Théorie de l'Activité en didactique des mathématiques

Fabrice Vandebrouck

Université de Paris, LDAR (EA 4434), France

Ce texte présente de manière succincte la manière dont le cadre de la Théorie de l'Activité adopté depuis plusieurs années par des chercheurs en didactique des mathématiques a été adapté pour étudier les apprentissages scolaires des mathématiques en relation avec l'enseignement que les élèves reçoivent, le contexte de leur travail ainsi que les pratiques de leurs enseignants. Il s'agit d'un cadre théorique en construction, assez ouvert, de sorte que les méthodologies des chercheurs s'y inscrivant ont des traits généraux communs mais que chacun peut ensuite développer les concepts selon ses propres objets de recherche. Quelques éléments de comparaison avec la théorie des ETM sont esquissés, ainsi que des difficultés théoriques (par exemple sur la distinction entre Activité, activité et travail, sur la notion d'objet de l'activité, d'objet de l'action…), des perspectives et des questionnements.

Cadre général

Dans notre démarche théorique, nous prenons comme entrée pour étudier les relations enseignement-apprentissage d'un contenu mathématique donné, ce qui se fait dans la classe de mathématiques, dans son contexte historique et institutionnel, mais aussi parfois plus largement culturel et social (dans certaines recherches sur les ZEP par exemple). Il s'agit donc d'une importation en didactique des mathématiques de la théorie de l'activité (TA). La classe est un environnement de l'Activité (grand A), composé des élèves, du professeur et d'un ensemble d'autres médiateurs des activités des élèves et du professeur, comme les ressources ou des artefacts numériques par exemple[1]. Dans cette perspective théorique, les interactions, et donc les déroulements des séances en classes de mathématiques, sont aussi cruciaux que les analyses des tâches proposées aux élèves.

La théorie de l'activité à laquelle nous référons prend sa source dans les travaux de Vygotski (1986), développés ensuite par Léontiev (1984). Léontiev poursuit les travaux de Vygotski sur les processus d'apprentissages individuels mais introduit la dimension collective dans ces processus, utilisant à cet effet un terme russe traduit ensuite par « activité » – au sens de collectif historico-socio-culturel, comme dans « l'activité de classe ». Cette dimension de l'activité embarque les différents acteurs, en particulier l'enseignant et les élèves, dans leurs interactions. Mais Léontiev poursuit aussi l'œuvre de Vygotski sur l'importance des médiations dans les processus d'apprentissages individuels des sujets en action. Le terme activité a donc deux sens qu'il convient de distinguer : l'activité au sens « système

[1] On peut dire que nous adoptons une entrée par les sujets qui constituent la classe de mathématiques alors que la TAD propose plutôt une entrée complémentaire par les savoirs et la TSD par les situations. La ThETM adopte une entrée mixte, à la fois épistémologique sur les savoirs en jeu mais aussi par les sujets considérés de façon purement cognitive.

d'activité », qui est développé ensuite par Engeström[2] - et qui sera noté avec un grand A – et activité avec une orientation individuelle et cognitive, qui est développée dans l'école française en ergonomie cognitive puis en didactique professionnelle. Cette dernière approche permet d'articuler les apports de Piaget (1985) et Vergnaud (1990) sur les processus développementaux aux apports de Vygotski et Léontiev précédents. C'est dans la lignée de cette école française que nous nous situons. Les interrelations entre activité des sujets et Activité (grand A) de classe constituent un chantier de recherche encore à investir.

Dans notre cas, c'est plus précisément une approche double qui nous guide[3], articulant théorie de l'activité et didactique des mathématiques pour l'analyse imbriquée de l'activité de l'enseignant et celle des élèves dans la classe. Cela permet de comprendre la contextualisation des processus d'enseignement-apprentissage, compte tenu des contenus mathématiques en jeu, des déroulements dans la classe, et du contexte de l'activité (ou de l'Activité), découlant notamment de l'activité de l'enseignant, de ses pratiques habituelles mais aussi plus largement de l'établissement, de la communauté des enseignants, de la noosphère… Au centre de notre usage de la théorie de l'activité, nous plaçons les activités mathématiques des élèves (on dira juste « activités »), processus cognitifs individuels qui nous permettent d'apprécier les apprentissages potentiels (Abboud, Robert, Rogalski, & Vandebrouck, 2017 ; Vandebrouck et Robert, 2017).

Ce cadrage inclut l'adoption d'hypothèses sur les apprentissages[4] et leur adaptation aux mathématiques en situation scolaire. Ces hypothèses se traduisent notamment en termes de conceptualisation mathématique, les activités mathématiques étant constitutives du processus de conceptualisation, cette dernière étant aussi le produit visé des apprentissages. Les apprentissages ne se réduisent cependant pas à de la conceptualisation. Pendant la résolution de problème ce peut être des apprentissages de procédures par exemple. Les activités sont déclenchées par les tâches proposées, décrites en termes de mises en fonctionnement de connaissances mathématiques, et les déroulements (et donc l'ensemble des médiations dans la classe) organisés, dans le contexte précis en jeu – ce que nous appelons aussi la situation. Participent à la description de cette dernière, le scénario adopté et des caractéristiques des pratiques de l'enseignant qui incluent sans s'y restreindre les choix

---

[2] Selon Engeström et al. (1999), la Théorie de l'Activité a été conçue comme une théorie unifiée du comportement individuel et social. Elle n'a pas l'ambition d'être une grande théorie mais elle se veut fondée sur des sujets réels et des cas concrets.

[3] Mais pas au sens de la Double Approche Didactique et Ergonomique des Pratiques enseignantes. Ici nous nous intéressons uniquement aux apprentissages des élèves même s'ils dépendent du contexte et donc des pratiques des enseignants.

[4] Les théories convoquées sont celles de Piaget et de Vygotski. La définition de la conceptualisation de Vergnaud et ses champs conceptuels sont également utilisés (la notion de niveaux de conceptualisation est insérée) tout comme des concepts et des outils généraux de la didactique des mathématiques (les registres, les cadres, les situations à dimension adidactique, le contrat…).

de tâches et de déroulements. Les activités varient d'un élève à l'autre et sont en partie inaccessibles : seules les activités possibles, inférées des observations, sont accessibles par reconstruction.

Méthodologiquement, on adopte donc sur l'Activité dans la classe (plutôt l'Activité DE classe) une perspective cognitive concernant les tâches prescrites aux élèves – et leur organisation – (traduites en terme d'« itinéraire cognitif », succession des activités mathématiques attendues) et une perspective « médiative » qui s'intéresse à tous les médiateurs de l'activité des élèves pendant les déroulements (le rôle et le discours de l'enseignant, les échanges entre élèves mais aussi les outils disponibles, etc). Ces deux perspectives complémentaires correspondent à deux temps de notre méthodologie générale et permettent d'inférer les activités possibles[5] des élèves.

Retour sur Activité, activité, actions

La théorie de l'activité dans la tradition de l'école française[6] est une théorie du sujet agissant dans un but précis, éprouvant un besoin (motif ou mobile de l'activité). En reprenant Léontiev (1984), on retrouve donc la distinction entre « but » et « motif » : dans le cas du sujet individualisé, le motif de l'activité (petit a), moteur direct de l'activité que le sujet développe pour satisfaire son besoin, « pousse » l'activité ; tandis que le but, représentation mentale du résultat futur de l'activité, « tire » l'activité. Mais motifs et buts peuvent être partagés, si le sujet est dans un collectif. L'exemple pris par Léontiev est souvent celui de la chasse, comme activité collective, avec un grand A. Léontiev situe en fait les motifs au niveau de l'activité (A et a, selon le contexte de l'étude) et situe les buts au niveau des actions, dans sa schématisation dynamique {A-activité / actions / opérations}. L'activité (A ou a selon le contexte) est accomplie par le biais d'actions, subordonnées aux motifs et aux buts. Les opérations sont sous-jacentes aux actions et à l'A-activité, elles dépendent à des conditions de mise en œuvre.

Dans certains écrits, on trouve aussi la notion d'« objet de l'activité » et/ou « objet de l'action ». Il faut voir que ce mot est ambigu lui aussi dans la langue française (comme « activité ») dans le sens où l'objet peut-être matériel objectif, matériel subjectif (associant la représentation que se fait le sujet de l'« objet ») et peut aussi prendre le sens de « objectif ». Quand il est matériel, on trouve aussi l'idée dans la théorie que l'activité est subordonnée aux propriétés de cet objet. Selon les différents sens que prend le terme objet et selon qu'on l'associe au niveau de l'activité ou à celui des actions, on pourra plus ou moins le rapprocher de motif et de but mais cela reste souvent assez mystérieux aussi… et pas forcément pertinent. Reste encore la sensibilité dans la théorie aux « outils de l'activité » et plus globalement au contexte de l'activité qui replace nécessairement l'activité du sujet au sein d'un

---

[5] On différencie les activités possibles a minima, que les élèves développent à partir de toutes les aides qui peuvent leur avoir été fournies, les activités a maxima, qui correspondent à ce que peuvent développer des élèves rapides en travaillant sur la tâche prescrite et les activités pour tous, lors des situation en totale autonomie par exemple.

[6] Mais aussi dans l'approche contemporaine de Nosulenko en Russie.

collectif : l'activité est de nature collective, notamment en situation de classe, même si on va s'intéresser à l'activité des individus, élèves en premier lieu mais aussi enseignant qui pilote la classe.

La citation de Rogalski (2008) reprend autant qu'elle les résume quelques-unes des idées développées ci-dessus, intégrant l'idée de développement propre à l'approche française d'inspiration Piagétienne :

> L'objet de cette théorie est une activité finalisée (par un but d'action) et motivée : le sujet vise l'atteinte de buts d'action et ce sont les mobiles de son activité qui sont le moteur de ses actions. La théorie vise l'analyse des processus en jeu chez le sujet agissant, et les processus par lesquels son activité évolue et par lesquels il se développe. Elle s'appuie sur deux notions clés : celle de sujet et celle de situation[7]. Elle différencie par ailleurs tâche et activité, qui sont respectivement « du côté de la situation » et « du côté du sujet » (Rogalski, 2008, p. 23).

La citation ci-dessous explicite, quant à elle, la différence entre une approche cognitive stricte – comme dans l'approche proposée par la TSD[8] – et l'approche proposée par la théorie de l'activité, qui embarque le sujet cognitif dans ce qui y est désigné par le « sujet-personne », avec toute sa complexité et son contexte :

> […] ce ne sont pas les "propriétés" ou le "fonctionnement" de la position occupée par l'enseignant dans un système didactique qui sont en jeu ici, à la différence de la perspective qui pourrait être adoptée par une didactique stricto sensu. […] Il en est de même de la considération de l'élève comme sujet-personne, non comme sujet didactique » (Rogalski, 2013, p. 3)

Et enfin l'activité (petit a) est :

> […] tout ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche : non seulement ses actes extériorisés, mais aussi les inférences, les hypothèses qu'il fait, les décisions qu'il prend dans ce qu'il fait et ce qu'il se retient de faire ; l'activité comprend aussi la manière dont le sujet gère son temps, et également son état personnel – en termes de charge de travail, de fatigue, de stress, et aussi de plaisir pris au travail –, ainsi que ses interactions avec autrui dans la situation de travail (Rogalski 2008, p. 24).

L'approche développementale de l'activité du sujet individualisé

Le développement de la théorie de l'activité adaptée en didactique des mathématiques intègre les références à Vergnaud (1990), sa notion de conceptualisation, et plus précisément les champs conceptuels[9]. Le rôle de l'action, et donc de l'activité, est au cœur du processus de conceptualisation[10] et plus largement des apprentissages mathématiques. Le terme *conceptualisation* réfère à la fois au

---

[7] Le mot « situation » ne fait pas référence à la TSD mais est à entendre dans un sens plus large et naïf.

[8] Et quelque part celle proposée par la théorie des ETM dans le volet cognitif.

[9] Même si comme nous l'avons précisé plus haut le développement n'est pas que conceptualisation.

[10] Au fond de l'action, la conceptualisation, selon Vergnaud (1996).

processus de développement et à son produit. Ce produit est défini en termes de disponibilités d'un certain nombre d'aspects outils et objets de la notion visée, sur un ensemble de tâches, avec une certaine flexibilité, qu'on précise plus tard en termes d'adaptations. Selon Chesnais (2018),

> (il s'agit d'une) disponibilité sur un ensemble de tâches des dimensions outil et objet de la connaissance visée, et il comprend son organisation avec les connaissances antérieures ainsi que la maîtrise des signifiants (langagiers et non langagiers) associés (p. 25).

Le schéma de double régulation (Leplat, 1997), qui rencontre l'approche Piagétienne, matérialise l'aspect développemental dans la théorie et est fédérateur pour les chercheurs en didactique qui s'inscrivent en Théorie de l'Activité. L'activité du sujet est codéterminée par la situation (la tâche dans son contexte) et le sujet lui-même. Le versant productif de l'activité correspond aux boucles de régulations de l'activité par les modifications de la situation (typiquement des simplifications de la tâche) tandis que le versant constructif de l'activité correspond aux régulations structurantes, tournées vers le sujet lui-même. Il faut également lire ce schéma avec au moins une double échelle de temps. A court terme, les régulations sont surtout procédurales, tournées vers la réalisation de la tâche (l'atteinte du but) donc vers la situation, même si des effets constructifs incidents ou intentionnels existent, tandis que les régulations constructives sont surtout sur le long terme de l'activité.

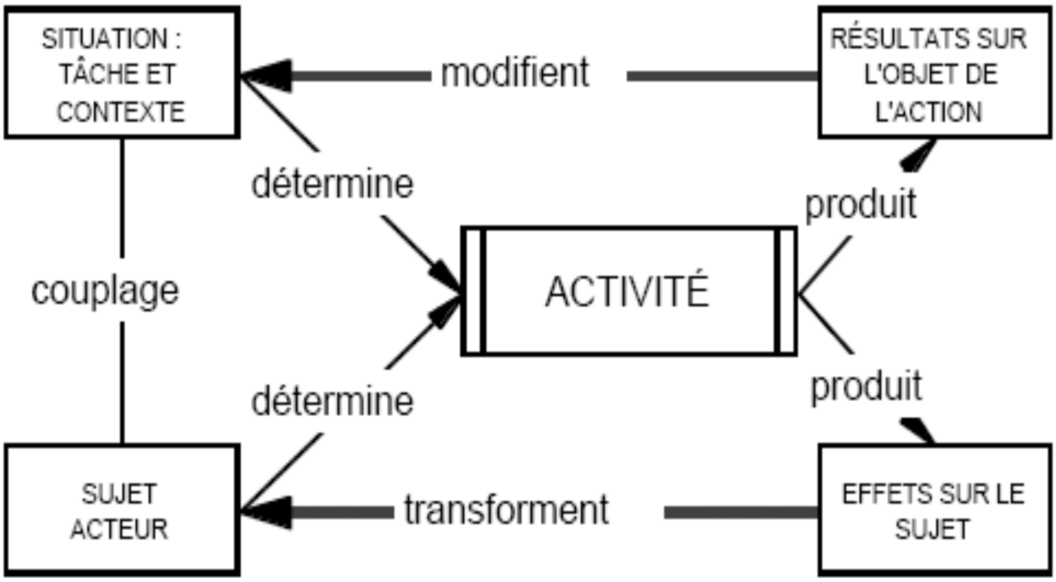

Figure 1 : Le schéma de double régulation de Leplat.

La sensibilité Vygotskienne dans le processus développemental met l'accent sur l'importance des médiations. Chez Vygotski, le développement est vu comme intériorisation intra-individuelle des actions inter-individuelles, par le biais de médiations sociales et par les outils (ce que Vygotski appelle instruments psychologiques).

Selon Rogalski (2008) :

> L'assimilation des concepts scientifiques n'est possible qu'avec deux médiations, d'une part, une médiation sociale instrumentée : les concepts scientifiques ont un rapport médiatisé avec le monde des objets à la fois par autrui et par des instruments psychologiques – au premier chef, le langage ; et d'autre part, une médiation par d'autres concepts (p. 440).

En croisant cette sensibilité et les médiations avec le schéma de double régulation, les chercheurs ont développé l'idée de médiations procédurales, tournées vers la situation, la tâche et donc l'activité productive du sujet, et les médiations à visées constructives, tournées vers le sujet lui-même et donc ses apprentissages.

L'œuvre de Vygotski (1986) fait ressortir aussi l'existence chez les sujets apprenants d'une Zone Proximale de Développement (ZPD), comme lieux où l'élève peut apprendre de nouvelles connaissances à partir de ses connaissances anciennes et les activités qu'elles permettent, avec l'aide d'un autrui « mieux sachant » (souvent le professeur). C'est dans cette optique que la notion de proximité discursive (Robert et Vandebrouck, 2014) a été développée, rendant compte d'éléments du discours du professeur dont le chercheur reconstruit qu'ils se situent dans la ZPD du ou des apprenants (à partir de l'étude des activités possibles de celui-ci ou ceux-là).

Les activités mathématiques comme mises en fonctionnement de connaissances

Dans le cadre de la didactique des mathématiques, la référence à Vergnaud et à la conceptualisation dans l'action (Vergnaud, 1996) n'est pas suffisante pour spécifier notre adaptation de la théorie de l'activité au contexte scolaire à l'apprentissage des mathématiques. De la même façon, la manière de spécifier l'activité aux mathématiques et aux situations scolaires n'est pas présente dans le cadre général de la théorie de l'activité. Nous avons donc choisi d'introduire « les activités mathématiques des élèves » (ou plus rapidement les activités) afin de développer une méthodologie d'analyse de l'activité des élèves, en mathématiques, à partir des analyses contextualisées des tâches et des déroulements dans la classe.

Les activités mathématiques des élèves sont des spécifications de leur activité plus générale (motivation, conditions…) au sens de la définition proposée par Rogalski plus haut. Ce sont des « segments cognitifs » de l'activité des élèves dans le contexte scolaire (i.e. sur des tâches mathématiques précises en général). Robert (2008) les définit aussi par « ce que les élèves pensent, font ou non, disent ou non, écrivent ou non, tapent ou non sur ordinateur… ». Cette définition ancienne est assez ambiguë, notamment avec les « ou non », et car elle semble faire référence à la fois au niveau de l'activité et au niveau des actions des élèves. Pour relier cette définition des activités au niveau des actions de Léontiev, j'ai réinterprété à titre personnel cette définition en :

> les activités (a) des individus – élèves et professeur - dans un système d'activités (A – la classe) pilotent et sont pilotées par le niveau des actions des différents individus.

Les activités mathématiques sont identifiées à partir des analyses de tâches mathématiques prescrites et des déroulements organisés par le professeur (Robert, 1998 ; Vandebrouck, 2008). Elles sont donc étudiées en interrelation avec les actions (et donc les activités) du professeur – discours, gestes… - et plus généralement tout le contexte de la situation (toutes les « médiations », interactions/rétroactions dans la classe, mais aussi plus globalement le scénario…). On utilise souvent du matériel de vidéos tournées dans les classes (ordinaires). Sont mobilisés également dans la mesure du possible des entretiens des acteurs pour avoir accès à la composante personnelle de leur activité (élèves et professeurs), mais aussi pour avoir les éléments de contexte (place de la séance étudiée dans un scénario notamment…)

Compte tenu du rôle de l'action dans les apprentissages, les activités des élèves sont souvent analysées en séances d'exercices (ou menées sur des productions d'élèves sur des exercices, en comparant ce qui est attendu et ce qui observable)[11]. Ce qui est attendu est analysé grâce aux analyses des tâches proposées et aux analyses de déroulements dans les classes. Les analyses de tâches permettent d'inférer les activités (mathématiques) attendues, l'« itinéraire cognitif » et on dispose de tout un arsenal d'outils d'analyses de tâches depuis Robert (1998). Les analyses de déroulements permettent d'inférer les activités (mathématiques) possibles[12] des élèves, définies à partir d'indicateurs des formes de travail, des durées, des outils utilisées, des aides (procédurales et constructives en référence au schéma de double régulation) et des proximités (définies plus récemment en référence à Vygotski et à la ZPD).

Les activités mathématiques (attendues ou possibles) sont décrites en termes de mises en fonctionnement de connaissances mathématiques (Robert, 2008) : Quelles sont les connaissances mises en fonctionnement ? Quels sont les statuts de ces connaissances (ancien / nouveau, outil / objet, contextualisé / décontextualisé, conformes/non conformes). Quels sont les niveaux de mises en fonctionnement de ces connaissances (mobilisable, disponible). Quelles sont les adaptations de connaissances à la charge des élèves (reconnaissances de modalités d'application des connaissances, introductions d'étapes ou d'intermédiaires, changements de registres, de cadres, de point de vue…) ? Pour simplifier la description de ces mises en fonctionnement de connaissances mathématiques, on a introduit plus récemment une catégorisation non exhaustive des activités en sous activités mathématiques : Reconnaissances / Organisation / Traitements. Mais cette catégorisation, même si elle permet d'avancer n'est pas sans poser des questions : où sont par exemple les activités de contrôle – introduites par Galpérine (1966) - qui mettent aussi en fonctionnement des reconnaissances mathématiques) ?

---

[11] Les chercheurs commencent cependant à s'intéresser à des séances de cours, dans des recherches plus récentes, dans la mesure où il y a également des activités mathématiques des élèves en jeu – plus difficiles à repérer (Bridoux et al., 2015).

[12] Pour tous, a maxima, a minima.

Le relief sur les notions enseignées et le rôle du contexte dans la situation

Les analyses de tâches et des déroulements sont « relatives » aux contenus mathématiques en jeu et aux contextes des situations scolaires étudiées.

Elles sont référées d'une part à une triple analyse croisée épistémologique, curriculaire et cognitive des contenus en jeu : le « relief » sur les notions en jeu. Il s'agit d'abord d'une analyse didactique préalable[13] (mettant l'accent sur les mathématiques, leur épistémologie et des études curriculaires) mais elle est complétée par une visée d'étude des activités mathématiques des acteurs (donc avec une dimension cognitive).

Je reprends deux citations : la première « il s'agit d'autres éléments […] notamment liés à la plus ou moins grande proximité des notions à introduire avec ce qui précède » (Robert et Hache, 2013, p. 35) qui montre que le relief est lui-même un élément d'analyse relativement à un contexte pour lequel on fait l'analyse ; la deuxième :

> certaines distinctions ne sont intéressantes que parce qu'elles entrainent des différences significatives dans la manière dont les élèves s'y prennent pour traiter les situations ainsi différenciées ; le mathématicien lui-même n'y prend plus garde et, si l'on s'en tenait aux mathématiques constituées, on négligerait des distinctions qui sont importantes pour la didactique (Vergnaud, 1990, p. 156).

L'étude du relief des notions permet par exemple de dégager différents types de notions, selon leur ancrage dans les savoirs antérieurs, d'élaborer des introductions adaptées, des dynamiques entre cours et exercices. Cela permet aussi de baliser la variété des tâches à proposer (en termes d'adaptations des connaissances et de niveaux de mises en fonctionnement) et par conséquence la variété des activités possibles des élèves. L'étude du relief permet de définir aussi des « niveaux de conceptualisation », en référence à la conceptualisation « produit » de Vergnaud mais en prenant en compte explicitement les niveaux scolaires (les programmes d'enseignement notamment). Les niveaux de conceptualisation sont donc des références des apprentissages visés au niveau d'enseignement étudié, décrits essentiellement en termes d'activités attendues des élèves sur des ensembles de tâches.

D'autre part, les analyses de tâches et des déroulements sont aussi rapportées au contexte par les caractéristiques du scénario global dans lequel s'insère la séance étudiée – place du cours, exercices, routines, histoire de la classe… – et les caractéristiques de la situation scolaire étudiée – programmes, caractéristiques des élèves, contraintes… Elles sont aussi référées aux choix réguliers des enseignants et aux pratiques, dans leur complexité pendant les déroulements, notamment du fait de la prise en compte des élèves.

---

[13] Comme on pourrait la trouver dans toute recherche en didactique, souvent appelée « analyse préalable » comme par exemple dans la méthodologie de l'ingénierie didactique.

Comme on le comprend, accéder aux activités des élèves par le bais des analyses de tâches et de déroulement en classe, même si ces analyses sont relativisées par les contenus en jeu et les contextes des situations étudiées, reste d'une très grande complexité. On doit souvent compléter les analyses des observables par des questionnaires aux acteurs, en plus des vidéos. Ces analyses permettent d'éclairer les relations entre enseignement et apprentissages de contenus donnés dans des situations données. Cela peut prendre la forme d'un « théorème d'existence », relatif à une classe donnée, ou de régularités, à partir de plusieurs occurrences de ce qui est étudié. On peut par exemple dégager des phénomènes robustes (ou une séquence ou des hypothèses testées), qui résistent à des diversités de pratiques.

Théorie de l'Activité en Didactique des Mathématiques et ETM

La théorie de l'activité en didactique des mathématiques (TA-DM) partage avec celle des ETM un centrage sur le fonctionnement de la classe ordinaire comme lieu d'interactions entre des élèves et leur professeur. C'est un premier rapprochement à faire. Le deuxième rapprochement tient à l'importance dans les deux théories des aspects épistémologiques des contenus en jeu et des aspects cognitifs chez les sujets agissants et apprenants. Plus précisément, dans le numéro spécial de ZDM sur les ETM (2016), Radford (2016) rappelle que dans la tradition française de la didactique des mathématiques, il y a une considération forte de la dimension épistémologique des contenus en jeu, ce qui apparaît nettement dans les deux grandes théories fondatrices de la didactique des mathématiques que sont la TAD et la TSD, et ce qui fait d'ailleurs la spécificité de la didactique des mathématiques par rapport à des courants de « mathematics education » plus anglo-saxons. La théorie des ETM et la théorie de l'activité se bâtissent donc sur cette tradition avec l'importance du plan épistémologique dans les ThETM et la référence au « relief » sur les notions en jeu dans la TA-DM. Mais les deux théories donnent une place tout aussi importante à la dimension cognitive dans les processus d'apprentissage des mathématiques. Les activités mathématiques sont des processus cognitifs, intermédiaires entre les actions de élèves et l'apprentissage mathématique. Tandis que dans la modélisation proposée de l'ETM, le plan cognitif est en relation avec le plan épistémologique selon les trois dimensions sémiotique, instrumentale et discursive. C'est là le troisième grand rapprochement qu'il convient de faire, me semble-t-il, avant toute autre considération.

La TA-DM se décline par ailleurs en termes d'« activités mathématiques des élèves » tandis que les ETM parlent en termes de « travail mathématique ». Dans la TA-DM, les activités mathématiques sont relatives à l'exécution d'une tâche dans une situation donnée (incluant un contexte) tandis que la notion de travail renvoie, semble-t-il, à quelque chose de plus global, non référé à une tâche ou une situation précise, non spécifié dans le temps et dans l'espace. Le travail mathématique est certes activé par des tâches mathématiques, mais on ne peut pas se construire un espace de travail personnel uniquement à partir de l'exécution d'une tâche, ou uniquement à partir d'une situation contextualisée. Mon idée est donc que – à l'instar des pratiques enseignantes reconstruites à partir des analyses de l'activité des enseignants en situation – c'est l'analyse des activités des élèves en situation (sur une tâche) qui permet d'alimenter notre connaissance de l'ETM personnel de l'élève – mais aussi d'un ETM « partagé » dans une classe de mathématiques. Bien évidemment, comme en théorie de l'activité, on va s'appuyer sur l'analyse des actions des élèves (parfois à partir de leurs productions) mais si le travail est décrit dans un ETM en termes d'activations, de genèses, de circulation, on ne peut statuer sur ces éléments qu'en analysant les activités des élèves comme intermédiaires entre les actions et les activations, les genèses, les circulations. Les genèses et les circulations sont des mises en relations entre le plan épistémologique et le plan cognitif. Elles embarquent donc non seulement des actions mais aussi des non actions, des choix… Donc elles font sans doute référence à des activités mathématiques qu'il convient surement d'inférer préalablement à l'interprétation en termes de travail dans l'ETM. En outre, le niveau des actions et celui des activités sont bien définis dans le cadre de la TA (même s'il est parfois difficile de les dissocier). Même si activité réfère à la fois au niveau collectif A et au niveau individuel a, le niveau des activités « pilote » et « est piloté » par celui des actions, qui ne sont qu'une manifestation externe de ou des activités. N'est-il pas alors pertinent de mieux situer le travail mathématique entre actions et activités développées à partir de tâches mathématiques ?

Mobiliser les ETM donne sûrement une intelligibilité mathématique aux activités mathématiques des élèves en les donnant à voir à travers (notamment) le modèle de l'ETM. C'est une théorie qui s'est développée au sein de la DDM alors que la TA-DM est une adaptation d'une théorie très générale pour le cas spécifique des apprentissages mathématiques. La TA-DM a donc sûrement une portée beaucoup plus large ce qui fait une force mais aussi peut-être une faiblesse. Dans la TA-DM, il y a des hypothèses sur les liens entre les activités mathématiques et les apprentissages des contenus en jeu, qui intègrent des références globales à Piaget et Vygotski, mais aussi des résultats classiques de la didactique des mathématiques, tels que l'importance de la dévolution, de l'action, de l'institutionnalisation en référence spécifiquement à Brousseau (1998), la dialectique Outil-Objet et l'importance dans l'activité des changements de cadres en référence à Douady (1986), l'importance des changements de registres (Duval, 1995). Comme on a précisé tout au début, les développements progressifs de la TA (à partir des outils d'analyse des tâches proposés par Robert en 1998) se sont constitués comme compléments à la TAD mais surtout à la TSD. Dans la modélisation proposée par les ETM, on peut se demander comment apparaissent ces fondements de la didactique des mathématiques. Y a-t-il un lien entre le travail tel qu'il est analysé dans les ETM et l'apprentissage des mathématiques ? En d'autres termes, quelle est la place de l'apprentissage dans les deux théories et spécifiquement dans la théorisation proposée par les ETM ? Quelles sont les hypothèses sur les liens entre apprentissages mathématiques et les circulations et les genèses qui sont centrales dans la théorie des ETM ?

Ce qui est repéré dans les deux théories n'est aussi pas du même ordre : le confinement du travail dans un plan spécifique par exemple versus des activités de traitements mathématiques, sans organisation, sans reconnaissances. Les connaissances mathématiques mobilisées par les élèves (qui sont au cœur des activités mathématiques) peuvent être conformes ou non à ce qui est attendu dans la situation, sans relation avec le fait que le travail lui-même soit conforme ou non, complet ou non. On peut avoir un travail confiné dans un certain plan mais avec beaucoup d'activités mathématiques à la charge des élèves. A contrario, on peut identifier un travail complet mais où les circulations sont les résultats d'aides procédurales de l'enseignant et rien n'est à la charge des élèves. Comment dans les ETM identifier que certaines activités mathématiques (mises en fonctionnement de connaissances) sont réalisées a minima par certains élèves alors que d'autres élèves les développent entièrement, a maxima, de façon totalement autonome ? Sans doute que la TA-DM prend plus directement en compte le rôle de l'enseignant – avec une catégorisation des aides et des proximités notamment - et qu'elle se centre moins sur les ETM personnels. Comment intégrer dans le modèle des ETM les actions de l'enseignant qui influent sur les activités mathématiques (et donc le travail) des élèves ? N'est-ce pas au niveau de l'étude de l'ETM idoine (ou « partagé ») que les deux théories ont le plus à communiquer au final ? C'est cette fois la place de l' « enseignement » qui est questionnée dans les deux théories.

References

Abboud, M., Robert A., Rogalski J., & Vandebrouck F. (2017). *Pour une théorie de l'activité en didactique des mathématiques. Un résumé des fondements partagés des développements récents et des perspectives*, Cahier du LDAR, (n°18), Février 2017, IREM de Paris : Paris

Bridoux, S., Chappet-Paries M., Grenier-Boley, C., Hache C., & Robert A. (2015). *Les moments d'exposition des connaissances en mathématiques*, Cahiers du Laboratoire de Didactique André Revuz (n°14), IREM de Paris : Paris.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

Chesnais, A. (2018). *Un point de vue de didactique des mathématiques sur les inégalités scolaires et le rôle du langage dans l'apprentissage et l'enseignement*, HDR de l'Université de Montpellier

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7*(2), 5–31.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.

Engeström, Y., Miettinen, R., & Punamaki, R.L. (Eds) (1999). *Perspective on activity theory*. Cambridge UK : Cambridge University Press.

Galperine, P. (1966). *Essai sur la formation par étapes des actions et des concepts*. Dans A. Leontiev, A. Luria et A. Smirnov (Eds.) *Recherches psychologiques en URSS* (pp.114-132). Moscou : Editions du progrès.

Leontiev, A. (1984). *Activité Conscience Personnalité Moscou* : Editions du Progrès (1ère édition, 1975, en russe).

Leplat, J. (1997). *Regards sur l'activité en situation de travail*. Paris: PUF.

Piaget, J. (1985). *The equilibration of cognitive structures: The central problem of intellectual development* (T. Brown & K.J. Thampy Trans.). Chicago: University of Chicago Press.

Radford, L. (2016). The epistemic, the cognitive, the human: a commentary on the mathematical working space approach, *ZDM Mathematics Education*, *48*(6), 925–933

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 18*(2), 139-190.

Robert, A. (2008). *La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques et une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe*. In F. Vandebrouck (Éd.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 45-68). Toulouse : Octarès.

Robert, A., & Horoks, J. (2007). Tasks Designed to Highlight Task-Activity Relationships. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *10*(4–6), 279–287.

Robert, A. & Hache, C. (2013). *Why and how to understand what is at stake in a mathematics class?* In F. Vandebrouck (Ed.), *Mathematics Classrooms: students' activities and teachers' practices* (pp 23–74). Rotterdam : Sense Publishers.

Robert, A., Vandebrouck, F. (2014). Proximités en acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(2/3), 239-285

Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(3), 343-388.

Rogalski, J. (2008). *Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique. Des compléments sur les théories de l'activité et du développement, pour l'analyse des pratiques des enseignants et des apprentissages des élèves*. In F. Vandebrouck (Éd.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp 23-30 & pp 429-459). Toulouse : Octarès.

Rogalski, J. (2013). *Theory of Activity and Developmental Frameworks for an Analysis of Teachers' Practices and Students' Learning*. In F. Vandebrouck (Ed.), *Mathematics Classrooms: students' activities and teachers' practices* (pp 3–22). Rotterdam : Sense Publishers

Vandebrouck, F. (Ed.) (2008). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Octarès.

Vandebrouck, F., & Robert, A. (2017). *Activité mathématiques des élèves avec les technologies numériques : vers une théorie didactique de l'activité (TDA)*, Cahiers du Laboratoire de Didactique André Revuz (n°17), IREM de Paris : Paris

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *10*(2-3), 133–169.

Vergnaud, G. (1996). Au fond de l'action la conceptualisation La théorie des champs conceptuels. In J-M. Barbier (Ed). *Savoirs théoriques et savoirs d'action*. Paris, Presses Universitaires de France

Vygotski, L. (1986). *Thought and Language*. Cambridge MA: MIT Press.