

MINDMATH : DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES ET INTELLIGENCE ARTIFICIELLE DANS UN EIAH

Brigitte Grugeon-Allys *, Sébastien Jolivet **, Elann Lesnes ***, Vanda Luengo ****, Amel Yessad****

RÉSUMÉ

Ce TD s'inscrit dans la thématique "technologies numériques" de l'école d'été, il est le fruit de la collaboration de chercheurs et chercheuses en didactique des mathématiques et en informatique. Les trois séances portent sur le projet MindMath qui vise l'élaboration d'un EIAH à destination d'élèves de collège en algèbre et en géométrie. Lors de la première séance, nous avons présenté les modèles didactiques construits pour représenter le savoir, l'apprenant, les tâches et les parcours d'apprentissage dans l'EIAH. Il a été proposé aux participants d'exploiter ces modèles pour concevoir des parcours. Lors de la deuxième séance, le travail a porté sur le modèle informatique et didactique des rétroactions envoyées à l'apprenant travaillant dans l'EIAH MindMath. Les participants ont eu l'occasion de tester le modèle de description des rétroactions. La troisième séance a été l'occasion de présenter l'ontologie construite pour articuler les différents objets créés dans la perspective de faire évoluer la plateforme et de communiquer entre les différents partenaires du projet. Enfin, Philippe R. Richard a proposé son regard sur ce travail relativement à son expérience et à son approche théorique.

Mots clefs : EIAH, modélisation didactique, modélisation informatique, rétroactions, parcours d'apprentissage

ABSTRACT

This TD is part of the "digital technologies" theme of the summer school and is the result of the collaboration of researchers in mathematics education and computer science. The three sessions focus on the MindMath project which aims at developing a learning environment for middle school students in algebra and geometry. In the first session, we presented the didactic models built to model the knowledge, the learner, tasks and learning paths in the learning environment. It was proposed to the participants to exploit these models to design learning paths. In the second session, the work focused on the computational and didactic model of the feedback given to the learner working in MindMath. Participants had the opportunity to test the feedback description model. The third session was the opportunity to present the ontology built to articulate the different objects created in the perspective of evolving the platform and communicating between the different project partners. Finally, Philippe R. Richard proposed his point of view on this work in relation to his experience and his theoretical approach.

Key words: Technology Enhanced-Learning, didactic modeling, computer modeling, feedbacks, learning path

INTRODUCTION

Ce TD s'inscrit dans la thématique "technologies numériques" de l'école d'été et plus précisément dans le cadre d'une réflexion sur l'articulation entre la didactique des mathématiques et l'informatique, notamment l'intelligence artificielle (IA), pour la conception d'un EIAH (Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain). La délimitation de la part de l'apprentissage qui peut être laissée à un tel environnement n'est pas simple à déterminer, elle est par exemple discutée dans (Jolivet & Grugeon-Allys, 2022). Dans ce texte nous qualifierons MindMath d'EIAH ou d'ENA (Environnement Numérique pour l'Apprentissage) de manière indistincte, essentiellement pour limiter les répétitions.

Il s'agit, au travers du cas d'étude MindMath, d'étudier divers aspects liés à la conception d'un EIAH du type plateforme d'entraînement aux mathématiques (algèbre et géométrie) au collège, qui ne remplace pas un enseignement visant la régulation des apprentissages des élèves.

Nous nous concentrons sur trois aspects fondamentaux dans le projet MindMath :

- les fondements didactiques d'un tel environnement, nécessaires pour aborder la conception des exercices, leur organisation en parcours d'apprentissage et le contenu de rétroactions adaptatives ;
- la modélisation et la décision des rétroactions avec les apports potentiels de l'IA, apprentissage par renforcement, pour cette décision ;

* LDAR, Université Paris-Est Créteil

** LDAR, Université de Paris et LIP6, Sorbonne Université

*** LDAR, Université de Rouen Normandie

**** LIP6, Sorbonne Université

- la représentation du savoir dans une ontologie et ses exploitations.

Ce texte se conclut par une réaction de Philippe R. Richard (Université de Montréal) et des perspectives de recherche.

SEANCE 1 — CONCEPTION D’UN EIAH : ARTICULATION ENTRE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES ET IA

La première séance du TD portait sur les choix de modélisation didactique réalisés pour la conception de la plateforme MindMath. Nous les présentons dans cette partie.

1. Éléments théoriques

La conception de la plateforme MindMath se situe dans la continuité des recherches menées autour du logiciel de diagnostic *Pépité* en algèbre (Delozanne et al., 2010 ; Grugeon-Allys et al., 2012). Nous présentons brièvement le cadre théorique et nous faisons évoluer les modèles construits dans ce cadre afin de pouvoir prendre en compte le domaine géométrique comme nous le verrons par la suite.

Nous nous plaçons dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999). Toute activité humaine peut être décrite à partir de tâches t qui relèvent de types de tâches T et qui sont résolues par au moins une technique τ , justifiée par un discours rationnel appelé technologie θ , lui-même justifié par une théorie Θ . Ces éléments forment une praxéologie $[T ; \tau ; \theta ; \Theta]$ dite ponctuelle.

Dans l’enseignement, les praxéologies ponctuelles ne fonctionnent pas seules, elles s’agrègent autour d’une même technologie pour former une praxéologie locale. Ces praxéologies locales peuvent à leur tour s’agréger autour d’une même théorie pour former une praxéologie régionale. Enfin, les praxéologies régionales peuvent s’agréger en une praxéologie globale qui forment une discipline (ici, les mathématiques).

Modélisation didactique du savoir

L’élève apprend donc dans une institution dont les programmes fixent le savoir visé en termes de praxéologies, en particulier les technologies. De plus, un élève de collège a étudié dans plusieurs classes avec différents enseignants et s’est construit un rapport au savoir relativement aux différentes praxéologies mathématiques rencontrées. Bosch et Gascón (2005) en déduisent la nécessité de définir une praxéologie de référence pour analyser la transposition didactique. C’est ce que nous désignerons comme le Modèle Praxéologique de Référence (MPR).

Un MPR permet de décrire les aspects épistémologiques des objets de savoir d’un domaine mathématique et les praxéologies associées à un rapport idoine au savoir visé relativement aux institutions considérées. Ainsi, nous construisons un MPR pour chacun des domaines pris en compte dans la plateforme MindMath (algèbre et géométrie à ce jour), en enrichissant les aspects épistémologiques des objets de savoir à partir de résultats de travaux issus d’approches cognitive et sémiotique. Pour implémenter ces modèles du savoir dans le logiciel, nous travaillons dans le cadre T4TEL (Chaachoua, 2018) que nous exposerons dans la partie consacrée au modèle des tâches.

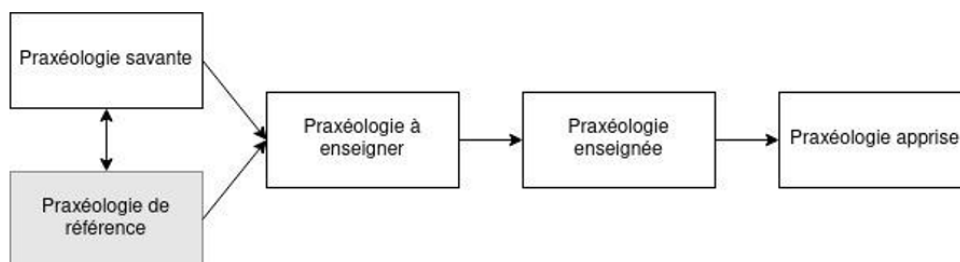


Figure 1. – Outil d'analyse de la transposition didactique (Bosch & Gascón, 2005).

Modélisation didactique de l'apprenant

Dans une institution donnée, à un temps donné, l'élève peut être confronté à un décalage entre son rapport personnel au savoir et le rapport au savoir attendu dans cette institution. Nous définissons ainsi les besoins d'apprentissage comme « ce qui est nécessaire de travailler pour faire évoluer son rapport personnel actuel vers un rapport personnel idoine au regard des attendus de l'institution » (Jolivet et al., 2021, p. 125). Les besoins d'apprentissage correspondent à ce qui est à travailler par l'élève pour favoriser, si besoin, la négociation de ruptures d'ordre épistémologique (Vergnaud, 1990) et pour poursuivre la construction d'éléments technologico-théoriques pour résoudre des tâches du domaine, de complexité variée, nécessitant pour leur résolution la convocation d'autres types de tâches (Castela, 2008 ; Robert, 2008).

Savoir	Mode ancien	Mode incomplet en construction	Mode attendu
Repère scolaire	Cycle 3	5e	Fin cycle 4
Statut du signe égal	Annonce de résultat		Signe d'équivalence
Statut des lettres	Étiquettes, non prises en compte	Lettres évaluées, variables en construction	Variables, inconnues
Praxéologie Modéliser, Prouver	Démarche arithmétique	Généralisation, programmes de calcul	Modélisation via expressions, mise en équations
Praxéologie Représenter	Non cohérence entre énoncé et graphique ou écritures numériques abrégatives	Cohérence entre énoncé et écritures algébriques avec congruence sémiotique	Cohérence entre énoncé et écritures algébriques avec ou sans congruence sémiotique
Praxéologie Calculer	Calcul arithmétique (erreur : concaténation)	Substitution, distributivité simple pour développer (application directe)	Équivalence d'expressions, distributivité simple, pour développer, factoriser, distributivité double

Tableau 1. – Modes de justification en algèbre à la fin du cycle 4.

Reprenant le travail de Grugeon-Allys (2016) sur les modes technologico-théoriques, nous définissons la notion de mode de justification. Un mode de justification caractérise la rationalité de l'élève à un moment donné de sa formation. Pour le déterminer, nous nous appuyons sur les technologies et théories régulièrement mises en œuvre par l'élève dans la résolution des tâches

d'une praxéologie locale ou régionale donnée. Nous définissons ainsi des modes de justification *a priori* pour une praxéologie donnée et à un niveau scolaire donné : un mode ancien, un mode attendu et un mode en cours de construction. En algèbre, nous définissons ces trois modes que nous caractérisons dans le Tableau 1.

Le modèle didactique de l'apprenant est ainsi constitué d'un *n-uplet* de modes de justification correspondant aux différentes praxéologies locales définies pour un domaine de savoir donné.

2. Hypothèse et questions de recherche

Nous faisons ainsi l'hypothèse que la prise en compte de différentes approches (épistémologique, institutionnelle et cognitive) permet de définir les conditions didactiques pour concevoir des parcours adaptés aux besoins d'apprentissage d'élèves sur une plateforme d'entraînement aux mathématiques.

Nous nous demandons donc comment modéliser didactiquement et informatiquement les tâches proposées aux élèves dans l'EIAH en prenant en compte ces trois approches

Pour répondre à ces questions, nous nous appuyons sur les éléments présentés auparavant qui constituent les modèles didactiques du savoir et de l'apprenant. Nous définissons à présent le modèle didactique des tâches et le modèle didactique des parcours.

3. Modèles didactiques construits pour la plateforme MindMath

Modélisation didactique des tâches

Grapin et Grugeon-Allys (2018) caractérisent didactiquement une tâche par : les savoirs en jeu, sa conformité au curriculum, la ou les technique(s) permettant de la réaliser, les justifications associées et en particulier celles attendues à un niveau institutionnel donné, et sa complexité. Une telle caractérisation permet, en appui sur un modèle didactique du savoir et de l'apprenant, de positionner les tâches les unes par rapport aux autres au regard des programmes et d'identifier les justifications erronées ainsi que les classes d'erreurs.

Afin de l'implémenter, nous nous plaçons dans le cadre développé par Chaachoua (2018) puis Chaachoua et Bessot (2019) et qui étend le cadre de la TAD : T4TEL. Nous utilisons en particulier la notion de générateur de types de tâches définit par :

$$GT=[\text{Verbe d'action, Complément fixe ; Système de variables}].$$

Un exemple de générateur de types de tâches en algèbre est :

GT1=[résoudre, une équation du 1^{er} degré ; VT1, VT2] avec VT1 la structure de l'équation ($ax + b = c$; $ax + b = cx + d$ avec $a - c \neq 0$, etc.) et VT2 le nombre de solutions de l'équation (aucune, une, une infinité).

Nous commençons donc par décomposer un domaine de savoir en praxéologies régionales et locales. Pour l'algèbre, nous nous appuyons en particulier sur le processus d'algébrisation défini par Ruiz Munzón (2010). Chacune des praxéologies locales est ensuite décomposée en générateurs de types de tâches. Le choix des valeurs des variables de type de tâches (VT) permet de définir des types de tâches, rendant compte de l'agrégation de différentes technologies dans les praxéologies locales et régionales.

Pour construire et caractériser des tâches à partir de ces types de tâches, nous faisons évoluer le modèle T4TEL en introduisant des variables de tâches (Jolivet et al., 2021). Les variables de tâches et leurs valeurs ont ainsi une double fonction : caractériser la portée de certaines techniques (VtP) et caractériser la complexité des tâches (VtC). En instanciant les variables de tâches VtP et VtC, nous définissons des familles de tâches. Une famille de tâches est un ensemble de tâches que le choix des valeurs des variables nous amène à considérer comme

semblables à l'aléatoire de génération près. C'est le niveau de granularité le plus fin que nous définissons. En reprenant le générateur de types de tâches GT1 déjà défini, on peut ainsi construire plusieurs types de tâches en appui sur l'évolution du modèle T4TEL : GT1=[résoudre, une équation du 1er degré ; VT1, VT2, VtP, VtC]. Puis nous instancions la variable VtP « nature des solutions » (entière, rationnelle, etc.) et les variables VtC1 « nature des coefficients » et VtC2 « complexité de la réécriture » (réductions, factorisation, etc.) pour définir des familles de tâches. A partir du type de tâches « résoudre une équation de la forme $ax + b = cx + d$ avec $a - c \neq 0$ », nous pouvons définir différentes familles de tâches, par exemple :

- famille de tâches Ft_2 = {forme de l'équation $P(x) = Q(x)$ avec $d^\circ(P), d^\circ(Q) < 2$, forme $ax + b = cx + d$ avec $a - c \neq 0$; nombre de solutions : 1 ; nature des solutions : $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{D}$; nature des coefficients : \mathbb{Z} ; complexité de la réécriture : aucune réécriture nécessaire} ;
- famille de tâches Ft_3 = {forme de l'équation $P(x) = Q(x)$ avec $d^\circ(P) = d^\circ(Q) = 2$ et $d^\circ(P-Q) = 1$; nombre de solutions : 1 ; nature des solutions : \mathbb{D} ; nature des coefficients : \mathbb{Z} ; complexité de la réécriture : développement et réduction}.

Pour conclure, nous reformulons l'hypothèse initiale : en quoi la modélisation praxéologique d'une tâche issue du cadre T4TEL, affinée par des variables didactiques de portée et de complexité, permet-elle la définition de famille de tâches, pour une praxéologie locale donnée, et in fine la génération d'exercices implémentables dans un EIAH ? Et en quoi une telle définition permet-elle de concevoir des parcours, en lien avec les besoins d'apprentissage de l'apprenant, implémentables dans un EIAH ?

Modélisation didactique des parcours

Un parcours d'apprentissage est une suite organisée de tâches pour répondre à un objectif d'apprentissage en prenant en compte les modes de justification des élèves. C'est le jeu sur les valeurs de variables de types de tâches et de tâches qui permet de caractériser des exercices adaptés à cet objectif.

Lorsqu'un parcours d'apprentissage est créé, nous définissons d'abord des tâches cibles. Un élève, quel que soit son mode de justification, doit maîtriser la résolution de ces tâches pour considérer que l'objectif visé est acquis. Le reste du parcours s'adapte au mode de justification de l'élève relativement à la ou les praxéologie(s) locale(s) en jeu dans le parcours. Ainsi, si le mode de justification de l'élève relève du mode ancien, on pourra lui proposer des tâches pouvant d'abord être résolues par une procédure ancienne avant de lui proposer des tâches « pivot » pour négocier la rupture vers les procédures attendues à son niveau scolaire, puis les tâches cibles. Pour un élève dont le mode de justification relève déjà de ce qui est attendu, il est possible de proposer directement les tâches cibles puis des tâches plus complexes, faisant intervenir d'autres praxéologies.

4. Adaptation à la géométrie

Comme nous l'avons déjà vu, la plateforme MindMath propose un entraînement en algèbre et en géométrie à des élèves de collège (fin du cycle 3 pour la 6^e et cycle 4). Les modèles présentés auparavant ont donc aussi été développés en géométrie.

Au cours du cycle 3, les programmes scolaires indiquent que l'objectif est déjà de passer d'une géométrie orientée par la perception ou les instruments à une géométrie orientée par le raisonnement sur les propriétés géométriques. Cependant, les propriétés et objets géométriques changent de statut du cycle 3 au cycle 4 sans que ce changement soit explicité (Lesnes-Cuisiniez, 2021). En effet, en CM2 et 6^e, les propriétés des objets géométriques étudiées peuvent être juxtaposées les unes à côté des autres, sans hiérarchisation alors qu'au cycle 4, on commence à distinguer les propriétés nécessaires et suffisantes.

Comme en algèbre, la non prise en compte de cette double rupture entre la géométrie orientée par la perception ou les instruments et la géométrie du raisonnement peut amener des élèves à construire des rapports à la géométrie différents et non idoines. Nous définissons ainsi trois modes de justification en géométrie (à noter que nous nous situons dans le cadre de l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique) : ils sont présentés dans le Tableau 2.

Critère	Mode ancien	Mode incomplet en construction	Mode attendu
Repère scolaire	Cycle 3	6 ^e - 5 ^e	Fin cycle 4
Type de construction	Au jugé	Construction molle au sens de Laborde (2005)	Construction robuste
Outils utilisés pour la construction	Outils de dessin	Utilisation combinatoire d'outils de construction	Utilisation réfléchie d'outils de construction
Schéma codé			Utilisation d'un schéma codé
Présence et nature du raisonnement	Pas de raisonnement construit	Raisonnement construit pour valider uniquement	Raisonnement préalable
Validation de la construction	Pas de validation, validation perceptive ou par les instruments de tracé	Validation par le déplacement	Validation par les propriétés géométriques
Propriétés mobilisées	Pas de propriétés ou propriétés spatio-graphiques	Propriétés erronées ou utilisées hors de leur domaine de validité	Propriétés géométriques bien utilisées
Structure déductive du raisonnement	Argumentation incorrecte ou par juxtaposition	Argumentation incomplète (îlots deductifs)	Raisonnement déductif correct, démonstration

Tableau 2. – Modes de justification en géométrie à la fin du cycle 4.

Une analyse épistémologique, institutionnelle et cognitive relative à la géométrie plane nous permet de définir un modèle du savoir sous la forme d'un MPR (Lesnes-Cuisiniez, 2021) et de définir des types de tâches pour favoriser l'entrée dans la géométrie théorique en prenant en compte des aspects épistémologiques relatifs aux figures géométriques, aux constructions et aux raisonnements. Pour la praxéologie locale de construction en particulier, l'objectif est de faire travailler les élèves sur des constructions qui nécessitent de déterminer la nature de la figure à partir de certaines de ses propriétés données dans l'énoncé, avant de pouvoir déterminer d'autres propriétés sur lesquelles s'appuiera la construction avec les instruments à disposition dans le milieu. Les élèves mettent alors en jeu une argumentation heuristique au sens de Duval (1993) et élaborent implicitement un programme de construction.

Nous définissons ainsi plusieurs générateurs de types de tâches permettant de couvrir la praxéologie locale de construction. En particulier, le générateur de types de tâches GT2=[construire, un triangle ; VT1, VT2] avec VT1 la nature du triangle à construire et VT2 les données de l'énoncé (deux côtés et un angle, un côté et deux angles, etc.). Une fois les types de tâches produits, nous définissons des variables de tâches VtP (VtP1 : éléments de la figure

déjà construits, VtP2 : instruments à disposition dans le milieu) et VtC (VtC1 : nombre de propriétés minimum à mobiliser dans la résolution, VtC2 : registre de représentation de l'énoncé et désignation du triangle).

La tâche présentée sur la figure 2, définie à partir du générateur GT2 par les valeurs de variables {VT1 : triangle équilatéral ; VT2 : un côté et un angle sur ce côté ; VtP1 : un côté non-base ; VtP2 : report de longueur (pas de rapporteur) ; VtC1 : 4 ; VtC2 : langage naturel, triangle désigné comme « isocèle »} nécessite pour sa résolution de montrer que le triangle à construire est équilatéral avant de pouvoir utiliser la définition d'un tel triangle pour construire la figure avec un outil de report de longueur (« cercle » ou « compas »).

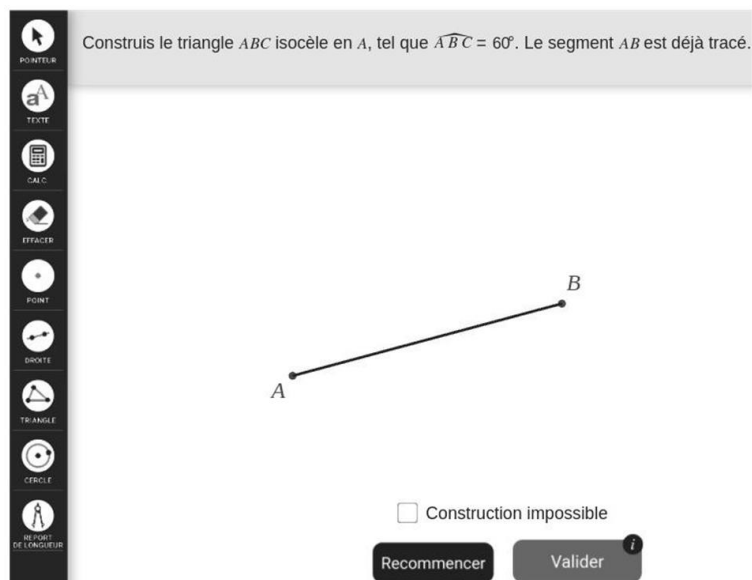


Figure 2. – Exercice « construis le triangle ABC ».

Enfin, les parcours d'apprentissage sont construits de la même façon qu'en algèbre en jouant sur les variables de types de tâches et de tâches pour s'adapter au mode de justification de l'élève.

SEANCE 2 - MES RETROACTIONS DANS MINDMATH

Note : cette section prend largement appui sur le texte de Jolivet et al. (2022), paru dans la revue STICEF.

D'une manière générale, les environnements numériques d'apprentissage (ENA) des mathématiques qui proposent des rétroactions épistémiques sont peu nombreux. L'un des enjeux du projet MindMath est précisément de proposer de telles rétroactions. Du point de vue de la plateforme, l'enjeu est double : produire les rétroactions et décider les rétroactions. Dans le cadre d'un ENA, les rétroactions proposées sont nécessairement relatives à la tâche prescrite, cependant le choix de la rétroaction doit aussi prendre en compte la part de l'activité de l'apprenant qui est perceptible par l'environnement. Du point de vue de la recherche cela se traduit par les défis suivants :

- proposer une modélisation des rétroactions qui permette leur production effective et qui soit exploitable pour leur décision ;
- construire un processus de décision qui prenne en compte le savoir travaillé, la réponse de l'apprenant et le profil de l'apprenant ;
- prendre en compte l'effet des rétroactions pour améliorer le processus de décision.

Ces différents défis s'adressent conjointement aux chercheurs en didactique et en informatique. Après une présentation rapide de quelques éléments de l'état de l'art, pour

répondre à ces défis, nous présentons un modèle de rétroactions puis un algorithme de décision des rétroactions, construits sur la base de l'expertise didactique.

Dans la section suivante, pour prendre en compte les incertitudes au moment de la décision de la rétroaction, nous présentons une deuxième approche de la décision s'appuyant sur l'intelligence artificielle.

1. Quelques éléments de l'état de l'art

S'il n'y a pas de consensus sur l'effet des rétroactions sur un apprenant, Wisniewski et al. (2020) signalent cependant, dans une revisite de l'article « The power of Feedback » (Hattie & Timperley, 2007), que les rétroactions ont un impact plus important sur l'apprentissage que sur la motivation et le comportement. Storbard (2018, p. 46) pointe le fait que l'impact de la rétroaction n'est pas le même selon le niveau, en termes de compétences et d'expérience de l'apprenant. Par ailleurs, des travaux tels que ceux de Brooks et al. (2019) et Small et Lin (2018) montrent l'importance de la prise en compte de l'erreur et les diverses formes de sa prise en compte.

Dans le domaine des mathématiques, il n'y a que peu de travaux de didactique qui se sont intéressés à l'effet des rétroactions dans un environnement numérique d'apprentissage. En géométrie on peut citer le travail de comparaison de onze « systèmes d'aide à la démonstration » réalisé par Tessier-Baillargeon et al. (2017). Ils relèvent en particulier que les rétroactions de type « aide à la prochaine étape » ne concernent que quatre systèmes sur les onze étudiés, et même parmi ceux-ci, trois sont basés sur une structuration assez rigide du raisonnement attendu de l'élève. Ce constat est confirmé par l'analyse de ce sur quoi portent les rétroactions : « tous les systèmes tutoriels analysés offrent une rétroaction sous forme d'une validation locale des inférences ou des énoncés soumis par l'élève, et on recense peu de validation globale de démonstrations [4 systèmes], et encore moins d'annotation des solutions [1 seul système] ou d'explication des erreurs [3 systèmes] » (Tessier-Baillargeon et al., 2017, pp. 113-114).

2. Modèle de rétroaction

Le modèle de rétroaction, qui est utilisé à la fois pour guider la production, permettre la description et est exploité pour la décision, est présenté **Figure 3**. Il est décrit et illustré de manière détaillée dans (Jolivet et al., 2022), nous présentons ici sa logique globale.

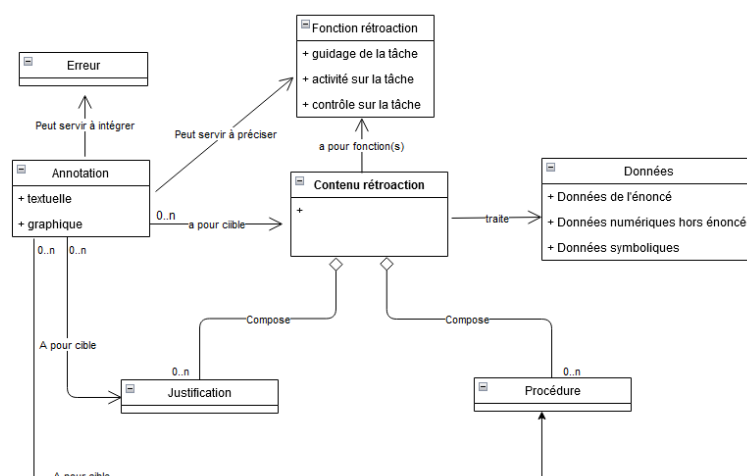


Figure 3. – Modèle de rétroaction.

Dans un premier temps nous utilisons la modélisation du savoir sous forme de praxéologies pour définir le contenu principal de la rétroaction. Elle peut donc contenir une technologie et/ou une technique (dans le modèle présenté dans la figure 3, nous avons utilisé les termes justification et procédure à la place de technologie et technique pour éviter les confusions liées à la polysémie des termes dans un contexte interdisciplinaire). Ce contenu principal peut être enrichi d'une ou plusieurs annotations. Elles sont facultatives et vont permettre de préciser la rétroaction. Elles peuvent avoir plusieurs finalités :

- expliciter la fonction de la rétroaction ;
- détailler un aspect du contenu ;
- introduire des éléments relatifs à une erreur dans la rétroaction.

Nous revenons brièvement sur ces différentes finalités dans le cadre d'exemples commentés ci-dessous.

Enfin, le dernier élément de modèle de rétroaction permet de spécifier trois cas selon la manière dont la rétroaction est rédigée :

- utilisation de données numériques identiques à celles de l'énoncé (DNI) ;
- utilisation de données numériques qui ne sont pas celles de l'énoncé (DN) ;
- utilisation de données symboliques (DS).

L'exemple de gauche de la Figure 4 est une rétroaction qui porte essentiellement sur la technique de factorisation, chaque exemple est cependant enrichi de rappels technologiques. On utilise des données numériques qui ne sont pas nécessairement celles de l'énoncé. Dans l'exemple de droite de la Figure 4, la rétroaction porte sur des éléments technologiques (définitions et propriétés en lien avec les triangles isocèles), elle est rédigée en utilisant des données symboliques (il n'y a ni longueur de segment ni mesure d'angle utilisées pour rédiger la rétroaction).

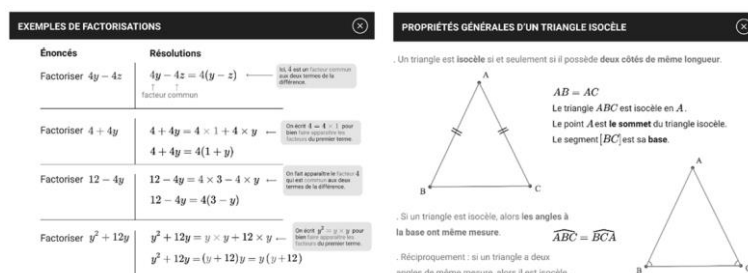


Figure 4. – deux exemple de rétroactions issues de la plateforme MindMath

3. Décision des rétroactions

Décider une rétroaction revient à proposer une réponse à la question : dans un contexte donné, qui dépend de la tâche à réaliser, de la réponse de l'apprenant et de son profil, quelle rétroaction proposer à l'apprenant pour favoriser son apprentissage ?

Dans MindMath, pour fonder la décision, nous disposons des éléments suivants :

- le déclenchement de la rétroaction :
 - demande d'aide (ou inaction prolongée de l'apprenant sur la plateforme), indépendamment d'une réponse de l'apprenant ;
 - ou réponse de l'apprenant à une tâche.
- la réponse de l'apprenant ;
- le profil de l'apprenant ;
- ce que l'on sait des erreurs des autres apprenants par rapport à la tâche travaillée.

C'est sur la base de ces critères que nous avons construit l'arbre de décision présenté figure 5. Les différents parcours de cet arbre permettent de définir onze feuilles qui correspondent chacune à une situation dans notre environnement. Par exemple, la feuille 6 correspond à une

situation où l'apprenant a répondu à la tâche, sa réponse est incorrecte mais il n'y a pas d'erreur identifiée associée à sa réponse, son mode de justification est 0 ou 1¹, et enfin il existe une erreur identifiée qui est dominante parmi les autres utilisateurs ayant résolu une tâche de la famille de tâches traitée par l'apprenant.

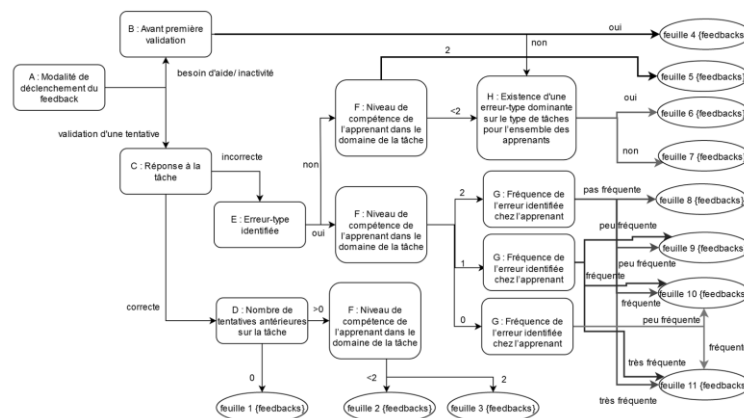


Figure 5. – Arbre de décision des rétroactions.

À chaque feuille est associé un certain nombre de rétroactions. Il s'agit, parmi les rétroactions disponibles, de celles qui sont évaluées par les didacticiens et didacticiennes comme cohérentes par rapport au chemin parcouru pour aboutir à la feuille. Une même rétroaction peut être associée à plusieurs feuilles.

C'est la description de la rétroaction selon le modèle présenté dans la section précédente qui guide ce travail d'association rétroaction - feuille. Une fois celui-ci réalisé, au sein de chaque feuille, des pondérations sont associées à chaque rétroaction afin de pouvoir déterminer un ordre permettant de les décider².

Une hypothèse forte globale peut être formulée de la manière suivante :

- un contenu relatif aux justifications sera *a priori* plus efficace pour un élève possédant un mode de justification élevé et favorise l'apprentissage ;
- un contenu portant sur les procédures sera *a priori* plus adapté pour un élève possédant un mode de justification faible et favorise la réussite de la tâche.

4. Décision et IA

La décision de la rétroaction se déroule dans un contexte caractérisé par de nombreuses incertitudes. Certaines sont fortement contingentes à l'ENA et à la qualité des informations que l'on peut obtenir :

- le diagnostic relatif à la réponse de l'apprenant ;
- la précision de la connaissance que l'on a du profil de l'apprenant en particulier lors des premiers temps d'utilisation de la plateforme par lui ;
- les rétroactions effectivement disponibles dans l'ENA ;
- la forme des rétroactions produites dans l'ENA MindMath.

D'autres incertitudes ont des origines extrinsèques aux qualités de l'ENA. Ainsi la qualité de la modélisation du savoir et de l'analyse *a priori* permettant d'identifier les erreurs possibles

¹ Par rapport au modèle didactique de l'apprenant, le mode de justification 0 correspond à un mode ancien, le mode de justification 1 à un mode en cours de construction et le mode de justification 2 à un mode attendu.

² Un apprenant peut bénéficier de plusieurs rétroactions consécutives, la même feuille peut donc être obtenue plusieurs fois lors de la résolution d'une tâche. Dans la plateforme MindMath nous avons choisi de ne pas proposer deux fois la même rétroaction à un apprenant lors de la réalisation d'une tâche.

impacte fortement la pertinence des informations dont dispose le système pour décider les rétroactions. Le faible nombre de travaux sur l'effet des rétroactions, en particulier dans un ENA, rend difficile d'étayer *a priori* les hypothèses présentées dans la section 3. De même, si l'effet de la rétroaction sur la réussite immédiate de la tâche est relativement aisé à déterminer, son effet sur l'apprentissage est nettement plus complexe à définir et observer, alors qu'il s'agit d'un élément crucial pour la décision de la rétroaction.

Enfin, comme le signale Rezat (2021), il est de toute façon difficile de déterminer l'usage et l'effet effectif fait par l'apprenant des rétroactions proposées : *“no matter how carefully the tasks in e-textbooks and the feedback messages are designed, it is very likely that they still contain irrelevant information, which might become salient in students' solution processes. Therefore, tasks, feedback messages, and diagrams need to be designed very carefully and as unambiguously as possible”* (Rezat, 2021, p. 1443).

L'ensemble de ces incertitudes nous a amenés à réinterroger cette question de la décision par le moyen d'algorithmes d'intelligence artificielle. Nous détaillons dans Jolivet et al. (2022) les raisons qui nous ont conduits à considérer des algorithmes de type apprentissage par renforcement. Le principe général est qu'à un instant donné, le système dispose d'informations sur le triplet $\langle A|R|T \rangle$ où A est l'état de l'apprenant, R la résolution proposée par l'apprenant et T les caractéristiques didactiques de la tâche travaillée. Comme évoqué précédemment, ces informations sont parcellaires ou incertaines. À partir des informations disponibles, le système va décider une rétroaction à l'instant t . Cette rétroaction va modifier l'état du triplet $\langle A|R|T \rangle$ à l'instant $t+1$. C'est en fonction de cette modification que le système va évaluer la pertinence de la rétroaction décidée. Cette évaluation va permettre d'attribuer une récompense, positive ou négative, à la rétroaction décidée pour le contexte de décision. Le fonctionnement global du modèle d'apprentissage par renforcement est présenté dans la figure 6.

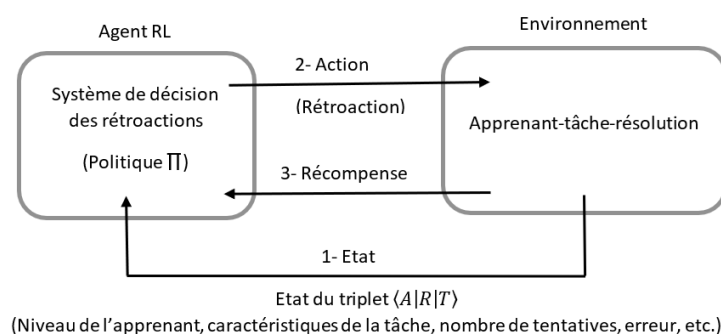


Figure 6. – Modèle d'apprentissage d'un agent logiciel.

Nous ne détaillons pas ici ce processus. Nous pointons uniquement les enjeux principaux à l'articulation entre didactique et informatique.

Premièrement, d'un point de vue informatique, suite à un grand nombre d'utilisations, le système va tendre vers une certaine stabilité et permettra ainsi de déterminer quelle est la meilleure rétroaction dans un contexte donné. Ceci étant, pour que cette stabilisation ait un sens, il est tout d'abord nécessaire que les rétroactions proposées soient mathématiquement et didactiquement pertinentes. Le travail de modélisation du savoir et des erreurs, réalisé en amont par les didacticiens et didacticiennes, est donc fondamental.

Deuxièmement c'est un gain important pour ce type d'algorithme que de pouvoir démarrer avec des premières données, permettant ainsi que les premières décisions ne relèvent pas uniquement de l'aléatoire (ce qui pourrait générer des situations potentiellement dépourvues de sens). Les hypothèses didactiques posées dans la section 3, en dépit de leur limite, permettent d'aider au démarrage de l'algorithme.

Enfin, le choix de la fonction qui calcule les récompenses après chaque décision, doit être significatif du point de vue des apprentissages. D'une manière caricaturale, il est presque assuré

qu'une rétroaction qui présente la solution intégrale de la tâche, avec un simple travail de recopiage par l'apprenant, va permettre d'obtenir de très bons résultats du point de vue de la résolution de la tâche à l'étape suivante. Cependant, il n'est pas pertinent d'attribuer une récompense forte à une telle rétroaction dont l'effet sur l'apprentissage est nettement plus incertain. À nouveau, l'articulation entre l'analyse didactique des rétroactions et les connaissances informatiques sur les fonctions de récompense dans d'autres situations doit permettre d'avancer plus rapidement vers la définition d'une fonction de récompense pertinente.

5. Conclusion et perspectives sur les rétroactions

Lors de cette deuxième séance du TD, nous avons donc présenté les enjeux relatifs à la mise en place de rétroactions épistémiques dans l'environnement MindMath.

En complément de tous les défis scientifiques abordés dans les sections précédentes, nous sommes confrontés à ce stade de notre travail à deux obstacles significatifs pour poursuivre l'avancée du travail : d'une part, les limites fonctionnelles de la plateforme ne nous permettent pas de déployer des expérimentations à grande échelle, pourtant nécessaires pour recueillir des données et faire fonctionner l'algorithme d'apprentissage par renforcement. D'autre part, il y a une réelle difficulté dans la production effective des rétroactions à partir du modèle avec des contraintes, à la fois éditoriales et techniques, qui émergent à l'occasion de cette étape. Ces contraintes, qui ne peuvent être gérées par les laboratoires de recherche dans le cadre d'un tel projet, ont amené à la production de rétroactions qui, d'un simple point de vue ergonomique, posent un certain nombre de problèmes (affichage non dynamique, volume d'informations dans une rétroaction trop important, juxtaposition impossible de la zone de travail élève avec la rétroaction...). D'un point de vue expérimental il sera donc nécessaire de questionner les effets qui relèvent des aspects ergonomiques et ceux qui sont effectivement liés au contenu des rétroactions elles-mêmes.

La principale perspective est maintenant de pouvoir mettre en place des expérimentations à la fois qualitatives pour travailler sur la réception et l'utilisation individuelle des rétroactions dans des contextes contrôlés, et quantitatives pour permettre d'exploiter et évaluer les deux algorithmes, fondé sur les hypothèses didactiques pour le premier et mobilisant des techniques d'IA pour le second.

SEANCE 3 - MODELISATION DU SAVOIR DANS UNE ONTOLOGIE ET EXPLOITATIONS

Lors de cette troisième séance du TD, nous avons abordé un élément transversal au projet MindMath, dont les potentialités sont d'ailleurs plus vastes que celles exploitées à ce jour. En effet, dans le cadre du projet, nous avons conçu et implémenté une ontologie qui explicite la modélisation praxéologique. L'organisation hiérarchique des tâches, des familles de tâches, des types de tâches et des générateurs ainsi que des relations sémantiques entre les éléments de la modélisation praxéologique tels que les variables didactiques de portée et de complexité ont été explicitées et réifiées au sein de ce modèle ontologique. Ce troisième TD était l'occasion de présenter ce travail.

Notre conception des ontologies rejoint celle de Gruber (1993). En effet, nous avons conçu cette ontologie comme une description explicite de concepts d'une part permettant l'opérationnalisation du modèle praxéologique en vue de prises de décisions automatiques (adaptation de parcours, décision de rétroactions, etc.) et d'autre part, facilitant la communication entre les différents acteurs humains impliqués dans le projet. En effet, l'aspect formel et consensuel des ontologies permet à la fois la communication entre les différentes

applications composantes d'un EIAH mais aussi favorise la communication entre personnes issues de disciplines différentes (didacticiens, informaticiens cogniticiens, enseignants, etc.).

Le travail de conception avec les didacticiens a permis d'extraire les concepts les plus pertinents pour une représentation en machine. Des décisions de simplification du modèle praxéologique et parfois même de retrait de certains concepts ont été prises conjointement entre informaticiens et didacticiens. Néanmoins, des règles de design ontologique (Lima et al., 2010 ; Sure et al., 2002) ont été appliquées pour faire en sorte que l'ontologie obtenue soit aisément extensible en vue d'intégrer de nouveaux concepts le cas échéant.

Deux applications concrètes ont guidé ce travail de modélisation : l'aide à la décision des rétroactions (boucle courte) qui a été présentée lors de la séance 2 et la recommandation adaptative de tâches (boucle longue).

1. Modélisation du savoir et design ontologique

Comme nous l'avons illustré sur le cas de la géométrie et de l'algèbre lors de la première séance, nous avons réalisé une modélisation du savoir allant du niveau du domaine au niveau des familles de tâches. Cette modélisation contient les éléments hiérarchiquement reliés aux types de tâches tels que les domaines mathématiques, les générateurs de types de tâches, les genres de tâches mais aussi les variables caractérisant les familles de tâches (leurs portée et complexité) et celles caractérisant leurs types. Chaque famille de tâches et chaque type de tâches est décrit par une combinaison de variables qui peuvent être reliées entre elles. Ces liens servent à inférer, entre autres, des relations d'inclusion ou de complémentarité entre les familles de tâches, utiles lors de la recommandation adaptative des tâches aux apprenants.

D'autres concepts tels que les erreurs, les modes de justification des élèves, les techniques (procédures) et les technologies (justifications) ainsi que leur périmètre de validité ou d'invalidité ont été modélisés et reliés aux variables de tâches. Ces éléments sont, quant à eux, utiles lors du diagnostic des erreurs, à la fois pour la décision des rétroactions mais aussi pour la recommandation des tâches.

Plusieurs itérations ont été nécessaires pour trouver un modèle qui soit suffisamment simple à représenter en machine et suffisamment précis du point de vue de la modélisation didactique. La figure 7 est le modèle qui a été produit avant la phase d'implémentation.

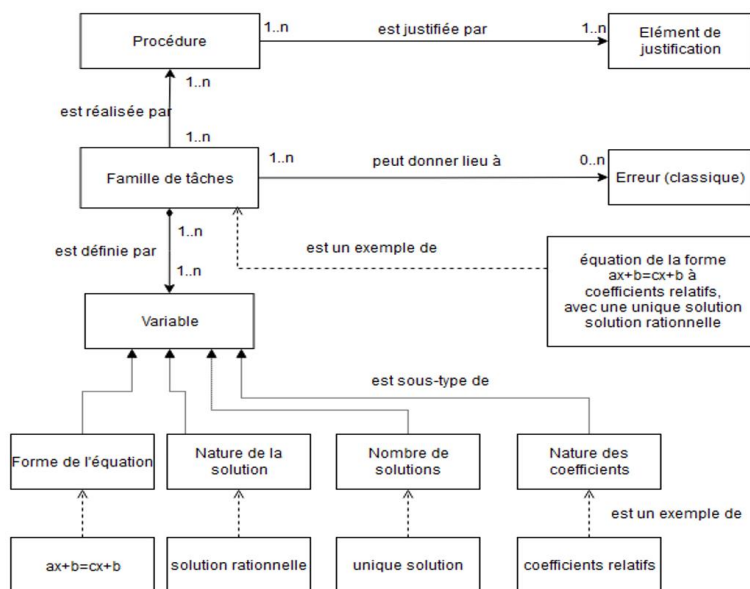


Figure 7. – Diagramme de classes en vue d'une opérationnalisation sous la forme d'une ontologie. Exemple dans le cas des équations du 1^{er} degré.

Une fois le modèle stabilisé, la phase d'implémentation du modèle en OWL³ a débuté. Cette phase a été très riche en échanges entre didacticiens et informaticiens qui ont fait évoluer davantage le modèle. Un travail de modélisation supplémentaire a été nécessaire pour enrichir les relations entre les concepts du modèle en vue des inférences souhaitées en lien avec les applications potentielles de l'ontologie. Comme exemple d'application on pourra citer la recherche de l'existence de techniques concurrentes (Kaspary et al., 2020) et ses applications (Vu & Tchounikine, 2020).

La Figure 8 est un extrait du diagramme de classes produit en vue de l'opérationnalisation du modèle praxéologique en mathématiques. Plusieurs versions de ce modèle conceptuel ont été produites et archivées dans un but de capitalisation et de maintenabilité de l'ontologie implémentée.

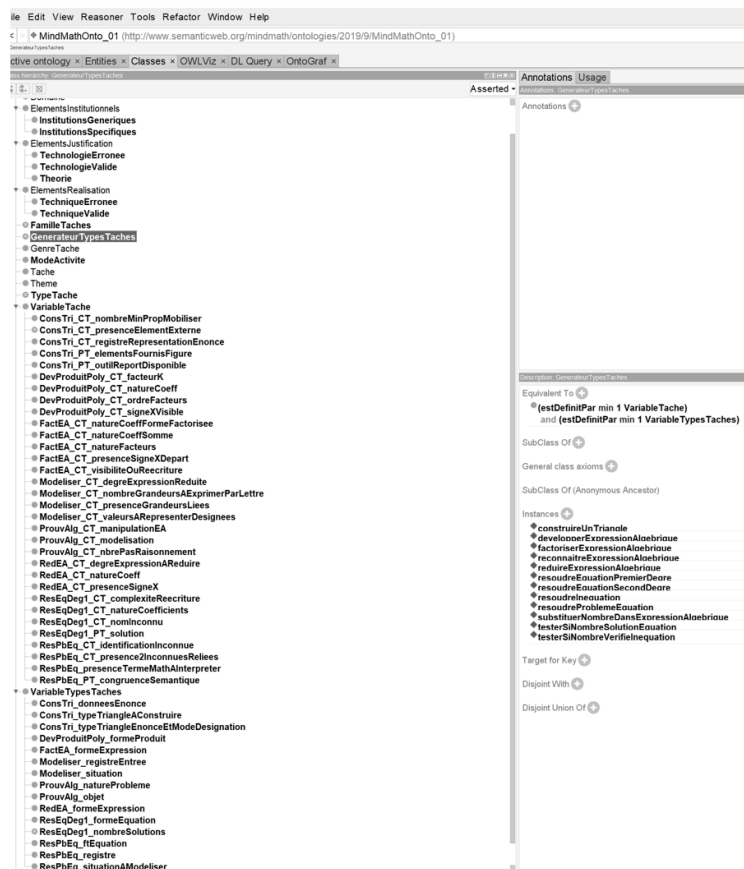


Figure 8. – Extrait de l'ontologie modélisation le modèle praxéologique (implémentée dans l'environnement Protégé, <https://protege.stanford.edu/>).

2. Exemples d'utilisations et d'extraction de connaissances ontologiques

Deux applications majeures ont guidé le travail de modélisation du modèle praxéologique :

- Aider à la décision des rétroactions (en boucle courte) : il s'agit de la sélection en ligne du contenu de la rétroaction en fonction de la tâche, du mode de justification de l'élève, de son erreur, etc. Le modèle des rétroactions décrit lors de la séance 2 combiné aux éléments de l'ontologie permet de décider le type et le contenu de la rétroaction la plus adaptée.

³ Web Ontology Language : langage permettant de définir des ontologies

- Aider à la recommandation de tâches (en boucle longue) : il s'agit de sélectionner la prochaine tâche à soumettre à l'apprenant. Les liens explicités entre les familles de tâches et les types de tâches grâce aux variables didactiques permettent d'inférer un ordre partiel entre les tâches.

Dans le cadre de la troisième séance de TD, un outil a été développé pour nous permettre d'expliquer le potentiel d'une telle modélisation ontologique, et ceci au-delà du cas MindMath. Il s'agit d'un moteur de requêtes SPARQL qui permet d'extraire, d'inférer et d'afficher des connaissances répondant à un besoin explicité par des usagers sous forme de requêtes SPARQL. Cet outil pourrait être amélioré avec une interface homme-machine (IHM) adaptée à des utilisateurs non-initiés au langage SPARQL sous la forme d'un formulaire par exemple. La Figure 9 est une capture d'écran des résultats de deux requêtes formulées vis-à-vis de l'ontologie MindMath. Il s'agit (A) d'extraire à partir d'une famille de tâches donnée (ici factoriser une expression algébrique) les familles de tâches génériques et (B) d'extraire les techniques relatives à une famille de tâches donnée (ici développer le produit de deux polynômes) et leurs variables de tâches.

A

VAR1
factIEA_ft.2.2
factIEA_ft.2.1

B

VAR1	VAR2	VAR3
devProduitPoly_nc_N	tech_dev_additer	Technique de simple distributivité réalisée par additions itérées*
devProduitPoly_nc_N	tech_dev_SD	Technique développement simple distributivité*
devProduitPoly_of_monomeXPoly	tech_dev_additer	Technique de simple distributivité réalisée par additions itérées*
devProduitPoly_of_monomeXPoly	tech_dev_SD	Technique développement simple distributivité*
devProduitPoly_sxV_tous	tech_dev_additer	Technique de simple distributivité réalisée par additions itérées*
devProduitPoly_sxV_tous	tech_dev_SD	Technique développement simple distributivité*
devProduitPoly_Rc_n1N6-1	tech_dev_additer	Technique de simple distributivité réalisée par additions itérées*
devProduitPoly_Rc_n1N6-1	tech_dev_SD	Technique développement simple distributivité*

Figure 9. – Deux exemples de requêtes en utilisant le moteur de requêtes SPARQL.

3. Conclusion et perspectives sur la modélisation du savoir

Le travail présenté lors de cette troisième séance du TD avait comme objectif de présenter la réification du modèle didactique, présenté lors de la première séance du TD, à travers une ontologie. Nous avons également voulu montrer le potentiel d'une telle modélisation pour la mise en œuvre à terme d'un EIAH adaptatif.

Il est vrai que ce travail de design ontologique peut être considéré comme chronophage et éprouvant mais les bénéfices, en termes d'application et usages potentiels nous semblent sans commune mesure avec l'effort déployé. En outre, ce travail d'explicitation et de formalisation mené entre informaticiens et didacticiens est crucial pour instaurer une compréhension commune et un vocabulaire partagé, nécessaires au travail collaboratif entre disciplines.

Ce travail de modélisation évoluera certainement avec les usages qu'on voudra mettre en place dans l'EIAH mais le travail de design que nous avons suivi devrait rendre cette évolution maîtrisée en termes de temps et d'effort.

CONCLUSION GENERALE DU TD

Le travail réalisé au sein du projet MindMath a permis de mettre en évidence la richesse, mais aussi les complexités, offerte par un contexte qui fait travailler ensemble des partenaires scientifiques et industriels. Nous concentrons ces quelques lignes de conclusion sur les aspects liés à la collaboration scientifique entre deux équipes de recherche, l'une en didactique, l'autre en informatique.

Comme nous avons pu le constater dans ce TD ce travail de collaboration a nécessité pour les deux partenaires, didacticiens et informaticiens, de faire des efforts d'explicitation et de

formalisation des concepts et objets manipulés. Ce travail a été rendu possible par une confiance réciproque, notamment construite lors de collaborations antérieures, et un respect du champ de compétences des différents partenaires. Il est aussi notable que chaque partenaire a avancé sur des questions de recherche propres à chaque domaine scientifique mais que cette collaboration a amené à la construction d'objets (modèle de rétroactions, ontologie par exemple) qui sont maintenant des objets communs aux deux champs.

Les perspectives ouvertes sont au moins aussi riches que les premiers résultats obtenus. A titre d'exemple l'utilisation de l'IA pour la décision des rétroactions mobilise l'expertise didactique pour aborder le problème de l'initialisation du processus, l'IA permettant ensuite d'aborder à une large échelle un problème complexe pour lequel les certitudes sont faibles en didactique et les résultats obtenus devraient permettre d'adresser de nouvelles questions à la recherche en didactique.

LE POINT DE VUE DE PHILIPPE R. RICHARD

Note : Philippe R. Richard nous a fait le plaisir de participer aux trois séances du TD, il a accepté de nous livrer un texte relatif au regard qu'il a porté sur ce TD. Nous le reproduisons ici.

Si l'enseignant de mathématique a la responsabilité de faire faire des mathématiques aux élèves, ce n'est pas parce qu'il transmet des connaissances prédéterminées comme on transmet des règles du code de la sécurité routière. On sait depuis longtemps que l'apprentissage des mathématiques passe essentiellement par la résolution de problèmes, car ce sont eux qui motivent l'apprentissage et qui permettent aux connaissances d'évoluer. Un projet comme MindMath se fonde sur cette idée en situant les problèmes dans des tâches qui se laissent évaluer et qui donnent, dans l'usage, de l'information pour accommoder des parcours d'apprentissage à chaque élève. À terme, le projet vise l'intelligence d'un système qui saurait s'adapter à un modèle d'apprentissage humain. Le défi est lancé.

Dans sa version actuelle, les tâches implémentées engagent des compétences mathématiques de premiers niveaux. On pourrait critiquer ce choix sur un plan proprement didactique. En effet, lorsqu'on veut concevoir un système d'apprentissage et d'évaluation qui s'adapte à l'élève, on souhaiterait (dans l'absolu) pouvoir se lancer dans des activités complexes. Cependant, dès qu'on veut obtenir des résultats concrets, il faut réussir une sorte de quadrature du cercle, c'est-à-dire trouver le moyen de joindre la pensée éclatée typique de la résolution de problèmes avec le déterministe incontournable de la programmation informatique. Comment alors y arriver, sans tomber dans le piège de la prescription de solutions prévues à l'avance ou de l'évaluation qui mesure un écart entre les opérations de l'élève et une solution idéale ? Le choix des types de tâches du projet MindMath offre une perspective éclairante qui rapproche le modèle didactique au modèle de l'apprenant à l'aide d'un outil diagnostique supporté par un modèle praxéologique de référence. La difficulté se déplace d'abord en amont : elle vient du choix des tâches particulières, car ce sont elles qui permettent aux connaissances d'évoluer et sur lesquels portera l'évaluation. Autrement dit, en appuyant sur la qualité de ces tâches, on peut contrôler d'entrée de jeu les conceptions de l'élève susceptibles de s'y développer, avec des indicateurs de progression bien balisés qui demeurent en relation avec les connaissances véhiculées par les problèmes.

Comment alors articuler les rétroactions d'un système informatique lorsque l'élève se trompe ou lorsqu'il rencontre un obstacle ? Le processus de décision peut s'engager dans une approche symbolique où la rétroaction évalue en quelque sorte la réussite par rapport à la tâche. Cette information est accessible dès qu'on s'intéresse aux éléments fins et à la mécanique précise de la tâche, ce qui permet d'encourager ou de sanctionner l'élève dans sa progression

en constatant un écart par rapport à un système de corrections prédéterminées ou en comparant à un répertoire d'erreurs connues. En même temps, le processus de décision peut s'inscrire dans une dynamique de choix, plus proche de la complexité et surtout compatible avec l'incertitude typique de l'apprentissage humain. C'est un prolongement naturel qui accepte que la décision ne soit pas complètement calculable, parce qu'on accepte l'implication d'un risque sous-jacent, mais il s'agit quand même d'un risque calculé fondé sur l'action de l'élève. Le pari du projet MindMath est de joindre les avantages du contrôle sur la tâche à la nécessité de rendre compte de l'apprentissage sur deux plans, celui de la machine et surtout, celui de l'humain.

La qualité des rétroactions est fondamentale et dépend crucialement du frottement entre les modèles didactiques et informatiques. Par exemple, le caractère de généralité des rétroactions a-t-il besoin de l'énoncé des tâches, du sens des actions ou des significations véhiculées au cours de la résolution, ou s'agit d'invariants transposables d'un énoncé à l'autre, sinon des catégories ? Comment s'assurer que les rétroactions informatiques ne donnent pas les réponses en même temps que le questionnement supposé du point de vue de la connaissance visée à travers le modèle didactique ? En ce moment, la rétroaction du modèle entre dans une dynamique de récompenses, avec les facteurs de pondération, que l'on tente de faire converger pour marquer l'apprentissage. On aurait ainsi un investissement en vue des nouvelles tâches sur le plan d'un ensemble d'états qui donne de l'information sur la tâche en jeu, le processus de résolution et sur le profil de l'apprenant. Dans le système informatique actuel, l'algorithme d'apprentissage ne donne pas d'information à l'arbre de décision, ce sont les états de l'apprenant qui nourrissent l'arbre. On suppose que la convergence a lieu d'entrée de jeu par la génération de tâches similaires pour des problèmes voisins à partir d'un modèle coconstruit entre didacticiens et informaticiens. Cette démarche est tout à fait naturelle, comme nous le rappelle (Balacheff, 2005) :

« Quand on s'intéresse non seulement aux théories didactiques, mais aussi à la construction des Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (EIAH), ces questions s'imposent d'une façon très concrète puisqu'il faut aboutir à des éléments calculables par une machine. Notamment, ce qui permet de reconnaître une connaissance et de l'opposer à une autre demande de comprendre ce qui, parmi les productions identifiables par la machine, peut-être considéré comme appartenant à un modèle donné a priori ; il faut, en quelque sorte, automatiser l'analyse a priori, composante classique de la didactique des mathématiques. Plus encore, les moyens d'observation et d'analyse du chercheur-observateur doivent être modélisés et implémentés pour qu'une machine, d'une certaine façon, joue son rôle dans l'interprétation des connaissances ».

Les rapports entre l'apprentissage et la décision demeurent toutefois l'avenue royale pour se rapprocher de la complexité. Le projet MindMath permet certainement de tabler sur l'information des états pour dynamiser l'algorithme de décision à partir de l'apprentissage. Ce travail n'est pas encore fait, mais il est possible. Le véritable défi à venir est plutôt de profiter conjointement de l'apprentissage de l'élève et celui de la machine avec les moyens offerts par l'intelligence artificielle. Certaines techniques informatiques de l'IA sont maintenant bien connues, mais elles oublient généralement en amont l'humain qui utilise la machine, contrairement aux modèles de MindMath. S'il faut maintenant trouver le moyen de répondre à comment l'intelligence artificielle peut servir l'apprentissage humain mathématique (Richard et al., 2022), il est sûr que l'interaction humain-machine doit être au cœur de la problématique et on ne doit surtout pas laisser les informaticiens agir seuls. Cela peut paraître une évidence, mais dès qu'il s'agit de répartir des moyens sociaux pour développer des systèmes utiles, il semble qu'un autoritarisme technologique s'installe au détriment du service pour tous à l'humain.

RÉFÉRENCES

- BOSCH, M., & GASCON, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. In A. Mercier & C. Margolinas (Éds.), *Balises pour la didactique des mathématiques : Cours de la 12^e école d'été de didactique des mathématiques* (p. 107-122). La Pensée Sauvage, Grenoble.
- BROOKS, C., CARROLL, A., GILLIES, R. M., & HATTIE, J. (2019). A matrix of feedback for learning. *Australian Journal of Teacher Education (Online)*, 44(4), 14-32.
- CASTELA, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherche en didactique des mathématiques*, 28(2), 135-182.
- CHAACHOUA, H. (2018). T4TEL : Un cadre de référence pour la formalisation et l'extension du modèle praxéologique. *Actes du 6^e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique*. Actes du 6^e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique (CITAD6), Autrans.
- CHAACHOUA, H., & BESSOT, A. (2019). La notion de variable dans le modèle praxéologique. *Educação Matemática Pesquisa : Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 21, 234-247. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i4p234-247>
- CHEVALLARD, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-265.
- DELOZANNE, É., PREVIT, D., GRUGEON-ALLYS, B., & CHENEVOTOT-QUENTIN, F. (2010). Vers un modèle de diagnostic de compétence. *Technique et Science Informatiques*, 29(8), 899.
- DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37-65.
- GRAPIN, N., & GRUGEON-ALLYS, B. (2018). Approches psychométrique et didactique de la validité d'une évaluation externe en mathématiques : Quelles complémentarités et quelles divergences ? *Mesure et évaluation en éducation*, 41(2), 37-66.
- GRUBER, T. R. (1993). A translation approach to portable ontology specifications. *Knowledge Acquisition*, 5(2), 199-220. <https://doi.org/10.1006/knac.1993.1008>
- GRUGEON-ALLYS, B. (2016). Modéliser le profil diagnostique des élèves dans un domaine mathématique et l'exploiter pour gérer l'hétérogénéité des apprentissages en classe : Une approche didactique multidimensionnelle. *e-JIREF*, 2(2), 63-88.
- GRUGEON-ALLYS, B., PILET, J., CHENEVOTOT-QUENTIN, F., & DELOZANNE, E. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques, Numéro spécial hors-série, Enseignement de l'algèbre élémentaire : bilan et perspectives*, 137-162.
- HATTIE, J., & TIMPERLEY, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81-112. <https://doi.org/10.3102/003465430298487>
- JOLIVET, S., & GRUGEON-ALLYS, B. (2022). Modélisation de parcours d'apprentissage adaptés à l'apprenant dans un EIAH. *Actes de la 7^e conférence internationale sur la théorie anthropologique du didactique (CITAD7)*, 92-106.
- JOLIVET, S., LESNES-CUISINIEZ, E., & GRUGEON-ALLYS, B. (2021). Conception d'une plateforme d'apprentissage en ligne en algèbre et en géométrie : Prise en compte et apports de modèles didactiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 26, 117-156.
- JOLIVET, S., YESSAD, A., MURATET, M., LESNES-CUISINIEZ, E., GRUGEON-ALLYS, B., & LUENGO, V. (2022). Rétroactions dans un environnement numérique d'apprentissage : Modèle de description et décision. *STICEF*, 29(2).
- KASPARY, D., CHAACHOUA, H., & BESSOT, A. (2020). Qu'apporte la notion de portée de portée d'une technique à l'étude de la dynamique praxéologique ? *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives*, 25, 243-269.
- LESNES-CUISINIEZ, E. (2021). *Modélisation didactique de parcours d'apprentissage dans un EIAH pour l'entrée dans le raisonnement géométrique au cycle 4, en appui sur les problèmes de construction de figures planes* [Thèse de doctorat]. Université de Paris.
- LIMA, J. F., AMARAL, C. M. G., & MOLINARO, L. F. R. (2010). Ontology : An analysis of the literature. *International Conference on ENTERprise Information Systems*, 426-435.
- REZAT, S. (2021). How automated feedback from a digital mathematics textbook affects primary students' conceptual development : Two case studies. *ZDM – Mathematics Education*, 53(6), 1433-1445. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01263-0>
- RICHARD, P. R., VÉLEZ, M. P., & VAN VAERENBERGH, S. (2022). Mathematics education in the age of artificial intelligence. *How artificial intelligence can serve the mathematical human learning*.
- ROBERT, A. (2008). *Une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe*. In F. Vandebrouck (Ed.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 33-41). Octares.
- RUIZ MUNZON, N. (2010). *La introducción del álgebra elemental y su desarrollo hacia la modelización funcional* [Thèse de doctorat]. Universitat Autònoma de Barcelona.
- SMALL, M., & LIN, A. (2018). Instructional feedback in mathematics. In A. Lipnevich & J. Smith (Éds.), *The Cambridge handbook of instructional feedback* (p. 169-190). Cambridge University Press.
- STOBART, G. (2018). Becoming Proficient : An Alternative Perspective on the Role of Feedback. In A. A. Lipnevich & J. K. Smith (Éds.), *The Cambridge Handbook of Instructional Feedback* (1^{re} éd., p. 29-51). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781316832134.004>
- SURE, Y., ERDMANN, M., ANGELE, J., STAAB, S., STUDER, R., & WENKE, D. (2002). OntoEdit : Collaborative ontology development for the semantic web. *International semantic web conference*, 221-235.
- TESSIER-BAILLARGEON, M., LEDUC, N., RICHARD, P. R., & GAGNON, M. (2017). Etude comparative de systèmes tutoriels pour l'exercice de la démonstration en géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 22, 91-117.
- VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(23), 133-170.
- VU, T. M. H., & TCHOUNIKINE, P. (2020). Supporting teacher scripting with an ontological model of task-technique content knowledge. *Computers & Education*, 163, 104098.

Vandebrouck, F., Emprin, F., Ouvrier-Bufferet, C. & Vivier, L. (dir.) (2023). Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques - Preuve, Modélisation et Technologies Numériques. Volume des ateliers des actes de EE21.

WISNIEWSKI, B., ZIERER, K., & HATTIE, J. (2020). The power of feedback revisited : A meta-analysis of educational feedback research. *Frontiers in Psychology, 10*, 3087. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.03087>

