

COMPARAISON DE LONGUEURS EN ENVIRONNEMENT PAPIER- CRAYON ET EN ENVIRONNEMENT NUMERIQUE : ETUDE DE LA DOUBLE ADAPTATION D'UNE SEANCE DE FORMATION INITIALE DES ENSEIGNANTS DU PREMIER DEGRE

Charlotte Derouet*, Catherine Thomas**

RÉSUMÉ

Notre étude se focalise sur une séance de formation sur le concept de longueur. Les tâches en jeu dans la séance sont toutes du type « Comparer la longueur de deux ou plusieurs objets » et s'appuient sur la manipulation d'objets. Initialement, ces objets étaient des bandes papier mais sont devenues des bandes dynamiques en environnement numérique pour répondre aux contraintes de l'enseignement à distance. Le changement d'environnement a nécessité des adaptations des tâches du côté des formatrices et du côté des étudiants. Nos objectifs sont de décrire les choix et les adaptations opérés par les formatrices sur ces tâches, en termes de valeurs des variables et de conséquences sur les techniques attendues puis d'étudier la capacité des étudiants à opérer l'adaptation inverse. Cette adaptation inverse nécessite d'identifier les tâches avec des bandes de papier telles qu'elles pourraient être vécues en classe, d'explicitier les techniques correspondantes et les justifier. Nous montrerons en quoi cette étude permet de mettre en lumière des difficultés des professeurs des écoles fonctionnaires stagiaires sur le thème de grandeurs et de leurs mesures.

Mots-clefs : longueur ; grandeur et mesure; artefact numérique ; T4TEL ; formation des enseignants du premier degré.

ABSTRACT

Our study focuses on a training session on the concept of length. The tasks in the session are all of the type "Compare the length of two or more objects" and rely on the manipulation of objects. Initially, these objects were paper strips but became dynamic strips in a digital environment to meet the constraints of distance learning. The change of environment required task adaptations on the part of the trainers and on the part of the students. Our objectives are to describe the choices and adaptations made by the trainers on these tasks, in terms of variable values and consequences on the expected techniques, and then to study the students' ability to make the reverse adaptation. This reverse adaptation requires identifying the tasks with paper strips as they might be experienced in class, making the corresponding techniques explicit and justifying them. We will show how this study sheds light on trainee teachers' difficulties with quantities and their measurement.

Keywords: length; quantity and measurement; digital artefact; T4TEL; primary teacher training

INTRODUCTION

L'enseignement à distance à l'université implique de nécessaires adaptations au niveau des enseignements. Au-delà des modalités qui diffèrent, les contenus même des enseignements peuvent être modifiés. La question notamment se pose lorsqu'il s'agit de faire manipuler les étudiants. Même si les objectifs de formation restent les mêmes, ces adaptations jouent sur les tâches prescrites aux étudiants.

Notre étude en cours se focalise sur une séance d'enseignement à distance de construction du concept de longueur, dispensée en décembre 2020¹, à 74 étudiants professeurs des écoles fonctionnaires stagiaires (PEFS) de l'INSPE de Strasbourg. Cette séance articule la réalisation et l'analyse de tâches du type « Comparer la longueur de deux ou plusieurs objets », avec des variations dans les choix des variables didactiques pour faire évoluer les techniques mises en œuvre par les étudiants (et les élèves potentiels). Souhaitant rester le plus proche possible du scénario initial en présentiel, de type formation par homologie avec manipulation de bandes de papier, l'enseignement en distanciel nous a conduites, en tant que formatrices, à modifier

* LISEC UR2310, Université de Strasbourg, UL, UHA

** INSPE de l'académie de Strasbourg, Université de Strasbourg

¹ Pendant la pandémie Covid-19, avec l'enseignement à distance imposé.

l'environnement des tâches de comparaison proposées. Ainsi, les bandes de papier (artefacts matériels) à comparer ont été remplacées par des bandes dynamiques construites avec le logiciel *GeoGebra* (artefacts numériques). Les étudiants, plutôt qu'à des manipulations papier-crayon, étaient ainsi confrontés à des manipulations numériques. Du fait de ces modifications, nous avons ajouté à l'analyse des tâches, demandée aux étudiants, une réflexion préalable sur l'adaptation de ces tâches numériques à des tâches papier-crayon (nous parlerons d'adaptation inverse) pour une réalisation de ces tâches en classe (cycle 2²). Les étudiants travaillaient de façon autonome en petits groupes ; les formatrices avaient seulement un rôle de régulatrices techniques. Les différentes tâches proposées aux étudiants sont détaillées dans (Derouet et al., 2022)³.

Ce travail de transformation de la séance nous a amené à penser le processus de conception et de mise en œuvre comme une « double adaptation » (figure 1). En effet, au départ, nous partions, en tant que formatrices, de notre séance en présentiel constituées de tâches « papier-crayon » et de manipulation de bandes de papier. Le distanciel nous a contraintes à adapter ces tâches dans l'environnement numérique, en particulier par de la manipulation de bandes dynamiques, construites avec le logiciel *GeoGebra*. Puis ces tâches numériques vécues (par les étudiants) ont dû être transformées à leur tour, et cette fois par les PEFS, par une adaptation inverse visant à réintégrer ces tâches dans un environnement papier-crayon, afin de pouvoir les adresser à des élèves de l'école élémentaire. Ce travail d'adaptation nous a paru indispensable car les tâches numériques vécues par les étudiants ne sont pas à destination des élèves.

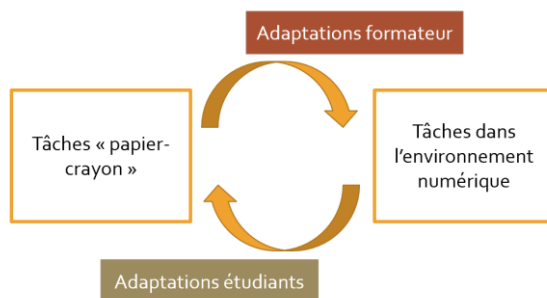


Figure 1. – Schéma de la double adaptation

ELEMENTS THEORIQUES ET OBJECTIFS DE RECHERCHE

Après avoir présenté les éléments théoriques utilisés dans notre étude, nous exposerons nos objectifs de recherche.

1. Cadre des grandeurs

En nous appuyant sur les travaux de plusieurs auteurs (Rouche, 1995 ; Perrin-Glorian, 2016 ; Chevallard et Bosch, 2002), nous entendons le concept de grandeur (mesurable) comme critère de comparaison objectif d'objets du monde sensible, que l'on peut définir mathématiquement comme classe d'équivalence d'une relation d'équivalence entre des objets du monde sensible, munie d'une somme.

Dans un problème concernant les grandeurs et leurs mesures, nous avons trois objets en jeu, se rapportant à trois cadres différents :

² Elèves de 6-8 ans.

³ Le parcours Moodle est accessible librement en cliquant sur « Connexion anonyme » à l'adresse :

<https://moodle.unistra.fr/course/view.php?id=2719>

Vandebrouck F. & Gardes, M.-L. (dir.) (2023). Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques - Preuve, Modélisation et Technologies Numériques. Volume des séminaires et posters des actes de EE21.

un objet matériel qui renvoie à la réalité physique, par exemple un cube de bois, une grandeur physique ou géométrique renvoyant à la physique ou aux mathématiques, par exemple la masse de ce cube ou son volume ou la longueur de son arête et un nombre qui rendra compte de la mesure de la grandeur considérée une fois qu'on a choisi une unité. (Perrin-Glorian, 2016, p. 1)

La mesure est un nombre permettant de quantifier la grandeur considérée, après avoir choisi un objet particulier dont on attribue le rôle d'objet-étalon (nous parlerons d'étalon) et dont la grandeur associée est choisie comme grandeur-unité. Cette unité est alors sommée à elle-même un certain nombre de fois afin d'obtenir la grandeur à mesurer (ou une grandeur la plus proche possible). Ce « certain nombre de fois » est appelé « mesure » de la grandeur, associée à l'unité choisie.

Ainsi, par exemple, considérons une bande de papier A, de longueur l et une seconde bande de papier, de longueur choisie comme unité u , si $l = 6u$, nous dirons :

- Les bandes A et B sont des objets, la bande B est choisie comme étalon,
- l et u sont des longueurs,
- 6 est la mesure de la longueur de la bande A dans l'unité (de longueur) u .

Nous évitons le verbe « mesurer » qui peut être porteur d'ambiguïté, et préférons parler de mesurage pour désigner l'action de déterminer une mesure par une manipulation, que ce soit à l'aide d'un instrument de mesure (conventionnel ou non) ou par report de l'unité (via l'objet-étalon).

Quoi qu'il en soit, le mot « mesurer », selon nous, renvoie à la production d'un nombre. Les étudiants concernés dans cette étude ont reçu pour une majorité d'entre eux un cours de didactique des mathématiques en M1 (excepté les étudiants en DU) sur les grandeurs et mesures, s'appuyant sur ce point de vue.

2. Cadre théorique T4TEL

Pour cette étude, nous empruntons des éléments théoriques issus de la Théorie Anthropologique du Didactique et de ses développements liés aux usages d'environnements numériques dans le cadre du T4TEL (Chaachoua, 2019). Nous nous appuyons sur la notion de praxéologie (Chevallard, 1999), quadruplet composé d'un type de tâches, d'une technique (qui permet de l'accomplir), d'une technologie (qui justifie, produit ou explique cette technique) et d'une théorie (qui elle-même justifie, produit ou explique la technologie), auquel nous ajoutons les notions de variables, notamment de variables didactiques, et de générateur de types de tâches (Chaachoua, 2019).

Un générateur de types de tâches GT est un triplet composé d'un verbe d'action, d'un complément fixe, et d'un système de variables, c'est-à-dire une liste de variables et de valeurs qu'elles peuvent prendre (Chaachoua, 2019). Les deux premiers éléments du triplet [verbe d'action, complément fixe] est un type de tâche générique. Différentes instanciations des variables permettent d'engendrer des types de tâches plus spécifiques, des sous-types de tâches du type de tâche générique. Un des critères de choix des variables sont les techniques engendrées. Dans notre cas, le type de tâches générique étudié est « Comparer la longueur de deux ou plusieurs objets », que l'on spécifie en sous-types de tâches suivant les variables considérées et les valeurs associées. Nous avons identifié plusieurs variables et valeurs associées (tableau 1).

VARIABLES	VALEURS POSSIBLES
V1 : Disponibilité de la règle graduée (RG)	V1 = RG disponible ; V1 = RG non disponible
V2 : Quantité de bandes à comparer	V2 = 2 ; V2 ≥ 3
V3 : Possibilité de rapprochement des bandes à comparer	V3 = bandes à comparer rapprochables ; V3 = bandes à comparer non rapprochables
V4 : Longueurs relatives des bandes à	V4 = rapport proche de 1 ; V4 = rapport non proche de 1

comparer	
V5 : Visibilité des bandes à comparer	V5 = l'ensemble des bandes à comparer est visible simultanément ; V5 = seule une des bandes à comparer est visible ; V5 = les bandes sont toutes visibles mais une à une
V6 : Disponibilité d'une ou plusieurs bandes annexes supplémentaires	V6 = aucune bande annexe disponible ; V6 = 1 bande de longueur supérieure aux bandes à comparer disponible ; V6 = 1 bande de « petite longueur » disponible ; V6 = plusieurs bandes de « petite longueur » identique disponibles ; V6 = 1 bande de longueur supérieure + 1 bande de « petite longueur » ; V6 = possibilité
V7 : Déplacement des bandes annexes	V7 = bande annexe déplaçable ; V7 = bande(s) non déplaçable(s)
Autres variables :	Positionnement des bandes disponibles au départ ; Transparence des bandes ; Disponibilité d'autres matériels ; ...

Tableau 1. – Liste des variables et des valeurs

3. Objectifs de recherche

Nos objectifs de recherche sont les suivants :

- O1 : Décrire les choix et les adaptations opérées par les formatrices sur les tâches, en termes de valeurs des variables didactiques et de conséquences sur les techniques attendues.
- O2 : Étudier la capacité des étudiants à opérer l'adaptation inverse pour identifier les tâches avec des bandes de papier telles qu'elles pourraient être vécues en classe, pour expliciter les techniques correspondantes et pour les justifier.

Notre questionnement sur cette double adaptation se focalise sur une tâche particulière de la séance (figure 2), correspondant au type de tâche spécifique « Comparer les longueurs de deux objets non déplaçables de longueurs proches, avec mise à disposition d'un objet déplaçable de longueur supérieure aux deux autres ».

Parcours : Longueur

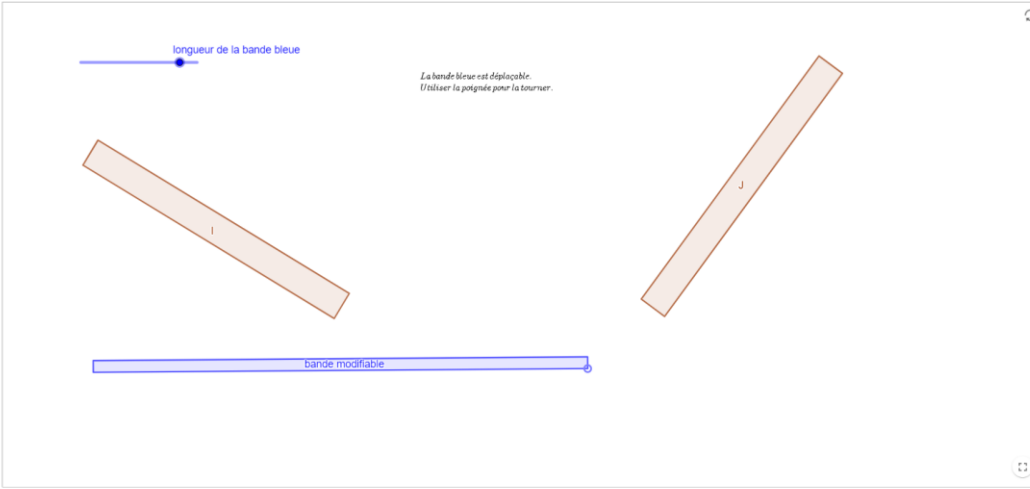
Séance 8

Prévisualisation Modifier Rapports Évaluer les compositions

Etape 3

Consigne

Comparer les longueurs des bandes I et J.



Compléter votre feuille réponse avant de passer à l'étape suivante.

Figure 2. – La tâche étudiée

ANALYSE DE LA PREMIERE ADAPTATION

Pour répondre à l'objectif O1, nous identifions les valeurs prises par les variables dans les deux environnements et nous les rattachons à des techniques.

Dans ce type de tâches spécifique, les valeurs prises par les variables et identiques en environnement papier-crayon et en environnement numérique sont les suivantes :

- V1 = Règle graduée non disponible (non renseigné, mais implicite) ;
- V2 = 2 ;
- V3 = bandes à comparer non rapprochables ;
- V4 = rapport des longueurs des bandes à comparer proche de 1 ;
- V6 = 1 bande annexe de longueur supérieure aux bandes à comparer disponible ;
- V7 = bande annexe déplaçable ;
- Autre variable : Positionnement des bandes disponibles au départ : Orientation quelconque.

Au niveau de la variable V5 « visibilité des bandes à comparer », dans l'environnement numérique, l'ensemble des bandes à comparer est visible simultanément (micro-espace), tandis que dans l'environnement papier-crayon que nous faisons auparavant, les bandes étaient toutes visibles mais une à une, à des endroits différents d'une pièce par exemple (méso-espace). Cependant, nous pourrions envisager une version papier-crayon avec les bandes visibles simultanément, sans que cela joue fondamentalement sur la technique.

Enfin, au niveau du matériel à disposition, il y a aussi des différences qui jouent notamment sur la variable V6. En effet, dans l'environnement numérique, la valeur de la variable « matériel à disposition » est le curseur. La bande annexe déplaçable mise à disposition a une longueur de départ supérieure aux deux bandes à comparer, longueur qui peut être modulée à l'aide du curseur (de longueur nulle jusqu'à une longueur plus grande que celles des bandes à comparer). La technique à utiliser pour comparer les deux bandes est de superposer ou de juxtaposer la bande annexe modifiable à la bande I, de positionner le curseur afin que la bande annexe soit de la même longueur que la bande I (relation d'équivalence « a même longueur que »), ensuite de déplacer la bande modifiable afin de comparer sa longueur à celle de la bande J (relation d'ordre « est plus longue que ») et enfin de conclure sur la comparaison de la longueur des bandes I et J (par transitivité de la relation d'ordre).

Dans l'environnement papier-crayon, le matériel peut être varié : ciseaux, crayon... La technique la plus analogue à celle numérique est de plier la bande intermédiaire (ou de la couper, mais avec un caractère irréversible qui n'existe pas en numérique). La technique qui consiste à faire un marquage au crayon, quant à elle, ne transforme pas la bande intermédiaire en un nouvel objet de même longueur que la bande I mais permet de garder en mémoire une longueur : cette technique est valide mais diffère de celle en numérique et correspond à la technique attendue à la tâche suivante dans le parcours numérique.

Au vu de ces différences de matériel à disposition, on pourrait spécifier encore plus les valeurs de la variable « V6 : Disponibilité d'une ou plusieurs bandes annexes supplémentaires » avec les valeurs suivantes :

- V6 = 1 bande annexe de longueur modulable (pouvant être supérieure et inférieure aux bandes à comparer) disponible ;
- V6 = 1 bande annexe informable de longueur supérieure aux bandes à comparer disponible.

L'aspect modulable peut donc être rapproché du caractère modifiable à l'aide du curseur en numérique) ou encore du caractère pliable ou découpable en environnement papier-crayon et renvoie à la technique de création d'un objet intermédiaire de même longueur qu'une des bandes à comparer, à partir d'une bande annexe disponible (technique *a*).

L'aspect informable quant à lui renvoie à la technique de marquage (technique *b*).

Cette analyse permet de mettre en évidence que le passage de l'environnement papier-crayon à l'environnement numérique à amener à faire des choix sur les valeurs des variables qui ont des conséquences sur les techniques ; en effet, la technique de marquage (technique *b*) disponible en papier-crayon est rendue impossible dans l'environnement numérique tel qu'il a été conçu.

ANALYSE DE L'ADAPTATION INVERSE

Pour répondre à l'objectif O2, concernant l'adaptation inverse par les étudiants, après avoir précisé les données récoltées ainsi que les outils utilisés, nous présenterons quelques éléments de l'analyse et les premiers résultats.

1. Données récoltées

L'expérimentation s'est déroulée dans quatre groupes de PEFS affectés en cycles 2 et 3⁴, lors d'une séance de deux heures (créneaux différents pour les quatre groupes) en distanciel. Chaque groupe était constitué entre 14 et 27 étudiants, séparés en quatre équipes de 3 à 7 étudiants. Chaque équipe réalisait les manipulations de comparaison sur la plateforme *Moodle* (manipulations individuelles) et complétait collaborativement un fichier réponse. Les discussions dans l'équipe se faisaient à l'oral en visioconférence et par écrit *via* le fichier partagé.

Les fiches réponse des seize équipes ont été récoltées et analysées. De plus, les discussions de tous les groupes ont été enregistrées ainsi que la manipulation d'un des étudiants du groupe, et en cours de transcription. Les transcriptions ne seront pas analysées dans cette communication. Les trois formatrices impliquées dans cette formation étaient observatrices d'une équipe de chaque groupe.

2. Méthodologie

Pour cette étude préliminaire, seules les questions de la fiche réponse concernant les adaptations de l'étape 3 ont été analysées. Il était demandé aux étudiants de répondre aux questions suivantes :

- Q3.1 : Quel est le matériel et les contraintes nécessaires pour l'adaptation (avec de la manipulation de matériel) de la situation vécue à cette étape ?
- Q3.2 : Quelle(s) procédure(s) est(sont) attendue(s) par des élèves de cycle 2 ?
- Q3.3 : Que doivent retenir les élèves de cette étape ?

La première question nous permet d'identifier les variables et les valeurs identifiées par les étudiants.

La seconde nous permet de mettre en lumière les techniques associées proposées par les étudiants et de les classer.

La dernière nous permet d'identifier ce que les étudiants considèrent comme des éléments importants à retenir pour les élèves, s'ils se situent au niveau du type de tâches, des variables en jeu et de leurs valeurs, de la technique, et/ou de la justification de la technique (technologies)... Nous faisons l'hypothèse que ces éléments seront plutôt du côté de la technique que de la technologie.

⁴ Le cycle 2 correspond aux classes de CP, CE1 et CE2 (élèves de 6 à 8 ans) et le cycle 3 correspond aux classes de CM1, CM2 (école élémentaire) et sixième (collège) (élèves de 9 à 11 ans).

Vandebrouck F. & Gardes, M.-L. (dir.) (2023). Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques - Preuve, Modélisation et Technologies Numériques. Volume des séminaires et posters des actes de EE21.

3. Analyse de la question Q3.1

L'analyse des réponses des seize équipes nous ont permis de repérer les variables et les valeurs associées identifiées ou non par les étudiants. Dans le tableau 2, se trouve un exemple de l'analyse pour deux équipes.

Équipe	Réponse à Q3.1 : <i>Quel est le matériel et les contraintes nécessaires pour l'adaptation (avec de la manipulation de matériel) de la situation vécue à cette étape ?</i>	Variables et valeurs des variables
9S4	« 2 bandes fixes, et un étalon déplaçable de longueur ajustable Contrainte : seul l'étalon est déplaçable + modifier la longueur de l'étalon »	V2 = 2 ; V6 = 1 bande annexe de longueur modulable aux bandes à comparer disponible ; V3 = bandes à comparer non rapprochables ; V7 = bande annexe déplaçable ; V1 = RG non disponible (implicite)
10S3	« - Deux bandes fixes de longueur proches, placées à différents endroits de la classe - Du papier calque afin de créer une reproduction de la bande qui servira de comparant, le gabarit »	V2 = 2 ; V4 = rapport des longueurs des bandes à comparer proche de 1 ; V5 = les bandes sont toutes visibles mais une à une Matériel disponible = papier calque

Tableau 2. – Analyse des réponses de deux équipes à la question Q3.1

Nous pouvons remarquer que pour l'équipe 9S4 (tableau 2), la bande annexe de longueur modulable est appelée « étalon », ceci sera repris plus loin. Le matériel proposé par l'équipe 10S3, à savoir le papier calque, renvoie à une technique non présentée jusqu'ici. Dans ce cas, la variable V6 prend la valeur « V6 = aucune bande annexe disponible », cependant le matériel à disposition permet de construire un objet de même longueur qu'une des deux bandes à comparer. C'est aussi le cas avec la mise à disposition de ficelle par exemple.

Suivant cette grille d'analyse, généralisée à toutes les équipes, nous avons pu compléter le tableau en annexe 1. Nous pouvons y repérer plusieurs éléments. Les variables didactiques et leurs valeurs sont globalement identifiées par les étudiants, parfois de manière implicite au vu de leurs réponses aux autres questions. Elles peuvent être adaptées à l'environnement papier-crayon, c'est notamment le cas pour la variable V6, avec les deux possibilités discutées dans l'analyse de la première adaptation. Cependant cela n'est que partiellement visible dans la réponse à cette question, car cela dépend ensuite de la technique envisagée (question suivante).

En revanche, la variable didactique « V4 : Longueurs relatives des bandes à comparer » n'est citée que par cinq équipes sur les seize. Une des cinq équipes justifie cette valeur en précisant : « Les longueurs des bandes fixes doivent être proches afin de ne pas recourir à la discrimination visuelle » (équipe 5S2). Cet extrait met en évidence la portée de la technique (Chaachoua, 2020) de comparaison visuelle, possible seulement si la différence des longueurs des bandes à comparer est suffisamment grande.

4. Analyse de la question Q3.2

La question Q3.2 nous permet d'identifier les techniques envisagées par les étudiants. On peut s'attendre aux deux types de techniques présentées précédemment :

- La technique *a*, analogue à l'environnement numérique : création d'un objet intermédiaire de même longueur qu'une des bandes à comparer, à partir d'une bande annexe disponible :
- La technique *b* de marquage : mise en mémoire d'une longueur sur une bande annexe plus longue que les bandes à comparer, à l'aide de marquage.

Cependant une troisième technique peut apparaître :

- La technique *c*, proche de la technique *a* mais nuancée avec la fabrication d'un objet intermédiaire (à partir d'un matériel à disposition tel que du papier calque, une ficelle...) de même longueur qu'une des bandes à comparer. Cet objet n'est pas une bande annexe supplémentaire mais bien un matériel détourné afin de permettre cette construction.

Ces trois techniques sont présentes dans les productions et elles peuvent être bien identifiées comme différentes par certains étudiants :

Equipe 6S2 :

Option 1 : Utiliser la bande mobile. La déplacer et la superposer à la première bande fixe. Y reporter la longueur de la bande fixe à l'aide d'un crayon. Dans un deuxième temps, placer la bande mobile sur l'autre bande fixe et comparer sa longueur avec le marquage présent sur la bande mobile.

Option 2 : Utiliser le pliage de la bande mobile à la place du marquage au crayon.

En revanche, il faut parfois mettre en lien la description des procédures avec la question précédente pour identifier le rattachement à la technique *a* ou la technique *c*.

Equipe 10S2 : Utilisation d'un gabarit d'une des deux bandes reportées sur l'autre pour comparer ces bandelettes non manipulables.

Equipe 10S3 : Création d'un gabarit afin de reporter la longueur d'une bande à l'autre et ainsi pouvoir les comparer

Pour l'équipe 10S3, présenté dans la partie précédente (Q3.1), le matériel à disposition étant du papier calque, il s'agit d'interpréter la technique comme la technique *c*, tandis que pour l'équipe 10S2, ayant à disposition une bande annexe, il s'agit de la procédure *a*.

Pour la plupart des équipes, les techniques formulées peuvent être porteuses d'ambiguïtés, notamment liées à une mauvaise utilisation du vocabulaire. Certaines formulations s'appuient sur les mots « mesurer » ou « mesure », utilisés selon notre point de vue à mauvais escient puisque les procédures décrites sont non numériques, comme ici :

Equipe 9S1 : L'élève prend **les mesures**⁵ d'une des bandes à l'aide de la ficelle, puis reporte cette longueur sur la deuxième bande.

Equipe 9S4 : **Mesurer** des longueurs en reportant une bande de papier en adaptant sa longueur.

Equipe 10S4 : - Mettre la bande témoin à côté de la **bande à mesurer**, la plier ou mettre un repère au crayon à papier afin de représenter **la mesure**.

Ensuite déplacer cette bande pour la comparer avec la deuxième bande qui est **à mesurer**. Faire l'analogie avec la bande témoin qui représente la **mesure** de la première bande.

D'autres formulations mettent en évidence une utilisation variée du mot « étalon » :

Equipe 5S3 : C'est maintenant au tour des élèves de créer leur **étalon**. A partir d'une bande de papier (ou ficelle), ils vont pouvoir créer un **étalon** de la même longueur que l'une des deux bandes, afin de comparer à la seconde bande.

Equipe 10S1 : La procédure attendue est la juxtaposition de l'**étalon** sur l'une des deux bandes I ou J. Les élèves coupent l'**étalon** afin qu'il ait la même longueur que la bande choisie. Ils reportent ensuite l'**étalon** sur la seconde bande afin de pouvoir procéder à la comparaison.

Equipe 5S1 : Les élèves marquent au crayon de papier la longueur de la première bande sur l'**étalon**, puis font la même manipulation avec l'autre bande, puis ils comparent les marques sur l'**étalon**.

Le mot « étalon » peut se rapporter à la bande annexe (qui peut changer de longueur), ou encore à la bande annexe après modification. Il est, dans les deux cas, utilisé dans un autre sens que celui défini dans notre cadre théorique puisque la longueur de cette bande n'est pas choisie comme unité de longueur pour faire intervenir une mesure.

Nous pouvons donc repérer à travers ces exemples, une difficulté des étudiants à expliciter rigoureusement une technique et une variété qui peut poser la question d'une éventuelle confusion au niveau du vocabulaire autour de la mesure (mesure, étalon, mesurer...).

⁵ Les mots en gras l'ont été mis par nos soins.

5. Analyse de la question Q3.3

A travers la question « Que doivent retenir les élèves de cette étape ? », il s'agit de repérer les éléments qui ressortent du discours écrit des étudiants. Nous remarquons qu'aucune équipe ne fait mention d'un discours technologique à retenir. Nous pouvons même remarquer que, pour la majorité d'entre eux, seule une idée générale de la technique est écrite, en outre sans être mise en lien avec le type de tâche spécifique et donc sans mention des variables ni des valeurs de celles-ci.

Même quand des éléments sont donnés sur le type de tâches spécifiques, il manque toujours la variable « V4 : Longueurs relatives des bandes à comparer » (sauf pour une équipe) déjà repérée pour la question Q3.1 :

Équipe 10S2 : Pour comparer deux longueurs entre elles quand on ne peut pas les manipuler, il faut utiliser un gabarit d'une des deux longueurs.

On voit ici apparaître la variable V3 et sa valeur « V3 = bandes à comparer non rapprochables » qui sont mises en lien avec la technique *c*. Ce lien avec la technique *c* est possible seulement parce que nous connaissons les réponses précédentes sinon il serait impossible de l'identifier. De plus le « il faut » laisse penser que c'est la seule technique valable pour cette tâche spécifique décrite avec seulement une variable (et valeur correspondante), or ce n'est pas le cas.

Les éléments récoltés montrent que les PEFS considèrent que les élèves doivent retenir une idée de la technique, sans que celle-ci soit décrite rigoureusement, ni mise en lien avec le type de tâches spécifique qu'elle permet de traiter c'est-à-dire sans préciser les variables et les valeurs correspondantes. Aucune justification de la technique n'est donnée, donc aucun élément de savoir mathématique à retenir.

De plus, les réponses des équipes à cette question ont à nouveau montré des utilisations très variées du terme « étalon », par exemple :

Équipe 9S2 : Comparaison indirecte : Quand on ne peut pas déplacer les bandes pour comparer, on doit utiliser une troisième bande intermédiaire pour créer un **étalon**.

De surcroît, il apparaît chez deux équipes le mot « unité », qui pourrait aussi être questionné dans les éléments de techniques présentés :

Équipe 5S3 : On peut utiliser une longueur fixe, choisie pour comparer toutes les longueurs entre elles, en passant par une **unité**.

Équipe 6S4 : On peut utiliser une **unité** pour comparer des longueurs.

CONCLUSION

Pour conclure, nous avons pu décrire les variables et leurs valeurs dans le cas du type de tâche spécifique « Comparer les longueurs de deux objets non déplaçables de longueurs proches, avec mise à disposition d'un objet déplaçable de longueur supérieure aux deux autres » et repérer les adaptations opérées par les formatrices sur les tâches, en termes de choix de variables didactiques et de conséquences sur les techniques attendues. Cette analyse a ensuite permis de s'intéresser à la capacité des étudiants à faire l'adaptation inverse et à repérer les variables en jeu. Les premiers résultats des analyses laissent entrevoir une capacité des PEFS à opérer l'adaptation inverse « en pratique ». Les PEFS ont « l'idée » mais ne sont pas en mesure d'explicitement rigoureusement les variables didactiques en jeu dans les différentes tâches et leurs valeurs, les techniques et les technologies associées. Ces manques nous semblent révéler des difficultés qui vont au-delà de l'adaptation demandée mais qui sont rendus visibles grâce à ce contexte. La non mise en évidence de certaines variables laisse penser que lors de la construction du matériel pour proposer les tâches à des élèves de cycle 2, ces variables ne seraient pas prises en compte et donc ne fournirait pas les conditions attendues pour la technique ciblée. La difficulté des étudiants à trouver les (bons) « mots pour le dire » pour

décrire la technique laisse penser à un manque au niveau technologique. La variété dans l'utilisation des certains termes (mesurer, étalon...) peut être un indicateur (à vérifier) de confusions chez les étudiants entre la grandeur et sa mesure, voire même l'objet, selon notre cadre théorique.

Bien au-delà de l'enseignement à distance, l'environnement numérique, qui pourrait être envisagé en présentiel, a permis dans cette expérimentation de mettre en évidence des difficultés chez les PEFS. Une analyse généralisée à l'ensemble des étapes de la séance permettra de mettre en évidence d'autres difficultés, qui pourront être complétées par l'analyse des transcriptions des discussions dans les équipes lors de la séance. Une perspective qui nous semble intéressante à creuser serait de focaliser notre étude sur les conceptions des étudiants autour de la mesure, notamment en lien avec les mots « mesure », « mesurer », « étalon », « unité » ; conceptions qui pourraient être éventuellement éclairées par d'autres points de vue théoriques sur les grandeurs et mesures que l'on peut trouver dans la littérature.

RÉFÉRENCES

- CHAACHOUA, H. (2019). T4TEL un cadre de référence didactique pour la conception des EIAH. In J. Pilet & C. Vendeira (Eds.), *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM – 2018* (pp. 8–25). IREM de Paris – Université Paris Diderot.
- CHEVALLARD, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique de mathématiques*, 19(2), 221–265.
- CHEVALLARD, Y. & BOSCH, M. (2002). Les grandeurs en mathématiques au collège. Partie II : Mathématisations. *Petit x*, 59, 43-76.
- DEROUET, C., THOMAS, C., & BELIAEVA, T. (2022). Réflexion sur une séance de travail en groupe en distanciel sur la construction du concept de longueur. *Actes du 47^{ème} colloque de la COPIRELEM. Dispositifs et collectifs pour la formation, l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, 15-17 juin 2021*.
- PERRIN-GLORIAN, M.-J. (2016, relu de 1999). Le problème de l'enseignement des mesures des grandeurs géométriques à partir du cas des aires. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01385025>
- ROUCHE, N. (1995). *Le sens de la mesure*. Didier Hatier.

ANNEXE

Équipe	5S1	5S2	5S3	5S4	6S1	6S2	6S3	6S4	9S1	9S2	9S3	9S4	10S1	10S2	10S3	10S4
V1 : Disponibilité de la règle graduée	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i
V2 : Quantité de bandes à comparer	X		X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
V3 : Possibilité de rapprochement des bandes à comparer	X	X	i (feuille)		X	X	X	X			X	X	X	X	X	X
V4 : Longueurs relatives des bandes à comparer	X	X				X				X					X	
V5 : Visibilité des bandes à comparer	i	i	i	i	X	i	X	X	i	i	i		Éloignés		X	X
V6 : Disponibilité d'une ou plusieurs bandes annexes supplémentaires + longueur	X	X	i	i	X	X	X	X	X	X	i	X	X	X	Calque	X
V7 : Déplacement des bandes annexes	i	X	i	i	X	X	i	X	i	X	X	X	X	X	X	X
Positionnement des bandes disponibles au départ	X			X												
Transparence des bandes																
Disponibilité d'autre matériel	Crayon	i	Ficelle, ciseaux	Crayon	Feuille			Ficelle	Feuille	Ciseaux					Calque	

Légende : i : implicite / gras : variation par rapport à la version numérique