

TABLE RONDE : INTERVENTION DE PHILIPPE RICHARD

L'IA : POUR QUI ET PAR QUI ?

Lorsqu'on s'intéresse à l'origine de la faculté d'intelligence, on peut commencer avec un regard encyclopédique. Selon Richard (2022), l'intelligence représente la fonction par laquelle l'homme a essayé de se définir dans l'échelle des êtres, c'est-à-dire de se situer par rapport à son inférieur, l'animal, et par rapport à son supérieur, la divinité. Le phénomène de l'Intelligence Artificielle (IA) apparaît d'entrée de jeu comme un oxymore qui ne cesse d'intriguer. De quoi parle-t-on au juste ? Pour le grand public, l'IA fascine autant qu'elle inquiète, surtout pour ceux qui pensent que l'IA est une technologie qui va permettre aux ordinateurs de penser et d'agir comme des êtres humains. D'ailleurs, dans le magazine ISOfocus (2019) de l'Organisation internationale de normalisation, on tentait de démythifier les croyances à cet égard, comprenant que l'IA est sur toutes les lèvres dans le monde d'aujourd'hui. Dans la pratique, il s'agit d'un terme générique qui recouvre une constellation de technologies dont l'objet est de conférer une forme d'intelligence à des machines. Pour l'informaticien ordinaire, l'IA est un outil de plus dans le coffre à outils des spécialistes du domaine, une discipline scientifique qui vise la construction de programmes informatiques capables de résoudre des problèmes à l'instar des humains. Même s'il n'existe pas de définition universellement admise de l'IA (OCDE, 2019) et, sans entrer dans les aspects les plus techniques du concept, on retient généralement que l'IA reprend l'idée de simulation des processus cognitifs humains par des algorithmes, intégrés à un environnement assimilant des données dynamiques. Pour l'informaticien grassement subventionné par l'industrie ou par l'état, l'IA est une aubaine incroyable. Profitant du grand intérêt de l'IA dans la société, c'est aussi le sujet de l'heure.

Après la génomique des années 1990, les nanotechnologies des années 2000, l'IA ouvre les années 2010 avec l'apprentissage profond. Parce que l'IA effectue des travaux minutieux à grande vitesse, cela permet de gagner énormément de temps et de réduire les coûts en conséquence, faisant saliver le monde politico-administratif. Si au Québec la question de l'intérêt pour tous est posée, rien n'indique que la direction sera prise de façon équilibrée :

Les gouvernements canadien et québécois n'ont pas hésité à accorder des sommes considérables pour développer un « écosystème » de l'IA et attirer à Montréal les grands joueurs de l'industrie des technologies de l'information (Facebook, Microsoft, Google, IBM, etc.). Mais les gouvernements agissent-ils de façon responsable en adoptant sans réserve ce nouveau créneau d'investissement ? L'étude de la documentation portant sur le potentiel économique de l'IA au Québec montre des lacunes : les politiques publiques ne paraissent pas alignées directement sur l'intérêt collectif. (Lomazzi, Lavoie-Moore, Gélinas & Hébert, 2019)

Pour le didacticien des mathématiques, l'IA est au service de l'humain qui apprend, qui développe des compétences intellectuelles et qui fait son travail de mathématicien à l'école. L'humain est encore la référence, mais ici le rapport humain/machine est inversé. Selon Balacheff (2022), l'IA est une propriété des machines qui présentent certains comportements qui frappent par leur intelligence, rappelant qu'il s'agit d'un jugement sous-tendu par une sorte d'empathie humaine. Autrement dit, l'intelligence ne vient pas de la machine, mais du regard humain qui la voit ou que se voit interagir avec elle. Peu importe la perspective, il semble que le lien commun entre l'IA et la didactique des mathématiques passe d'abord par l'intelligence, comme on peut le voir dans la carte mentale à la Figure 1. Dans cette structure arborescente, les sommets sont des articles encyclopédiques et les branches des liens de voisinage. Par rapport

à l'intelligence du centre, on remarque que l'IA et les sciences cognitives figurent dans son voisinage immédiat. On connaît bien les liens historiques entre la didactique des mathématiques et les sciences cognitives depuis les années 1980, voire les acquis de la psychologie cognitive et, en particulier, les apports théoriques plus anciens de l'épistémologie génétique de Jean Piaget.

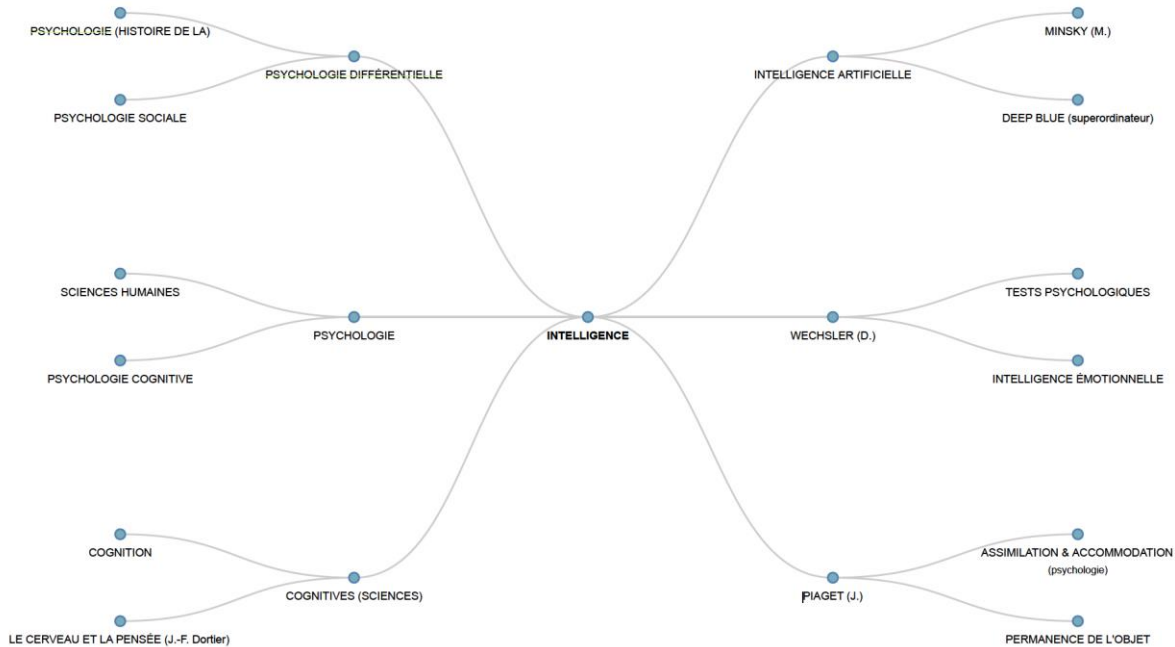


Figure 1. – Carte mentale de l'intelligence dans l'Encyclopædia Universalis (2022).

Des points de vue précédents, on en tire que l'IA est à la fois une histoire de machine, un prolongement modélisé de l'humain et un partenariat humain-machine. Si l'on revient un peu sur la notion d'intelligence, l'idée originelle de faculté de comprendre, de connaître ou de saisir par la pensée demeure très orientée sur l'humain. Malgré cela, avec leur mémoire et leur capacité de calcul prodigieuses, certaines machines réussissent très bien à donner des réponses comme les humains les plus performants, à l'instar du Deep Blue d'IBM au jeu d'échecs ou du logiciel Seek d'iNaturalist pour explorer la faune et la flore qui nous entourent.

Dans la théorie des intelligences multiples d'Howard Gardner (2008), on y voit facilement une manifestation des intelligences logico-mathématique, spatiale et naturaliste. Cependant, dans quelle mesure une machine serait-elle capable d'imiter les autres types d'intelligence, comme les intelligences musicale, interpersonnelle ou existentielle ? Dans un contexte d'apprentissage ou d'utilisation de machines, la notion d'interaction avec un milieu semble incontournable, fût-il un milieu matériel, virtuel, social ou symbolique qui véhicule des connaissances mathématiques. On gagne alors à retenir de l'intelligence un sens issu traditionnellement de l'écologie, c'est-à-dire l'aptitude d'un être vivant, mais aussi d'un outil informatique, à s'adapter à une situation nouvelle, à comprendre et à résoudre certaines difficultés, à donner un sens aux choses qui l'entourent ou, notamment chez l'humain, à agir avec discernement. L'intelligence se décrit alors comme une faculté d'adaptation (apprentissage pour s'adapter au milieu) ou au contraire, une faculté de façonner le milieu pour l'adapter à ses propres besoins, dans une sorte de mutualisation de moyens. La notion d'intelligence augmentée dans l'interaction de Douglas Engelbart (1962) devient alors une référence de choix pour mettre en valeur l'apprentissage instrumenté ou le nouveau travail mathématique qui s'enrichit avec l'usage d'une grande variété d'artéfacts numériques.

L'augmentation de l'intelligence qui en résulterait serait caractéristique d'un système sujet-milieu en interaction, typique de celui que l'on retrouve dans la théorie des situations didactiques en mathématiques de Guy Brousseau (1998), alors que c'est le sujet qui prend l'initiative d'un questionnement avec un milieu « artificiel » partenaire dans la construction des connaissances. La machine pourra-t-elle un jour apprendre de cette intelligence augmentée en vue de se bonifier ? Enfin, que pouvons-nous dire de l'intelligence collective qui aurait fait le succès de Sapiens comparativement à notre cousin néandertalien. En effet, selon Joseph Henrich (2021) :

La sélection naturelle a favorisé l'apprentissage culturel des individus les plus doués de notre espèce. Ce phénomène a lancé Homo sapiens sur une voie inédite de l'évolution, aucunement observée jusqu'alors dans la nature. (...) Au bout de plusieurs générations, ce processus nous a permis de nous doter de pratiques et de techniques qu'il n'aurait pas été possible d'élaborer individuellement en une seule vie, en comptant uniquement sur notre intelligence et notre expérience. C'est l'ensemble des connaissances que nous avons acquises qui constitue aujourd'hui notre intelligence collective.

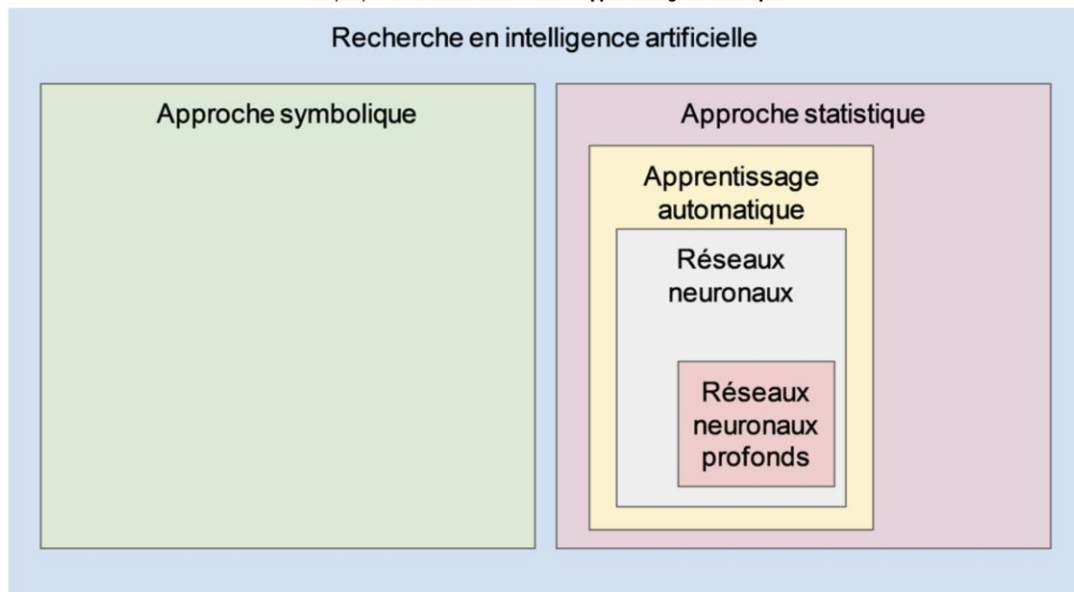
Pour pasticher l'univers des personnages de bandes dessinées, on sait qu'en Amérique du Nord, les héros inspirés de l'univers Marvel sont souvent des self-made-man (autodidactes ?) qui ont leur force intérieure et physique, mais qui sont seuls avec ça (Lalonde, 2022). Quand ils impliquent quelqu'un, ils le mettent à risque. Pour le héros des mangas japonais, dès que celui-ci essaie de se séparer des autres et qu'il pense que seul, il va réussir, il devient soudainement le méchant... Bref, si l'on cherche à se débrouiller tout seul, on te dit que ce n'est pas comme ça que l'on va gagner, car on a besoin des autres. Bien entendu, la notion du collectif peut s'interpréter comme une recherche d'harmonie contre la mise en valeur individuelle, mais sa portée sous-entendue est bien plus forte. Dans la construction des connaissances, le milieu est aussi un milieu social, toute forme d'intelligence en a besoin pour se développer. Comment l'IA pourrait-elle intégrer, en temps réel, l'intelligence collective ? Si toute solution passe par un dialogue permanent entre la didactique et l'informatique en vue de la conception et de l'usage des machines, il semble plus facile pour l'humain d'arriver à un consensus que pour la machine.

INTERACTIONS ET RESPONSABILITES MUTUELLES DANS LE RAPPORT INFORMATIQUE/DIDACTIQUE

À notre avis, pour être réellement intelligents, les systèmes de l'IA doivent d'abord rester suffisamment souples pour s'adapter à l'évolution naturelle du travail mathématique en classe, tout en laissant le paramétrage à l'enseignant ou au formateur. S'il est techniquement possible de concevoir des programmes qui ne sont pas complètement déterministes, comme les réseaux de neurones artificiels capables d'apprendre et d'autoévoluer, les machines ne se posent pas de question. Dans la quête d'une pensée artificielle, il faut certainement éviter de confondre modèle et objet du modèle : l'idée d'un partenariat humain-machine est bien plus intéressante que le développement d'une machine autonome. Par ailleurs, si l'on connaît suffisamment les ressources, les objectifs et les orientations d'une classe, on peut arriver à comprendre, expliquer et modéliser des actions et des décisions qui semblent inhabituelles ou anormales pour un œil extérieur. L'intelligence se révèle alors dans un processus itératif de convergence entre les effets a priori et les effets observés qui s'affinent progressivement à l'usage, en espérant libérer le côté lumineux de l'incertitude ou profiter des échecs au cours de l'interaction. Dans l'enseignement des mathématiques, il semble donc que l'IA ne peut être formulée uniquement sur le plan de la machine, mais bien en termes d'activité finalisée avec des humains et orientée vers ceux-ci. Si notre point de vue est déjà proche de la théorie des situations didactiques en mathématique, il est tout aussi proche de l'idonéisme de Ferdinand Gonseth par rapport à une double préoccupation de vérité et de réalité. Avec la notion d'espace de travail idoine qui figure

quelque part à mi-chemin entre l'espace du sujet et l'espace de référence, la théorie des espaces de travail mathématiques (Kuzniak, Montoya- Delgadillo et Richard, 2022) propose un modèle privilégié pour penser et interpréter l'interaction humain-machine au cours du travail mathématique potentiel ou réel à l'école.

Graphique 1.6. Relation entre l'IA et l'apprentissage automatique



Source : Fourni par le programme Internet Policy Research Initiative (IPRI) du Massachusetts Institute of Technology (MIT).

Figure 2. – Les deux types d'approches dans la recherche en IA (OCDE, 2019).

Lorsqu'on regarde d'abord du côté machine, l'IA peut se concevoir comme la simulation de processus d'intelligence humaine par des artéfacts qui effectuent des tâches, et plus particulièrement, à l'aide de systèmes informatiques. Ces processus comprennent une phase d'apprentissage, c'est-à-dire l'acquisition d'information et ses règles d'utilisation, une phase de raisonnement, soit l'utilisation de règles pour tirer des conclusions approximatives ou définitives, et enfin une phase d'autocorrection. En guise d'exemples, l'IA est utile pour l'automatisation, l'apprentissage machine, la vision par ordinateur, le traitement du langage naturel, la robotique, la recherche d'invariants ou l'évaluation de risques par simulation et visualisation. Bien entendu, elle résulte souvent de combinaisons plus ou moins sophistiquées de ces techniques, comme pour le développement de voitures autonomes (vision par ordinateur, reconnaissance d'images, apprentissage profond, automatisation), ou pour les diagnostics médicaux (reconnaissance d'images, apprentissage profond, reconnaissance vocale, formulation d'hypothèses et schéma de confiance). Dans la recherche en IA, on reconnaît deux types de démarches fondamentales (Fig. 2) : l'approche symbolique, qui préserve le lien causal, mais dont la résolution s'accompagne souvent d'un problème de temps de calcul exponentiel (algorithme en force brute), et l'approche statistique, pour laquelle la stratégie de résolution paraît plus efficace, mais qui engendre un effet boîte noire au cours du processus (apprentissage automatique profond). Ce qui fait qu'on ne connaît pas nécessairement la mécanique interne qui produit l'extrait à partir des intrants, contrairement à l'approche symbolique qui, théoriquement, peut être mise à plat. Cela soulève plusieurs questions en matière de contrôle et de validité des connaissances produites par la machine.

Avant d'introduire quelques enjeux qui concernent la didactique des mathématiques, allons-y d'une petite comparaison bien de saison au moment d'écrire ces lignes. Quiconque fait du patin à glace ou du ski de fond le sait : pratiquer un sport de glisse exige, pour avancer, d'accepter une perte de contrôle dans le mouvement. Mais on sait aussi que cette perte de

contrôle doit être maîtrisée pour éviter le dérapage et les chutes. Il s'en est de même en intelligence artificielle avec l'effet boîte noire de l'approche statistique, dont une perte de contrôle sous-jacente dans l'articulation des connaissances mathématiques et son potentiel de créer des distorsions dans les réponses de la machine. Osons alors poser quelques questions oratoires. Comment garantir la fiabilité ou le domaine de validité de l'extrait, c'est-à-dire engendrer du vrai à partir du vrai ou s'assurer de la production de connaissances non contradictoires ? Sommes-nous dans un processus de traduction ou de modélisation qui sous-entendent une sorte de simplification par rapport à la réalité de l'intrant ? Bref, comment être sûr que l'on participe encore au même mouvement ? Pour reprendre l'exemple des voitures autonomes, on sait que l'IA est amenée devant certaines questions éthiques qui paraissent insolubles. En effet, ces machines pourraient devoir décider qui vit et qui meurt en cas de défaillance des freins ou de collision inévitable (Lajoie, 2019). En prévision d'un cas d'urgence, dans quelle mesure pouvons-nous faire confiance aux réactions programmées ? Pouvons-nous même nous mettre d'accord sur la manière dont ces véhicules devraient réagir ? Quant au diagnostic médical, est-il acceptable de recevoir d'une machine un jugement sur l'évolution future d'une maladie, comparativement au pronostic établi par un médecin assisté par l'IA ?

Lorsqu'on considère plutôt le côté humain, c'est l'apprentissage instrumenté qui nous touche. On pourrait prendre telles quelles les réalisations informatiques de l'IA, mais celles-ci n'ont pas été conçues à partir de modèles de connaissances ou de raisonnement issus de la didactique des mathématiques. C'est pourquoi il faut situer l'interaction humain-machine au cœur de la problématique et retenir l'idée d'idoneité interactive qui intègre à la fois la perspective du concepteur (dispositif didactique, informatique) et celle de l'utilisateur (élève, enseignant, formateur) au cours d'un dialogue permanent entre modèles didactiques et informatiques. Dans l'ouvrage de Richard, Vélez & Van Vaerenbergh (2022), on souligne la contribution de l'IA à l'enseignement des mathématiques, notamment par la création de milieux d'IA pour la réalisation du travail mathématique à l'école. On traite aussi de l'apprentissage des mathématiques assisté par l'IA et on discute du développement des nouvelles mathématiques dans le monde contemporain, dont un regard de la recherche empirique en vue de mieux comprendre le présent et l'avenir de l'IA dans l'enseignement des mathématiques. On propose une classification des systèmes d'IA pour l'enseignement des mathématiques (Van Vaerenbergh et Pérez-Suay, 2022), on montre l'utilité des outils de raisonnement automatisé avec GeoGebra (Kovács, Recio & Vélez, 2022) et on présente l'intelligence de QED-Tutrix comme un équilibre entre l'intelligence naturelle de l'utilisateur qui est en interaction avec l'intelligence artificielle du système tuteur (Font, Gagnon, Leduc & Richard, 2022). Nous revenons sur ces systèmes à la section suivante.

LA QUESTION DU SAVOIR ET DES CONNAISSANCES : L'EXEMPLE DE LA GEOMETRIE

Dans un contexte scolaire, la géométrie porte en elle une spécificité aux accents sémiotiques qui n'est pas nécessairement le cas de tous les signes mathématiques : les figures sont à la fois la représentation d'une référence instituée (l'idéal ou le concept figural absent que l'on dessine) et la signification d'un objet qui est son propre modèle, le dessin étant aussi une forme. Lorsque la figure se pose à l'interface d'un dispositif de géométrie interactive, elle apparaît aussi comme une situation que l'on peut manipuler, paramétrer ou interroger, le contrôle sur les propriétés signifiées est typique de l'interaction entre un utilisateur et un milieu. On peut parler de figure dynamique opératoire (Coutat, Laborde et Richard, 2016), un idéal instrumenté qui émerge dans les nouvelles mathématiques et qui se distingue des représentations sémiotiques ou discursives standards. Si la modélisation des connaissances pour stimuler l'IA doit déjà se réfléchir dès la conception des techniques informatiques mises en œuvre, il faut qu'elle

introduise les caractéristiques du travail mathématique d'aujourd'hui avec ses valences sémiotiques, discursives et instrumentales. Quant au savoir géométrique de référence, il dépend du référentiel, pour une personne ou pour une institution, autant sur le plan mathématique que scolaire. Ces questions sont habituelles dans la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998), la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1992) et la théorie des espaces de travail mathématique (Kuzniak, Montoya-Delgado et Richard, 2022). Sans entrer dans le détail, nous pouvons mentionner que la notion de vigilance épistémologique rend compte d'un effort de cohérence nécessaire entre le travail du mathématicien et le travail mathématique dans un contexte scolaire. Dans une perspective instrumentée par l'IA, le savoir géométrique est aussi celui qui se crée dans l'usage avec un artefact numérique, ce qui rapproche savoir et praxéologie à la manière de la théorie anthropologique du didactique.

Les Outils de Raisonnement Automatisée (ORA) dans Géogebra (GGB) et le système tuteur intelligent QED-Tutrix (QEDX) adoptent des approches symboliques. La principale différence entre ces systèmes est qu'avec les ORA de GGB, les connaissances géométriques sont modélisées par l'algèbre, alors que dans QEDX, elles restent dans l'univers géométrique. Depuis 2016, les objets dans GGB ont été redéfinis symboliquement, ce qui permet d'employer le calcul symbolique pour trouver des relations entre des éléments géométriques, tester la véracité ou la fausseté d'une affirmation, ou même découvrir des hypothèses supplémentaires afin qu'une affirmation donnée soit valable dans le contexte d'un problème. Par rapport aux logiciels de géométrie dynamique précédents, le passage vers le symbolique est un changement majeur pour lequel nous sommes loin d'en avoir exploré tous les bénéfices. Pour l'utilisateur, la valeur épistémique des réponses qu'il reçoit de la machine vient de dépasser les approches numériques et ses limites dans la discrétisation du continu. Ainsi, lorsqu'un usager questionne un oracle (ex. les objets sont-ils parallèles et si oui, sous quelles conditions ?), l'effet boîte noire de la vérification par échantillonnage disparaît au profit d'une réponse vraie ou fautive sous certaines conditions dans une logique modale. Cependant, avec sa puissance de calcul et la modélisation de la géométrie par l'algèbre, de nouveaux effets « indésirables » se produisent pour l'utilisateur. Tandis qu'avec l'approche symbolique, on peut en principe détailler la mécanique interne qui produit la réponse, l'utilisateur ne connaît pas cette mécanique qui lui est inaccessible. De plus, la réponse obtenue n'est pas toujours facilement interprétable dans la situation d'origine, le modèle géométrique de référence en 2D fonctionne dans \mathbb{R}^2 , tandis que les opérateurs à l'interne travaillent dans le plan complexe. Malgré cela, il est incontestable que les outils de raisonnement automatisé impressionnent par l'amplitude du champ des problèmes qu'ils permettent déjà de résoudre.

Le système QEDX a été créé pour soutenir la résolution de problèmes complexes en géométrie. Développé conjointement en didactique et en génie informatique dans une perspective de travail mathématique, il a été conçu de façon à intégrer les utilisateurs, et ce très tôt dans le processus de conception. Ainsi, l'élève qui résout un problème de géométrie peut construire une figure dynamique, raisonner sur celle-ci, en dégager une conjecture, l'écrire, la démontrer ou la réfuter. Au besoin, un agent pédagogique virtuel répond aux difficultés de chaque élève par des messages sous forme de phrases ou de problèmes qui s'adaptent au comportement et à la stratégie de chacun. L'intelligence du système tuteur doit être capable de communiquer avec l'élève dans la logique du problème, avec son langage et ses contraintes, et anticiper des moments de blocages qui se lient aux connaissances en jeu. Par ses possibilités de messages discursifs (propositions verbales) et de messages cognitifs (problèmes connexes), le tuteur reste au sein du modèle géométrique de l'utilisateur. Il s'agit d'un avantage dès qu'on cherche à produire l'articulation d'un raisonnement humain ou produire des preuves qui sont lisibles. Toutefois, l'approche symbolique du système sous forme de graphe inférentiel exige la production préalable de toutes les preuves possibles, ce qui soulève un enjeu combinatoire

bien connu en informatique. Pour mieux cerner les enjeux de l'évolution de la déduction automatique et des constructions dynamiques en géométrie, on peut se référer à la contribution de Quaresma (2022). En revanche, l'organisation déductive de QEDX permet d'engager les élèves dans des preuves instrumentales, bien au-delà des preuves discursives traditionnelles. En effet, pour certaines étapes de raisonnement, il est possible d'introduire un outil technologique en interaction en guise de justification de la déduction, prolongeant de ce fait la structure discursive du système, comme la construction d'une figure dynamique, l'exécution d'un algorithme ou la modélisation d'une situation réelle. Le fait de pouvoir agir au coeur des justifications est compatible avec un prolongement vers des approches statistiques (méthode mixte de recherche en IA).

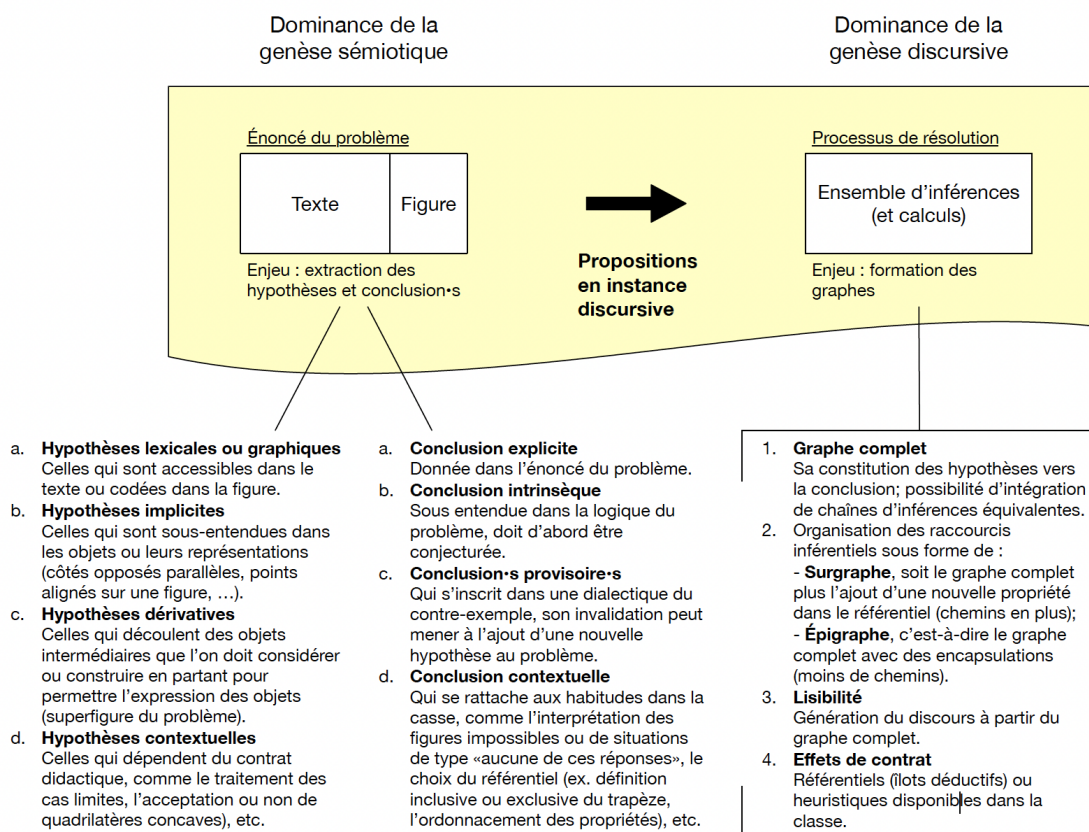


Figure 3. – Genèses virtuelles et enjeux principaux qui situent l'activité mathématique dans le système tuteur intelligent QED-Tutrix pour l'extraction de l'information de problèmes. Les besoins d'automatisation du processus répercutent sur l'identification et l'organisation des hypothèses, des conclusions et des graphes.

À une époque d'automatisation de procédures routinières par des algorithmes, notre système d'éducation doit dépasser le traditionnel transfert de connaissances par une habileté à résoudre des problèmes difficiles et à concevoir des solutions, comme le font effectivement les scientifiques, les chercheurs, les médecins ou les ingénieurs. Des systèmes comme QED-Tutrix offrent des environnements sûrs pour expérimenter, échouer puis réessayer, et surtout, pour miser sur la réussite en résolution de problèmes complexes. Si l'on imagine un peu la suite, on peut facilement combiner l'approche discursive de QEDX avec celle des ORA de GGB. Par exemple, on sait que tout problème de preuve modélisé se calque sur la forme : « étant donné les hypothèses, démontrer la conclusion ». Puisque l'approche discursive permet la génération automatique de problèmes et de solutions, les ORA sont susceptibles d'intervenir à l'interne pour vérifier la cohérence de certaines inférences, participer à la simplification des graphes ou contrôler le passage d'une proposition figurale à une proposition discursive. De plus, elles

peuvent aider à l'extraction de l'information signifiante (propositions en instance discursive, Fig. 3) issue de problèmes dans des manuels scolaires, dans le but d'adapter le système tutoriel à la réalité d'un contrat didactique. Ces possibilités soulèvent de nouvelles questions, comme la pertinence des problèmes générés ou l'à-propos des raccourcis inférentiels selon les habitudes du contrat. En revanche, l'intérêt pour la recherche d'invariants dans la pertinence de problèmes ou au cours de la gestion des inférences d'une solution donnée est à noter, il s'agit même d'un avantage pour le forage exploratoire de données en IA ou la formation de catégories conceptualisantes en sciences humaines (Paillé et Mucchielli, 2021). Enfin, si l'on considère l'historique des processus de résolution de l'élève et que l'on applique des techniques d'apprentissage profond pour repérer des invariants dans le travail mathématique, on obtient soudainement de l'information sur le référentiel effectif de l'élève à travers ses conceptions. Cela complète, au besoin, ce que nous savons sur le référentiel potentiel ou présumé de l'enseignant à travers ses définitions mathématiques, propriétés caractéristiques, théorèmes et problèmes à résoudre.

Par ses effets « boîte noire », il est sûr qu'un défi de taille attend l'IA pour le contrôle des connaissances lorsqu'on s'intéresse aux approches symboliques modélisées ou aux approches statistiques. Malgré cela, une nuance s'impose puisqu'un même type de problème survient dès qu'il est question d'implicites, une réalité incontournable en classe de mathématique. On retrouve des effets similaires avec : la notion de contrat didactique et les responsabilités réciproques dans les rapports enseignant/élèves au savoir; les objets mathématiques non ou mal définis en permanence, à l'exemple de la conduite des nombres réels qui renferment de «mystérieux» processus jamais clarifiés par l'enseignant; les propriétés mathématiques en usage dont la démonstration semble inaccessible pour toujours; les inévitables obstacles didactiques ou épistémologiques constitutifs de la connaissance; le niveau de granularité des étapes de résolution d'expressions mathématiques supposées efficaces, mais dont la gestion appartient au destinataire dans une relation de communication; le domaine de validité des conceptions de l'apprenant après la dévolution de nouveaux problèmes; les réponses «raisonnées» d'un artefact numérique dans le style de l'oracle qui changent de modèle en cours de route, etc. Tout cela et bien plus encore fait qu'en classe de mathématique, on doit forcément accepter une perte de contrôle, tout comme dans un sport de glisse, encore faut-il que cette perte soit comprise, acceptée ou traitée d'une façon ou d'une autre par les protagonistes. Dans la théorie des situations didactiques : « les connaissances sont les moyens transmissibles (par imitation, initiation, communication, etc.), mais non nécessairement explicites, de contrôler une situation, et d'y obtenir un certain résultat conformément à une attente et à une exigence sociale.» (Brousseau et Centeno, 1991). On en retient qu'à la limite, on retrouve des effets boîte noire inhérents à toute connaissance mathématique et à son rôle de contrôle d'une situation en classe. Quant au lien avec le savoir, puisqu'« [il] est une connaissance qui contrôle une situation et ses transformations, elles-mêmes inductrices de connaissances» (Conne, 1992), on en revient ici à la question du référentiel que nous avons évoqué un peu plus haut et à la problématique de trouver des façons d'intégrer toutes ces mathématiques que l'on ne saurait voir, pour suivre les traces de Molière, dans le développement des techniques de l'IA adaptées à la didactique.

LES THEORIES QUI NOUS GUIDENT

Jusqu'ici, nous avons insisté sur trois théories issues de la culture didactique. La relation étroite et singulière qui lie la Théorie des Situations Didactiques (TSD) et la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) est bien connue, tandis la plus récente Théorie des Espaces de Travail Mathématique (ThETM) est déjà vue comme une fille aînée de la TSD (Radford, 2017). Il faut souligner l'intérêt particulier de la ThETM pour la manière dont les artefacts influencent et

transforment le travail mathématique. Après quelques considérations historiques sur le travail mathématique lorsque des outils symboliques ou mécaniques, et des méthodes algorithmiques sont utilisés, Flores-Salazar, Gaona et Richard (2022) définissent le nouveau travail mathématique en réfléchissant à l'interaction entre les humains et les machines. L'adaptation dans un processus d'idonéité entre le projet d'enseignement et le projet d'apprentissage, ainsi qu'entre l'intention du concepteur et le travail effectué par l'utilisateur sont discutés. La notion de genèse instrumentale, déjà introduite par Vérillon et Rabardel (1995) en ergonomie cognitive ou, si l'on veut, en psychologie du travail, prend un sens didactique émergent dans la ThETM. À ce propos :

As for the instrumental genesis in the ThMWS, it is first an objective entity, linking tangible artifacts and observable processes of construction. Because it also comprises a conceptual dimension transforming both the user and the mathematical knowledge, it is compatible with Vérillon and Rabardel's idea of instrumental mediation. However, instrumental genesis in the theory of MWS is based on different choices compared to Vérillon and Rabardel's notion: on the one hand it is part of a theorization of mathematical work in educational settings not limited to the use of instruments, and on the other hand it does not theorize about the transformation occurring in the instrumental genesis. The two complementary viewpoints, psychological and institutional (one providing insight into the cognitive work, the other into how techniques are understood and implemented), derived from the works of Vérillon and Rabardel, and of Chevallard, can therefore help to "flesh out" an analysis of the instrumental genesis in a particular MWS, on the condition of being cautious not to merge or confuse ideas drawn from different theoretical perspectives. (Lagrange et Richard, 2022, p.226)

Avec sa danse des genèses sémiotiques, discursives et instrumentales qui s'entrelacent et qui rythment un travail proprement mathématique, la ThETM se rattache facilement à l'IA dans la poursuite de la TSD (Fig. 4 et Fig. 5). Déjà, la ThETM est particulièrement utile pour la conception d'un dispositif didactique ou informatique qui se fonde sur l'idée d'interaction entre un sujet épistémique et un milieu épistémologique ; que ce soit depuis la conception du dispositif jusqu'à l'évaluation de l'activité mathématique, en passant par le raffinement progressif du dispositif dans l'usage avec des sujets. De façon plus fine, si l'on reprend l'idée des deux systèmes en interaction dans la TSD, conjointement au modèle de Balacheff et Margolinas (2005) pour raisonner sur les conceptions des élèves (connaissances personnelles), on peut étudier les interactions principales de la classe en matière d'interactions didactiques et a-didactiques (Fig. 4). Bien que la conception de l'élève est caractéristique d'un système élève-milieu en évolution, c'est l'élève qui conserve l'initiative du questionnement, même lorsque des réponses sont apportées par une machine avec une certaine autonomie par rapport aux connaissances l'élève. Toutefois, les conceptions instrumentées sont souvent différentes des conceptions traditionnelles, comme s'il fallait avoir une petite machine avec soi pour la révéler lorsque nous en avons besoin. À cause des effets boîtes noires de l'IA et en dépit du fait que le questionnement demeure chez l'élève, certaines rétroactions de la machine peuvent soudainement changer la valeur épistémique de la connaissance en jeu. Elles peuvent même la modifier à la baisse, entretenant l'illusion de préserver un même niveau de conviction ou une même valeur de vérité. Il est alors possible de traiter les interactions par rapport à deux milieux, un milieu nécessaire à la conception instrumentée et un milieu qui lui est contingent. Cela permet de mieux comprendre le domaine de validité de la conception supposée ou d'anticiper sur quoi devrait porter l'action tutrice, à l'égal de certains systèmes tuteurs intelligents comme QED-Tutrix (Fig. 6).

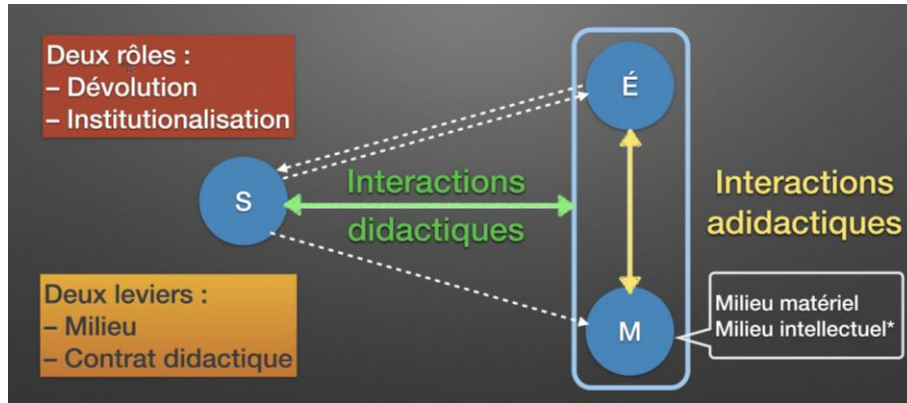


Figure 4. – Concepts clés dans la TDS. Au centre, le diagramme de Brousseau (1998, p. 92) montre que l’enseignant S interagit principalement avec un système élève-milieu lui-même en interaction. L’enseignant ici joue deux rôles principaux et, pour les assumer, il dispose de deux leviers. Le *a privatif* pour qualifier l’interaction en jaune signifie qu’il s’agit d’un milieu pour lequel l’enseignant a réussi à faire disparaître sa volonté, ses interventions, en tant que renseignements déterminants qui pourraient influencer l’acquisition des connaissances.

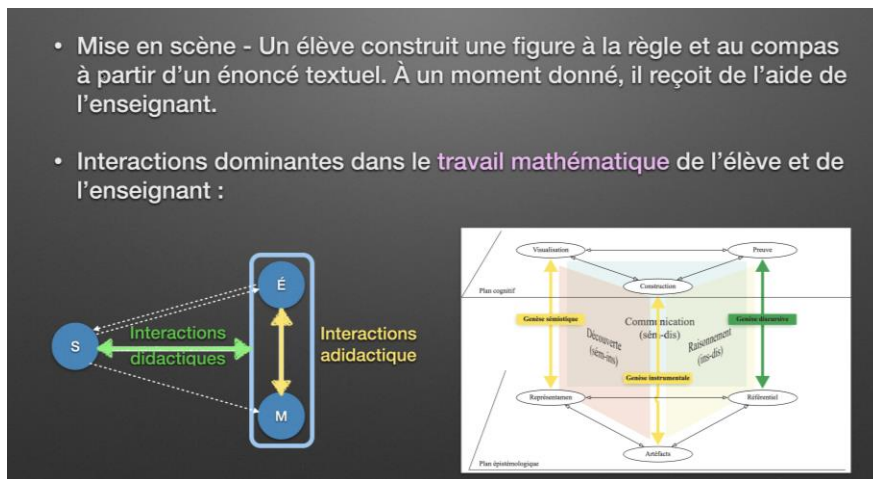


Figure 5. – Situation élémentaire pour illustrer l’articulation des interactions entre la TSD et la ThETM. Le diagramme de Brousseau (Fig. 3) est placé à la gauche du modèle des espaces de travail mathématique, alors que les plans verticaux se lient à différentes phases du travail mathématique comme la découverte, le raisonnement et la communication. Les genres activés sont tramés de la même couleur que les observables didactiques et a-didactiques.

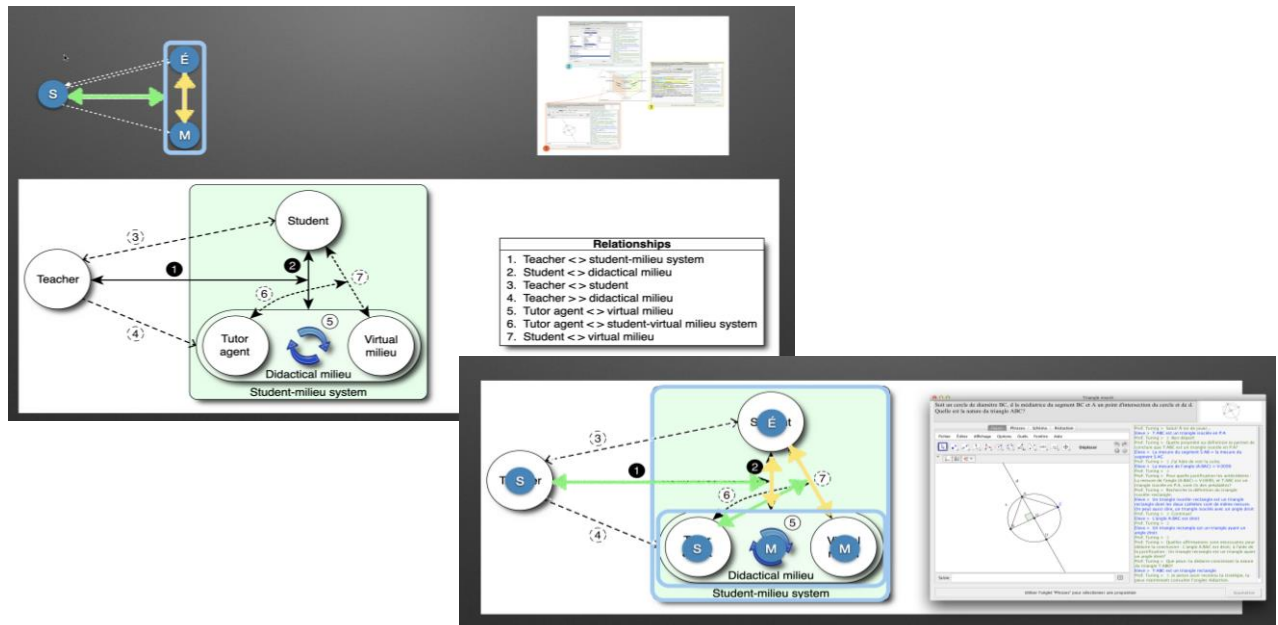


Figure 6. – Dans un système tuteur intelligent comme QED-Tutrix, des interactions didactiques et adidactiques sont aussi encapsulées dans le milieu. En intégrant un milieu virtuel dans le milieu didactique traditionnel, on peut distinguer l'action du tuteur de l'action de l'enseignant sur des systèmes qui se distinguent eux-mêmes selon la nature du milieu en jeu et la recherche d'un équilibre entre l'intelligence naturelle des sujets et l'intelligence artificielle de la machine.

Le lien historique et naturel entre l'IA et la didactique des mathématiques est bien établi. On peut prendre en exemple l'ouvrage *Didactique et intelligence artificielle* (Balacheff, 1994), publié il y a aura bientôt 30 ans, qui indiquait en quelque sorte que les progrès de l'IA avaient ouvert la voie à un courant de recherche vigoureux pour le développement d'environnements informatiques pour l'apprentissage humain. Mais à la suite d'une première période d'enthousiasme, où l'on s'imaginait qu'on arriverait très vite à faire des choses incroyables, on est passé par une période un peu plus sombre de désillusion où l'on a constaté qu'on avait un peu sous-estimé les difficultés. Aujourd'hui, par un retour de situation paradoxale, il semble que l'IA rejoine la didactique avec ses approches par la résolution de problèmes non routiniers, lesquelles passent par des phases d'apprentissage, de modélisation et de prédiction qui évoquent aussi bien le travail mathématique que la conception de solutions par des spécialistes. Si l'IA a un rôle à jouer pour favoriser la réussite scolaire et apporter un soutien au professeur dans le suivi des acquis, une collaboration effective entre un enseignant et un tuteur ne peut s'engager sans l'éclairage de la didactique des mathématiques. Le tuteur doit comprendre les besoins didactiques de l'enseignant pour se mettre à son service : c'est au système à s'adapter à l'humain et non pas le contraire. L'intégration du « penser machine » au « penser humain » en faisant appel à l'intelligence artificielle est une question antérieure au développement d'outils numériques par des informaticiens seuls. En étudiant les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage humain sous l'exigence du travail mathématique, la didactique continue d'être intimement liée à la découverte, à la résolution de problèmes, au raisonnement et à la communication à l'aide de langages, avec ou sans moyens technologiques, avec ou sans l'aide de l'IA. Si l'on reprend l'idée fondamentale et commune comme quoi le seul moyen de faire des mathématiques est de chercher et résoudre certains problèmes spécifiques et, à ce propos, de poser de nouvelles questions, il en découle qu'en étant indispensable au travail mathématique, chaque problème représente une occasion d'apprentissage. Pour peu que l'élève en accepte la responsabilité, le processus de résolution nous informe sur l'apprentissage même, aussi bien au moment d'un blocage, du dépassement d'un obstacle ou de la simple réussite du

problème. Puisqu'avec ses techniques traditionnelles, l'IA est déjà utile, elle gagne à se développer conjointement en didactique et en génie informatique dans une perspective de travail mathématique et à se concevoir de façon à intégrer les utilisateurs, et ce très tôt dans le processus de conception.

L'étude sur les systèmes d'intelligence artificielle de Van Verenberg et Pérez-Suay (2022) est déjà éloquente pour préparer l'avenir. Le texte part des nouvelles générations de calculatrices et des tuteurs intelligents pilotés par des données, pour s'ouvrir sur une taxonomie des techniques d'IA pour l'enseignement des mathématiques. Ils distinguent les extracteurs d'information des moteurs de raisonnement, en passant par les « explicateurs », qui traduisent les solutions machines en une suite d'étapes logiques, lisibles et compréhensibles pour l'humain, de même que le guidage de données provenant de sources différentes pour en déduire des modèles qui peuvent y aller de prédictions. Lorsqu'ils revisitent le présent, c'est pour aborder la question des calculatrices fondées sur l'IA et les systèmes tuteurs émergents, avec quelques commentaires sur « modélisation étroite » des élèves que l'on retrouve encore trop souvent dans systèmes actuels et souligner quelques enjeux liés à l'exploration, la créativité et l'aléatoire en classe de mathématique. On sait bien que la modélisation de l'apprenant et de la situation didactique en général est en soi un objectif très ambitieux. Mais il est aussi nécessaire, non seulement parce qu'on veut profiter du mouvement de l'IA et de la recherche pour l'intérêt collectif, mais surtout parce que la relation naturelle qui unit mathématique, didactique et informatique nous y invite pressément. Si la grande contribution de l'intelligence artificielle à l'enseignement des mathématiques passe par des environnements plus technologiques, plus personnels et plus stimulants, c'est certainement parce qu'ils auront été conçus pour développer les compétences professionnelles de l'enseignant, et surtout parce qu'elle favorisera le travail, l'acquisition de connaissances et le développement des compétences mathématiques, scientifiques et culturelles de l'élève.

RÉFÉRENCES

- BALACHEFF N. (1994) Didactique et intelligence artificielle. *Recherches en didactique des mathématiques* 14 (1/2) 9-4.
- BALACHEFF N. (2022). Foreword : AI for the Learning of Mathematics. In: RICHARD, P.R., VÉLEZ, M.P., VAN VAERENBERGH, S. (eds) *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence. Mathematics Education in the Digital Era*, vol 17. Springer, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-86909-0>
- BALACHEFF, N. ET MARGOLINAS, C. (2005). Ckç, modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques. In A. MERCIER, & C. MARGOLINAS (EDS.), *Balises pour la didactique des mathématiques* (pp. 75-106). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- BARQUERO, B., BOSCH, M., ROMO, A. (2018). Mathematical modelling in teacher education: dealing with institutional constraints. *ZDM Mathematics Education*, 50(1-2), 31-43.
- BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU, G., ET CENTANO, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 11(2.3), 167–210. <https://revue-rdm.com/1991/role-de-la-memoiredidactique-de-l/>
- CHEVALLARD, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 12(1), 73–112.
- CONNÉ, F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 12/2.3.
- COUTAT, S., LABORDE, C. ET RICHARD, P.R. L'apprentissage instrumenté de propriétés en géométrie : propédeutique à l'acquisition d'une compétence de démonstration. *Educ Stud Math* 93, 195–221 (2016). <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9684-9>
- ENGELBART, D. C. (1962). *Augmenting Human Intellect: A conceptual framework*. Menlo Park, CA: Stanford Research Institute.
- FLORES-SALAZAR, J.V., GAONA, J. & RICHARD, P.R. (2022). Mathematical Work in the Digital Age. Variety of Tools and the Role of Geneses. In: KUZNIAK, A., MONTÓYA-DELGADILLO, É ET RICHARD, P.R. (2022). *Mathematical Work in Educational Context. Mathematics Education in the Digital Era*, vol 18. Springer, Cham. <https://link.springer.com/book/9783030908492>
- FONT, L., GAGNON, M., LEDUC, N. & RICHARD, P.R. (2022). Intelligence in QED-Tutrix: Balancing the Interactions Between the Natural Intelligence of the User and the Artificial Intelligence of the Tutor Software. In: RICHARD, P.R., VÉLEZ, M.P., VAN VAERENBERGH, S. (EDS) *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence. Mathematics Education in the Digital Era*, vol 17. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86909-0_3
- GARDNER, H. (2008). *Les intelligences multiples - La théorie qui bouleverse nos idées reçues*. Les Éditions Retz. ISBN : 978-2-7256-2787-8

Vandebrouck, F., Emprin, F., Ouvrier-Bufferet, C. & Vivier, L. (dir.) (2023). *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques - Preuve, Modélisation et Technologies Numériques*. Volume des ateliers des actes de EE21.

- HENRICH, J. (2021). *L'intelligence collective : le succès de Sapiens*. Éditions MultiMondes. ISOfocus Novembre-décembre 2019 consulté le 1 mars 2022. URL : [https://www.iso.org/files/live/sites/isoorg/files/news/magazine/ISOfocus%20\(2013-NOW\)/fr/2019/ISOfocus_137/ISOfocus_137_fr.pdf](https://www.iso.org/files/live/sites/isoorg/files/news/magazine/ISOfocus%20(2013-NOW)/fr/2019/ISOfocus_137/ISOfocus_137_fr.pdf)
- KOVACS, Z., RECIO, T., VÉLEZ, M.P. (2022). Automated Reasoning Tools with GeoGebra: What Are They? What Are They Good For?. In: RICHARD, P.R., VÉLEZ, M.P., VAN VAERENBERGH, S. (EDS) *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence. Mathematics Education in the Digital Era, vol 17*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86909-0_2
- KUZNIAK, A., MONTOYA-DELGADILLO, É ET RICHARD, P.R. (2022). Mathematical Work in Educational Context. The Perspective of the Theory of Mathematical Working Spaces. *Mathematics Education in the Digital Era, vol 18*. Springer, Cham. <https://link.springer.com/book/9783030908492>
- LAGRANGE, J.B. & RICHARD, P.R. (2022). Instrumental Genesis in the Theory of MWS: Insight from Didactic Research on Digital Artifacts. In: KUZNIAK, A., MONTOYA-DELGADILLO, É ET RICHARD, P.R. (2022). *Mathematical Work in Educational Context. Mathematics Education in the Digital Era, vol 18*. Springer, Cham. <https://link.springer.com/book/9783030908492>
- LAJOIE, M. (2019). *Voitures autonomes qui sauver, qui sacrifier ?* Média consulté le 1 mars 2022 <https://ici.radio-canada.ca/info/2019/voitures-autonomes-dilemme-tramway/>
- LALONDE, C. (S.D.). L'année de la mangamania au Québec. *Quotidien Le Devoir*, [en ligne], consulté le 1 mars 2022. URL : <https://www.ledevoir.com/lire/662613/lecture-2021-l-annee-de-la-manga-mania-a-quebec>
- LOMAZZI, L., LAVOIE-MOORE, M., GELINAS, J. ET HEBERT, G. (2019). *Financer l'intelligence artificielle, quelles retombées économiques et sociales pour le Québec ?*, consulté le 1 mars 2022. URL : <https://irisrecherche.qc.ca/publications/financer-lintelligence-artificielle-quelles-retombees-economiques-etsociales-pour-le-quebec/>
- OCDÉ (2019), *L'intelligence artificielle dans la société*, Éditions OCDÉ, Paris, <https://doi.org/10.1787/b7f8cd16-fr>.
- PAILLE, P. ET MUCCHIELLI, A. (2021). *L'analyse qualitative en sciences humaines et sociales*, 5e édition. Paris : Armand Colin.
- QUARESMA, P. (2022). Evolution of Automated Deduction and Dynamic Constructions in Geometry. In: RICHARD, P.R., VÉLEZ, M.P., VAN VAERENBERGH, S. (eds) *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence. Mathematics Education in the Digital Era, vol 17*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86909-0_1
- RABARDEL, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.
- RADFORD, L. (2017). On inferentialism. *Mathematics Education Research Journal*, 29(4), 493–508. <https://doi.org/10.1007/s13394-017-0225-3>
- RICHARD, J.-F. (S.D.). «INTELLIGENCE», Encyclopædia Universalis [en ligne], consulté le 1 mars 2022. URL : <http://www.universalis-edu.com/encyclopedie/intelligence/>
- RICHARD, P.R., VÉLEZ, M.P., VAN VAERENBERGH, S. (2022). Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence. *How Artificial Intelligence can Serve Mathematical Human Learning. Mathematics Education in the Digital Era, vol 17*. Springer, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-86909-0>
- VAN VAERENBERGH, S., PÉREZ-SUAY, A. (2022). A Classification of Artificial Intelligence Systems for Mathematics Education. In: RICHARD, P.R., VÉLEZ, M.P., VAN VAERENBERGH, S. (eds) *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence. Mathematics Education in the Digital Era, vol 17*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86909-0_5
- VÉRILLON, P., & RABARDEL, P. (1995). Cognition and artefacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumental activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10, 77–101.