

RESSOURCES NUMERIQUES POUR L'ENSEIGNEMENT ET L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

Xavier Nicolas*, Christian Mercat**, Sébastien Jolivet***, Jana Trgalová**

RÉSUMÉ

Les trois séances de ce TD abordent différents aspects liés aux ressources en général et aux ressources numériques en particulier. La première séance, animée par Xavier Nicolas, s'intéresse à la relation chercheur-praticien dans le cadre des problématiques didactiques de conception, évaluation et appropriation de ressources numériques, sur le fond de l'utilisation d'un environnement de réalité virtuelle. Durant la deuxième séance, Christian Mercat propose une réflexion sur la conception de ressources à partir d'un générateur de tâches proposé dans *MathCityMap*, un dispositif d'apprentissage de mathématiques innovant soutenu par la technologie mobile. La troisième séance, animée par Sébastien Jolivet, aborde la question de la description de ressources, en particulier lorsqu'il s'agit d'articuler les contraintes liées à la description d'un volume important de ressources dans des domaines mathématiques différents, tout en assurant une certaine qualité didactique à cette description. Les trois TD invitent les participants à porter un regard didactique sur ces diverses problématiques liées aux ressources numériques.

Mots-clefs : Ressource numérique, indexation, réalité virtuelle, rallye mathématique géolocalisé

ABSTRACT

The three sessions of this workshop address different aspects related to resources in general and digital resources in particular. The first session, led by Xavier Nicolas, focuses on the researcher-practitioner relationship in the context of didactic issues of design, evaluation and appropriation of digital resources, with the background use of a virtual reality environment. During the second session, Christian Mercat offers a reflection on the design of resources using a task generator proposed in *MathCityMap*, an innovative mathematics learning device supported by mobile technology. The third session, moderated by Sébastien Jolivet, addresses the question of the description of resources, in particular when it comes to articulating the constraints linked to the description of a large number of resources in different mathematical fields, while ensuring a certain didactic quality to this description. The three sessions invite participants to take a didactic look at these various issues related to digital resources.

Keywords: Digital resource, indexation, virtual reality, geolocalized mathematical trail

INTRODUCTION

Les trois séances de ce TD permettent d'aborder différents aspects liés aux ressources en général et aux ressources numériques en particulier.

Lors de la première séance, Xavier Nicolas propose aux participants de s'intéresser à la relation chercheur-praticien dans le cadre des problématiques didactiques de conception, évaluation et appropriation de ressources numériques pour l'enseignement et l'apprentissage en mathématiques. Il exploite pour cela l'approche « recherche orientée par la conception » (Sanchez et Monod-Ansaldi, 2015). Cette réflexion générale est appuyée sur le travail de réalisation effective d'une ressource pour l'enseignement de la géométrie dans l'espace à l'aide de la technologie, encore peu exploitée en classe, de la réalité virtuelle. Lors de l'atelier, les participants vivent une étape cruciale de la conception collaborative de ressources, celle de révision collective de la ressource qui vise l'identification d'éventuels points critiques (difficultés, implicites, imprécisions...). Ce travail est soutenu par la carte d'expérience (Sperano et al., 2019), outil méthodologique retraçant les divers aspects et choix de conception de la ressource.

Durant la deuxième séance, Christian Mercat propose une réflexion sur un dispositif d'apprentissage des mathématiques innovant soutenu par la technologie mobile. Le dispositif *MathCityMap* s'appuie d'une part sur une application web permettant aux enseignants de concevoir des tâches nécessitant une prise d'informations dans l'espace environnant, et d'autre part sur une application sur smartphone qui permet aux élèves de résoudre des tâches proposées

* INSPE, Université Clermont Auvergne

** LDAR, Université de Paris & IUFE, Université de Genève

*** LDAR, Université de Paris et LIP6, Sorbonne Université

dans un parcours géolocalisé. Les participants sont invités à porter un regard didactique sur le générateur de tâches sur le portail afin d'en analyser la qualité.

Lors de la troisième séance, Sébastien Jolivet aborde la question de la description des ressources, en particulier lorsqu'il s'agit d'articuler les contraintes liées à la description d'un volume important de ressources dans des domaines mathématiques différents, tout en assurant une certaine qualité didactique à cette description. Les participants sont d'abord invités à réfléchir sur des critères didactiques de description de ressources d'apprentissage (numériques ou non), ce qui suscite des questionnements sur ce qu'est une ressource, sur la finalité de leur description (pour qui, pour quoi faire). En guise de réponse à ces questions, Sébastien présente quelques réflexions sur les enjeux de descriptions de ressources et sur les approches qu'il a développées dans divers projets.

Ce TD, à travers les trois ateliers à la fois différents et complémentaires, a permis d'aborder et d'approfondir des questionnements relatifs aux ressources, numériques ou non : leur conception, description et évaluation.

CONCEPTION, EVALUATION, APPROPRIATION D'UNE RESSOURCE MOBILISANT LA REALITE VIRTUELLE DEDIEE A L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE DANS L'ESPACE

Séance de TD animée par Xavier Nicolas

L'exploration des potentialités offertes par des formes didactiques nouvelles, comme celle liés à l'intégration des technologies numériques, bénéficie d'approches de recherche pragmatiques et impliquant une forte dimension collaborative entre chercheur et praticiens. S'inscrivant dans le paradigme des recherches de faisabilité (Astolfi, 1993) et des recherches collaboratives (Desgagné, 1997), la recherche orientée par la conception (Sanchez & Monod-Ansaldi, 2015) place la conception, l'évaluation et l'appropriation de ressources numériques au cœur du processus de recherche et de collaboration. Dans cet atelier, nous proposons d'illustrer ces principes autour d'une phase de design d'une ressource dédiée à l'enseignement de la géométrie dans l'espace et mobilisant un environnement de réalité virtuelle.

1. L'approche méthodologique Recherche Orientée par la Conception

La recherche orientée par la conception (ROC) est la dénomination dans le monde francophone proposée par Sanchez & Monod-Ansaldi (2015) pour Design-Based Research (DBR). Né au début des années deux mille, le collectif Design-Based Research Collective (2003) développe une vision de la recherche en éducation considérée comme une recherche appliquée et propose une synthèse de différents courants méthodologiques qui ont en commun d'afficher leurs visées pragmatiques et collaboratives :

“We define design-based research as a systematic but flexible methodology aimed to improve educational practices through iterative analysis, design, development, and implementation, based on collaboration among researchers and practitioners in real-world settings, and leading to contextually-sensitive design principles and theories. The five basic characteristics: (a) pragmatic ; (b) grounded ; (c) interactive, iterative, and flexible ; (d) integrative ; and (e) contextual” (Wang & Hannafin, 2005, p. 6-7).

Les approches DBR partagent de nombreux points communs avec l'ingénierie didactique (Artigue, 2020) mais dans la DBR le rôle du design est plus équilibré entre l'objectif de production de ressources pour faire évoluer l'enseignement et celui de production de connaissances, entre recherche fondamentale et développement. En effet si les visées de la ROC sont bien pragmatiques, car il s'agit de concevoir un dispositif techno-pédagogique, de produire des résultats pouvant éclairer la pratique, elles sont surtout heuristiques, car les

expérimentations qui sont conduites visent à éprouver les modèles théoriques élaborés par la recherche, à les raffiner et, éventuellement, à en construire de nouveaux. (Sanchez & Monod-Ansaldi, 2015). Un des enjeux pour la ROC est de parvenir à s'abstraire des contextes étudiés et à permettre une généralisation des résultats en identifiant des invariants et en s'assurant de la validité externe des résultats produits.

Une des caractéristiques principales de la ROC est sa dimension itérative et flexible. Le modèle SAM (Allen & Sites, 2012), met en relief ces itérations à plusieurs niveaux : au sein d'une même phase et entre les phases (Figure 1).

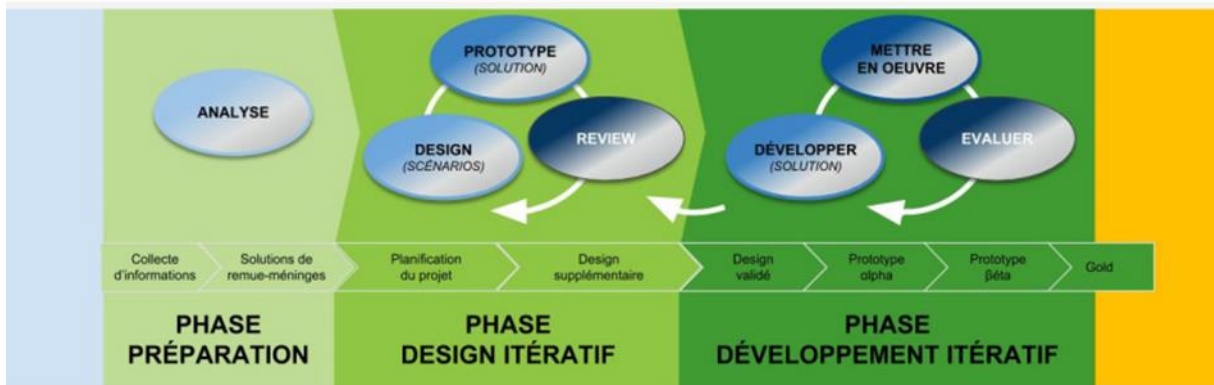


Figure 1. – Le modèle SAM (Successive Approximation Model) de Allen et Sites (2012)

La relation chercheur-praticien dans la ROC

La ROC permet de combiner les visées éducatives du praticien avec les moyens que le chercheur se donne pour comprendre les conditions de leur réalisation.

Le travail de conception, de mise en œuvre et d'analyse est de nature à permettre une évolution des praxéologies des chercheurs et des praticiens. Pour les chercheurs, le gain consisterait alors dans une meilleure compréhension théorique basée sur des travaux empiriques, dans une évolution de sa pratique de recherche ainsi que des avancées d'un point de vue méthodologique. Pour le praticien, les apports consistent dans une évolution de sa pratique ainsi que dans une meilleure compréhension des effets de cette pratique. Cela se traduirait donc par un développement professionnel. Le dispositif de recherche collaborative offre alors la possibilité de construire un espace interprétatif partagé dans lequel s'élabore progressivement un problème d'enseignement aux prises avec des enjeux de savoir et des contraintes de mise en œuvre qu'il s'agit justement de partager. Ce partage nécessite que les deux communautés : chercheurs et praticiens puissent s'accorder sur l'idée que certains objets leurs sont communs et qu'ils puissent développer un discours tant pratique que théorique sur ces objets. Le concept d'objet frontière (Trompette & Vinck, 2009) définit des « objets, abstraits ou concrets, dont la structure est suffisamment commune à plusieurs mondes sociaux pour qu'elle assure un minimum d'identité au niveau de l'intersection tout en étant suffisamment souple pour s'adapter aux besoins et contraintes spécifiques de chacun de ces mondes ». On retrouve cette idée dans l'objet biface (Marlot et al., 2017) qui organise la co-activité des enseignants et des chercheurs. Dans ces approches, le passage de frontières culturelles nécessite la médiation d'une personne appartenant aux deux communautés : le broker. Son rôle consiste alors à identifier les objets frontières, les différences de sens qu'ils portent, et à en informer le collectif pour faciliter la construction d'un sens partagé (Aldon et al., 2013).

2. Cadre théorique associé à la ressource mobilisée

Dans cet atelier, nous mobilisons une ressource numérique en réalité virtuelle dans le contexte des enseignements de la géométrie dans l'espace. Initialement cette ressource a été conçue pour développer chez les élèves une vision non iconique des représentations en perspective cavalière des prismes et des pyramides en développant des techniques de construction inédites de ces solides : la « construction dimensionnelle » (Nicolas & Trgalová, 2017). Nous nommons « construction dimensionnelle », le fait de générer un objet géométrique de dimension N à partir d'un objet de dimension $N-1$. Cette génération prend la forme d'un étirement d'une figure dans l'espace. Un segment peut être généré par l'étirement d'un point. Un prisme peut être généré par l'étirement d'un polygone.

Le design proposé dans l'atelier est la remobilisation de la technique de construction dimensionnelle des prismes et des pyramides dans le contexte des apprentissages du calcul du volume en 5ème et 4ème du collège. En effet, si les formules mathématiques nécessaires à ces calculs sont simples, leur mise en œuvre peut être problématique du fait de devoir identifier la base et la hauteur dans des représentations graphiques en perspectives cavalières. L'hypothèse des concepteurs de la ressource est que la construction dimensionnelle facilite l'identification des bases et de la hauteur des prismes et des pyramides et qu'elle participe également à la perception du concept de volume.

D'un point de vue scientifique, nous considérons l'environnement de réalité virtuelle comme un espace graphique (Perrin-Glorian et al., 2013) qui a la particularité d'être perçu comme un espace sensible par le sujet. En effet l'immersion et l'interaction pseudo naturelle des dispositifs de réalité virtuelle permettent l'émergence du sentiment de présence chez l'utilisateur, le sentiment authentique d'exister dans un monde autre que le monde physique où notre corps se trouve. L'utilisation du corps, comme principal moyen d'interaction dans les environnements de réalité virtuelle invite à considérer de manière central le rôle des expériences corporelles et kinesthésiques dans l'apprentissage des mathématiques (Arzarello & Robutti, 2008 ; de Freitas & Sinclair, 2014 ; Nemirovsky et al., 2004 ; Radford, 2009). En conclusion les environnements de réalité virtuelle nous amènent à considérer l'ensemble des ressources ou modalités mobilisés dans le processus d'apprentissage : communication symbolique orale et écrite, dessin, geste, manipulation d'artefacts matériels et numériques, mouvements du corps.

3. Mise en œuvre de l'atelier et analyses

Dans cet atelier, nous avons souhaité faire vivre aux participants un moment clé de la ROC, la phase design itératif (Figure 1) et plus particulièrement l'étape de *review*, c'est-à-dire l'évaluation du design. C'est en effet dans cette phase que les échanges entre chercheurs et praticiens sont particulièrement riches. Compte tenu des contraintes de temps de l'atelier, nous avons proposé aux participants de travailler à partir d'un design (scénario pédagogique et prototype de l'environnement virtuel dédié) conçu précédemment par des enseignants de mathématiques lors de cycle antérieur de design itératif. Les objectifs de l'atelier sont de :

- Permettre aux participants de s'approprier une technologie nouvelle à partir d'un design ayant déjà connu plusieurs cycles d'itération ;
- Faire émerger des points de friction concernant l'utilité, l'utilisabilité et l'acceptabilité du design en bénéficiant d'un regard neuf sur le design ;
- Favoriser l'émergence de discussions autour d'objets frontières.

Le dispositif

L’environnement virtuel est une scène 3D, construite avec l’application *Gravity Sketch*, un environnement de Conception Assistée par Ordinateur grand public et gratuit (Figure 2). L’environnement est accessible par un dispositif de réalité virtuelle (RV) immersif de type casque autonome. Nous avons utilisé le casque *Meta Quest 2* qui possède deux contrôleurs (un pour chaque main) et permet une manipulation et des déplacements dans une zone de 7m x 7m. L’ensemble des mouvements (tête, corps, mains) est capté par le casque (pas de dispositif externe de *tracking*) et retranscrit en temps réel dans l’environnement virtuel. La vision utilisateur est partagée sur un écran d’ordinateur pour une consultation par les observateurs extérieurs.

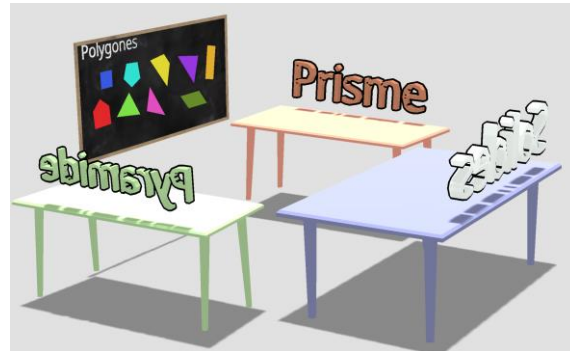


Figure 2. – Le prototype d’environnement virtuel dans l’application Gravity Sketch

Le scénario du design prend la forme d’une carte d’expérience. Une carte d’expérience est une représentation graphique et textuelle qui permet de décrire une expérience dans le temps avec un produit, un système ou un service (Kalbach, 2016). Elle peut être utilisée *a posteriori* pour analyser le réalisé ou de manière prospective pour la conception d’une situation ou d’une ressource. La carte est fournie aux groupes sous forme numérique, les participants peuvent interagir avec son contenu : modifier, ajouter des éléments.

	Activité 0 Prise en main		Activité 1 Génération des prismes/pyramides à partir d'un polygone			Activité 2 Tri de prismes Définir ident base	
Objectifs	Assimiler les commandes et les procédures à mobiliser pour réaliser les actions demandées	Se repérer dans l'environnement Identifier les différents espaces de travail	Générer des solides à partir d'un polygone	Un prisme est un solide dont les bases sont des polygones parallèles et identiques	Une pyramide est un solide dont la base est un polygone	Identifier un prisme une pyramide Définition des propriétés	
Tâches Enseignant	Description des contrôleurs utilisés : Gâchette (index) Grac (majeur) Bouton (pouce)	Tenir le casque pour montrer à l'écran les différentes zones	Faire formuler Générer un prisme, une pyramide Utilisation des gestes iconiques	Blocs iconique prisme : Remarque qu'on écrit Celle iconique pyramide : Une main ouverte, une main au pointeur sur l'écran	Faire décrire ce qui varie et ne varie pas aux élèves observateurs	Prise de notes au tableau pour phase institutionnelle	Questionner la classe sur la proposition de l'élève manipulant
Tâches Élève Manipulateur			Générer un prisme ou une pyramide à partir d'un polygone	Prendre un polygone et le déplacer dans la zone de manipulation	Editer le polygone Appliquer une transformation : étirement ou pincement	Déposer le solide dans la zone de stockage	Prendre un solide le poser sur sa base dans la zone correspondant à la nature
Manipulations techniques	Editer on/off = bits bleus	Possibilité de limiter		Placer la main sur l'objet désiré.	Entrée et sortie du mode édition	Placer la main sur l'objet désiré.	Placer la main sur l'objet désiré.

Figure 3. – Extrait de la carte d'expérience ([voir ici la version complète](#))

Les participants sont répartis en trois groupes et disposent d'un dispositif de RV, d'une zone de manipulation de 3mx3m et de la carte d'expérience interactive au format numérique (Figure 4). Les consignes suivantes sont données aux participants :

« Vous devez tester une ressource (scénario + artefact) proposée à une classe de 4ème collège dans le cadre de l'enseignement du calcul du volume du prisme. Vous disposez d'une carte d'expérience décrivant l'ensemble du scénario. Vous rendrez compte dans cette carte d'expérience d'éventuels points de friction ; questionnements, difficultés, remarques autour des objets de savoir, des tâches, émergents de la mise en œuvre de la ressource. »



Figure 4. – Disposition matérielle dans un groupe

Synthèse des productions sur les cartes et des discussions dans les groupes

Le tableau 1 recense les points de friction déposés sur les cartes d'expérience par les groupes. Une version en ligne de la carte est disponible en cliquant sur ce lien. Malheureusement un problème technique a limité le recueil de données, certains groupes ayant perdu leurs annotations en rafraîchissant l'affichage de l'ordinateur. Nous avons choisi de trier les points de friction disponibles en trois catégories. Celles relevant de l'utilité : permettre d'atteindre les objectifs pédagogiques, celles relevant de l'utilisabilité : les problèmes liés à l'usage du dispositif et enfin celles relevant de l'acceptabilité : la conformité aux savoirs mathématiques, aux pratiques institutionnelles.

Utilité	Utilisabilité	Acceptabilité
Comment mettre en relief la notion de hauteur (manque de transparence des objets)	Limiter les fonctionnalités accessibles aux utilisateurs (élèves)	Pas de validation à part la comparaison directe de volume par inclusion d'un solide dans l'autre
Prolongement sur d'autres solides ?	Manque de précision (pas de mesures disponibles : coordonnées, grandeurs)	Quelle signification mathématique pour la technique de construction dimensionnelle ?
Faire du lien avec les patrons : assemblages de faces	Retour haptique du moment d'inertie : vibration des contrôleurs	
Ajouter différents mécanismes pour créer plus de réflexions de la part des élèves		

Tableau 1. – Recueil des points de friction proposés par les participants

Discussion autour de l'objet frontière construction dimensionnelle

Comme évoqué dans les potentialités de la ROC, l'activité des participants a fait émerger des questionnements autour d'un objet frontière. Ici les discussions ont porté sur la justification mathématique, la technologie au sens de Chevallard, de la technique de construction dimensionnelle pour générer des volumes.

Les discussions se sont orientées vers la notion d'intégrale. En effet certaines grandeurs physiques sont des résultats d'intégrale. L'étirement d'un polygone invite à considérer le solide généré comme l'intégrale d'une aire selon une différence de hauteur. Si $S(z)$ désigne l'aire de la surface découpée du solide par le plan de côte z dont la hauteur varie de a à b , le volume V du solide peut s'écrire :

$$V = \int_a^b S(z). dz$$

En conséquence on retrouve bien pour le prisme, $V = \text{base} \times \text{hauteur}$ (l'aire étant constante) et pour la pyramide $V = \text{Base} \times \text{hauteur} / 3$.

Bien que cette justification mathématique ne soit pas accessible à des élèves de 4ème, il est assez inattendu et intéressant pour la suite d'explorer la construction dimensionnelle comme une représentation graphique et kinesthésique de l'intégration.

CONCEPTION ET EVALUATION D'UN RALLYE MATHEMATIQUE GEOLOCALISE

Séance de TD animée par Christian Mercat

En direction d'une mathématique plus située et plus réaliste que celle enseignée en classe habituelle, les rallyes mathématiques invitent à visiter un endroit (une école, une ville...) en ouvrant un œil scientifique et ludique sur le monde autour de soi (Aldon, 2018 ; Blane & Clarke, 1984 ; English et al., 2010). L'idée est de se voir poser des questions, à un endroit précis, nécessitant de prendre des informations dans son environnement, mesurer ou estimer une grandeur (longueur, angle, durée...) ou simplement se placer physiquement à un endroit donné (milieu de deux points, centre d'un cercle...), lire une pancarte, vérifier un alignement...

Le projet *MathCityMap* facilite l'ingénierie de tels rallyes au travers d'une plateforme numérique en ligne d'édition de tâches et de parcours, et d'une application sur smartphone et tablette pour la conduite des rallyes, individuellement ou en groupes (Cahyono & Ludwig, 2019). Cette application non seulement vous pose la question mais vous aide à la localiser (à l'aide du GPS), vous propose des indices, valide, invalide et évalue la précision de votre réponse (vous gagnez des points) et vous propose une correction (Gurjanow et al., 2019). En version connectée synchrone, elle vous permet aussi de communiquer avec votre enseignant qui peut vous localiser et suivre votre activité.

Dans cet atelier, nous proposons de prendre en main l'outil, de faire l'expérience du dispositif, de concevoir des tâches et de faire l'étude qualité de tâches données.

1. L'intérêt de la technologie pour les rallyes mathématiques

Les rallyes mathématiques donnent l'occasion aux élèves de faire l'expérience d'apprentissages situés dans l'espace, utilisant leur corps pour évaluer (de Freitas & Sinclair, 2012 ; Mercat & Berger, 2020), et l'opportunité de résoudre des problèmes de modélisation pouvant être significatifs (Blum et al., 2006).

Suivant le modèle SAMR (substitution-augmentation-modification-redéfinition) (Hamilton et al., 2016), la technologie permet ici de faciliter la production et la gestion des rallyes en se *substituant* à une gestion papier, mais permet d'*augmenter* l'expérience, par exemple en

facilitant la localisation des tâches et l'identification des objets (zoom sur l'image), *modifie* également l'évaluation, en donnant une rétroaction immédiate aux essais, en proposant des indices, et *redéfinit* les tâches mêmes, par exemple celle dont la réponse est une géolocalisation fournie par l'appareil.

Une redéfinition est à l'œuvre également dans la *conception* des tâches, spécialement dans l'utilisation de l'assistant d'épreuves génériques. Cet outil peut se comprendre comme une prise en main technique du logiciel mais également comme une initiation didactique des auteurs à ce qui est attendu, tant du point de vue du contenu que de la philosophie des parcours et de la modélisation en général.

Enfin, la version en test actuellement intègre aussi des éléments de *réalité augmentée*, permettant d'interagir avec des objets virtuels et d'augmenter les informations visibles dans une scène (Cahyono et al., 2020).

D'autre part, le *portail web*¹ sur lequel s'administrent les épreuves possède un processus d'évaluation par des experts qui valident ou invalident les épreuves suivant différents critères. La technologie permet donc également de participer à l'évaluation de la qualité des ressources produites.

La question centrale de la modélisation offre en général une belle illustration de l'effet Dunning-Kruger (Kruger & Dunning, 1999) : les enseignants débutants ont tendance à être trop confiants, d'une part ils surestiment leur précision et celle des élèves, ils introduisent souvent des implicites (comme l'unité de mesure ou le type de modélisation) et d'autre part ils n'envisagent pas spontanément qu'il puisse en être autrement. Le point crucial est de comprendre ce qu'est réellement une mesure réalisée à l'aide d'un instrument : ce n'est pas un nombre mais une *distribution*, qu'on modélise le plus souvent par une courbe gaussienne, qui peut être caractérisée par sa moyenne et son écart-type. L'interface aide à comprendre ce fait en proposant, pour les résultats numériques, non pas seulement la réponse exacte, mais un encadrement par quatre valeurs : deux valeurs vertes définissant la réponse correcte (entre les deux écarts-type) et deux oranges, plus larges, définissant une plage acceptable mais moins précise (voir la Figure 4). Dans le processus de validation (voir section suivante), obtenir des enseignants d'accepter de mettre une marge d'erreur de plus de 2% pour une longueur nécessite souvent des explications. La technologie, en imposant un format d'entrée des résultats attendus par la plateforme, est en soi un élément déclencheur de la réflexion, particulièrement dans sa version d'assistant d'épreuve proposant un intervalle par défaut.

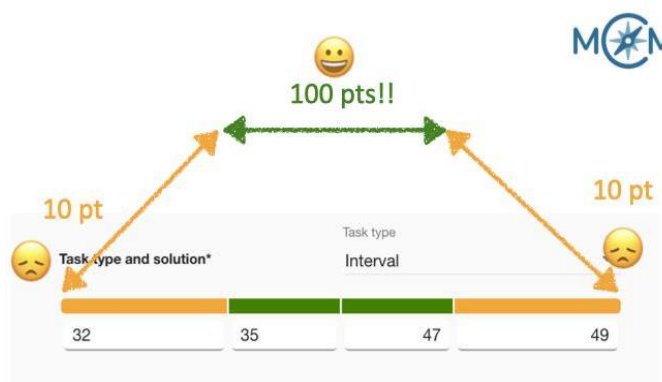


Figure 4. – Intervalles corrects et acceptables

¹ <http://mathcitymap.eu>

2. Une évaluation de la qualité des tâches

Le type de réponses par excellence d'un rallye est un nombre, issu de mesures, évaluant une certaine grandeur, masse d'un rocher, hauteur d'une tour, débit d'un robinet, aire d'un toit, âge d'un arbre... Fabriquer de telles questions n'est pas forcément aisé pour un enseignant et la participation au projet *MathCityMap* est également comprise comme contribuant à une formation continue sur la modélisation, médiée par la technologie. Par exemple, du côté de l'outil de création d'épreuve, un *assistant d'épreuve* permet de créer rapidement de telles questions génériques et autorise l'enseignant à se poser les bonnes questions, nous l'avons abordé dans la section précédente, sur l'idée d'une mesure comme une distribution et non pas comme un nombre isolé.

Le mouvement *Realistic Math Education* (Freudenthal, 1968) pose un horizon difficile à atteindre. Il nous enjoint de partir du réel pour explorer, manipuler, chercher, analyser, créer, évaluer, résumer et finalement intégrer ! Au contraire, bien des tâches proposées dans les rallyes sont en fait conçues par l'auteur comme des outils d'enseignement d'une notion, avant d'être des problèmes réels dont la notion mathématique serait la clef de résolution. Elles sont souvent simplement des exercices typiques, contextualisés en extérieur. Cette ludification de surface ne dure qu'un temps mais n'est pas à négliger dans la motivation des élèves. Cependant, le critère de qualité numéro 1 d'une tâche est son authenticité.

Voici les autres critères proposés à l'évaluation :

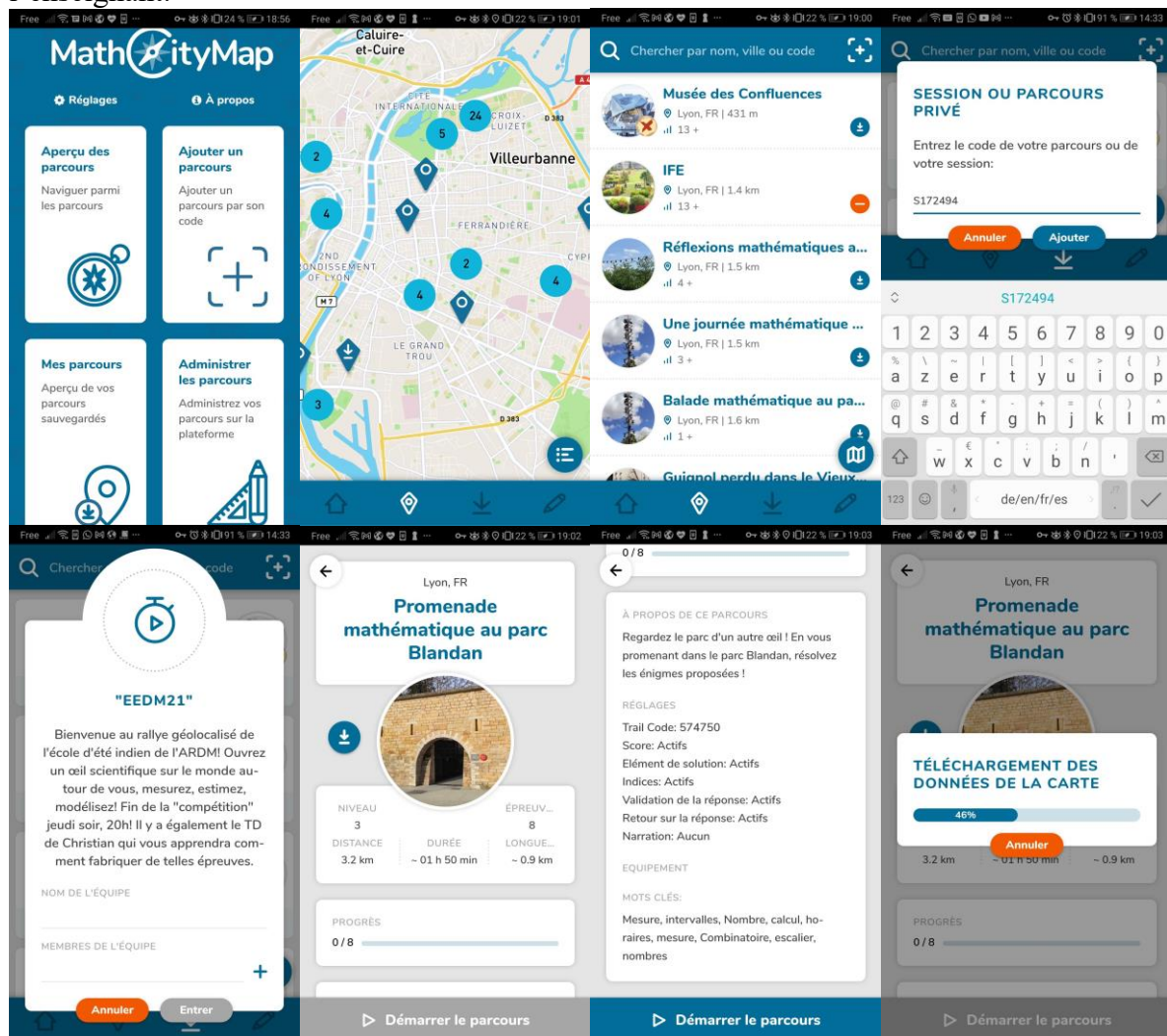
- Univoque : Le lieu, l'objet et le résultat attendu sont non ambigus (image, coordonnées GPS, mention de l'unité de mesure).
- Située et active : La résolution de l'épreuve nécessite de se rendre au lieu indiqué et de procéder à des observations/mesures et un calcul/raisonnement.
- Ouverte : Plusieurs procédures sont envisagées pour la résolution.
- Aidée : Au moins deux indices permettent de se lancer dans la résolution (sans donner la réponse).
- Au format adapté : Valeur exacte, intervalle avec marges d'erreur, question à choix multiple, phrase à compléter, vecteur de nombres, géolocalisation(s)...
- Documentée : Les éléments de solution indiquent le(s) modèle(s) choisi(s), la stratégie de résolution, les mesures effectuées et les calculs intermédiaires, le résultat final.
- Culturelle : Le champ « à propos de cet objet » apporte des informations sur l'intérêt pratique de l'épreuve et/ou sur l'intérêt artistique ou historique du lieu ou de l'objet.

Le système aide les rapporteurs à préparer leur rapport et propose différents types de messages génériques: sujet trop peu clair, artificiel, sans unité explicite (très courant), formule mal typographiée (il y a un éditeur de formule et on peut écrire également en LaTeX), la résolution peut se faire sans aller sur place ; sur la solution : l'explication est incorrecte, trop courte, l'intervalle donné est trop étroit (c'est le plus courant), trop large, alternative entre réponse exacte et intervalle ; sur les indices : trop explicites, trop généraux ou difficiles à comprendre.

3. L'expérience utilisateur

Dans le cadre qui est le nôtre, notre modèle d'utilisateur sera un groupe d'élèves d'une classe, accompagné de son enseignant ; mais ce pourra être un groupe d'amis, une famille de touristes, des visiteurs sur un site industriel... L'utilisateur télécharge et installe depuis le *store* Apple ou Android l'application *MathCityMap* (Figure 5). L'application (Figure 5.1) lui permet de localiser des parcours publics autour de soi à l'aide d'une carte interactive (Figure 5.2), dans une liste (Figure 5.3) ou bien d'entrer un code communiqué par l'auteur (Figure 5.4). Une brève présentation du parcours est proposée (Figure 5.5-7). On télécharge le parcours et on peut le

jouer hors ligne, hormis si on participe à une *classe numérique* synchronisée. On voit alors l'ensemble des épreuves ou seulement l'épreuve suivante, dans le cas où la progression est fixée par l'enseignant. On peut positionner le parcours dans un univers narratif tel que *les pirates* (Comparez Figure 5.9-10). Pour chaque épreuve, une photo, une localisation et un descriptif définissent la tâche à accomplir (Figure 5.11-12). Des indices (Figure 5.13) éclairent sur la voie à suivre, la réponse apportée peut être juste ou seulement acceptable (Figure 5.14-15). Une fois la question résolue, des éléments de solution permettent de comprendre ce qui était attendu (Figure 5.16). En mode *classe numérique*, on peut voir le nombre de points des équipes immédiatement au-dessus et en dessous de notre score. On peut aussi dialoguer avec l'enseignant.



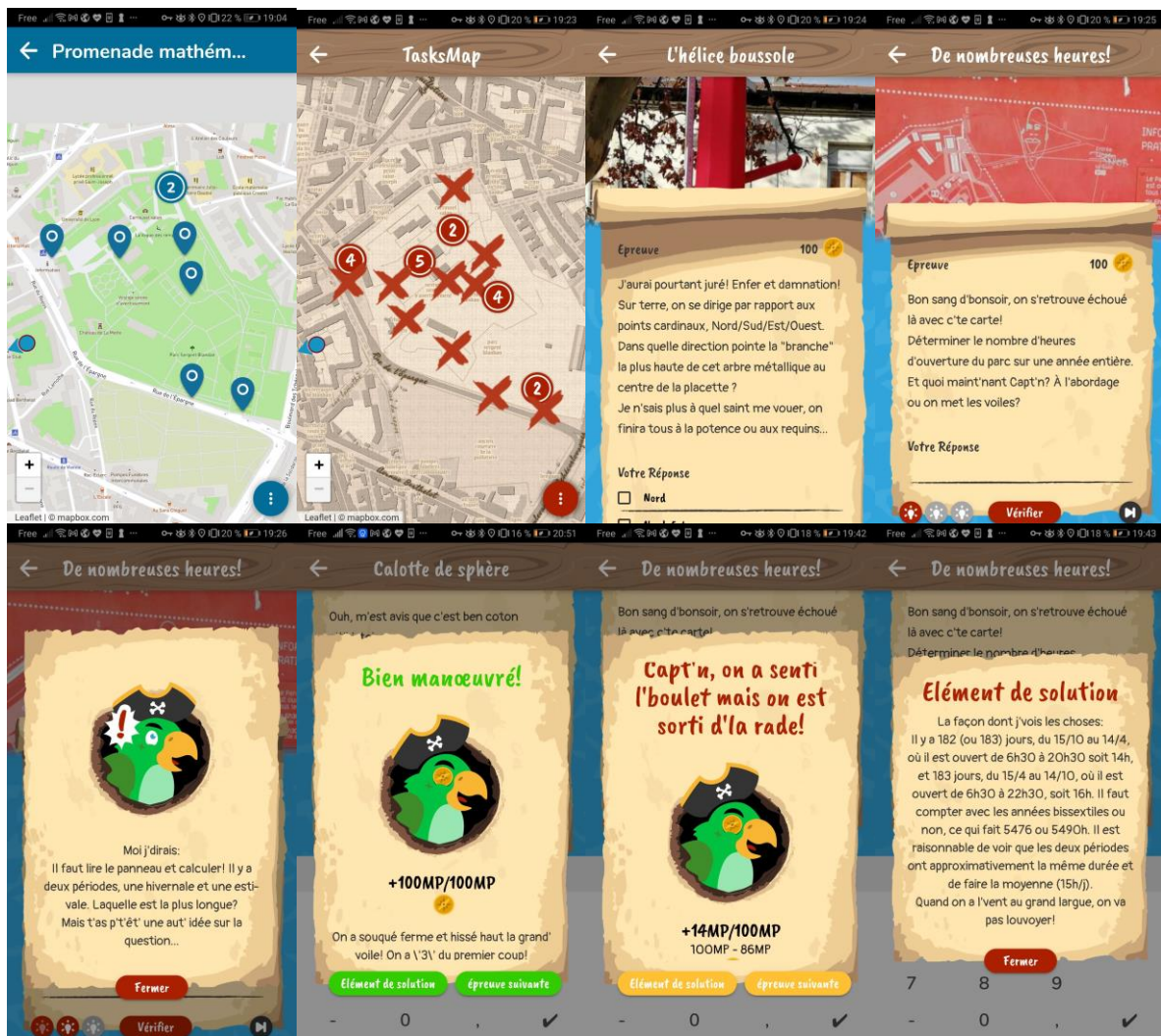


Figure 5. – L'application MathCityMap

4. L'interface auteur

Pour créer des épreuves et les rassembler dans un parcours, il faut créer un compte utilisateur sur la plateforme <http://mathcitymap.eu> (conforme aux RGPD) et entrer dans le portail (Figure 6.1) où on peut administrer ses parcours et ses épreuves (Figure 6.2-3) ainsi que suivre les progrès des équipes en classe numérique (Figure 6.4-5).

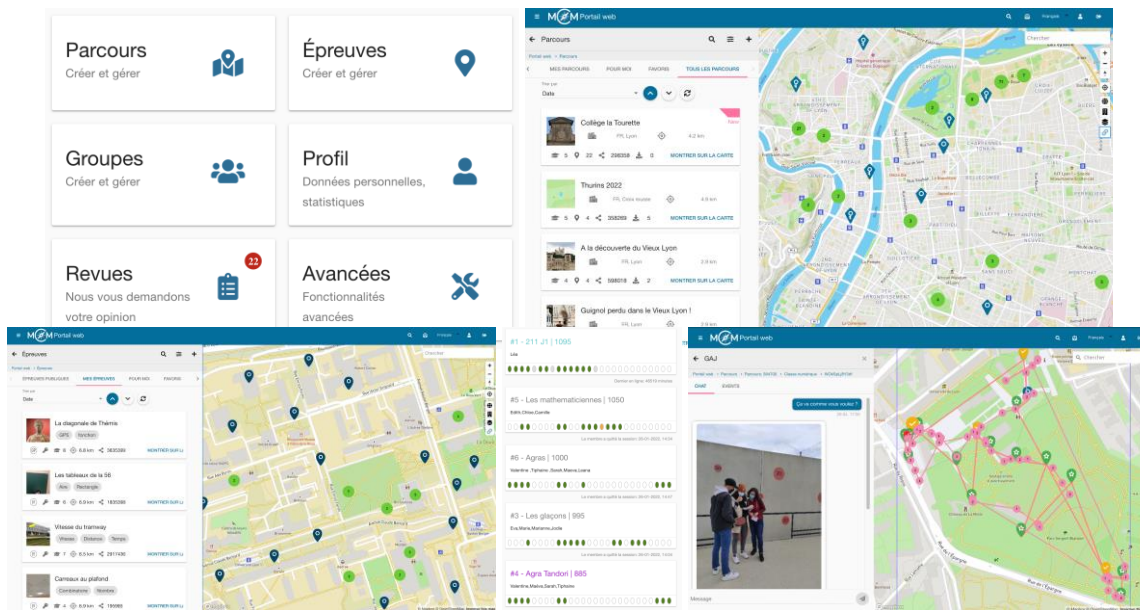


Figure 6. – Gestion des parcours, épreuves et classes numériques sur le portail MathCityMap

Pour créer un élément, on clique sur le bouton + en haut à droite de la colonne de gauche (Fig. 7). Si un parcours rassemble simplement des épreuves dans un certain ordre, les épreuves elles-mêmes peuvent être créées au travers de l’assistant d’épreuve (Fig. 7) ou bien en partant de rien. Les types de réponses possibles sont l’intervalle, la valeur exacte, le questionnaire à choix multiples, la phrase à trous, le vecteur de valeurs, exactes ou encadrées, un ensemble non ordonné et des données GPS, accessibles elles uniquement par l’assistant d’épreuve.

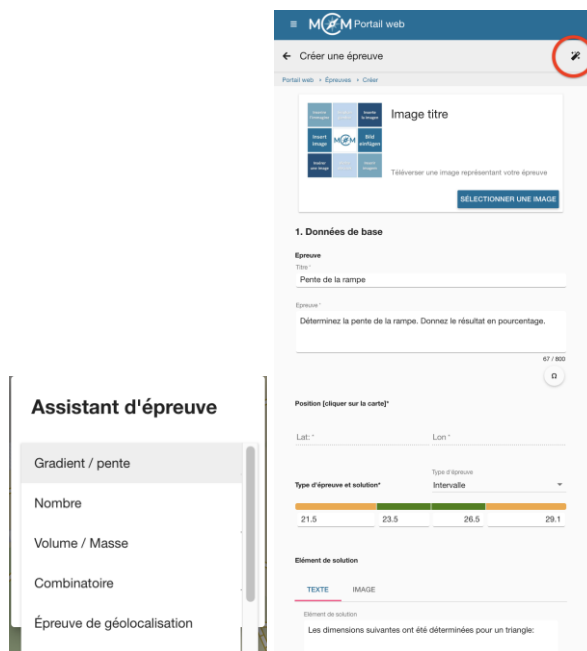


Figure 7. – Création d’épreuves par l’assistant. Il suffit de contextualiser avec un titre, une image, une géolocalisation et des mesures minimales

5. Conclusion

Le système *MathCityMap* comprend une interface auteur en ligne et une application sur smartphone/tablette. Il permet de mettre en place des rallyes mathématiques géolocalisés. Pour l'enseignant, la construction d'un rallye peut se comprendre comme participant à une formation continue autour de la modélisation, médiée par la technologie. En effet, il faut se poser les bonnes questions, particulièrement sur ce qu'est une mesure, ce qu'est une épreuve de qualité, mettre en lumière les implicites, tenter d'identifier des problèmes authentiques et réalistes plutôt que de contextualiser en surface des concepts scolaires.

Ce système a été créé par l'Université Goethe de Francfort autour de Matthias Ludwig. Deux projets européens, MoMaTrE et Masce3, ont permis de créer du contenu et de former des enseignants. Un MOOC, organisé par l'Université de Catania en Italie a rassemblé, de mars à avril 2021, une grande communauté d'enseignants de toute l'Europe, 236 enseignants ont été actifs et 39% ont finalisé la formation, ce qui est un très bon taux.

DESCRIPTION DIDACTIQUE DE RESSOURCES D'ENSEIGNEMENT : POLE ONTOLOGIQUE ET MODELE PRAXEOLOGIQUE DE REFERENCE

Séance de TD animée par Sébastien Jolivet

1. Introduction

Dans ce texte nous revenons sur la description didactique de ressources d'apprentissage. La séance de TD a débuté par une mise en situation durant laquelle il a été demandé aux participants de décrire des ressources présentées dans les deux séances précédentes par Xavier Nicola (apprentissage de la géométrie dans un environnement de réalité virtuelle) et Christian Mercat (dispositif *MathCityMap*). Il n'a, volontairement, été donné aucune précision ou consigne particulière ni sur la manière de procéder, ni sur le résultat attendu, à l'exception du fait que c'est une description *didactique* qui est demandée. Cette mise en situation introductive a permis d'identifier quelques questions : qu'est-ce exactement que la ressource ? de quels aspects veut-on rendre compte ? pourquoi ? à qui est destinée la description ?

Dans le prolongement de cette introduction, un temps d'activité a été organisé pour de la description de ressources plus « usuelles » du type exercices de mathématiques, autour des descripteurs de ressources présentés dans (Jolivet, 2018a).

Ces deux temps ont permis de (re)mettre en évidence quelques éléments relatifs aux difficultés posées par la description didactique de ressources : le besoin de lier la ressource à un ou des curriculums ; la tendance forte à décrire la ressource selon son adéquation, supposée, à un ou des usages ; l'absence d'outils ou de référentiels partagés pour procéder à une telle description au-delà des informations de type bibliothécaire (auteur, type de document, date de production, version, etc.).

Dans cette contribution nous revenons sur la manière dont nous abordons ces grands enjeux en nous appuyant sur trois exemples issus de nos travaux : la description d'exercices de mathématiques et leur mise en relation avec une intention didactique (Jolivet, 2018b) ; la production d'exercices de mathématiques et leur organisation dans des parcours d'apprentissage pour la plateforme d'apprentissage MindMath (Jolivet et al., 2021) ; la conception et la recommandation de rétroactions épistémiques pour un environnement numérique d'apprentissage (Jolivet et al., 2022b).

Pour ces trois situations nous avons mis en œuvre une approche qui présente deux caractéristiques communes : la première est de commencer par décrire ce qu'est la ressource pour ensuite envisager ce à quoi elle peut servir. Cette approche, inspirée par les travaux de Le

Moigne (2006) relatifs à la description d'un objet, est motivée et précisée plus bas. La seconde caractéristique est d'appuyer la description sur une modélisation du savoir. Dans nos travaux elle est réalisée à l'aide de modèles praxéologiques de référence construits en exploitant le cadre T4-TEL (Chaachoua, 2018), cette modélisation pouvant éventuellement être représentée informatiquement dans une ontologie (Gruber, 1993) comme présenté dans le TD consacré à MindMath lors de cette université d'été (Grugeon-Allys et al., 2023). Dans ce texte nous ne (re)présentons pas le cadre théorique de la TAD et l'approche praxéologique développée en son sein, ni le prolongement de cette approche praxéologique qu'est T4-TEL, le lecteur qui n'est pas familier avec ces éléments pourra se référer aux diverses références qui orientent à la fois vers les fondements théoriques et vers des cas d'usages.

2. Enjeux liés à la description didactique d'une ressource

Dans le support de soutenance de son HDR, Trgalová (2020) a présenté le diagramme repris dans la Figure 8. Il permet d'identifier deux grandes approches relatives aux ressources numériques (et plus largement de ressources d'enseignement) : une première qualifiée d'*approche e-learning* que l'on pourrait aussi qualifier d'*approche bibliothécaire* et une seconde nommée *approche didactique*. Dans nos différents travaux le défi a été de se placer à l'intersection de ces deux approches en articulant à la fois des enjeux liés à la description d'un volume significatif de ressources tout assurant une qualité didactique de la description permettant ensuite de lier description de la ressource et usages possibles.

Deux autres éléments sont fondamentaux lorsqu'il s'agit de décrire des ressources éducatives. D'une part la description produite ne doit pas être dépendante de la personne réalisant cette description (appelée annotateur ensuite), d'autre part elle doit permettre de préciser l'adéquation, ou non, de la ressource décrite à un ou plusieurs curriculums. Concernant la dépendance à l'annotateur nous avons constaté dans (Jolivet, 2018b) l'absence d'une base partagée de descripteurs, que l'on pourrait qualifier de didactiques, et qui pourrait servir de référence lors de la description de ressources (élément nécessaire mais non suffisant, pour s'assurer de la similarité de la description quelle que soit la personne réalisant cette description). Ce constat nous a amené à proposer une liste de descripteurs didactiques de ressources éducatives en mathématiques (Jolivet, 2018a) qui a été exploitée dans la première partie du TD. Par ailleurs, le modèle praxéologique de référence permet de fournir une référence, à la fois externe à l'annotateur et non assujettie à une institution particulière, lors du processus de description.

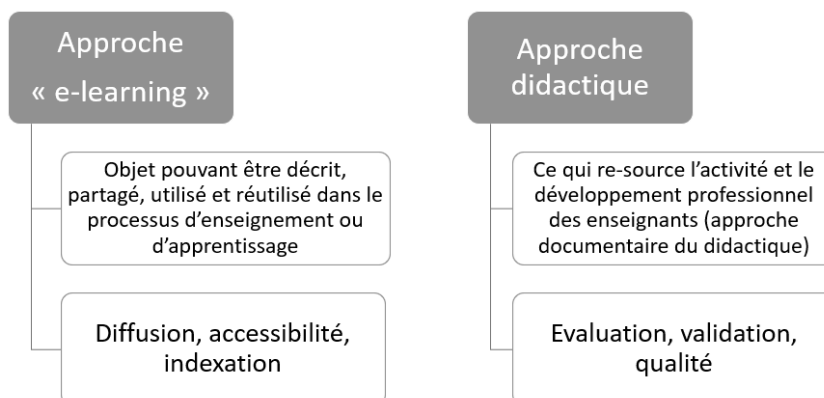


Figure 8. – Extrait support de soutenance HDR (Trgalová, 2020)

3. Description didactique d'une ressource, principaux enjeux

Les grands enjeux liés à la description didactique d'une ressource sur lesquels nous revenons sont : 1) les informations didactiques contenues dans la description, 2) l'adéquation que la description permet d'établir entre la ressource et différents curriculums, 3) la possibilité de caractériser des usages potentiels de la ressource à partir de sa description, 4) la représentation et l'exploitation informatique possible des ressources décrites. Ils sont motivés et positionnés au regard de l'état de l'art dans (Jolivet et al., 2022a).

Le deuxième enjeu est un facteur important de la pérennité de la description de la ressource dans la mesure où il participe largement au coût de son actualisation en cas de modification d'un curriculum, nous revenons brièvement dessus dans la section suivante. Les enjeux un, trois et quatre influent directement sur l'utilité de la description et la diversité des utilisations qui peuvent en être faite. Dans la section suivante nous présentons l'approche que nous mettons en œuvre pour aborder le travail de description des ressources.

4. Décrire une ressource selon son pôle ontologique

Comme constaté dans l'introduction au travers de l'activité donnée aux participants au TD, et d'une manière plus générale, lorsque l'on demande à quelqu'un de décrire une ressource d'apprentissage, la première réponse porte fréquemment sur les usages possibles, et même le plus souvent sur l'adéquation de la ressource à l'usage qui correspond aux préoccupations du moment de la personne interrogée. Or cette approche « fige » la description de la ressource et ne permet pas d'appréhender la diversité des usages qui peuvent lui être associés. Ainsi sur la Figure 9 on peut décrire l'objet « chaise » soit comme un objet composé de quatre pieds, d'une assise et d'un dossier, soit par un ou plusieurs des divers usages que l'on peut lui associer (jouer aux chaises musicales, faire du sport, s'asseoir ou monter une barricade). Or, si la première description, qui répond à la question « qu'est cet objet ? », permet d'envisager et justifier l'adéquation de l'objet aux différentes fonctions envisagées ensuite, l'entrée par un usage donné a tendance à enfermer la description, et donc l'objet, dans cet usage.

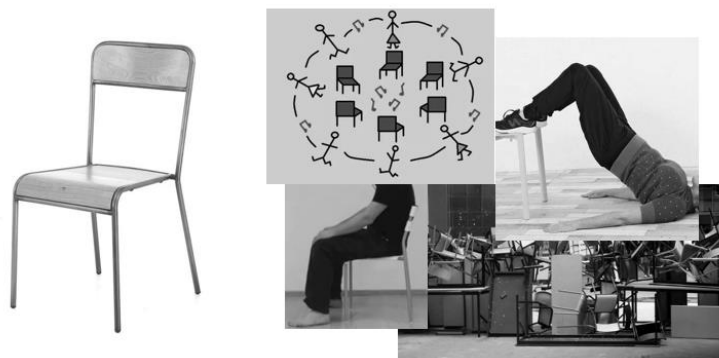


Figure 9. – Chaise, nature et fonctions

D'une manière générale, Le Moigne (2006) propose de définir un objet selon trois pôles : ontologique, fonctionnel et génétique. Le premier permet de dire ce que l'objet « est », le second ses usages possibles et le troisième ce qu'il devient. Dans nos travaux nous nous intéressons essentiellement aux deux premiers et avons fait le choix de commencer par décrire la ressource selon son pôle ontologique pour ensuite envisager une ou plusieurs fonctions possibles pour la ressource.

5. Description didactique d'une ressource, quelques propositions

Dans cette section nous illustrons les réponses apportées aux quatre enjeux évoqués précédemment.

6. Description d'une ressource et adéquation au curriculum

Un premier élément permettant de proposer une description didactique d'une ressource est la caractérisation du ou des savoirs mobilisés dans cette ressource. Pour cela nous avons, dans les trois projets évoqués, exploité des modèles praxéologiques de référence (MPR, Bosch & Gascón, 2005), créés ou adaptés de modèles déjà existants, en mobilisant en particulier la notion de variable introduite par Chaachoua et Bessot (Chaachoua & Bessot, 2019). Cette approche nous permet aussi de gérer la question de la relation avec un ou des curriculums. En effet, la description d'une ressource est un processus coûteux (en temps, en expertise...) et doit notamment permettre de définir son adéquation à un ou plusieurs curriculums. Pour cela Van Assche (2007) propose différentes approches. De notre côté nous avons retenu celle où il existe un pivot entre les différents curriculums, ce rôle de pivot étant attribué au modèle praxéologique de référence. Le principe est que chaque élément du MPR (type de tâches, technique, élément du logos) est associé à un ou plusieurs curriculums. Concernant les types de tâches, qui sont décrits à l'aide d'un système de variables et valeurs de variables conformément au modèle T4-TEL, c'est chaque valeur de variable qui est associée à un ou plusieurs curriculums (l'utilisation de ce système pour calculer la conformité d'un type de tâches donné à un curriculum est détaillé dans (Jolivet et al., 2021). Si le coût d'initialisation est significatif, il permet de prendre en compte une évolution de curriculum pour un coût modéré puisqu'il ne faut pas redécrire chaque ressource mais « simplement » actualiser dans le MPR à partir duquel les ressources sont décrites. Nous détaillons cette approche dans (Jolivet et al., 2022a). Nous revenons dans la partie suivante sur les exploitations du modèle praxéologique de référence dans différents contextes et objectifs.

7. Description d'une ressource, rôle donné au modèle praxéologique de référence

La description didactique d'une ressource peut s'inscrire dans deux grandes situations : décrire des ressources déjà existantes ou décrire des ressources en vue de permettre leur production. La première situation est celle que nous avons explorée dans notre thèse en décrivant des exercices de mathématiques issus de manuels scolaire, la seconde est celle mise en œuvre dans le projet MindMath pour permettre d'une part la production d'exercices et d'autre part de rétroactions épistémiques. Dans tous les cas nous avons exploité des modèles praxéologiques de référence représentés à l'aide du cadre T4-TEL. Cette approche présente différents intérêts :

- Fournir une référence commune, aux annotateurs dans le cas de la description des exercices, aux différents acteurs de la production des exercices dans le cas de la génération de ressources.
- Disposer d'une référence fondée épistémologiquement qui permet de décrire les savoirs mis en jeu dans les ressources.

Plus précisément, dans le cadre du travail de thèse, le MPR fournissait un référentiel de description des savoirs en jeu dans les ressources. Afin de préciser la manière dont l'annotateur devait relier tâche et MPR, nous avons introduit la notion de type de tâches optimum, dans le sens du type de tâches le plus « précis » contenu dans le MPR et auquel la tâche appartient.

Dans le cadre du travail réalisé dans le projet MindMath plusieurs potentialités des MPR représentés par T4-TEL ont été exploitées et d'autres ajoutées. Tout d'abord, en accord avec les perspectives introduites par Chaachoua et Bessot lors de l'introduction des variables dans le modèle praxéologique, certaines variables se sont vu attribuer des fonctions particulières, en

particulier rendre compte de la complexité d'une tâche. Deuxièmement, comme il s'agissait de rendre fonctionnel le modèle pour permettre la génération effective d'exercices, nous avons introduit la notion de famille de tâches comme étant un type de tâches au sein duquel les tâches sont générées à de l'aléatoire près au sein d'un ensemble de valeurs (valeurs des coefficients d'une équation, position d'une figure en géométrie...). Troisièmement, afin de pouvoir mettre en relation les ressources et l'activité des élèves avec ces ressources, le MPR a été enrichi par des technologies erronées.

Les éléments contenus dans le MPR ont aussi été exploités comme moyen de décrire, une partie, du contenu de rétroactions épistémiques proposées dans un environnement numérique d'apprentissage. Un apport significatif de l'exploitation d'un même moyen pour décrire des ressources différentes (exercices et rétroactions) dans un même cadre est de pouvoir opérer plus aisément des liens entre ces ressources.

Dans cette section nous avons brièvement présenté l'utilisation d'un MPR pour décrire des ressources, que ce soit des ressources déjà existantes ou des ressources à produire. Dans la section suivante nous évoquons l'utilisation de cette description du pôle ontologique pour aller vers le pôle fonctionnel des ressources.

8. Du pôle ontologique au pôle fonctionnel de la ressource

Dans nos travaux nous avons étudié trois situations mettant en jeu des pôles fonctionnels répondant à différents besoins d'utilisation des ressources. Nous revenons brièvement sur deux d'entre elles.

9. Exercices de mathématiques et intentions didactiques

Dans le cadre de notre travail de thèse nous avons considéré, comme contexte d'utilisation des ressources décrites, un enseignant devant sélectionner des exercices pour une situation d'enseignement. Pour spécifier les caractéristiques auxquelles la ressource doit répondre, nous avons précisé la notion d'intention didactique d'un enseignant (Jolivet et al., 2022a). Dans cette situation nous exploitons la description de la ressource qui permet à la fois de préciser les savoirs en jeu dans la ressource mais aussi la présence dans la ressource de relations entre les tâches de l'exercice (de type étayage).

10. Rétroactions épistémiques et décisions

La décision des rétroactions dans un environnement numérique d'apprentissage est un processus qui se réalise dans un contexte présentant de très nombreuses incertitudes : la connaissance de l'apprenant, de son rapport au savoir travaillé, de la nature et de la cause de son/ses erreurs, etc. La didactique ne fournit pas non plus de réponse précise à une question du type « quelle est la bonne rétroaction pour un élève donné dans un contexte donné ? ». Dans le cadre de nos travaux (Jolivet et al., 2022b) nous avons articulé l'expertise humaine des didacticiens et l'intelligence artificielle (IA). Dans ce cadre la description ontologique de la rétroaction permet de caractériser la nature du contenu de la rétroaction, notamment comme appartenant au bloc praxique ou au bloc du logos. Diverses hypothèses didactiques, qui mettent en relation un contenu de rétroaction, fondée sur la description du pôle ontologique, et une situation donnée (profil de l'apprenant, erreur, etc.), permettent d'aider à l'initialisation des algorithmes d'IA.

11. Conclusion

Dans ce texte nous avons explicité une approche relative à la description didactique de ressources d'apprentissage de deux types : exercices de mathématiques et rétroactions épistémiques. Elle est fondée sur le choix de décrire tout d'abord le pôle ontologique, pour ensuite envisager le pôle fonctionnel de la ressource. Cette approche a été instanciée sur trois contextes différents permettant d'explorer à la fois la question de la description de ressources déjà existantes, et celle de la description en vue de produire des ressources. Disposer d'un modèle praxéologique de référence joue un rôle crucial dans ce processus de description. Il permet à la fois d'intégrer les différents résultats issus des travaux de la didactique, de fournir une référence externe pour l'annotateur des ressources et de définir un élément pivot entre les différents curriculums au regard desquels il est pertinent de positionner la ressource.

La description de la ressource est ensuite exploitée pour déterminer la pertinence de la ressource par rapport à une intention didactique d'un enseignant, pour concevoir des parcours d'apprentissage et pour aider à la décision de rétroactions dans un environnement d'apprentissage.

Pour chacune de ces situations, les travaux engagés peuvent être poursuivis et approfondis. Un enjeu transversal est de parvenir à la définition de processus permettant de rendre plus efficace la production des MPR, d'homogénéiser les choix pour les représenter à l'aide de T4-TEL afin notamment de permettre leur représentation informatique dans des ontologies et d'augmenter ainsi les potentialités offertes par leur exploitation.

RÉFÉRENCES

- ALDON, G., ARZARELLO, F., CUSI, A., GARUTI, R., MARTIGNONE, F., ROBUTTI, O., ... & SOURY LAVERGNE, S. (2013). The Meta-didactical transposition: A model for analysing teacher education programs. In *PME37 Conference* (Vol. 1, pp. 97-124). PME.
- ALDON, G. (2018). *Le rallye mathématique dans la classe : Un jeu très sérieux !* Canopé éditions/IREM de Lyon.
- ALLEN, M. W., & SITES, R. (2012). *Leaving ADDIE for SAM: An agile model for developing the best learning experiences*. American Society for Training and Development.
- ARTIGUE, M. (2020). Méthodologies de recherche en didactique des mathématiques : Où en sommes-nous ? Research Methodologies in didactic of mathematics: Where Are We? *Educação Matemática Pesquisa : Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 22(3), 25-64
- ARZARELLO, F., PAOLA, D., ROBUTTI, O., & SABENA, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 97-109.
- ASTOLFI, J. P. (1993). Trois paradigmes pour les recherches en didactique. *Revue française de pédagogie*, 5-18.
- BLANE, D. C., & CLARKE, D. (1984). A mathematics trail around the city of Melbourne. Monash Mathematics Education Centre, 169-181.
- BLUM, W., & INTERNATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICAL INSTRUCTION (Éds.). (2006). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (1st ed). Springer.
- BOSCH, M., & GASCON, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. In A. Mercier & C. Margolinas (Éds.), *Balises pour la didactique des mathématiques : Cours de la 12e école d'été de didactique des mathématiques* (p. 107-122). La Pensée Sauvage, Grenoble.
- CAHYONO, A. N., & LUDWIG, M. (2019). Teaching and learning mathematics around the city supported by the use of digital technology. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(1).
- CHAACHOUA, H. (2018). T4TEL : Un cadre de référence pour la formalisation et l'extension du modèle praxéologique. *Actes du 6e congrès pour la Théorie Antrophologique du Didactique*. Autrans.
- CHAACHOUA, H., & BESSOT, A. (2019). La notion de variable dans le modèle praxéologique. *Educação Matemática Pesquisa : Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 21, 234-247.
- DESGAGNE, S. (1997). Le concept de recherche collaborative : l'idée d'un rapprochement entre chercheurs universitaires et praticiens enseignants. *Revue des sciences de l'éducation*, 23(2), 371-393.
- DESIGN-BASED RESEARCH COLLECTIVE. (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.
- ENGLISH, L., HUMBLE, S., & BARNES, V. E. (2010). Trail blazers. Learning maths outside the classroom. *Teaching Children Mathematics*, 16(7), 402-412.
- GRUBER, T. R. (1993). A translation approach to portable ontology specifications. *Knowledge Acquisition*, 5(2), 199-220. <https://doi.org/10.1006/knac.1993.1008>
- GRUGEON-ALLYS, B., JOLIVET, S., LESNES, E., LUENGO, V., & YESSAD, A. (2023). MindMath : Didactique des mathématiques et intelligence artificielle dans un EIAH. *Actes de la 21e école d'été de didactique des mathématiques*.
- GURJANOW, I., OLIVEIRA, M., ZENDER, J., SANTOS, P. A., & LUDWIG, M. (2019). Shallow and deep gamification in mathematics trails. In Sobke H., Gentile M., & Allegra M. (Eds.), *Lect. Notes Comput. Sci.: Vol. 11385 LNCS* (p. 374). Springer Verlag.
- JOLIVET, S. (2018a). Descripteurs didactiques d'exercices de mathématiques : Catégorisation ; utilité et utilisabilité d'un modèle. *Actes du colloque EMF 2018*, 737-745.
- JOLIVET, S. (2018b). *Modèle de description didactique de ressources d'apprentissage en mathématiques, pour l'indexation et des services EIAH* [Thèse de doctorat, Université Grenoble Alpes]. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02079412/document>
- JOLIVET, S., LESNES-CUISINIEZ, E., & GRUGEON-ALLYS, B. (2021). Conception d'une plateforme d'apprentissage en ligne en algèbre et en géométrie : Prise en compte et apports de modèles didactiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 26, 117-156.
- JOLIVET, S., CHAACHOUA, H., & DESMOULINS, C. (2022a). Modèle de description didactique d'exercices de mathématiques. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 42(1), 53-102.
- JOLIVET, S., YESSAD, A., MURATET, M., LESNES-CUISINIEZ, E., GRUGEON-ALLYS, B., & LUENGO, V. (2022b). Rétroactions dans un environnement numérique d'apprentissage : Modèle de description et décision. *STICEF*, 29(2).
- KRUGER, J., & DUNNING, D. (1999). Unskilled and unaware of it : How difficulties in recognizing one's own incompetence lead to inflated self-assessments. *Journal of Personality and Social Psychology*, 77(6), 1121-1134. <https://doi.org/10.1037//0022-3514.77.6.1121>
- LE MOIGNE, J.-L. (2006). *La théorie du système général. Théorie de la modélisation*. (5e édition). Presses Universitaires de France. <http://www.mcxapc.org/inserts/ouvrages/0609tsgtm.pdf>
- MERCAT, C., & BERGER, P. (2020). Man is the Measure of all Things—Math Trails in Lyon. In M. Ludwig (Éd.), *Research on Outdoor STEM Education in the digital Age. Proceedings of the ROSETA Online Conference in June 2020* (1st éd., p. 127-138). WTM-Verlag.
- MARLOT, C., TOULLEC-THÉRY, M., & DAGUZON, M. (2017). Processus de co-construction et rôle de l'objet biface en recherche collaborative. *Phronesis*, 6(1), 21-34.
- NEMIROVSKY, R., BORBA, M., DIMATTIA, C., ARZARELLO, F., ROBUTTI, O., SCHNEPP, M., CHAZAN, D., RASMUSSEN, C., OLSZEWSKI, J., & DOST, K. (2004). *PME Special Issue: Bodily activity and imagination in mathematics learning*. Springer.
- NICOLAS, X., & TRGALOVA, J. (2019). A virtual environment dedicated to spatial geometry to help students to see better in space. In U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Éds.), *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (Vol. TWG16, Numéro 22). Freudenthal Group

Vandebrouck, F., Emprin, F., Ouvrier-Bufferet, C. & Vivier, L. (dir.) (2023). Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques - Preuve, Modélisation et Technologies Numériques. Volume des ateliers des actes de EE21.

- PERRIN-GLORIAN, M.-J., MATHÉ, A. C., & LECLERCQ, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans. *Le jeu sur les supports et les instruments. Repères-IREM*, 90, 5-41.
- RADFORD, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 111-126.
- SANCHEZ, É., & MONOD-ANSALDI, R. (2015). Recherche collaborative orientée par la conception. Un paradigme méthodologique pour prendre en compte la complexité des situations d'enseignement-apprentissage. *Éducation et didactique*, 9-2, 73-94.
- SPERANO, I., ROBERGE, J., BÉNECH, P., TRGALOVA, J., & ANDRUCHOW, R. (2019). Exploring new usages of journey maps: Introducing the pedagogical and the project planning journey maps. In S. Bagnara et al. (Eds.), *Proceedings of the 20th Congress of the International Ergonomics Association (IEA 2018)* (Vol. VII: Ergonomics in Design, Design for All, Activity Theories for Work Analysis and Design, Affective Design, pp. 964-982). Springer International Publishing.
- TRGALOVA, J. (2020). *Ressources numériques pour l'éducation mathématique. Conception, évaluation, qualité et appropriation* [HDR]. Université Claude Bernard Lyon 1 (UCBL).
- TROMPETTE, P., & VINCK, D. (2009). Retour sur la notion d'objet-frontière. *Revue d'anthropologie des connaissances*, 3(1), 5-27.
- VAN ASSCHE, F. (2007). Linking Learning Resources to Curricula by using Competencies. *Proceedings of the First International Workshop on Learning Object Discovery & Exchange*, 80-91. <http://ceur-ws.org/Vol-311/paper11.pdf>