

Le concept de travail conjoint dans la théorie de l'objectivation

Luis Radford

Université Laurentienne, Canada

À la mémoire de François Pluinage

La théorie de l'objectivation (TO) s'intéresse particulièrement à l'apprentissage et aux manières de le promouvoir en salle de classe. En partant d'une conception de l'apprentissage comme processus collectif et du fait que l'apprentissage a lieu à l'intérieur d'une activité, l'activité d'enseignement-apprentissage, la question qui se pose est celle de la nature générale et des spécificités de l'activité où l'apprentissage a lieu, spécificités qui le tournent tantôt en quelque chose d'ennuyeux, tantôt en quelque chose d'excitant. L'étude de la nature de l'activité d'enseignement-apprentissage et de ce qui peut la caractériser comme une activité collective, critique, conduisant à des apprentissages mathématiques profonds, constitue une partie centrale de cet article. Cette étude débouche sur l'articulation du concept de travail conjoint des élèves et du professeur lequel repose sur la pratique d'une éthique que nous appelons communautaire.

Introduction

Le but de cet article est de discuter d'un concept central de la théorie de l'objectivation (TO) : le concept de travail conjoint. Ce concept est relié, de manière intime, à un problème qui est à la base de la TO, à savoir, le problème de l'apprentissage. En effet, la TO tente de reformuler le problème de l'apprentissage d'une manière différente de celle proposée au cours du 20^e siècle par les courants pédagogiques dits « centrés sur l'élève » et dont la caractéristique la plus importante est de considérer l'apprentissage comme une affaire individuelle. Dans la TO, l'apprentissage est conceptualisé comme un processus collectif, enraciné dans le social, l'historique et le culturel. La TO s'inspire de la psychologie historico-culturelle de Lev Vygotsky (1997a, 1997b, 1998) et de la théorie de l'activité d'A. N. Leont'ev [ou Leontyev] (2005, 2009a, 2009b)¹. Elle conçoit l'apprentissage comme un processus qui a lieu à l'intérieur d'une activité — l'activité d'enseignement-apprentissage. Comprendre l'apprentissage ne peut donc se faire qu'en considérant les spécificités de l'activité où celui-ci a lieu. En effet, comme le montre l'expérience quotidienne, l'apprentissage des mathématiques peut être quelque chose de très excitant et mener à des compréhensions profondes ; mais l'apprentissage peut aussi être quelque chose d'ennuyeux, de solitaire, de monotone, d'insipide et mener à des compréhensions superficielles et dépourvues de sens pour les élèves. Ce qui fait que l'apprentissage prenne une voie ou l'autre, c'est justement l'activité d'enseignement-apprentissage. Dans la TO, nous nous intéressons à comprendre ce qui peut faire de l'activité d'enseignement-

¹ Dans cet article, au lieu d'utiliser les translittérations « Vygotski » et « Léontiev » ou « Leontiev », communes en français et en espagnol, je vais utiliser la translittération anglaise « Vygotsky » et indistinctement « Leont'ev » et « Leontyev » pour garder les références en harmonie avec les textes référés.

apprentissage une expérience à la fois sensible et intellectuelle, critique et poétique, une activité qui mène à des compréhensions profondes des mathématiques tout en étant une aventure collective enrichissante socialement et culturellement, tant pour les élèves que pour le professeur. Comment donc concevoir une telle activité ? Quels éléments didactiques pourraient la caractériser de sorte qu'elle se présente comme une activité non aliénante, qui, tout en permettant une rencontre critique avec l'histoire et la culture, soit à la fois réalisation du soi et de l'autre ? Le travail conjoint des élèves et du professeur est la réponse qu'offre la TO à ces questions.

Cet article est organisé comme suit : dans la première partie, nous discutons des antécédents de la TO et de ce qui nous a amenés à essayer d'offrir une conception de l'apprentissage en tant que processus collectif. Or, au cours de notre démarche, il est tout de suite devenu apparent que l'élaboration d'une telle conception de l'apprentissage ne pouvait se faire sans repenser la nature du savoir. C'est justement ce problème ontologique qui va nous occuper dans la deuxième partie de l'article. Nous commencerons par explorer la conception qu'en offrent les perspectives constructivistes pour ensuite proposer une conception du savoir cohérente avec notre projet historico-culturel. Notre conception du savoir, qui s'appuie sur le matérialisme dialectique, devient une plateforme propédeutique à partir de laquelle nous pouvons entrer dans la problématique éducative de l'apprentissage en général et de l'apprentissage des mathématiques en particulier. Comme nous l'avons noté ci-dessus, dès qu'on rentre dans la problématique de l'apprentissage, la question centrale devient celle de l'activité où l'apprentissage a lieu. L'exploration de ce que c'est cette activité constitue le reste de l'article. Cette exploration débouche sur l'articulation du concept de travail conjoint et sur la mise en évidence d'une de ses caractéristiques les plus notables : le travail conjoint des élèves et du professeur passe par la pratique d'une éthique que nous appelons communautaire.

Les antécédents de la Théorie de l'Objectivation

Historiquement parlant, les premières traces de la TO remontent à une douzaine d'années (Radford, 2006, 2007, 2008). Comme c'est le cas de toute théorie, l'émergence de la TO n'est pas un phénomène isolé. Elle s'inscrit dans un mouvement d'opposition à une conception paradigmatique de l'humain qui trouve une élaboration explicite dans la philosophie de Kant et qui, au cours du 20^e siècle, pense l'individu comme un être isolé de son contexte historico-culturel et finit par le prendre comme la source du savoir et l'origine du sens et de l'intentionnalité. Au 20^e siècle, cette conception paradigmatique de l'humain a fini par offrir une conception individualiste de l'être (Martin, 2004 ; Mészáros, 2010) et de la réalité². Les théories dites « constructivistes » constituent l'expression la plus achevée de cette conception paradigmatique³.

² Pour le problème général de la réalité, voir Watzlawick (1988) ; pour un exemple précis – celui de la réalité dans les sciences de la santé – voir Levine et Fish (1999).

³ Pour le cas de la psychologie cognitive, voir Gerstenmaier et Mandl (2001) ; pour le cas de l'enseignement des sciences, voir Lorscheid et Tobin (1992).

Les théories constructivistes ont eu aussi une influence considérable dans les recherches menées sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques (voir, par exemple, le constructivisme radical de von Glasersfeld (1983, 1995), le constructivisme cognitif de Thomson (Thomson, 2014 ; Cobb et Thomson, 1998) et le socioconstructivisme de Cobb et collaborateurs (Cobb et Yackel, 1996). En s'inspirant de la psychologie génétique de Piaget (1970), elles ont formulé une conception de l'apprentissage de nature essentiellement individualiste : c'est l'élève qui, à travers son propre agir, construit ses propres connaissances. Cet agir peut, bien sûr, inclure un agir avec d'autres individus, mais ce qui est construit est, au fond, une construction personnelle.

Ces théories constructivistes ont provoqué l'apparition d'un mouvement d'opposition dont le but a été d'offrir une conception plus large de l'apprentissage, en donnant en particulier une place prépondérante à la dimension sociale et culturelle. Ce mouvement d'opposition « socioculturel » s'est fait sentir au cours des années 1980 et 1990 (voir Lerman, 1996a, 1996b), en particulier en prenant appui sur les travaux de Vygotsky. Bartolini Bussi (1991) et Bartolini Bussi et Mariotti (1999, 2008), par exemple, ont eu recours aux travaux de Vygotsky pour étudier le rôle de l'interaction et le rôle des artefacts culturels en classe ; elles ont attiré l'attention sur le problème de la médiation sémiotique. En suivant aussi une ligne de pensée vygotskienne, Arzarello et ses collaborateurs se sont également intéressés aux artefacts, et plus particulièrement aux signes mathématiques et à leur évolution (Arzarello, Bazzini, & Chiappini, 1994). Inspiré également par les travaux de Vygotsky (1987) et de la psychologie discursive (Harré & Gillet, 1994), Lerman (1996b) a étudié le rôle du langage dans la constitution de l'intersubjectivité. Boero, Pedemonte et Robotti (1997) ont étudié la conceptualisation des mathématiques émergentes des élèves comme un phénomène à la croisée de la phylogénèse et de l'ontogénèse par l'historicité de la parole.

Pour la TO, dès le départ, la question centrale était la recherche d'une nouvelle conception de l'apprentissage en mathématiques. Une telle recherche exigeait en même temps de repenser les objets ou contenus de l'apprentissage (c'est-à-dire, le savoir) et de repenser aussi l'élève et le professeur. Comme on le sait très bien, la théorie des situations didactiques (TSD) (Brousseau, 2002) offre une conception de l'apprentissage qui découle d'une de ses problématiques centrales : celle du rapport entre situations et connaissances. En suivant une voie piagétienne, dans la TSD les connaissances sont considérées comme des « adaptations » à une situation ; ces « adaptations » émanent de l'agir du sujet (Brousseau, 1997, p. 14). Étant donnée une situation,

« Agir » consiste pour un sujet à choisir directement les états du milieu antagoniste en fonction de ses propres motivations. Si le milieu réagit avec une certaine régularité, le sujet peut être conduit à anticiper ces réactions et à en tenir compte dans ses propres actions. Les connaissances sont ce qui permet de produire et de changer ces « anticipations » (Brousseau, 1997, p. 6).

Dans ce contexte, l'apprentissage est décrit comme la transformation de la connaissance : « L'apprentissage est le processus par lequel les connaissances se modifient » (Brousseau, 1997, p. 6).

Qu'en est-il du sujet auquel on attribue un apprentissage ? Dans la TSD, le sujet est un sujet abstrait : « Le sujet de la situation didactique est une espèce de sujet théorique . . . un sujet épistémique » (Brousseau, 2005, pp. 23-24). Le sujet de la salle de classe, l'élève, reste au rang de la révélation – la révélation d'un rapport : « Pour moi, l'élève c'est le révélateur d'un rapport entre une situation et des connaissances, et, ce que gère le professeur, c'est ce rapport » (Brousseau, 2005, p. 24).

Pour la TO, il s'agissait d'arriver à élaborer une conception plus large de l'apprentissage que celle qui dérive de l'épistémologie piagétienne. Contrairement à l'agir piagétien, c'est-à-dire un agir essentiellement tourné du côté du rationnel, pour la TO, il s'agissait de comprendre l'« agir » des sujets selon les limites et les possibilités d'action telles que celles-ci s'offrent à ces sujets à l'intérieur de leur cadre social, politique, historique et culturel. Il s'agissait aussi de trouver une voie qui porterait sur une conception plus concrète du sujet, sans tomber dans le réductionnisme des courants psychologiques individualistes pour lesquels le sujet est réduit à un sujet cognitif (Valero, 2004) sans attaches à l'histoire et à la culture (Martin, 2004). Il s'agissait plutôt de reconceptualiser le sujet et l'apprentissage d'une manière qui serait cohérente avec une vision historico-culturelle de la vie. Bishop (1991) avait déjà posé les premiers jalons, avec son idée d'*enculturation*. Apprendre serait entrer dans une culture. L'idée vygotskienne d'*internalisation* semblait aussi suggérer des éléments de base pour l'élaboration d'un concept historico-culturel de l'apprentissage. Mais, en y regardant de plus près, ces concepts finissaient par donner peu de prise à ce qu'en anglais on appelle *agency*, c'est-à-dire la faculté d'agir de l'individu en tant qu'individu social concret. C'est notamment le cas du concept d'internalisation qui se veut un transfert de comportements sociaux allant de l'« extérieur » (le plan social) vers l'« intérieur » (le plan individuel) (Vygotsky, 1998, p. 170). Bien sûr, Vygotsky a insisté que ce transfert

n'est pas du tout un transfert purement mécanique ; il ne se fait pas automatiquement . . . [il] constitue une étape spéciale dans le développement des formes supérieures du comportement. Des formes complexes de coopération transférées dans la sphère du comportement individuel commencent à fonctionner selon les lois du tout primitif [*primitive whole*], dont elles constituent maintenant une partie organique. (Vygotsky, 1999, p. 53)

Il demeure, toutefois, que le concept d'internalisation reste expliqué par des lois (les lois d'un « tout primitif ») qui n'ont pas à voir avec cette dimension de l'agir de l'individu qui, à notre point de vue, devrait être prise en compte dans une théorisation sur l'apprentissage. De plus, le concept d'internalisation reste encre dans cette dichotomie extérieur/intérieur (Veresov, 1999) que, pour nous, il convient de surmonter (voir Radford, 2018a).

En toute justice, il faut dire que le concept d'internalisation de Vygotsky n'a pas été élaboré pour répondre à la question éducative de l'apprentissage et de la manière dont celui-ci a lieu. Le concept d'internalisation est un construit psychologique et non pas un construit pédagogique. Son but est d'opérationnaliser ce transfert de l'extérieur à l'intérieur en accord avec ce que Vygotsky appelait les « lois génétiques du développement culturel » (Vygotsky, 1998, pp. 167-170). Leont'ev explique l'idée de base de ces lois dans son chapitre « On Vygotsky's creative development ». Leont'ev dit :

Vers les années 1920, la position de leader de l'école française [de psychologie] est occupée par le grand érudit [Pierre] Janet . . . [qui] a proposé l'hypothèse que l'enfant dans le processus de développement intériorise les formes sociales de comportement qui ont d'abord été utilisées par les adultes à l'égard de l'enfant lui-même. . . Mais Janet, comme l'ensemble de l'école française, est partie de l'hypothèse que la personne est d'abord asociale, que la socialisation lui est imposée de l'extérieur. (Leont'ev, 1997, p. 21)

Vygotsky emprunte une voie différente. En premier lieu, il ne considère pas la socialisation comme un processus imposé de l'extérieur. En deuxième lieu, pour expliquer le transfert du social vers l'individuel, il ajoute un élément important qui manque dans l'approche de Janet : la dimension matérielle de la culture. Il finit ainsi par élaborer un concept sémiotique d'internalisation. Leont'ev continue son explication en disant que

pour Vygotsky les déterminants du développement mental humain ne sont pas la maturation biologique en ontogenèse et l'adaptation biologique au cours de la lutte pour la vie en phylogénèse . . . mais le travail humain médiatisé par des instruments. (Leont'ev, 1997, p. 21)

C'est ainsi que Vygotsky pourra expliquer le développement mental en se servant de l'idée de « la médiation des processus mentaux par des outils » (Leont'ev, 1997, p. 21).

Bien sûr, le fait que le concept d'*internalisation* soit un construit psychologique et non pas pédagogique ne diminue en rien l'intérêt que ce construit peut avoir en éducation, en pédagogie et en didactique. Il peut aider à étudier la formation des concepts et la formation des fonctions psychiques supérieures d'un point de vue *psychologique* (à la manière de Gal'perin (1967, 1992), par exemple). Mais le rôle de ce construit n'est pas celui d'étudier l'apprentissage ou de concevoir des propositions didactiques. On est un peu dans la même situation que Piaget et son concept de schéma. C'est pourquoi il serait aussi vain de chercher chez Vygotsky des propositions didactiques précises, comme il serait vain de les chercher chez Piaget. Comme dit Vergnaud,

Que l'on ne cherche pas dans Piaget les choses de la didactique, elles n'y sont pas : Piaget s'intéressait à des processus généraux de la pensée, son épistémologie génétique est une épistémologie relativement générale, mais son œuvre contient des avancées considérables, utiles à la didactique. (Vergnaud, 2005, p. 19)

Il en va de même pour Vygotsky, qui, « tout en étant un des apôtres de la théorie de l'activité à la Russe, à la Soviétique je dirais! ne développe pas l'étude des situations [d'apprentissage] et n'a donc sur ce point aucune théorie » (Vergnaud, 2005, p. 20).

La TO se veut non pas une théorie psychologique, mais une théorie éducative qui veut justement formuler la question de l'apprentissage à partir des travaux de l'école historico-culturelle de Vygotsky. En suivant les orientations de cette école, il s'agit d'élaborer une conception de l'apprentissage non pas comme phénomène individuel, mais collectif, ancré dans le social, l'historique et le culturel. Or, puisqu'apprendre c'est apprendre quelque chose, c'est-à-dire un certain contenu, il a fallu élucider d'abord ce contenu. Ce contenu n'est rien d'autre que le savoir culturel, le

savoir d'une culture à un moment donné. Pour mieux comprendre la conception que nous proposons du savoir et de l'apprentissage, arrêtons-nous un moment sur le constructivisme⁴.

Savoir et apprentissage dans le constructivisme

Indépendamment de ses variantes, le constructivisme propose une définition courte, claire et opérationnelle du savoir et de l'apprentissage. Pour le constructivisme, l'individu construit son propre savoir. Cela veut dire que le professeur ne peut pas construire le savoir à la place de l'élève. La construction du savoir est une affaire individuelle : comme nous l'avons mentionné ci-dessus, elle est le résultat des actions du sujet. Apprentissage, construction conceptuelle et savoir sont, au fond, la même chose. Il y a plusieurs corollaires qui découlent de cette position théorique.

a) Un corollaire, de nature ontologique, concerne la *nature* du savoir. Celui-ci est *généré* par le sujet ; il est son *extension*. Puisque le savoir (Sa) demeure quelque chose qui est essentiellement de l'ordre du sujet (Su), on pourrait écrire ce corollaire comme une égalité : $Sa = Su$. On pourrait aussi écrire simplement le savoir ainsi : Sa_{Su} , ce qui voudrait dire que le savoir est toujours *relatif* au sujet qui le génère. Un autre sujet Su' aura un savoir différent, $Sa_{Su'}$. Une société composée d'un nombre n de sujets, aura n savoirs différents. Et il est absolument impossible de déterminer si deux sujets en interaction parlent de la même chose, car quand ils mentionnent le mot triangle ou le mot tangente, par exemple, on ne peut pas du tout savoir s'ils font référence au même objet conceptuel ou non (Thomson, 2014). Selon le constructivisme, pour que l'interaction ou la communication entre deux sujets puissent continuer, il faut que ces sujets fassent simplement semblant qu'ils parlent de la même chose. C'est ce que les constructivistes appellent « taken-as-shared », c'est-à-dire on *présume* que ce dont on parle est quelque chose de partagé (Cobb, Stephen, McClain, & Gravemeijer, 2001). Les philosophes ont un terme technique pour décrire cette position qui appartient au courant de l'idéalisme : le terme est solipsisme – doctrine d'après laquelle « il n'y aurait pour le sujet pensant d'autre réalité que lui-même » (Dictionnaire en ligne Le Grand Robert de la langue française, 2017).

Mais le corollaire ontologique comporte une autre équation : $Sa = A$. Savoir (Sa) et apprentissage (A) coïncident. On a appris ce savoir qu'on a soi-même construit.

Historiquement parlant, la conception du savoir que véhicule le constructivisme est en fait le résultat d'une longue transformation épistémologique qui a commencé à se mettre sur pied peu à peu à l'intérieur des grands changements historico-culturels dans les formes de production économiques à la fin du Moyen Âge (Arendt, 1958a ; Radford, 2012). Le savoir n'y est plus vu comme une question de *révélation*, de *déchiffrement* ou de *foi* comme cela fut le cas à l'époque féodale (Gilson, 1939).

⁴ Le dialogue continuuel de la TO avec le constructivisme en général, avec la TSD (Brousseau, 2002), avec la commognition (Sfard, 2008) et, plus récemment, avec l'Espace de Travail Mathématique (Kuzniak, Tanguay et Elia, 2016) n'a pas pour but de créer des polarités. Il s'agit d'un effort pour mieux comprendre notre propre théorie. Vygotsky disait que « Through others, we become ourselves » (1998, p. 170). Il en va de même des théories. C'est par l'entremise d'un dialogue avec d'autres théories que les théories se forment une identité.

Dans le nouvel ordre épistémologique de la modernité, savoir quelque chose revient à rendre compte de la manière dont la chose est produite. Hanna Arendt dit,

It has frequently been asserted that modern science was born when attention shifted from the search after the “What” to the investigation of “How.” This shift of emphasis is almost a matter of course if one assumes that man (sic) can only know what he has made himself, insofar as this assumption in turn implies that I “know” a thing whenever I understand how it has come into being. (Arendt, 1958b, p. 585)

Nous trouvons cette conception clairement articulée dans le texte de 1667 de Baruch Spinoza, *De Intellectus Emendatione*. Spinoza dit qu’une idée vraie « montre comment et pourquoi quelque chose est ou a été fait » (Spinoza, 1989, p. 29). Sans cette transformation épistémologique qui fait bousculer les pôles de l’axe sujet–objet, transformation elle-même enracinée dans les nouvelles formes de productions économiques de l’époque, c’est-à-dire le capitalisme artisanal, le sujet *produit* l’objet ; savoir devient synonyme d’être en mesure de rendre compte du processus de sa production. C’est justement cette idée qu’on retrouvera plus tard chez Piaget : « On ne connaît, en effet un objet qu’en agissant sur lui et en le transformant » (Piaget, 1970, p. 85). On agit sur l’objet par une suite d’actions du sujet. Et il explique : « L’important pour la connaissance n’est pas la suite de telles actions considérées isolément : c’est le schème de ces actions » (p. 86). Bref, on connaît un objet quand il y a un schéma d’actions qui lui correspond.

b) Un corollaire, de nature pédagogique, qui découle de la position constructiviste concerne le professeur. Le professeur ne peut qu’*accompagner* l’élève dans ses propres cogitations cognitives. Et cet accompagnement est lourd de conséquences, car entre le professeur et l’élève il y aura toujours une séparation, une ligne invisible, mais insurmontable, qui est le signe de cet espace personnel, inaliénable, qui garantit à l’élève la pleine jouissance de sa liberté et de son autonomie — deux éléments clés qui remontent à la pédagogie romantique humaniste du siècle des Lumières et descendent le long d’une côte qui va de Rousseau, à Pestalozzi jusqu’à Piaget. Traverser cette ligne invisible qui sépare l’élève du professeur reviendrait à priver l’élève de ses droits. Car le savoir et sa production sont vus ici à travers la logique de la *propriété privée*. Le savoir y apparaît, effectivement, comme une entité subjective, *appartenant* à l’individu et issue du travail de celui-ci. Traverser cette ligne invisible pourrait ainsi conduire le professeur à imposer, peut-être subrepticement et sans le vouloir, des sens et des conceptualisations qui ne sont pas ceux de l’élève (voir les paradoxes de l’enseignement identifiés par Brousseau (2002)).

Savoir et apprentissage dans la Théorie de l’Objectivation

Dans la TO, le savoir est considéré comme un système de systèmes : systèmes de pensée et d’action constitués culturellement et historiquement. À notre naissance, ces systèmes (toujours en mouvement, toujours changeants) existaient déjà dans notre culture — sous la forme de savoir planter des semences de maïs, de savoir calculer des hypothèques, etc. En d’autres termes, à la naissance, pour chacun d’entre nous, le savoir est apparu comme une *capacité générative* historico-culturelle. C’est-à-dire une *capacité latente* (qu’Aristote appelait potentialité, *δύναμις*, *dunamis*) ; une capacité à faire

des choses et à penser de certaines manières — une capacité latente que nous pouvons (ou non) rencontrer au cours de notre vie selon les réseaux culturels, historiques et politiques d'accès au savoir qui sont omniprésents dans notre société. Notre rencontre avec des systèmes de pensée culturellement et historiquement constitués (par exemple, mathématiques, scientifiques, esthétiques, juridiques, etc.) est ce que, dans la TO, on appelle l'objectivation.

Pour comprendre le sens de cette rencontre, gardons à l'esprit que le substantif « objectivation » tente de transmettre l'idée qu'avant notre rencontre avec le savoir, celui-ci se présente comme quelque chose de *différent* de nous : quelque chose qui, dans son *altérité*, nous oppose à sa propre présence. C'est-à-dire que de par sa présence, le savoir nous résiste ou nous objecte. Si dans l'idéalisme constructiviste l'équation était $Sa = Su$, dans la TO l'équation est $Sa \neq Su$. Avant notre rencontre avec le savoir, le savoir est le signe d'une *différence*. L'objectivation est la tentative d'effacer cette différence. Mais parce que le savoir est une forme *idéale* (générale, potentielle) en constante évolution, constamment recréée, affinée et élargie (Hegel, 1991), la différence que notre rencontre avec le savoir tente d'effacer n'est pas quelque chose qui peut disparaître totalement. Il y a toujours un *résidu* qui reste au-delà de nos rencontres toujours locales, situées et concrètes avec le savoir. On ne rencontre totalement l'idéalité « tangente ». On la rencontre toujours partiellement, dans un contexte spécifique par l'entremise d'un problème particulier. Ce qui *apparaît* dans la rencontre (par exemple, la manière de penser la tangente) est toujours *moins* que la forme idéale. Mais en même temps, ce qui apparaît dans la rencontre est *plus* que la forme idéale. Car ce qui apparaît a une *spécificité* que la forme idéale, comme telle, ne peut pas avoir. Ce qui apparaît *dépasse* la forme idéale. Il en résulte que ce qui apparaît est toujours *déficit* et *surplus* par rapport à son idéalité et que l'idéalité est toujours plus et moins que ce qui la matérialise ou l'incarne. En conséquence, l'objectivation est toujours partielle, une tentative interminable de saisir le savoir — de devenir conscient de celui-ci. Dès qu'on essaie de le rencontrer, le savoir bouge, se déplace ; il n'est plus là, mais ailleurs.

En termes plus techniques et opérationnels, l'objectivation est un processus social, corporel, matériel et symbolique de prise de conscience du savoir, c'est-à-dire, des formes historiquement et culturellement constituées d'action, d'expression et de pensée. Cette prise de conscience qui, dans la TO, sert à rendre compte de l'apprentissage n'est pas le résultat d'un processus propre à un individu ; c'est le résultat d'un processus *collectif* culturellement et historiquement situé qui, loin d'être contemplatif ou passif, demande l'*activation* des individus. À la place d'être un processus purement intellectuel, le processus d'objectivation est soutenu par le corps, l'affect, les émotions et le monde matériel. Ce processus a lieu à l'intérieur d'une *activité*. Or, de quelle activité s'agit-il ?

L'activité humaine

La question à laquelle nous devons essayer de répondre dans cette section est celle de la nature de l'activité à travers laquelle les élèves rencontrent le savoir culturel. Évidemment, comme nous l'avons mentionné dans l'introduction, cette rencontre peut être quelque chose d'excitant. Mais cela peut être aussi quelque chose d'ennuyeux, ce qui arrive souvent dans l'enseignement traditionnel. En effet,

dans le cadre de l'enseignement traditionnel, il y a des processus d'objectivation, car il y a une rencontre avec un savoir culturel, mais cette rencontre et les processus d'objectivation qui y ont lieu sont très pauvres. Les prises de conscience qui en résultent sont très superficielles, ce qui mène à des apprentissages peu significatifs. Les activités d'apprentissage de l'enseignement traditionnel réduisent l'élève à l'imitation et à l'obéissance. Dans la théorie de l'objectivation, nous visons à produire des activités d'enseignement et d'apprentissage riches du point de vue du savoir étudié, mais aussi riches du point de vue des transformations possibles des sujets impliqués dans l'activité. Dans les activités que nous promouvons en salle de classe, nous visons à ce que l'objectivation apparaisse comme un processus critique, poétique, sensible et sensuel de rencontre avec les mathématiques. Il s'agit pour nous de promouvoir les conditions pour qu'il y ait une rencontre progressive, incarnée, discursive, subversive, affective, symbolique et matérielle avec le savoir culturel (Radford, 2019a).

Nous arrivons ici à un problème qui est à la fois terminologique et conceptuel : comment *appeler* ce deuxième type d'*activité* où la rencontre avec les savoirs culturels est une expérience collective et enrichissante tant du point de vue intellectuel qu'esthétique ? Comment l'appeler afin de la distinguer d'autres types de rencontres (comme celui qu'offre l'enseignement traditionnel, qui la réduit à une expérience d'obéissance passive du côté de l'apprenant) ? Les langues russes et allemandes ont des termes différents pour distinguer deux types d'activités. Le terme pour distinguer le premier type d'activité est *Aktivität* (en allemand) et *aktivnost'* [активность] (en russe). Ces termes font référence à l'activité dans le sens d'être simplement occupé par quelque chose (Roth et Radford, 2011). Par contre, le terme *Tätigkeit* (en allemand) et le terme *deyatelnost'* [деятельность] (en russe) font référence à l'activité conçue comme un système dynamique axé sur la satisfaction des besoins collectifs. Donc, quand on dit *Aktivität* et quand on dit *Tätigkeit*, on ne parle pas de la même chose. Pourtant, dans beaucoup de langues (par exemple, le français, l'espagnol, l'anglais et le portugais), tant *Tätigkeit* qu'*Aktivität* sont traduits en un seul mot : *activité*, ce qui amène à confondre les choses.

L'activité humaine au sens du *Tätigkeit* a une portée très profonde dans la manière de concevoir ce qui se passe en salle de classe. *Tätigkeit* ne signifie pas simplement une série d'actions qu'effectue un élève ou un individu; elle ne signifie pas non plus une coordination d'actions (aussi complexe soit elle) d'un groupe d'individus. *Tätigkeit* va, de manière décisive, au-delà de la dimension purement technique du faire ; elle a une portée ontologique. En effet, comme le note Marx dans l'Idéologie Allemande, il ne s'agit pas simplement d'agir et produire « sous le seul aspect de la reproduction de l'existence physique des individus » (Marx, 1982, p. 1055). L'agir des individus dans l'activité (*Tätigkeit*) comporte déjà un mode social, culturel et historique de production à travers lequel, dans leurs actions avec d'autres, ces individus se *produisent eux-mêmes comme sujets humains* :

Il s'agit déjà, chez ces individus, d'un genre d'activité [*Tätigkeit*] déterminé, d'une manière déterminée de manifester leur vie, d'un certain *mode de vie* de ces mêmes individus. Ainsi les individus manifestent-ils leur vie, ainsi sont-ils. Ce qu'ils sont coïncide donc avec leur production, avec ce qu'ils produisent aussi bien qu'avec la façon dont ils la produisent. (1982, p. 1055 ; cursives dans l'original)

C'est encore dans le sens d'activité comme Tätigkeit que Marx utilise le terme dans les *Thèses sur Feuerbach* (un philosophe matérialiste contemporain de Marx). Par exemple, dans un passage de la première thèse, Marx dit : « Feuerbach will sinnliche - von den Gedankenobjekten wirklich unterschiedene Objekte : aber er fasst die menschliche **Tätigkeit** selbst nicht als gegenständliche **Tätigkeit** » (Marx, cité dans Macherey, 2008, p. 39-40 ; c'est moi qui surligne). Le philosophe français Pierre Macherey traduit ce passage ainsi : « Feuerbach veut des objets sensibles effectivement distincts des objets de pensée : mais l'**activité** humaine elle-même, il ne l'appréhende pas en tant qu'**activité** objective » (Macherey, 2008, p. 40 ; c'est moi qui surligne).

Marx, on le voit, parle de Tätigkeit et non pas d'Aktivität. Et la différence ne serait pas importante si les concepts auxquels ces mots renvoient n'avaient pas de répercussions sur la manière de comprendre l'activité d'apprentissage en salle de classe. Tournons-nous vers un exemple pour illustrer cette idée.

Exemple

L'exemple en question provient d'une classe de 2e année (élèves de 7-8 ans) qui commencent à étudier la généralisation des suites dans un contexte d'introduction à l'algèbre. La classe a été divisée en petits groupes de 2 ou 3 élèves. Les élèves devaient prolonger une suite (voir Figure 1) dont les quatre premiers termes étaient donnés, en dessinant les termes suivants jusqu'au Terme 6. Les élèves devaient aussi étudier le Terme 8 de la suite.

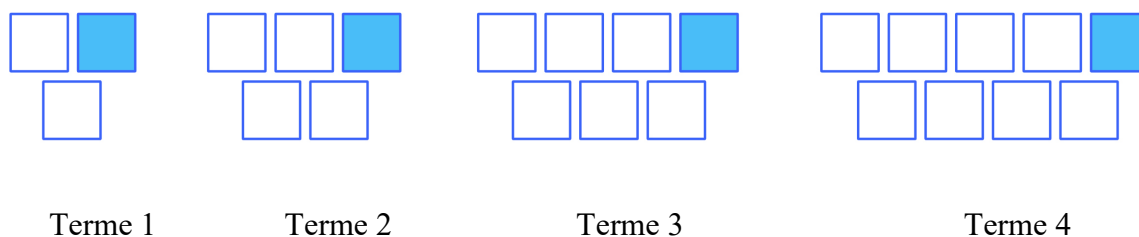


Figure 1 : Les premiers termes d'une suite explorée par les élèves.

Arrêtons-nous sur le travail effectué par un des groupes. Dans ce groupe de trois élèves, l'attention a été dirigée vers la numérosité. De manière implicite, les élèves ont dégagé une relation de récurrence d'après laquelle, pour passer d'un terme au suivant, il faut ajouter deux petits carrés ($T_{n+1} = T_n + 2$). Ainsi, un des élèves a dessiné les Termes 5 et 6 tels qu'ils sont montrés dans la Figure 2.



Figure 2 : Les Termes 5 et 6 tels que dessinés par un élève de 2e année.

Toutefois, le projet didactique de l'enseignante comprenait l'idée de se servir des informations *spatiales* contenues dans la *forme* des quatre premiers termes de la séquence afin de se rendre compte qu'on peut percevoir ces termes comme étant formés de « parties notables ». Le comptage des parties notables repose sur l'identification de *variables* convenables et de leur mise en corrélation.

Évidemment, il y a plusieurs manières de percevoir les termes. On peut les voir comme étant formés de petits paquets en « diagonale » de *deux* carrés chacun, qui, quelques années plus tard, quand les élèves rencontreront l'écriture symbolique de l'algèbre, correspondra au coefficient « 2 » de la formule $T_n=2n+1$ avec un terme extra (le carré foncé, qui, lui, correspondra au terme constant « 1 »). On peut aussi voir ces termes comme étant formés de *deux* rangées horizontales, etc. L'enseignante, est allée voir le travail du groupe après plus d'une demi-heure que les enfants travaillaient sur ces questions et d'autres questions sur la séquence ; elle a invité les enfants à compter, avec elle, le nombre de petits carrés dans chaque terme. Elle a opté par la stratégie qui consiste à voir les termes comme étant formés de deux rangées horizontales. Elle a dit :

1. Enseignante : Nous allons simplement regarder les carrés qui se trouvent en bas (*tout en disant cela, l'enseignante fait trois gestes glissants consécutifs, chacun allant de la rangée du bas du premier terme à la rangée du bas du quatrième terme (voir Figure 3a)). Seulement ceux du bas. Pas ceux qui sont en haut. Terme 1 (elle pointe avec deux doigts la rangée inférieure du terme 1), combien y a-t-il de [carrés] ?*
2. Élèves : 1 !
3. Enseignant : (*Elle pointe avec un geste indexical le Terme 2*) Terme 2 ?
4. Élèves : 2 ! (*Jacques, un des élèves, montre la rangée inférieure du terme 2 ; voir Figure 3b).*
5. Enseignant : (*Elle pointe avec un geste indexical à deux doigts le Terme 3 ; voir Figure 3c*) Terme 3 ?
6. Élèves : 3 !
7. Enseignant : (*Elle pointe avec un geste indexical à deux doigts le Terme 4*) Terme 4 ?
8. Élèves : 4 !

L'enseignant et les élèves continuent d'explorer rythmiquement la rangée inférieure des termes 2, 3 et 4, et aussi, par des gestes et des mots, les termes 5, 6, 7 et 8, qui ne sont pas perceptibles. Dans la Figure 3d, on voit le geste indexical de l'enseignante qui montre le Terme 5 de la suite où ce terme devrait hypothétiquement se situer (pour une analyse détaillée de ce passage, voir Radford (2013a)).

De cette manière, l'enseignante et les élèves dégagent, collectivement, une première relation, que nous pouvons écrire comme $x \rightarrow x$: le terme x a x carrés dans la rangée du bas. Puis, l'enseignante et les élèves se tournent vers la rangée du haut et, collectivement, en suivant un déploiement rythmique similaire de ressources sémiotiques, discursives et perceptuelles, dégagent la deuxième relation : $x \rightarrow x+1$: le terme x a $x+1$ carrés dans la rangée du haut.

Comme notre enregistrement vidéo le montre, percevoir les termes comme étant constitués de deux rangées horizontales pour organiser et simplifier le comptage et ensuite généraliser cette perception des figures aux termes perceptuellement inaccessibles (comme les Termes, 5, 6, 7 et 8) est un défi de taille.

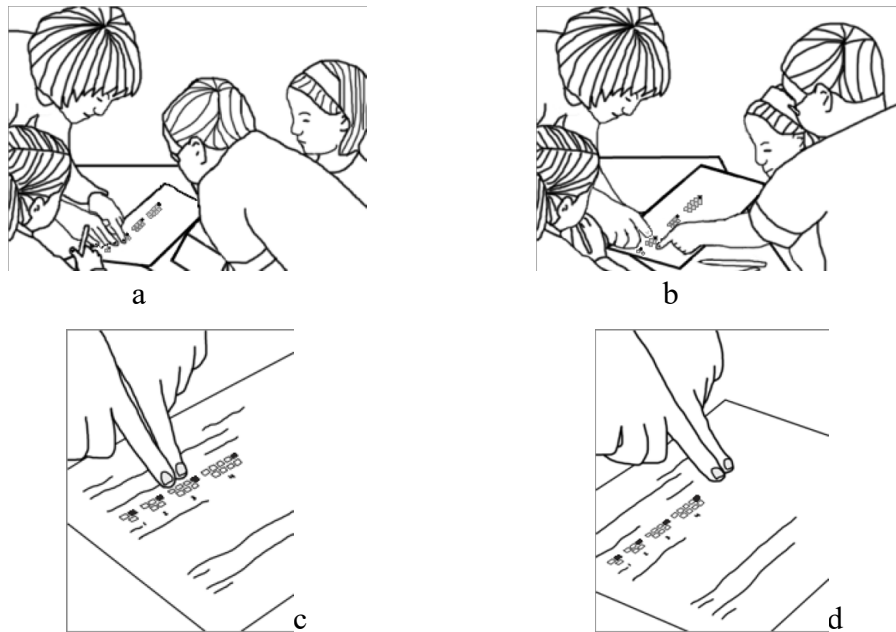


Figure 3 : Collectivement, l’enseignante et les élèves explorent les termes de la séquence.

Ce court extrait nous offre un exemple d’un processus d’objectivation, c’est-à-dire un processus collectif, sensuel, sensible et matériel à travers lequel a lieu, progressivement, une prise de conscience d’une forme culturellement et historiquement constituée de voir et de penser les suites et qu’on trouve déjà, historiquement parlant, à la fin de l’Antiquité, dans l’œuvre de Diophante (Radford, 2001). Ce qui se dévoile à la conscience est cette manière mathématique de voir et de percevoir les figures en termes de *variables* et leur *relation* — une *co-variation* qui porte sur le nombre de chaque terme et le nombre de carrés dans les rangées du bas et du haut de ce terme. Ce processus d’objectivation repose sur une coordination collective de gestes, de mots, d’actions perceptives, de dessins et de rythme. Plutôt que redondants, les trois gestes que fait l’enseignante et qui se répètent l’un après l’autre en même temps qu’elle dit « On va juste regarder les carrés qui sont en bas » viennent ajouter un sens visuel à ce que les mots disent. Bien sûr, rien ne garantit au départ que ce dans quoi s’embarquent l’enseignante et les élèves va fonctionner. Mais ces gestes, dans toute leur dimension physique et kinesthésique, ainsi que les mots dits tant dans leur sens abstrait que dans l’émotion qu’ils véhiculent et que nous reconnaissons à l’intonation et à d’autres mécanismes prosodiques comme l’accent et le ton, sont aussi, et avant tout, une invitation aux élèves à explorer ensemble la suite d’une *autre* manière. Ils sont une invitation à une rencontre — une rencontre avec l’inconnu, avec ce que, jusqu’au matin de ce jour, les élèves n’avaient pas encore rencontré : une manière algébrique de penser les suites.

Or, ce processus d’objectivation ne va pas de soi. Il dépend de l’*activité* à l’intérieur de laquelle il a lieu. Il s’agit d’une activité que l’enseignante et les élèves mettent en œuvre *ensemble*. C’est une activité au sens de la *Tätigkeit* et non pas au sens de l’*Aktivität*. En effet, pour les élèves, il ne s’agit pas simplement d’être occupé à faire quelque chose. Il ne s’agit pas non plus d’une simple coordination d’actions ou de la création d’une manière idiosyncratique de résoudre les problèmes que

pose la suite donnée aux élèves. L'activité que l'enseignante et les élèves mettent en œuvre ensemble est caractérisée par la poursuite d'un objet — l'objet de l'activité. C'est cet objet qui anime ou motive l'agir de l'enseignante et les élèves (Leont'ev, 2005, 2009a, 2009b). Or, de quel objet s'agit-il ? Il s'agit d'un objet historico-culturel, d'un objet idéal, d'un savoir, qui se dévoile à la conscience des élèves au cours de l'activité. La rencontre de cet objet est l'entrée dans un dialogue avec l'humanité. C'est rencontrer ce savoir culturel et le reconnaître dans ce qu'il est : le savoir en soi, dans la terminologie de Hegel (2009), savoir qui, au cours du processus d'objectivation, devient un savoir pour soi. Ce qui distingue la *Tätigkeit* de l'*Aktivität* c'est cette orientation qui lui imprime la recherche de l'objet historico-culturel. C'est pour cela que, dans le matérialisme dialectique, on parle d'*object-oriented activity* — *activité orientée objectuellement* ou, plus simplement, *activité objective*. Justement, la critique que fait Marx à Feuerbach dans le passage cité ci-dessus est que Feuerbach ne conçoit pas l'activité du sujet comme activité objective : « l'activité humaine elle-même, il [Feuerbach] ne l'appréhende pas en tant qu'activité objective » (Macherey, 2008, p. 40). C'est-à-dire, il ne l'appréhende pas en tant qu'activité qui porte sur des objets historico-culturels qui transcendent le sujet *qua* sujet. Feuerbach la limite à un agir subjectif.

Mais comment pourrions-nous traduire *Tätigkeit* en français, si le terme « activité » ne semble pas assez catégorique ? « Activité objective » semble être une solution, mais l'adjectif peut porter à des malentendus (en particulier, il peut conduire à penser, à tort, que l'activité est en rapport avec une prétendue *vérité* indépendante des individus, idée justement que les *Thèses sur Feuerbach*, et en particulier la deuxième thèse, vont réfuter).

À la recherche d'un nom

Une question qui émerge ici est la suivante : on a dit que la *Tätigkeit* se distingue de l'*Aktivität* en ce que la *Tätigkeit*, à la différence de l'*Aktivität*, se présente comme un système dynamique axé sur la satisfaction des besoins collectifs. Ces besoins collectifs sont cristallisés dans l'objet de l'activité qui imprime une orientation à l'activité elle-même. Or, dans le cas de l'apprentissage, au départ, l'objet de l'activité échappe aux élèves. Dans l'exemple discuté ci-dessus, l'objet de l'activité était cette manière historico-culturelle algébrique de percevoir et de penser les suites. Comment les élèves peuvent-ils orienter leurs actions alors qu'ils ignorent ce qu'ils cherchent ? Comment les élèves peuvent-ils se lancer à la recherche de cet objet, s'il leur est précisément inconnu ? Dans les activités d'apprentissage, l'objet cherché n'est pas le point de départ. Il se dévoile à la conscience comme *résultat* de l'activité. Qu'est-ce qui fait donc que l'élève s'active ?

Poser le problème en termes du seul objet de l'activité serait nous enfermer encore une fois dans la vue rationaliste qu'on a souvent adoptée pour penser l'enfant. En fait, il faut penser l'activité d'apprentissage à l'école dans le contexte général de socialisation que celle-ci accomplit. Mais voir l'enfant comme simplement réagissant aux contraintes d'obligation qu'on lui impose serait une démarche réductrice également. Leontyev remarque que

L'essentiel n'est pas, bien sûr, que le jeune élève soit en général obligé de faire quelque chose ; il avait des devoirs avant même d'entrer à l'école. L'essentiel est qu'il n'y a plus seulement des

devoirs envers les parents et les enseignants, mais des obligations objectives envers la société. Ce sont des devoirs dont dépend l'accomplissement de sa place dans la vie, de sa fonction et de son rôle social, et donc aussi le contenu de toute sa vie ultérieure. (Leontyev, 2009a, pp. 326-327; traduction libre)

Bref, la participation des élèves à l'activité est motivée par d'autres choses que l'objet de l'activité. On ne saurait assez surligner l'importance de cet objet; mais pour les raisons auxquelles Leontyev lui-même allude, on ne peut pas réduire l'activité à son seul objet, car l'activité objective (object-oriented activity) ouvre aussi des espaces pour que les élèves puissent s'y positionner socialement et culturellement. Ce positionnement est ce qui permet à l'élève de se montrer et de s'affirmer en tant que subjectivité.

Une fois cette question de l'objet la *Tätigkeit* clarifiée, revenons sur sa rencontre en salle de classe. Nous avons dit ci-dessus que le savoir apparaît du côté de l'élève comme la rencontre avec une potentialité. Cette potentialité n'est pas saisissable en soi. Dans toute sa généralité, elle ne peut pas être appréhendée. C'est ce que mon exemple ci-dessus de la tangente veut dire (exemple que j'emprunte d'ailleurs à Laurent Vivier (2019)). Et c'est ce que notre exemple de la suite ci-dessus montre également au sujet du savoir algébrique. Pour être appréhendée par la conscience, il faut que la potentialité prenne *forme*, qu'elle se *matérialise*. Pour que le savoir puisse être appréhendé, l'activité doit le mettre en mouvement ; c'est ce que montre l'exemple précédent sur la généralisation des suites. En effet, comme savoir en soi, la forme algébrique de penser les suites ne peut pas se montrer à la conscience. Il faut que ce savoir (nécessairement général), soit mis en *mouvement*. Et ce qui la met en mouvement c'est l'activité d'enseignement-apprentissage, à travers les dires, les actions, les gestes des élèves et de l'enseignante. Comme résultat de ce mouvement, le savoir apparaît, phénoménologiquement parlant : il apparaît dans une forme développée : une forme concrète *qu'on voit, qu'on entend et qu'on sent* dans le dialogue et les photos de la Figure 3. À travers cette apparition sensuelle, le savoir s'incarne et devient *connaissance* — une entité susceptible d'être objet de pensée et de conscience (Radford, 2013b).

Le rapport savoir / connaissance que nous discutons ici dans le cas des mathématiques peut être mieux compris si on se situe un moment du côté de la musique. Une symphonie (disons, pour fixer les idées, la 7e symphonie de Beethoven) ne peut être appréhendée que si elle est jouée. Du côté de l'individu qui ne l'a jamais écoutée, la 7e symphonie *qua* symphonie n'est pas saisissable. Il faut *l'activité* d'un orchestre pour qu'elle acquière un contenu sonore et qu'ainsi elle devienne objet de conscience. Ce qu'on entend dans une salle de concert, cette musique sensuelle et concrète est la manifestation ou matérialisation d'une potentialité ou d'un savoir (Radford, 2019b). Pour la distinguer de la potentialité (δύναμις), Aristote utilisait le terme *actualité* (ἐνέργεια, *energía*). La connaissance, dans la terminologie de la TO, est cette actualité de la potentialité. La connaissance est la matérialisation du savoir.

Nous avons avancé dans notre discussion, mais nous n'avons pas encore donné une réponse à notre question. Comment donc appeler cette activité orientée par un objet-savoir qui, elle seule, peut accomplir la transformation du savoir en connaissance ? Pour la distinguer d'autres termes qui

n'évoqueraient pas nécessairement cette caractéristique fondamentale de l'activité de salle de classe, en anglais canadien nous avons opté pour le terme *labour* (Radford, 2018b) et en espagnol pour le terme *labor* (2019c). Les deux termes proviennent du latin *laborare*. En français on pourrait dire labeur. Le terme *labeur* a l'avantage d'évoquer cette dimension d'effort pénible qui lui est associée. Dans l'entrée « labeur » d'un dictionnaire étymologique de la langue française, son auteur le présente comme dérivation du latin *labor*. On y lit : « travail corporel, pénible » (Mazure, 1863, p. 192). L'entrée continue plus loin comme ceci : « Forcellini fait venir *labor* de *labi*, parce que le travail épuise les forces . . . il y a dans l'idée du labeur un sentiment de la sentence divine qui condamne l'homme (*sic*) à manger son pain à la sueur de son front. Chez les Romains *laborare* est très souvent employé dans le sens de souffrir » (Mazure, 1863, p. 193).

Un avantage de cet exercice étymologique est qu'il montre que le concept pour lequel nous cherchons un mot est inéluctablement lié au concept d'homme (*sic*), d'individu ou, plus généralement, d'humain. Nous arrivons par là à une conséquence probablement inattendue : le mot cherché doit tenir compte de notre idée d'individu impliqué dans l'activité au sens de la *Tätigkeit*. En fait, pour conceptualiser l'individu (et ainsi pouvoir conceptualiser tant l'élève que le professeur), la TO remonte à la conception avancée par Marx, selon laquelle l'individu est un être naturel (un être de la nature) et, par conséquent, un *être de besoins* et que, pour les satisfaire, il doit s'activer — voir les « manuscrits parisiens », où l'idée apparaît déjà très clairement (Marx, 2007). De ce compte le labeur est ce à travers quoi l'individu parvient à satisfaire ses besoins tout en s'affirmant comme être social, historique et culturel.

Le terme labeur semble donc tout à fait propice pour nommer ce que nous entendons dans la TO par activité d'apprentissage. Il nous rappelle ce que chacun de nous a su depuis toujours : qu'apprendre implique un effort ; il implique une souffrance — et aussi une joie. Il nous amène à reconnaître que c'est dans le labeur, en tant qu'activité matérielle, sensible, que se trouve le champ ultime de l'expérience esthétique, de la subjectivité et de la cognition. Et notre décision terminologique se serait arrêtée sur « labeur », si ce n'était pas le cas que, malheureusement, ce terme est, en fait, relativement rare en français. Le plus proche est le terme « travail », qui semble aussi bien garder les sédiments du sens recherché. Dans la TO, c'est donc « travail » le terme qui traduit en français le sens dialectique-matérialiste de la *Tätigkeit* pour désigner l'activité d'apprentissage. Il constitue la catégorie centrale de la TO et affirme le rôle ontologique et épistémologique fondamental de la matière, du corps, du mouvement, de l'action, du rythme, de la passion et de la sensation dans ce que c'est d'être humain⁵.

⁵ Notons qu'une difficulté similaire à celle que nous essayons de surmonter ici s'est posée aussi du côté de la terminologie adoptée dans le cadre de la Théorie de L'Espace de Travail Mathématique. Ainsi, Kuzniak et Vivier (2019) explorent la meilleure manière de traduire en anglais l'expression « travail mathématique ». Ils disent : « one of the first difficulties we encounter [...] is the translation into English of the term 'le travail mathématique'. We have opted for 'mathematical work' » (p. 3073). Mais ils ajoutent tout de suite, « which is not its exact equivalent » (p. 3073).

Mais nous n'avons pas fini. Le travail, on le sait très bien, peut déboucher dans l'aliénation des individus et dans l'aliénation des élèves et du professeur. C'est le cas du travail qu'on observe dans l'enseignement traditionnel où le professeur s'active pour dévoiler le savoir à l'élève et, par la suite, l'élève s'active pour recevoir ce savoir. En faisant référence à ce modèle pédagogique ci-dessous, nous avons dit que bien que l'élève doive s'activer pour comprendre ce que fait le professeur, il ne *se reconnaît pas* dans l'effort qu'il fait : il reçoit simplement le savoir de manière obéissante (Radford, 2014). Nous devons donc continuer notre réflexion afin de mieux comprendre ce qui manque. Comment qualifier le travail afin qu'à la place d'être aliénant, le travail d'apprentissage soit plutôt un travail où se réalisent les sujets qui y participent ?

Travail conjoint

Dans ses réflexions sur le travail aliénant, une fois qu'il a dégagé certains traits qui caractérisent ce type de travail amenant ainsi les individus à ne pas produire comme des êtres humains, Marx parvient à se poser la question de ce qui pourrait être un travail non aliénant. Il nous offre le passage suivant :

Supposons que nous produisions comme des êtres humains : chacun de nous s'affirmerait doublement dans sa production, soi-même et l'autre. 1° Dans ma production, je réaliserais mon individualité, ma particularité ; j'éprouverais, en travaillant, la jouissance d'une manifestation individuelle de ma vie, et, dans la contemplation de l'objet, j'aurais la joie individuelle de reconnaître ma personnalité comme une puissance réelle, concrètement saisissable et échappant à tout doute. 2° Dans ta jouissance ou ton emploi de mon produit, j'aurais la joie spirituelle immédiate de satisfaire par mon travail un besoin humain, de réaliser la nature humaine et de fournir au besoin d'un autre l'objet de sa nécessité. 3° J'aurais conscience de servir de médiateur entre toi et le genre humain, d'être reconnu et ressenti par toi comme un complément à ton propre être et comme une partie nécessaire de toi-même, d'être accepté dans ton esprit comme dans ton amour. 4° J'aurais, dans mes manifestations individuelles, la joie de créer la manifestation de ta vie, c'est-à-dire de réaliser et d'affirmer dans mon activité individuelle ma vraie nature, ma sociabilité humaine [*Gemeinwesen*].

Nos productions seraient autant de miroirs où nos êtres rayonneraient l'un vers l'autre. (Marx, 1968, p. 33)

Le travail non aliénant, tel qu'il est présenté ici par Marx, repose, on le voit, sur une production qui n'est pas seulement production d'énergie, mais en même temps relation à *l'autre* : « chacun de nous s'affirmerait doublement dans sa production, soi-même et l'autre ». Marx ne le dit pas, mais ce que cela veut dire est que le travail non aliénant est inévitablement une affaire *éthique*. Bien sûr, le travail aliénant — celui de l'enseignement traditionnel, par exemple — est éthique aussi. Dans l'enseignement traditionnel, ce que le professeur fait, est fait à l'intention de l'élève. Il y a bel et bien une éthique ici en jeu : dès qu'on voit de près, on se rend compte que c'est celle de l'assujettissement de l'autre. C'est l'éthique de l'autorité et de l'obéissance. Dans le passage des *Manuscrits Parisiens* que Marx nous offre ci-dessus, il s'agit d'une *autre* éthique. Ici, Marx suit Hegel de près qui voyait

dans la reconnaissance de l'Autre en tant que sujet « libre » et égal (Hegel, 1978, p. 57) le nœud de la relation éthique fondamentale⁶.

Revenons à notre exemple de la classe de 2e année ci-dessus. Ce que nous voyons, c'est que l'enseignante et les élèves s'activent⁷. Encore plus important, ce que nous voyons c'est qu'ils travaillent ensemble :

De son côté, l'enseignante n'enseigne pas au sens traditionnel du terme. Elle travaille *avec* et *pour* les élèves — et vice-versa. En effet, comme on le voit dans le dialogue ci-dessus et dans les photos, l'enseignante *suggère* une nouvelle façon de percevoir les termes. Elle ne dit pas quoi faire : ses actions sont plutôt une *invitation* à regarder les termes de la suite *autrement*⁸.

De leur côté, les élèves n'apprennent pas au sens traditionnel du terme. Ils ne restent pas passifs à écouter l'enseignante. En acceptant l'invitation de l'enseignante, ils s'engagent dans cette nouvelle façon de voir les termes de la suite, même si au départ ils ne peuvent pas savoir ce dont il s'agit exactement. S'ils le savaient déjà, il n'y aurait rien à apprendre.

De ce travail conjoint sur les termes de la suite résulte le dégagement d'une relation algébrique entre les variables : une *œuvre commune*, une manière algébrique d'attaquer cette suite. C'est la matérialisation d'un savoir mathématique qui vient envahir la salle de classe, comme la musique envahirait une salle de concerts. Il n'y a pas deux activités ou deux travaux en parallèle : celui de

⁶ Comme nous l'avons mentionné ci-dessus, Leont'ev (2005 2009a 2009b) a souligné l'importance du motif et de l'objet de l'activité (Tätigkeit). Nous suivons Leont'ev dans cette conceptualisation de l'activité. Mais nous poussons la théorisation dans une direction complémentaire afin de formuler l'activité comme entité fondamentalement éthique, ce qui nous paraît primordial pour aborder la problématique de l'activité d'enseignement-apprentissage qui est au centre des préoccupations de la TO. Ainsi, plutôt que voir l'activité sur l'angle objet/motif/action/but/operations/conditions, nous la voyons sur deux axes complémentaires : celui de ses modes de production et celui de ses formes de collaboration humaine (voir Radford, 2019c).

⁷ Dans un travail précédent (voir chapitre 5 dans D'Amore et Radford, 2017), nous distinguons deux composantes de l'activité : une composante appelée « didactique » et une composante appelée « activité proprement dite ». Dans la première a lieu la planification que fait le professeur du déroulement de l'activité (le choix des problèmes, l'organisation des problèmes, etc.). Dans la deuxième a lieu l'activité d'enseignement-apprentissage : c'est ce qui se passe effectivement en salle de classe, pendant la période des mathématiques.

⁸ Une analyse prosodique de l'épisode en question révèle la manière dont l'enseignante joue avec l'intonation, l'accentuation et le rythme des mots pour formuler l'invitation aux élèves. C'est un moment hautement affectif dans le déroulement de la leçon et dans l'entrée au travail conjoint (pour une étude prosodique, voir Roth et Radford, 2011).

l'enseignante et celui des élèves. Il n'y a pas une activité d'enseignement et une activité d'apprentissage, mais une seule activité d'enseignement-apprentissage. Il y a un seul travail⁹.

Comment donc nommer ce travail qui n'est ni celui de l'enseignement traditionnel ni celui d'un travail antagonique entre professeur et élève ni un agir centré sur soi-même comme c'est le cas du constructivisme ? *Travail conjoint*. C'est un travail où les uns et les autres s'affirment dans leur production et se réalisent comme humains dans ce qu'ils font. Il ne s'agit pas de l'éthique de l'obéissance. Il ne s'agit pas non plus de l'éthique constructiviste de la liberté et de l'autonomie de l'élève, mais de ce que nous avons appelé une *éthique communautaire* (Radford, 2019c), définie par la responsabilité, la solidarité et le soin de l'autre. *Travail conjoint* est donc ce terme que nous cherchions pour nommer ce type d'activité (*Tätigkeit*) qui n'est pas aliénante. Sa caractéristique passe par la pratique d'une éthique communautaire. Dans la TO, il oriente l'action didactique en salle de classe.

Il est facile à voir, il me semble, qu'il y a plusieurs points potentiels de contact entre la TO et la Théorie des espaces de travail mathématique. Les deux théories se tournent du côté du travail, l'une « in order to identify precisely the meaning of mathematics when it is considered through the idea of work » (Kuzniak et Vivier, 2019, p. 3073), l'autre pour comprendre l'apprentissage des mathématiques. Il y a une convergence générale, dirais-je, dans l'idée que la production des mathématiques et leur apprentissage reposent sur un agir, sur une activation des individus. On peut alors poser la question de la place du contenu spécifique (en l'occurrence, le contenu mathématique) dans le concept d'apprentissage et le concept de travail conjoint de la TO. S'il est vrai qu'il y a une analyse épistémologique derrière les tâches mathématiques proposées aux élèves dans la TO (voir, par exemple, D'Amore et Radford, 2017), l'analyse épistémologique menée à l'intérieur de la Théorie des Espaces de Travail Mathématique apporte une profondeur et des nuances qui ne peuvent que jeter un éclairage important sur ce qu'un certain contenu culturel implique par rapport à son apprentissage. L'éclairage épistémologique peut mieux nous renseigner sur les enjeux sous-jacents à la rencontre des élèves avec les mathématiques en tant que forme historico-culturelle de penser le monde. Je ne crois pas qu'un tel éclairage épistémologique exige l'adoption d'une position de « récapitulation » entre phylogénèse et ontogénèse (c'est-à-dire, l'adoption de la position selon laquelle la formation d'une pensée mathématique chez l'individu suit le même trajet que la formation de la pensée

⁹ Bien sûr, cela ne veut pas dire que l'enseignante fait la même chose que les élèves. Il y a évidemment une division du travail. L'enseignante a une perspective sur l'activité d'enseignement-apprentissage que les élèves n'ont pas. Leur rapport au savoir n'est pas le même. Cette différence dans le rapport au savoir vient créer nécessairement une asymétrie dans la symétrie du travail conjoint. Toutefois, l'existence d'une telle asymétrie n'anéantit pas automatiquement la possibilité du travail conjoint. Mais pour que l'anéantissement n'ait pas lieu, il y a un prix à payer : il faut que les élèves abandonnent la place d'obéissance et soumission qu'on leur assigne dans l'enseignement traditionnel. Et il faut aussi et que l'enseignante abandonne la place patriarcale qu'on lui assigne dans ce type d'enseignement vis-à-vis le savoir.

mathématique elle-même ; pour une critique de la position de récapitulation, voir Furinghetti et Radford, 2008 ; Radford et Puig, 2007).

Réciproquement, les conditions et spécificités que la TO cherche à clarifier par rapport à l'apprentissage et en particulier par rapport à sa nature culturelle, sociale et collective et les questions de pouvoir qui émergent comme résultat de l'asymétrie du travail conjoint peuvent ouvrir des pistes de recherches pour mieux comprendre la communication et l'interaction qui entourent l'apprentissage des mathématiques dans la Théorie des Espaces de Travail Mathématique.

Une « expérience limite » pourrait être l'étude conjointe de situations d'apprentissage des mathématiques dans un contexte culturel assez différent de ceux sur lesquels nos recherches respectives se sont penchées jusqu'à maintenant. On serait obligé de sortir de notre quotidienneté et de travailler conjointement et s'appuyer l'un sur l'autre et vice-versa pour produire du sens et essayer d'aller plus loin.

Crédits

Cet article est le résultat d'un programme de recherche financé par le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada / Social Sciences and Humanities Research Council of Canada (SSHRC/CRSH).

Références

- Arendt, H. (1958a). *The human condition*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Arendt, H. (1958b). The modern concept of history. *The Review of Politics*, 20(4), 570-590.
- Arzarello, F., Bazzini, L., & Chiappini, C. (1994). *L'algebra come strumento di pensiero, Analisi teorica e considerazioni didattiche* (6). Pavia: Dipartimento di Matematica, Università di Pavia, Progetto Strategico del C.N.R.
- Bartolini Bussi, M. (1991). Social interaction and mathematical knowledge. In F. Furinghetti (Ed.), *Proceedings of the Fifteenth Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 1-16). Assisi, Italy: PME.
- Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M., A. (1999). Semiotic mediation: From history to the mathematics classroom. *For the Learning of Mathematics*, 19(2), 27-35.
- Bartolini Bussi, M., & Mariotti, M., A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artefacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (2nd Edition) (pp. 746-783). New York: Routledge, Taylor and Francis.
- Bishop, A. J. (1991). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.

- Boero, P., Pedemonte, B., & Robotti, E. (1997). Approaching theoretical knowledge through voices and echoes: A Vygotskian perspective. In *Proceedings of the XXI International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 81-88). Lahti (Finland).
- Brousseau, G. (1997). *La théorie des situations didactiques*. Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer.
- Brousseau, G. (2005). Réponses orales à Gérard Vergnaud. In M.-H. Salin, P. Clanché, & B. Sarrazy (Eds.), *Sur la théorie des situations didactiques* (pp. 22-28). Grenoble: La pensée sauvage.
- Cobb, P., Stephen, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2001). Participating in Classroom Mathematical Practices. *The Journal of the Learning Sciences*, 10(1-2), 113-163.
- Cobb, P., & Thomson, P. (1998). On relationships between psychological and sociocultural perspectives. In S. Berenson, K. Dawkins, & M. Blanton (Eds.), *Proceedings of the annual meeting of the North American Chapter of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol. 1, pp. 3-26). Raleigh, NC: PME-NA.
- Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, 31(3/4), 175-190.
- D'Amore, B., & Radford, L. (2017). *Enseñanza y aprendizaje de la matemática: Problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*. Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Furinghetti, F., & Radford, L. (2008). Contrasts and oblique connections between historical conceptual developments and classroom learning in mathematics. In L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (2nd Edition) (pp. 626 - 655). New York: Taylor and Francis.
- Gal'perin, P. (1967). On the notion of internalization. *Soviet Psychology*, 5(3), 28-33.
- Gal'perin, P. (1992). Stage-by-stage formation as a method of psychological investigation. *Journal of Russian and East European Psychology*, 30(4), 60-80.
- Gerstenmaier, J., & Mandl, H. (2001). Constructivism in Cognitive Psychology. In N. J. Smelser & P. B. Baltes (Eds.), *International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences* (pp. 2654-2659). Oxford: Pergamon.
- Gilson, E. (1939). *Reason and revelation in the Middle Ages*. New York: Charles Scribner's sons.
- Harré, R., & Gillett, G. (1994). *The discursive mind*. London: Sage.
- Hegel, G. (1978). *Hegel's philosophy of subjective spirit*. Vol. 3 (M. J. Petry, Ed.). Dordrecht: D. Reider.

- Hegel, G. (1991). *The Encyclopaedia Logic. Part I of the Encyclopaedia of Philosophical Sciences* (T. F. Geraets, W. A. Suchting, & H. S. Harris, Trans.). Indianapolis / Cambridge: Hackett Publishing Company, Inc.
- Hegel, G. (2009). *Hegel's logic*. (W. Wallace, Trans.). Pacifica, CA: MIA.
- Kuzniak, A., Tanguay, D., & Elia, I. (2016). Mathematical working spaces in schooling: An introduction. *ZDM*, 48), 721-737.
- Kuzniak, A., & Vivier, L. (2019). An epistemological and philosophical perspective on the question of mathematical work in the mathematical working space theory. In U. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the eleventh congress of the European society for research in mathematics education* (pp. 3070-3077). Utrecht: ERME.
- Lerman, S. (1996a). Guest editorial. *Educational Studies in Mathematics* (Special Issue: Socio-cultural Approaches to Mathematics Teaching and Learning), 31(1-2), 1-9.
- Lerman, S. (1996b). Intersubjectivity in mathematics learning: A challenge to the radical constructivist paradigm? *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(2), 133-150.
- Leont'ev, A. N. (1997). On Vygotsky's creative development. In Vygotsky, L. S. *Collected works* (Vol. 3) (pp. 9-32). New York: Plenum.
- Leont'ev, A. N. (2005). The genesis of activity. *Journal of Russian and East European Psychology*, 43(4), 58-71.
- Leontyev, A. N. (2009a). *The development of mind*. Pacifica, CA: MIA.
- Leontyev, A. N. (2009b). *Activity and consciousness*. Pacifica, CA: MIA.
- Levine, L. B., & Fish, L. (1999). The integration of constructivism and social constructionist theory in family therapy: A Delphi study. *Journal of Systemic Therapies*, 18(1), 58-84.
- Lorsbach, A., & Tobin, K. (1992). Constructivism as a referent for science teaching. *NARST Newsletter*, 30, 5-7.
- Macherey, P. (2008). *Marx 1845. Les thèses sur Feuerbach*. [Marx 1845. *The Theses on Feuerbach*]. Paris: Éditions Amsterdam.
- Martin, J. (2004). The educational inadequacy of conceptions of self in educational psychology. *Interchange: A Quarterly Review of Education*, 35, 185-208.
- Marx, K. (1968). *Oeuvres. Économie II*. (M. Rubel, Ed.). Paris: Pléiade.
- Marx, K. (1982). *Œuvres. Tome III. Philosophie*. (M. Rubel, Ed.). Paris: Gallimard.
- Marx, K. (2007). *Manuscripts económico-philosophiques de 1844*. (F. Fischbach, Trans.). Paris: Vrin.
- Mazure, M. A. (1863). *Dictionnaire étymologique de la langue française*. Paris: Librairie classique d'Eugène Belin.

- Mészáros, I. (2010). Social structure and forms of consciousness. New York: Monthly Review Press.
- Piaget, J. (1970). *Psychologie et épistémologie*. Paris : Éditions Gonthier.
- Radford, L. (2001). The historical origins of algebraic thinking. In R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell, & R. Lins (Eds.), *Perspectives on School Algebra* (pp. 13-63). Dordrecht: Kluwer.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking), pp. 103-129 (<http://luisradford.ca>).
- Radford, L. (2007). Towards a cultural theory of learning. In D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME – 5)* (pp. 1782-1797). Larnaca, Cyprus.
- Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. In L. Radford, G. Schubring, & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education: epistemology, history, classroom, and culture* (pp. 215-234). Rotterdam: Sense Publishers.
- Radford, L. (2012). Education and the illusions of emancipation. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1), 101-118.
- Radford, L. (2013a). Sensuous cognition. In D. Martinovic, V. Freiman, & Z. Karadag (Eds.), *Visual mathematics and cyberlearning* (pp. 141-162). New York: Springer.
- Radford, L. (2013b). Three key concepts of the theory of objectification: Knowledge, Knowing, and Learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7-44.
- Radford, L. (2014). On teachers and students: An ethical cultural-historical perspective. In P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle, & D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 1, pp. 1-20). Vancouver: PME.
- Radford, L. (2018a). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, 12(2), 61-80.
- Radford, L. (2018b). A cultural-historical approach to teaching and learning: The theory of objectification. In F.-J. Hsieh (Ed.), *Proceedings of the 8th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education*. Vol 2 (pp. 137-147). Taipei, Taiwan : EARCOME.
- Radford, L. (2019a). Une théorie vygotskienne de l'enseignement-apprentissage : la théorie de l'objectivation. In J. Pilet & C. Vendeira (Eds.), *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM 2018* (pp. 314-332). Paris: IREM de Paris – Université Paris Diderot.
- Radford, L. (2019b). So, you say that doing math is like playing music ? The mathematics classroom as a concert hall. *La matematica e la sua didattica*, 27(1), 69-87.
- Radford, L. (2019c). Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. In S. Takeco Gobara & L. Radford (Eds.), *Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática* (pp. 15-42). São Paulo, Brazil: Livraria da Física.

- Radford, L., & Puig, L. (2007). Syntax and Meaning as Sensuous, Visual, Historical Forms of Algebraic Thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 66, 145-164.
- Roth, W.-M., & Radford, L. (2011). A cultural historical perspective on teaching and learning. Rotterdam: Sense Publishers.
- Sfard, A. (2008). Thinking as communicating. Cambridge: Cambridge University Press.
- Spinoza, B. (1989). Ethics including the improvement of the understanding. (R. Elwes, Trans.). Buffalo: Prometheus. (Original work published 1667)
- Thompson, P. (2014). Constructivism in Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 96-100). New York: Springer.
- Valero, P. (2004). Postmodernism as an attitude of critique to dominant mathematics education research. In P. Walshaw (Ed.), *Mathematics education within the postmodern* (pp. 35-54). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Veresov, N. (1999). Undiscovered Vygotsky. Etudes on the pre-history of cultural-historical psychology. Frankfurt: Peter Lang.
- Vergnaud, G. (2005). Questions de Gérard Vergnaud. In M.-H. Salin, P. Clanché, & B. Sarrazy (Eds.), *Sur la théorie des situations didactiques* (pp. 18-22). Grenoble: La pensée sauvage.
- Vivier, L. (2019). Portée et usage du travail mathématique dans le cadre de la théorie des ETM. Deuxièmes Journées Espace de Travail Mathématique. Université Paris-Diderot. Paris, 21 et 22 octobre 2019.
- von Glasersfeld, E. (1983). Learning as a constructive activity. In J. C. Bergeron & N. Herscovics (Eds.), *Proceedings of the fifth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 41-69). Montreal: Université de Montréal: Faculté de Science de l'Éducation.
- von Glasersfeld, E. (1995). Radical constructivism: A way of knowing and learning. London: The Falmer Press.
- Vygotsky, L. S. (1987). Collected works (Vol. 1). New York: Plenum.
- Vygotsky, L. S. (1997a). Educational psychology. Boca Raton, Florida: St. Lucie Press.
- Vygotsky, L. S. (1997b). Collected works (Vol. 3). New York: Plenum Press.
- Vygotsky, L. S. (1998). Collected works (Vol. 5). New York: Plenum Press.
- Vygotsky, L. S. (1999). Collected works (Vol. 6). New York: Plenum.
- Watzlawick, P. (1988). L'invention de la réalité. Paris: Éditions du Seuil.