitfour (2017), nous prenons appui sur les signes – oraux, graphiques, gestuels, liés à du matériel – que renvoient les élèves et l'enseignant dans leurs actions et interactions pour analyser l'activité mathématique qui en résulte.

2. Analyse préalable du manuel

Nous présentons succinctement la grille d'analyse de manuels (Guille-Biel Winder et Petitfour, à paraître) avant de donner la synthèse de l'analyse du manuel *MHM*.

En lien avec les contraintes auxquelles est assujéti l'enseignement des savoirs mathématiques proposé par un manuel, les analyses se déclinent selon cinq critères : conformité institutionnelle, adéquation pédagogique, pertinence, cohérence et validité. La *conformité institutionnelle* interroge la conformité des propositions des manuels aux instructions officielles transmises par l'institution concernant les savoirs et savoir-faire à enseigner, mais aussi l'organisation de la classe. L'*adéquation pédagogique* interroge l'adéquation entre les appuis théoriques revendiqués par les auteurs et le déroulement proposé. La *pertinence de l'enseignement des savoirs proposé* interroge les choix didactiques de(s) auteur(s) concernant la progression retenue, les tâches mathématiques et le choix des objets sur lesquels elles portent, les significations abordées, la présentation des techniques réalisées ainsi que les formulations langagières. La *cohérence par rapport aux savoirs enseignés* porte sur deux niveaux. Au niveau local, les liens entre le(s) type(s) de tâche(s) proposé(s) dans la première rencontre avec la notion, la(les) signification(s) en jeu, la(les)

Vandebrouck F. & Gardes, M.-L. (dir.) (2023). Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques - Preuve, Modélisation et Technologies Numériques. Volume des séminaires et posters des actes de EE21.

technique(s) donnée(s) et les tâches proposées dans les différentes activités du manuel sont interrogés. Aux niveaux global et régional, il s'agit de questionner l'organisation des savoirs adoptée pour travailler les notions. La *validité* des propositions par rapport aux mathématiques proposées à la fréquentation des élèves par le manuel est en lien avec les contraintes de la discipline. Elle est questionnée par l'étude des formulations langagières, des notations symboliques utilisées, mais aussi *via* l'analyse du domaine de validité des concepts et l'usage des artefacts proposés. Les trois derniers critères rendent compte de ce que nous avons appelé *la qualité didactique* du manuel. L'analyse d'un manuel selon ces cinq critères s'opérationnalise alors en portant l'attention sur les types de tâches proposés et les techniques ainsi que les ostensifs associés, sur les savoirs en jeu et enfin sur leur organisation.

La figure 1 donne une vue synoptique des résultats de l'analyse des propositions d'enseignement de la relation de parallélisme du manuel *MHM* réalisée dans (Guille-Biel Winder et Petitfour, 2021b). La validation plus ou moins grande des critères est exprimée par un code couleur.

	Conformité institutionnelle	Adéquation pédagogique déclarée / proposé	Qualité didactique		
			Pertinence	Validité	Cohérence
Tâches et types de tâches	Conformité aux documents institutionnels des types de tâches proposés	Adéquation des tâches proposées avec les intentions déclarées des auteurs	Pertinence des tâches proposées relativement à l'enseignement de la relation		Cohérence entre les tâches proposées et les techniques institutionnalisées
Techniques	Conformité aux documents institutionnels des techniques présentées	Adéquation des techniques proposées avec les intentions déclarées	Pertinence de la présentation des techniques		Cohérence entre les significations de la relation abordées et les techniques proposées
Savoirs	Conformité aux documents institutionnels des significations abordées	Adéquation de l'introduction des savoirs avec les intentions déclarées des auteurs	Pertinence de l'enseignement des différentes significations abordées	Validité mathématique des significations abordées	Cohérence entre la première rencontre avec la relation et les savoirs institutionnalisés
Ostensifs (objets et instruments, langages)	Conformité aux documents institutionnels des symboles et notations mathématiques proposés		Pertinence du choix des objets par rapport à l'enseignement de la relation	Validité mathématique de l'usage des instruments	
			Pertinence des formulations langagières par rapport à l'enseignement du savoir	Validité mathématique des symboles et des notations	
Éléments organisationnels et planificateurs	Conformité aux documents institutionnels de la programmation	Adéquation de la programmation avec les intentions déclarées des auteurs	Pertinence de la progression par rapport à l'enseignement du savoir	Validité mathématique des formulations langagières	Cohérence de l'organisation des savoirs

Critère validé	Critère validé pour une partie des propositions	Critère non validé
----------------	---	--------------------

Figure 1. – Synthèse de l'analyse du manuel *MHM*

Nous avons notamment relevé des problèmes au niveau de la *qualité didactique*. En ce qui concerne plus particulièrement l'activité que nous analysons dans cet article, nous relevons un problème de *cohérence* entre cette première rencontre de la relation de parallélisme et son institutionnalisation : la signification « droites d'écart constant » est en effet institutionnalisée dans la trace écrite alors qu'elle n'a pas été abordée dans la situation introductrice (uniquement centrée sur la signification « droites qui ne se coupent jamais »). Nous relevons aussi des problèmes de *pertinence* dans l'enseignement des significations du parallélisme abordées (notamment le passage entre la signification liée à l'incidence et celle liée à l'écart constant n'est pas aménagé, la distance entre un point et une droite ou entre deux droites, appelée « écartement », n'est jamais explicitée), ainsi que dans la présentation des techniques instrumentées (aucune technique de reconnaissance de la relation n'est institutionnalisée, même si certaines sont présentées dans les capsules de Canopé). Nous relevons enfin un problème de *validité* mathématique dans l'ignorance de l'emboîtement des classes « droites perpendiculaires » et « droites sécantes » dans l'activité introductrice (nous y reviendrons dans la partie suivante).

3. Données recueillies

Nous avons choisi d'observer la mise en œuvre de séances du manuel *MHM* par un enseignant chevronné, pour éviter que les adaptations produites ne soient imputées à l'inexpérience d'un débutant. Nous souhaitons de plus que l'enseignant utilise le manuel *MHM* comme seule ressource d'enseignement en mathématiques, de manière à éliminer les interférences avec d'autres manuels, et ce depuis plusieurs années, pour que des routines (Butlen, Mangiante-Orsola et Masselot, 2017) telles que gérer une phase d'explicitation, de synthèse de productions d'élèves débouchant à une institutionnalisation par exemple, soient déjà installées dans l'usage de ce manuel.

Monsieur C. répond à ce profil. Enseignant expérimenté, il enseigne depuis vingt ans. Après l'obtention d'une licence scientifique, il a suivi une formation à l'Institut Universitaire de Formation des Maîtres. Il a rencontré l'auteur du manuel *MHM*, lors de sa formation pour être Professeur des Écoles Maître Formateur en 2015-2016, et s'est porté volontaire pour être « testeur » du manuel *MHM* au cycle 3. Depuis, il « suit cette méthode » pour enseigner les mathématiques à ses élèves de CM1. Il a aussi proposé en 2018-2019 une animation pédagogique de trois heures pour répondre à des demandes d'aide de collègues souhaitant « mettre en œuvre la méthode ».

Durant l'année scolaire 2019-2020, nous avons filmé dans sa classe les séances consacrées à l'enseignement des notions de perpendicularité et de parallélisme avec deux caméras, l'une fixe dirigée sur la classe et le tableau, l'autre mobile captant des interactions entre élèves ou entre les élèves et l'enseignant. Nous avons également enregistré l'enseignant avec un micro-cravate. Les séances ont été retranscrites à partir de ces données filmées et enregistrées.

ANALYSE A PRIORI DE LA SEANCE D'INTRODUCTION DU PARALLELISME

1. La séance

Dans le GdE, l'apprentissage relatif à la notion de parallélisme est présenté en trois points : une situation de découverte du parallélisme à réaliser en binômes (figure 2) ; la lecture de la leçon 12 « Les droites » (annexe 1) suivie d'une recherche d'exemples de droites parallèles

dans la classe en équipe de trois ; enfin le visionnage d'une vidéo² portant sur la reconnaissance instrumentée du parallélisme à la suite duquel est proposé un exercice individuel de reconnaissance de la relation au sein d'un réseau de cinq droites. Nous nous intéressons dans ce texte à la situation de découverte et la lecture de la leçon.

La première rencontre avec la notion de parallélisme se réalise ainsi par le biais d'une activité de classement de neuf couples de droites (figure 2). Le GdE demande de « faire émerger les trois possibilités : droites qui se coupent (sécantes), droites perpendiculaires et droites qui ne se coupent pas » puis de « donner le vocabulaire : 'des droites parallèles sont des droites qui ne se coupent jamais' ». Les relations *sécantes*, *perpendiculaires* et *parallèles* semblent ainsi constituer des classes disjointes alors qu'elles doivent être organisées dans une classification issue de deux tris successifs : sécantes / non sécantes puis tri des droites sécantes en perpendiculaires / non perpendiculaires.

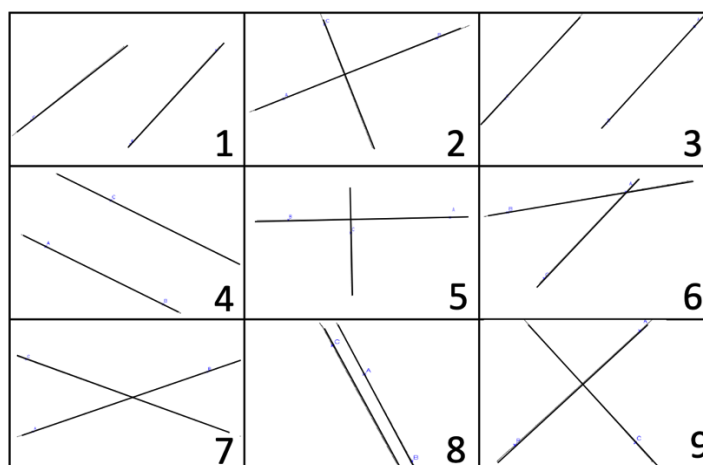


Figure 2. – « Fiche Classement de droites³ ».

Le classement des couples de droites selon leur relation d'incidence comporte deux classes : celle des droites parallèles (couples 3, 4 et 8) et celle des droites sécantes (couples 1, 2, 5, 6, 7 et 9). Il permet de faire émerger la relation de parallélisme identifiée grâce à la comparaison des neuf couples de droites. Le choix de ces couples par l'auteur du manuel révèle sa prise en compte de certains obstacles liés à la reconnaissance de la relation d'incidence entre deux droites. Tout d'abord, pour le couple 1, le point d'intersection des droites n'est pas représenté et la perception visuelle peut être mise en défaut, les droites étant presque parallèles : prolonger leur représentation – mentalement ou avec une règle – permet de percevoir qu'elles se couperont. Ensuite, un seul couple de droites (5) a des directions privilégiées (horizontale et verticale) facilitant la reconnaissance immédiate de la relation de perpendicularité par perception visuelle. Deux couples de droites (6 et 7) peuvent être reconnus visuellement comme sécantes et non perpendiculaires. Pour les autres couples, l'usage d'instruments peut s'avérer utile : l'équerre pour vérifier la relation de perpendicularité (2 et 9), la règle et l'équerre pour mesurer et comparer des écarts entre les droites, notamment lorsqu'ils sont importants (1, 3 et 4).

La signification du parallélisme mise en jeu dans cette introduction est ainsi uniquement associée à la relation d'incidence dans le GdE. Pourtant d'autres significations peuvent émerger et notamment celles liées à la notion d'écart (« droites d'écart constant ») ou de direction (« droites de même direction »). Elle est mise en avant dans le GdE en conclusion de

²<https://lesfondamentaux.reseau-canope.fr/video/mathematiques/geometrie-du-plan/paralleles/reconnaitre-des-droites-paralleles>

³ Numérotation ajoutée par nos soins

l'activité de classement, « droites qui ne se coupent jamais », puis reprise dans la leçon 12 avec l'ajout d'une deuxième signification en lien avec la notion d'écart et ainsi formulée « gardent toujours le même écartement ». Cette formulation est alors accompagnée d'une représentation de deux droites parallèles entre lesquelles sont placées deux doubles flèches (figure 3). Ce codage non usuel n'indique pas les contraintes sur la direction de ces flèches, ni sur leur longueur.

⇒ Quand deux droites gardent toujours le même écartement, qu'elles ne se coupent jamais, on dit qu'elles sont **parallèles**.

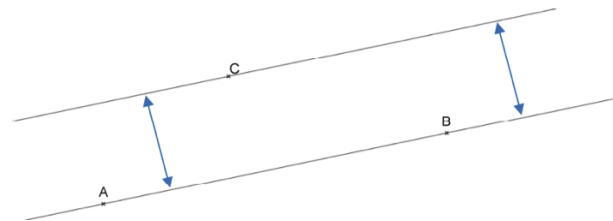


Figure 3. – Extrait de la leçon 12

2. Synthèse

Différents points non abordés dans le GdE peuvent s'avérer problématiques pour l'enseignant.

À sa charge en effet d'identifier et de mettre en lien les significations du parallélisme qui pourraient émerger au cours de l'activité de classement (notamment en lien avec la relation d'incidence, la notion d'écart, ou celle de direction).

L'enseignant devra aussi prendre en compte les difficultés inhérentes à l'enseignement de la notion de parallélisme mais non explicitées dans le manuel, comme la confusion entre l'objet géométrique et l'objet graphique qui le représente ou la nécessité de sortir d'une perception visuelle « spontanée » et des représentations prototypiques.

Il devra expliciter des techniques instrumentées de reconnaissance de droites parallèles ou non parallèles.

Il devra faire entrer et avancer les élèves dans leurs propositions de classement de couples de droites, gérer la mise en commun en exploitant les productions des élèves pour faire émerger le savoir visé.

Nous relevons finalement une vigilance nécessaire de la part de l'enseignant lors de son utilisation du manuel *MHM* sur trois points : la validité mathématique des classements de couples de droites, la prise en compte de l'existence et de la mise en lien de différentes significations de la relation de parallélisme, l'exposition de techniques de reconnaissance de cette relation. Nous étudions dans ce qui suit la manière dont ces points de vigilance sont pris en compte dans la séance menée par monsieur C.

ANALYSE A POSTERIORI DE LA SEANCE D'INTRODUCTION DU PARALLELISME

La présentation rapide du déroulement de la séance est suivie par une explicitation des savoirs en circulation. Puis nous présentons les adaptations réalisées par l'enseignant.

1. Déroulement de la séance

Après avoir donné la consigne et fait distribuer le matériel, l'enseignant propose l'activité de classement de droites en binômes. Durant la phase de recherche, il passe auprès de binômes d'élèves et les questionne sur leur choix de regroupement, leur demandant pourquoi ils ont mis tel et tel couples ensemble ou pas.

Vandebrouck F. & Gardes, M.-L. (dir.) (2023). Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques - Preuve, Modélisation et Technologies Numériques. Volume des séminaires et posters des actes de EE21.

Tous les élèves prennent appui sur leur perception visuelle : l'enseignant n'a pas spécifié l'utilisation d'instruments – le GdE n'en fait pas non plus mention – et aucun élève n'en prend l'initiative. L'enseignant utilise l'équerre seulement lors de la correction au tableau pour rappeler à la classe ce que signifie « droites perpendiculaires ».

Un binôme d'élèves s'écarte de la tâche attendue de classement, à l'insu de l'enseignant, en cherchant à reconstituer la feuille A4 avec les neuf étiquettes reçues. D'autres commencent par appairer les couples de droites. L'enseignant intervient pour réguler en demandant à la classe ce que signifie « les trier ou les classer » et valide la réponse « les mettre par famille » immédiatement donnée par un élève. La contrainte d'obtention de « familles disjointes » n'est pas évoquée par l'enseignant, tout comme elle n'a pas été prise en compte dans le GdE avec les « trois possibilités » attendues. L'enseignant réalise ensuite une mise en commun, suivie d'une lecture commentée de la leçon. Le déroulement est ainsi conforme à ce que prévoit le GdE, excepté l'absence de synthèse pour clore la mise en commun.

2. Savoirs en circulation lors de l'activité introductive de la notion de parallélisme

Nous analysons à présent les premières appréhensions des élèves de la notion de parallélisme à partir des interactions successives de l'enseignant avec trois binômes d'élèves sur leur classement pendant la phase de recherche : Léo et Louna, Nestor et Élina, Ralph et Erwin⁴.

Léo regroupe les couples de droites en se référant à leur direction. Il l'exprime dans un discours accompagné de gestes, à deux reprises. Tout d'abord, en réponse à l'enseignant (« Pourquoi tu as mis ces deux-là ensemble ? », 9'44) qui pointe l'appariement des couples 8 et 4), il fait explicitement abstraction de la longueur des traits et explique la ressemblance des couples par le fait qu'« ils ont deux traits ensemble », en pointant à chaque fois les deux traits en question d'un geste déictique analogue avec le pouce et le majeur (figure 4). Les appariements qu'il a réalisés, 8-4 d'un côté et 3-1 de l'autre, peuvent être liés à l'orientation des traits sur le support, les couples présentant le même type d'obliques.

9'48 - Léo			
Ben que en fait, ils ont deux traits	même s'ils ne sont pas de la même longueur	ben ils ont quand même deux traits ensemble !	Eux-aussi !

Figure 4. – Tableau sémiotique, intervention 9'48

Ensuite, suite au regroupement des couples 8-4 et 3-1 réalisé par Louna, Léo précise que les couples « ont tous des traits droits » (10'20, figure 5).

⁴ Tous les prénoms ont été modifiés.

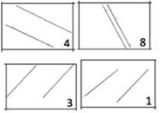
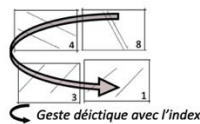

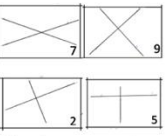
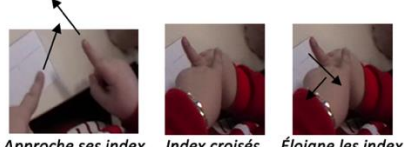
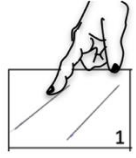
10'18 - Prof		10'20 - Léo	
Alors pourquoi vous mettez	celles-là ensemble ?	Parce qu'ils ont tous des traits droits	
			<i>Léo fait deux fois cette suite de gestes avec ses mains</i>
10'23 - Léo		10'24 - Louna	
alors que eux, ils sont en	
		Nan mais lui, il a pas un trait droit !	
			
<i>Léo place ses mains au-dessus de 7, 8, 2, 5.</i>	<i>Approche ses index</i> <i>Index croisés</i> <i>Éloigne les index</i> <i>Il fait deux fois cette suite gestuelle avec ses index.</i>		

Figure 5. – Tableau sémiotique, interventions 10'18 à 10'24

La séquence de gestes qui accompagne ces propos (doigts qui se déplient droit devant) et la mise en opposition qu'il fait avec les couples 7-9-2-5 de façon gestuelle (déplacement de ses index jusqu'à former une croix) montrent une prise en compte corporelle et dynamique de la direction des droites. Léo n'a pas encore de mots pour la formuler. Louna, qui conteste l'expression de « trait droit » formulée par Léo, en l'interprétant probablement dans son sens spatial de « trait non penché » (10'24, figure 6), va apporter le terme de « croix » en proposant de mettre ensemble 7-9-2-5 et 6 : « *Ouais mais dans ce cas-là eux aussi peuvent être ensemble, comme là y'a la croix* » (Louna, 10'45).

Nestor et Élina ont réparti les neuf couples de droites de la même façon que Léo et Louna en se référant pour leur part à la signification du parallélisme liée à la notion d'écart constant. Nestor explique en effet à l'enseignant que chacun des couples (1-3-4-8) ont « deux droites qui sont séparées par un espace », espace qu'il matérialise avec sa main par l'écartement pouce-index, alors que les autres couples de droites « se croisent ».

Ralph et Erwin ont réalisé trois familles. Ralph utilise des termes géométriques pour les qualifier : les droites parallèles (3-4-8), les perpendiculaires (2-5-9) et « celles qui ont rien de particulier » (1-6-7). À l'enseignant qui lui demande ce que veut dire droites parallèles, il répond que « c'est une droite et que si on la continue elles se couperont jamais ». Ceci montre qu'il a déjà rencontré la notion de parallélisme et qu'il se réfère à la relation d'incidence.

3. Adaptations réalisées par l'enseignant

Les adaptations réalisées par l'enseignant portent sur les supports de travail ou mettent en jeu une palette de gestes professionnels non explicités dans le GdE.

Concernant les supports de travail, l'enseignant prend tout d'abord l'initiative de donner les neuf couples de droites (figure 2) sur des feuilles séparées pour permettre aux élèves de regrouper matériellement ces couples selon leur critère de classement. Conformément au support d'origine, ces couples ne sont pas identifiés par un numéro. Pour la mise en commun l'enseignant décide de les vidéo-projeter. Il utilise pour cela le fichier original présentant les couples de droites, auxquels il a ajouté des numéros (comme présenté sur la figure 2). Cette adaptation semble faciliter la communication pour désigner les couples de droites présentés au tableau. En revanche, l'absence de ces désignations sur les feuilles séparées des élèves n'en permet pas une orientation commune, ce qui rend leur repérage et leur mise en lien avec les couples affichés au tableau, plus difficiles pour les élèves.

Vandebrouck F. & Gardes, M.-L. (dir.) (2023). Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques - Preuve, Modélisation et Technologies Numériques. Volume des séminaires et posters des actes de EE21.

Lors du lancement de l'activité, l'enseignant clarifie collectivement la tâche en faisant décrire ce qu'il y a sur les feuilles en termes géométriques (des droites et non pas des segments ni des traits). Cela permet également de situer l'activité dans le contexte géométrique. Durant la recherche, il régule, identifie les différents classements et repère ceux sur lesquels il va s'appuyer lors de la mise en commun. Il contribue à l'échange entre élèves et aide au développement de l'argumentation en demandant la justification de leurs propositions. Il exige aussi l'emploi d'un lexique géométrique (« droite » plutôt que « trait », « se coupent » plutôt que « se croisent ») et reprend les élèves le cas échéant – quelquefois au risque d'interrompre l'expression du raisonnement. Pendant la mise en commun l'enseignant choisit de présenter deux propositions de classement (celle de Nestor, puis celle de Ralph), il valide la seconde mais reste neutre face à la première. Il ne porte aucun intérêt aux autres productions et ne garde d'ailleurs aucune trace de l'activité des binômes (il fait ramasser toutes les feuilles à la fin de la séance). Il maintient donc l'incertitude concernant la validité des propositions. En revanche il fait justifier chaque regroupement, revient sur le vocabulaire géométrique (« se coupent », « droites », « perpendiculaires »). Il expose des connaissances géométriques (notion de droite, droites perpendiculaires, angle droit, droites parallèles), explicite le lien entre perpendicularité et angle droit. Il prend notamment en charge l'explicitation de la signification « ne se coupent jamais » : la définition proposée dans la synthèse orale peut en effet être source d'obstacle (« ne se coupent jamais » ou « ne se coupent pas dans l'espace de la feuille »), les couples de droites étant présentés dans des zones du plan bien délimitées par un cadre. Il présente la technique de vérification de non-parallélisme par prolongement, mais n'explique pas de technique instrumentée de vérification de la relation. Il ne réalise pas de synthèse à l'issue de la mise en commun mais fait lire la trace écrite par des élèves en commentant le codage et le texte et en ponctuant ses explications par des gestes, comme illustré dans l'épisode suivant (30'25) puis figure 6 :

Élève [lit la trace écrite] : Une droite est un ensemble de points alignés. On la note (D) ou (AB).
 Enseignant : Très bien, donc, [il suit les mots avec le doigt] une droite est une suite de points alignés, c'est un ensemble infini de points alignés [il pointe successivement différents points de la droite représentée, en les touchant avec son doigt], qui ne s'arrête jamais, qui est donc infini. On la note (D) ; on peut lui donner une lettre, un nom [il désigne la lettre D] ou alors, si j'ai deux points A B qui sont sur la droite [il désigne ces points sur le dessin], je peux aussi l'appeler la droite (AB), le tout, regardez, entre/ des parenthèses, d'accord ? Ca, c'est le code /que l'on utilise pour nommer une droite. (...).


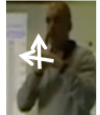
32'40- Prof	32'43 – Élève	32'45- Prof	32'47-Prof
Donc pour être perpendiculaires, il faut que des droites	soient d'abord/	se coupent/ faut qu'elles soient sécantes...	...et en plus qu'elles forment un angle droit
	se coupent		
			

Figure 6. – Tableau sémiotique, interventions 32'40 à 33'

Il fait également relever et colorier les « mots importants » et met en relation chaque mot avec sa définition (« sécantes » et « se coupent » ; « perpendiculaires » et « se coupent en formant un angle droit » ; « parallèles », « ne se coupent jamais » et « même écartement »). Il apporte des connaissances géométriques complémentaires essentielles : il ajoute le qualificatif « infinie » dans la définition d'une droite ; il prend en charge l'explicitation de la notion de distance d'un point à une droite ou entre deux droites appelée « écartement » dans le manuel ; il explicite les critères emboîtés (« sécantes et en plus forment un angle droit »).

CONCLUSION

Nous avons relevé de nombreuses adaptations qui témoignent à la fois des connaissances mathématiques et de l'expertise de l'enseignant dans la gestion de la mise en œuvre d'une situation d'enseignement, telle la prise en compte des conditions matérielles de gestion de classe, l'activation d'une circulation de connaissances géométriques lors des interactions entre enseignant et élèves ou encore la manifestation de gestes professionnels qui engagent les élèves dans les apprentissages. L'enseignant assure en effet la dévolution de la situation de découverte, il est attentif à faire avancer les élèves dans la phase de recherche, il fait verbaliser leurs choix, il expose les connaissances lors de la mise en commun. Ainsi, tout ce qui était passé sous silence dans le GdE a bien été pris en charge par l'enseignant, que nous avons choisi comme expérimenté. On peut maintenant se demander ce qu'il en serait pour un enseignant débutant. L'expertise de l'enseignant n'a, en revanche, pas permis de compenser les manques de *qualité didactique* soulevés dans notre analyse du manuel *MHM*. Le problème de *cohérence dans l'enseignement des savoirs* que nous avons relevé dans le manuel n'a pas été résolu : deux significations du parallélisme ont été abordées lors de la lecture de la leçon (incidence, écart constant) alors qu'une seule (incidence) a été mise en évidence dans la mise en commun. Des problèmes de *pertinence de l'enseignement* des savoirs et des techniques sont aussi apparus. Concernant les savoirs, les significations de la relation de parallélisme non mentionnées dans le GdE, mais en circulation dans des propositions de classement des couples de droites des élèves (même direction, écart constant), n'ont été ni exploitées par l'enseignant, ni mises en lien avec la seule signification explicitée (incidence). Concernant les techniques, aucun enclenchement du processus d'appropriation des instruments n'a été réalisé : aucune technique instrumentée de reconnaissance de la relation de parallélisme n'a été abordée. Enfin le problème de *validité mathématique* du classement indiqué dans le GdE n'a pas été perçu par l'enseignant, qui a clôt la mise en commun par la répartition mathématiquement invalide des neuf couples de droites en trois familles disjointes : les couples de droites perpendiculaires, les couples de droites sécantes et les couples de droites parallèles.

Ainsi les actions de l'enseignant, pourtant expert, ne pallient pas les insuffisances de la qualité didactique du manuel mises à jour par les chercheuses, ce qui révèle, à notre sens, le fort impact du manuel sur la pratique de l'enseignant. Mais d'autres investigations restent à mener pour confirmer cette analyse. Étudier l'impact de l'usage du manuel sur les apprentissages des élèves est une autre piste de recherche.

RÉFÉRENCES

ARZARELLO F. (2006). Semiosis as multimodal process, Dans L. Radford et B. D’Amore (Eds) Sémiotique, culture et pensée mathématique, *Número especial, Revisita Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 267-299.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

BUTLEN D., MANGIANTE-ORSOLA C., & MASSELOT, P. (2017). Routines et gestes professionnels, un outil pour l’analyse des pratiques effectives et pour la formation des pratiques des professeurs des écoles en mathématiques. *Recherches en didactiques*, 24, 25-40.

CHEVALLARD Y. (1999). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l’approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(3), 221-266.

GUILLE-BIEL WINDER C., & PETITFOUR E. (2018). L’enseignement des notions de perpendicularité et de parallélisme dans le manuel Méthode de Singapour. *Grand N*, 102, 5-40.

GUILLE-BIEL WINDER C., & PETITFOUR E. (2021a). Contribution à l’analyse didactique de manuels scolaires numériques du premier degré : une étude de cas. *Education et didactique*, 15(2), 49-76.

GUILLE-BIEL WINDER C., & PETITFOUR E. (2021b). Analyse de l’initiation au processus d’instrumentation dans les manuels scolaires utilisant le numérique. *Actes de la 20ème école d’été de didactique des mathématiques ARDM*. La pensée sauvage éditions.

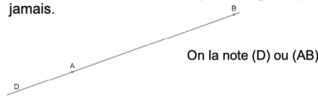
GUILLE-BIEL WINDER C., & PETITFOUR E. (à paraître). Outil d’analyse de l’enseignement de la géométrie dans les manuels scolaires. Dans C. Guille-Biel Winder et T. Assude (eds.) *Articulations entre espace sensible, espace graphique et espace géométrique. Ressources, pratiques et formation*. London : Iste Editions.

HOUEMENT C., & PETITFOUR E. (2017). L’analyse sémiotique de l’activité mathématique, une nécessité didactique dans le contexte de l’adaptation scolaire. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 23, 9–40.

ANNEXE 1

Leçon 12 : Les droites

Une **droite** c'est une suite de points alignés qui ne s'arrête jamais.



⇒ Quand deux droites se coupent, on dit qu'elles sont **sécantes**.



⇒ Quand deux droites se coupent en faisant un angle droit, on dit qu'elles sont **perpendiculaires**.



On utilise l'équerre pour vérifier si deux droites sont perpendiculaires.

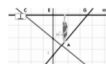
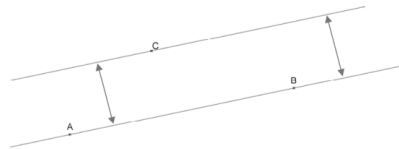


<https://huit.re/paralleles1>



<https://huit.re/paralleles2>

⇒ Quand deux droites gardent toujours le même écartement, qu'elles ne se coupent jamais, on dit qu'elles sont **parallèles**.



<https://huit.re/perpendiculaires1>



<https://huit.re/perpendiculaires2>