Document pour la formation des enseignants

n°19

Février 2023

Analyser des ressources pour les élèves sur internet

Par Monique Chappet-Paries et Aline Robert

ISSN : 2102-488X

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
UNIVERSITE PARIS CITÉ

Imprimé par l’IREM de Paris – Université Paris Cité

Exemplaire **téléchargeable** sur notre site dans la section Publication
https://irem.u-paris.fr/

Coordonnées de l'IREM

Pour venir à l'IREM (il est possible de consulter et d'acheter les publications sur place):
Université Paris Cité, Bâtiment Sophie-Germain,
8 place Aurélie Nemours (sur l'avenue de France), huitième étage,
75013 Paris 13ème arrondissement
(métro 14 -Bibliothèque François Mitterrand ou tramway ligne T3a – Avenue de france)

Nous Contacter

Pour téléphoner: 01 57 27 91 93

Pour écrire à l'IREM concernant les publications:

par voie postale:
Locufier Nadine
IREM de Paris – Case 7018
Université Paris Cité
75205 Paris cedex 13

par voie électronique:
nlocufier@irem.univ-paris-diderot.fr

La liste des publications de l'IREM est mise à jour sur notre site web :

https://irem.u-paris.fr/ressources-en-ligne-de-lirem-de-paris-documents-videos-liens

Pour rester informé:

inscription à la liste de diffusion de l’IREM de Paris également sur le site de l'IREM

Analyser des ressources pour les élèves sur internet

Monique Chappet-Paries, LDAR

Aline Robert, LDAR

Table des matières

I Les dimensions d'analyse pour les vidéos et les ressources analysées……………………………………………………………………….5

1) Dimensions d'analyse pour les vidéos
2) Les ressources analysées dans ce document : quelques éléments de relief sur la notion, la chronique des séances en classe

II Deux moments d'exposition des connaissances sur le théorème de Thalès……………………………………………………………………..15

1) Présentation des extraits analysés
2) Mise en regard de la capsule et du cours en classe
   - Contenus en jeu et travail du « comment »
   - Gestes et ostensions
   - Vocabulaire (mathématique et non mathématique)
   - Imprévus et implicites
   - Bilan

III Les premiers exercices d'application ……………………………………29

1) Les deux extraits analysés sur une première application immédiate du cours
2)Mises en regard de la capsule et du cours en classe
   - Travail du « comment »
   - Gestes et ostensions
   - Vocabulaire (mathématique et non mathématique)
   - Imprévus et implicites
   - Bilan

IV Les deux extraits analysés sur une deuxième application du cours : la question 3 du tipi et la question 3 d'un énoncé de brevet…………………40

1) Les deux extraits analysés sur un exercice
2)Mises en regard de la capsule et du cours en classe

   - Travail du « comment »
   - Gestes et ostensions
   - Vocabulaire (mathématique et non mathématique)
   - Imprévus et implicites
   - Bilan et passage des actions aux activités

V Un rapide regard sur d'autres vidéos et sur quelques études précédentes…………………………………………………………………51

Conclusion……………………………………………………………… 55

1) Bilan des trois études
2) Retour sur les activités, le sens et la conceptualisation
3) Des questions plus générales sur les apprentissages : une complémentarité efficace à moyen terme ?
4) Quelle utilisation en formation ?

Références bibliographiques……………………………………………………61

Annexes……………………………………………………………………. 63

1.Transcription cours A.

2. Transcription cours M

3. Transcription premier exercice A.

4. Transcription méthode M.

5. Transcription troisième question Tipi A.

6. Transcription exercice brevet M.

7. Transcription et analyse rapide des deux premières questions du brevet M.

8. Questionnaires élèves

Analyser des ressources pour les élèves sur internet

Il s'agit ici d'analyser des vidéos en accès libre sur le net, à utiliser par les élèves[1] après les séances en classe sur le sujet concerné, pour un travail de révision autonome, chez soi ou au CDI ou… Ce peut être un travail sur le cours proprement dit (les connaissances) ou sur des exercices (applications). C'est justement ce travail potentiel des élèves que nous voulons étudier ici : pour reprendre le titre un peu provocateur que nous avions donné à un questionnaire élèves sur le sujet, nous nous intéressons à la plus-value éventuelle que peut apporter aux apprentissages la vision de ce type de vidéos.

Nous nous sommes inspirées, pour analyser des capsules, des vidéos d'un site très complet, (Maths et Tiques[2]), avec 13 vidéos sur Thalès (théorème et réciproque)[3] en troisième, très visionné (2,1 millions d'abonnés à ce jour), souvent recommandé aux élèves en complément de leurs séances, d'après de nombreux témoignages privés.

En fait ces capsules, même si elles sont intitulées « cours », méthodes, exercices, sont bien présentées comme des révisions (cf. annexe 2, page 63). Des capsules intitulées "méthode" correspondent au traitement d'exemples « génériques » et sont suivis de vidéos où sont résolus des exercices classiques. Ce n'est donc pas de la pédagogie inversée stricto sensu. C'est bien du côté de ressources pour le travail personnel des élèves que cela pourrait se ranger, pouvant constituer par exemple le remplacement de manuels (notamment exos corrigés) par ces ressources filmées.

Cependant les conditions d'utilisation par les élèves restent en grande partie inaccessibles. Nous avons tenté de faire remplir aux élèves un questionnaire sur leur usage de ce type de ressources en toute généralité (cf. annexe 8). Mais l'interprétation un peu fine est difficile, si ce n'est pour souligner que beaucoup d'élèves reconnaissent y avoir recours, mais de manière variée, et que ce soit du fait de la recommandation de leur enseignant ou non. Beaucoup de questions restent ainsi sans réponse sur l'utilisation effective de ces ressources, si ce n'est qu'elles rencontrent un certain succès, y compris institutionnel. En particulier on ne peut pas renseigner la question essentielle des liens avec les activités des élèves.

Pour donner plus de poids à nos analyses, nous avons pris le parti de mettre en regard 3 capsules et 3 séances filmées en classe sur le même sujet (le théorème de Thalès, sans la réciproque). Notre propos n'est pas une comparaison, qui n'a que peu de sens vu que les visées sur le travail des élèves sont clairement différentes. Nous cherchons plutôt à dégager, grâce à cette mise en regard, ce qu'on peut attendre, en termes d'activités d'élèves, de telles ressources sur le net, destinées à réviser ou à apprendre un cours déjà suivi, et de séances ordinaires en présentiel. Il s'agit d'apprécier des caractéristiques contrastées, de différencier ce que peuvent apporter les ressources par rapport aux cours en classe.

Nous utilisons ici des transcriptions des films recueillis sur l'introduction du théorème de Thalès en troisième (analysés dans le cahier 24), que nous citerons comme « cours en classe » ou « cours de A. », que nous présenterons ci-dessous et 3 capsules du site Maths et Tiques, sur le même contenu, que nous citerons comme « capsule » ou « cours de M. » (transcriptions en

[1] D'après ce qui est annoncé par les auteurs des vidéos.
[2] www.maths-et-tiques.fr
[3] Une de « cours », 7 dites de « méthodes » et 5 exercices corrigés – complétées par les écrits correspondants sur le cours et sur 5 activités.

annexes 2, 4, 6). Pour le théorème de Thalès (et sa réciproque) on trouve ainsi dès la première page de Google 5 à 6 propositions de site mais nous n'avons retenu que 3 vidéos du site Maths et Tiques, d'autres vidéos sur le sujet seront évoquées à la fin de l'étude.

Après avoir proposé en première partie la grille générale que nous appliquons en l'adaptant à l'étude de toutes ces vidéos, et avoir précisé nos données, nous présentons successivement les analyses suivantes :

- le début du cours en classe /le début de la capsule d'exposition des connaissances (partie 2)

- le premier exercice d'application abordé en classe/la méthode présentée (pour la première fois) dans la capsule (partie 3)

- le deuxième exercice travaillé en séance /un exercice de révision un peu étoffé présenté dans la capsule (partie 4).

Avant de conclure sur la spécificité de ces extraits et leur éventuelle complémentarité, ainsi que sur des utilisations en formation, nous reviendrons sur les autres vidéos sur Thalès, et sur nos conclusions antérieures sur les capsules (cependant étudiées plutôt dans le cadre de la pédagogie inversée).

I Les dimensions d'analyse pour les vidéos et les ressources analysées

Rappelons d'abord que nous interprétons les apprentissages des élèves en termes de conceptualisation (mathématique) : il s'agit, pour une notion enseignée, non seulement de pouvoir mettre en œuvre à bon escient des mises en fonctionnement adaptées à l'ensemble des tâches variées attachées au niveau scolaire en jeu (maîtrise technique) mais encore d'en acquérir une certaine disponibilité, c'est-à-dire d'en reconnaître la nécessité ou le bienfondé de l'usage même non indiqués. Cela doit s'accompagner d'une réorganisation des connaissances qui donne sa place à la nouvelle notion dans leur ensemble. Il y a dans cette acception du terme une tentative de traduction opérationnelle très simplifiée des caractéristiques de la conceptualisation et des concepts données par Vergnaud (2002) en termes de situations (ensemble de tâches), de formes et symboles et d'invariants (associés à la disponibilité et à la maîtrise technique). En y ajoutant le fait qu'en mathématiques les concepts « fonctionnent » en réseaux (cf. champs conceptuels), ce qui nécessite cette « remise ensemble » des notions à chaque acquisition.

Cette conceptualisation comme processus, qui demande toujours un temps long (cf. Vergnaud, 2002), est provoquée en grande partie par les activités des élèves – comprises dans le sens donné en théorie de l'activité, dépassant les seules actions[4], entendues sans connotation. Les activités désignent ce que développe le sujet lors de la réalisation (exécution) d'une tâche (actions, opérations…), mais aussi ce qu'il pense[5]. Nous traduisons, là encore de manière très simplifiée, cette différence entre actions (visibles) et activités (en partie inobservables, mentales) en évoquant pour ces dernières ce que l'élève dit, fait mais aussi ne dit pas, ne fait pas, et surtout pense (cf. Clot, 1999), et donc se représente, comprend. On pourrait s'inspirer de ce que dit Pastré (2015), et énoncer qu'un enjeu de la conceptualisation est la transformation des actions

[4] Nous revenons sur ces questions en conclusion.
[5] Cf. Vandebrouck et Robert 2017 p. 336-337.

en activités, en particulier par la coordination de la réussite de ces actions et de la compréhension, avec son pouvoir anticipatoire et généralisateur.

Le slogan introduit par Vergnaud (2002) évoquant « la résolution de problèmes comme source et critère des apprentissages » ne dit pas autre chose, si ce n'est d'insister sur le départ des dialectiques à installer pour provoquer un tel apprentissage. Autrement dit encore « l'action doit précéder la conceptualisation », qui s'en « nourrit ». Il s'agit d'initier le processus de conceptualisation par des mises en situation des élèves permettant d'enclencher des généralisations, des décontextualisations plus ou moins formalisées des connaissances en jeu, à remettre en travail ensuite à partir de leur présentation générale. En fait nous avons montré que cela dépend des concepts à enseigner et des programmes (cf. notions FUG[6]), et que dans certains cas il faut adapter un peu la démarche.

Plus généralement le choix des tâches à proposer ainsi avant et après l'exposition des connaissances n'est pas neutre dans le processus : il dépend des connaissances antérieures des élèves et de l'appui qu'on peut ou non y trouver, pour enclencher les actions notamment, mais aussi des difficultés répertoriées des élèves, qui doivent être prises en compte par l'élaboration de tâches spécifiques amenant à les dépasser.

Enfin pour nous un rôle essentiel est joué par l'enseignant : c'est à lui non seulement de choisir (quitte à l'emprunter bien sûr) son scénario, avec des tâches adaptées, mais encore de le faire vivre en classe, de l'adapter, voire d'improviser, en accompagnant les élèves de manière à pouvoir toujours s'appuyer sur ce qu'ils font pour favoriser la transformation attendue de leurs actions. Cela demande une grande vigilance qui permet de repérer l'état des connaissances des élèves et d'élaborer des interventions susceptibles de les aider à « sauter le pas », à comprendre… puis de nouveau à appliquer, etc.

Cette vigilance est aidée par une certaine connaissance du relief[7] sur ce qui est enseigné, par l'habitude d'analyser les tâches[8] proposées aux élèves, et par la disponibilité de certains outils de gestion, comme les aides procédurales ou constructives, le discours méta (Robert & Robinet, 2016), les différentes proximités (Robert & Vandebrouck, 2014), une attention soutenue à des caractéristiques langagières (Chesnais, 2019)…

Cela soutient aussi l'idée de faire précéder nos analyses de séances effectives, pilotées par tout ce qui précède, par l'établissement du relief.

1) Dimensions d'analyse pour les vidéos

Des données « objectives » sont à prendre en compte d'emblée : la durée, les objectifs affichés, le rythme de la parole (nombre de mots), l'invitation à faire des pauses, l'insertion dans une série, voire l'existence de documents écrits complémentaires. Cela permet notamment des mises en regard éventuelles.

Les dimensions que nous proposons sont inspirées de nos analyses de séances ordinaires, que nous avons essayé d'adapter aux capsules avec les mêmes critères, liés aux activités

[6] Formalisatrices, unificatrices et généralisatrices, porteuses d'un formalisme trop éloigné des connaissances actuelles des élèves pour être introduites directement par un problème (cf. Robert et al. 2012).
[7] Etude croisée de la notion mathématique avec ses caractéristiques, des programmes pour situer ce qui est à enseigner et des difficultés des élèves.
[8] En termes de mises en fonctionnement attendues des connaissances, avec leurs différentes adaptations par rapport à ce qui est donné en cours (cf. Robert et al, 2012).

susceptibles d'être provoquées chez les élèves (Robert & al. 2012 pour les séances d'exercices, Bridoux & al. 2016 pour les moments d'exposition des connaissances, Robert & Rogalski 2002, 2020 pour les pratiques des enseignants).
Plus précisément nous nous référons au relief établi sur la notion, en étudiant les contenus enseignés sous l'angle des connaissances mises en jeu, avec leur diversité, en référence aux programmes, en notant l'appui sur les connaissances anciennes et la prise en compte des difficultés des élèves.

Nous analysons aussi les déroulements, en étudiant les formes de travail des élèves et le détail des interactions entre l'enseignant et les élèves. Il s'agit de repérer ce que les enseignants ajoutent, à l'oral, à leur discours strictement mathématique. Plus précisément nous étudions la façon dont les enseignant.e.s relient, à l'oral, les éléments mathématiques en jeu, connus, ou supposés en partie connus des élèves, relevés dans ce qu'ils disent ou font, à ce qui est nouveau (visé ou déjà présenté mais non acquis), on évoque des proximités. Compte tenu de la spécificité du travail mathématique, entre énoncés généraux et exercices particuliers, un des aspects qui est cherché dans les proximités, porteur d'impact potentiel sur les acquisitions des élèves, tient à la distinction entre un appui qui va du contextualisé présent chez les élèves à du décontextualisé introduit (ou à introduire) par le professeur ou alors dans le sens inverse, du décontextualisé (le cours notamment) au contextualisé, ou alors un appui qui "redit" les choses autrement, au même niveau de généralité. Cela peut accompagner, à nos yeux, différentes activités complémentaires nécessaires qui interviennent toutes en mathématiques.

Nous avons ici réservé une place particulière au vocabulaire : nous faisons en effet l'hypothèse que, comme pour un manuel, l'élève peut y être plus attentif qu'en classe, étant donné qu'il est seul devant la vidéo et qu'il peut l'écouter plusieurs fois. Toutefois cela reste encore à creuser.

Cependant, selon les contenus en jeu, nous retiendrons ou non certains axes de ces analyses ; et dans tous les cas nous les adapterons à ce qui est traité.

a) <u>Les contenus en jeu : quel pourquoi ? Quelles connaissances sont mises en jeu et comment ? Quels éléments pouvant s'inscrire dans l'organisation des connaissances ?</u>

-Ordre du cours, connaissances travaillées

-Raisons d'être (et éventuellement activité d'introduction)

- Diversité potentielle des points de vue, cadres, registres possibles

- Démonstrations (diverses) et justifications

- Niveau de généralité adopté dans le cours (quel décontextualisé ?)

-Liens avec le reste des connaissances et les programmes précédents

- Diversité des adaptations dans les premières taches proposées

<u>b) Le travail du « comment » à l'oral</u>

- Structuration de l'exposé (objectifs, étapes (et sous-titres), outils, sous-tâches explicitées...),

-Explicitations méta et intégration de la prise en compte des difficultés des élèves

c) Gestes et ostention

Répartition oral/écrit – différences ?

d) Vocabulaire et discours non strictement mathématique

Vocabulaire mathématique et à propos des mathématiques en jeu
Les mots spécifiques (en référence aux connaissances attendues)
Les mots du vocabulaire mathématique cités isolément, sans commentaire ; ceux qui sont absents (en comparant à plusieurs vidéos), ceux qui sont répétés

Vocabulaire non directement mathématique, y compris familier
Les mots pas tout à fait adaptés aux mathématiques, les imprécisions
Les images, la personnalisation des objets mathématiques
Les verbes d'action
Les pronoms je, tu, on, nous, vous.

Prise en compte du travail des élèves à un niveau général
Les appels à la mémoire, les mises en garde, les encouragements
Les anticipations, défis, insistances, appréciations, conseils

e) Implicites (imprévus)

Bilan

On essaie de dégager des caractéristiques un peu globales.

Quel respect du relief (avec différentes occurrences possibles) ?

Quelle tonalité générale de la vidéo ?

Quid des spécificités de l'oral utilisé (cf. rigueur, familiarité, attention au vocabulaire) ?

Quelles prises en compte (visibles) des élèves ?

A quoi la vidéo analysée peut-elle servir dans le processus d'apprentissage des élèves (cf. actions/activités – conceptualisation) ?

2) Les ressources analysées dans ce document : quelques éléments de relief sur la notion, la chronique des séances en classe

Nous étudions avec cette grille adaptée à chaque contexte des ressources et des vidéos tournées en classe sur l'introduction du théorème de Thalès en troisième (enseignant M. et A).

Dans les programmes actuels, même si un certain choix d'ordre de présentation de différentes notions est possible entre la quatrième et la troisième, beaucoup d'enseignants abordent les triangles semblables en quatrième et le théorème de Thalès en troisième, en s'appuyant sur la présence de deux triangles semblables dans les deux configurations mises à l'étude.

C'est le cas dans le cours dont des extraits sont analysés et dans les capsules.

Une étude détaillée du relief sur la notion est proposée dans le cahier 24 (Chappet & Robert, 2022). Nous en retenons ici quelques grands traits.

a) Du côté des programmes et de la notion en jeu

Le théorème de Thalès et sa réciproque s'expriment comme une caractérisation, en termes de rapports de longueurs, du parallélisme de deux droites dans des configurations particulières : elles coupent deux droites sécantes et déterminent ainsi deux triangles (soit emboités, soit de la forme « papillon »), qui sont semblables (lien avec la quatrième) et qui ont leurs côtés proportionnels (propriété vue en 4ème, non démontrée en général).

Il reste des alternatives sur l'ordre dans lequel on présente les deux versions, avec le lien à établir entre les deux, sur les énoncé précis des théorèmes proposés aux élèves et sur les justifications qu'on peut donner. D'autres alternatives, qui peuvent être même en rupture avec la conception actuelle des programmes sont envisagées dans Perrin, 2006.

Une application importante (savoir-faire) est le calcul de la longueur d'un côté d'un triangle à partir de trois autres longueurs de côtés (bien choisies).

Ajoutons que ces longueurs sont données soit numériquement soit algébriquement (variables positives). Une raison d'être du théorème pourrait être cette traduction d'une propriété géométrique en une propriété algébrique (et réciproquement), donnant lieu à des calculs liés à la proportionnalité. Il y a donc comme objectifs à la fois la mobilisabilité du théorème (et de sa réciproque par la suite) et sa disponibilité notamment dans des situations dites « concrètes ».

b) Du côté des élèves

On peut penser que plusieurs difficultés demeurent quoi qu'il en soit, que nous résumons ci-dessous (cf. cahier 24).

- Côté géométrie

Pour bien saisir le théorème, il y a d'abord une difficulté plutôt géométrique, déjà renseignée dans le travail de Horoks, 2008 (en seconde[9]) : l'identification des couples de côtés à associer pour écrire correctement les rapports de longueurs égaux traduisant leur proportionnalité. On peut le faire soit grâce aux angles égaux (côtés homologues « en face » d'angles égaux »), soit en associant 2 à 2 les côtés rangés dans l'ordre des mesures de leurs longueurs, soit en reconnaissant ou reconstituant la configuration « triangles emboîtés » (ou papillon) et l'agrandissement ou la réduction éventuels entre les triangles à appliquer aux côtés.

La correspondance est souvent faite par les enseignants ou dans les manuels directement, sans revenir aux triangles, à partir de l'alignement des points sur les deux droites ou demi-droites correspondantes, complété par le parallélisme des deux derniers côtés (respectifs). On peut évoquer à ce sujet une difficulté liée au mélange d'objets de « dimension » différente – points, segments -, en lien avec la déconstruction évoquée par Duval & Godin (2005).

Si on veut que les élèves fassent le lien avec ce qu'ils ont vu en quatrième, on peut ainsi compléter le strict énoncé du théorème en faisant un détour par les triangles semblables : on doit ajouter que les parallèles déterminent des triangles semblables (et on peut même le justifier, par exemple parce qu'ils ont leurs angles respectivement égaux si les droites sont parallèles).

[9] A l'époque les triangles semblables étaient enseignés en seconde, encere sans les similitudes.

Revenir aux triangles semblables constitue ainsi une alternative, avec le risque éventuel cependant d'alourdir la présentation, en introduisant une étape intermédiaire.

Il peut y avoir une autre difficulté géométrique à bien reconnaître les deux types de configurations et à s'y limiter – et dans le cas de la configuration « papillon » cela peut être un peu plus difficile d'identifier correctement les côtés à associer sans les triangles semblables.

- Côté algèbre et numérique

Une autre grande source de difficultés est le travail algébrique à faire sur les rapports, une fois écrits. Il y a là un traitement algébrique (ou numérique) de la proportionnalité, exprimée sous une forme élaborée, faisant souvent intervenir directement des fractions, qui peuvent d'ailleurs cacher la proportionnalité en jeu pour certains élèves. Quand le lien n'est pas fait entre l'égalité des fractions à établir dans le théorème et le tableau « brut » donnant les longueurs des côtés homologues, établi grâce à la similitude des triangles, et souvent ni cité ni a fortiori écrit, les élèves peuvent ne pas reconnaitre qu'il s'agit bien de calculer une quatrième proportionnelle.

De plus le choix d'une méthode pour trouver cette quatrième proportionnelle, soit grâce à un coefficient de proportionnalité (au cas où le tableau est écrit mais difficile à imaginer en son absence), soit par « un produit en croix », reste à faire. Ce qui est difficile aussi c'est qu'il y a deux égalités donc se pose la question de repérer celle qui est utilisable en cas de calcul de longueurs.

Enfin le calcul de certaines longueurs, que l'on doit obtenir à partir de données intermédiaires pour appliquer le théorème, peut être une source d'adaptations, y compris lorsque leur expression mélange inconnue et nombres (dans un calcul du type $x + 4$, par exemple, ou même $(x/(x + 4))$).

- Côté logique et formulation

Enfin une troisième source de difficultés tient à la formulation même du théorème, et avec notamment l'usage de l'implication si… alors … Cela a été étudié en particulier dans le groupe Léo[10] de l'IREM (formuler, reformuler, Hache, 2017). Un travail spécifique à partir des formulations des élèves a été expérimenté.

Cependant les séances de classe analysées dans ce texte se placent en amont d'une utilisation « courante » du théorème (dont est seulement étudiée ici l'introduction) alors que les capsules sont élaborées pour servir de révision, ce qui modifie d'emblée ce travail de formulation.

Pour la réciproque, d'autres difficultés s'ajoutent que nous n'illustrerons pas ici.

c) <u>les séances en classe</u>

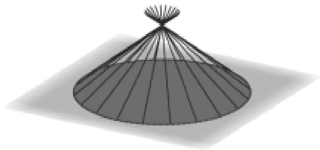
Il s'agit d'une classe de troisième REP, filmée en décembre et janvier 2020-2021. On est en plein covid… Les élèves ont eu du mal avec ces séances, de l'avis même de l'enseignant (Chappet-Paries & Robert, 2022, annexe 5), que nous remercions encore pour ses films. Il s'agit bien ici de différencier deux types d'activités des élèves et non de les comparer, ce qui autorise les mises en regard que nous allons faire entre les capsules, destinées à des élèves « ordinaires », et cette classe, pas facile, mais dont l'enseignant est très formé et actif à l'IREM.

[10] Léo comme Langage, Ecrit, Oral.

L'itinéraire prévu par l'enseignant est le suivant (Chappet-Paries & Robert, 2022) : l'enseignant propose un premier exercice en trois questions, le Tipi, qui va servir d'introduction, et qui sera résolu en trois temps distincts. La première question permet de réviser le théorème de Pythagore

Exercice du Tipi :

L'habitation traditionnelle des Indiens des plaines d'Amérique du Nord est le tipi. Un tipi est constitué de longues tiges de bois appuyées les unes aux autres, d'une enveloppe extérieure faite de peaux d'animaux et d'une porte toujours orientée vers l'Est.



Pour la reconstitution d'un village amérindien, on cherche à construire un tipi où chaque perche en bois mesure 9 mètres et dépasse de 1,5 mètres. Le diamètre du cercle tracé au sol mesure 12 mètres.

1) Le but de ce tipi est d'abriter un totem de 4 mètre de haut.
Le tipi est-il assez haut pour acceuillir ce totem ?
2) Les concepteurs souhaitent placer une plateforme circulaire au sommet du tipi.
Quel sera le diamètre de la plateforme ?
3) On y pense maintenant… Les ailes du totem sont à une hauteur de 3,5 mètres et ont une envergure de 2,2 mètres.
Est-ce que le totem peut rentrer dans le tipi sans dépasser des parois ?

pour calculer une longueur, la deuxième question permet de réaliser que ce théorème ne suffit pas à calculer toutes les longueurs et amène à réviser, dans une sorte d'intermède, les triangles semblables (vus en quatrième).

Sont données essentiellement, pendant cet intermède, dans une fiche travaillée collectivement au tableau à partir des souvenirs des élèves, la définition des triangles semblables (angles égaux) et la propriété de proportionnalité des longueurs des côtés correspondants (et sa réciproque).

Cette révision est ensuite réinvestie dans le calcul de la deuxième question qui est reprise, la similitude (sans le mot) des triangles étant démontrée aux élèves. Puis l'enseignant propose une conjecture à chercher, mettant en jeu l'obtention géométrique de la configuration de Thalès, comme deux sécantes coupées par deux parallèles. Il s'agit d'associer droites parallèles et triangles semblables.

La conjecture
(GeoGebra)
Comment obtenir deux triangles semblables en traçant quatre droites ?

Toutes ces activités d'approche sont suivies d'un cours, présenté sur une fiche projetée et travaillée (premier extrait, transcription en annexe 1). Un premier exercice d'application immédiate est proposé (deuxième extrait, transcription en annexe 3). Puis les élèves reviennent à la dernière question de l'exercice d'introduction ci-dessus (où il faut utiliser le théorème de Thalès avec des adaptations) – cf. troisième extrait (transcription en annexe 5) - et à d'autres exercices. Nous joignons sous forme de tableau la chronique de l'ensemble des séances de classe analysées, dont les trois extraits analysés ci-dessous, à la fin, en italique dans le tableau.

Tâches par épisodes – associés à des tâches différentes	Activités et Durées – les moments d'exposition de connaissance en italique - les moments de recherches soulignés
Séance 1 (films 18 et 19)	
Question 1 du tipi (24') Mathématisation et Théorème de Pythagore	5' recherche individuelle globale 8' modélisation par le professeur et figure 3' recherche individuelle (calcul de la hauteur) 8' correction collective (un élève au tableau)
Début de la question 2 du tipi : Pythagore ne fait pas tout (14') Retour motivé aux triangles semblables (rappel de cours)	7' recherche individuelle 7' correction collective (théorème de Pythagore inutilisable et révision collective des triangles semblables) (point-bilan)
Idem (film 19) (6')	6' travail sur la fiche triangles semblables et premier retour sur la question 2 par le professeur (point-bilan)
Séance 2 (film 20)	
Question 2 du tipi suite (24')	11' rappels du professeur et recherche collective de la similitude des deux triangles en jeu dans la question 4' correction par le professeur (point-bilan) 5' correction du tableau de proportionnalité des longueurs des côtés par le professeur (point-bilan) 4' correction finale par le professeur (point-bilan)
Conjecture : obtenir deux triangles semblables et début du cours sur Thalès (19')	6' recherche individuelle 5' recherche collective avec Geogebra 8' conclusion du professeur : des droites parallèles impliquent des triangles semblables et début de cours sur le théorème Thalès par le professeur
Séance 2 suite (film 21)	
Cours Thalès (suite) (10') – **extrait analysé (11' = 10' + 1' précédentes)**	10' *Retour sur la fiche Théorème de Thalès* (3 points-bilans)
Exemple d'utilisation cherché en classe (23'30) – **extrait analysé**	13'30 Tracé de la figure au tableau par le professeur et recherche individuelle - Quelques interventions du professeur (aides procédurales) 4'30 *Début de correction par le professeur- retour au cours (point-bilan)* – recherche individuelle *5'30 Fin de la correction avec un élève au tableau (2 points-bilans).*
Question 3) du tipi (12'30) – **extrait analysé**	Recherche collective *et résolution* 30''Rappel des résultats trouvés aux questions 1 et 2 et commentaire sur l'énoncé de la question 3 2'15 Construction de la figure utile pour raisonner 7'55 *Calcul de DE par une première méthode* (tableau de proportionnalité et quatrième proportionnelle) : conditions d'utilisation (justification du parallélisme), rédaction (écriture en abrégé), tableau de proportionnalité et calcul 1' commentaire sur le résultat trouvé pour l'exercice du tipi 50' *Retour sur une autre méthode* (coefficient de proportionnalité et agrandissement)

Tableau : La chronique de l'ensemble du cours dont sont analysés trois extraits

d) les trois capsules analysées

Ici les notions d'itinéraire et de chronique ne sont pas adaptées car ces ressources ne visent pas à un enseignement suivi et qu'elles sont relativement indépendantes, même si l'enseignant renvoie quelquefois d'une capsule à une autre. Les descriptions précises de ce qui nous intéresse seront données plus loin.

La première vidéo que nous avons choisie d'analyser est la révision du cours (théorème et réciproque) proposée sur le site – nous ne retenons que la première partie sur le théorème (transcription en annexe 2).

Les deux capsules suivantes portent sur des résolutions d'exercices où il faut utiliser le théorème de Thalès. La première, intitulée « méthode », présente un exercice d'application immédiate, dont une nouvelle question, encore sans adaptation du théorème, est reprise d'ailleurs dans une deuxième capsule (changement de longueur à calculer). L'enseignant détaille la démarche à suivre, d'où l'idée de méthode (transcription en annexe 4). Le deuxième exercice que nous analysons est une question d'un exercice de brevet que nous présentons cependant in extenso en annexe. Le théorème est de nouveau utilisé dans la troisième question pour calculer une longueur sans être indiqué dans l'énoncé, l'enseignant en fait une correction plus rapide (transcription en annexes 6 et 7).

II Deux moments d'exposition des connaissances sur le théorème de Thalès

Nous présentons d'abord les deux extraits analysés, capsule et classe, en référence au relief, puis nous les mettons en regard, en nous inspirant des catégories de la grille générale qui conviennent ici, d'abord globalement puis plus localement, en étudiant les gestes, le vocabulaire utilisé et les implicites et imprévus éventuels. Un premier bilan est esquissé.

1) Présentation des extraits analysés, en référence au relief

a) La capsule

La partie portant sur le théorème de Thalès et sa réciproque dure quatorze minutes (contre 11 minutes pour le cours filmé sur le seul théorème, en ne tenant pas compte des phases de travail autonome des élèves).

L'enseignant, que l'on voit sur le film, utilise de nombreuses figures préparées à l'avance, y compris animées, joue beaucoup sur les couleurs et la perception. Cette révision du cours est totalement orientée vers l'utilisation de la formule (les deux égalités de fractions). En résumé, le théorème de Thalès sera donné sous sa forme habituelle (finale) dans les deux configurations traitées successivement.

Le cours consiste d'abord, à partir de la donnée de la figure de la première version (triangles emboîtés dont les contours sont coloriés), à la décrire par l'appartenance des points concernés aux « bons » côtés et droites parallèles. L'enseignant ajoute que les côtés sont confondus. Il fait remarquer (perceptivement) la présence de deux triangles semblables, sans aucune justification de la similitude (*ils se ressemblent terriblement, ce sont des clones l'un de l'autre*). Il n'est pas question d'angles égaux, ni de formes analogues. L'enseignant rappelle ensuite (sans plus) que des *triangles semblables ont leurs côtés deux à deux proportionnels*. Ensuite il reprend deux fois la description de la figure avec sa spécificité : côtés confondus et troisièmes côtés parallèles. Il passe à l'animation de la figure et à l'affichage des rapports de longueurs des côtés des triangles en jeu (dans les conditions du théorème rappelées en même temps). Il constate l'égalité, qu'il présente alors comme la conclusion du théorème dans le cas général (l'approximation des mesures affichées n'est pas signalée). Il ne précise à ce moment-là ni que ce sont des longueurs qui sont en jeu ni que cela traduit la proportionnalité. L'enseignant se livre ensuite à un travail sur la forme des rapports intervenant dans les égalités (petit triangle « au numérateur » sur grand triangle « au dénominateur »). Il souligne qu'on peut changer le nom des points en le faisant sur la même figure et en réécrivant les rapports égaux avec les nouvelles lettres (il évoque « *n'importe quelle situation* »).

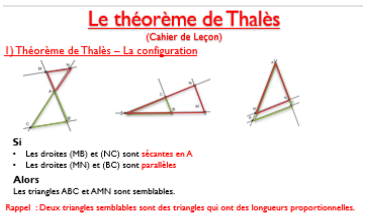
Puis il passe à la configuration « papillon » présentée comme une extension de la configuration triangle grâce à une autre animation. Il refait plus rapidement la même présentation du théorème dans cette deuxième version : « *on retrouve donc nos trois rapports égaux qui font qu'on a proportionnalité sur nos deux triangles semblables*.

Enfin un exemple numérique illustre l'utilisation du théorème « *qui sert tout simplement à calculer des longueurs dans des triangles quelconques* ».

b) Le cours en classe

Dans la séance précédente (film 20 cf. balisage cahier 24) la fiche de cours avait déjà été projetée au tableau et le professeur avait commencé à la commenter. Nous ne reprenons pas cet extrait (sauf la toute fin).

L'enseignant prévoit ici de s'appuyer sur qu'il a déjà révisé auparavant : les triangles semblables, définition et propriété caractéristique (fiche de révision travaillée avec les élèves) et sur une activité d'introduction (la conjecture). Ce travail avait été introduit par la résolution de deux questions d'un exercice (le tipi) dont nous verrons plus tard la résolution de la troisième question. La conjecture à chercher met en jeu l'obtention géométrique de la configuration de Thalès, qui permet d'associer droites parallèles et triangles semblables. Toutes ces activités d'approche sont suivies d'un cours (exposition des connaissances), seul objet de l'extrait analysé ici, présenté sur une fiche projetée et travaillée avec les élèves en deux temps. Il projette tout d'abord les deux (trois) configurations en jeu avec les triangles semblables ainsi définis et l'écriture du théorème. Les points sont nommés et les côtés des triangles tracés de couleurs différentes. L'enseignant montre sur chaque figure les droites parallèles puis les triangles concernés (« *Il y a un petit et un grand* »). Il insiste sur l'importance de la perception visuelle de ces « ingrédients » pour que la mobilisation du théorème soit possible ce qui, dans ce cas, amène à la similitude des triangles (sans le mot). Il donne le nom des droites parallèles et des droites sécantes des figures projetées (les lettres sont les mêmes pour les 3 figures) et en rappelant la démonstration déjà faite (à un autre moment, en comparant les angles correspondants qu'il montre) conclut à la présence de deux triangles semblables. Il redit la proportionnalité des longueurs des côtés correspondants puis généralise ce résultat : « *Thalès c'est d'abord un coup d'œil, on voit des trucs parallèles, on voit les sécantes, il y a de la proportionnalité, il y a Thalès qui est là.* » Par un commentaire méta, il insiste sur les jeux de cadre que permettent de développer les théorèmes de Pythagore (vu dans la question 1 du tipi) et de Thalès puis revient sur les différents moyens d'exprimer la proportionnalité des longueurs des côtés des triangles semblables : tableau de proportionnalité et quatrième proportionnelle, coefficient d'agrandissement, fractions égales. L'enseignant laisse aux élèves un temps de recherche (seuls) pour compléter le tableau de proportionnalité puis le projette au tableau et le commente avec eux insistant sur la correspondance des côtés homologues sans donner ce mot (alignement des points, agrandissement des côtés, petit triangle/grand triangle). Il répète à nouveau ce que permet d'obtenir le théorème de Thalès en toute généralité : un tableau de proportionnalité, un coefficient d'agrandissement, des fractions (mode expert).



Un premier exercice d'application immédiate sera proposé. Puis les élèves reviendront à la dernière question de l'exercice d'introduction (où il faut utiliser le théorème) et à d'autres exercices.

2) Mise en regard de la capsule et du cours en classe

Nous cherchons ici à apprécier la présentation faite aux élèves, avec ce que l'enseignant éprouve le besoin de dire ou non, en relation avec les activités des élèves, possibles en classe et supposées à partir de la capsule. Cela débute par une analyse des contenus mathématiques et du « comment » présentée sous forme de tableau et commentée ensuite, la structuration n'est pas dans le tableau (présentée dessous).

Tableau. Contenus en jeu et travail du comment

	Classe (A.) **Durée 11'**	Capsule (M.) **Durée 14'**
Ordre du cours et connaissances mathématiques	[après deux activités d'introduction et raison d'être]. Sont abordés : -les points communs entre les trois configurations (points nommés) (les parallèles et les sécantes) - la présence de deux triangles semblables en toute généralité puis contextualisés (avec le nom des points des figures) -la proportionnalité [des longueurs], et la quatrième proportionnelle avec différentes traductions (tableau, coefficients d'agrandissement, fractions), et différentes façons de l'exploiter (produit en croix recommandé) -reprise de la correspondance des côtés(piège) – avec retour aux figures et aux calculs	-Révision ! -Départ avec les 2 versions (figures affichées avec les noms des points) - premier travail sur la figure triangles emboités, Sont abordés - la présence des triangles semblables (sans trace de justification) - la proportionnalité de leurs côtés -la reprise du lien triangles semblables /droites parallèles (non justifié) - animation de la figure et affichage des rapports égaux (GeoGebra) - affichage de la formule usuelle explicitation détaillée de la forme puis adaptation (changement du nom des points) - travail sur la deuxième figure – version papillon (déduite de la première avec une animation), avec la présentation plus rapide du théorème -utilisation dans un exemple (quatrième proportionnelle) -raison d'être : calculs de longueur…
Raison d'être Calcul de longueurs	problématisé par un exercice : 2ème question du tipi résolue après une révision sur les triangles semblables)	donné après le théorème
Diversité potentielle des points de vue, cadres, registres possibles	Jeu de cadres géométrique/numérique explicité	
Justifications et démonstrations Mot démonstration prononcé… Droites parallèles/triangles semblables Triangles semblables/proportionnalité Droites parallèles/proportionnalité D'où sortent les fractions	 1 Démontré avant avec les angles et cité puis admis explicitement Visualisation sur Geogebra en guise de preuve et résultat de ce qui précède Tableau de proportionnalité Tableau	 0 Démonstration non évoquée Visualisation sur Geogebra en guise de preuve

Lien avec le programme précédent : associé à des mots prononcés (cf. ci-dessous) Triangles semblables *Angles (égaux)* *Proportionnalité (des côtés ou longueurs des côtés)* Rapport Fraction Tableau de proportionnalité	 5 3 15 0 2 3	 5 0 3 24 1 0
Prise en compte des difficultés des élèves **-Distinguer les configurations** **-Repérage des côtés homologues** En face des angles égaux En respectant l'ordre des longueurs En reconstituant la configuration triangles En visualisant agrandissement/ réduction Alignement des points à partir des côtés Côté sur un autre **- Ecriture de la « formule » et traitement (numérique) de la propriété**	 Papillon puis triangles emboîtés Difficulté explicitée En reconstituant la configuration triangles Visualiser agrandissement/ réduction Association des côtés, alignement Tableau Coefficient de proportionnalité Fractions égales et $4^{\text{ème}}$ proportionnelle	 Triangles emboîtés puis papillon En reconstituant la configuration triangles Points appartenant à côté Côté sur un autre Egalité de rapports – mise en garde sur la distinction numérateur/dénominateur $4^{\text{ème}}$ proportionnelle
Adaptations		Un exemple avec changement des noms des points, travaillé sur la formule
Explicitations méta- liées directement aux mathématiques	Commentaires sur les connaissances et les activités visées : *Et quand vous vous trouvez face à ce genre de figure, votre cerveau doit dire : ah il y a peut-être Thalès dans le jeu là…* Liens signalés, Diversité explicitée, Appuis sur ce qui a été fait ou dit *La démonstration je l'ai faite tout à l'heure rapidement avec l'idée de N. et les angles correspondants.* Appréciations mathématiques (avec des mots familiers) : prises de hauteur, mode expert, changement de cadre impliqué dans la comparaison avec Pythagore, *« Et par contre Thalès, on l'utilise comment, c'est qu'on exploite ce que*	Commentaires sur le travail des élèves : « *ce qui va changer dans le théorème, c'est la condition à vérifier…* » Commentaires sur ses actions mathématiques (*en haut petit triangle*) grâce à un discours s'appuyant sur le vu et le montré et émaillé de mots familiers, *Faudrait pas inverser sur l'un ou l'autre rapport* *On peut attaquer la deuxième version, la version papillon* Appréciations mathématiques sur Pythagore et Thalès (limitées aux

	veut dire semblable. C'est un truc très très fort. » *« On remarque que Thalès il y a une rédaction évolutive… et puis une façon experte ce serait en utilisant des fractions »* *« Thalès et Pythagore sont emblématiques au collège. Ils vont tisser des passerelles entre deux mondes, l'un numérique et l'autre géométrique. »*	figures en jeu et portant surtout sur les calculs permis) *Jusque-là on avait le théorème de Pythagore qui nous permet de faire des calculs de longueurs mais dans des triangles rectangles ; Ici sous certaines conditions bien sûr, on va avoir des rapports de longueurs qui sont égaux et à partir de là, si je connais certaines longueurs je vais pouvoir calculer d'autres longueurs.*

De fait l'ensemble de ce qui est travaillé « avec le cours » diffère, tout comme le temps en jeu : mais dans la mesure où l'exposé du théorème prend une quinzaine de minutes dans la capsule alors que toute une séance préliminaire en classe est consacrée à préparer le théorème, la comparaison est très limitée.

L'ordre suivi par les enseignants et les connaissances présentées pour donner le théorème ne sont pas tout à fait les mêmes, même si globalement, et très naturellement, chacun passe des configurations géométriques en jeu aux triangles semblables qui apparaissent dans les figures et à l'interprétation de la similitude sur les longueurs des côtés : avec une différence, c'est la proportionnalité qui est largement commentée en classe, alors que ce sont directement les rapports égaux de la « formule » finale qui font l'objet de la conclusion du théorème dans la capsule.

Dans la capsule, le théorème est ainsi donné d'abord, après l'introduction commentée des configurations en jeu. Puis l'enseignant insiste surtout sur les conditions d'utilisation du théorème et termine par l'utilisation dans un exemple. Dans le cours en classe il y a tout un travail d'introduction, pour réviser les notions en jeu (triangles semblables et proportionnalité) et pour caractériser les configurations retenues (parallélisme et droites).

Plus précisément, dans la capsule, les raisons d'être (calculer de longueurs) sont données après l'introduction du théorème et réduites au calcul d'une longueur, alors que, dans le cours en classe, ce calcul, fait dès le début sur un exemple, et contribue à motiver l'introduction du théorème.

On constate dans la capsule l'absence de justification et le peu de liens avec ce qui précède dans ce que les élèves ont pu apprendre, et l'attention à la « lettre » de la formule. Cela s'explique en partie par le fait que les élèves qui utilisent la ressource ont pu avoir des cours différents (d'où le peu de liens), et qu'il s'agit d'une révision et pas d'une introduction.

Ainsi les liens triangles semblables /côtés proportionnels, et parallélisme/triangle semblables, ne sont pas du tout explicités dans la capsule, contrairement à ce qui est fait par l'enseignant observé, qui peut s'appuyer sur le premier exercice d'introduction avant le cours pour reprendre le premier lien et la conjecture pour travailler le deuxième.

Concernant les deux (ou trois) configurations, ou versions ou situations dans la capsule, associées directement à des figures, on peut signaler deux choix : traiter simultanément ou successivement les deux cas.

L'enseignant observé donne quelques façons de repérer les côtés correspondants, sans en privilégier une, en signalant plusieurs fois la difficulté pour les élèves, alors que dans la capsule, cette dernière n'est pas explicitée, et que l'expression « un côté est sur l'autre » est nettement privilégiée. On peut noter que ce passage subreptice des cotés à leurs longueurs et aux points « extrémités » des segments, n'est travaillé ni dans la capsule ni dans le cours. Il peut être difficile, ce qui a été souligné dans le relief.

Concernant le traitement numérique relatif à l'utilisation du théorème de Thalès, dans la capsule n'est proposée que l'utilisation de la quatrième proportionnelle à partir de l'égalité des fractions en jeu, alors que l'enseignant mentionne aussi le tableau de proportionnalité des longueurs des côtés, le travail possible sur le coefficient de proportionnalité et le recours aux fractions établies à l'aide du tableau (et déconseillé au début).

Une adaptation sur le nom des points est proposée dans la capsule.

Les commentaires méta directement liés aux mathématiques diffèrent par leur fréquence et même leur objet. Ainsi dans la capsule sont davantage commentés le travail mathématique des élèves et les actions précises. Ce discours relève plutôt du domaine de l'animation locale, en lien implicite avec l'action, voire pour aider celle-ci (s'appuyant sur ce qu'il fait et qu'il montre notamment), avec un vocabulaire mathématique peut-être plus usuel (?), situation ou version de Thalès plutôt que configuration.

Dans la classe de A., les connaissances et les activités sont aussi en jeu dans les discours méta, avec les liens, les diversités signalées comme telles. Ainsi chez A. le discours porte plutôt sur des aspects globaux ou généraux (configuration, théorème), et peut contribuer à compléter la réflexion, à préparer certaines adaptations., Il s'agit par exemple, dans le début du cours de A., de caractériser les configurations de Thalès, d'abord indépendamment de leur utilisation. A. explicite quand il faut (faudra) avoir recours au théorème de Thalès en indiquant, voire même préconisant, une reconnaissance visuelle – vers une certaine disponibilité ultérieure ?

Les appréciations données par chacun sur les théorèmes de Pythagore et de Thalès nous semblent emblématiques : le changement de cadre géométrique/numérique est évoqué comme tel, comme « une passerelle » dit A., alors que M. ne parle, sans l'expliciter, que du calcul de longueurs dans la figure.

La structuration

Si on considère la structuration chez ces deux enseignants, elle est très imagée chez A. en lien avec l'avancée et la cohérence du cours : « *bébé Thalès* », « *aux portes de Thalès* », « *rédaction évolutive* ». Elle est souvent ancrée sur quelque chose qui est partagé avec les élèves mettant en jeu ce qui a été fait avec eux et pas seulement les contenus (proximités différées intervenant dans des « petits » bilans).

Chez M., la structuration, moins nécessaire vu la courte durée, prend souvent la forme de (fausses) questions sur son action : « *lequel je fais intervenir ?* » ;« *Qu'arrive-t-il ?* » « *Essayons* », ou s'exprime par un mot importé un peu inattendu, imagé : « *je m'attaque à …* » « *ça marchera pas* » ; « *ça s'arrange pas* »

Certains « petits » mots contribuant à une certaine structuration sont employés dans la capsule alors qu'ils sont pratiquement absents chez A. Ce sont les mots comme maintenant, ensuite, d'abord, déjà, à partir de là. Ils peuvent marquer une évolution pas à pas du raisonnement ou de l'explication de la méthode suivie, et pallient en quelque sorte à la présence des élèves.

b) Gestes et ostentions

Dans la capsule un tableau blanc est affiché avec des figures en couleurs, que l'enseignant « repasse » éventuellement ; il projette aussi l'écriture « animée » des rapports…
Beaucoup d'ostensifs sont ainsi utilisés dans le discours de M. qui est filmé devant son tableau : il fait beaucoup de gestes appuyant ses dires, en montrant les éléments des figures dont il parle, et introduit même une certaine personnalisation des objets.

L'enseignant fait même un travail spécifique sur la forme des égalités de rapports indépendamment de leur signification (et a fortiori de la démonstration) en disséquant le rôle de chaque lettre : « *mes deux triangles je vois qu'ils ont un sommet commun, c'est A. Ce A on le retrouve quatre fois dans les deux premiers rapports de ma formule.* »

Répartition oral/écrit – des différences ?

Dans sa classe l'enseignant explicite ou commente la fiche projetée au tableau où certains mots sont écrits en rouge et ajoute quelques commentaires qui n'y sont pas : la similitude des triangles qui a été déjà prouvée (angles égaux), le respect de la correspondance des côtés (homologues) dans le tableau de proportionnalité. Les différentes façons d'exprimer le théorème de Thalès sont écrites dans la fiche et il commente le mot agrandissement en citant le calcul déjà effectué dans un autre exercice. Donc on constate peu de différence entre écrit et oral.

Chez M., dans un premier temps, les deux configurations sont projetées au tableau puis seule celle des triangles emboitées reste avec le texte : dans un triangle ABC où B'$\in [AB]$, et C'$\in [AC]$ si (B'C') est parallèle à (BC). L'animation permet de calculer et d'afficher les rapports des côtés homologues en faisant varier les positions de B' et de C'tout en gardant le parallélisme.
Il trace ensuite une figure identique au tableau et écrit $\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}\frac{\leftarrow le\ petit\ triangle}{\leftarrow le\ grand\ triangle}$
Il écrit ensuite les rapports pour la figure sur laquelle il a remplacé les lettres A, B, C, B', C' par respectivement M, U, S, T, R.
Dans la dernière partie il reprend la figure initiale et l'anime afin de trouver une configuration papillon. Puis il écrit l'opération du calcul d'une longueur lorsqu'il a remplacé dans les rapports égaux les longueurs par des valeurs numériques : 0×4 :6 , BC=10×4 :6
L'oral est très proche de l'écrit, plus développé (concernant par exemple l'écriture des rapports égaux) et accompagné de gestes montrant ce dont on parle.

c)Vocabulaire

Nous avons distingué les vocabulaires mathématiques et non mathématiques et les prises en compte des élèves à un niveau général, en essayant d'apprécier ce que cela pourrait induire.

Le vocabulaire mathématique, même limité à 10% environ des mots prononcés, permet notamment d'apprécier la manière dont l'enseignant place son discours par rapport aux connaissances anciennes et nouvelles. Il amène aussi à repérer la diversité utilisée et ce qui est répété.

Le vocabulaire non mathématique (méta) donne notamment un certain accès aux actions évoquées par l'enseignant (souvent associées à des verbes) ainsi qu'aux manières d'impliquer les élèves dans le discours (pronoms personnels).

Enfin on traque la prise en compte des élèves à un niveau général, appels à la mémoire, mises en garde (cf. attention) et autres adresses directes. Cela peut mettre en jeu plus globalement le contexte, les phrases de commentaires dans lesquelles sont insérés ces éléments. Dans tout ce qui suit une certaine prudence est de mise dans les comparaisons dans la mesure où le nombre total de mots pour A. est inférieur au total pour M. (il représente 60% de ce total).

Vocabulaire mathématique : un tableau récapitulatif (cf. relief)

Mots (nombre approximatif majorant)	**A. cours (1340)**	**M. Cours (2250)**
Angles	5	0
Alignement/aligné	1	0
Coefficient de proportionnalité	2	0
Configuration/figure/version/situation	4/3/0/0	4/7/10/9
Correspondance/correspond	5	2
Côtés	7	36
Divisé	0	1
Droites	10	5
Fractions	2	1
Longueurs	4	11
Mesures, mesuré et mesurer	0	0
Parallèle	12	7
Produit en croix	1	7
Proportionnalité/proportionnel Tableau de	10 3	2 0
Quatrième proportionnelle	1	1
Rapport	0	24
Sécante	8	0
Segment	0	1
Semblable	6	5
Sur	3	42
Triangle	21	42
Thalès	18	28
Mots absents (avec une occurrence >1 chez l'autre)	Segment Situation Rapport Version	Angles, Sécantes, Coefficient de proportionnalité Tableau de proportionnalité

On constate des différences, il y a plus de diversité et de précision dans le cours en présentiel. De plus les mots répétés sont différents et traduisent bien les orientations déjà esquissées, et révélées aussi par les mots absents : droites (parallèles, sécantes…) /triangles (côtés…) pour les configurations – niveau de généralité plus grand chez A. ; absence du mot angles dans la capsule – retour à la définition des triangles semblables ou démonstration chez A. ; proportionnalité / rapports égaux. On peut remarquer que l'enseignant répète beaucoup moins certains mots dans la capsule que ne le fait le professeur en classe – en revanche le mot Thalès, seul mot nouveau en l'occurrence, est beaucoup plus redit dans la capsule qu'en classe, tout comme les mots côté, triangles, rapports, comme s'il voulait en « imprégner » les élèves…

Vocabulaire non mathématique, y compris familier

Quitte à répéter quelques analyses, nous avons passé en revue ici la fréquence d'un certain nombre de verbes et mots liés à une action, à un conseil ou à une liaison explicite. Nous présentons un tableau puis détaillons les appels à la mémoire, les mises en garde, les adresses directes aux élèves sur leur travail en général. Nous avons aussi exploré l'usage des pronoms personnels, qui s'avère effectivement contrasté. Enfin nous avons renoncé à mettre en perspective le vocabulaire familier de l'un et de l'autre, car nous n'avons pas noté de réelles différences (cela sera montré plus loin). Nous tentons de conclure en spécifiant des tendances sur ce vocabulaire de chacun, qui renforcent des constats précédents.

Verbes et autres	A.	M.
Faire/fais/fait	3/ 6/ 5	6/4/6
Utiliser		
Comment		
Faut / doit	9/ 2	6 / 0
Regarde/regarder/voir	0 /4	2/8
Se rappeler	2	2
Attention	0	0
Donc	5	16

L'usage des pronoms personnels[11]

	A.	**M.**
Je/j'	38	56 +12
Tu	4	3
On	13	53
Nous/Nos	2/0	2/5
Vous	13	0

[11] Une collègue linguiste, M.L. Elalouf, a participé à cette rapide analyse.

Les pronoms personnels sont diversement utilisés chez les deux enseignants et ne jouent pas toujours le même rôle. Globalement, si M. se met plus souvent en scène, A. dévolue davantage d'activités aux élèves.

Ainsi par le « *je/ tu, vous* » A. co-construit le lexique mathématique, par étapes, en incluant et évaluant les propositions des élèves. En effet le « je » épistémique permet d'associer les élèves au raisonnement : « *le théorème dit que si j'ai des sécantes et des parallèles* » ou de dévoluer une activité « *il faut bien voir que vous avez un petit triangle là que je fais apparaître* » A. utilise le « on » pour mobiliser la mémoire didactique et enrôler les élèves « *qu'est-ce qu'on a fait tout à l'heure ?* » mais aussi pour présenter un énoncé de généralisation incluant les élèves « *Thalès c'est d'abord un coup d'œil, on voit des trucs parallèles* » Il peut aussi inclure l'élève dans la justification des choix didactiques : « *on a y passé beaucoup de temps. On a revu ensemble…* ».

Chez M. le « on » est très souvent présent (53 fois). Il représente, la plupart du temps, le « je » et « tu » réunis qui fait entrer l'élève dans le même raisonnement que le professeur « *on le voit-on dit* », dans une généralisation : « *on peut regarder notre théorème* » ou une transformation de la figure : « *on va partir de la version triangles* ». Il participe aussi à réactiver la mémoire didactique : « *on va avoir à partir de là* »
Le « on » est dans la plupart des cas utilisé avec les verbes « voir », remarquer » « regarder », « retrouver ». Il est quelquefois associé à une certaine structuration : « *on peut commencer* », « *on est en train de* » « *on peut attaquer* », « *on va partir* », « *on y va* ». Il manifeste ainsi une certaine empathie avec les élèves, c'est-à-dire comme le dit Rabatel (2016) : « se mettre à la place des autres, imaginer ce qu'ils voient pensent ressentent, peuvent dire ou faire ».
Ce professeur se met aussi en scène en exposant ses choix pédagogiques : « *j'ai mis des couleurs* », ou en anticipant une objection possible «je précise qu'on pourrait tout inverser ». Il utilise aussi le « je » épistémique permettant d'associer l'élève à la démarche suivie « *quand je regarde mes deux triangles* »

Prise en compte des élèves à un niveau général

<u>Appel à la mémoire</u>

Elle est plus directement évoquée dans la capsule en ce qui concerne l'utilisation de la formule (cf. statut de révision). Par exemple l'enseignant M. insiste sur « se rappeler *: petit triangle sur grand triangle* ». Il utilise aussi cinq fois les mots « je sais » pour inviter les élèves à retenir ce qu'il a déjà utilisé comme propriété par exemple : « *je sais que AB' vaut 5, je sais que AC' vaut 6* ».

L'enseignant A. dans sa classe, évoque plus généralement la reconnaissance du théorème, à retenir « *Thalès ça parle d'abord à votre œil. Il faut que votre œil remarque systématiquement ces configurations.[…] Et quand vous vous trouvez face à ce genre de figure votre cerveau doit se dire : ah il y a peut-être Thalès dans le jeu là… C'est d'abord un coup d'œil…* »

<u>Mises en garde</u>

On trouve la même différence sur ce qui est abordé.

M. indique à propos de l'écriture des rapports égaux dans la formule *« Je précise qu'on pourrait tout inverser …. Mais bon il faut bien se mettre d'accord, il faut faire un choix. »… « Faudrait pas inverser sur l'un ou l'autre rapport … »*

A. quant à lui, souligne la difficulté, en amont, de trouver les côtés homologues « *souvent on fait une erreur dans la correspondance des côtés.* »

<u>Discours d'accompagnement non mathématique :</u> encouragements, anticipations, défis, insistances, appréciations, conseils

Très souvent M. minimise les difficultés. :*Eh oui, il y a une correspondance entre les côtés, on voit bien qu'on a AB' qui se retrouve sur AB…*

« Je multiplie sur la diagonale, facile à se rappeler (il mime avec les bras) – *facile à se rappeler le symbole de diviser fait penser à une colonne… »*
« Je connais 3 valeurs, je cherche la quatrième. On est ici dans le cadre d'une quatrième proportionnelle et ça, on sait faire, on sait faire. »

En cohérence avec ce qui a déjà été constaté, A.donne des appréciations assez générales, insiste sur la reconnaissance visuelle du théorème (cf. ci-dessus), les différentes façons de l'exprimer, ses conditions d'utilisations et sur ce qui fait sa « force ». Une élève d'ailleurs répète le conseil « *Quand vous avez ce type de figure, pensez à Thalès* » avec ses mots et le transforme en une question sur l'action à mener : « *Si dans un exercice il y a des parallèles et des sécantes il y a Thalès ?*»

<u>d) Implicites éventuels, imprévus</u>

Nous avons déjà évoqué le passage non explicité des côtés des triangles en jeu (éléments des configurations géométriques concernées) à leurs longueurs (donnant lieu à un travail numérique).

Le mot « sur » utilisé 42 fois chez M. peut prêter à confusion. En effet il peut remplacer les mots « appartenant à » comme dans la phrase : « *on a donc le côté [AC'] qui se trouve sur le côté [AC] »* ou remplacer le mot « concernant » : « *on garde le parallélisme sur (B'C') et (BC)* », ou encore le mot « situé » : « *tous les rapports qui se trouvent en haut sur la première ligne* » qu'on peut interpréter avec des sens proches mais ce mot remplace aussi dans le discours du professeur les mots « divisé par » comme dans cet extrait : « *je fais AB' sur AB, AC' sur AC* ». On peut même trouver le mot « sur » avec des sens différents dans une même phrase : « *on voit bien qu'on a [AB'] qui se retrouve sur [AB] et je fais bien travailler AB' et AB ensemble dans le premier rapport ce qui veut dire que tout naturellement le deuxième rapport ça va être AC' sur AC* ».

Chez A. il n'est utilisé que 4 fois avec le sens de « appartenant » ou « concernant ».

Dans la capsule, le mot « donc » est utilisé 16 fois mais sans qu'on puisse lui donner un sens mathématique, comme dans une démonstration par exemple. Ici il sert à présenter ce dont on parle, en relation avec ce qui précède : « *Quand je regarde mes deux triangles, donc ABC le* *grand et AB'C' le petit », « Donc, déjà, ça on peut s'en rappeler : petit triangle sur grand triangle », « Donc en haut le petit, en bas le grand. »*

Dans sa classe le professeur répète le « donc » 4 fois dont une seule fois avec un sens mathématique.

Enfin dans la capsule, un certain flou (ou un implicite) se manifeste entre une propriété et sa réciproque (triangles semblables, parallélisme et proportionnalité des côtés). Ainsi à un moment donné l'enseignant explique que « *si les deux triangles sont semblables qu'arrive-t-il ? On a les troisièmes côtés qui sont parallèles ».* Or ici on a des parallèles et on doit en déduit la similitude. A la fin il reprend : « *… nos trois rapports égaux qui font que l'on a proportionnalité sur nos deux triangles semblables* ». Là encore c'est l'inverse, les triangles sont semblables à cause des parallèles, donc les rapports sont égaux. Cela dit, on est à l'oral, et qui d'entre nous n'a pas ainsi « buggé » ? D'ailleurs à un moment donné, en classe l'enseignant évoque des « rapports proportionnels »…

Bilan

Reprenons les questions évoquées au début, en les adaptant à la nature des extraits.
Il est difficile de parler ici du relief vu le statut de la capsule, si ce n'est à répéter que les enseignants respectent le programme.

<u>En ce qui concerne la tonalité de l'extrait</u>, on peut dire que le discours est plus varié, plus complet, et un peu plus général chez A. Les difficultés éventuelles y sont aussi plus présentes, la capsule donnant à entendre un discours plutôt rassurant.

Une première grande différence tient aux liens explicites avec les connaissances et activités antérieures des élèves – bien évidemment absentes chez M., très présentes chez A. On note aussi plus de réflexion un peu générale sur le théorème chez A, chez M. c'est l'action qui est objet de toute l'attention, jusqu'à la donnée assumée « d'un truc » pour ne pas se tromper dans le calcul de la quatrième proportionnelle.

Plusieurs adaptations sont ainsi mises au travail de manière différentes chez les deux enseignants et sont plus ou moins développées : la reconnaissance des configurations et leur description (configurations plus générales, en termes de droites chez A., limitées aux deux triangles et leurs sommets chez M.), triangles semblables « vus » de plusieurs façons chez A. et d'une seule façon chez M., écriture de la conclusion du théorème avec retour à la proportionnalité (citée comme propriété des triangles semblables) chez A., et diverses formes afférentes - tableau sur les longueurs et fractions, une seule formule avec «égalité des trois rapports » non justifiée chez M. Cela entraîne des traitements numériques différents (à partir de la seule formule, très largement commentée chez M. /ou à partir du tableau, de plusieurs façons, moins détaillés chez A.).
Cependant le statut des deux extraits – au début du cours ou comme révision - explique en grande partie ces différences, qu'on retrouve <u>dans le vocabulaire mathématique utilisé.</u>

<u>Le vocabulaire non mathématique</u> présente plutôt des ressemblances au niveau du détail – quelques familiarités, des enseignants qui ne refusent pas d'avoir recours à des images et à du méta. On note un même essai d'associer élèves et professeur par l'usage de pronoms personnels « associatifs » - avec un usage particulier du « on » chez M., qui remplace ainsi le « vous » par un pronom « empathique », renforcé par un discours souvent rassurant.

A quoi peut servir aux élèves l'extrait analysé ?

Si on se réfère au relief que nous avons établi sur la notion, plusieurs objectifs éventuels de tels cours se dégagent. Certains sont spécifiques, liés aux connaissances en jeu, aux raisons d'être et à la prise en compte des difficultés signalées (en particulier géométriques, pour reconnaître les homologues mais aussi les configurations, algébrique pour traiter la proportionnalité). D'autres, classiquement, sont associés aux prises de sens de ce qui est présenté de manière générale, éventuellement dans la continuité de ce qui a été fait avant, aux démonstrations, et à la préparation des applications, en termes de mobilisabilité voire de disponibilité. Le tableau p. 15 permet de renseigner ces différents points.

Globalement, l'écoute de la capsule pourrait ainsi aider les élèves à appliquer le théorème, une fois qu'ils savent qu'il faut l'appliquer, si ce n'est pour associer les bons côtés (ce qui reste délicat, d'ailleurs chez les deux enseignants) au moins pour identifier les triangles, distinguer les hypothèses et la conclusion (*qu'est-ce qu'il nous dit le théorème ?*), et écrire cette dernière (même avec d'autres noms de points) puis pour pas se tromper entre numérateurs et dénominateurs (*faut mettre systématiquement en haut que les côtés du petit…*), contrôler 'écriture des rapports (*On a la lettre A qu'on retrouve 4 fois…*) et pour calculer correctement la quatrième proportionnelle (*on multiplie et on divise*). L'enseignant M. donne des moyens pour « agir », pour « faire » le travail pour obtenir et sur la formule : il fait lui-même pour les élèves en disant ce qu'il fait et en le commentant, indiquant ainsi ce qu'il y aura à imiter. Il n'est pas question ici de justification mathématique mais bien d'un mode d'emploi mathématique illustré en acte et en parole.

Le cours en classe peut servir, au sein d'un scénario complet qui a permis des activités d'introduction, à familiariser les élèves avec le théorème, annoncé comme la traduction numérique d'une propriété géométrique (cf. sens). Les descriptions des deux configurations à reconnaître ne sont pas limitées aux triangles, s'appuyant ainsi sur la « conjecture » cherchée. La disponibilité du théorème est déjà ainsi un peu préparée, d'autant que ce à quoi il peut servir est largement évoqué (*exploiter la proportionnalité pour déterminer des longueurs*). Cette proportionnalité est justifiée par la similitude des triangles (démontrée auparavant). Enfin les conditions d'application sont aussi détaillées, avec les alternatives, le tout en relation avec les élèves.

A quoi ce qui est développé dans chaque extrait peut-il servir dans le processus d'apprentissage des élèves (cf. développement des actions et des activités – conceptualisation) ?

Plus généralement, pour poser la question du développement des activités des élèves, y compris déjà faites, à partir de ce qu'ils ont fait antérieurement, on peut questionner les passages contextualisé/ décontextualisé dans les deux extraits ainsi que les explicitations qui sont données (cf. tableau)

Chez A. les passages contextualisés/décontextualisés et décontextualisés/ contextualisés se succèdent souvent, avec des appuis plus ou moins explicites sur ce qui a déjà été fait (méta et proximités). Le premier intervient lorsque l'enseignant passe de la description des figures projetées au tableau au modèle géométrique que les élèves ont à reconnaître pour utiliser Thalès. *« Il faut que votre œil remarque systématiquement ces configurations. Je parle de configuration, c'est-à-dire, c'est un modèle géométrique, deux droites qui se coupent, deux*

droites parallèles [cf. conjecture travaillée]*… Et quand vous vous trouvez face à ce genre de figure, votre cerveau doit dire : ah il y a peut-être Thalès dans le jeu là… »*
Il revient à la figure projetée : « *Alors le théorème dit, le théorème de Thalès dira, que si j'ai des sécantes et des parallèles, alors quoi ? Alors j'aurai 2 triangles semblables [*idem*] Maintenant je le dis avec les lettres de la figure.* »

Après avoir commenté le tableau de proportionnalité projeté au tableau, portant sur les triangles concernés il généralise les différentes façons d'exprimer le théorème de Thalès « *Il y a plusieurs moyens d'exploiter la proportionnalité… On remarque que Thalès il y a une rédaction évolutive, c'est-à-dire qu'on peut l'écrire de plusieurs façons…. Tout à l'heure* vous m'avez dit *le triangle il est zoomé…ça s'appelle agrandissement, réduction ça ; il y a une autre façon, ce serait de faire un tableau de proportionnalité [*cf. ce qui précède*] et puis une façon experte ce serait en utilisant des fractions, donc ce qui nous attend maintenant c'est d'arriver au mode expert celui qui sera utilisée au lycée.*
Alors on peut faire un tableau de proportionnalité et utiliser le produit en croix, ce que je recommande. » Aussitôt il contextualise : « *C'est-à-dire que* comme tout à l'heure *on était aux portes de Thalès. J'ai un triangle ABC, j'ai un triangle....* »

Dans la capsule l'enseignant, commente la condition indispensable pour appliquer le théorème de Thalès annoncé par le mot « concrètement », il contextualise très localement son propos « *Parce que cette dernière condition **3'** va être principalement la seule qu'on aura à vérifier dans les exercices pour mettre en œuvre le théorème de Thalès. Concrètement (*appui sur ce qui est vu*) on dira si j'ai B' qui se trouve sur (AB) si j'ai C' qui se trouve sur AC tels que B'C' est parallèle à (BC) eh bien je peux mettre en œuvre le théorème de Thalès*. ».

De même il généralise la manière d'écrire l'égalité des rapports : « *Ensuite* regardons *tous les rapports qui se trouvent en haut sur la première ligne : AB', AC', B'C'. Autrement* dit en haut, *au numérateur, je retrouve tous les côtés du petit triangle : en bas [AB], [AC], [BC]. Eh bien* en bas, *au dénominateur de chacune de ces fractions je retrouve à chaque fois les côtés du grand triangle. Donc, déjà, ça on peut s'en rappeler : petit triangle sur grand triangle.* »

On constate donc des différences entre les deux enseignants, des décontextualisations/ contextualisations plus locales, de « petites » généralisations chez M., appuyées sur ce qui peut être montré et vu, des contextualisations/décontextualisations/contextualisations plus larges chez A appuyées explicitement ou non sur ce qui a déjà été fait ou dit.

On pouvait s'en douter mais l'illustration détaillée que nous avons pu faire nous semble instructive.

III Les premiers exercices d'application

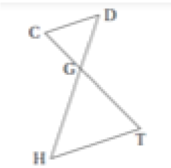
Nous suivons le même plan que dans la première étude : présentation des extraits, mises en regard, bilan. Cependant nous privilégions les aspects qui peuvent enrichir ou contredire ce qui précède.

1) Les deux extraits analysés sur une première application immédiate du cours
Nous présentons les deux énoncés proposés.

<u>a) Dans la classe de troisième</u>
Objectif explicite de ce premier exercice après le cours
Calculer des longueurs dans une configuration de Thalès en utilisant la proportionnalité (des longueurs des côtés des deux triangles en jeu).

Enoncé

Les droites (CD) et (HT) sont parallèles.
$GD = 25$ mm, $GH = 45$ mm, $CG = 20$ mm et $HT = 27$ mm.
Calculer CD et GT.



<u>Analyse de la tâche</u> (la fiche de cours est toujours projetée au tableau)

Le théorème de Thalès est à appliquer successivement pour calculer deux longueurs. Les noms des points ne sont pas ceux du théorème affiché au tableau mais le positionnement de la figure dans la feuille est proche de celui du premier exercice, de celui de la conjecture et de celui du théorème au tableau. Les élèves savent qu'ils ont à appliquer le théorème (faut-il quand même le justifier ?), il faut repérer les côtés homologues (correspondants) pour placer leurs longueurs soit dans un tableau de proportionnalité soit en écrivant directement les rapports (fractions) convenables ($\frac{GC}{GT} = \frac{GD}{GH} = \frac{CD}{HT}$). Le remplacement des longueurs « théoriques » par les nombres donnés se fait sans adaptation. Il faut ensuite sélectionner deux colonnes du tableau ou deux rapports pour calculer une quatrième proportionnelle ou faire un « produit en croix » et cela deux fois de suite successivement, de manière indépendante. Enfin, ils doivent effectuer le calcul éventuellement à l'aide de la calculatrice.

Déroulement, en référence au relief, à la tâche et au travail organisé en classe (8'30) (cf. **c**hronique p. 13)
Les moments de recherche en autonomie des élèves sont entrecoupés de questionnements et de mises au point du professeur (rappels de cours, répétitions, aides, proximités, points-bilans …), souvent basées sur des réponses d'élèves. C'est une suite d'allers-retours entre l'enseignant et ce qui vient des élèves que nous décrivons, dans la mesure où cela nous renseigne sur les dynamiques installées par l'enseignant à la fois entre contextualisé et décontextualisé et entre travail des élèves et connaissances visées.

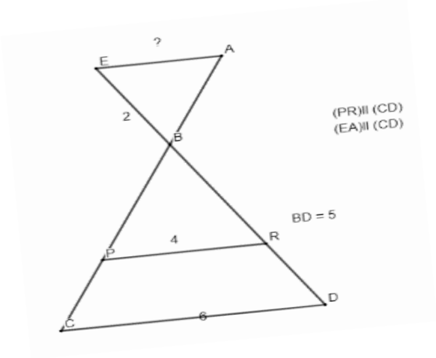
D’emblée l’enseignant annonce qu’on va utiliser le théorème. Il enchaine après une minute de recherche par une question : *qu’est-ce qu’on va utiliser ?* la calculatrice, la formule… autant de réponses insatisfaisantes – les élèves n’y sont pas. Il reprend en justifiant davantage qu’on a bien une configuration de Thalès (explicitant ainsi le lien avec ce qui précède) et reprend sa question : « *quel outil mathématique utiliser ?* » Il obtient le rapporteur puis, enfin, d’un autre élève « Ah le tableau (de proportionnalité) ». Il peut acquiescer et rebondir en laissant les élèves chercher (ce tableau) 6 minutes.
Toutefois il case un intermède au milieu, en reprenant au tableau pour un élève l’explication de la construction du tableau dans le cas papillon avec une mise en mot imagée de la correspondance (je prends… je tire…). A la fin de ce travail il redonne un bilan, décontextualisé mais qu’on peut penser cette fois vraiment relié au travail que viennent de faire les élèves, en relation avec le cours précédent, même s’ils n’ont pas terminé : il insiste sur le fait d’avoir Thalès dès qu’on a des parallèles et des sécantes, donc de la proportionnalité (« *Thalès c’est exploiter de la proportionnalité grâce à du parallélisme »)* donc un tableau qui permet de faire des calculs sans mesures, des prédictions, d’où la force du théorème. Il ajoute cette « appréciation » de ce que permet le théorème à ce qui avait déjà été fait mais visiblement n'était pas encore ancrée suffisamment chez les élèves.
Il enchaine sur le tableau lui-même et sa signification, en s’appuyant sur une question d’élève, une réponse erronée (les triangles ont leurs angles et leurs côtés égaux) et le travail sur la conjecture. Il répète la caractérisation générale d’un tel tableau par le fait que les divisions en colonne donnent le même résultat mais explicite « *3 façons différentes* » de traduire et même donne des conseils pratiques sur le choix de la méthode pour calculer : « *moi je préfère que vous utilisiez, si vous n’êtes pas confortable encore avec Thalès, un tableau* » puis sur la technique de calcul : produit en croix et quatrième proportionnelle.
Après une nouvelle recherche de 3’, certains élèves ayant déjà fini d’ailleurs, il refait un bilan, toujours en lien avec le travail qui vient d’être fait - et qui est sans doute bien avancé pour beaucoup d’élèves : il faut d’abord voir les deux triangles, ensuite respecter l’alignement pour respecter la correspondance des côtés des triangles dans le tableau, et enfin remplacer les longueurs connues par leurs valeurs numériques pour le calcul de la longueur cherchée par un élève il conclut, en laissant bien voir que la dernière phase numérique ne l’intéresse pas (car le plus dur a été fait) « *maintenant je prends la calculatrice et je donne les réponses mais pas avant.* »
Est-ce que cette fois les élèves ont commencé à s’approprier le théorème, avec un certain sens ? L’extrait suivant va nous un peu nous renseigner…

b) Dans la première capsule « méthode »

Dans cette capsule il s’agit de montrer, avec des mots des dessins, des gestes, un travail de la technique, à savoir « comment on applique le théorème sur un exemple », supposé générique. Cela peut suivre un travail analogue des élèves en classe.

Objectif explicité
Apprendre à calculer une longueur (ici BR) à l’aide du théorème de Thalès.

Enoncé



<u>Analyse de la tâche</u>

Il s'agit d'abord de choisir quelle configuration convient pour calculer cette longueur. Deux cas sont possibles, la configuration papillon (qui ne convient pas ici) ou la configuration triangles emboîtés. Le théorème de Thalès (dont l'utilisation est annoncée avant même l'exercice) peut être utilisé puisque les droites (PR) et (CD) sont parallèles (faut-il le justifier ?). On ne sait pas si le nom des points et la figure est ou non proche de celle que les élèves ont vu en cours, il peut y avoir une adaptation pour certains. L'écriture des rapports égaux demande de repérer et de respecter les côtés homologues ($\frac{BP}{BC} = \frac{BR}{BD} = \frac{PR}{CD}$). Enfin pour le calcul final, il faut remplacer les longueurs connues par leurs mesures, ce qui se fait sans adaptation, ($\frac{BP}{BC} = \frac{BR}{5} = \frac{4}{6}$) puis choisir les deux rapports permettant le calcul ($\frac{BR}{5} = \frac{4}{6}$).

Déroulé : Stratégie proposée aux élèves (découpage d'actions successives qualifiées par des sous tâches pas toutes dégagées du contexte – seulement en acte pour certaines)

L'enseignant annonce d'emblée l'objectif de la vidéo, « *apprendre à calculer une longueur* (qu'il précise) *à l'aide du théorème de Thalès.* » Comme la figure de l'énoncé montre que deux configurations possibles peuvent le permettre éventuellement, « *Je connais deux Thalès en gros.* », « *Comme on a pas mal de choses qui font penser à Thalès, où c'est que je vais le faire intervenir ici* », il propose d'essayer dans chacune des deux configurations. (M. ne cite pas initialement les conditions d'application à vérifier éventuellement, ni l'adaptation éventuelle sur le nom des points ou le positionnement de la figure). Il justifie son choix par le nombre de longueurs connues et mentionne une adaptation si le parallélisme est à démontrer.
Il indique le nom des triangles en jeu et vérifie (finalement après coup) que les conditions d'application de Thalès sont conformes à l'énoncé proposé et écrit *la condition essentielle qu'il faut absolument citer dans la rédaction* (PR) // (CP) ; les triangles BPR et BCD sont en situation de Thalès.
Il rappelle le théorème dans le cas général : « *on va maintenant pouvoir appliquer notre théorème de Thalès qui est une relation de proportionnalité sur les côtés des deux triangles*. »
Il reconstitue pas à pas la formule à partir d'un « format » général « *Reste maintenant à déterminer ces 3 rapports* » (il utilise une fois le mot fraction, sans commentaire) énonçant les étapes pour associer deux à deux les côtés (rappel de la similitude[12] des triangles), les dangers

[12] Sans ce mot – il utilise semblables ou clones l'un de l'autre sans commentaire.

éventuels (*attention*) réduits au fait de ne pas respecter la répartition des numérateurs et dénominateurs entre les deux triangles en mélangeant (pour la correspondance, il montre sur la figure les côtés correspondants mais ne donne pas d'indicateur plus précis)
Il explicite le choix des rapports à utiliser pour calculer la longueur cherchée en utilisant « la règle du produit en croix », dit-il puis mime en l'écrivant le calcul à effectuer pour calculer la longueur cherchée « *je cherche la quatrième, la fameuse quatrième proportionnelle* ». Il propose de multiplier en diagonale et de diviser sur la colonne : « *ce truc là marche toujours pour calculer la quatrième proportionnelle* ».

2) Mises en regard de la capsule et du cours en classe

Nous cherchons ici encore à apprécier le détail de la présentation faite aux élèves, avec ce que l'enseignant éprouve le besoin de dire ou non dans chaque cas. Cela se répartit en une analyse des contenus mathématiques travaillés, avec ce qui les accompagne, présentée sous forme de tableau et commentée ensuite, une analyse des gestes et écrits de l'enseignant, une analyse du vocabulaire, et le repérage d'implicites éventuels. Un bilan termine l'analyse. Nous adaptons la grille donnée au début en relation avec ce qui est mis à l'étude (la première dimension n'a ici pas lieu d'être renseignée, mais nous ajoutons à la deuxième le questionnement sur des justifications éventuelles).

<u>a) Le travail du comment (et du pourquoi) à l'oral</u>
Rappelons les rubriques à renseigner que nous avons retenues dans la grille ci-dessus (en les adaptant) qui permettent de préciser les contenus travaillés.

- Structuration de l'exposé (objectifs, étapes (et sous-titres), outils, sous-tâches explicitées, voire justifiées...),

-Explicitations méta et intégration de la prise en compte des difficultés des élèves

- Niveau de généralité (quel décontextualisé ?)

Tableau : travail sur les contenus et le « comment »

	A. durée 16'	**M. durée 8'**
Objectifs (calcul d'une longueur grâce à Thales)	Annoncé	annoncé
Choix d'une configuration Au départ Après un temps de recherche - le retour au cours	contextualisation de la configuration du cours	Les deux sont visibles sur la figure
Justification du choix de la configuration		connaissance de 3 longueurs parmi 5
Justification de l'utilisation de Thalès	2 droites sécantes et 2 parallèles	Points alignés + parallélisme

Outils mathématiques proposés	Proportionnalité Tableau de proportionnalité Quatrième proportionnelle	Rapports égaux
Présentation de la formule ou du tableau **:** Correspondance des côtés Petit triangle sur grand ou l'inverse	 alignement des côtés Petit triangle sur grand ou l'inverse	 pas justifié Petit triangle sur grand ou l'inverse
D'où sortent les fractions	du tableau de proportionnalité	Thalès =relation de proportionnalité
Utilisation de la formule	Quatrième proportionnelle	Choix de l'égalité à utiliser
Traitement numérique	Non commenté	Quatrième proportionnelle Produit en croix
Explicitations (méta)	Cf. Points bilans : Lien parallélisme proportionnalité Puissance de Thalès Lien tableau de proportionnalité/coefficient de proportionnalité/fractions égales	Modèle de rédaction, les incontournables : citer Thalès, le parallélisme, alignement des points
Niveau de généralité	Lien avec le cas général d'application du théorème/ l'utilisation, de la proportionnalité des longueurs des côtés Lien proportionnalité/ coefficient de proportionnalité	Focus sur la figure présente ici pour l'application du théorème de Thalès Généralisation de la technique de calcul de la quatrième proportionnelle

On constate que les durées de résolution des exercices sont très différentes, ce qui est inhérent d'une part à la prise en compte des élèves, des imprévus qui peuvent intervenir, des explications répétées, et d'autre part au retour à la fiche de cours projetée au tableau par le professeur dans sa classe. (Nous avons évidemment enlevé les temps de recherche en autonomie des élèves pour apprécier les durées.)

Dans les deux vidéos, l'objectif de la recherche est mentionné dès le début. Si dans la capsule, il y a un choix de configuration à faire (dans la figure proposée les deux apparaissent), il n'en est pas de même dans la classe (une seule configuration est en jeu). Dans la capsule le choix se fait en considérant le nombre de longueurs connues.

Les deux enseignants justifient l'utilisation du théorème de Thalès par le parallélisme de deux droites et, de façon plus générale pour A. en introduisant deux droites séantes, plus contextualisée pour M., avec des points appartenant à des côtés.

Ensuite chaque enseignant suit son propre cheminement, rapports égaux pour l'un et tableau de proportionnalité puis coefficient de proportionnalité pour l'autre. Seul A. insiste sur la correspondance des côtés homologues. Si A. privilégie les liens entre les différentes étapes qui ont conduit à l'égalité des fractions, M. se concentre sur la fabrication même de la formule qui y conduit et sur le calcul qui en résulte.

Les deux enseignants commentent la façon de rédiger.

c) Gestes et ostention

Les deux enseignants usent de couleurs pour montrer les triangles (ou les droites) en jeu.

Dans la vidéo en classe l'enseignant montre la configuration du cours à laquelle il se réfère, les côtés des triangles dont il parle, le tableau de proportionnalité de la fiche du cours …

Dans la capsule l'enseignant fait également de nombreux geste pour montrer ce dont il parle : triangles, côtés, longueurs connues, les rapports en jeu. Il mime même la suite des opérations à effectuer pour calculer une quatrième proportionnelle.
Les deux enseignants utilisent aussi des animations sur Géogébra projetées au tableau, y compris des calculs, en faisant varier les triangles.

Répartition oral/écrit – quelles différences ?

L'enseignant de la vidéo dans la classe n'a pas besoin d'écrire grand-chose puisque ses commentaires s'appuient sur les figures et le tableau de proportionnalité projetés au tableau. Ensuite c'est une élève qui construit le tableau de proportionnalité pour l'exercice d'application ; l'enseignant n'écrit que le calcul (faux) dicté par un élève pour calculer GD.
En revanche dans la capsule, l'enseignant écrit pas mal de choses au tableau. Tout d'abord il note le parallélisme des droites considérées, les triangles BPR et BCD en situation de Thalès puis le nom des triangles en faisant correspondre les angles égaux (sans le dire), enfin les rapports égaux qu'il lit en disant « BR sur … » écrit avec un trait de fraction. Le mot « sur » est d'ailleurs employé à la fois pour désigner l'écriture d'un quotient comme précédemment dans le cours mais aussi un point appartenant à un segment ou encore une longueur d'un côté du triangle : « *le côté BP sur le petit triangle* ». Cela reste ambigu. Il encadre l'égalité qui permettra le calcul de BR et écrit le résultat.

c) Vocabulaire

Vocabulaire à propos des mathématiques en jeu
Dans ce tableau nous listons non seulement les mots strictement mathématiques comme côtés ou angle mais aussi certains mots pas tout à fait adaptés aux mathématiques (*C'est quoi l'ingrédient qu'on doit employer ici ?)* mais qui attendent une réponse mathématique. Nous comptabilisons aussi quelques mots relatifs à des actions mathématiques. Cela permet de comparer les occurrences des mots mathématiques chez l'un et chez l'autre (mots absents, mots répétés) en revanche cela ne donne pas accès à ce qui accompagne certains mots : en particulier ceux qui sont cités isolément sans commentaire. Signalons que le nombre de mots est voisin, alors que la durée en classe est double de la capsule – du fait de la prise en compte des élèves.

Mots (nombre approximatif majorant)	**Exercice A. (1498 mots)**	**Exercice M. (1585 mots)**
Alignement/aligné	4	0
Angles	3	0
Coefficient	4	0
Configuration	3	5
Correspondance/correspond	1	4
Côtés	5	17
Divise/Divisé/ division	5	4
Droites	5	1
Fractions	0	1
Ingrédient	1	0
Longueurs	4	11
Mesures, mesuré et mesurer	5	0
Parallèle	4	4
Produit en croix	1	1

Proportionnalité/proportionnel (le)	5	1
Tableau de proportionnalité	7	2
Quatrième proportionnelle	1	2
Rapport	0	9
Sécante	2	0
Segment	1	3
Semblable	0	1
Sur (divisé)	0	5
Sur (appartenant à/concernant)	4	22
Triangle	2	19
Thalès	6	18
Mots répétés (fréquence : à partir d'un gradient de 5)	**Divisé/ division, Droites ; Mesure/mesurer Proportionnel ; tableau de proportionnalité… Thalès**	**Rapport, côtés, Thalès, triangle ; longueurs**
Mots absents chez l'un (avec une occurrence >1 chez l'autre)	Fraction ; rapport	Mesure, alignement, angle, coefficient, sécante
Durées approximatives	**23'30 – 7'30 (travail individuel) = 16'**	**8'**

On constate que le vocabulaire dans la capsule est moins diversifié puisque cinq mots utilisés dans la séance de A. ne le sont jamais dans la capsule : alignement ou aligné, angle, coefficient, mesure, sécante. Certains mots cités dans la capsule ne le sont pas chez A. : fraction, rapport.

Dans la séance filmée en classe le vocabulaire est très varié mais les répétitions ne vont pas au-delà de sept alors que M. répète 17 fois le mot côté, 19 fois le mot triangle et 18 le mot Thalès.

Cela témoigne de paysages mathématiques différents. Si l'enseignant filmé revient au cours en insistant sur les liens qui ont amenés de la proportionnalité des longueurs des côtés de deux triangles semblables au théorème en passant par un tableau de proportionnalité et toute sa signification, en faisant appel à un niveau de généralité dépassant l'exercice, dans la capsule, l'enseignant se restreint à appliquer la formule du théorème de Thalès directement passant ainsi des triangles en jeu au rapport de longueurs des côtés des triangles.

Nous avons déjà relevé l'imprécision du mot « sur » utilisé dans la capsule. On pourrait aussi parler d'imprécision quand A., pour insister sur la correspondance des côtés homologues dans la fiche de cours projeté au tableau dit : « *AB va devenir AM. Ça va ? Quand je prends, je tire… AC devient AN…* »

Vocabulaire non directement mathématique voire familier

On reprend les catégories précédentes.

Verbes d'action et préposition « donc »

	A.	M.
Faire	15	16

Utiliser	4	2
Comment	0	1
Faut / doit	0/2	6/0
Regarde,regarder/voir	1/5	2/6
Se rappeler	2	2
Attention	2	1
Donc	2	19

Les verbes d'action sont utilisés de façons assez semblables par les deux enseignants. Comme dans le cours, M. ponctue largement son discours du mot « donc » sans qu'il indique une signification mathématique.

L'usage des pronoms personnels pendant les exercices

	A. Première application	**M. Méthode**
Je/j'	38	40
Tu	4	16
On	11	35
Nous/Nos	0	3
Vous	32	0

A.utilise le « je » pour dévoluer la situation ou faire un point de discipline « *je vous mets au défi* », « *je vous demande de savoir faire* », « *je vous mets en situation de Thalès* » mais bien plus souvent pour se mettre à la place des élèves, c'est le « je » épistémique : « *je cherche que les trois nombres soient égaux* », « *la vraie raison c'est que j'ai un tableau de proportionnalité* »
M. utilise également le « je » épistémique : « *Je connais ce Thalès là où j'ai un triangle dans un grand triangle et je connais ce Thalès-là. Lequel je vais faire intervenir ? De combien de longueurs je dispose ?* ».
Quand A. dit « tu » c'est pour s'adresser à un élève de la classe en particulier qui lui a posé une question ou fait une suggestion. Pour M. c'est un peu la même chose puisqu'il s'adresse à l'élève (un peu générique) qui regarde la vidéo. C'est un moyen de l'impliquer, de l'engager dans le travail.
De nouveau, M. emploie le « on » pour s'associer au travail des élèves beaucoup plus souvent que A. qui utilise plutôt le « vous » pour leur demander de travailler seuls.

Prise en compte des élèves à un niveau général

Les mots familiers sont nombreux dans les deux vidéos. Nous en donnons quelques exemples ci-dessous.

<u>Encouragements :</u>
On en trouve chez les deux professeurs, appréciation relative à la difficulté d'application du théorème chez l'un, encouragement à faire des essais pour choisir quoi appliquer chez l'autre (niveau de l'exécution).
A.*« Je vous mets au défi ; le plus dur est fait là. Le plus dur est fait maintenant. Essayez de continuer J'aime bien votre explication*.

M. « *Quand on regarde ces deux triangles, on a vraiment l'impression que l'un est un clone de l'autre. »….* « *Oui, BR il est dans le coup. Donc c'est déjà un choix pas trop mauvais. Alors je sais pas si ça va marcher mais en tous cas c'est déjà mieux donc on va essayer. C'est pas dit que ça marche mais il faut essayer. C'est ça faire des maths c'est également se tromper. Pour le reste il suffit de l'effectuer »*

Appels à la mémoire

Là encore les deux enseignants en usent, l'un pour rappeler la justification du théorème et l'autre pour rappeler le mode d'emploi (niveau de l'exécution).

A.*« Rappelez-vous, quand un tableau est de proportionnalité ça veut dire … » «vous faites pas avoir par une figure fausse ! »* « *mais attention, la vraie raison c'est parce que j'ai un tableau de proportionnalité* » l'enseignant prononce d'ailleurs quatre fois le mot attention

M. « *Si t'as un tout petit peu d'expérience de l'utilisation de Thalès tu dois savoir que ça coincera, ça ne marchera pas*. »

« Je multiplie sur la diagonale, facile à se rappeler le symbole multiplier fait penser à 2 diagonales donc je vais faire 5 fois 4 puis ensuite, je multiplie sur la diagonale puis ensuite je divise sur la colonne. Facile à se rappeler, le symbole de diviser fait penser à une colonne

En tous cas ce truc-là marche toujours pour calculer la quatrième proportionnelle. La règle de 3, tu multiplies sur la diagonale, tu divises sur la colonne. Quel que soit le sens des nombres. Pour le reste il suffit de l'effectuer »

Anticipations, conseils

Les deux enseignants visent ce qui est à faire.

A. « *moi je préfère que vous utilisiez si vous n'êtes pas confortable avec Thalès un tableau*. »

M. emploie des injonctions : les verbes falloir ou devoir sont utilisé 6 fois.

Personnalisation des objets mathématiques

Les deux enseignants y ont recours.

A.parle de « la puissance de Thalès », M. dit *« Là j'ai écrit la fameuse formule de Thalès »,* il convoque aussi *« la fameuse quatrième proportionnelle ».*

d) Imprévus/ Implicites

L'épisode imprévu du rapporteur dans la classe de A. en est un exemple, l'évocation d'un triangle isocèle par un élève en est un autre.

Après un temps de recherche des élèves seuls, l'enseignant répète qu'il s'agit d'appliquer le théorème de Thalès pour calculer GT et GC, redit les conditions d'utilisation et demande « *Quel est l'outil mathématique que l'on va utiliser ?* ».

Un élève propose le rapporteur.

Chez M., le nom des triangles concernés n'est pas prononcé dès le début : les triangles sont simplement montrés sur la figure au tableau ce qui peut perturber certains élèves. On constate aussi une certaine confusion entre côté/longueur/mesure,

Bilan

En ce qui concerne la tonalité de l'extrait, ce qui figure dans la capsule est précis, détaillé, structuré (c'est à dire explicité comme une suite d'actions successives, nommées en référence à des sous-tâches). Cependant le discours est isolé du reste, sans justifications théoriques, ni allusion à une généralité plus grande notamment, avec toutefois des mises en garde classiques, on retrouve les caractéristiques déjà relevées dans le cours.

On constate, et c'est aussi en continuité avec le cours, que le discours en classe est référé à des éléments plus variés, en termes d'objectifs par exemple ou de vocabulaire mathématique, ou plus généraux (outils décontextualisés).
Dans la séance en classe, il y a une levée de certains implicites (pas tous), et une place aux imprévus qui est évidemment impossible dans la capsule.
.
Vocabulaire
Le vocabulaire présent dans ces deux extraits est comparable pour les deux enseignants à celui utilisé pendant les moments d'expositions des connaissances, plus précis et diversifié chez A. que chez M. On retrouve les mêmes répétitions chez l'un : tableau de proportionnalité, coefficient de proportionnalité pour A. et triangle, Thalès pour M., ainsi que les mêmes mots absents.
Le vocabulaire est un peu plus familier que précédemment car travailler sur un exercice s'y prête peut-être plus.
Les pronoms personnels sont utilisés de façon similaire.
Cela nous semble témoigner de la stabilité des pratiques que nous avons déjà signalée (Robert &al. 2012) et qui se manifesterait donc même dans les capsules.

A quoi peut servir aux élèves l'extrait ?

On peut supposer en regardant la vidéo de la classe filmée que la résolution de ce premier exercice est indispensable pour que les élèves (la plupart en tous les cas) comprennent l'utilité et l'utilisation du théorème de Thalès. C'est l'occasion pour l'enseignant de reprendre le cours, d'en souligner à nouveau les points essentiels[13]. On constate en effet, de manière un peu inattendue, que les élèves ne réagissent pas au début de l'exercice, et que l'enseignant reprend « le cours », longuement, avant que les élèves s'y mettent. Ainsi l'institutionnalisation bien préparée, avec des tâches très bien choisies et une réelle participation des élèves, n'aurait pas suffi à faire débuter l'acquisition cherchée. Il y aurait besoin du travail sur le premier exercice d'application immédiate, où l'enseignant reprend le cours à contextualiser au cours de l'activité, pour que chaque élève commence à s'approprier la connaissance visée. Ce serait à ce moment-là seulement que le théorème deviendrait une connaissance proche de chaque élève, et que le processus de conceptualisation pourrait commencer. Tout ce qui précède l'exercice construirait une familiarisation avec la situation et les « ingrédients » à utiliser, mais cela resterait, dans ce premier temps, « externe » aux élèves, entendu mais pas "rentré", tout en permettant à l'enseignant l'appui nécessaire pour que sa reprise du cours, suite au travail contextualisé des élèves, soit cette fois entendue et que le processus aboutissant à un début d'apprentissage s'enclenche. Il homogénéise ainsi pour tous les élèves ce qui a été apporté par tel ou tel, et donne des petites présentations générales d'un seul tenant, concises, alors que le cours était plus dispersé, émaillé d'interventions diverses, voire de reprises. De plus cette fois c'est en lien avec un contexte précis, objet d'un travail de recherche des élèves (créant un besoin ?).

[13] Nous avons commenté ce phénomène dans un chapitre à paraître d'un ouvrage collectif pour la formation.

Dans la capsule c’est un peu un modèle de résolution qui est donné, très explicite ; les élèves pourront sans doute le suivre pas à pas pour résoudre seuls le même type d’exercice, d’autant qu’ils disposent des étapes et même de « trucs » pour faire les bons calculs.

Ce qui est visé ne s’inscrit pas dans des objectifs comparables, entre l’ambition d’associer les élèves à une certaine prise de sens, et celle de leur faire réussir leurs contrôles par exemple. Les deux sont-ils indépendants ? C’est ce que nous aborderons après l’analyse du deuxième exercice.

IV. Les deux extraits analysés sur une deuxième application du cours : la question 3 du tipi et la question 3 d'un énoncé de brevet

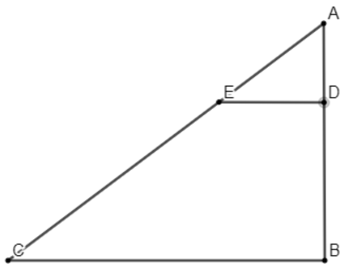
Nous présentons les extraits comparables (les deux questions 3), sachant que l'exercice de la capsule est plus complet – nous indiquons d'ailleurs en annexe 7 la transcription et l'analyse du déroulé des deux premières questions de l'exercice de la capsule. La mise en regard est adaptée à ce cas particulier. Un bilan est tiré.

1) Présentation des extraits (annexes 5 et 6)

a) <u>La question 3 du tipi (classe A.)</u>

3) On y pense que maintenant… Les ailes du totem sont à une hauteur de 3,5 r
et ont une envergure de 2,2 mètres.
<u>Est-ce que le totem peut rentrer dans le tipi sans dépasser des parois ?</u>

Avant de commencer à résoudre avec les élèves la question 3 de l'exercice tu tipi, le professeur rappelle que, la veille, les questions 1 et 2 ont permis de calculer la hauteur du tipi et, à l'aide du théorème de Thalès, le diamètre de la plateforme. Il précise que la « *situation à éviter* » c'est que « *les ailes du totem dépassent du tipi* ». Il interroge un élève au tableau pour construire « *une figure mathématique sur laquelle raisonner* » qui retourne ensuite à sa place. Le professeur continue seul à écrire au tableau. Il demande aux élèves *« de faire des propositions et ensuite de mobiliser le théorème de Thalès pour déterminer cette longueur inaccessible.* » (Aide). La figure tracée au tableau est simplifiée au maximum (l'enseignant repart de la modélisation déjà faite). Les points sont nommés « *pour pouvoir communiquer* » et les mesures indiquées.



<u>Analyse de la tâche</u>

La résolution de la première question a permis de calculer la mesure de la longueur AB (AB= 4,5). Pour calculer ED, il s'agit de reconnaître une configuration de Thalès en justifiant que les droites (ED) et CB) sont parallèles car toutes deux perpendiculaires à la droite AB) puis d'appliquer le théorème de Thalès dans le triangle ABC en associant correctement les longueurs

des côtés homologues, par exemple AD et AB – et non DB ou AC -, puis AE et AC et non AC et AE par exemple. Il reste à choisir les rapports (fractions) égaux (égales) et à remplacer les longueurs connues pour effectuer le calcul : $\frac{AD}{AB} = \frac{ED}{CB}$ d'où $\frac{1}{4,5} = \frac{ED}{6}$; $ED = \frac{4}{3}$ ED$\approx 1,33$
Si ce sont les rapports inverses qui sont écrits, le calcul de ED (au dénominateur) peut être plus difficile.
Il faut alors comparer l'envergure des ailes du totem à la largeur du tipi à une hauteur de 3,5 m c'est-à-dire comparer 2,2 et $2 \times 1,33$, on a donc besoin d'une valeur décimale de $\frac{4}{3}$, et conclure. Il pourrait y avoir un implicite sur ce que représente 2,2 (la largeur des deux ailes).

Déroulement (cf. chronique p.13)

Avant de commencer à résoudre avec les élèves la question 3 de l'exercice du tipi, le professeur rappelle que, la veille, les questions 1 et 2 ont permis de calculer la hauteur du tipi et, à l'aide des triangles semblables, le diamètre de la plateforme. Il précise que la situation à éviter : que les ailes du totem dépassent du tipi. Il interroge successivement deux élèves au tableau pour construire une figure simplifiée sur laquelle raisonner. Le professeur continue seul à écrire au tableau, Il fait préciser par les élèves les longueurs connues et nomme les points puis leur demande de mobiliser le théorème de Thalès pour déterminer cette longueur (ED) inaccessible (autrement).

Par un questionnement très ciblé, il leur fait préciser les « ingrédients » permettant d'utiliser le théorème de Thalès (droites sécantes et droites parallèles). Le parallélisme des droites (ED) et (CB) non indiqué dans l'énoncé est justifié et admis (droites perpendiculaires à une même droite). L'enseignant rerédige au tableau avec la participation des élèves la rédaction de l'application du théorème qui implique la similitude des triangles AED et ACB puis la proportionnalité des longueurs des côtés homologues. Un élève propose une autre démarche qui sera reprise plus tard. L'enseignant construit le tableau de proportionnalité qu'il remplit avec la participation des élèves (longueurs et mesures).
Pour le calcul de DE, il interroge un élève. L'enseignant précise « j'ai fini de réfléchir, je prends la calculatrice » puis commente le résultat du calcul ($\frac{4}{3}$; $1 + \frac{1}{3}$; $\approx 1,33$: calcul approché ou fraction).
La seconde méthode proposée par une élève (utilisation du coefficient de proportionnalité, agrandissement) est alors abordée.

b) La question 3 de l'exercice de brevet (capsule de M.)

Nous montrons l'énoncé complet, sachant qu nous nous intéressons précisément seulement à la question 3. On peut signaler qu'une quatrième question est proposée aux élèves dans ce problème.

Brevet des collèges Antilles–Guyane 14 septembre 2020

Exercice 1 **20 points**

La figure ci-contre est dessinée à main levée. On donne les informations suivantes :

- ABC est un triangle tel que : AC = 10,4 cm, AB = 4 cm et BC = 9,6 cm;
- les points A, L et C sont alignés;
- les points B, K et C sont alignés;
- la droite (KL) est parallèle à la droite (AB);
- CK = 3 cm.

1. À l'aide d'instruments de géométrie, construire la figure en vraie grandeur sur la copie en laissant apparents les traits de construction.
2. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.
3. Calculer la longueur CL en cm.

<u>Analyse de la tâche de la troisième question, indépendante des deux premières questions</u>

L'indépendance de la question 3 n'est pas signalée.

Les droites (LK) et (AB) étant parallèles il s'agit de reconnaître une configuration de Thalès afin d'appliquer le théorème de Thalès. L'alignement des points est indiqué dans l'énoncé ce qui peut aider à trouver les côtés correspondants pour écrire les rapports de longueurs égaux : $\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA} = \frac{LK}{AB}$. Il reste à choisir l'égalité qui permet le calcul de CL puis de remplacer les longueurs connues pour effectuer le calcul à l'aide un produit en croix ou une quatrième proportionnelle : $\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA}$; $\frac{3}{9{,}6} = \frac{CL}{10{,}4}$ d'où CL=3,25.

Déroulement de la question 3 : Utiliser le théorème de Thalès pour calculer une longueur
« Alors qu'est-ce qui nous a fait penser au théorème de Thalès ? » L'enseignant justifie l'utilisation du théorème par une proximité avec les figures déjà vues auparavant : « *avec là un grand triangle et là un petit triangle qui lui ressemble terriblement : ils sont semblables.* » Il insiste sur le parallélisme de deux droites et commente assez familièrement : « *Dans tous les cas, il faut tenter le coup. Si ça marche pas ou essaie autre chose et ici ça marche* ». Il commente aussi la façon de rédiger, les mots possibles à utiliser (configuration, alignement), les mots essentiels (Thalès, droites parallèles) et la présentation de la formule (rapports égaux sans les mesures des longueurs puis avec). Il explicite la façon de sélectionner les rapports utiles pour calculer la longueur demandée puis le calcul lui-même.

2) Mises en regard de la capsule (question 3) et du cours en classe (question 3)

La mise en regard précise des deux vidéos ne concerne que la question 3 de l'exercice du tipi et la question 3 de l'exercice de brevet, dans la mesure où il s'agit dans les deux cas d'une application du théorème qui n'est pas proposée immédiatement après « le cours » (alors que les deux premières questions de l'exercice de la capsule font réviser autre chose).

Nous cherchons ici encore à apprécier le détail de la présentation faite aux élèves, avec ce que l'enseignant éprouve le besoin de dire ou non dans chaque cas. Cela se répartit de nouveau en une analyse des contenus mathématiques travaillés, avec ce qui les accompagne, présentée sous forme de tableau, correspondant à une adaptation de la grille donnée au début, et commentée ensuite, une analyse des gestes et écrits de l'enseignant et du vocabulaire, plus limitée que dans ce qui précède dans la mesure où on retrouve les mêmes tendances, et le repérage d'implicites éventuels. Un bilan termine l'analyse.

a) travail sur les contenus

Les durées indiquées dans le tableau ci-dessous sont approximatives car les différentes étapes sont quelquefois intriquées les unes dans les autres.

Tableau sur le travail sur les contenus et le « comment »

	A. (durée totale 12'30 dont seules **8'45** sont consacrées au calcul de la longueur DE avec Thalès le reste du temps étant occupé par un rappel des résultats trouvés pour les questions 1 et 2, la présentation de la question 3, la construction de la figure utile et par le commentaire concernant la résolution de la question 3 (le totem rentre dans le tipi)	**M. (durée 3')**
Objectifs (calcul d'une longueur grâce à Thales)	Mobiliser le théorème de Thalès pour calculer une longueur	Calculer une longueur en utilisant le théorème de Thalès *La rédaction intervient dès le début*
Justification mathématique de l'utilisation de Thalès à partir de la configuration	*A partir d'un questionnement et des réponses des élèves :* deux parallèles et deux sécantes Justification du parallélisme (2 perpendiculaires à une même droites sont parallèles) (1'20)	Ressemblance de deux triangles un petit et un grand (semblables, sans commentaire) Parallélisme de deux côtés à justifier éventuellement, sans indication pour le faire (1'01)
Outils mathématiques proposés	*A partir d'un questionnement et des réponses des élèves* et pendant la phase de rédaction : triangles semblables d'où tableau de proportionnalité (2'55)	Ecriture immédiate des fractions égales (préparé et projeté au tableau)
Écriture de la formule avec des fractions ou des rapports ou écriture du tableau : Correspondance des côtés Remplacement par les valeurs données	Tableau préparé par l'enseignant (Petit triangle sur grand) Evoquée comme délicate ; les longueurs à insérer sont *dictées à l'enseignant par un élève* et les mesures correspondant à la figure sont ensuite complétées par la classe (2'10)	Rapports des longueurs égaux écrits d'emblée (vérifie petit triangle sur grand) (24'') Correspondance des côtés évoquée sans aucune précision sur la manière de le vérifier. Les longueurs connues (mesures) sont ensuite remplacées
Utilisation de la formule	produit en croix (rappel de la quatrième proportionnelle), *expression du calcul par produit - dictée par un élève* – ou bien (à partir du tableau) utilisation du	Choix des deux rapports utiles (quadruplet) et produit en croix décrit de manière détaillée et imagée : Explicitation du calcul à faire pas à pas (1')

	coefficient de proportionnalité (1’)	
Traitement numérique	Calculatrice et résultat	Résultat donné (11’’)
Modèle de rédaction	Ecrite au tableau par le professeur (possibilité de varier indiquée en général)	Ecrite au tableau (possibilité de varier détaillée)
Explicitations (méta)	Commentaire sur la validation du parallélisme des droites en jeu Petit récapitulatif des étapes de la résolution (avec deux méthodes) Commentaire concernant le nombre $\frac{4}{3}$ *Commentaire sur le résultat de la comparaison attendue pour revenir au problème tipi (1’) Modèle possible de rédaction à la fin	Commentaire sur la mobilisation du théorème et illustration de la manière dont on peut choisir une des deux configurations, en essayant. Commentaire sur la nécessité de citer et de justifier le parallélisme (moins l’alignement). Références familières au théorème (*notre Thalès, fameux rapports égaux*). Vérification que dans la formule on a bien petit sur grand… Indications imagées des opérations numériques à faire Modèle de rédaction commenté en détail tout au long

Le tableau permet de constater des points communs et des différences.

C’est le seul épisode où la différence entre les temps passés sur chaque étape (et donc globalement) est si importante, même abstraction faite du temps passé sur le retour au tipi.

Une première différence évidente est le fait que M. introduit des objectifs de rédaction dès le début, mélangés à la correction, contrairement à A qui introduit la rédaction plus avant dans l’exercice. En classe, les élèves sont questionnés au début de toutes les étapes de la résolution et interviennent dans leur résolution, ce qui double les durées sauf pour le calcul final qui prend à peu près le même temps (1’), et dont le détail est valorisé dans la capsule.

Détaillons par étape.
L’objectif est annoncé de la même façon dans les deux vidéos : calculer une longueur en utilisant le théorème de Thalès, indiqué d’emblée en classe et de même tout de suite dans la capsule. On est dans les deux cas dans <u>le travail de la mobilisabilité</u>.

Si les deux enseignants indiquent tous les deux <u>des justifications du recours au théorème de Thalès à partir de la configuration de l’exercice</u>, à savoir le parallélisme de deux droites (à justifier éventuellement), celui de la classe filmée amène les élèves à préciser et le parallélisme et la nécessité d’avoir également deux droites sécantes. Il justifie la vraisemblance du parallélisme des droites concernées (comme droites perpendiculaires à une même droite : connaissance ancienne) sans le faire vraiment mais en explicitant qu’on l’admet. Dans la capsule, ce sont seulement les triangles, et le parallélisme qui était donné dans l’énoncé, qui sont évoqués. On retrouve une différence dans les niveaux de généralité convoqués (et la participation des élèves – 1’15 en classe).

Concernant <u>l’application du théorème et les outils à mettre en œuvre</u>, dans la capsule l’enseignant écrit (projette au tableau) directement les rapports des longueurs des côtés homologues, en précisant, sur la formule, petits sur grands (d’abord sans puis avec les valeurs numériques données), sans justifier la correspondance ; dans sa classe le professeur amène les élèves, par un questionnement adapté, à proposer la similitude (mot non prononcé) des triangles en jeu et le recours à un tableau de proportionnalité (petit triangle sur grand triangle). Les élèves participent également au remplissage du tableau de proportionnalité avec les longueurs puis leurs mesures, la correspondance est évoquée comme délicate mais n'est pas reprise. Ainsi, dans la continuité de ce qui a précédé (que ce soit en classe ou pour les capsules), la « traduction » du théorème reste différente (tableau/égalité de fractions ou de rapports). Les déroulements modifient pour les élèves la place dans leur cheminement de ce qui est apporté par l'enseignant (accompagnement en classe ou suivi dans la capsule). Evidemment il y a une grosse différence de temps passé (4' en classe, c'est à dire plus que toute la partie de la capsule dévolue à cette question).

Pour le calcul à effectuer (utilisation de la formule/du tableau), dans la capsule l'enseignant sélectionne l'égalité retenue puis commente de façon imagée, en termes d'opérations à réaliser, le calcul de la longueur demandée. L'enseignant en classe oriente vers un produit en croix (appelé calcul de la quatrième proportionnelle plus loin), et reprend aussi la suggestion d'un élève (inattendue semble-t-il) d'utiliser le coefficient de proportionnalité facilement tiré du tableau – il en profite pour ajouter la référence à un agrandissement. En revanche il ne s'attarde pas au calcul et préconise la calculatrice. Il y a une nette différence d'explicitation de la méthode à suivre et de l'importance accordée au calcul numérique, même si, du coup, les deux y passent 1', ce qui est le tiers du temps total de la capsule, et le sixième du temps total de l'extrait en classe.

Finalement, les commentaires méta de la capsule s'attachent surtout à préciser ce qu'il faut citer dans la rédaction : le nom du théorème (théorème de Thalès ou configuration de Thalès), cité d'emblée, la condition importante d'utilisation (le parallélisme) qui est indispensable et qui doit être justifiée, même si l'alignement des points peut aussi figurer. L'écriture des rapports et le calcul font l'objet d'une description en termes familiers des actions à faire (égalités, sélection d'une seule égalité, calcul détaillé), qualifiées de « très facile ».
En classe le théorème de Thalès n'était pas disponible pour les élèves au lendemain du cours ce dont l'enseignant était conscient puisqu'il leur propose, dès le début de la recherche, de le mobiliser. Cependant, les élèves (au moins certains d'entre eux) s'appuyant sur les questions du professeur (associées à des proximités descendantes) peuvent mobiliser en partie ce théorème, plus et plus vite que dans l'exercice précédent. Ainsi on constate tout d'abord que leurs réponses indiquent qu'ils ont retenu les conditions d'applications (deux sécantes coupées par deux droites parallèles), puis la conséquence concernant les triangles obtenus (triangles semblables) et enfin qu'il y a alors en jeu un tableau de proportionnalité qu'ils participent à remplir.

b) Gestes et écrits des enseignants : ce qui est écrit au tableau/ce qui est dit en même temps

Au tableau le professeur de la classe écrit :

Les droites (ED) et (CB) sont parallèles Les droites (AB) et (AC) sont sécantes Le théorème de Thalès affirme ADE et ABC sont semblables.

Il construit le tableau de proportionnalité

ADE	DE	AD (1)	AE
ABC	BC (6)	AB (4,5)	AC (7,5)

Dans la capsule, les phrases suivantes sont déjà écrites sur le tableau situé derrière l'enseignant :

Les triangles CKL et CBA sont en position de Thalès car (LK) II (AB) Donc (KL) // (AB) donc $\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA} = \frac{KL}{BA}$.

L'enseignant écrit ensuite :

$\boxed{\frac{3}{9{,}6} = \frac{CL}{10{,}4} = \frac{KL}{4}}$, puis $\boxed{\frac{3}{9{,}6} = \frac{CL}{10{,}4}}$ et enfin $\boxed{CL=10{,}4\times 3 :9{,}6}$ et $\boxed{CL= 3{,}25 \text{ cm}}$.

On constate donc que chacun des enseignants suit le raisonnement qu'il a privilégié dans l'exposition du théorème de Thalès.

c) Vocabulaire

Vocabulaire mathématique ou à propos des mathématiques

Le tableau qui suit permet de constater des grandes similitudes avec les épisodes précédents, compte tenu des totaux respectifs de mots prononcés par chacun (ici le nombre de mots et la durée sont dans des rapports analogues, 3 fois plus chez A.).

Ainsi nous constatons, comme dans les premiers exercices, que les mots absents chez chaque enseignant résultent des différentes présentations du théorème de Thalès privilégiant dans la classe le recours à un tableau de proportionnalité et dans la capsule l'utilisation directe des rapports de longueurs.
Les mots que répète A. dans sa classe montrent que l'enseignant reprend souvent les ingrédients nécessaires à l'application du théorème.

Mots (nombre approximatif majorant)	**A. (1471)**	**M. (527)**
Angles	0	0
Alignement/aligné	0	0/1
Attention	1	0
Coefficient	2	0
Correspondance/correspond	4	1
Côtés	0	2
Divisé	1	0
Droites	10	0
Fractions	2	0
Longueurs	8	4
Mesures, mesuré et mesurer	1	0
Parallèle /parallélisme	9	2
Produit en croix	0	1
Proportionnalité/proportionnel Tableau de	4	0
Quatrième proportionnelle	1	0
Rapport	0	2
Sécante	4	0
Segment	0	0
Semblable	5	0
Sur (concernant)	9	4
Triangle	8	2
Thalès	12	10
Mots absents chez l'un (avec une occurrence >1 chez l'autre)	Produit en croix Rapport	Coefficient Correspondance Droites Fraction Proportionnalité Semblable Sécante
Mots répétés (fréquence : à partir d'un gradient de 5)	Droite Parallèle Longueur Triangle Thalès Sur	Thalès

Vocabulaire non directement mathématique voire familier

Nous ne reprenons pas toutes les catégories précédentes, vu la brièveté de la capsule mais nous pointons quelques éléments qui nous paraissent abonder la continuité.

Verbes d'action et la préposition « donc »

	A. (1471 mots)	M. (527 mots)
Faire	25	10
Utiliser	0	3
Comment	3	0
Faut / doit	4	4
Regarde,regarder/voir	1/3	0
Se rappeler	1	0
Attention	1	0
Donc	9	3

Le verbe « faire » est très utilisé par les deux enseignants (25 fois chez A. aussi bien dans le sens de réaliser quelque chose que dans une expression comme « ça fait » pour donner un résultat), et 10 fois chez M.

Les verbes regarder et voir 4 fois au total chez A., et les injonctions du type il faut, on doit, autant chez les deux enseignants (4 fois).

Pendant ces séances le donc est utilisé presqu'autant (relativement) par les deux enseignants, A. qui donnant 2 fois un sens d'implication mathématique.

Pendant les deux séances, le vocabulaire n'est pas particulièrement familier. On repère tout de même des expressions comme « *on va tenter le coup* », « *là on va y aller avec notre produit en croix* » déjà utilisée dans le premier exercice évoqué auparavant dans la capsule et « *pas de mystère c'est Thalès* » dans la classe.
La même image est que dans la capsule précédemment étudiée est utilisée pour décrire le calcul du produit en croix dans la capsule : « *on multiplie sur la diagonale comme nous fait penser le signe de la diagonale, … puis je divise sur la colonne comme nous fait penser une colonne*. »
Comme dans le premier exercice d'application, A. personnalise le théorème de Thalès : « *Qu'est-ce qu'il vous dira Thalès ?* » et encore « *c'est Thalès* ». Quant à lui, M. parle de « *notre Thalès* », « *notre produit en croix* », des « *trois fameux rapports égaux* » comme dans l'exercice précédent.

L'usage des pronoms personnels pendant la résolution des questions 3

	A. (1471 mots)	M. (527 mots)
Je/j'	27/17	7/5
Tu	8	5
On	31	10
Nous/Nos	2/0	5/1
Vous	17	1

L'usage des pronoms personnels dans la capsule est sensiblement le même que pour l'exercice précédent alors que dans la classe on trouve relativement plus de « on ». Nous ne nous lancerons pas dans une interprétation qui risque d'être hasardeuse, si ce n'est à faire remarquer qu'il peut donc y avoir des variabilités dans ces usages, pour un même enseignant.

d) Implicites/imprévus

Chez A. un élève suggère une deuxième méthode pour calculer la longueur que l'enseignant intègre à son discours. De même pour une question imprévue sur la rédaction : peut-on abréger la rédaction ?

Bilan

a) Sur les extraits analysés dans ce paragraphe

On remarque de nouveau globalement une grande cohérence de chaque enseignant : travail sur les triangles dans la capsule, plus général dans la classe (avec l'introduction des droites), travail sur la formule (égalité des trois rapports) dans la capsule, plus diversifié dans la classe avec le rappel de la proportionnalité. Les mots mathématiques répétés ou absents sont très proches de ce qui a été constaté dans les deux extraits précédents. Les expressions familières sont assez proches chez les deux enseignants, on l'avait déjà noté, en revanche l'usage des pronoms personnels est un peu différent.

b) A partir des deux exercices analysés : quels passages possibles des actions aux activités ?

Une action (exécution) devient activité lorsqu'elle donne lieu ou qu'on peut l'associer à quelque chose qui la dépasse, pour le dire rapidement (nous y revenons en conclusion). Les adaptations à faire même si elles sont indiquées (dans des tâches) voire explicitées pendant le travail (par exemple reconnaître), tout ce qui est liens (proximités descendantes ou horizontales), décontextualisations (proximités ascendantes, aides constructives) peuvent contribuer à cette transformation (individuelle) en élargissant ce que l'élève peut penser en accomplissant l'action, par exemple en l'associant à un savoir ou à plusieurs, ou à une autre action.
Les aides procédurales, elles, pourraient permettre d'enclencher une action qu'on espère suivie d'une activité si elle est reprise par exemple.
Dans les deux exercices proposés dans les capsules, même si l'engagement des élèves dans ce que recommande l'enseignant n'est pas garanti, M. invite à la fois à la reconnaissance du théorème à utiliser et aux essais. « *Faire des mathématiques c'est se tromper* » dit-il. Cela pourrait changer une action limitée des élèves, les encourageant à élargir leur action, par la recherche par exemple, la transformant en activité. Il insiste aussi sur ce qui peut faire liens ou décontextualise en évoquant familièrement les objets de l'action « *on utilise notre Thalès, on peut écrire nos trois rapports égaux* », « *je connais trois nombres et je cherche le quatrième, on va y aller avec notre produit en croix* ».
A., pour sa part et en s'appuyant sur ce qui vient des élèves, immédiatement ou de manière différée, pourrait faire dépasser les actions en les inscrivant dans quelque chose de plus large qui les justifie. Il explicite ainsi, dès que possible et plusieurs fois les liens entre les différents outils ou connaissances en jeu. Il amènerait alors les élèves à dépasser les actions à mener pour résoudre un exercice (écriture de tableau, calcul numérique) en indiquant des choix par exemple.

On trouve chez les deux enseignants des leviers qui peuvent contribuer à transformer les actions des élèves en activités. Chez l'un, M., de l'ordre de quelque chose de plus général plutôt lié à la nature du travail mathématique visé et chez l'autre, A., de l'ordre de quelque chose de plus précisément accroché à ce qui est en jeu mais qui le décontextualise et/ou le place dans un ensemble de connaissances ou d'outils.

c) Quelle complémentarité ?

On peut tenter d'apprécier alors la différence entre ce qui peut se passer en classe et lors de l'écoute d'une capsule, dans des exercices qui suivent le cours, proposés après les premières applications immédiates : ce sont d'autres dynamiques d'apprentissage qui peuvent jouer.

Ce serait de l'ordre d'un appui sur des ZPD individuelles en classe, favorisé par un discours de l'enseignant adapté très localement aux productions des élèves, et davantage, pour une capsule, de l'ordre de l'imitation (sans que l'élève complète ni soit repris) et du renforcement. On trouve dans cette interprétation un exemple éventuel d'adaptation à notre contexte de l'hypothèse de Vygotski (1934/1997) mettant en jeu la Zone Proximale de Développement des élèves (ZPD) (Robert, 1998, Rogalski, 2015) : les élèves seraient aidés dans certains de leurs apprentissages en étant associés à ce que dit ou fait l'enseignant lors d'un travail qui se déroule. Les élèves seuls ne peuvent pas encore le réaliser complètement, mais ils ont déjà entendu le cours, acquis une certaine familiarité avec les contenus en jeu ; l'enseignant apporte, ajoute par son discours, et en les explicitant, des éléments que les élèves peuvent maintenant reconnaître, reprendre ou compléter en partie. Et cela peut favoriser leur apprentissage.

Même si, pendant le déroulé de la capsule, les élèves mettent sur pause avant la correction de certains exercices, on a nécessairement moins cette interaction immédiate, faite de proximités ciblées, ascendantes ou descendantes. Cependant les élèves ont sans doute aussi besoin d'assurer leurs connaissances, de les renforcer en les mettant en application dans des exercices et en bénéficiant d'une correction immédiate, orale (directe), suffisamment détaillée à la fois pour qu'ils arrivent à démarrer s'ils étaient bloqués, voire qu'ils apprennent à (re)trouver ce démarrage (cf. les conseils sur le travail mathématique et les versions), et pour qu'ils repèrent et corrigent leurs erreurs éventuelles (cf. le travail sur la formule). C'est sans doute ce que peut apporter dans une certaine mesure la capsule, sans doute, grâce à ce que permet l'oral, mieux que ne pouvaient le faire les manuels d'exercices corrigés.

V Un rapide regard sur d'autres vidéos et sur quelques études précédentes

Nous présentons d'abord brièvement deux de ces autres vidéos sur le théorème qui s'inscrivent dans des séries spécifiques – avec une orientation historique revendiquée pour la première, et pédagogique pour la deuxième (beaucoup plus longue que les autres d'ailleurs).

1) Le théorème de Thalès – Micmaths- Mickaël Launay [14]

Cette vidéo a une durée de 7'35. Elle commence par quelques données historiques concernant Thalès, un des sept sages de l'Antiquité. L'enseignant propose d'abord de comprendre « *le mécanisme du théorème* ». Il rappelle la définition des triangles semblables (angles égaux) et montre sur des figures il y a un coefficient d'agrandissement qu'on peut calculer de 3 façons (3 rapports de longueurs possibles) entre deux triangles semblables. Il présente le théorème de Thalès comme un cas particulier de triangles semblables indiquant les angles égaux (configuration triangles emboîtés) et les rapports de longueurs égaux en toute généralité (sans donner de longueurs). Il précise qu'on peut calculer le facteur d'agrandissement.
Thalès, dit-il, n'est pas le premier à évoquer ce théorème qui était déjà connu par les égyptiens et les mésopotamiens mais c'est lui qui aurait proposé « *cette méthode simple et efficace* » utilisant des triangles semblables (un triangle formé d'un bâton et de son ombre au sol, un triangle formé de la pyramide et de son ombre au sol) pour calculer la hauteur de la pyramide de Khéops.

2) Lumni- lumni.fr/le-theoreme-de-thales [15]

Le théorème de Thalès est qualifié de très important par les deux enseignants qui le présentent. La vidéo a une durée de 30 minutes mai ce sont les 9 premières minutes qui se rapprochent des autres vidéos que nous avons regardées. Une première configuration (triangles emboités) est projetée puis les deux triangles la composent sont copiés et déplacés indépendamment l'un de l'autre à côté de la configuration. Le parallélisme des droites initiales est respecté ce qui justifie l'égalité des angles deux à deux dans les triangles et la configuration (respectivement correspondants et communs pour les derniers- la somme des angles d'un triangle est implicitement évoquée). Ils sont codés avec les mêmes couleurs. Les enseignants concluent que les triangles sont semblables donc que leurs côtés sont proportionnels ce qui résume, disent-ils, « *le cœur de Thalès* ». Ils écrivent le théorème au tableau : Si (AB) et (FG) sont parallèles alors OAB et OFG ont des côtés proportionnels. Ils indiquent alors qu'on peut les écrire dans un tableau de proportionnalité en respectant les côtés correspondants (comment on les repère n'est pas précisé) et petit triangle sur grand triangle puis en déduire l'égalité des rapports de longueurs ou un coefficient de proportionnalité. Ils appliquent le théorème sur un exemple dans lequel certaines mesures sont données en soulignant les incontournables au niveau du vocabulaire à reconnaître ou utiliser : le parallélisme, les mots configuration de Thalès et en montrant les différentes étapes du raisonnement : écriture des rapports de longueurs, choix de légalité à utiliser avec les mesures connues, calcul final : « *tu sais résoudre* ».

3) Autres ?

Il y en a d'autres, sur le cours et ses applications, que nous ne saurions détailler ici, notamment faute d'en connaître les usages et de pouvoir ainsi en faire une analyse rapportée à ces derniers.

---

[14] https://www.youtube.com/watch?v=l5oI4SQ0LWw
[15] https://www.lumni.fr/video/le-theoreme-de-thales

Elles sont des durées comparables (quelquefois encore plus courtes que celles de (M.), les plus courtes 2 minutes) ; elles ont des objectifs affichés comparables, avec presque toujours un parti-pris de rassurer les élèves, de leur « prouver que ce n'est pas difficile » ; le rythme de la parole varie beaucoup, dans certaines vidéos le narrateur parle très vite, comme pour ne pas laisser les élèves couper… ; l'invitation à faire des pauses avant la correction d'un exercice est peu fréquente… Il y a même des versions RAP !

Il nous semble que les contenus de ces ressources ne sont pas très différents, « racontant » plus ou moins directement le théorème, celles du site retenu, souvent reprises d'ailleurs, étant de très loin encore une fois les plus complètes sur la notion.
Ce qui diffère plus précisément d'une vidéo à l'autre : la présence ou non de « raisons d'être » (historique – en général « romancé » en citant Thalès mesurant la hauteur de la pyramide de Kéops - ou contextualisée avec une situation concrète où on doit trouver une longueur) ; le degré de précision de la technique du travail sur la formule ; la précision du vocabulaire, encore une fois en relation avec, semble-t-il, une volonté d'animer les élèves, de ne pas perdre leur attention en route au détriment d'une certaine rigueur…

4) Capsules et pédagogie inversée ?

Dans deux articles précédents nous avions étudié quelques capsules, plutôt dans l'optique de la classe inversée que comme ressources pour les élèves après leur cours (Chappet-Paries et al, 2017a), 2017 b)). Ce que nous pouvons indiquer ici est donc très partiel, en référence à la diversité des contenus des capsules et des utilisations, même si nous avons essayé de dégager certaines récurrences.

Les principaux résultats sont les suivants, et tous plus ou moins retrouvés ici en fait, mais interprétés d'une toute autre manière, en relation encore une fois avec des utilisations différentes.

On a trouvé de grandes diversités, entre capsules et selon les thèmes et même selon les sites.
Souvent la capsule n'est pas située précisément par rapport à un scenario (pas d'introduction, rien sur les acquis antérieurs supposés, pas toujours de conclusion ou de bilan dépassant le contenu strict présenté) – cela donne des produits chacun très isolé, découpé. Quelle hiérarchisation entre divers savoirs peut s'esquisser ?

En extrapolant nos constats limités, mais récurrents, on peut suggérer que le temps gagné par le fait que la capsule doit être très courte, très abordable par un élève seul, est lié à une certaine réduction de ce qui est général, non directement lié à des activités d'élèves, dont les actions sont en revanche bien détaillées. Ainsi peut-on avancer que souvent le « statut » des affirmations n'est pas précisé (on entendra « on sait que… » mais d'où ça vient ? Admis, démontré, …? ce n'est pas repris) – il n'y a pas beaucoup (voire pas) de justifications qui ne servent pas directement à l'utilisation de ce qui est en jeu. Il y a peu de commentaires méta généraux (ou de proximités horizontales générales).

On montre, on répète… on détaille les petits calculs ou tracés assez simples que l'élève aura à refaire, mais les fondements du travail ne sont pas toujours dégagés explicitement. Souvent il n'y a pas de questions préliminaires générales (même non posées aux élèves) pouvant éclairer ce qui est en jeu, ni d'alternatives (même si elles existent).

Ce qui est écrit au tableau (plus ou moins préparé à l'avance) n'est pas toujours complètement rigoureux, de même qu'à l'oral le vocabulaire n'est pas toujours totalement précis, mais plutôt

« parlant », voire familier. Comme à l'oral, des implicites sur ce qui apparait au tableau peuvent être relevés (usage non précisé des couleurs par exemple, manque de légende à l'oral et à l'écrit), choix non explicités (repères indiqués ou non, quadrillage ou non, …).

Nous avons dégagé dans ces articles les bilans suivants.

D'un côté les partisans de l'introduction des capsules en expliquent les avantages en termes d'engagements d'élèves – dans l'écoute de la capsule grâce à sa rapidité, à sa simplicité, à la souplesse de l'écoute (on peut interrompre, revenir…) et à la difficulté d'écouter le cours en classe (Asius, 2017). Des questionnaires à remplir après l'écoute en garantissent souvent l'écoute attendue

De l'autre côté les cours en classe sont éventuellement plus développés, avec des improvisations et des participations d'élèves qui peuvent amener des adaptations, mais dont on ne peut pas garantir qu'ils sont entendus par tous (même si des interrogations écrites peuvent remplacer les questionnaires, mais on a constaté que ce n'est pas généralisé). Avec encore une grande importance des activités complémentaires en introduction ou en exercices.

Dans cette perspective, on peut être interpelé par les contenus réduits des capsules, notamment dans une perspective de pédagogie inversée, et aussi par le fait que chaque élève visionne seul la capsule (individualisation du visionnement) ; on perd alors peut-être certains avantages du collectif présentiel (on l'a vu sur les inéquations en seconde, avec l'intérêt des questions d'élève, notamment pour lever des implicites) – mais on sait aussi, répétons-le, que tous les élèves ne sont pas impliqués au même titre dans ce collectif ; on perd aussi éventuellement une certaine homogénéisation de la classe (cf. mémoire partagée). On perd enfin en partie, on l'a constaté aussi partiellement, la possibilité d'improviser des proximités (et singulièrement les ascendantes), de développer les proximités descendantes pendant le cours. Plus généralement, en termes de différences entre élèves, n'y a-t-il pas un risque (différentiel) de dérive des mathématiques travaillées vers la technique, au détriment du théorique ou du technologique (démonstrations) ? Comment préserver le caractère global des mathématiques enseignées (organisation et nature des connaissances) ?

Cela nous a semblé conduire à un travail non seulement sur les ressources en elles-mêmes mais sur leur utilisation dans l'ensemble du scénario, ce que nous avions appelé un cahier des charges.

Nous retrouvons la question soulevée ici de la complémentarité de toutes les ressources offertes au travail des élèves.

Conclusion générale

1) Bilan des trois études

a) Pour chaque enseignant

En fait les trois extraits étudiés pour chaque enseignant sont très comparables entre eux.

Chez A. il y a une cohérence très visible qui se manifeste de la même manière dans les trois extraits par l'insistance de l'enseignant sur les liens entre triangles semblables, proportionnalité et théorème de Thalès. On peut même se demander quand les élèves utiliseront la formule (égalité des rapports) directement… Le vocabulaire est analogue, qu'il soit mathématique ou non, ou même familier. On a repéré un appui constant sur les élèves, avec des questions sur les savoirs en amont de l'action, des reprises locales ou différées de ce qui vient des élèves avec une utilisation importante de discours méta pour dégager ce que l'enseignant vise à partir de ce que les élèves ont fait ou dit. C'est peut-être dans la 3ème question du Tipi qu'il y a moins de ces appuis, devenus sans doute moins utiles, avec une nouvelle place donnée à la rédaction. Tout se passe comme si, globalement, l'enseignant voulait entrainer les élèves dans une démarche mathématique les amenant à apprécier la spécificité du théorème, par-delà la résolution de tel ou tel exercice, qui est tout de même visée.

Chez M., on retrouve une cohérence, mais différente : il s'agit d'appliquer correctement la formule, à chaque fois. Il peut y avoir quelques adaptations mise en valeur, sur le choix des configurations *(on tente le coup*) et sur le nom des points (changés une fois dans le cours). Le vocabulaire utilisé est le même, qu'il soit mathématique ou non, ou même familier. Les appuis potentiels (virtuels) sur les élèves conduisent à des gestes ou des ostensions.

Dans la dernière capsule, la rédaction est travaillée.

Tout se passe comme si l'enseignant voulait garantir aux élèves, grâce au modèle d'action qu'il développe, la réussite des exercices du même type.

b) Des points communs et des différences apparaissent dans les trois analyses.

Elément factuel, le vocabulaire non mathématique des deux ressources est comparable, sans doute lié au fait que les deux sont orales.

Plus globalement, et en conformité avec les visées de la ressource, dans les capsules il y a moins de diversité en termes de démarches (pas d'alternatives), d'argumentation, de vocabulaire mathématique (un peu plus pauvre). On peut constater un manque de justification et un niveau de généralité moindre. Les changements de cadres, de registres sont faits mais non explicités. Les étapes de l'action sont bien dégagées. L'enseignant insiste sur les actions successives à réaliser, en donnant des repères pratiques pour le faire.
Tout se passe comme si les simplifications liées à ces réductions du discours à un niveau technique, accompagnées d'une mise en pratique réelle, montrée par l'enseignant de ce qui est à faire, étaient un gage de compréhension de ce qui est à faire et donc d'apprentissage des élèves. Mais apprentissage de quoi ?

Dans le même ordre d'idées, il y a des proximités potentielles dans la capsule non pas entre l'état des connaissances des élèves (inconnu de fait) et le savoir visé, mais entre des actions montrées par l'enseignant et les actions visées pour les élèves. Cela met en jeu des gestes, à imiter, des opérations mathématiques à reproduire. Ces proximités sont établies grâce à une ostention explicite, des descriptions précises de ce que l'enseignant est en train de faire (reconnaître les figures avec les indices pour le faire, écrire la formule avec des points de repère pour ne pas se tromper), le discours étant émaillé de mots familiers et d'encouragements à réaliser la facilité de ce qui est visé. On peut penser à des recettes à appliquer.

M. parle ainsi aux élèves de ce qu'ils auront à faire, de leur action, les engageant à l'imiter notamment aussi avec la fréquence des « on » empathiques ; ce qui est commenté c'est bien le faire. Il y a même une personnalisation de l'action vers les élèves dans son discours.

On pourrait évoquer comme slogan commun à ces capsules : « Mathématiques : mode d'emploi illustré ». Pourrait-on évoquer des tutoriels ? Il s'agit de donner aux élèves des moyens pour imiter, reproduire et retenir ce qu'il y a à faire... La mémoire est sollicitée à certains moments, y compris avec des moyens mnémotechniques. L'efficacité qui est recherchée est ainsi en quelque sorte externe aux mathématiques, restant au niveau technique.

En revanche le vocabulaire non mathématique des deux ressources est comparable, sans doute lié au fait que les deux sont orales.

Chez A. cependant les proximités sont plus mathématiques, plus cognitives mettant en jeu les connaissances anciennes et nouvelles. Tout se passe comme si s'approcher du sens, comprendre ce qui est en jeu, le relier aux connaissances antérieures, étaient un gage d'apprentissage. Le slogan serait : « Métamaths : comprendre ce qui est en jeu pour savoir faire »

Il y a ainsi plus d'allusions au pourquoi et au pour quoi des actions, plus de théorie dans le cours de A. Mais cela s'explique tout à fait par le statut très différent des deux.

On peut alors penser que les deux peuvent avoir leur efficacité, complémentaire, au niveau de la conceptualisation qui en résultera, même si les capsules n'ont pas cette ambition, en mettant en jeu la manière différenciée dont cours et capsules interviennent dans le travail des élèves. C'est ce sur quoi nous travaillons maintenant.

2) Retour sur les activités (et actions) des élèves, le sens et la conceptualisation

Le mot action a été utilisé dans ce qui précède sans connotation particulière, si ce n'est qu'on les a distingué des activités en leur accordant une portée plus petite, limitée à la réalisation ou à l'exécution de tâches. Il y a lieu de s'interroger à ce sujet.

En fait il y a plusieurs acceptions (complémentaires) de la notion d'activité dans nos travaux qui s'inscrivent en théorie de l'activité (TA), sachant que nous ne nous intéressons qu'aux mises en fonctionnement des mathématiques, contrairement aux auteurs que nous allons citer : une acception issue de Leontiev, 1984 (avec activités = {motifs, actions et opérations}) qui peut inspirer l'analyse de tâches et servir à en apprécier la diversité - en incluant des opérations intellectuelles "générales", comme reconnaître ; cela peut servir pour décrire la conceptualisation comme produit ; une acception proche de celle-ci, initialement plutôt associée aux analyses des activités au travail (Galperine, 1966) en termes d'orientation, exécution et contrôle[16] ; et une acception inspirée de Clot, 1999 (activités = ce que l'élève dit ou non, fait ou

[16] Orientation et exécution ont été associées dans le cas des mathématiques par Vandebrouck, 2018, (cf. antérieurement Robert et Vandebrouck, 2014) à trois sous-activités « cruciales », reconnaissance, organisation et

non, pense...) qui sert davantage à opérationnaliser le modèle de la ZPD, et peut-être le processus de conceptualisation. Il s'agit alors de repérer dans quelle mesure l'enseignant peut contribuer aux activités et donc peut "faire penser", "faire dire", "faire faire" en plus de ce qui est déjà-là mais en s'appuyant dessus : en, lui-même, montrant et disant, en mode direct ou en mode méta. Cela permet de chercher comment l'enseignant fait dépasser connaissances et/ou activités (ou actions ?) actuelles pour les transformer, les développer, grâce à l'appui sur le déjà-là. On traduit "proche" par "nouveau appuyé sur, référé à, du connu" en termes de savoir ou d'activités - cf. faire, dire, penser.

Dans tous les cas, il y a une partie observable, des traces observables des activités – actions ? exécutions, réalisations ? procédures ? opérations ? mises en fonctionnement ? – à partir de ce que l'élève dit ou fait, et une partie inaccessible – ce qu'il pense, inférences, hypothèses, décisions, compréhension… S'il y a un travail sur des exercices, les activités sont plus accessibles (cf. la difficulté d'observer les activités pendant les cours).

Dans tous les cas il y a aussi l'idée, sous-jacente, de prise de conscience - la conscience émergeant de l'action (on le retrouve dans les deux acceptions), peut-être que le méta appuyé sur un travail effectif rappelé peut y contribuer, et l'idée (très Vygotskienne, reprise par Léontiev) de passage (transformation) de processus externes (conduits en coopération avec d'autres) à une intériorisation nécessaire, notamment grâce à une médiation, par différents moyens (y compris le langage). Par exemple l'exposition des connaissances installées d'abord comme pseudo-concept avec un appui collectif (grâce à des interventions dispersées, réparties dans la classe), puis intériorisée par chacun (sans doute encore comme pseudo-concept) suite à un deuxième « passage », par exemple grâce à une première application immédiate, permettant une recontextualisation – à expliciter comme telle.

Dans ces conditions, le sens, assimilé à une certaine conceptualisation, serait associé à la fois à la possibilité de développer des activités "réussies" à la Léontiev, avec disponibilité et organisation des connaissances, et à la construction de la notion, le "faire penser" étant partie prenante du processus de transformation des activités. Ce "faire penser" porte souvent sur le nouveau, associé à une généralisation, qui peut être aussi dite et éventuellement faite (montrée). Mais il y a plusieurs niveaux, associés à des montées en généralité et en justification !

Dans le cas de Thalès étudié, l'enseignant des capsules "fait penser", mais surtout à "comment appliquer la formule" : on peut essayer, on peut se tromper (c'est très général), on doit écrire la formule ainsi (c'est un peu général mais en termes d'action), et faire le produit en croix comme ci comme ça (idem)... c'est la possibilité de faire le calcul et la manière de le mener qui est en jeu dans ce "général", dans ce "faire penser". Tout se passe comme si on conseillait d'essayer d'activer quelques boutons, en sachant qu'il y en aura un bon, et qu'on indiquait comment le faire ... mais pourquoi ? C'est un premier niveau de sens, de l'ordre de la technique (dépassant la tâche) mais pas du logos...

L'autre professeur filmé, A. "fait penser" à ce que représente le théorème, comment le reconnaître, d'où vient le calcul final : pour filer la métaphore précédente, il travaille plus sur la détermination du bon bouton et l'origine de son bon usage... *Ce n'est plus l'efficacité a posteriori qui valide le choix, c'est le recours contextualisé à du décontextualisé (savoir).* On

application des connaissances. En ce qui concerne le contrôle, Vandebrouck & al. développent l'importance des sous-activités de visualisation, associées à une dimension sémiotique.

est entré dans le logos ? C'est un deuxième niveau de sens, qui met en jeu la recontextualisation du théorème au lieu de la technique qui en est issue, générale certes mais isolée.

3) Des questions plus générales sur les apprentissages : une complémentarité efficace à moyen terme ?

L'hypothèse serait que des apprentissages limités au premier niveau[17] précédent sont trop limités à partir d'un certain moment, sans doute variable selon les élèves. Soit cela ne suffit pas dès le début, l'élève ayant besoin de davantage comprendre pour apprendre, soit cela ne suffit pas pour adapter la connaissance en jeu quand il y a des étapes par exemple, ou des mélanges[18], soit cela ne suffit pas plus tard, notamment quand la connaissance devient classée comme ancienne et est donc (souvent) supposée disponible, ce qui ne peut peut-être pas être obtenu à partir de ce premier niveau. Cela met en jeu le travail de la disponibilité : on y associe implicitement la variété des tâches proposées (pour que les élèves aient rencontré effectivement des adaptations diverses), une certaine quantité de tâches (?), et un "niveau" de sens, avec la conscience qui va avec : jusqu'où faut-il "savoir" et avoir fait pour être capable de reconnaître qu'il faut utiliser Thalès et le faire à bon escient ?

Dans quelle mesure, en supposant maintenant que les capsules sont utilisées en complément des cours, leur vision peut-elle engendrer une certaine mobilisabilité des connaissances visées, qui servirait d'appui et de développement pour des prises de sens et de disponibilités ? Dans quelle mesure écouter la capsule qui fait travailler la technique, avec beaucoup de reconnaissance d'actions à faire, et même de reconnaissance de forme sur la formule, peut-elle amener les élèves à réussir à plus long terme à adapter leurs connaissances, à dépasser le niveau technique ? A première vue, ce qui est mis au travail est associé à des actions et non à des activités qui pourraient généraliser et dépasser l'action (cf. ci-dessus). Mais c'est un moment du travail, à intégrer dans le reste, et c'est la complémentarité des ressources[19] qui est en jeu à nos yeux.

Plus généralement, dans quelle mesure le travail de la technique (cf. praxis) permet-elle une certaine conceptualisation ultérieure (cf. sens logos) ? Ou même « suffit », y compris pour continuer, compte tenu de son imbrication dans l'ensemble des séances ? Autrement dit, dans quelle mesure peut-il y avoir une certaine indépendance du travail technique et du travail du sens (Butlen, 2007) ?

Ou y a-t-il des conditions pour que se produise la conceptualisation attendue avec son cortège de connaissances disponibles ou mobilisables ? A partir de quelles adaptations, décontextualisations du côté des élèves ?

Comment installer, par exemple, des dialectiques entre ce travail de la technique et des justifications et des éléments conceptuels (cf. théorie), voire des proximités s'il y a activités des élèves ? A quels moments ?

---

[17] Le processus complet n'est pas dans la visée du professeur des capsules, qui se place "en plus" des apprentissages en classe.
[18] Il y a trop d'incertitude peut-être
[19] On pourrait faire une étude similaire avec les manuels d'exercices corrigés.

En fait le questionnement porte ici sur les rapports à construire chez les élèves entre le « comment faire » et le « pourquoi », voire le « pour quoi », entre les bénéfices des exercices combinés à ceux des cours dans un enseignement ordinaire, voire entre comprendre et apprendre.

Nous avons posé en prémisse que ce sont les activités mathématiques des élèves (au sens plein, pas réduites à l'action) qui nourrissent leurs apprentissages, en termes de conceptualisation. Les apprentissages dépendent dès lors à la fois de l'ensemble de ces activités, avec l'ordre, la quantité et la qualité des tâches proposées et ce qu'elles mobilisent comme connaissances, à différentes échelles, et de leur déroulement, avec le travail des élèves, autonome ou non, collectif ou non, rapide ou long, etc. dont les interactions organisées entre eux et avec l'enseignant. Y a-t-il des « seuils » à définir en relation avec la quantité de tâches à proposer ?

Y a-t-il dans cet ensemble des différences (et lesquelles ?) entre des enseignements qui font une certaine part au « pourquoi » et les autres, qui privilégient, rapidement, le « comment » ?

En réalité, comme le suggérait déjà la thèse de Adry Manrique (2017) pour la physique, les effets d'un enseignement plus engagé dans le « pourquoi » ne sont peut-être pas perceptibles à court terme. Compte tenu de ce qu'évaluent les contrôles « ordinaires », il est possible que les élèves, pour leur grande part, n'aient pas véritablement besoin d'éléments justificatifs ou théoriques pour les réussir, pouvant faire confiance à leur mémoire et à la reprise, sans trop de nouvelles adaptations, de ce qui a été fait en classe et qui est repris dans les manuels ou vidéos. Cependant un certain nombre d'échecs ultérieurs dans la scolarité, notamment aux transitions (en ajoutant le passage seconde/première) révèlent peut-être un manque qui s'est constitué, voire approfondi, petit à petit[20]. Ainsi ce qui serait en jeu dans la complémentarité serait de l'ordre des termes d'apprentissage, moyen ou court.

4) Utilisations en formation

La question se pose de l'usage de documents de type monographies, description et /ou analyse de séances filmées par exemple, surtout si on ne dispose que des transcriptions.

Nous suggérons que faire tourner la grille ci-dessus en formation peut enrichir à la fois les interrogations des participants et les alternatives qui se présentent. Il se peut cependant qu'on soit amené à changer l'ordre de présentation des différents aspects en jeu dans ce texte. Le relief ne devient souvent un besoin pour les participants qu'après qu'ils se sont posé certaines questions.

Les analyses exemplifiées dans ce texte peuvent ainsi contribuer à faire travailler précisément, sur pièces (transcriptions, voire films), les dimensions dégagées à partir de nos recherches sur les activités des élèves et leurs liens avec les pratiques des enseignants, en termes de tâches et de déroulement, avec les identifications nécessaires.
Chercher par exemple dans une transcription des liens entre des connaissances antérieures et ce qui est présenté à un moment donné du cours peut amener une prise de conscience sur l'utilité de dégager des éléments de relief avant les analyses, puis pour les préparations.

[20] Des discontinuités un peu comparables à celles de Klein, mais pour les élèves !

Différencier des déroulements peut amener à comprendre l'intérêt respectif des deux options ici présentes, liées à des visées très différentes pour les apprentissages.
Cela peut contribuer, si le formateur l'explicite et en dégage l'importance, à installer plus généralement ce type de questionnement sur ses propres pratiques.

De plus cela pourrait peut-être aider à établir « un programme » pour la formation professionnelle, en fournissant des indicateurs partiels du développement professionnel individuel :

- prise en compte du relief (possibilité de l'emprunter ou de l'établir),
- conséquences sur les choix des activités d'introduction éventuelles et la diversité des tâches à proposer ainsi que sur la cohérence du scénario (et sa « complétude »),
- habitude d'analyses des tâches,
- organisation de déroulements adaptés et sous contrôle
- adaptations des formes de travail des élèves et de ce qui est en jeu,
- régulations sur les tâches – à réduire ou à introduire - et les activités – a minima/a maxima- ,
- aides à choisir, proximités à choisir, méta (sans glissement !),
- attention au vocabulaire (et au langage).

Références bibliographiques

Asius L. (2017) Quand le professeur de mathématique est sur You tube ... un témoignage. *Petit x* 105, 25-35.

Bridoux, S., Hache, C., Grenier-Boley, N. & Robert, A. (2016). Les moments d'exposition des connaissances en mathématiques, analyses et exemples. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, 21, 187-233.

Butlen D. (2007) Le calcul mental entre sens et technique. Besançon : Presses universitaires de Franche Comté.

Chappet- Paries, M., Pilorge, F. & Robert, A. (2017a). Pour étudier le dispositif de classe inversée. Analyse des moments d'exposition des connaissances en classe et de capsules vidéo. *Petit x*, 105, 37-72.

Chappet-Pariès, M, Pilorge, F. & Robert, A., (2017b). Un scénario de formation de formateurs : les activités d'introduction, les moments d'exposition des connaissances et les capsules pour la classe inversée, s'appuyant sur le thème « sens de variation des fonctions » en seconde. *Document pour la formation des enseignants, du laboratoire André Revuz,* 16. Irem de Paris.

Chappet-Paries M.& Robert A. (2022). Introduire le Théorème de Thalès en troisième – quel appui sur le travail des élèves en classe ? *Cahier du laboratoire André Revuz* 24. Irem de Paris.

Chesnais A. (2019). Relations between school achievement and language abilities in mathematics classrooms. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Utrecht University, Feb 2019, Utrecht, Netherlands.

Clot Y. (1999) La fonction psychologique du travail. Paris : PUF.

Duval R. & Godin M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, 76, 7-27.

Hache C. (Ed.) (2016) Groupe Léo. *Formuler, reformuler. Document en ligne*. IREM de Paris

Horoks, J. (2008). Les triangles semblables en classe de seconde : de l'enseignement aux apprentissages. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *28*(3), 379–416.

Galperine, P. (1966). Essai sur la formation par étapes des actions et des concepts. Dans A. Leontiev, A. Luria et A. Smirnov (Eds.), *Recherches psychologiques en URSS* (pp.114–132). Moscou: Editions du progrès.

Leontiev, A. (1984). *Activité, conscience et personnalité*. Moscou : Editions du progrès.

Manrique A. (2017) Analyse des pratiques pédagogiques d'enseignant.e.s universitaires : le cas de l'enseignement de la physique en premier cycle universitaire. *Thèse de doctorat*, Université Paris-Diderot.

Pastré P. (2015) *La didactique professionnelle*. Paris : PUF.

Perrin D. (2006) Les mathématiques autour du théorème de Thalès. Coférence IREM de Paris. https://video.irem.univ-paris-diderot.fr/videos/watch/bfd0744b-5354-459e-a4a4-317a01eb9e12

Rabatel A. (2016) Agir professionnel, point de vue et mobilité empathique, *Phronesis* vol 5 numéro 3-4.

Robert A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18 (2), 139-190.

Robert A., Penninckx J. & Lattuati M. (2012). *Une caméra au fond de la classe, (se) former au métier d'enseignant de mathématiques du second degré à partir d'analyses de vidéos de séances de classe*. Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.

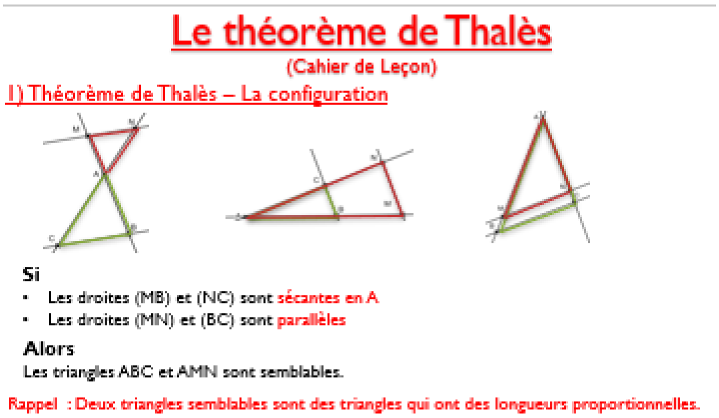
Robert, A. & Robinet, J. (1996). Prise en compte du méta en didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, 16 (2), 145-176.

Robert A. & Rogalski J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Canadian Journal of Science Mathematics and Technology Education* 4, 505-528.
Robert A. & Rogalski J. (2020). D'un problème d'optimisation d'une surface agricole au cours sur le sens de variation en seconde : une étude de cas. …? *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz* n°22.Irem de Paris.
Robert, A. & Vandebrouck F. (2014). Proximités-en-actes mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34 (2/3), 297-300.
Rogalski J. (2015). Didactique et cognition. De Vygotsky à Dehaene ? *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz* n°13. Irem de Paris.
Vandebrouck, F. & Robert, A. (2017). Activités mathématiques des élèves avec les technologies numériques. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, *37*(2–3), 333–382.
Vandebrouck F. (2018). Activity theory in french didactic research.. In G. Kaiser, H. Forgasz, M. Graven, A. Kuzniak, E. Simmt & B. XU (Eds*) Invited lectures from the 13th International Congress en Mathematical Education. ICME 13 Monographs. (pp. 679-698) Springer*.
Vergnaud G. (2002). La conceptualisation, clef de voûte des rapports entre pratique et théorie *Analyse de pratiques et professionnalité des enseignants.*
http://eduscol.education.fr/cid46598/la-conceptualisation-clef-de-voute-des-rapports-entre-pratique-ettheorie.html
Vygotski, L. (1984/1997). *Pensée et langage*. Paris : La dispute.

Annexe 1

Transcription cours en classe (exposition des connaissances) A. (11')

Au tableau les trois triangles



*Alors il y a des lettres que vous ne voyez peut-être pas du fond de la salle je repasse (*il repasse au tableau les noms des segments*). Bien.*
Mes conseils maintenant : Thalès ça parle d'abord à votre œil. On doit le voir. Ça apparait sur un schéma, ça apparait sur une figure. Il faut voir les parallèles, il faut voir les sécantes.
Où sont les parallèles ici
E….
Alors MN et CD. Et là ? pareil
Je vais la repasser en rouge pour vous montrer.
*J'ai deux parallèles. J'ai fait plusieurs dessins pace qu'il peut y avoir plusieurs configurations (*il repasse dans les 3 dessins*). OK.*
J'ai toujours deux parallèles. J'ai toujours deux parallèles.
E.
*Et ta question c'est pourquoi il n'y en a que deux [*triangles ?*]? C'est ça ?*
E.
Là vous voyez bien les deux triangles ? Et là, il y a un petit et un grand. Et là il y a un autre petit et un autre plus grand. Il montre en suivant du doigt les trois dessins.
E. le 3ème ?
Le triangle AMN et le triangle ABC (il montre).
E. Et là ?
***1'34** Il y a toujours le triangle AMN et le triangle ABC. Ce sont eux les 2 triangles semblables.*
Alors le deuxième ingrédient, J. l'avait dit, c'est les droites qui se truquent comme elle dit
E. Croisent
*merci qui se croisent…*Il repasse dans les trois dessins.
E. sécantes
Voilà. Qui se croisent oui, sauf que le mot mathématique associé c'est sécantes.
Alors il n'y a pas besoin de longueurs… Il faut que votre œil remarque systématiquement ces configurations. Je parle de configuration, c'est-à-dire, c'est un modèle géométrique, deux droites qui se coupent, deux droites parallèles… Et quand vous vous trouvez face à ce genre de figure, votre cerveau doit dire : ah il y a peut-être Thalès dans le jeu là…
***2'50** Mettez-y un peu de couleurs, du rouge et du bleu comme je viens de le faire* (les élèves écrivent)

Alors le théorème dit, le théorème de Thalès dira, que si j'ai des sécantes et des parallèles, alors quoi ?
E.
Alors j'aurai 2 triangles semblables.
*Maintenant je le dis avec les lettres de la figure. Les droites (MB) et (NC) sont sécantes au point A. A chaque fois j'ai des droites qui se coupent et qui se croisent au point A. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. Voilà une bonne configuration pour obtenir 2 triangles semblables. La démonstration je l'ai faite tout à l'heure rapidement avec l'idée de N. et les angles correspondants. Si j'ai des droites parallèles j'ai des angles égaux (il montre) et donc **4'05** j'aurai des triangles semblables. Et le rappel, il est très très fort, qui va apparaître ici. Donc ça c'est le théorème* de Thalès.
P. Et par contre Thalès, on l'utilise comment, c'est qu'on exploite ce que veut dire semblable » C'est un truc très très fort. OK, ça veut dire qu'il y a les mêmes angles mais ça veut surtout dire qu'il y a quoi ? Qu'est-ce qu'on a fait tout à l'heure ?
E : la proportionnalité
P : de la proportionnalité et c'est ça qui est très très fort dans Thalès, c'est qu'on va utiliser cette proportionnalité.
*Rappel 2 triangles semblables sont des triangles qui ont des longueurs proportionnelles (*il montre ce qui est projeté au tableau)
***5'55** Thalès c'est exploiter cette proportionnalité pour déterminer les longueurs* (il distribue des feuilles de cours à des élèves). *Thalès c'est d'abord un coup d'œil, on voit des trucs parallèles, on voit les sécantes, il y a de la proportionnalité, il y a Thalès qui est là. »*
E. On peut dire que si vous nous donnez un exercice et qu'on voit des sécantes et des parallèles y a Thalès ?
Il a 90% de chances qu'on te fasse utiliser Thalès.
E. Que ça ?
Pas que ça. Il faut le remarquer.
E : Il faut le remarquer déjà. Alors, j'insiste de façon générale. Thalès et Pythagore sont emblématiques au collège. Ils vont tisser des passerelles entre deux mondes, l'un numérique et l'autre géométrique. Pythagore comme on l'a vu tout à l'heure ou avant les vacances grâce à l'angle droit je fais une égalité et si j'ai cette égalité ça veut dire que j'ai un angle droit. Pythagore a ici tissé un premier lien entre droites perpendiculaires, triangle rectangle d'un côté et égalité de Pythagore avec des aires de l'autre côté. Donc pour savoir s'il y a un angle droit je fais des calculs.
Thalès ça fait quelque chose d'aussi fort. Il va lier la proportionnalité qui vit dans un monde de tableaux et dans un monde de nombres à des droites parallèles et des droites sécantes, en géométrie ; voilà pourquoi ils sont si importants. Ils ont clairement établi des liens entre des propriétés géométriques et des opérations numériques. Maintenant le cœur de Thalès ça va être d'exploiter la proportionnalité… C'est la raison pour laquelle on y a passé beaucoup de temps en début d'année, à revenir sur les tableaux. C'est vraiment l'ingrédient clef, ça fait tourner beaucoup de choses la proportionnalité, notamment la quatrième proportionnelle qu'on a revu tout à l'heure ensemble. Donc c'est un peu la suite.
Il y a plusieurs moyens d'exploiter la proportionnalité… On va voir que Thalès il y a une rédaction évolutive, c'est-à-dire qu'on peut l'écrire de plusieurs façons…. Vous m'avez dit, tout à l'heure, le triangle il est zoomé…[on a dit j'avais un triangle 5 fois plus petit…] ça s'appelle agrandissement, réduction ça ; il y a une autre façon, ce serait de faire un tableau de proportionnalité et puis une façon experte ce serait en utilisant des fractions, donc ce qui nous

attend maintenant c'est d'arriver au mode expert entre guillemets, celui qui sera utilisée quand vous irez au lycée.
Alors on peut faire un tableau de proportionnalité et utiliser le produit en croix, ce que je recommande. C'est-à-dire que comme tout à l'heure on était aux portes de Thalès. J'ai un triangle ABC, j'ai un triangle AMN (il montre*).*

Remarque : Il y a plusieurs façons d'exploiter la proportionnalité…

- On peut faire un tableau de proportionnalité et utiliser le produit en croix *(recommandé)*

Triangle *ABC*	*AB*	*AC*	*BC*
Triangle *AMN*	*AM*	*AN*	*MN*

- Utiliser le coefficient de proportionnalité et parler d'agrandissement ou de réduction *(parfois utile)*
- ou encore écrire que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ *(mode expert)*

*Je fais une correspondance sans me tromper… Et c'est là que je vous attends. AB (*il enlève le tableau projeté afin de le laisser compléter par les élèves sur leurs cahiers)*, on va voir hein.*
8'55 *Le piège de Thalès il sera là. Souvent on fait une erreur dans la correspondance des côtés. Souvent on fait une erreur dans la correspondance des côtés. (*Il répète*) Par exemple ce triangle il faut que j'associe chaque côté à l'autre triangle. Par exemple le côté CB il va avec qui ?*
E. MN
MN. Et on aura à chaque fois CB va avec MN. Quand j'agrandis le côté CB se transforme en MN. Et le côté AB va avec qui
E. MA.
Le côté AB quand j'agrandis, MA oui. C'est là où il ne faut pas se tromper. Il faut rester dans l'alignement.
AB va avec AM, AB va avec AM. (il montre sur les trois dessins).
Donc il faut bien voir que vous avez un petit triangle là que je fais apparaître un petit peu en surbrillance en vert/bleu turquoise et puis vous avez un autre grand triangle que je fais apparaître en rouge au tableau ici (il montre) et il y a cette correspondance.
Donc c'est la première façon d'utiliser Thalès, c'est je fais un tableau de proportionnalité. La deuxième façon c'est utiliser le coefficient de proportionnalité, parler d'agrandissement réduction (il cite les calculs de l'élève qui avait suggéré cette méthode pour un exercice précédent : *il a vu que de 1,5 à 7 ? je multiplie par 5 et après 12 il a multiplié par 5 pour trouver 2,4… c'est la vision d'agrandir les deux 5 fois plus grand… Et la dernière façon c'est le mode expert et je vous attends, je vais le commenter. Là j'ai des fractions. J'aimerais que vous réfléchissiez, ça veut dire quoi ce truc* (**10'42**) (il montre l'égalité des trois rapports de longueurs) ».

Intermède : avec une élève, explication de la relation entre coefficient de proportionnalité et pourcentage.

Annexe 2

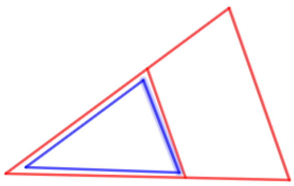
Transcription « cours » M.

Dans cette vidéo je te propose de revoir tout le cours sur le chapitre du théorème de Thalès. L'objet de cette séquence est de te rappeler et de l'expliquer les éléments les plus importants de ce chapitre. Plus précisément, on verra comment reconnaître évidemment une configuration de Thalès de façon générale, comment distinguer le théorème de sa réciproque et enfin quelles sont les applications possibles du théorème de Thalès.

Pour préparer un contrôle ou un examen, ça ne suffira pas, bien évidemment il te faudra t'entraîner sur des exercices et pour cela je te conseille ensuite de cliquer sur le lien qui s'affiche qui te mènera vers d'autres vidéos proposant de nombreux exercices sur le théorème de Thalès. C'est parti, on peut commencer.

Alors, on le voit ici, le théorème de Thalès met en jeu des triangles. En réalité il y a deux versions du théorème de Thalès. C'est le même théorème mais simplement il se trouve dans deux situations géométriques qui sont différentes. Une situation qui se passe dans un triangle et une autre situation dite papillon, ça ressemble un peu à un nœud pap.

On va commencer par la première situation, la situation dans un triangle ABC où B' appartient



à AB et C'appartient à AC si B'C' est parallèle à BC.

Si on regarde de plus près, on remarque qu'il n'y a pas un mais deux triangles. J'ai même dédoublé un triangle pour le faire ressortir. (fig 1 bis) celui le plus à l'intérieur, le triangle vert le triangle AB'C' pour bien le faire ressortir.

En réalité le côté [AB'] se trouve confondu avec le côté [AB]. Le côté [AB'] est sur AB. J'ai fait ici un double trait juste pour voir mais géométriquement ce n'est pas juste. On a donc un triangle AB'C' en vert, le petit, et un triangle ABC en bleu, le grand. On dirait que ces deux triangles **2'** se ressemblent beaucoup, un peu comme si l'un était un clone de l'autre, mais l'un est plus petit que l'autre. Eh bien, en réalité, oui, ces deux triangles se ressemblent terriblement, ce sont même des triangles semblables. Je rappelle que des triangles semblables ont leurs côtés deux à deux proportionnels. On est quasiment là en train de donner le théorème de Thalès. La seule différence c'est que le théorème de Thalès trouve une situation très particulière. Plutôt deux comme je l'ai dit. Donc on a nos deux triangles, le triangle vert qui a son côté [AB'] qui se trouve confondu avec le côté [AB], et du coup l'un est sur l'autre et du coup **2'30**. En gros on dit que B' appartient à AB. Et pareil en bas on a donc le côté [AC'] qui se trouve sur le côté [AC]. Et du coup si les deux triangles sont semblables qu'arrive-t-il ? On a les troisièmes côtés [B'C'] et [BC] qui sont parallèles.

C'est ça un petit peu qui va changer dans le théorème de Thalès. Parce que cette dernière condition **3'** va être principalement la seule qu'on aura à vérifier dans les exercices pour mettre en œuvre le théorème de Thalès. Concrètement on dira si j'ai B' qui se trouve sur (AB) si j'ai C' qui se trouve sur AC tels que B'C' est parallèle à (BC) (fig 1) eh bien je peux mettre en œuvre le théorème de Thalès. Regardons ce théorème de Thalès sur une figure animée.

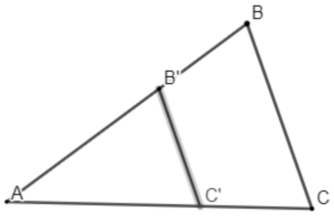


Figure 1 bis

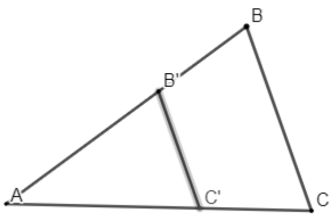
J'ai donc là, je promène B' et C' sur

3'30 leurs côtés [AB] et [AC] respectifs et on voit, on garde le parallélisme sur (B'C') et (BC), les deux triangles donc le vert et le bleu sont toujours des triangles semblables. Les droites sont parallèles donc condition principale qu'il faudra vérifier dans les exercices. Mais alors tout ça, pour l'instant je n'ai parlé que des conditions. Mais au fait quelle est la conclusion ? Qu'est-ce qu'il nous dit le théorème de Thalès ?

4' Alors je l'ai un petit peu dit, j'ai parlé de proportionnalité des côtés du triangle. Eh bien c'est ça exactement le théorème de Thalès. Si je prends le rapport $\frac{AB'}{AB}$ si je prends le rapport $\frac{AC'}{AC}$ et le rapport $\frac{B'C'}{BC}$, donc à chaque fois j'ai pris deux côtés qui se correspondent sur un triangle et sur l'autre (longueur ?) on va voir ça plus en détail tout de suite et que je regarde et bien combien

4'30 valent ces rapports, je constate que je trouve strictement la même chose. $\frac{AB'}{AB}$=0,81 ; $\frac{AC'}{AC}$= 0,81 ; $\frac{B'C'}{BC}$=0,81. Je peux déplacer mes points B' et C' pour avoir une nouvelle configuration de Thalès, je vois que les trois rapports sont toujours égaux. Et je peux faire comme je veux en promenant B' et C'sur (AB) et sur (AC) du moment qu'on ait le parallélisme sur les deux droites en rouge .

5' Eh bien je garde les trois rapports égaux. Eh bien c'est ça que dit le théorème de Thalès. On peut le regarder maintenant de façon générale.

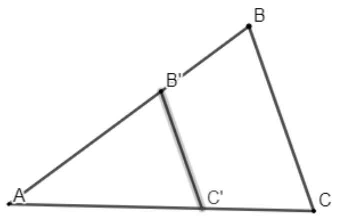


(fig 3)

Si dans un triangle ABC, on a B' qui appartient à AB et C' qui appartient à AC avec les deux droites rouges (B'C') parallèle à (BC) eh bien dans ce cas les trois rapports $\frac{AB'}{AB}$, $\frac{AC'}{AC}$, $\frac{B'C'}{BC}$ sont égaux. Voilà la version du théorème de Thalès. Ca c'est

5'30 la première version, la version dans un triangle, on va voir tout de suite la deuxième version mais avant ça je voudrais juste me poser sur ces trois rapports. Parce qu'on pourrait prendre ce théorème par cœur et le ressortir en exercice quand on en a besoin mais le problème c'est que, là, ici, nos deux triangles s'appellent ABC et AB'C' mais dans un exercice ils porteront peut-être un autre nom MNP et MQR. Et alors là comment je fais avec ma formule ? Donc c'est pas la formule qu'il faut apprendre

6’ par cœur c’est plutôt le concept qu’il faut bien comprendre. Comment est construite cette formule, Alors regardons comment elle est construite et attachons-nous simplement juste à la formule.



(fig 4)

Alors on retrouve notre formule. J’ai mis quelques couleurs pour coder. Il y a déjà un point qui joue un rôle particulier, c’est le point A, on le voit, je l’ai mis quatre fois en mauve et il joue un rôle particulier déjà parce que c’est le sommet commun à nos deux triangles. Quand je regarde mes deux triangles, donc ABC le grand et AB’C’ le petit, je vois qu’ils ont tous les deux ici

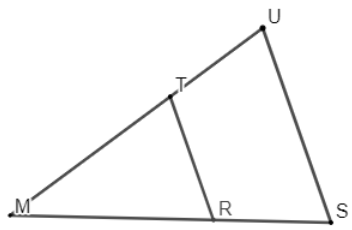
6’30 un sommet commun qui est A. Eh bien ce A on le retrouve donc quatre fois dans les deux premiers rapports de ma formule. Ensuite regardons tous les rapports qui se trouvent en haut sur la première ligne : AB’, AC’, B’C’ (il montre en suivant le côté et répète en montrant les côtés)

7’ Autrement dit en haut, au numérateur, je retrouve tous les côtés du petit triangle: en bas [AB], (il suit le côté), [AC] (il suit sur la figure), [BC] (il suit sur la figure). Eh bien en bas, au dénominateur de chacune de ces fractions je retrouve à chaque fois les côtés du grand triangle. Donc, déjà, ça on peut s’en rappeler : petit triangle sur grand triangle. Je précise qu’on pourrait tout inverser et mettre grand triangle sur petit triangle mais bon il faut bien se mettre d’accord. Il faut faire un choix. A partir du moment où on dit que c’est petit triangle sur grand triangle, il faut mettre **7’30** systématiquement en haut que les côtés du petit et en bas que les côtés du grand. Faudrait pas inverser sur l’un ou l’autre rapport. Soit on le fait pour tous soit on le fait pour aucun. Donc en haut le petit, en bas le grand. On a la lettre A qu’on retrouve quatre fois. Regardons maintenant le premier rapport, $\frac{AB\prime}{AB}$ (il montre les côtés sur la figure). Eh oui, il y a quand même une correspondance entre ces deux côtés. On **8’** voit bien qu’on a AB’ qui se retrouve sur AB et je fais bien travailler AB’ et AB ensemble dans le premier rapport ce qui veut dire que tout naturellement le deuxième rapport ça va être AC’ sur AC c’est-à-dire maintenant je vais travailler sur ces côtés-là. (il montre les côtés sur la figure) AC’ sur AC, je prends toujours appui sur A le sommet commun et je fais AB’ sur AB, AC’ sur AC et enfin le troisième rapport eh bien ce sont tout simplement les troisièmes côtés. Pour l’instant j’ai travaillé avec ceux qui

8’30 étaient ici (il montre), ceux qui étaient ici mais pas encore ceux-là. Et bien troisième rapport c’est B’C’ sur BC c’est-à-dire les deux côtés qui sont parallèles dans le théorème de Thalès.

Et à partir de là, eh bien ça devient très facile d’appliquer le théorème de Thalès dans n’importe quelle situation. (il efface le nom des lettres) Je vais mettre des lettres au hasard MRST et U et je vais

9’ écrire donc mon théorème de Thalès cette fois ci dans cette nouvelle configuration



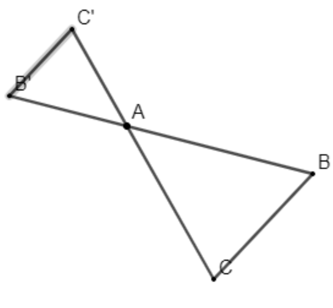
Eh bien je prends appui sur M et je commence par dire MT petit sur MU grand (il écrit $\frac{MT}{MU}$) égal, je m'attaque maintenant à ces côtés là en commençant par petit. Je prends appui sur M, petit côté MR sur grand MS (il écrit $\frac{MR}{MS}$) égal et enfin les troisièmes, toujours d'abord le petit TR sur le

9'30 grand US ((il écrit $\frac{TR}{US}$). Et voilà, je viens d'écrire le théorème de Thalès enfin plutôt la double égalité sur les rapports du théorème de Thalès avec cette fois-ci des lettres tout à fait différentes des précédentes. On peut attaquer la deuxième version, la version papillon. Alors pour bien comprendre la version papillon, eh bien on va partir de la version triangles.

10' On retrouve donc notre figure dynamique et là, je suis toujours en train de promener un point B' sur AB et un point C' sur AC mais je vais aller un peu plus loin c'est-à-dire que je vais me permettre de quitter le triangle ABC et de décaler le point B' à l'extérieur du segment [AB] du côté de A et le

10'30 point C'à l'extérieur du côté [AC]et du côté de A également mais toujours en gardant le parallélisme sur les côtés [BC] et [B'C']. Allons-y ! On y va, on tire, on passe le sommet A et on arrive de l'autre côté maintenant. Un peu comme une symétrie mais ce n'est pas une symétrie puisque les triangles ABC et AB'C' n'ont pas des côtés égaux. Ils ont des côtés deux à deux proportionnels ce qui n'est pas la même chose.

11' et je me retrouve ici avec une nouvelle situation, la situation dite papillon. Et quand on regarde les rapports $\frac{AB'}{AB}$, $\frac{AC'}{AC}$ et $\frac{B'C'}{BC}$ eh bien on retrouve l'égalité sur les trois rapports. Le théorème de Thalès reste valable même quand on ne se retrouve plus dans le triangle ABC. On peut regarder maintenant notre théorème de façon générale (fig 5)



.

Eh bien on retrouve exactement la même structure du théorème, la seule chose qui change on le voit c'est au départ

11'30 dans un triangle ABC où B' appartient à la droite (AB) et C'appartient à la droite (AC). On s'est permis de quitter le côté [AB] et le côté [AC]. On garde la condition, celle-ci, je répète, c’est la condition la plus importante et celle qu’il faut toujours vérifier avant d’utiliser Thalès, (B’C’) parallèle à (BC) et on retrouve donc nos trois rapports égaux qui font que on a proportionnalité sur nos deux triangles semblables.

12’ Voilà les deux versions du théorème de Thalès mais au fait le théorème de Thalès, il sert à quoi ? Eh bien le théorème de Thalès il va servir tout simplement à calculer des longueurs dans des triangles quelconques. Jusque là on avait le théorème de Pythagore qui nous permet de faire des calculs de longueurs mais dans des triangles rectangles ; Ici sous certaines conditions bien sûr, on va avoir des rapports de longueurs qui sont égaux et

12’30 à partir de là, si je connais certaines longueurs je vais pouvoir calculer d’autres longueurs. Par exemple j’ai donc mes rapports (il écrit au tableau) et je connais certaines longueurs. On va dire, je sais que AB’ vaut 5, je sais que AC’ vaut 6 (il remplace au tableau les longueurs par les nombres) Je sais que AC vaut 4 et je sais que B’C’ vaut 10.

13’ Eh bien à partir de là je vais pouvoir calculer par exemple AB (il écrit AB=). Eh oui parce que je me retrouve ici avec trois rapports qui sont égaux. Je connais trois valeurs, je cherche la quatrième. On est ici dans le cadre d’une quatrième proportionnelle et ça, on sait faire. AB est égale à 5 multiplié par 4 divisé par 6 (il montre et écrit). Tu effectues ce calcul et tu trouveras la **13’30** longueur AB. Je développe pas plus parce que là on est déjà dans le cadre de méthodes qui sont expliquées dans les exercices liés plus haut. De la même façon on pourrait calculer BC, pareil J’ai quatre valeurs avec deux rapports de longueurs qui sont égaux, j’en connais trois, je cherche la quatrième je fais 10×4 :6 , BC=10×4 :6

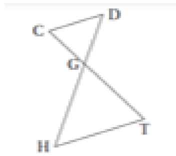
14’ Eh bien, en effectuant ceci tu trouverais la longueur BC. Voilà à quoi peut servir le théorème de Thalès dans un triangle ou une configuration papillon.

Annexe 3 Transcription premier exercice d'application dans le cours de A. (23'30 dont 7'30 de recherche individuelle – surlignées en vert)

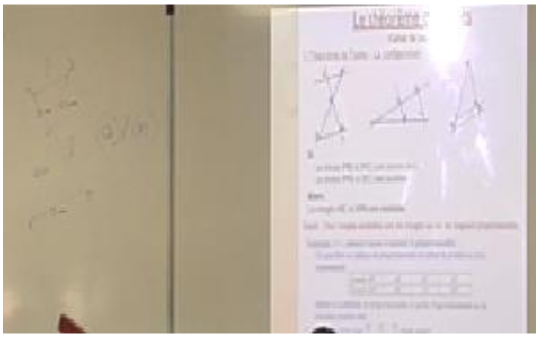
Les droites (CD) et (HT) sont parallèles.

$GD = 25$ mm, $GH = 45$ mm, $CG = 20$ mm et $HT = 27$ mm.

Calculer CD et GT.



Maintenant on va s'entraîner à savoir faire et on passera à je sais l'écrire, je sais le rédiger. C'est bon pour vous ?
Le professeur trace la figure de l'exercice au tableau avec certaines mesures.
La fiche du cours sur le théorème de Thalès est toujours projetée au tableau.



2' « *OK, quand vous aurez terminé (*les élèves recopient le tableau de proportionnalité de la fiche de cours), *je vous mets au défi, je vous dis que (CD) est parallèle à (HT), Y a bien des droites, je vous mens pas. C'est des segments de tracés mais derrière y a des droites. Je vous mets en situation claire de Thalès. Je vous demande de déterminer les nombres qui manquent en utilisant la proportionnalité de préférence.*
Je vous demande de savoir faire. On le rédigera ensuite. Ensuite on mettra au point la rédaction mais dans un premier temps, êtes-vous capables de me donner les longueurs ? Alors ceux qui ont le cours, je vous demande de ne pas le regarder parce qu'il y a la réponse mais essayez de déterminer, au brouillon, je sais faire déjà. (Une remarque d'élève concerne la question 3 du tipi)
3' *La question 3 du tipi, mais là c'est plus simple.*
Les élèves cherchent seuls pendant 1'
4' *On n'essaie pas de faire de tête, Un brouillon. C'est quoi l'ingrédient qu'on doit employer ici ?*
Un élève propose la calculatrice
La calculatrice non, non, le but c'est calculer GT
E : La formule
4'30 *Vous écoutez tous ! Je vous mets en situation de Thalès, dans une configuration de Thalès et je vous la donne. J'ai bien des parallèles et j'ai des sécantes. J'entends que R. dit que c'est 45 parce que visuellement on dirait un triangle isocèle mais attention, vous faites pas avoir par une figure fausse ! J'ai jamais dit que j'avais des triangles isocèles et d'ailleurs est-ce que celui du haut est isocèle ? Non. Celui du bas ne va pas l'être : j'ai 20 et 25. Moi ce que je vous demande c'est de trouver GT et GD. Quel est l'outil mathématique que l'on va utiliser ?*

E : Le rapporteur
L'outil mathématique le *rapporteur ? Ça c'est un instrument…*
E : Ah, le tableau
Le tableau de quoi ?
E : Proportionnalité
L'outil mathématique sera la proportionnalité. OK ? Le rapporteur … Pourquoi tu voulais utiliser un rapporteur ? Pour mesurer les angles ? Etant donné que c'est une figure fausse, tu vois, le rapporteur va être très limité (en aparté avec l'élève : donc le rapporteur t'aidera à confirmer quand tu fais des calculs, te dira finalement ces deux angles sont égaux. Attention c'est pas une certitude).
6' Le professeur circule dans la classe
10' Il revient au tableau pour commenter la fiche de cours
*AB va devenir AM. Ça va ? Quand je prends, je tire… AC devient AN… BC, MN. (*il montre sur les figures de la fiche de cours) *Ça te donne ce tableau et lui il est de proportionnalité. Dans ce cas-là,* (il montre alors la configuration papillon de l'exercice) *et avec ces lettres-là.*
10'30 Le professeur retourne voir les productions des élèves qui cherchent seuls.
12'30 *Je reprends dans le silence, je veux votre attention, là je l'exige. Je vous demande de bien comprendre que Thalès c'est exploiter de la proportionnalité grâce à du parallélisme. Je redis, exploiter de la proportionnalité grâce à du parallélisme. Dès que j'ai des droites parallèles et des droites sécantes j'obtiendrai de la proportionnalité, je fais un tableau et j'arriverai comme on va le voir à déterminer les mesures qui manquent. Ça permet de calculer des longueurs sans avoir à tracer la figure ni à mesurer. Donc c'est extrêmement puissant. Je vais pouvoir dire ce côté-là mesure tant. Et j'en suis certain, je vous fais une prédiction qui est sûre qui est sûre à 100%. C'est là la puissance de Thalès. Je vais prédire des longueurs par le calcul. Alors on va utiliser les tableaux de proportionnalité et là, j'entends une question que j'attendais, « mode expert ça veut dire quoi ce truc ? », Et puis, elle a réfléchi et elle m'a dit : « Ah oui c'est normal de pouvoir écrire ça. » Alors pourquoi c'est normal de pouvoir écrire AM divisé par AB = AN divisé par AC = MN divisé par BC ça veut dire quoi ce truc ? Alors ça veut dire quoi ? Reformule. Vas-y … (E : Ça veut dire que c'est la même chose que le tableau sauf que le tableau, c'est la même chose) Oui c'est comme si j'avais effacé les trucs* (Il montre) *non c'est pas vraiment ça que ça veut dire. Quand vous dites ils sont tous égaux c'est qui ils ? (E : Les angles, les longueurs) Ah non ! Alors méfiez-vous ! La proportionnalité veut dire qu'il y a un coefficient que je peux déterminer de 3 façons différentes. Rappelez-vous, quand un tableau est de proportionnalité, ça veut dire que AM divisé par AB doit faire la même chose que AN divisé par AC parce que c'est proportionnel. Chaque colonne a le même coefficient, vous vous rappelez de ça ? C'était le tableau de tout à l'heure* (pendant la conjecture) *quand je bougeais avec les droites et que vous aviez des nombres et qu'il y avait 3 nombres et que je cherchais à ce qu'ils soient égaux. C'est eux. Je cherche à ce que les 3 nombres soient égaux. Si les 3 nombres sont égaux ça veut dire que votre tableau est de proportionnalité. Attention, oui, c'est la bonne réponse parce que c'est proportionnel. Parce que c'est proportionnel, les 3 divisions vous renvoient 3 fois la même chose* (il s'appuie toujours sur la fiche de cours projetée au tableau : les figures et le tableau de proportionnalité). *Alors j'aime bien ton explication. Elle est en train de me dire, ben ça là c'est comme le tableau. C'est juste, j'enlève les barres là* (il montre le tableau sur la fiche de cours), *je mets des = mais attention la vraie raison c'est parce que j'ai un tableau de proportionnalité, j'ai 3 fois le même coefficient. C'est pas les mêmes nombres par contre si tu fais AM divisé par AB, ah, je peux faire AB divisé par AM, en attendant, moi je préfère que vous utilisiez, si vous n'êtes pas confortable encore avec Thalès,*

un tableau tout en sachant qu'à un moment donné, on n'écrit plus le tableau parce qu'on gagne du temps avec cette écriture-là, qui veut dire la même chose. Ça veut dire que mes 3 colonnes ont le même coefficient et après je remplacerai je ferai le produit en croix mais cette écriture-là, elle est un peu plus dure pour l'instant. Elle a dit si j'utilise cette écriture là et que je remplace les valeurs et qu'il m'en manque une, pour la trouver, c'est ce qu'on appelle la quatrième proportionnelle. T'as droit mais on sera dans le champ des fractions. Y en a qui ont su faire. C'est ça oui. Vas-y K. Vous essayez de continuer. Pour l'instant je me moque de votre rédaction. Je veux juste savoir

17' *si vous savez faire*. Le professeur circule dans la classe, fait un point sur la discipline puis renvoie à sa place l'élève qui a complété le tableau de proportionnalité au tableau.

20' *le plus dur c'est de faire ce tableau, ce tableau- là ; la difficulté c'est la correspondance après ça m'intéresse pas, parce que c'est fini … le plus dur est fait là. Le plus dur est fait maintenant. Maintenant c'est du calcul, maintenant je prends la calculatrice et je donne les réponses mais pas avant. Et encore là on n'est pas dans la rédaction finale mais c'est déjà bien*

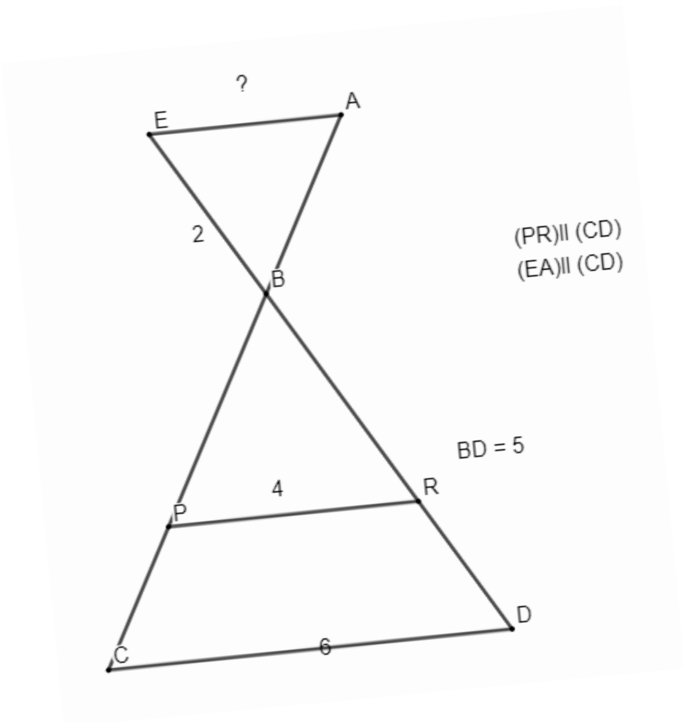
21' *parti. Ecoutez bien. Vous devez absolument voir les deux triangles. Quand c'est cette configuration là, ça va (*papillon*). Je vois un triangle qui s'appelle GCD … peu importe si vous inversez, … le petit peut être en bas, peu importe. Quand vous parlez d'un tableau de proportionnalité, vous pouvez parler la première ligne les kilos, la deuxième ligne les euros ou inversement, première ligne les euros, deuxième ligne les kilos. Là y a pas d'ordre. Ça commence par un triangle. Le deuxième triangle, il s'appelle HGT et là ça devient compliqué. J'écris les trois côtés. Y a le côté GD, le côté CD et le côté GC. Pour pas vous tromper, celui-là c'est assez facile, il va avec HT* (il montre les parallèles les élèves répondent correctement*), celui-là il va avec qui ? Ensuite je vous demande de respecter l'alignement, si vous plaît, je redis l'alignement : GC va avec, je suis dans l'alignement (*les élèves répondent*) GD dans l'alignement va avec GH … et vous avez votre tableau. En rouge elle remplace par les valeurs numériques que je donne et puis maintenant vas-y M. pour trouver CD.* (L'élève dicte un calcul faux $\frac{25\times45}{27}$) *Non repense le* (fin de la vidéo).

Annexe 4

Transcription M. « méthode (1) »

Dans cette vidéo tu vas apprendre à calculer une longueur à l'aide du théorème de Thalès. Alors tu trouveras la suite de cet exercice en cliquant sur le lien ici où tu trouveras une autre longueur à calculer. Bien, on va commencer par calculer cette longueur BR. Je l'ai marquée avec un petit point d'interrogation en vert puisqu'il est important de tout de suite repérer ce qu'on veut calculer dans notre configuration. Alors notre configuration, on le voit, elle est formée de plusieurs triangles. On nous a donné quelques longueurs et on nous a dit que certaines droites sont parallèles. La question est, justement comme on a pas mal de choses qui font penser à Thalès, où c'est que je vais le faire intervenir ici ? Je connais deux Thalès en gros.

1'03 Je connais ce Thalès là où j'ai un triangle dans un grand triangle et je connais ce Thalès-là où j'ai deux triangles qui sont opposés par leur sommet ici.



Alors on reconnaît bien ici cette configuration là (il montre le papillon) par exemple j'ai un Thalès type papillon et puis là, j'en ai un autre Thalès ici plutôt vu l'année dernière en classe de quatrième.

1'19 Le quel je vais faire intervenir ? Bon, bien, essayons, on verra bien. Admettons que je souhaite faire intervenir un Thalès sur ce triangle (il montre EAB) et celui-ci (il montre BPR). J'oublie le bas de la figure. Si je souhaite intervenir là-dessus, et déjà est-ce que BR est dans le coup ? Oui, BR il est dans le coup. (Il montre le côté). C'est déjà un choix pas trop mauvais.

1'39 De combien de longueurs je dispose ? J'ai 4 ici, j'ai 2 ici, 5 pas, 5 c'est hors de la figure. Donc j'ai 2 longueurs (2 doigts montrés) et je cherche une troisième. Si t'as un tout petit peu d'expérience dans l'utilisation de Thalès tu dois savoir que ça coincera, ça marchera pas.

1'59 Mais bon c'est pas grave. On se souvient qu'on a 2 longueurs.

Est-ce qu'on aurait pas moyen d'utiliser un autre Thalès ? on va essayer vers le bas et je vais maintenant considérer ce triangle (Il montre BPR) et celui-ci (Il montre BCD). On verra après pourquoi cette configuration permet de travailler avec le théorème de Thalès.

2'19 Alors là j'ai combien de longueurs ? Donc j'oublie le haut (il cadre). J'en ai une ici (le 4), une ici (le 6) et puis une troisième (le 5) et je fais bien intervenir BR qui est aussi dans le coup. J'ai 3 longueurs (il les montre) et j'en cherche une (il la montre). C'est déjà mieux. Alors je sais pas si ça va marcher mais en tous cas c'est déjà mieux donc on va essayer. C'est pas dit que ça marche mais il faut essayer. C'est ça faire des maths c'est également se tromper. Bien on choisit donc cette configuration-là. On va déjà l'écrire et après on va expliquer

2'46 pourquoi. Alors les, triangles, BPR donc le petit et BCD donc le grand sont en situation de Thalès car alors pas mal de choses. On a dit pour faire fonctionner Thalès, il faut que P soit sur le segment [BC], oui, que R soit sur le segment [BD] oui que (PR) soit parallèle à (CP) oui **3'09** c'est marqué ici. On a bien toutes les conditions pour faire fonctionner le théorème de Thalès. On va en écrire une qui est la condition essentielle qu'il faut absolument citer dans la rédaction c'est le fait que (PR) soit parallèle à (CD). (Il l'écrit en dessous de : les triangles BPR et BCD sont en situation de Thalès).

3'29 Alors ici c'est donné dans l'énoncé hein. C'est marqué sur la figure, parfois il faut en plus le démontrer ceci. C'est pas le cas ici. Bien à partir de là on va maintenant pouvoir appliquer notre théorème de Thalès qui est une relation de proportionnalité sur les côtés des deux triangles.

3'49 Alors le théorème de Thalès, si tu t'en souviens, c'est ça (il écrit - = -) un rapport sur enfin égal un autre rapport égal un troisième rapport. Reste maintenant à déterminer ces 3 rapports. Ben en haut, on va mettre le petit triangle (il écrit ->) c'est-à-dire BPR. On va faire **4'09** travailler les côtés du petit triangle (il écrit $\boxed{\text{BPR}}$ ->) en bas on va faire travailler les côtés du grand triangle donc BCD (il écrit $\boxed{\text{BCD}}$ ->). Voilà. Donc là, ici en haut je vais mettre que les côtés du petit et là, en bas, que les côtés du grand et j'aurai mes 3 fractions qui vont arriver. Bien, allons-y. On va commencer donc par le côté BP (il le montre sur la figure). Le côté BP sur le petit triangle. **4'39** Je vais donc l'écrire BP (il écrit BP). Quel est le côté sur le grand triangle qui lui correspond ? Quand on regarde ces deux triangles, on a vraiment l'impression que l'un est un clone de l'autre. Juste il y en a un qui est plus petit que l'autre mais c'est exactement ça. Ces 2 triangles ont des côtés proportionnels, ils sont totalement semblables ces 2 triangles. Eh bien quand je vois BP sur le petit triangle, je vois **5'09** BC sur le grand triangle, il y a une correspondance entre BP et BC donc ici sur le grand je peux mettre BC (il écrit $\frac{}{BC}$) premier rapport. Deuxième rapport. Ben maintenant, je vais prendre BR ici sur le petit (il écrit $\frac{BR}{}$) Donc en haut toujours le petit. Quel est le côté sur le grand qui lui correspond ?

5'29 Quand je vois BR là eh bien je vois BD ici, là il y a également une correspondance entre ce côté du petit et ce côté du grand eh bien là je mets sur BD (il écrit $\frac{BR}{BD}$)
Troisième rapport. Ben il m'en reste plus qu'un de côté sur le petit. J'ai déjà utilisé BP, j'ai **5'49** déjà utilisé BR, maintenant on va écrire PR (il écrit $\frac{PR}{}$). Donc là PR. Alors quand je vois

PR sur le petit, eh bien là, ça crève les yeux, je vois CD sur le grand. Donc là je mets CD (il écrit $\frac{PR}{CD}$) C'est justement là nos deux segments parallèles. Là j'ai écrit la fameuse formule de Thalès avec en haut les côtés du petit, en bas les côtés du grand. Attention, on n'a jamais le **6'09** droit d'inverser, c'est un choix qu'il faut faire. Si tu veux tu peux mettre tous les grands en haut et les petits en bas mais tu ne peux pas mettre une fois un du petit et puis une fois un du grand et intervertir comme ça. Si tu choisis les côtés du petit en haut, il faut le faire pour les 3 rapports. Maintenant on va remplacer toutes les longueurs connues dans cette formule, une par une. On y va. BP je connais pas. Ben déjà ça démarre mal. (Il écrit $\frac{BP}{BC}$) BC je connais pas. Et bien ça ne

6'49 s'arrange pas, égal BR, BR oh ben BR je vais le mettre en vert celui-là parce que c'est lui que je cherche (il écrit $\frac{BP}{BC} = \frac{BR}{}$) BD. Ah quand même BD fait 5 (il écrit $\frac{BP}{BC} = \frac{BR}{5}$), PR , PR fait 4.

7'09 Les choses s'arrangent, CD, CD fait 6 (il écrit $\frac{BP}{BC} = \frac{BR}{5} = \frac{4}{6}$). Très bien. Regardons où nous en sommes (il lit) BP sur BC égal BR sur 5 égal 4 sur 6. Et bien c'est parfait parce qu'en réalité je cherche BR. Là j'ai un nombre que je connais (il montre) là j'ai un nombre que je connais (il montre 4 et 6).

7'29 Je vais donc travailler avec (il encadre en rouge $\frac{BR}{5} = \frac{4}{6}$) ce petit quadruplet là. Cette petite égalité- là qui va directement me donner la solution. Je l'ai dit avant ceci, c'est comme un tableau de proportionnalité. On a ici proportionnalité entre les rapports. Je vais donc pouvoir **7'49** utiliser la règle du produit en croix ici pour calculer la longueur manquante. J'en connais 3 (il montre) et je cherche la quatrième, la fameuse quatrième proportionnelle. Et bien là d'ici, on obtient directement que BR égal (il écrit BR=) et bien ça ça marche comment quand on a quelque chose comme ça ? Eh bien ça marche comme ça. Je multiplie sur la diagonale, facile à se rappeler le symbole

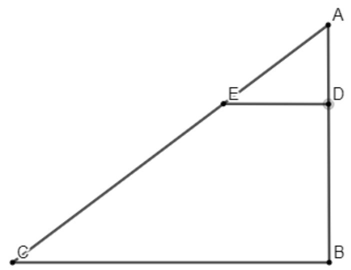
8'19 multiplier (il met les bras en croix ×) fait penser à 2 diagonales donc je vais faire 5 fois 4 puis ensuite, je multiplie sur la diagonale (il écrit BR= 5× 4) puis ensuite je divise sur la colonne. Facile à se rappeler, le symbole de diviser fait penser à une colonne (il met les mains).

8'39 ça n'a rien de mathématique, hein, c'est juste le hasard (il écrit BR= BR= 5× 4: 6) divisé par 6. En tous cas ce truc là marche toujours pour calculer la quatrième proportionnelle. La règle de 3, tu multiplies sur la diagonale, tu divises sur la colonne. Quel que soit le sens des nombres. Pour le reste il suffit de l'effectuer. Donc 5× 4, 20 ; 20 divisé par 6. Oh ça, ça se calcule pas bien alors on va mettre 20 sixièmes, $\frac{20}{6}$ qui se simplifie en 10 tiers. Donc si on veut garder une valeur exacte on dira que BR est égal à dix tiers. Si tu veux donner une valeur approchée, tu divises 10 par 3, tu trouveras environ 3,3.
Voilà cette séquence est terminée.

Annexe 5

Transcription Q3 du tipi (l'énoncé complet est projeté au tableau) (12'30)

*P : Vous reprenez cette question 3 du tipi s'il vous plaît. Je rappelle donc le tipi, on a fait la question 1, on a déterminé la hauteur, la question 2, on a déterminé la taille de la plate-forme. Question3, cette fois -ci je veux rentrer le totem dans le tipi et ce que j'aimerais éviter, c'est une situation, j'ai le tipi comme ça (*il montre le dessin de l'énoncé projeté au tableau) *et je m'aperçois que les ailes sont trop grandes et elles dépassent ici. Voilà la situation que je tiens à éviter. On en était à une figure et sur une figure on cherchait une longueur. Qui pourrait passer au tableau et me faire la figure en question et la longueur en question ?Je répète, ça c'est un dessin pour reconnaître un totem, pour reconnaître un tipi* (il montre sur l'énoncé) *j'aimerais une figure mathématique sur laquelle il y ait des longueurs, des propriétés mathématiques sur laquelle on va raisonner pour calculer une longueur. On s'était arrêté là hier. Oui, K. tu viens me la faire, me faire des propositions et ensuite eh bien mobiliser le théorème de Thalès pour déterminer cette longueur inaccessible. Je circule dans les rangs, je la vois. (*Il regarde ce que fais l'élève au tableau). *Bien, bien. Est-ce qu'on pourrait pas effacer des choses ?*
E : Si
*P : Qu'est-ce que tu cherches (*s'adressant à l'élève au tableau) *Est-ce que tu peux effacer ce qui est superflu ? Si tu vois pas. (*un autre élève passe au tableau*)Mais oui c'est ça , on supprime deux ou trois choses. Marquez les propriétés. Qu'est ce qu'on connait comme longueurs ?* (il reprend la main et écrit au tableau) *Alors on va mettre des lettres : A, B, C, D .*



Qu'est-ce que vous savez sur cette figure ?
E : AB en tout ça fait 4,5 m.
P : AB en tout fait 4,5m.
E : et DA ça fait 1 m.
P : DA fait 1 m ; DB ?
E : 3,25
P : OK. Ca donne
E : BC, 6
P : Sait-on autre chose ?
E : AC c'est 7,5
P : AC c'est 7,5. OK Et pour Thalès j'ai besoin d'un ingrédient très particulier qu'on n'a pas encore. Qu'est-ce qu'il dit Thalès et qui m'intéresse ?
E : Les deux droites sont parallèles.
P : Il dit ça Thalès ? Il dit qu'il faut des droites comment ?
E : Parallèles
P : Et plus que ça après
E : deux droites parallèles et deux droites sécantes en un point.

P : Est-ce qu'on a les ingrédients ?
E : oui
P : Et qu'est-ce qu'il vous dira Thalès à ce moment-là ? Que c'est ?
E : Les triangles sont proportionnels, semblables.
P : Semblables, voilà ce qu'il vous dira Thalès. Il me manque juste ce qu'a dit … Où sont les droites parallèles ?
E : (DE), (BC)
P : On peut s'interroger parce que j'ai besoin de ça. Est-ce que ça vous parait pertinent de supposer qu'elles sont parallèles ? Elles le sont ou pas ? d'où on le sort qu'elles sont parallèles ?
E : Parce qu'il y a un angle droit.
P : Où ça ?
E : le triangle ABC, l'angle B, il est droit.
P : Oui, c'était une hauteur de mon triangle isocèle. Une hauteur est perpendiculaire à la base. Est-ce qu'il y a un angle droit là ? (il montre le point D)
E : On le sait pas
P : C'est pas dit. On a quand même envie de supposer que les ailes, elles sont comment ?
E : Perpendiculaires
P : perpendiculaires à la hauteur donc c'est une supposition ; c'est pas dangereux de le supposer ici donc les deux droites sont perpendiculaires à la même troisième, elles sont donc parallèles. Je l'écris. On peut donc admettre ceci (il écrit*) les droites, en fait vous allez prendre la correction, (AB) et (AC) sont comment ? Les droites, (AB) et (AC), y a un mot pour ça.*
E : elles sont sécantes.
*P : Elles sont sécantes (*il l'écrit***). Alors, j'ai mes droites parallèles, j'ai mes droites sécantes. Je suis en train de rédiger là, pas de mystère, on l'a évoqué, hein c'est Thalès. Je suis en train de l'écrire proprement. Je fais les deux en même temps : je sais faire Thalès et je vais l'écrire. Donc une fois que j'ai les conditions qu'est-ce que j'écris maintenant ?*
E : le théorème de Thalès non montre
P : Le théorème de Thalès nous dit quoi ?
E : Que les triangles ADE et ABC sont semblables.
P : très bien que les triangles ADE et ABC sont semblables.
Un élève pose une question (inaudible) concernant une abréviation possible de la rédaction
P : Non là il faut tous les mots. A la limite si tu mets ici deux doubles parallèles j'accepte mais quand on rédige, c'est aussi les mots d'accord ? Ensuite, entre nous, on peut écrire Thalès, une flèche mais j'essaie d'écrire proprement ; après il y a une variation dans la rédaction.
E : (il lève le doigt) Pour faire le tableau de proportionnalité
*P : je sais que tu sais faire. Je vais interroger quelqu'un qui a envie de se lancer sur ce tableau. Il nous dit que voilà j'ai de la proportionnalité dans ces deux triangles. Ce mot là, semblable, alors il y a une correspondance à faire, on a travaillé hier, et sur laquelle il ne faut pas se tromper. On fait le tableau de proportionnalité. (*Il le construit dicté par un élève)
E : ABC et ADE
P : OK, bien
E : La mesure AB qui va avec AD
P : AB qui va avec AD bien
E : On connait 4,5 pour AB
P : AB, 4,5

E : 1 pour AD. BC ça va avec DE
P : En général on fait la correspondance. BC va avec DE.
E : Ensuite AC va avec AE
P : AC va avec
E' : On peut faire autrement.
P : Oui mais on va déjà faire avec ça. Si on fait autrement on en parle après. OK maintenant je mets mes valeurs : BC, 6 ; DE ben ça m'intéresse beaucoup. AC, 7,5 et AE on la connait pas. Est-ce que ça m'intéresse ? On me la demande ? OK je mets « croix » parce que celle là ne m'intéresse pas aujourd'hui.

ADE	DE	AD (1)	AE (X)
ABC	BC (6)	AB (4,5)	AC (7,5)

Est-ce que je pourrais la trouver ?
E : Oui..
E : Ça fait $\frac{6\times1}{4,5}$
P : DE égal 6 fois 1 divisé par 4,5. J'ai fini de réfléchir. Maintenant c'est la calculatrice que je prends. Vous remarquez que j'ai pas commencé par prendre la calculatrice. Je me suis mis en terrain connu : j'écris, je sais où je vais, c'est du Thalès, un produit en croix maintenant je prends ma calculatrice et je le fais.
E : 1, 33
P : 1,333 en fait c'est $\frac{4}{3}$ *que vous trouvez. La calculatrice elle vous répond* $\frac{4}{3}$ *mais comme vous êtes un peu allergique aux fractions, vous prenez 1,333. Alors est-ce que c'est 1,3 ?*
E : environ
P : Du coup je fais environ 1,3, 1,33 allez. OK. $\frac{4}{3}$ *ça reste quand même un nombre qu'il faut savoir appréhender. C'est une fraction, c'est 1,33333… c'est 1 unité et* $\frac{1}{3}$*. Ça va ? Des questions ici sur la correspondance ? On est bon ? Parce que le problème est terminé. Moi, ce que je cherchais à connaître c'était DE parce que maintenant je sais que là j'ai 1,33 m avnt de toucher la paroi et vous, l'aile elle fait combien ?*
E : 2
P : Non, rappelez-vous 2,2 comme ça donc la moitié 1,10 donc est-ce que ça rentre ?
E : Oui
P : Oui, il vous reste même 13 cm entre le bout de l'aile et la paroi. Vous saisissez ? On va dire DE plus grand que 1,10 donc est-ce que le totem peut rentrer ? Ben le totem peut rentrer.
*Bien autre chose que j'aurais pu dire. K a directement enchaîné le produit en croix attention abus de langage, on appelle ça une quatrième proportionnelle. C'est très bien. Est-ce que ça c'est pas puissant de voir ce 1 ; 4,5 (*il montre la colonne correspondante dans le tableau*). C'est puissant pourquoi ?*
E : parce que c'est le coefficient de proportionnalité 4,5.
P : On est en train de vous dire le triangle ABC a des longueurs 4,5 fois plus grandes que le triangle ADE. Je suis 4,5 fois plus grand dans les longueurs. OK ?
Suit un échange sur le coefficient d'agrandissement des aires que nous ne regardons pas ici

Annexe 6

Transcription M. exercice brevet (3 minutes)

5’30 On poursuit avec la troisième question. Et maintenant on va nous demander de calculer la longueur CL. La longueur CL sur la figure qui est ici, je voudrais la calculer et pour cela je vais utiliser le théorème de Thalès. On fait un peu de place pour la correction.

5’46 Alors qu’est-ce qui nous a fait penser au théorème de Thalès ? Eh bien j’ai envie de dire, la figure, ça ressemble quand même terriblement à notre Thalès avec là un grand triangle et là un petit triangle qui lui ressemble terriblement : ils sont semblables. Plus précisément, en fait c’est le parallélisme ici entre KL et AB qui nous fait penser au théorème de Thalès. Dans tous les cas, il faut essayer, il faut tenter le coup. Si ça marche pas ou essaie autre chose. (**6’07**) Alors ici ça marche et pour rédiger,
(Il y a écrit au tableau :3) Les triangles CKL et CBA sont en situation de Thalès car
(KL) // (AB) donc $\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA} = \frac{KL}{BA}$)
donc là j’ai proposé un modèle de rédaction rapide mais il y en a d’autres.
6’12 Donc là moi je parle de deux triangles, donc le petit que je viens de citer et le grand qui sont en situation de Thalès. Tu peux dire aussi carrément que j’utilise le théorème de Thalès. On peut parler également de configuration de Thalès, peu importe, il faut juste quand même citer le nom de Thalès d’une façon ou d’une autre, et dire une des conditions. Y-a une condition qui est importante, c’est le parallélisme, alors celle-ci, il faut la dire. Il y a également l’alignement des points ici, et ça, si tu le dis pas, c’est pas grave. Par contre, le parallélisme entre KL et AB, là il faut le justifier.
6’48 A partir de là, donc on a notre parallélisme, on utilise notre Thalès, on peut donc écrire les trois rapports égaux, les trois fameux rapports égaux : en haut les côtés du petit triangle, en bas, les côtés du grand triangle et on fait bien correspondance
(il montre la formule, pas la figure, et dit CK sur CB ici, etc.)
$\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA} = \frac{KL}{BA}$ et (**7’12**) et ensuite, ensuite on remplace toutes les longueurs connues, on les met dans cette double égalité. Eh bien les longueurs connues sont CK, 3, CB 9,6, CA, 10,4 et BA, 4. (il écrit $\frac{3}{9,6} = \frac{CL}{10,4} = \frac{KL}{4}$) Et nous on se souvient qu’on veut calculer CL qui est ici, ce qui veut dire que c’est ce quadruplet là (il écrit $\boxed{\frac{3}{9,6} = \frac{CL}{10,4}}$) qu’on va faire fonctionner. Cette égalité car ici j’ai une égalité où je connais trois nombres et je cherche le quatrième. Eh bien là on va y aller avec notre produit en croix pour calculer CL. Très facile ! CL égal, on multiplie sur la diagonale comme nous fait penser le signe de diagonale donc je vais faire (il écrit CL=10,4×3 :9,6) 10,4 multiplié par 3 puis je divise ici sur la colonne comme nous fait penser une colonne, l’un en dessous de l’autre, divisé par 9,6. (**8’12**) Si tu fais ça tu trouves CL= 3,25 cm (il écrit). On peut le noter sur la figure (**8’21**).

Annexe 7
Les deux premières questions de l'exercice du brevet chez M.

La première question est très facile. Il s'agit de réaliser une construction donc on va commencer déjà par tracer le triangle ABC puisqu'on a les longueurs des 3 côtés. Donc on va commencer tout simplement par un côté ; le côté BC est égal à 9,6 cm. Ensuite on va utiliser le compas pour déterminer la position du point A et on va commencer par tracer un premier arc de cercle de centre C et de rayon AC qui correspond donc à la longueur AC. Son rayon va être de 10,4 cm (il trace au tableau l'arc de cercle) et ensuite un deuxième arc de cercle cette fois-ci de centre B de de rayon 4 cm puisqu'il correspond à la longueur AB. Et voilà (il trace l'arc de cercle). Bien, maintenant il nous reste à relier AB et AC (il trace au tableau les segments AC et AB et écrit les longueurs connues sur le schéma). On poursuit avec la droite (LK), droite (LK) qui est parallèle à (AB). On nous dit quand même qu'on a CK à 3 cm de C qui fait 3 cm et que B, K, C sont alignés ce qui nous dit que le point K se trouve sur (CB) donc là je peux placer le point K. Et donc ici, pour qu'il n'y ait pas de confusion, ici, j'ai précisé pour CB 9,6 (il indique sur la figure que 9,6 est la longueur CB). Reste à tracer la parallèle à (CB) passant par K. Alors, pour tracer une droite parallèle à une autre droite j'utilise la règle et l'équerre. Donc je fais glisser l'équerre sur la règle (il le fait au tableau). Je place un des bords de l'équerre sur un côté qui existe déjà. On va faire glisser l'équerre jusqu'à la hauteur du point K qui est ici. Maintenant on peut enlever la règle. On ne touche pas plus à l'équerre sauf pour tracer ce petit morceau de parallèle et voilà donc le point L.

Dans la question 2, on nous demande de prouver que le triangle ABC est rectangle en B ici, que j'ai effectivement un angle droit en B. Pour cela on va utiliser la formule de Pythagore ici, plus précisément la réciproque tu théorème de Pythagore. Oui, il s'agit bien de la réciproque de théorème de Pythagore. Ici on veut prouver que notre triangle il est rectangle et on connaît la longueur de tous ses côtés. Il ne faut pas confondre avec le théorème de Pythagore qui lui permet de calculer des longueurs sachant qu'il est rectangle. Quand j'utilise le théorème de Pythagore, je sais déjà qu'il est rectangle. Là, c'est le contraire. Je veux prouver que mon triangle il est rectangle donc c'est bien la réciproque. Alors quand j'utilise la réciproque du théorème de Pythagore, il faut prouver qu'on a bien l'égalité de Pythagore. Je dois prouver ceci (Il a déjà écrit au tableau en colonne : $AC^2=10,4^2=108,16$; $AB^2+BC^2=4^2+9,6^2$; $=16+92,16$; $=108,16$; donc $AC^2=AB^2+BC^2$; d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B). Je dois prouver que AC^2, le plus grand des côtés au carré est égal à la somme des carrés des deux autres côtés car, en fait, le plus grand côté au carré ça va être l'hypoténuse une fois que j'aurai prouvé qu'il est rectangle. Et ça (il montre $AC^2=AB^2+BC^2$) il faut toujours l'écrire dans la démonstration, c'est très important de rappeler la formule qu'on vient de démontrer mais pour y arriver il faut faire les calculs c'est pour ça que d'une part je calcule le grand côté au carré, les 10,4 c'est le plus grand des trois côtés ça me fait 108,16 et d'autre part, je fais la somme des deux autres carrés c'est-à-dire le 9,6 au carré et le 4 au carré pour AB. Eh bien quand on calcule tout ça, je passe sur les calculs, ça fait 108,16. Ça veut dire que je trouve 108,16 pour le grand côté au carré et 108,16 pour la somme des carrés des deux autres côtés. Je fais une première conclusion ici pour dire que AC^2 est bien égal à AB^2+BC^2 et là, maintenant, je peux mettre en route la réciproque de Pythagore, je le dis, d'après la réciproque de Pythagore, comme j'ai ça (il montre $AC^2=AB^2+BC^2$) eh bien mon triangle ABC est bien rectangle en B. Je peux donc enlever ce point d'interrogation (il enlève sur la figure le point d'interrogation qu'il avait écrit à côté du codage de l'angle droit en B). C'est prouvé une bonne fois pour toute.

- **Construire la figure en vraie grandeur**
  « Il s'agit de réaliser une construction donc on va commencer déjà par tracer le triangle ABC puisqu'on a les longueurs des 3 côtés. » l'enseignant justifie (partiellement : la mesure des longueurs des côtés n'est pas considérée)l'existence du triangle (connaissance ancienne) puis instaure un ordre dans la construction (structuration) : d'abord un côté du triangle puis à l'aide du compas le point d'intersection de deux arcs de cercles et enfin les deux segments joignant ce point d'intersection aux deux extrémités du premier segment tracé. L'enseignant choisit de ne pas tracer des cercles (de centres respectifs B et C) pour ne pas avoir deux points d'intersection mais sans le dire.
  Il place ensuite le point K sur le segment [CB] puis montre avec règle et équerre comment tracer une parallèle à une droite donnée (connaissance ancienne). Il indique les mesures des longueurs connues sur le schéma.
- **Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour démontrer qu'un triangle est rectangle**
  Dans la question 2, on nous demande de prouver que le triangle ABC est rectangle en B ici, que j'ai effectivement un angle droit en B. L'enseignant change implicitement de point de vue triangle rectangle /angle droit (codé avec un point d'interrogation sur la figure).
  « Pour cela on va utiliser la formule de Pythagore ici, plus précisément la réciproque tu théorème de Pythagore. » Il justifie longuement l'utilisation de la réciproque du théorème dans le cas général et en contexte (commentaire méta) : « Il ne faut pas confondre avec le théorème de Pythagore qui lui permet de calculer des longueurs sachant qu'il est rectangle. Quand j'utilise le théorème de Pythagore, je sais déjà qu'il est rectangle. Là, c'est le contraire. Je veux prouver que mon triangle il est rectangle donc c'est bien la réciproque. »
  Il précise la succession des calculs à effectuer et la rédaction attendue. Il anticipe sur le nom du côté le plus grand (hypoténuse) précisant cependant qu'il faut auparavant apporter la preuve que le triangle est rectangle.

Annexe 8 : Comment les élèves regardent des vidéos sur You Tube ?

Nous avons proposé le questionnaire ci-dessous

La vision d'une vidéo, quelle plus- value ?

Quelles vidéos regardez-vous ?
- Cours
- Exercices résolus

Quand ?
- Toujours
- Souvent
- Avant un contrôle

Avec un papier et un crayon ?

Faites-vous des pauses ?

Le professeur vous l'a-t-il conseillée ? en a-t-il parlé ?

Dans quel but le faites-vous ?
- Réviser le cours
- Vérifier la compréhension
- Aider à la mémorisation
- Aborder des exercices plus difficiles
- Autres

Par rapport aux exercices corrigés du manuel ou d'un autre livre
- Est-ce moins ennuyeux ?
- Plus confortable ?
- Plus explicite ?

Comment le visionnage d'une vidéo vous aide-t-il à l'apprendre ?

Trouvez-vous qu'il vous manque quelque chose si vous n'en regardez pas.

Voici trois réponses sans aucune prétention à une quelconque représentativité…

Une élève de troisième (collège Paris)

La vision d'une vidéo, quelle plus - value ?
Quelles vidéos regardez-vous ? oui, chez moi, quand je n'ai pas compris qq chose (M.)
- Cours parfois
- Exercices résolus je regarde des exercices en plus
Quand ?
- Toujours
- Souvent
- Avant un contrôle oui, quand j'ai un peu de retard dans les révisions

Avec un papier et un crayon ? non
Faites-vous des pauses ? oui, quand je n’ai pas bien compris, et je reviens en arrière
Le professeur vous l’a-t-il conseillée ? en a-t-il parlé ? non
Dans quel but le faites-vous ?
- Réviser le cours oui, vraiment pour réviser
- Vérifier la compréhension non
- Aider à la mémorisation non
- Aborder des exercices plus difficiles cela dépend des chapitres, par exemple sur calcul littéral j’en ai regardé
- Autres
Par rapport aux exercices corrigés du manuel ou d’un autre livre je ne regarde pas les exercices de mon livre
- Est-ce moins ennuyeux ? oui, c’est mieux d’avoir quelque chose de visuellement actif (qui bouge)
- Plus confortable ? oui
- Plus explicite ? cela dépend de la vidéo
Comment le visionnage d’une vidéo vous aide-t-il à l’apprendre ? cela complète le cours du professeur
Trouvez-vous qu’il vous manque quelque chose si vous n’en regardez pas.

Un élève de seconde

1-Cours
2-Souvent
Je suis toujours muni d’un stylo et du papier pour pouvoir faire une fiche, cela permet de mieux mémoriser le cours.
Mon professeur le recommande parfois, lorsque un élève a des difficultés : l’élève peut avoir besoin d’une différente explication
- Vérifier la compréhension
- Réviser le cours
Je trouve cela plus vivant et par moment plus compréhensible car quelqu’un explique à l’oral.
Une vidéo peut paraître plus claire qu’un cours normal, en effet certaines vidéos peuvent donner une approche tout à fait différente que celle du professeur.
Je pense ce n’est pas indispensable de regarder des vidéos, le cours peut largement suffire mais par moment cela peut grandement aider.

Un élève de première S

La vision d'une vidéo, quelle plus- value ?

Quelles vidéos regardez-vous ?

- Cours ✅comprendre le cour a travers l'explication d'un autre professeur
- Exercices résolus ✅exercices d'applications pour comprendre le cour ou/et comprendre les exercices du chapitre

Quand ?

- Toujours ❌car difficile de trouver des vidéos récentes abordants les mêmes notions qu'en cour
- Souvent ✅ lors d'une incompréension du cour
- Avant un contrôle ✅Si j'ai des difficultés sur le chapitre

Avec un papier et un crayon ? ❌

Faites-vous des pauses ? Parfois selon la difficulté de l'exercice/Lecon

Le professeur vous l'a-t-il conseillée ? en a-t-il parlé ? Pas particulierement mais selon moi la création d'une platforme avec cours et exercices de chaques chapitres/ niveaux permettrait de faciliter le travail et la compréension de l'élève.

Dans quel but le faites-vous ?

- Réviser le cours ❌
- Vérifier la compréhension ✅
- Aider à la mémorisation ✅pour clarifier les formules
- Aborder des exercices plus difficiles ❌car manque de contenu récent
- Autres ❌

Par rapport aux exercices corrigés du manuel ou d'un autre livre

- Est-ce moins ennuyeux ? oui
- Plus confortable ? Oui
- Plus explicite ? Oui

Comment le visionnage d'une vidéo vous aide-t-il à l'apprendre ?
Explication oral du cour et des nouvelles notions. Et également plus propre/clair que le cour pris rapidement

Trouvez-vous qu'il vous manque quelque chose si vous n'en regardez pas.
Oui celon la complexité et nouveauté des lecons

TITRE :

Analyser des ressources pour les élèves sur internet

AUTEUR/S :

Monique Chappet-Paries et Aline Robert

RÉSUMÉ :

Dans ce texte nous analysons des ressources sur internet (vidéos) destinées à être travaillées par les élèves après qu'ils ont eu leurs séances en classe sur un chapitre mathématique précis. Nous cherchons ce qu'apportent ces ressources et tentons de dégager leur complémentarité avec ce qui peut se passer en classe.
A cet effet nous proposons une grille d'analyse, élaborée à partir des dimensions mises en jeu dans nos recherches sur les activités des élèves. Y sont étudiés les contenus abordés, avec les justifications éventuelles (et le « pourquoi »), les manières d'en présenter les applications (le « comment »), les gestes, le vocabulaire, les implicites éventuels.
Nous faisons tourner la grille sur trois capsules d'un même site - Maths et Tiques - (choisies parmi 13 capsules sur le sujet) portant sur le théorème de Thalès, mises en regard avec trois extraits de cours filmés en classe sur le même thème (exposition du théorème, premier exercice d'application, exercice ultérieur). Toutes les transcriptions sont jointes en annexe pour permettre de partager les analyses. Il ne s'agit en aucune manière de comparer les deux types de vidéos mais au contraire de les différencier, en en comprenant, grâce à cette mise en regard avec la même grille, les spécificités.
Que peuvent apporter aux apprentissages chaque modalité d'intervention ? Tel est notre questionnement, qui se conclut effectivement par une discussion sur ce que nous cherchions, leur complémentarité éventuelle dans les processus d'apprentissages.
Nous suggérons enfin que faire tourner la grille en formation peut enrichir à la fois les interrogations des participants et les alternatives qui se présentent.

MOTS CLÉS :

Théorème de Thalès en troisième. Analyse de capsules (vidéos). Différentes logiques pour enseigner

Éditeur: IREM de Paris
Responsable de la publication: C. Hache
IREM de Paris – Case 7018
Université Paris Cité
75205 Paris cedex 13
irem_de_paris@univ-paris-diderot.fr
https://irem.u-paris.fr/

Dépôt légal : 2023
ISBN : 978-2-86612-405-2