

UNE CONTRIBUTION A L'ETUDE DE CONDITIONS ET DE CONTRAINTES DETERMINANT LES PRATIQUES ENSEIGNANTES DANS LE CADRE DE MISES EN ŒUVRE D'UN PARCOURS D'ETUDE ET DE RECHERCHE EN MATHEMATIQUES AU COLLEGE

Karine **BERNAD**

Docteure en Sciences de l'éducation de l'université d'Aix-Marseille

bernad.karine@gmail.com

Résumé

Cette recherche (Bernad, 2017) vise à déterminer des éléments de l'*équipement praxéologique* d'un enseignant, utiles pour la réalisation du projet de mise en œuvre d'un *parcours d'étude et de recherche* (PER) monodisciplinaire et finalisé par l'étude des programmes de mathématiques français en vigueur durant la période 2013-2015.

Sollicitant le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD), cette enquête étudie les conditions et contraintes influant sur le processus de *transposition didactique interne* que conduisent deux enseignants depuis l'appropriation d'un document qui leur est fourni, et dans lequel sont décrites les organisations mathématiques et didactiques visées, jusqu'à la réalisation didactique dans la classe. Elle s'appuie sur une *étude clinique* visant l'analyse des *praxéologies didactiques* activées par ces enseignants, dans lesquelles apparaissent leurs rapports personnels aux mathématiques, à leur enseignement et leur apprentissage et au métier d'enseignant. Celles-ci, confrontées à l'étude de l'*équipement praxéologique* d'un troisième enseignant offrant des conditions favorables à la réalisation d'un PER, mettent en évidence un modèle épistémologique dominant et révèlent des *besoins infrastructurels mathématiques et didactiques du professeur*.

Mots clés

Parcours d'étude et de recherche ; praxéologies didactiques ; transposition didactique interne ; étude clinique ; besoins infrastructurels mathématiques et didactiques du professeur.

I. INTRODUCTION

Cette recherche (Bernad, 2017) s'inscrit dans le domaine d'étude de questions relatives à la réception et à la diffusion de *parcours d'étude et de recherche* (PER) (Chevallard, 2011) au sein de la communauté enseignante au collège. La notion de PER, issue de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD), a émergé, au cours des années 2000, dans le prolongement de celle d'*activité d'étude et de recherche* (AER). La TAD soutient que domine, dans les établissements scolaires de l'enseignement français, le *paradigme de la visite des œuvres* (Chevallard, 2007), sous lequel les raisons d'être des savoirs enseignés ne sont probablement pas rencontrées par les élèves. Plusieurs rapports de recherche dont celui

produit à l'initiative de l'UNESCO, intitulé « Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base » et coordonné par Artigue (2012), insistent sur la nécessité de disposer, pour un enseignant, de connaissances spécifiques sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, lui permettant d'installer des conditions favorables à ce que les élèves développent un rapport fonctionnel aux mathématiques enseignées. De 2006 à 2015, une recherche nationale impliquant des enseignants et des didacticiens de mathématiques¹, Parcours d'Étude et de Recherche Mathématiques de l'Enseignement Secondaire (PERMES), a été initiée par la Commission Inter IREM Didactique et soutenue par l'Institut Français d'Éducation (IFÉ-ENS de Lyon). Un fort présupposé de ce réseau est de considérer les notions d'AER et de PER comme des moyens de faire évoluer l'enseignement « ordinaire », c'est-à-dire tel qu'il existe dans des classes où sont étudiées les mathématiques préconisées par les programmes sans que soient organisées des interventions par des chercheurs sur les pratiques. Aussi mon travail de doctorat s'est initialement orienté vers l'étude de la question suivante : Sous quelles conditions de formation des enseignants et tenant compte de quelles contraintes systémiques est-il possible d'implanter des PER dans le système d'enseignement actuel ? Le questionnement étant relatif à la notion de PER, j'ai principalement utilisé les modélisations que fournit la TAD. En particulier, les réalisations didactiques d'un PER ont été analysées en termes de *praxéologies didactiques* développées par des enseignants qui accomplissent le projet de mettre en œuvre un PER.

La première partie de ce texte présente des résultats de recherche à partir desquels des pratiques enseignantes ont été analysées et des conditions sous lesquelles leur étude a été menée. La seconde partie est consacrée à l'énoncé de la problématique de cette recherche et à l'explicitation de certains aspects méthodologiques du dispositif d'enquête développée pour l'étudier. Dans la troisième partie, je présenterai des résultats que ce travail apporte, en particulier ceux qui font ressortir le poids de certaines contraintes pesant sur les systèmes didactiques observés et qui m'ont conduite à formuler des besoins relatifs à la formation des enseignants. En conclusion, je terminerai en proposant des perspectives de recherche auxquelles une poursuite de ce travail pourrait contribuer.

II. ÉTUDIER DES PRAXEOLOGIES DIDACTIQUES DU PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES AYANT LE PROJET DE METTRE EN ŒUVRE UN PER

Cette recherche s'est donnée comme objet d'étude principal, les *praxéologies didactiques* du professeur engagé dans le projet de mettre en œuvre un PER, c'est-à-dire des *praxéologies* qu'il active pour diriger l'étude des élèves dans le cadre d'un enseignement par PER. Bosch et Gascón (2002, p. 24) confèrent trois spécificités aux *praxéologies didactiques du professeur* :

- celle d'être *empiriques* : les *praxéologies didactiques*, constituées de lacunes, d'éléments accidentels ayant un caractère contradictoire, relèvent de la *contingence*,
- celle d'être *spontanées* : non nécessairement organisées à l'avance, elles contiennent des éléments implicites, s'activent de manière fortement naturalisée,

¹ En septembre 2009, ce réseau regroupait alors environ quatre-vingts personnes réparties au niveau national dans les groupes *didactique* des IREM de neuf académies : Aix-Marseille, Bordeaux, Caen, Clermont-Ferrand, Dijon, Grenoble, Montpellier, Nice et Poitiers.

- celle d'être « du professeur » : dans le sens où elles dépendent « de ses assujettissements aux diverses institutions qu'il aura parcourues, ce qui lui confère sans doute une individualité ou une unité particulière ».

Ces auteurs (Ibid., p. 25) soulignent que, dans le cadre de la TAD, les connaissances d'un professeur particulier, dans une situation d'enseignement particulière, résultent d'

« un amalgame d'emprunts institutionnels divers, qui appartiennent souvent à des "strates historiques" différentes, et qui s'appuient sur des dispositifs et des structures variés dont les fonctions sont parfois méconnues et ne cessent de changer au cours du temps. »

En conséquence, les praxéologies didactiques des professeurs sont supposées être des constructions institutionnelles dans le sens où les personnes, parce qu'elles rentrent dans des institutions dont elles deviennent des sujets, peuvent activer des savoir-faire associés à des tâches d'un certain type, justifiés par des discours parfois implicites, mais institutionnellement partagés. Ainsi, j'ai interprété des éléments relatifs à l'expression de la *praxis* et du *logos* de chacun des enseignants impliqués dans cette recherche, comme des effets de leurs assujettissements institutionnels éventuels afin de reconstituer des praxéologies didactiques qu'ils activent. J'ai mené ce travail d'interprétation, guidée par le fait anthropologique selon lequel « il n'est pas de *praxis* sans *logos* ; il n'est pas de *logos* à jamais innocent d'implications "*praxiques*" » (Chevallard, 2002a, p. 4),

Je vais maintenant présenter un ensemble de conditions sous lesquelles cette étude a été menée, mises en place par un dispositif de travail collaboratif entre enseignants et chercheurs, le *lieu d'éducation associé* (LéA) à l'IFÉ « Réseau collège Marseilleveyre » (RcM). J'expliquerai ensuite certains termes du contrat me liant, dans la position de chercheur, aux enseignants que j'ai observés.

1. Un ensemble de conditions pour l'étude des praxéologies didactiques d'un enseignant

Le LéA Réseau collège Marseilleveyre (2012-2018)

Les *lieux d'éducation associés* (LéA) ont été conçus en 2011, à la création de l'IFÉ au sein de l'ENS de Lyon, comme un dispositif visant à promouvoir des recherches collaboratives en éducation ayant un ancrage dans les pratiques des acteurs de terrain. Chaque LéA a été fondé à partir de questionnements partagés par des chercheurs et des praticiens, et relatifs à des enjeux d'apprentissage, d'enseignement, d'éducation.

Le LéA RcM réunissait, durant les observations, cinq enseignants, un chercheur et moi-même². Ce collectif élabore des PER et en expérimente d'autres, conçus dans le cadre du réseau PERMES. Les travaux de ce LéA se sont développés selon deux axes :

- l'étude des conditions sous lesquelles un type d'enseignement fondé sur des PER monodisciplinaires et finalisés par l'étude des programmes peut vivre au sein d'un collège « standard » et des contraintes dont il faut tenir compte,
- l'étude des effets produits par une telle forme d'enseignement sur les apprentissages mathématiques des élèves et leur rapport à leur étude³.

À partir de septembre 2014, deux enseignants, que je désigne par y_1 et y_2 , nouvellement arrivés dans le LéA, ont décidé de mettre en œuvre un PER, antérieurement conçu par des membres du groupe didactique de l'IREM d'Aix-Marseille. Ce PER est une proposition

² De 2013 à 2017, j'ai été chargée d'étude à l'IFÉ et l'une de mes missions était de contribuer aux travaux de ce LéA.

³ Cette étude est présentée dans Bernad (2017, p. 51-61).

d'enseignement des nombres relatifs en 5^e, qui s'inscrivaient dans les préconisations des programmes édités en 2008 et en vigueur jusqu'en juin 2016. J'ai décidé d'observer les pratiques de ces deux professeurs lorsqu'ils ont réalisé, en classe, l'ensemble de ce PER. Aussi ai-je étudié la question de la prise en mains d'un PER par des enseignants qui n'ont pas participé à sa conception et qui n'ont pas eu de contact avec le dispositif LéA. Cela m'a permis de suivre « au plus près » les difficultés qui se posent aux professeurs qui n'ont pas *a priori* d'expérience dans cette forme d'enseignement. Dans ce qui suit, la lettre *E* désigne la position de chercheur, étudiant les pratiques des enseignants y_1 et y_2 sous un ensemble de conditions, dont une description est donnée dans le paragraphe suivant.

Les attentes des enseignants y_1 et y_2

Plusieurs aspects du cadre d'étude mis en place pour mettre en lumière des éléments des praxéologies didactiques des deux professeurs sont à souligner. Tout d'abord, le contrat de recherche, relatif aux mises en œuvre d'un PER, réglant les interactions entre *E* et les enseignants y_1 , y_2 , repose sur celui installé dans le LéA Rcm. En effet, le dispositif d'étude mis en place dans ce LéA crée une institution qui soutient les enseignants à expérimenter, dans une classe, des PER et rend possible l'étude de leurs pratiques par les chercheurs. Le chercheur *E* a invoqué une diffusion du PER auprès d'un nombre important d'enseignants pour justifier, auprès des professeurs y_1 et y_2 , le recueil de l'ensemble des données et la nécessité d'étudier et de comprendre ce qui se passait dans leurs classes. En référence à la définition d'*ingénierie didactique pour le développement de ressources et la formation* donnée par Perrin-Glorian (2011), les travaux développés au sein du LéA visent à assumer une « fonction de développement », en produisant des « ressource(s) utilisables par les enseignants » (p. 69) et, une fonction de formation, en visant « l'apprentissage professionnel des enseignants à travers l'analyse, la production et la modification de situations pour les élèves » (p. 69). Cette étude s'est inscrite dans une « *fonction de recherche* », par la mise en évidence de contraintes, depuis la position de professeur, influant sur le développement de formes d'enseignement fondées sur les mises en œuvre de PER et par l'identification des conditions les facilitant. Ensuite, faire « évoluer *sa pratique* » et participer à un collectif qui réfléchit sur *la façon d'enseigner* constituent les principales motivations des enseignants y_1 et y_2 . En particulier, lors d'un entretien individuel organisé en octobre 2014, auprès des deux enseignants⁴, voici la réponse de y_1 :

« déjà pour expliquer un petit peu ce qui m'a motivé : dans mon parcours, cela fait 10 ans que je suis prof, j'ai fait 7 ans dans un établissement, un petit collège un peu comme ..., à part que j'avais un public beaucoup plus favorisé. Mais c'était quand même une petite structure et donc j'avais deux collègues de maths. Donc on était une bonne équipe de trois. En 7 ans, on a beaucoup travaillé ensemble, mais finalement au bout d'un an ou deux ou trois, nous n'étions plus qu'une personne. Il n'y avait plus d'idées nouvelles qui venaient vraiment. Bon, moi, j'ai senti que ça tournait bien, c'était très bien, mais j'ai pas forcément beaucoup évolué dans ma pratique pendant ces années-là. Je suis arrivée au collège de xxx et là, j'avais un public complètement différent. Il a fallu que j'adapte mes façons d'enseigner. Mon adaptation, ça a été, j'ai peut-être eu, j'ai eu des exigences différentes, en fait envers mes élèves. Mais finalement, je restais quand même avec ma façon de fonctionner, même si voilà je m'adaptais un petit peu à mon public, je suis restée avec mes idées. C'est vrai que, là, c'était plus compliqué de travailler en équipe, là où je suis à » (l. 4)

L'enseignant y_1 a ensuite complété par :

⁴ Les citations suivantes sont extraites de transcriptions disponibles dans l'annexe 6 de ma thèse (Bernad, 2017).

« on est que trois et pas une équipe stable, en fait. Et donc, c'est vrai que ... cela tournait bien dans l'ancien collège. Ce que je faisais, je donnais à manger à mes élèves, ils prenaient ce que je leur donnais, ils se nourrissaient de ça. C'était très bien xxx, et puis c'est vrai que les élèves que j'ai ici, ils me posent beaucoup plus souvent la question : À quoi ça sert les maths ? Mais, ça, on s'en servira pas et pourquoi on apprend ça ? Et oui, je me suis questionnée, j'ai envie d'amener un problème concret pour avancer mes cours. Et puis, j'ai eu cette convocation l'année dernière. Et donc, effectivement, quand vous avez présenté ce que vous faisiez, j'ai trouvé que ça collait avec ce vers quoi j'avais envie d'aller, donc une envie de partager, de travailler avec d'autres collègues et en plus cet état d'esprit qui correspondait à ce vers quoi je voulais aller. » (l. 8)

Enfin, son intérêt pour les travaux développés dans le LéA s'appuie sur deux constats : une pratique d'enseignant qui n'évolue pas malgré une envie de changement et la confrontation à des difficultés d'enseignement auprès d'élèves demandant « à quoi ça sert les maths ? ». Ainsi l'enseignant y_1 ressent le besoin de travailler « en équipe » et l'envie de faire évoluer ses « idées ». Nous retrouvons également ces attentes dans la réponse que donne y_2 :

« ce qui m'a motivé...ce sont les réunions qu'on a faites. La première réunion, je ne sais plus quand on l'a faite, c'était la première formation qu'on a eue, où on a été tous convoqués. Je me suis dit pourquoi pas changer, c'est vrai que ce que l'on fait actuellement, cela ne me semble pas complètement satisfaisant. Donc essayons de changer pour voir si on peut améliorer les choses. Ça, c'est la première chose. La deuxième, c'est quand j'ai vu comment vous fonctionnez : se retrouver tous les quinze jours, travailler sur le fond, comment on va introduire sur les notions, comment les aborder. Je trouve ça super, c'est quelque chose que l'on n'a pas tellement le temps de faire. Je trouve ça super. C'est vrai que l'équipe de maths, ici, on se retrouve mais pour des choses techniques sur le brevet commun... Se retrouver autour d'une table. Cette notion-là, comment on la fait passer aux élèves je trouve qu'on n'a pas beaucoup l'occasion de le faire, de le faire en groupe. Je me trouve un peu seule pour travailler. J'ai trouvé ça super. » (l. 2)

Concernant des choix mathématiques et didactiques du PER expérimenté par y_1 et y_2

Un document écrit, fourni aux enseignants y_1 et y_2 , a participé à régler les interactions qu'ils ont eues avec E . Il s'agit d'une mise en texte du PER, résultant de retours d'expérimentations réalisées, pendant plusieurs années par les trois autres professeurs du LéA. Y sont explicitées les organisations didactiques à mettre en œuvre et les organisations mathématiques à construire⁵, qui reposent sur l'élément théorique selon lequel l'algèbre élémentaire est définie comme la science des calculs sur les programmes de calcul⁶. L'une des fonctions de ce document est d'aider les professeurs à anticiper des décisions qu'ils auront fort probablement à prendre. Cette proposition d'enseignement, découpée en quatre séquences, prévoit de définir les nombres relatifs, durant les deux premières, comme opérateurs additif ou soustractif, simplifiant un programme de calcul du type « ajouter tel nombre soustraire tel nombre ». Deux types de tâches sont étudiés conjointement :

- T_1 , qui consiste à « effectuer mentalement un calcul du type $a + b - c$, a , b et c étant des nombres entiers naturels donnés »,
- T_2 , qui consiste à « déterminer un programme de calcul équivalent le plus simple de $+ b - c$ ».

Les valeurs des nombres a , b et c sont considérées comme des variables didactiques. Par exemple, proposer aux élèves d'effectuer un calcul de ce type avec des nombres b et c

⁵ Ce document comporte 51 pages et constitue l'annexe 1 de ma thèse.

⁶ Selon la formulation due à Yves Chevallard au séminaire des PLC2 2004-2005.

« proches » les incite à déterminer d'abord la différence $b - c$ puis lui ajouter le nombre a . Cette technique est bloquée dans le cas d'un calcul comme $4374 + 45 - 46$. Celui-ci, s'avérant problématique, permet de centrer l'activité de la classe sur l'étude du type de tâches T_2 , qui porte la raison d'être choisie des nombres relatifs dans cette transposition. Des extraits de séances durant lesquelles les élèves ont à accomplir des tâches relevant de ces types illustreront les analyses présentées dans ce qui suit.

III. PROBLEMATIQUE ETUDIEE ET ASPECTS METHODOLOGIQUES

La mise en place des conditions précédemment explicitées a rendu possible la création d'une *institution*⁷ d'observation en laquelle les personnes qui l'ont fréquentée, ici les enseignants y_1 et y_2 , ont explicité certains éléments de leurs pratiques. Il s'agissait de saisir « ensemble » la *praxis* et le *logos* auxquels ils recourent et de mettre ainsi au jour des éléments de leur *équipement praxéologique*, constitué du système des praxéologies qu'ils peuvent mobiliser à un moment donné de leur histoire. J'ai étudié la problématique suivante :

Quel équipement praxéologique peut-il être jugé indispensable ou simplement utile afin que tel enseignant accomplisse son projet de mettre en place, dans une classe de 5^e d'un collège français, tel PER visant l'étude d'organisations mathématiques autour du secteur⁸ *Nombres relatifs entiers et décimaux : sens et calculs* ?

Étudier l'équipement praxéologique de ces professeurs, c'est se questionner, relativement à leurs connaissances mathématiques et didactiques, sur ce qu'ils savent et savent faire, ce qu'ils peuvent apprendre et apprendre à faire. Ce questionnement se décline selon deux sous-questions étudiées conjointement mais chacune à son tour :

- Quelles praxéologies didactiques pourraient être regardées comme utiles à la réalisation du projet considéré ?
- Qu'est-ce qui est susceptible d'expliquer les difficultés rencontrées pour la diffusion et la réception de telles praxéologies didactiques auprès d'enseignants ?

Je vais maintenant donner une description du dispositif d'enquête développé pour l'étude de cette problématique. Cela me conduira à formuler des sous-questions de recherche qui en découlent, tout en explicitant des principes méthodologiques et à préciser les modèles et notions théoriques issus de la TAD qui m'ont permis de les étudier.

1. Dispositif d'enquête pour l'étude de processus de transposition didactique interne dans le cas de deux enseignants

La méthodologie suivie pour observer et étudier les praxéologies didactiques activées par les enseignants y_1 et y_2 s'inscrit dans une approche *clinique*, notamment en s'inspirant d'une technique de recherche développée par l'historien Ginzburg (1989), le « paradigme indiciaire ».

⁷ Le terme « institution » est pris dans le sens que propose Chevallard (2003, p.82) :

Une institution I est un dispositif social « total », qui peut certes n'avoir qu'une extension très réduite dans l'espace social (il existe des « micro-institutions »), mais qui permet – et impose – à ses sujets, c'est-à-dire aux personnes x qui viennent y occuper les différentes positions p offertes dans I, la mise en jeu de manières de faire et de penser propres.

⁸ Le terme « secteur » (Chevallard, 2011) fait référence au découpage des savoirs à enseigner que l'on voit dans les textes des programmes d'enseignement en vigueur lors des observations.

Le paradigme indiciaire (Ginzburg, 1989)

Il s'agit d'une technique inductive pour laquelle Ginzburg (Ibid., p.358) souligne, dans son livre, « *Mythes, Emblèmes, Traces* », l'importance de se donner à voir des *anomalies*⁹ :

L'historien doit partir de l'« hypothèse que chez tout individu quel qu'il soit, et même le plus anomal (et peut-être tout individu l'est-il, ou du moins peut-il apparaître comme tel) coexistent des éléments partagés par un nombre variable (entre plusieurs milliards et zéro) d'individus. L'anomalie sera le résultat des réactions réciproques entre tous ces éléments. Ainsi, parler d'anomalie de manière absolue n'a aucun sens. Ce qui a du sens en revanche c'est d'évoquer des anomalies ou des écarts par rapport à une certaine perspective ».

Dans le cadre de cette enquête, l'implémentation du PER dans les deux classes observées et le LéA RCM créent des perturbations dans les systèmes didactiques et donnent à voir des *anomalies* afin d'en faire émerger le fonctionnement « ordinaire ». Autrement dit, l'implication des enseignants dans le projet de mettre en œuvre un PER donne lieu à des perturbations sur les contrats didactiques installés et révèle certains ingrédients des praxéologies didactiques existantes.

Il a été convenu, en amont des observations réalisées dans les classes, que :

- *E* dispose des films de toutes les séances durant lesquelles les enseignants y_1 et y_2 ont expérimenté le PER dans une classe,
- y_1 et y_2 puissent formuler, par mail, des demandes à *E* et réciproquement,
- *E* les sollicite pour l'écriture d'un compte-rendu d'une séance, ou seulement d'un épisode,
- y_1 et y_2 fournissent les documents « de préparation » qu'ils avaient eux-mêmes rédigés et tous les documents distribués aux élèves,
- une réunion dite « de préparation » soit organisée en décembre 2014 : l'objectif était de répondre à leurs éventuelles questions issues de la lecture du document fourni et de leur « donner quelques indications utiles pour la prise en mains ».

À ces données, s'ajoutent les films des réunions du LéA et de trois entretiens individuels auprès de chacun des deux enseignants y_1 et y_2 :

- le premier, en octobre 2014, visait principalement à recueillir des données concernant les raisons justifiant leur décision de participer au LéA RCM, leurs habitudes de travail dans leur classe, leurs opinions sur ce qui se fait de manière générale dans l'enseignement des mathématiques et éventuellement leurs arguments justifiant qu'un tel enseignement leur semble actuellement insatisfaisant,
- les deux autres entretiens, l'un en juin 2015, après la première passation du PER, et l'autre en juin 2016, après la seconde année d'expérimentation, avaient pour objectifs de recherche de prendre des informations relatives aux phases de préparation et de mises en œuvre du PER.

Les *traces* de faits que j'ai observés proviennent des écarts entre les praxéologies mathématiques et didactiques prévues dans le document fourni aux enseignants, celles évoquées dans leurs discours oraux et écrits et celles effectivement mises en place. J'ai considéré les ajustements que l'enseignant a réalisés comme *objets d'étude*. Le terme ajustement est pris dans la deuxième acception que propose le CNTRL¹⁰ :

⁹ Le TLFi propose en seconde acception de ce terme : « Écart par rapport à une norme, un repère ; mesure de cet écart ». <http://www.cnrtl.fr/definition/anomalie>

¹⁰ <http://www.cnrtl.fr/definition/ajustement>

« 2. Action de mettre un objet en accord avec les normes de son emploi. Ajustement d'un poids, ajustement d'une machine, ajustement d'une balance, ajustement d'une mesure (Ac. 1798-1878). »

En effet, cette définition suppose donc une adaptation personnelle à des normes ; ce qui renvoie à un postulat de la TAD selon lequel les ajustements que l'enseignant aura réalisés sont révélateurs d'assujettissements extérieurs auxquels il est soumis, ou a été soumis¹¹. Dans cette perspective, il en découle la formulation de deux questions :

- À partir d'écarts repérés, quels sont les ajustements réalisés par l'enseignant relativement à ce qui est décrit en termes d'organisations mathématiques et didactiques dans le document qui lui est fourni ?
- Génèrent-ils des conditions favorisant ou au contraire empêchant une mise en œuvre du PER ?

Méthodologie clinique (Leutenegger, 2000, 2009)

Les travaux de Leutenegger (2000, p. 220) établissent le fait qu'une approche clinique ne soit « possible que si les symptômes peuvent être rattachés à des signes faisant sens vis-à-vis des savoirs établis, de théories ». Développant une méthodologie clinique, un chercheur étudie des *traces* de faits, celles-ci devenant des signes interprétables au moyen des théories didactiques à sa disposition. Les symptômes observés, dans cette enquête, sont relatifs aux praxéologies didactiques activées par les enseignants réalisant le projet de mettre en œuvre un PER. La TAD considère que les phénomènes relatifs au *didactique* sont à interpréter en prenant en compte la relativité institutionnelle de l'activité d'étude des mathématiques. Les notions d'*institution* et de *rappports à un objet* (Chevallard, 1992, 2003) participent à ce que les comportements des individus puissent se comprendre du fait de leurs assujettissements aux diverses institutions qu'ils ont traversées. Le rapport personnel à un objet d'un individu émerge de la pluralité des rapports institutionnels auxquels il a été assujetti. Cela m'a conduite à formuler la question suivante :

- Quels éléments des rapports personnels des enseignants aux mathématiques, à leur enseignement, à leur apprentissage et au *métier d'enseignant* peuvent-ils être interprétés comme des ingrédients technologico-théoriques des praxéologies didactiques qu'ils activent ?

L'examen des éléments des rapports personnels des enseignants à ces objets et leur renvoi aux rapports institutionnels a impulsé une dialectique entre *traces* et *signes* sous laquelle s'est développée une démarche *clinique*. Au sein d'une telle approche, les processus de transposition didactique internes que conduisent les deux enseignants y_1 et y_2 , ont été étudiés en suivant trois principes formulés par Leutenegger (2000, p. 231). Le premier principe, celui « de questionnement réciproque des différents types de traces à disposition », répond à « une fonction de *réduction de l'incertitude* quant aux liaisons entre les événements ». L'auteure (Ibid., p. 231) précise que : « L'option est de procéder par recoupements successifs à partir des traces, en suspendant le moment d'interprétation de ces traces pour aller en interroger d'autres ». Se pose ensuite la question : « comment et dans quel ordre les différentes traces s'interrogent-elles mutuellement ? (Leutenegger, Ibid., p. 232-233). C'est l'objet du second principe que l'auteure a nommé : « un principe d'ordre des analyses ». Le troisième principe, « le *principe de rétroaction des analyses* » renvoie à la pratique du chercheur qui « en produisant les analyses, [...] revisite les événements en partant de la fin » ; ce qui aboutit à ce

¹¹ L'assujettissement d'une personne à une institution peut continuer à exister au-delà de la période où l'institution regarde cette personne comme sujet – ce qu'exprime par exemple le statut d'étudiant à celui d'ancien étudiant.

« que la *construction de signes* et la *liaison entre ces signes*, à partir des traces [prenne] toute sa dimension » (Leutenegger, Ibid., p. 236).

Je vais maintenant présenter comment les interprétations de certains faits ont été confrontées les unes aux autres, comment les analyses des différentes données se sont globalement articulées dans une perspective de réduction de l'incertitude quant à leur interprétation. Le schéma ci-dessous donne une description des cheminements empruntés.

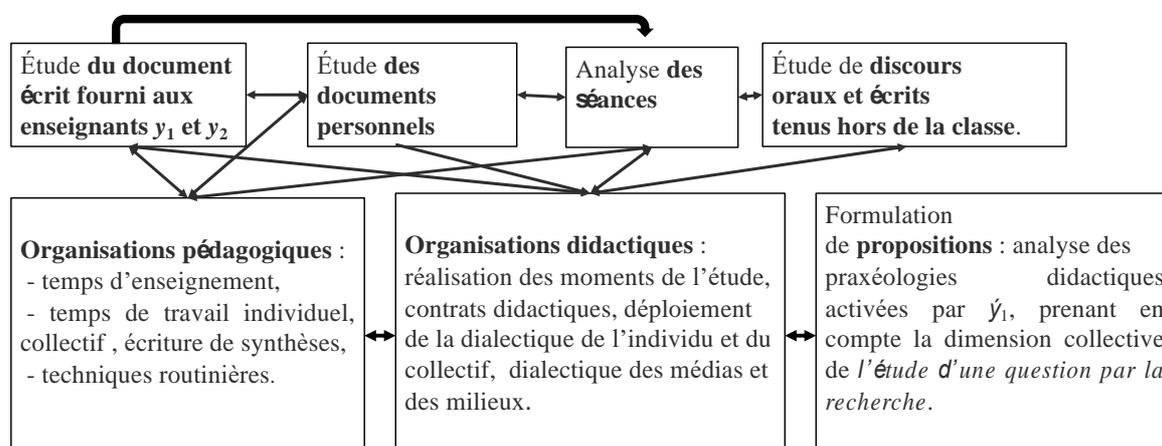


Figure 1 : Étude des processus de transposition didactique interne dans le cas de y_1 et y_2

L'examen du document écrit, dont disposent les enseignants y_1 et y_2 , a permis de dégager trois niveaux d'analyse des organisations pédagogiques. Les deux premiers concernent l'organisation temporelle : la comparaison des durées des temps d'enseignement découpés en séances, des durées des temps de travail individuel, collectif¹² et d'écriture d'une synthèse, ainsi que leur alternance. Un troisième est centré sur le déroulement d'épisodes spécifiques de chacune des phases du PER. Portée par le cadre du développement d'un paradigme indiciaire, j'ai également cherché des éléments technologiques qui peuvent être associés aux techniques routinières que sollicitent chacun des enseignants. Le choix de certaines routines s'est fait par l'observation des pratiques, à travers l'examen des séances et des discours oraux et écrits, et le repérage dans la classe de l'accomplissement de tâches routinières, c'est-à-dire que les enseignants réalisent de manière régulière. Celles-ci relevant de pratiques persistantes et souvent naturalisées, j'ai voulu saisir les ingrédients technologiques de leurs praxéologies didactiques qui les soutiennent. Ainsi, est-ce l'un des points de vue que j'ai adopté pour explorer le système de décisions orientant l'action du professeur. Ce choix a été fait dans le but de mettre en rapport les diverses analyses des pratiques observées, de reconstituer des praxéologies didactiques, et cela avec l'idée qu'ils sont susceptibles de révéler certains assujettissements institutionnels. Ces analyses ont permis d'alimenter la confrontation des éléments qui en ressortent avec, à la fois, ceux provenant de l'étude des documents personnels, élaborés par les enseignants et ceux issus de l'analyse des observations des séances. Une première liste de questions interroge les processus de mésogénèse (Chevallard, 1992), de topogénèse (Chevallard, 1985) et de chronogénèse (Chevallard, 1985, 1991 ; Mercier, 1992), participant à la mise en place de contrats didactiques, comme par exemple :

¹² Une phase est considérée comme un *temps de travail collectif* lorsque l'ensemble des élèves est censé écouter et discuter les propositions des uns et des autres, y compris celles du professeur, même si parfois il s'agit d'un échange individuel entre le professeur et un seul élève. Une phase est considérée comme un *temps de travail individuel* lorsqu'il est prévu de laisser du temps aux élèves pour rechercher une réponse. Les moments où le professeur s'adresse à un élève individuellement sont inclus dans ce type de temps s'il n'est pas attendu des autres élèves qu'ils écoutent ces échanges.

- La topogénèse accorde-t-elle suffisamment de place à l'élève ?
- La chronogénèse permet-elle une extension du temps d'enseignement, indispensable à la mise en œuvre d'un PER ?

Une seconde liste de questions mettant en jeu le modèle des *moments de l'étude* (Chevallard, 1999, 2002a), modélisation articulée avec celle de *praxéologie*, qui repose sur le postulat selon lequel toute activité d'étude des mathématiques passe nécessairement par le développement de six dimensions, le déroulement de six moments : les moments de la (première) rencontre avec le type de tâches T , de l'exploration de T et de l'émergence de la technique τ ; de la construction du bloc technologico-théorique $[\theta/\Theta]$, le moment du travail de l'OM $[T/\tau/\theta/\Theta]$, le moment de l'institutionnalisation et le moment de l'évaluation. Une condition pour la réalisation d'une AER est que soient développés les trois premiers moments de l'étude. Il s'agit ainsi d'interroger le développement de ces trois dimensions de l'étude des mathématiques. Par exemple, relativement au moment exploratoire, une question posée est : lorsque les élèves énoncent des assertions, le professeur fait-il en sorte qu'elles soient mises à l'épreuve, du point de vue de leur véracité et du point de vue de leur production de techniques ? Relativement au moment technologique, le professeur parvient-il à faire vivre en interrelation les deux moments exploratoire et technologico-théorique ? Cette étude sur la notion de PER a également fait ressortir que le modèle du *schéma herbartien*, la modélisation de *l'échelle des niveaux de codétermination didactique*, les *dialectiques de l'enquête* (Chevallard, 2002b, 2007, 2009), notamment *la dialectique des médias et des milieux*, *la dialectique de l'individu et du collectif*¹³ sont des outils pertinents qui ont facilité la mise en relation de *traces* de certains faits observés.

L'observation et l'analyse des praxéologies didactiques activées chez l'un des enseignants, membre du groupe didactique d'Aix-Marseille, m'a conduite à formuler quatre propositions qui offrent des conditions favorisant la réalisation d'un PER¹⁴. Ce professeur, désigné par y_1 , a participé à la construction du PER au cours des années 2007 à 2009 puis aux premières passations du parcours en 2009-2010. Ces analyses m'ont permis de confronter les analyses produites à partir de l'étude des cas de y_1 et y_2 , à ce qui pourrait vivre comme éléments d'un équipement praxéologique favorisant la mise en œuvre d'un PER ; ce qui est développé dans la partie suivante.

IV. RESULTATS

Cette recherche met en évidence la nécessité d'accompagner les enseignants qui veulent s'engager dans le projet d'une mise en œuvre, dans leurs classes, d'un PER conçu sous la direction de chercheurs, à l'aide d'outils venus de théories didactiques. L'observation *clinique* des deux professeurs y_1 et y_2 met en évidence un *modèle épistémologique dominant* auquel ces enseignants adhèrent. En référence à la modélisation de *l'espace des organisations didactiques* proposée par Bosch & Gascón (2002, p. 34), je conjecture que les types d'organisations didactiques mises en œuvre relèvent d'un *modèle didactique classique*, sous lequel est privilégié le développement du moment de constitution d'un environnement technologico-théorique et du moment du travail des organisations mathématiques. Dans les deux cas observés, la dimension exploratoire de l'activité d'étude des mathématiques, relativement à la majorité des types de tâches en jeu, est peu développée. Le topos des élèves

¹³ Une présentation de ces modèles se trouve dans l'introduction et le chapitre 3 de ma thèse.

¹⁴ Le chapitre 9 de ma thèse est consacré à la présentation de ces quatre propositions.

est variable, mais tend à se réduire au cours du développement des moments exploratoire et de constitution de l'environnement technologico-théorique des types de tâches étudiés¹⁵. Concernant l'organisation temporelle, au niveau pédagogique, il ressort que les durées totales pour chacun de trois dispositifs de travail (individuel, collectif et écriture d'une synthèse) sont à peu près égales et que l'alternance de ces types de temps diffère fortement d'un professeur à l'autre¹⁶. Les paragraphes suivants sont dédiés à la présentation de trois des quatre propositions, mentionnées ci-dessus, que je considère comme des conjectures explicitant des ingrédients de praxéologies didactiques prenant en compte la dimension collective de l'étude d'une question par la recherche. Elles constituent une grille d'analyse de ce qui vit dans les classes en le confrontant à ce qui pourrait vivre afin d'étudier des difficultés rencontrées pour la diffusion et la réception de praxéologies didactiques favorables à une mise en œuvre de PER. Leur présentation rend compte des effets principaux qu'elles produisent, sur les processus d'étude développés dans les classes : chronogénétiques dans le premier paragraphe, topogénétiques dans le second paragraphe, mésogénétiques dans le troisième paragraphe.

1. Effets chronogénétiques de praxéologies didactiques étudiées

Concernant la dimension chronogénétique des contrats didactiques installés chez y_1 , j'ai formulé la proposition suivante qui conditionne également la prise en compte de *l'individu* dans *le collectif* au sein du système didactique.

Proposition : Les praxéologies didactiques du professeur, par le déploiement d'une dialectique de l'individu et du collectif et d'une dialectique des médias et des milieux, provoquent un ralentissement du temps didactique participant à la dévolution d'une situation de validation et produisent un temps propre à l'incertitude, nommé temps d'étude par la recherche.

Cette proposition peut être considérée comme un élément technologique de praxéologies didactiques favorisant la dévolution de la dimension technologique des organisations mathématiques visées ; de telles conditions concourent à générer une incertitude pour les élèves quant aux décisions qu'ils ont à prendre, tant celles relatives aux techniques visées que celles relatives aux ingrédients technologiques des techniques en cours d'élaboration.

Dans le cas des deux professeurs y_1 et y_2 , des accélérations du temps didactique empêchent le développement des phases d'exploration ; l'explicitation des éléments d'ordre technologique est prise en charge par le professeur. Les enseignants ne maintiennent pas une incertitude sur des assertions formulées, qui ne sont pas mises à l'épreuve au sein du collectif.

Dans le cas de y_1 , les organisations didactiques mises en œuvre ne permettent pas aux élèves de participer au développement de la dimension technologique de l'étude des types de tâches en jeu. Les analyses de plusieurs épisodes du PER ont révélé la mise en place de contrats de type « maïeutique socratique » (Brousseau, 1996) ; ce qui peut être rapproché d'éléments d'étude du rapport qu'entretient ce professeur, à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, fortement marqué par les actions de *transmission* et *réception* ; comme il en témoigne dans le discours ci-dessous, tenu lors d'un entretien individuel, en juin 2015 après la première passation du PER :

¹⁵ Ces analyses sont développées dans le chapitre 11 de ma thèse.

¹⁶ Les résultats de ces analyses sont présentés dans le chapitre 10 de ma thèse.

Les élèves sont « dans l'attente qu'on leur montre des choses » (l. 27); il est « satisfaisant de voir qu'il y a un élève qui a compris ce que [je] lui [ai] transmis et qui arrive à le transmettre... C'est plaisant » (l. 63).¹⁷

Dans le cas de y_2 , la dialectique *de l'individu et du collectif* (Chevallard, 2009) se développe essentiellement à l'intérieur de moments de « correction ». Durant un entretien individuel datant de juin 2015¹⁸, lorsque *E* lui demande « ce qu'un élève de 5^e attend de son professeur de mathématiques » (l. 32), cet enseignant considère que :

les élèves « aimeraient comprendre ce qu'on leur demande de faire, comprendre ce qu'on fait en classe » (l. 34), « qu'on soit attentif à eux » (l. 37), « quand ils n'ont pas compris qu'on leur réexplique » (l. 37).

Ce discours soutient, probablement, la mise en place de contrats de « conditionnement » (Brousseau, 1996), que les analyses mettent en évidence, et favorise un enseignement par ostension sous lequel on apprend à l'aide d'explications répétées. De plus, les organisations didactiques mises en œuvre pour l'étude de la plupart des types de tâches sont marquées par une certaine rigidité vis-à-vis des techniques, le professeur guidant fortement, à *tel* moment, sur l'usage de *telle* technique. Cela signe, me semble-t-il, un rapport aux mathématiques marqué par une faible place accordée à l'expérimentation.

En conséquence, les praxéologies didactiques activées par y_1 et y_2 n'offrent pas les conditions didactiques et mathématiques générant un *temps d'étude par la recherche*, défini dans la proposition précédente.

2. Effets topogénétiques des praxéologies didactiques étudiées

Une seconde proposition concerne un aspect du développement de la dimension topogénétique, relatif aux praxéologies didactiques activées par y_1 :

Proposition : Le professeur autorise publiquement la constitution d'une institution formée d'un seul élève ayant recours à une praxéologie mathématique différente de celle qui est en train de se développer dans la classe. La production d'une telle institution formée autour d'une seule personne étant assumée devant le collectif, met en valeur le rapport personnel de l'élève à l'organisation mathématique en cours de construction.

Cette proposition peut être considérée comme un ingrédient d'un équipement praxéologique favorisant l'élargissement du topos des élèves au cours de l'élaboration d'une organisation mathématique.

Dans le cas de y_1 , l'étude de ces praxéologies didactiques montre une réticence à accorder des temps de travail individuel. Celle-ci semble être soutenue, comme cela été révélé par l'enquête, par un *logos* dont un rapport à l'enseignement est marqué par un mode d'étude rétroactif (Chevallard & Ladage, 2011) dont on voit une *trace* dans l'extrait suivant de l'entretien de juin 2015, lorsque le professeur dit, par exemple :

« de toute façon pour moi, si je leur donne un truc, il faut qu'il soit capable de le faire. Je ne me vois pas leur demander un truc en sachant pertinemment qu'ils ne vont pas y arriver. » (l. 116)¹⁹

Une manifestation du mode d'étude rétroactif s'est également exprimée à travers l'usage d'une technique routinière chez y_1 , consistant à énoncer, au début d'une séance, ce qu'il

¹⁷ Ces discours sont extraits de l'annexe 11.1 de ma thèse.

¹⁸ Une transcription de cet entretien se trouve dans l'annexe 11.2 de ma thèse.

¹⁹ Cet extrait provient de la transcription disponible à l'annexe 11.1 de ma thèse.

déclare être « le déroulé d'une séance ». Il s'agit de donner des remarques d'ordre pédagogique comme « vérifier que ce qui a été dit hier a été bien compris ... par chacun d'entre vous ». Ce type d'intervention peut sans doute s'expliquer par la nécessité que la classe s'appuie sur des connaissances antérieures pour l'élaboration d'un savoir nouveau et signe la volonté du professeur d'homogénéiser les connaissances dont il attend que les élèves disposent. Cependant, lorsque *E* l'interroge, en juin 2015, sur l'existence de cette routine, il la justifie par le besoin de « leur dire où ils vont » (l. 75), « de travailler en transparence » (l. 81). Aussi cette technique routinière, que l'on pourrait évaluer *a priori* comme permettant de constituer un milieu pour l'étude, ne permet pas, fort probablement, d'atteindre cet effet mésogénétique. En effet, étant portée par un mode d'étude rétroactif, elle génère finalement des stratégies didactiques d'ostension.

Dans le cas de y_2 , une technique routinière est d'« interroger un maximum d'élèves » lors des moments de correction ; cela est ainsi noté dans son document personnel. Effectivement, le professeur s'impose de solliciter tous les élèves ou presque tous, certainement pour obtenir l'adhésion des élèves à l'étude du type de tâches visé. Une telle contrainte semble être le *signe* d'un manque de « confiance » envers le contrat didactique installé dans la classe : le professeur semble considérer le collectif comme la somme des individus le constituant. De ce fait, y_2 ne paraît pas prendre en compte le fait que la diffusion des assertions formulées dans la classe s'opère sous contrat. En effet, interrogé, en octobre 2014²⁰, sur la comparaison d'un enseignement fondé sur le PER étudié « par rapport à ce qui se fait traditionnellement », le professeur y_2 déclare :

« moi, en tant que professeur, je vois que cela change. Mais, les élèves voient qu'il y a des choses qu'on fait différemment, ça dépend comment on travaillait avant... Les élèves, je ne suis pas sûre. » (l. 74)

L'enseignant y_2 semble ainsi ne pas percevoir que le contrat didactique installé dans une classe lie, vis-à-vis du savoir à enseigner, les deux instances, professeur et élève, et repose sur une relation de dépendance entre une organisation mathématique et une organisation didactique développée pour la mettre en place.

Ainsi, cette proposition, vue comme une technique didactique, n'est pas, me semble-t-il, disponible dans l'équipement praxéologique de ces deux professeurs.

3. Effets mésogénétiques de praxéologies didactiques étudiées

Une troisième proposition résume une technique didactique qui permet d'enrichir le milieu pour l'étude par l'apport d'ostensifs (Bosch & Chevallard, 1999), nourrissant le travail collectif :

*Proposition : L'enseignant déploie une **dialectique ostensifs-non ostensifs** qui concourt à expliciter l'articulation des organisations mathématiques associées aux types de tâches étudiés selon le moment d'étude dans lequel la classe est principalement engagée ; ce qui suppose que **la valence sémiotique des ostensifs apportés par l'enseignant** serve à **nourrir leur valence instrumentale, relativement à l'étude de ces types de tâches.***

L'analyse des praxéologies didactiques activées par le professeur y_2 met en évidence des conditions mathématiques et didactiques, durant les deux premières séquences du PER, qui situent l'activité mathématique de la classe sur l'étude du type de tâches T_2 , « déterminer un programme de calcul le plus simple équivalent de $+ b - c$ », portant la raison d'être des nombres relatifs choisie dans cette transposition. L'organisation mathématique autour de ce

²⁰ Une transcription de cet entretien est disponible à l'annexe 6.2 de ma thèse.

type de tâches est mise en place, de manière conjointe, avec celle relative au type de tâches T_1 qui consiste à « effectuer mentalement un calcul du type $a + b - c$ ». Selon Bosch & Chevillard (1999), une spécificité de l'activité mathématique se trouve dans le déploiement d'une *dialectique ostensifs-non ostensifs* qui alimente l'élaboration des praxéologies mathématiques visées. Un objet ostensif apparaît comme possédant deux valences : une valence *instrumentale*, par laquelle il permet d'agir, de travailler et une valence *sémiotique* par laquelle il permet d'évoquer d'autres systèmes d'objets, ostensifs et non-ostensifs.

Dans le cas de y_2 , les notions de *programme de calcul* et d'*équivalence de programmes de calcul* sont deux non-ostensifs que l'organisation didactique mise en œuvre associe explicitement à l'ostensif verbal, « ajouter b et soustraire c revient à... », articulé à l'ostensif scriptural « $+ b - c = +/- d$ ». La valence instrumentale de ces ostensifs est ainsi mise en avant.

Dans le cas de y_1 , le moment de première rencontre avec le type de tâches T_2 est peu développé : c'est le professeur qui déclare publiquement le caractère problématique des tâches de ce type. L'activité mathématique est peu centrée sur l'étude de T_2 : peu d'ostensifs scripturaux sont apportés pour montrer l'intention d'étudier ce type de tâches. Voici ce que dit ce professeur, lorsque l'ostensif scriptural « $+ 45 - 46 = - 1$ » est introduit dans la classe :

« Du moment que c'est une notation que je te montre, que je t'impose, il n'y a rien à comprendre ». Une minute plus tard, il va jusqu'à déclarer « là (en montrant la phrase « ajouter 45 puis soustraire 46 revient à soustraire 1 ») c'est écrit en français, là (en montrant l'égalité) c'est écrit en maths », puis « je n'ai fait que vous transmettre, vous apprendre à traduire le français en maths ». (l. 71)²¹

Ce professeur ne prend pas la mesure du milieu pour l'étude qui se construit par l'incorporation de cet ostensif écrit dans l'organisation mathématique visée. La valence instrumentale de cet ostensif scriptural est péjorée. Ce discours ne favorise pas que son usage soit rattaché à ce qui s'est passé auparavant dans la classe. Sa valence sémiotique ne semble pas être, ou du moins en partie, prise en considération. Cela m'a conduit à faire l'hypothèse que cet enseignant ne considère pas qu'une des spécificités de l'activité mathématique puisse reposer sur des ostensifs écrits qui ne seraient pas de l'oral mis par écrit. Cela renvoie, me semble-t-il, au phénomène de « phonocentrisme », identifié par Jacques Derrida (1967)²² et repris par Bosch et Chevillard (1999), selon lequel est accordée une priorité à la parole au détriment de l'écriture. Ce fait peut être rapproché d'éléments constitutifs du rapport que l'enseignant y_1 entretient avec la notion de *programme de calcul*. Au cours de l'entretien de juin 2015²³, suite à la première passation du PER, lorsque E lui demande « à propos du PER sur les relatifs, qu'est-ce qui a changé d'après toi ? » (l. 104), il répond :

« j'ai vraiment ressenti cette compréhension en accordéon chez les élèves où il y a des moments où j'ai trouvé des étapes très faciles, et même trop faciles par exemple pour le début sur les programmes de calculs. J'ai jamais vu un chapitre aussi facile, ça je l'ai entendu. » (l. 109)

Se référant à des déclarations d'élèves, le travail « sur les programmes de calculs » est jugé par le professeur « trop facile ». Celui-ci semble conférer un caractère « évident », « naturel »

²¹ Cet extrait provient d'une transcription d'une séance, disponible dans l'annexe 7.2 de ma thèse.

²² Derrida utilise les notions « phonocentrisme » et de « logocentrisme », pour dénoncer le privilège accordé dans la dite tradition à la voix (phoné) et au *logos*. La voix est en effet vécue comme quelque chose de présent et d'immédiatement évident. L'écriture est reléguée au second plan, à un statut dérivé. Depuis Platon, le mot écrit était considéré seulement comme une représentation du mot dit : c'est ce que Derrida nomme la tradition logocentrisme de la pensée occidentale. Dans sa thèse, Bosch (1994) explique que l'activité mathématique s'est spécifiée au sein d'une recherche large qui initiait, selon Platon, le continent du *logos*, la recherche de la « raison universelle » ; ce qui renvoie, selon l'auteure, au logocentrisme de la culture occidentale.

²³ Une transcription de cet entretien est disponible dans l'annexe 11.1 de ma thèse.

à cette notion. Son rapport personnel à la notion de *programme de calcul*, marqué par une certaine transparence, peut alors l'empêcher de saisir son rôle fondamental dans les mathématiques construites dans ce PER.

En conséquence, chez l'enseignant y_1 , l'élaboration de techniques n'est pas appuyée par le déploiement d'une *dialectique ostensifs-non ostensifs* ; ce qui entrave le processus d'institutionnalisation des organisations mathématiques visées.

V. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Cette recherche révèle des manques dans l'équipement praxéologique des deux enseignants observés et la nécessité de les accompagner dans leur projet de mise en œuvre d'un PER. La TAD a permis d'analyser des observations de classe, des discours des professeurs tenus dans la classe et hors de la classe afin de les interpréter comme éléments constitutifs d'un faisceau de faits concordants. Cette enquête était initialement orientée vers l'étude de difficultés relatives au *métier d'enseignant* afin de parvenir à mettre au jour des *besoins infrastructurels* mathématiques et didactiques du professeur (Chevallard, 2011) dans la perspective de les prendre en compte dans le cadre de formations.

Besoins infrastructurels mathématiques et didactiques des enseignants : construire une vigilance épistémologique vis-à-vis de l'organisation mathématique de référence²⁴

Construire une *vigilance épistémologique* chez le professeur consisterait à l'aider à prendre une distance envers des organisations mathématiques et didactiques visées. En particulier, il s'agirait de l'amener à questionner ses rapports aux mathématiques à enseigner pouvant être marqués par leurs usages sociaux dans la *culture courante*, à s'interroger sur son rapport à la raison d'être du savoir à enseigner choisie dans le PER à mettre en œuvre. Plusieurs enjeux de formation ont été formulés comme :

- Questionner l'écologie des ostensifs qui instrumentent les praxéologies didactico-mathématiques à développer ainsi que leurs fonctions : de quels ostensifs a-t-on besoin pour que la classe progresse dans la recherche de réponses à la question étudiée ? Qu'est-ce qui pourrait favoriser ou au contraire empêcher l'existence de tel ostensif ? À quel environnement technico-technologique doit ou pourrait participer la manipulation de tel ostensif ?
- Faire éprouver la relation de dépendance qui existe entre l'organisation mathématique et l'organisation didactique permettant de la mettre en place,
- Interroger le développement de la dimension technologique de l'activité d'étude des mathématiques, l'existence des fonctions de production et d'intelligibilité d'une technique associée à la dimension technologique, telle qu'elles sont définies dans le cadre de la TAD.

Des perspectives de recherche

Plusieurs prolongements de ce travail auraient avantage à être développés.

²⁴ L'OM de référence fournit un point de vue épistémologique. Dans le cas du PER étudié, l'organisation mathématique de référence prévoit de définir un nombre relatif comme une classe d'équivalence dans un ensemble d'opérateurs définis de \mathbf{N} dans \mathbf{N} .

Tout d'abord, l'étude de mises en œuvre de PER dans un domaine mathématique autre que l'algèbre conduirait certainement à révéler d'autres types de contraintes relatives aux savoirs mathématiques visés et aux rapports des enseignants à ces savoirs.

Cette recherche a permis de recueillir des éléments relatifs à l'étude de l'évolution du rapport des professeurs au projet de mettre en œuvre un PER. Mais cette question n'a pas été suffisamment exploré et mériterait d'être approfondie.

Pour finir, les résultats de cette enquête pourraient contribuer à l'élaboration d'une formation telle que Barquero, Bosch & Romo (2015) le propose. Par exemple, les grilles de questionnements élaborées pour l'évaluation de mises en œuvre de PER pourraient être utiles à l'appropriation par les enseignants d'un PER qu'ils veulent mettre en œuvre ; cela suppose que les enseignants disposent d'outils théoriques. Ce travail, me semble-t-il a montré la pertinence, dans le cadre de formations, de modèles comme celui des praxéologies, des moments de l'étude, de *dialectiques*, comme celles *des médias et des milieux, de l'individu et du collectif*. Aussi se pose le problème de la rédaction d'un document de référence, si le choix est fait de fournir un tel document : quels degrés d'explicitation des notions de didactique des mathématiques sont-ils nécessaires ? La question de l'usage de l'observation de techniques routinières chez les enseignants mérite également d'être posée. Cette recherche a mis en évidence que certaines pouvaient être une entrave à la réalisation du PER, et montre l'importance de travailler sur les routines dans le sens où elles renferment des éléments technologico-théoriques qui, me semble-t-il, sont prédominants. Il s'agirait donc de les interroger dans le cadre d'une formation sur les fonctions didactiques qu'elles assument pour éventuellement expliciter le *logos* qui les soutient.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ARTIGUE, M. (2012). *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base*. Repéré à <http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001917/191776f.pdf>
- BARQUERO, B., BOSCH, M., & ROMO, A. (2015). A study and research path on mathematical modelling for teacher education. Dans K. Krainer & N. Vondrová (Éds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (p. 809-815). Repéré à <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01287246/document>
- BERNAD, K. (2017). *Une contribution à l'étude de conditions et contraintes déterminant les pratiques enseignantes dans le cadre de mises en œuvre de parcours d'étude et de recherche en mathématiques au collège*. Thèse de l'Université d'Aix-Marseille. Repéré à <https://hal.univ-brest.fr/ADEF/tel-01695043v1>
- BOSCH M. & CHEVALLARD Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objets d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1), 77-124. Repéré à http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Sensibilite_aux_ostensifs.pdf
- BOSCH, M. ET GASCON, J. (2002). Organiser l'étude. 2. Théories et empiries. Dans J.-L. Dorier et al. (Éds.), *Actes de la 11e École d'Été de didactique des mathématiques* (p. 23-40). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU, G. (1996). L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. Dans R. Noirfalise & M.-J. Perrin-Glorian (Éds.), *Actes de la VIIIe École et université d'été de didactique des mathématiques* (pp. 3-46). Clermont-Ferrand : IREM.
- CHEVALLARD, Y. (1985/1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 73-112.
- CHEVALLARD, Y. (1999). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, Actes de l'Université d'été* (pp. 91-118). Repéré à http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse_des_pratiques_enseignantes.pdf
- CHEVALLARD, Y. (2002A). Organiser l'étude. 1. Structures & fonctions. Dans J.-L. Dorier et al. (Éds.), *Actes de la 11e École d'Été de didactique des mathématiques* (p. 3-32). Grenoble : La Pensée Sauvage. Repéré à http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Organiser_1_etude_1.pdf
- CHEVALLARD, Y. (2002B). Les TPE comme problème didactique. Dans T. Assude & B. Grugeon Allys (Éds.), *Actes du Séminaire national de didactique des mathématiques* (pp. 177-188). Paris : IREM de Paris 7 et ARDM. Repéré à http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC_2001_-_Seminaire_national.pdf
- CHEVALLARD Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. Dans S. Maury S. & M. Caillot (Éds), *Rapport au savoir et didactiques* (pp. 81-104). Paris : Éditions Fabert. Repéré à http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Approche_anthropologique_rapport_au_savoir.pdf

- CHEVALLARD, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. Javier García (Éds), *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica* (p. 705-746). Universidad de Jaén : Gráficas « LA PAZ ». Repéré à http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Passe_et_present_de_la_TAD-2.pdf
- CHEVALLARD, Y. (2009). *La notion de PER : problèmes et avancées*. Repéré à http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=161
- CHEVALLARD Y. (2011). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. Dans C. Margolinas et al. (Éds), *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (p. 81-108). Grenoble : La Pensée Sauvage. Repéré à http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Cours_de_YC_a_1_EE_2009-2.pdf
- CHEVALLARD, Y. & LADAGE, C. (2011). *Cours de didactique fondamentale 2011-2012*. Repéré à http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/DFM_2011-2012_Module_1_LD_.pdf
- DERRIDA, J. (1967). *De la grammatologie*. Paris : Minuit.
- GINZBURG, C. (1989). *Mythes emblèmes traces. Morphologie et histoire*. Paris : Editions Verdier.
- LEUTENEGGER, F. (2000). Construction d'une « clinique » pour le didactique. Une étude des phénomènes temporels de l'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 20(2), 209-250.
- LEUTENEGGER, F. (2009). *Le temps d'instruire. Approche clinique et expérimentale du didactique ordinaire en mathématiques*. Berne : Peter Lang.
- MERCIER, A. (1992). *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique* (Thèse de doctorat). Université de Bordeaux I, Bordeaux.
- PERRIN-GLORIAN, M-J. (2011). L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement des ressources et formation des enseignants. Dans C. Margolinas, M. et al. (Éds). *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp. 57- 78). Grenoble : La Pensée Sauvage.