

LA GRANDEUR CONTENANCE AU CYCLE 2 : MODELES PRAXEOLOGIQUES ET INSTITUTIONNALISATION

Carine Frappier-Jégo*

RÉSUMÉ

Notre étude est consacrée à la question de recherche suivante : « comment former les professeurs des écoles stagiaires au processus d'institutionnalisation dans le domaine des grandeurs et mesures et plus précisément pour la grandeur contenance au cycle 2 ? ». Pour répondre à cette question nous avons, dans un premier temps, analysé le savoir en jeu. C'est cette partie de nos travaux que nous présentons dans cet article. Pour cela, nous créons un Modèle Praxéologique de Référence à partir des textes officiels et du savoir savant que nous confrontons aux Modèles Praxéologiques Apprêtés construits pour une sélection de neuf manuels. Nous cherchons également à caractériser les textes de savoirs proposés par ces mêmes manuels analysés.

Mots-clefs : Grandeurs et mesures, Contenance, Ecole primaire, Modèle Praxéologique de Référence, Institutionnalisation.

ABSTRACT

In this study, we focus on to the following research issue « How to train future teachers to the institutionalization process in the area of quantities and measurements, and more precisely of capacity at primary school? ». To answer that question, we have, first of all, analysed the type of knowledge at stake. That part of our research work is presented in that article. We have thus created a reference praxeological model, thanks to formal and institutional texts, and academic knowledge, that we confront with sized praxeological models, created for a variety of nine schoolbooks. We also aim at describing the syntheses texts found in those textbooks.

Keywords: Quantities and measurement, capacity, Primary school, Praxeological reference model, Institutionalization

INTRODUCTION

Les résultats présentés lors d'un séminaire de l'école d'été de didactique des mathématiques d'octobre 2021 et dans ce texte sont des travaux de thèse en cours.

Dans notre quotidien de formatrice de professeurs des écoles, nous avons eu l'occasion d'accompagner de jeunes entrants dans le métier. C'est à l'occasion de visites dans les classes que nous avons été interpellée par les institutionnalisations proposées par ces professeurs des écoles stagiaires. En effet, ce qui est proposé dans cette phase n'est pas toujours, voire rarement, en lien avec ce qui a été convoqué par les élèves dans les phases de recherche et de mise en commun. Ce constat va dans le sens des travaux de Charles-Pézarid et al. (2012) qui ont montré que les professeurs des écoles en ZEP laissent peu de place à l'institutionnalisation et que ce problème pouvait mettre en difficulté les élèves. Ainsi il nous a semblé nécessaire de contribuer à une évolution de ces pratiques, en formant les enseignants débutants au processus d'institutionnalisation. Ce sont les effets d'une ingénierie didactique de formation conçue à cet effet que nous analysons dans notre recherche. Nous avons choisi le domaine des grandeurs et mesures et le contexte du cycle 2 pour mettre en œuvre notre recherche, car là aussi, nous avons pu constater que ce domaine mathématique est un domaine délaissé par les professeurs expérimentés et qu'il est très souvent confié aux professeurs débutants (Frappier-Jégo, 2016).

Pour répondre à notre problématique : « comment former les professeurs des écoles stagiaires (PES) au processus d'institutionnalisation dans le domaine des grandeurs et mesures et plus précisément de la contenance au cycle 2 ? », nous avons mené une analyse de

* INSPE de Rennes, CREAD

savoir en jeu et une analyse des pratiques ordinaires des PES pour ensuite proposer une ingénierie didactique de formation dont nous mesurerons les effets.

L'objectif de cette communication est de présenter une partie de nos travaux en cours, ceux concernant l'analyse du savoir en jeu, en confrontant les attentes des programmes aux propositions faites par une sélection de neuf collections de manuels français de mathématiques de cycle 2.

Pour cela nous allons présenter les cadres théoriques mobilisés ainsi que la méthodologie utilisée puis nous exposerons les premiers résultats obtenus.

ÉLÉMENTS DE CADRAGE THEORIQUE RETENUS POUR ANALYSER LES SAVOIRS EN JEU ET PENSER LEUR INSTITUTIONNALISATION

1. La théorie anthropologique du didactique

Chevallard (1998) considère que toute activité humaine peut être définie par un modèle qu'il nomme praxéologie ou encore organisation mathématique quand il s'agit d'une activité mathématique. Cette praxéologie est définie par un quadruplet $[T/\tau/\theta/\Theta]$ avec un premier bloc $[T/\tau]$ constituant la pratique ou encore le savoir-faire et un second $[\theta/\Theta]$ le discours (logos) ou encore le savoir justifiant la technique. Ce modèle est complété par Chaachoua, dans son cadre théorique T4TEL,¹ par les sous-types de tâches. Soit T un type de tâches, un sous-type de tâches T' de T doit être un sous ensemble de T et T' doit être un type de tâches. La relation hiérarchisée qui unit des types de tâches et des sous-types de tâches est engendrée par un générateur de tâches. Un générateur de tâches est défini par un verbe d'action, un complément fixe, et un système de variables qui va générer différentes relations.

Dans notre travail, nous allons chercher à définir un Modèle Praxéologique de Référence (MPR) que nous confronterons à chacun des Modèles Praxéologiques Apprêtés construits à partir de chacun des manuels pour caractériser le savoir en jeu dans notre recherche. Jolivet (2018) précise que « une Organisation Mathématiques (OM) de Référence (ou MPR) est décrite à partir des OM savantes légitimant le processus d'enseignement. L'OM de Référence (ou MPR) est celle que considère le chercheur pour son analyse, celle qui lui permettra de répondre à ses questions de recherche. » (Jolivet, 2018, p.104). En ce qui nous concerne, nous souhaitons confronter les propositions faites par les manuels et que nous modélisons par des Modèles Praxéologiques Apprêtés, à ce qui est attendu dans les textes officiels.

Pour concevoir un MPR, il faut, selon Bosch et Gascon (2005), commencer par identifier les praxéologies à enseigner à partir des programmes et des manuels. Nous avons fait le choix de n'utiliser que les textes officiels. Nous nous situons dans la lignée des travaux de Ravel (2003) qui parle de savoir apprêté quand il s'agit des propositions des manuels. Elle dissocie savoir à enseigner et savoir apprêté.

Pour construire le MPR, il s'agit également d'effectuer une enquête épistémologique. Les types de tâches et techniques issus des programmes sont justifiés par des technologies elles-mêmes justifiées par le savoir savant (le courant de pensée du réalisme scientifique (Perdijon, 1998) et la conservation des grandeurs (Piaget, 1962)).

La construction de ce MPR va nous permettre d'identifier les savoirs à construire avec les élèves. Nous chercherons également à voir la cohérence entre ce MPR et les textes de savoir proposés par les manuels.

¹ T4TEL : T4 renvoie au quadruplet praxéologique et TEL pour Technology Enhanced Learning. Vandebrouck F. & Gardes, M.-L. (dir.) (2023). Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques - Preuve, Modélisation et Technologies Numériques. Volume des séminaires et posters des actes de EE21.

2. L'institutionnalisation dans la théorie des situations didactiques

Dans la théorie des situations didactiques, l'ensemble des chercheurs ayant travaillé sur l'institutionnalisation sont d'accord pour dire que c'est un processus qui permet de construire des savoirs à partir de connaissances inscrites dans une situation qui, dans l'idéal de la théorie, est a-didactique. Dans son glossaire, Brousseau précise qu'une situation d'institutionnalisation est « une situation qui se dénoue par le passage d'une connaissance de son rôle de moyen de résolution d'une situation d'action, de formulation ou de preuve, à un nouveau rôle, celui de référence pour des utilisations futures, personnelles ou collectives » (Brousseau, 2010, p.4).

Nous cherchons donc à identifier et à caractériser « les références » ou textes de savoir que les manuels proposent d'institutionnaliser. En effet, Chevallard (1991) précise l'importance de ces textes de savoir qui peuvent être écrits ou oraux. Il affirme que c'est le texte de savoir qui justifie les différentes mises en œuvre du maître lors de son enseignement. C'est ce texte qui « fait seul exister l'enseignant comme tel, et qui est en même temps l'instrument thérapeutique principal. Puisque c'est par lui que l'enseignant agit pour enseigner, qu'il agira pour modifier les effets de l'enseignement. » (Chevallard, 1991, p.21).

Allard (2015), elle, différencie les textes de savoir écrits de ceux oraux. En effet, elle émet l'hypothèse que les textes de savoir oraux renvoient plus à des phases de rappel ou de formulation. Les textes de savoir écrits ont une fonction de synthèse et permettront aux élèves de mémoriser le savoir. Elle pointe, elle aussi, l'importance de ces textes de savoir dans le processus d'apprentissage des élèves.

Il est donc pertinent d'analyser les textes de savoir proposés par les manuels pour identifier les savoirs mis en évidence et leur cohérence avec le MPR identifié.

QUELQUES ASPECTS METHODOLOGIQUES POUR CONSTRUIRE UN MODELE PRAXEOLOGIQUE DE REFERENCE SUR LES GRANDEURS ET MESURES

Pour construire notre Modèle Praxéologique de Référence (MPR), pour la grandeur contenance, nous avons analysé dans un premier temps les programmes de 2020 du cycle 2 (MEN, 2020) ainsi que les documents d'accompagnement en lien avec les grandeurs et mesures (MEN, 2016). Cette analyse linéaire nous a permis d'identifier les praxéologies à enseigner. Nous avons justifié ces praxéologies par des éléments technologiques en lien avec le savoir savant ce qui nous permet d'obtenir notre MPR que nous allons ensuite confronter aux différents modèles praxéologiques apprêtés (Ravel, 2003) construits à partir de l'analyse de neuf manuels en CP, CE1 et CE2. Les collections analysées sont : Pour comprendre les maths de chez Hachette éducation, Cap Maths et Opération Maths de chez Hatier, Litchi de chez Istra, Méthode de Singapour de la librairie des écoles, Archimaths de chez Magnard, MHM et Vivre les maths de chez Nathan et J'apprends les maths de chez Retz. Les manuels sont des ressources très largement utilisées par les PES et plus largement par l'ensemble des professeurs des écoles (Mounier et Priolet, 2015) ce qui explique notre souhait d'analyser ces ressources pour identifier les propositions faites. En confrontant les modèles apprêtés au MPR construit, nous allons pouvoir identifier le savoir en jeu dans chaque manuel et pointer les choix faits par les auteurs des manuels par rapport au MPR.

Nous avons également répertorié tous les textes de savoir présents dans les différents manuels afin de les caractériser.

DES PREMIERS RESULTATS SUR LE MPR ET L'ANALYSE DE MANUELS

1. Construction du MPR

Notre analyse des documents officiels de cycle 2 (MEN, 2016, 2020) enrichie par une enquête épistémologique, nous a permis de construire notre MPR dont une synthèse est placée en annexe 1. Nous avons pu identifier 5 types de tâches : T1 *comparer des contenances*, T2 *mesurer des contenances*, T3 *estimer des mesures de contenance*, T4 *convertir des unités de mesures de contenance* et enfin T5 *Résoudre des problèmes impliquant des contenances*. Pour chacun de ces types de tâches, nous avons mis en avant plusieurs techniques ou sous-types de tâches pour le type de tâches T5. Pour justifier notre MPR, nous prenons comme référence le savoir savant. Par exemple pour le type de tâches T1 *comparer des contenances*, nous avons quatre techniques, *comparer visuellement*, *comparer directement par transvasement*, *comparer indirectement en utilisant un objet intermédiaire* et *comparer en utilisant une procédure numérique*. Cela peut permettre de définir des relations d'équivalence entre des récipients puis des relations d'ordre entre les différentes classes d'équivalence. En effet, si l'on dispose de deux récipients et qu'on peut transvaser le contenu de l'un exactement dans l'autre, ces deux récipients ont en commun une propriété : on déclare qu'ils ont même contenance. Tous les récipients ayant en commun cette propriété sont regroupés dans une même classe d'équivalence. Si l'on ne parvient pas à transvaser tout le contenu d'un des récipients dans l'autre, on considère que l'un a une contenance plus importante que l'autre. Si les deux récipients ne peuvent être rapprochés, le passage par un troisième récipient peut permettre cette comparaison. Les diverses classes d'équivalence peuvent ensuite être rangées. Les nombres peuvent également être utilisés pour caractériser et comparer les grandeurs.

Notre Modèle Praxéologique de Référence étant défini, nous avons ensuite réalisé de la même manière un Modèle Praxéologique Apprêté pour chacun des manuels analysés (un exemple est proposé en annexe 2) puis nous les avons confrontés au MPR. Cette analyse nous a permis de mettre en évidence un certain nombre d'éléments que nous présentons dans la partie suivante.

2. Analyse des manuels

Les tâches proposées dans les manuels pour travailler le concept de contenance sont de natures différentes. Il y a des activités de découverte, des exercices d'application et des problèmes (Arsac et al., 1988). Une même tâche peut mobiliser plusieurs types de tâches ou plusieurs techniques. Par exemple, le problème ci-dessous (figure 1) demande d'utiliser les types de tâches T1 *comparer des contenances* et T4 *convertir des unités de mesures de contenance* pour être résolu.

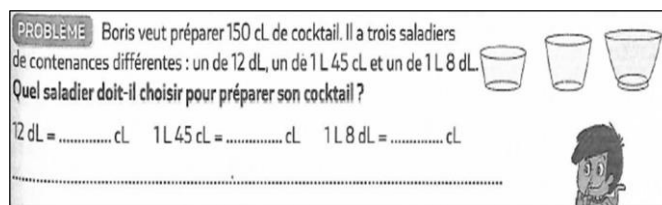


Figure 1. – Pour comprendre les maths, CE2, Hachette

En ce qui concerne l'activité de recherche suivante : « L'enseignant pose sur le bureau quatre récipients. Il demande aux élèves de les ranger de celui qui peut contenir le plus à celui qui contient le moins. », extraite de Cap maths CE1, elle relève du seul type de tâches T1

comparer des contenances mais elle peut être résolue par différentes techniques : *comparaison visuelle, comparaison directe ou indirecte.*

Les types de tâches mis en évidence dans notre MPR sont inégalement représentés dans les propositions des manuels (figure 2).

Nombre de fois où chaque type de tâches est mobilisé dans les différents manuels						
	T1 Comparer	T2 Mesurer	T3 Estimer	T4 Convertir	T5 Résoudre Pbm	
CE1	42	46	8	9	40	145
CE2	25	56	12	71	66	230
Cycle	67	102	20	80	106	375

Figure 2. – nombre de fois où chaque type de tâches est mobilisé dans les manuels analysés.

Sur l'ensemble des 9 collections de manuels étudiées, nous avons constaté que la grandeur contenance n'est pas travaillée en CP. C'est ce qui est préconisé par les instructions officielles. Nous avons pu également montrer que les types de tâches T2 *mesurer des contenances*, T4 *convertir des unités de mesures de contenances* et T5 *résoudre des problèmes relevant des contenances* sont largement travaillés. Par contre les types de tâches T1 *comparer des contenances* et T3 *estimer des mesures de contenances* sont peu travaillés. Le fait que le type de tâches T1 *comparer des contenances* soit peu travaillé indique une difficulté potentielle dans la construction de la grandeur, ici la contenance, comme le montrent les résultats de recherches didactiques (Perrin-Glorian, 2002, Ligozat, 2008, Javoy, 2019) qui ont pointé l'importance de construire la grandeur avant d'aller vers la mesure². Nous avons pu par ailleurs montrer que sur les 67 fois où le type de tâches T1 est mobilisé, il n'y a que 35 situations qui font appel à des comparaisons sans mesure. Il n'y a que 9,33% des tâches qui permettent de construire la grandeur contenance. Les propositions faites par les manuels vont très vite vers la mesure et il nous semble donc important de travailler en formation l'importance de la construction de la grandeur par des tâches de comparaison de contenances sans nécessairement introduire de techniques utilisant la mesure.

3. Les textes de savoir proposés dans les manuels analysés

Les éléments de savoirs présents dans les manuels prennent plusieurs formes et sont de natures différentes. Nous avons pu identifier des textes de savoirs à destination des élèves dans les fichiers et mémos. Ces textes de savoir sont essentiellement constitués de connaissances en lien avec le type de tâches *mesurer des contenances* et plus particulièrement sur les unités de mesure de contenances et les relations qui existent entre elles. L'extrait du mémo du manuel *Vivre les Maths*, CE2 (figure 3) est représentatif des textes de savoir proposés dans les manuels. Seul *Cap Maths*, CE2 institutionnalise le type de tâches *comparer des contenances* dans son mémo (figure 4). Cela est en cohérence avec les propositions faites par les manuels qui donnent une grande place aux types de tâche *mesurer des contenances* et *convertir des unités de mesures de contenances* mais ce constat soulève aussi une interrogation : comment aider un PES à construire un texte de savoir à destination des élèves pour le type de tâches *comparer des contenances* ?

² Nous prenons comme définition de la grandeur celle de l'APMEP (1982) : Une grandeur est un caractère, attaché à un objet, susceptible de variation chez cet objet, ou d'un objet à un autre. Pour la mesure celle de Noirfalise et Matheron (2009) : La mesure est une manière de désigner des grandeurs à l'aide d'un nombre et d'une unité ; elle résulte de la comparaison d'une grandeur avec une autre choisie comme référence.



Figure 3. – Mémo du manuel *Vivre les maths CE2*, de chez Nathan

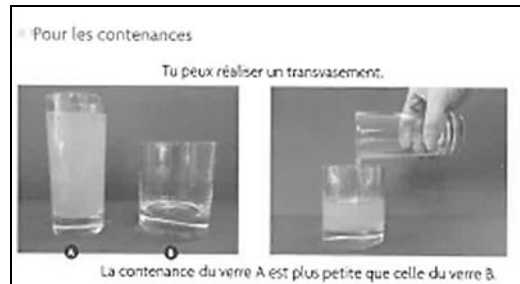


Figure 4. – Mémo *Cap Maths*, CE2 de chez Hatier

Dans les guides du maître, nous avons pu mettre en évidence des conseils didactiques pour institutionnaliser avec les élèves le contenu du savoir. Par exemple dans *Vivre les Maths*, CE1, la démarche de construction des grandeurs et mesures, en commençant par la comparaison de contenances avant d'aller vers la mesure, est rappelée dans le guide du maître. Nous avons pu également pointer la présence d'éléments praxéologiques dans les guides du maître, les techniques et quelques éléments technologiques sont parfois rappelés aux enseignants (figure 5). Ces conseils concernent donc les différents types de tâche mais sont toutefois inégalement représentés d'une collection à une autre. Il nous semble donc important d'amener les PES à questionner en formation les différentes propositions faites par les manuels au regard des textes officiels.

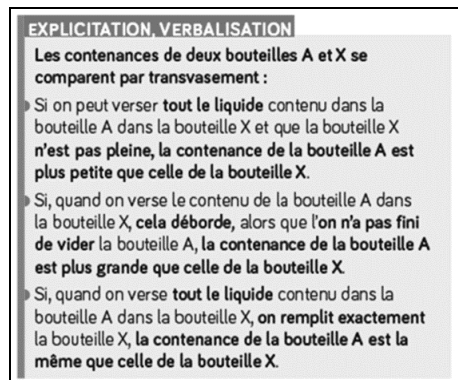


Figure 5. – extrait du guide du maître *Cap Maths*, CE1, Hatier.

CONCLUSION

Afin de répondre à une de nos questions de recherche, nous avons été amenée à construire un Modèle Praxéologique de Référence qui s'appuie sur une méthodologie différente de celle de Bosch et Gascon (2005). Dans la continuité des travaux de Ravel (2003) nous avons fait le choix de parler de savoir à enseigner pour les textes officiels et de savoir apprêté quand nous parlons des propositions des manuels. Notre MPR est donc construit à partir du savoir savant

et du savoir à enseigner comme nous venons de le définir. En confrontant notre MPR aux différents Modèles Praxéologiques Apprêtés construits pour chacun des manuels, nous avons pu montrer que les différents types de tâches ne sont pas travaillés équitablement. Le type de tâches T1 *comparer des contenances* est sous-représenté dans les propositions des manuels et nous pensons qu'au regard des résultats des recherches didactiques citées dans cet article, ceci peut créer des difficultés pour les apprentissages.

Nous avons également pu montrer que les textes de savoirs, à destination des élèves, proposés par les manuels sont essentiellement constitués de connaissances en lien avec les types de tâche *mesurer des contenances* et *convertir des unités de mesures de contenances*. Les connaissances en lien avec le type de tâches *comparer des contenances* sont quasiment inexistantes dans les textes de savoir écrits à destination des élèves. Les éléments praxéologiques (techniques et technologies), même pour les deux types de tâche principalement travaillées, ne sont que peu présents dans les manuels.

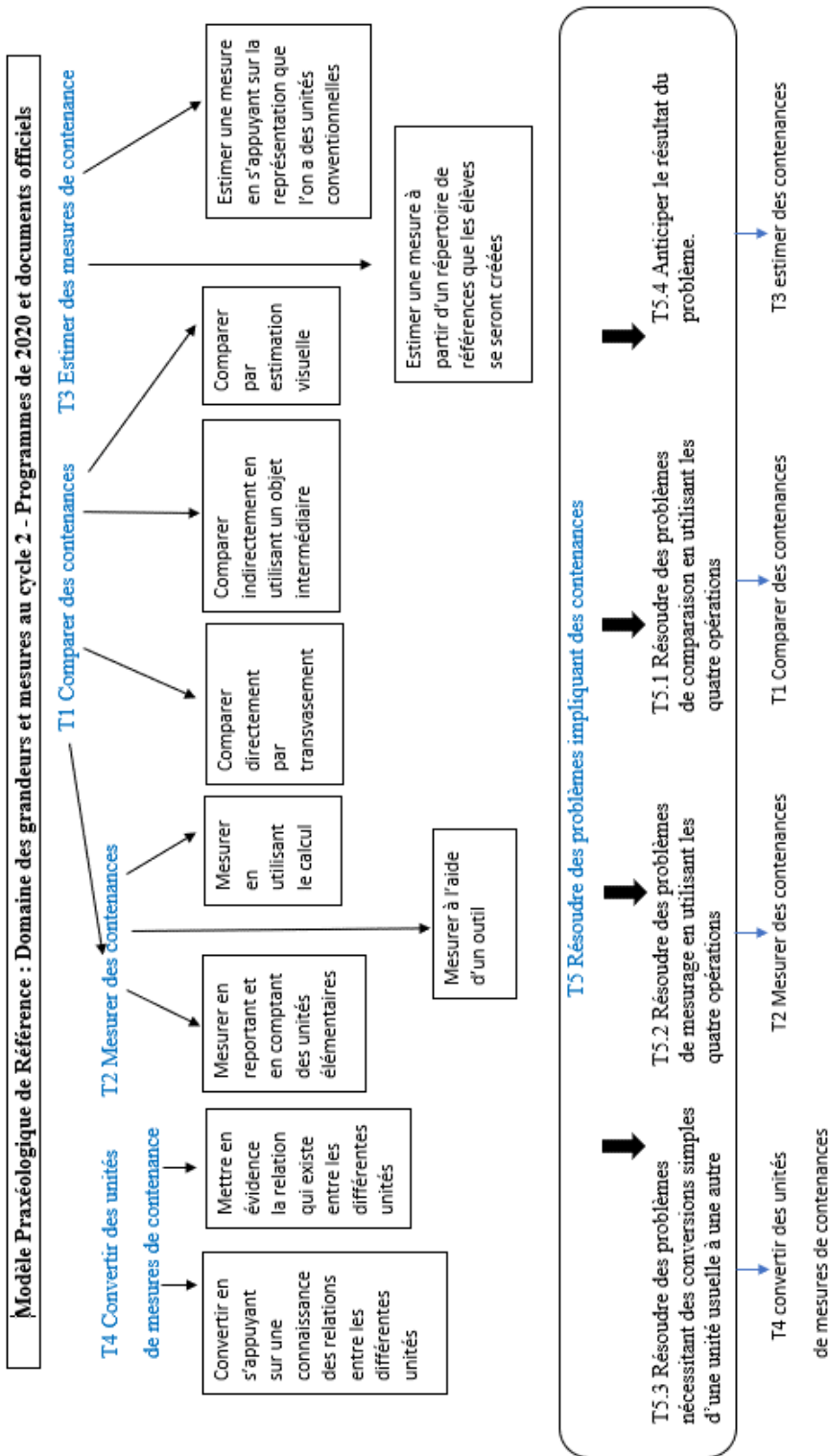
Nous pensons que les différents résultats que nous venons de présenter justifient de proposer une ingénierie didactique de formation qui permettra aux PES de travailler la question de l'institutionnalisation des savoirs dans le domaine des grandeurs et mesures et plus particulièrement de la grandeur contenance. Nous souhaitons amener les PES, à partir de l'analyse d'une sélection de manuels, à prendre conscience de l'importance de proposer aux élèves des activités qui relèvent du type de tâches *comparer des contenances* et de les aider à construire le contenu du texte de savoir correspondant.

RÉFÉRENCES

- ALLARD, C. (2015). *Etude du processus d'Institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions*. Thèse de doctorat : Université de Paris VII.
- APMEP (1982). *Grandeur mesure* (collection Mots VI). Brochure n° 46.
- ARSAC, G., GERMAIN, G. et MANTE, M. (1988). *Problème ouvert et situation-problème*. Lyon, IREM de l'académie de Lyon.
- BOSCH, M. & GASCON, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. *Balises pour la didactique des mathématiques* (pp 107-122). Grenoble : La pensée sauvage.
- BROUSSEAU, G. (2010). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques. Guy Brousseau, didactique des mathématiques. http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf
- CHAACHOUA, H. (2019). T4TEL, un cadre de référence didactique pour la conception des EIAH. *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de 2018, ARDM* : France. IREM de Paris - Université Paris Diderot. Consulté le 22 décembre 2020. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02421410/document>
- CHARLES-PEZARD, M., BUTLEN, D. & MASSELOT P. (2012) *Professeurs des écoles débutants enseignant les mathématiques en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble : la pensée Sauvage.
- CHEVALLARD, Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, Grenoble : La Pensée Sauvage éd. (1ère édition : 1985).
- CHEVALLARD, Y. (1998). *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, approche anthropologique*. Consulté le 22 décembre 2020 : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=27
- FRAPPIER-JEGO, C. (2016). *La transposition didactique interne : Des programmes à la classe dans le domaine « grandeurs et mesure »*. Mémoire de Master 1, Université de Bretagne Occidentale.
- JAVOY, S. & al. (2019). *La construction du concept physique de volume en cycle III : Quelles difficultés ? Quelles stratégies didactiques ?* hal-02198011, consulté le 20 septembre 2020 <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02198011>.
- JOLIVET, S. (2018). *Modèle de description didactique de ressources d'apprentissage en mathématiques, pour l'indexation et des services EIAH*. Thèse de doctorat : Université Grenoble.
- LIGOZAT, F. (2008). *Un point de vue de didactique comparée sur la classe de mathématiques. Etude de l'action conjointe du professeur et des élèves à propos de l'enseignement /apprentissage de la mesure des grandeurs dans des classes française et suisses romandes*. Thèse de l'Université de Genève.
- MEN. (2016). *Grandeurs et mesures au cycle 2. Mathématiques*. Eduscol. Consulté le 19 septembre 2020 https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/69/5/RA16_C2_MATHS_grandeur_et_mesures_doc_maitre_58_7695.pdf
- MEN. (2020a). *Programme d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux, cycle 2*. Consulté le 30 juillet 2020 <https://www.education.gouv.fr/bo/20/Hebdo31/MENE2018714A.htm>
- MOUNIER, E. & PRIOLET, M. (2015). *Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire : De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire*. CNESCO. <http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Manuels.pdf>

- NOIRFALISE, A. & MATHERON, Y. (2009). *Enseigner les mathématiques à l'école primaire, géométrie, grandeurs et mesures*. Paris : Vuibert.
- PERDIJON, J. (1998). *La mesure, sciences et philosophie*. Paris : Flammarion.
- PERRIN-GLORIAN, M.-J. (2002). *Problèmes didactiques liés à l'enseignements des grandeurs*. In J.-L. Dorier, M. ARTAUD, M. ARTIGUE, R. BERTHELOT, & R. FLORIS (eds.), *Actes de la XIe École d'été de didactique des mathématiques* (p.229-316) Grenoble : La pensée sauvage.
- PIAGET, J. & INHELDER, B. (1962) : *Le développement des quantités physiques chez l'enfant : conservation et anatomisme*. Neuchâtel, Paris : Delachaux et Niestlé.
- RAVEL, L. (2003). *Des programmes à la classe : Étude de la transposition didactique interne. Exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité mathématique*. Thèse de doctorat : Université de Grenoble.

ANNEXE 1 : MODELE PRAXEOLOGIQUE DE RÉFÉRENCE



ANNEXE 2 : UN MODELE PRAXEOLOGIQUE APPRÊTÉ

