

LES LOIS DU HASARD : ENJEUX MATHÉMATIQUES, HISTORIQUES, CITOYENS

Alain **BERNARD**

UPEC - ESPE, Centre Koyré (UMR 8560)

alain.bernard@u-pec.fr

Caroline **EHRHARDT**

Université Paris 8, Centre de recherches historiques:

Histoire des pouvoirs, savoirs et sociétés (EA 1571)

caroline.ehrhardt@univ-paris8.fr

Résumé

Le projet de recherche "les lois du hasard : enjeux mathématiques, historiques et citoyens" vise depuis 2017 à documenter la conception de nouvelles activités et ressources pédagogiques, articulées à l'étude d'un matériel historique, et permettant de concilier un enseignement des mathématiques, des lettres ou de l'histoire (ou les trois conjointement) avec les nouvelles formes d'éducation à la citoyenneté. La première partie détaille le volet historique du projet, qui explore une documentation composite datant de la fin du 19^e et du début du 20^e siècle. Elle est faite d'une part d'articles destinés à un public cultivé et consacrés soit au rôle social et politique des probabilités soit à leur aspect récréatif; et d'autre part de textes destinés à un public enseignant et étudiant. Le second volet du projet est ensuite présenté : il touche à l'insertion d'une perspective historique dans l'enseignement et vise à étudier un système symbiotique où recherche historique et scénarisation pédagogique de problèmes et de dossiers documentaires intéressants se co-construisent, s'entre-informent sans que leurs finalités respectives, par nature distinctes, se voient confondues. En conclusion nous discutons de l'élargissement de cette perspective à d'autres thématiques que les statistiques et probabilités.

Mots clés

Histoire des mathématiques, citoyenneté, probabilités, statistiques.

INTRODUCTION : CONTEXTE ET OBJECTIF DE CETTE PRESENTATION

Les attentats de 2015 ont ravivé au niveau politique et éducatif les problématiques "d'éducation à la citoyenneté". Ces dernières sont apparues au début des années 1970, elles ont été accentuées par la loi d'orientation de 2005 et l'adoption de principes éducatifs renforçant l'éducation du fait religieux (Debray, 2002) puis, plus récemment, par le renouveau des problématiques

d'éducation laïque de la morale (Loeffel, Schwartz & Bergounioux, 2013). Pourtant, cette éducation à la citoyenneté a maintenu un clivage disciplinaire très ancré entre sciences humaines et sciences "dures" (les sciences de la vie et de la terre faisant le plus souvent seules exception).

La question du lien entre mathématiques et citoyenneté était déjà soulevée au début des années 2000 par une ambitieuse réforme des programmes d'enseignement secondaire coordonnée par Claudine Robert. Cette réforme introduisait, entre autres, un enseignement renouvelé des statistiques et probabilités, en lien explicite avec une démarche de résolution de problèmes et d'apprentissage de la modélisation. Plusieurs des problèmes préconisés étaient volontairement choisis en fonction de l'actualité sociale, industrielle ou politique pour donner une dimension "citoyenne" à cet enseignement (Dutarte, 2011). Comme l'a fait remarquer Viviane Durand Guerrier au cours de la discussion lors du colloquium de novembre 2017, cette compréhension des rapports entre mathématiques et citoyenneté est restrictive : en privilégiant les probabilités et statistiques, elle exclut de fait d'autres domaines qui seraient légitimes pour mener cette réflexion, grandeurs et mesures par exemple, ou algorithmique et programmation aujourd'hui. Plus généralement, on néglige la question centrale de modes de raisonnement en mathématiques qui ne relèvent pas seulement des pratiques de modélisation - nous revenons sur ce point important en conclusion.

Cette compréhension, pour restrictive qu'elle soit, est en tout cas celle qui orientait les programmes au début des années 2000, ainsi que les travaux de plusieurs IREM dont celui de Paris-Nord dans l'Académie de Créteil. Plusieurs collègues avaient alors activement contribué à ce renouveau en proposant des activités pédagogiques expérimentées en classes et nourries de questions d'actualité (Dutarte et al., 2007). Nous avons, nous-même, contribué en 2005-2006 à cet effort pour conjointement enseigner des mathématiques et éducation à la citoyenneté, en y ajoutant une dimension historique et épistémologique, dans le cadre d'un stage de formation continue sur le thème « mathématiques et citoyenneté », en collaboration entre l'IREM et l'ex-IUFM (Bernard, 2012). Cette réflexion a été prolongée par une publication commune (Bernard, Chambon & Ehrhardt, 2010).

Depuis 2017 nous prolongeons l'esprit de ces travaux dans un nouveau projet de recherche, soutenu par la "mission recherche" coordonnée par l'ESPE de l'académie de Créteil. Ce projet vise à documenter la conception de nouvelles activités et ressources pédagogiques, articulée à l'étude d'un matériel historique, et permettant de concilier un enseignement des mathématiques, des lettres ou de l'histoire (ou les trois conjointement) avec les nouvelles formes d'éducation à la citoyenneté.

Le premier volet du projet explore depuis 2017 une documentation composite datant de la fin du 19^e et du début du 20^e siècle. Elle est faite d'une part d'articles destinés à un public cultivé et consacrés soit au rôle social et politique des probabilités soit à leur aspect récréatif; et d'autre part de textes destinés à un public enseignant et étudiant. Il s'agit d'étudier cette documentation sur un double point de vue historique et sociologique : qui écrivait sur ces sujets, dans quels cercles et pour quel lectorat ? Quelles étaient les finalités de l'apprentissage des probabilités aux yeux de ses promoteurs, quel était son périmètre, ses pratiques ? Quelles modalités d'écriture, notamment par problèmes, ont-ils élaborés ?

Le second volet du projet touche à l'insertion d'une perspective historique dans l'enseignement. Il vise à étudier un système symbiotique où recherche historique et scénarisation pédagogique de problèmes et de dossiers documentaires intéressants se co-construisent, s'entre-informent sans que leurs finalités respectives, par nature distinctes, se voient confondues.

Dans le présent article, nous détaillons les enjeux, attendus et premiers résultats de ces deux volets de recherche. La conclusion nous permettra d'élargir la discussion à partir des remarques de V. Durand Guerrier lors du colloquium rappelées ci-dessus.

1. UNE ENQUETE HISTORIQUE AUTOUR DE LA VALEUR PRATIQUE ET SOCIALE DES PROBABILITES, AU DEBUT DU 20^E SIECLE

1.1 Ambitions générales

Afin de faire le lien avec les ambitions décrites en introduction, l'enquête se concentre sur des sources qui, discutent explicitement de situations et de problématiques qui ont fait débat à l'époque, ces situations appelant à la fois (i) à une forme de théorisation ou du moins de discussion probabiliste, et (ii) à une discussion de type politique, philosophie ou sociale.

Le volet historien du projet consiste ainsi à mettre au jour les questions soulevées par l'usage croissant des probabilités et statistiques dans la vie sociale, politique, scientifique et industrielle à la fin du 19^e et au début du 20^e siècle. Nous nous intéressons aussi à la manière dont ces questions s'articulent avec des projets d'enseignement et de popularisation, et aux formes d'écriture originales que ces projets mobilisent.

1.2 Une première enquête autour de la *Revue du Mois* éditée par Émile Borel à partir de 1906

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la manière dont Émile Borel, un mathématicien issu des milieux académiques, a pris en charge ces questions - on peut même ajouter qu'il a contribué dans une large mesure à la fois à les définir et à les faire connaître. Nous nous sommes ainsi concentré sur les articles, livres et fascicules d'Émile Borel, sur la période 1906-1939, qui sépare la fondation de la *Revue du Mois* par Borel et son épouse Camille Marbo (où sont parus un nombre importants d'articles liés aux probabilités) et la parution du dernier fascicule du *Traité des probabilités*, où Borel revient sur les questions qui lui tiennent à cœur sur le hasard et ses dimensions philosophiques, sociales et morales (Mazliak, Bustamante & Cléry, 2015).

En effet, les recherches de Borel ont non seulement joué un rôle majeur dans le développement de la discipline, mais il est aussi l'un des premiers mathématiciens français à avoir pris conscience de ce qu'il appelle « la valeur pratique » des probabilités. De par son activité éditoriale et son réseau de connaissances et de correspondants (Ehrhardt, 2011), Borel s'avère par ailleurs être une figure majeure pour saisir la richesse et l'ampleur des débats. Plusieurs controverses qui l'opposent à des contemporains montrent que ses préoccupations étaient partagées dans des cercles variés, qui dépassaient largement les milieux académiques.

Un premier article issu de ces recherches (Ehrhardt & Gispert, 2018) se concentre sur la fondation de la *Revue du Mois*. À une période où des périodiques de format similaire se multiplient, l'entreprise s'avère originale par le choix qu'elle fait d'associer des articles destinés à faire comprendre à un large public les enjeux des recherches récentes, notamment en sciences exactes et expérimentales mais aussi en sciences humaines, et des thèmes plus « légers », comme des chroniques théâtrales et littéraires. Le créneau choisi impose à Borel et à son comité de rédaction un véritable numéro d'équilibriste pour conjuguer exigences de contenus, mobilisation des auteurs, contraintes matérielles et éditoriales et succès public.

L'article s'appuie sur la correspondance de Borel conservée aux archives de l'Académie des sciences pour mettre au jour les intentions et la mise en acte de ce projet éditorial au cours des mois de préparation des premiers numéros. Il étudie en particulier comment a été définie la ligne éditoriale, comment ambition scientifique et vocation généraliste ont pu coïncider, et enfin comment la revue est parvenue à conquérir son public.

Un second article (Bernard, à paraître), s'appuyant largement sur le travail précédent, s'intéresse au contenu et au contexte intellectuel de deux articles publiés par Borel dans sa propre Revue, articles qui s'avèrent particulièrement importants pour notre projet: le premier écrit en 1906, porte sur la "valeur pratique du calcul des probabilités" et le second, publié en 1908, sur "le calcul des probabilités et la mentalité individualiste", c'est-à-dire sur l'acceptabilité individuelle et sociale de ce calcul. Nous montrons que ces deux articles prennent sens dans le cadre d'un débat à la fois politique, philosophique et éducatif dans lequel on questionne les fondements scientifiques d'un enseignement de la morale. On montre ainsi les parentés, sur le fond de l'argumentation comme sur sa forme, entre les textes de Borel et les argumentaires inspirés du solidarisme de Léon Bourgeois, bien reflétés par deux autres articles également publiés dans la Revue du Mois en 1906, l'un sur l'enseignement de la morale laïque (A. Croiset), l'autre sur le solidarisme (C. Bouglé). Cette étude resitue donc les premières interrogations de Borel sur "les probabilités en société" (leur valeur sociale et épistémologique) dans le contexte des débats socio-éducatifs de l'époque.

1.3 Un approfondissement en cours : le mode d'écriture par problèmes et la recherche de "récréations probabilistes"

Si nos premières études se sont concentrées sur le contexte d'émergence des productions qui motivaient le projet (§1.2), l'enquête doit maintenant être approfondie en direction du mode d'écriture de ces productions. Il s'avère en particulier que les articles de Borel sont structurés autour de choix de problèmes visant à faire percevoir le sens de sa démarche au lecteur. Or le choix de situations et de problèmes visant à faire réfléchir sur les probabilités et leurs enjeux n'est qu'une originalité relative. En effet elle puise visiblement à une tradition alors bien établie d'exposition des probabilités, par un mélange de situations des problèmes philosophiques qu'elles posent, par une écriture par problèmes. Cette direction de recherche rejoint les préoccupations d'une collègue hongroise de l'université de Budapest qui travaille déjà en partenariat avec le LDAR, Katalin Gosztonyi : cette dernière a déjà contribué au projet en 2017 et explore des questions semblables sur la tradition hongroise d'enseignement des probabilités (Gosztonyi, 2015). Ce contrepoint nous permet de situer nos recherches dans une perspective internationale.

Cette préoccupation pour le mode d'écriture par problème, rejoint une autre partie de l'enquête initiale, qui visait à questionner généralement la place des questions probabilistes dans les mathématiques « non académiques » pour la période 1870-1930, c'est-à-dire au sein d'associations ou de revues qui se situent à la marge des milieux scientifiques (Association française pour l'avancement des sciences, *Intermédiaire des mathématiciens*, etc.). On a exploré plus particulièrement, à la suite de (Schwer & Autebert, 2006) la rencontre entre probabilités, combinatoires et récréations mathématiques.

Les premiers dépouillements sur les "récréations probabilistes" n'ont pas donné pour l'instant de résultats probants, même si on sait par ailleurs que Borel a présidé pour un temps l'AFAS. Mais il ne semble pas qu'on trouve le type de "récréation" que nous nous attendions à trouver. Il faut néanmoins approfondir ce point, car Borel lui-même fait allusion, dans ses *Éléments de probabilités* de 1909, et au sujet des problèmes les plus élémentaires sur lesquels il s'appuie, au fait qu'elles constituent des "questions amusantes": il semble donc que ce type de problèmes avait bien un sens pour les contemporains. Nous comptons à ce titre explorer les revues pour étudiants et enseignants à la fin du 19^e et au début du 20^e siècle, étudiées par Caroline Ehrhardt d'un point de vue général dans le cadre du projet ANR Cirmath (Ehrhardt, à paraître). Il s'agira ici d'examiner la place des probabilités, statistiques et combinatoires, ainsi que les questions et les pratiques qui leur sont associées.

Nous comptons également étendre nos enquêtes vers les premiers textes d'enseignement des probabilités "grand public". Nous souhaitons notamment nous intéresser à l'ouvrage que le sociologue Maurice Halbwachs publie avec le mathématicien Maurice Fréchet (Fréchet & Halbwachs, 1924), et dont une réédition est actuellement sous presse. Les travaux liant sciences sociales et statistique publiés dans les années 1930 par Halbwachs, ainsi que le livre *Le point de vue du nombre*, qu'il publie avec Alfred Sauvy en 1936, contribuent quant à eux à nourrir les probabilités et la statistique de questions liées à la démographie, et en particulier celle du sex ratio, tout en tentant de donner à ces mêmes questions des réponses scientifiques quantitatives. Le principe de cette enquête a été exposé par Isabelle Gaudron lors de notre première journée d'étude¹, il s'agit en 2018-19 de le consolider, en lien au développement de ressources pour l'enseignement universitaire de niveau L3/M1² (voir partie suivante).

2. LES ECHOS DE CES ENQUETES, DANS LA CONSTRUCTION COLLECTIVE DE RESSOURCES ET SCENARIOS PEDAGOGIQUES

2.1 Problématiques générales

En lien au second type de questions de recherche — celle de la genèse de ressources pédagogiques en lien au thème du projet —, l'un d'entre nous (Alain Bernard), dans la lignée des travaux soutenus par l'Université Paris-Est Créteil (UPEC) et l'École Supérieure du Professorat et de l'Éducation (ESPE) en 2013 (Bernard, Dell'Angelo et al., 2014) et poursuivis depuis (Bernard & Petitgirard, 2017), développe avec Katalin Gosztonyi une théorisation des situations de formation visant à l'intégration d'une perspective historique dans l'enseignement (Bernard & Gosztonyi, 2017).

Dans cette perspective, il s'agit d'étudier et de comprendre des situations d'échanges et de construction documentaire où interprétations historiques et pédagogiques peuvent être confrontées sans être confondues. Il s'agit d'étudier un système symbiotique où recherche historique et scénarisation de problèmes intéressants se co-construisent, s'entre-informent sans voir confondues leurs finalités, par nature distinctes (Fried, 2001).

2.2 Contexte de travail : les prémices d'un groupe IREM

En 2017, un premier groupe de travail associant les chercheurs du projet avec quatre enseignants en stage ou en poste en collège ou lycée dans l'académie, a permis de confronter l'investigation de la documentation historique explorée dans le 1^{er} volet avec des activités de scénarisation pédagogique, inspirées de l'ancien groupe « mathématiques et citoyenneté » de l'IREM de Paris Nord. Le principe de fonctionnement respecte l'idée fondamentale que les objectifs des participants ne sont pas les mêmes, sans être incompatibles. Considérant que tous sont en situation de produire collectivement de nouvelles ressources documentaires, dont des scénarios d'enseignement, l'enjeu est d'interroger la façon dont les questions et thématiques de recherche historiques rencontrent, influencent ou sont en sens inverse stimulées par, l'élaboration de scénarios pédagogiques. Le cadre théorique de recherche nous est fourni d'une

1 On peut consulter la vidéo de son intervention à l'adresse suivante : <https://vimeo.com/album/4394778> (mot de passe : hasard2017).

2 3^e année du 1^{er} cycle et 1^e année du 2nd

part par les travaux en didactique sur les constructions collectives de ressources par les enseignants (Gueudet, Pepin & Trouche, 2011), et d'autre part par les théories d'origine sociologique et anthropologique sur les espaces d'intéressement et les objets frontières, déjà mis en œuvre pour penser des situations de formation semblables (Vinck & Trompette, 2009 ; Bernard & Petitgirard, 2017). Ces questions doivent être approfondies en 2018, dans le cadre d'une communication sur ces questions au colloque "Re(s)ources 2018" organisé à l'Ifé de Lyon³.

L'enjeu pour les années 2018 et 2019 est à la fois de consolider les projets qui ont émergé en 2017 et de mettre en place leur étude raisonnée selon une méthodologie appropriée à ce type d'approche, visant à clarifier la dynamique de tels collectifs et à en étudier l'impact sur les ressources produites.

2.3 Quelques exemples de travaux en cours

Nos premiers échanges courant 2017 ont permis de dégager plusieurs sous-projets pédagogiques, visant à expérimenter puis produire des ressources pédagogiques pour l'enseignement des probabilités dans le secondaire et le supérieur. Nous les décrivons ici succinctement, sachant qu'il est encore trop tôt pour en faire connaître les résultats. Le point important est plutôt de repérer à chaque fois les interactions complexes qui, comme par un système d'échos, relie les questionnements pédagogiques aux questionnements historiques, sans que les uns puissent être réduits aux autres.

2.3.1 Travaux autour du sex ratio en licence, inspirés par Halbwachs et Sauvy

Ce travail s'inspire de textes de Halbwachs et Sauvy publiés entre les deux guerres (Sauvy & Halbwachs, 1936). Prévu pour fournir une matière à des projets d'étudiants en 3^e année de licence (1^{er} cycle) à l'université Paris 13, sous la forme la production d'un dossier avec documents et exercices. Ces étudiants sont potentiellement des "montants" en M1 MEEF⁴, la problématique est donc susceptible de toucher à terme la formation initiale des enseignants sur l'université Paris 13.

2.3.2 Autour du vocabulaire des probabilités et des statistiques

Ce travail s'inspire des débats sur les questions touchant aux ambiguïtés du vocabulaire des probabilités au tournant des 19^e-20^e siècles, chez Joseph Bertrand, auteur du manuel le plus utilisé à l'époque, et ses successeurs. Les textes de Borel sur la valeur pratique des probabilités (voir ci-dessus, partie 1.2) s'en font largement écho, sous une forme simplifiée et accessible à un large public : ils questionnent plus particulièrement les notions de *probabilité* et *d'espérance*. Ces questionnements historiques rejoignent les pratiques pédagogiques (au niveau secondaire ou formation des enseignants) visant à éclaircir avec les élèves ou étudiants, éventuellement mais pas nécessairement en s'appuyant sur une documentation historique, des points de vocabulaire probabiliste. Il s'agit d'élaborer un questionnaire pour les élèves en partant d'un recensement des termes utilisés dans des dictionnaires anciens, afin de comprendre les fluctuations des mots et des concepts, les non-dits et les implicites. Le travail préparatoire est effectué collectivement et doit être testé dans les classes, essentiellement en collège.

³ Institut français de l'éducation

⁴ 1^e année de master Métier de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation

2.3.3 Élaboration d'un recueil problématisé de situations et problèmes visant à développer l'esprit critique

Ce projet est destiné à introduire l'enseignement des probabilités et des statistiques en lien au développement de l'esprit critique. Il s'agit de réunir une collection d'exercices permettant aux élèves de développer et d'apprendre à acculturer les élèves à la pratique des probabilités et des statistiques ainsi qu'à développer leur esprit critique, en s'inspirant à la fois du mémoire d'une étudiante MEEF associée en 2017 au projet (Chabot-Déjà, 2017, part. II.1) et des travaux d'autres membres du groupe dans le cadre d'un travail académique coordonné par Philippe Dutarte. (Berhouet, Gleba & Dutarte, 2017). L'originalité du projet consiste à catégoriser ce recueil en fonction de critères tirés des réflexions récentes sur l'éducation à l'esprit critique (voir les pages dédiées sur le site Eduscol⁵).

Ce projet est en bonne partie à l'origine des questionnements historiques relevés plus haut sur les "récréations probabilistes" au tournant 19^e-20^e. C'est donc un bon exemple de projet, qui sans s'inspirer directement d'un questionnement historique, renforce cependant ce dernier dans une direction bien particulière, qui est celle que nous avons décrite plus haut au sujet de l'écriture par problèmes (partie 1.3).

3. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

3.1 Une thématique disciplinaire limitée ?

Comme indiqué en introduction, le projet dont nous avons résumé ici les enjeux et les premiers résultats, s'ancre dans une compréhension très spécifique des rapports entre mathématiques, histoire, et citoyenneté : celle qui privilégie les réflexions et travaux autour des "lois du hasard" : les approches statistiques et probabilistes des phénomènes aléatoires, et les conclusions qu'on peut (ou non) en tirer pour une existence citoyenne "moderne". Ce sont les questions que commencent à poser les différents acteurs historiques qu'on a évoqués plus haut (partie 1), ce sont aussi les questions que se posent les enseignants qui élaborent des ressources pédagogiques autour du développement de l'esprit critique *sur ce type de thème* (partie 2). On peut cependant questionner le choix de cette thématique en partant du constat simple qu'elle est loin d'être la seule permettant d'étudier les liens entre mathématiques, histoire et citoyenneté.

Nous en avons un témoignage intéressant dans le cadre du projet, puisque deux nouveaux enseignants (l'un d'histoire, l'autre de mathématiques) s'apprêtent à rejoindre le groupe auquel on a fait allusion plus haut. Leurs réflexions ne les portent pas directement à s'intéresser aux statistiques et probabilités, mais d'abord aux questions de système de vote et de représentation qui intéressent par ailleurs des chercheurs comme Nicolas Saby (voir son texte ce volume). Ce dernier indique à juste titre que ce questionnement sur la manière de théoriser mathématiquement les modes de représentation démocratiques, a une histoire déjà ancienne. Si elle recoupe en partie l'histoire à laquelle nous avons fait allusion plus haut, elle s'en distingue toutefois par sa temporalité et ses thématiques privilégiées.

Un autre exemple nous est naturellement fourni par les liens qui unissent les méthodes d'invention en mathématiques, en liens aux activités de résolution de problèmes ou en général d'étude de situations de recherche. C'est cette compréhension qu'on retrouve dans les propositions de Corine Castela (voir son texte dans ce volume) lorsqu'elle pointe les dimensions

⁵ <http://eduscol.education.fr/>

"citoyennes" des travaux de didactique visant à l'étude de tâches et de travaux qui favorisent chez les élèves un esprit de recherche. Or cette idée n'est pas tout à fait nouvelle et comporte de forts ancrages historiques : depuis le 18^e siècle au moins, on a souligné la portée très générale de cette approche des contenus mathématiques par problèmes, pour la définition d'une citoyenneté éclairée. Une bonne partie de l'enjeu à la fois politique et philosophique de l'écriture puis de la publication de traités comme les *Éléments de Géométrie* (1741) ou plus tard des *Éléments d'Algèbre* (1746) de Clairaut se situe à cette articulation entre un mode d'exposé des mathématiques par problèmes (classiques dans les milieux d'ingénieurs éclairés), et le projet philosophique des Lumières d'éclairer les esprits en apprenant "à chercher et à découvrir". Dans le groupe IREM "histoire et épistémologie", nous étudions présentement ces textes pour en renouveler la lecture sous le point de vue des questions contemporaines "d'éducation à la citoyenneté" (Bernard, Gosztonyi & Darley, à paraître).

3.2 Vers une généralisation de notre perspective de recherche aux rapports entre mathématique, histoire et citoyenneté

Ces quelques exemples montrent que la double problématique du projet dont nous avons ici résumé les grandes lignes, est susceptible d'être généralisée à d'autres thèmes qu'aux questions traditionnelles, et vivaces aujourd'hui encore, portant sur l'éducation aux statistiques et probabilités et à leurs enjeux philosophiques et sociétaux. Les rapports entre mathématiques et citoyenneté peuvent être abordés à de multiples niveaux, thématiques ou épistémologiques (c'est-à-dire touchant au mode de raisonnement et de recherche mathématique lui-même). S'ils ont en outre une dimension historique, c'est évidemment parce que la notion même de citoyenneté est par essence une question non seulement chargée d'histoire, mais dont la définition même ne peut être que située historiquement, en particulier dans l'histoire de régimes politiques qui, comme le nôtre, ont donné à l'éducation universelle de la citoyenneté un rôle central. L'autre raison, moins bien connue⁶, est que la définition d'un enseignement général des mathématiques n'est pas dissociable à son tour, de la construction d'une notion apparue au début du 20^e siècle, et qu'on voit réapparaître aujourd'hui dans les nouveaux projets de réforme du lycée : celle "d'humanités scientifiques" (on ajoute aujourd'hui : "et numériques").

C'est ce qu'illustre la conférence aujourd'hui célèbre d'Émile Borel où il proposait, très précocement dans sa carrière académique et institutionnelle, d'instituer des "laboratoires de mathématiques" dans tous les lycées, et en général un esprit pratique dans tout l'enseignement des mathématiques (Borel, 1904). Ce propos, élaboré à l'occasion de la réforme de 1902 dont les conséquences sur l'enseignement secondaire des mathématiques ont été si profondes (Gispert, Hulin & Robic, 2007), illustre à la fois le caractère historiquement situé de ces questions (la conférence a été rendue possible par une réforme, qui dépendait elle-même d'une vaste enquête parlementaire débattue au niveau politique) et le fait qu'on ne peut guère le dissocier d'une réflexion épistémologique sur la nature même des mathématiques : ce texte est un des premiers, où Borel fait connaître un point de vue épistémologique qui fait valoir le caractère à ses yeux indissociables du développement des mathématiques et de celui des sciences expérimentales. Qu'une compréhension des dimensions citoyennes de l'enseignement des mathématiques, doive être aussi à la fois historique et épistémologique, et impliquer à ce titre les enseignants les plus directement concernés, reste une question d'actualité.

Cela veut dire aussi, du point du type de recherche que nous conduisons ici, que le propos et le type d'étude entrepris pourrait être généralisé. Le "terrain" de l'éducation à la citoyenneté forme une sorte d'observatoire favorable pour le système d'écho, entre études historiques sur la

6 Elle semble en tout cas ignorée visiblement par les rapporteurs qui ont conseillé le ministre Peillon lorsqu'il a institué l'enseignement moral et civique.

construction d'une "citoyenneté par les mathématiques", et les travaux pédagogiques visant à maintenir vivant le sens de ce lien entre mathématiques et citoyenneté, dans l'enseignement d'aujourd'hui.

BIBLIOGRAPHIE

- BERHOUE, J., DUTARTE, P. & GLEBA, F. (2017). Statistique, probabilités et jugement critique. *Brochure inédite de l'académie de Créteil, diffusée dans le séminaire "sciences et jugement critique" (nov. 2017).*
- BERNARD, A. (2012). Au sujet d'une formation continue sur « mathématiques et citoyenneté », en rapport à notre axe 1. *Sciences et Techniques en Interférences [Carnet de recherche], 18 déc. 2012.* [en ligne]. <http://interferences.hypotheses.org/341> (consulté le 4.3.18)
- BERNARD, A. (2015). L'accompagnement des mémoires de master MEEF 2nd degré en mathématiques: Le choix d'un dispositif partenarial ouvert à un large choix de thématiques et de types de projets. In *Questions de pédagogie dans l'enseignement supérieur 2015* (pp. 86-96). Brest : UBO. [en ligne] http://www.colloque-pedagogie.org/sites/default/files/colloque_2015/Actes-QPES2015.pdf (consulté 4.3.18)
- BERNARD, A. (2016). Penser la place des sciences humaines dans la formation des enseignants de sciences et techniques : quels types de recherches possibles? In B. Marin & D. Berger (Ed), *Recherches en éducation, recherches sur la professionnalisation : consensus et dissensus* (pp. 217-229). Paris : Réseau national des ESPE. <http://www.reseau-espe.fr/sites/default/files/documents/prespe15-bernard.pdf> (consulté 4.3.18)
- BERNARD, A. (2015). Les séries de problèmes, un genre au carrefour des cultures : une première synthèse. In A. Bernard (Ed.), *SHS Web of Conferences*, 22. doi:10.1051/shsconf/20152200001.
- BERNARD, A. (à paraître). Borel, la valeur pratique des probabilités et le débat sur la morale laïque au début du 20^e siècle. *Revue d'Histoire des Sciences Humaines.*
- BERNARD, A., BRECHENMACHER, F. & HUSSON, M. (2014). Points cardinaux pour la conception de formations universitaires pluridisciplinaires en épistémologie et histoire des sciences pour les enseignants du secondaire, ou comment s'appuyer sur des dilemmes. *SHS Web of Conferences*, 13. <http://doi.org/10.1051/shsconf/20141305004> (consulté 4.3.18)
- BERNARD, A., DELL'ANGELO, M., DE MONTGOLFIER, S., GODFROY, A.-S., HUCHETTE, M., MAYRARGUE, A. & ROUX, C. (2014). Les sciences humaines dans les parcours scientifiques et techniques professionnalisants : quelles finalités et quelles modalités pratiques ? Présentation générale. *SHS Web of Conferences*, 13. <http://doi.org/10.1051/shsconf/20141300001> (consulté le 4.3.18)
- BERNARD, A. & GOSZTONYI, K. (2014). Series of Problems, at the Crossroads of Research, Pedagogy and Teacher Training. In *Proceedings of 7th European Summer University on the History and Epistemology in Mathematics Education* (pp. 141-151). Aarhus University : Aarhus Univ. Danish School of Education. http://conferences.au.dk/fileadmin/conferences/ESU-7/ESU7_e-version-red.pdf (consulté 4.3.18)
- BERNARD, A. & GOSZTONYI, K. (2018). Combiner recherche en histoire des mathématiques et formation professionnelle des enseignants : la mise en place expérimentale d'un nouveau groupe IREM. *Tréma*, 48, 17-33.
- BERNARD, A., CHAMBON, G. & EHRHARDT, C. (2010). *Le sens des nombres. Mesures, valeurs et information chiffrée : une approche historique.* Paris ;, Vuibert/Adapt.
- BERNARD, A. & PETITGIRARD, L. (2018). L'histoire des sciences et des techniques dans cinq dispositifs innovants de formation professionnelle : une analyse comparative. *Tréma*, 48, 1-16.
- BERNARD, A., DARLEY, C. & GOSZTONYI, K. (à paraître). Pourquoi lire Clairaut aujourd'hui ? Les enjeux citoyens de l'enseignement des mathématiques. *En préparation pour la revue Repères IREM.*
- BOREL, E. (1904). Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire. Conférence faite le 3 mars 1904 au musée pédagogique. *Texte présenté par H. Gispert (2002).* *La Gazette des mathématiciens*, 93, 47-64. http://smf4.emath.fr/Publications/Gazette/2002/93/smf_gazette_93_47-64.pdf (consulté 4.3.18)
- BOREL, E. (1906). La valeur pratique du calcul des probabilités. *La Revue du Mois*, 1, 425-437.
- BOREL, E. (1908). Le calcul des probabilités et la mentalité individualiste. *La Revue du Mois*, 6, 641-650.
- CHABOT-DEJA, F. (2017). *Quatre approches de l'éducation à l'esprit critique en classes de mathématiques en seconde.* Mémoire de master MEEF non édité, Université Paris-Est Marne la Vallée. https://drive.google.com/open?id=0B_PZx7hdnEJQbUloM0ZIS2M4VXM (consulté 4.3.18).

- CLOT, Y. (2008). *Travail et pouvoir d'agir*. Paris : Presses Universitaires de France.
- DEBRAY, R. (2002). *L'enseignement du fait religieux dans l'école laïque : rapport au Ministre de l'Éducation nationale*. Paris : O. Jacob.
- DURAND, A. & MAZLIAK, L. (2011). Revisiting the Sources of Borel's Interest in Probability: Continued Fractions, Social Involvement, Volterra's Prolusion. *Centaurus*, 53(4), 306-332.
- DUTARTE, P., DELZONGLE, F., MAATI, H., CARDINAL, J.-P., COUPRY, A. & DHERISSARD, S. (2007). *Statistiques et citoyenneté, le citoyen face au chiffre*. Brochure 135 de l'IREM de Paris Nord. <http://irem.statistiques.free.fr/telechargement/brochure135.pdf> (consulté 4.3.18)
- DUTARTE, P. (2011). Évolution de la pratique statistique dans l'enseignement du second degré en France. *Statistique et Enseignement*, 2(1), 31-42.
- EHRHARDT, C. (2011). Du cours magistral à l'entreprise éditoriale. *Histoire de l'éducation*, 130, 111-139.
- EHRHARDT, C. (à paraître). The Locus of Transnational Exchanges: Mathematical Journals for Students and Teachers, 1860s -1914. *Historia Mathematica*.
- EHRHARDT, C. & GISPERT, H. (2018). Mettre en acte un projet éditorial à la Belle Époque : les débuts de la Revue du mois. *Philosophia Scientiae*, 22, 99-118.
- FRECHET, M. & HALBWACHS, M. (1924). *Le Calcul des probabilités à la portée de tous*. Evreux ; Ch. Hérissey.
- FRIED, M. (2001). Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist? *Science & Education*, 10(4), 391-408.
- GISPERT, H., HULIN, N. & ROBIC, M.-C. (Ed) (2007). *Science et enseignement. L'exemple de la grande réforme des programmes du lycée au début du XX^e siècle*. Paris : Vuibert & INRP.
- GOSZTONYI, K. (2015). Séries de problèmes dans une tradition d'enseignement des mathématiques en Hongrie au 20^e siècle. *SHS Web of Conferences*, 22, 00013. <http://doi.org/10.1051/shsconf/20152200013> (consulté 4.3.18)
- GUEUDET, G., BIRGIT, P. & TROUCHE, L. (2011). *From Text to « Lived » Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development*. Dordrecht, New York : Springer.
- LOEFFEL, L., SCHWARTZ, R. & BERGOUNIOUX, A. (2013). *Pour un enseignement laïque de la morale. Ministère de l'éducation nationale*. http://cache.media.education.gouv.fr/file/04_Avril/64/5/Rapport_pour_un_enseignement_laïque_de_la_morale_249645.pdf (consulté 4.3.18)
- MAZLIAK, L., BUSTAMANTE, M.-C. & CLÉRY, M. (2015). Le Traité du calcul des probabilités et de ses applications: étendue et limites d'un projet borélien de grande envergure (1921-1939). *North-Western European Journal of Mathematics*, 1, 85-123.
- ROGER, J.-L. (2007). *Refaire son métier : essais de clinique de l'activité*. Ramonville-Saint-Agne : Éres.
- SAUVY, A. & HALBWACHS, M. (1936). *Le point de vue du nombre*. Édition critique sous la direction de Marie Jaisson et Éric Brian. INED 2005.
- SCHWER, S. & AUTEBERT, J.-M. (2006). Henri-Auguste Delannoy, une biographie (1e partie). *Mathématiques et sciences humaines*, 174, 25-67.
- VINCK, D. & TROMPETTE, P. (2009). Retour sur la notion d'objet-frontière. *Revue d'anthropologie des connaissances*, 3(1), 5-27.