

ETUDE ET ENQUETE MATHÉMATIQUES HORS CLASSE DES TRES BONS ELEVES

Romain MARIO

Unité mixte de recherche ADEF/ACADIS-EA4671

Aix-Marseille Université-ENS Lyon

rmario_rmario@hotmail.com

Résumé

La recherche présentée ici porte sur l'étude et l'enquête autonome et personnelle mathématiques des «*très bons élèves*»- les élèves en fortes réussites mathématiques- dans une approche anthropologique et biographique à caractère didactique. Elle a pour objectif d'accéder à leurs modes de vies institutionnelles, d'en repérer des phénomènes d'étude et d'enquête mathématiques, d'en construire les caractéristiques et d'en cerner les raisons d'être contextuelles dans le cas des très bons élèves de terminales scientifiques.

Mots clés

Étude mathématiques autonome et personnelle, enquête mathématiques, institution d'étude, contrat didactique, méthode d'observation biographique, épisodes didactiques, épisodes de la biographie didactique d'élève, savoirs efficaces, répertoire didactique et épistémologique

INTRODUCTION

Nous nous sommes intéressé aux très bons élèves (élèves en fortes réussites mathématiques) et à leur façon d'étudier les mathématiques après la classe car ils connaissent mieux que quiconque les techniques de l'étude. Par notre enquête anthropologique et ethnographique nous avons cherché à repérer des phénomènes d'étude hors classe pour l'objet de la classe, à en construire les caractéristiques, et à en cerner les raisons d'être contextuelles. Dans cette communication, nous présentons notre matériel et la méthodologie de recherche, les cadres théoriques pour l'analyse, la construction d'épisodes pour l'analyse didactique qui prend en compte le contenu mathématique des travaux qui se réalisent, ce que nous appelons les épisodes didactiques ou épisodes de la biographie didactique d'un élève (Mercier 1994, Mario 2012 ; Mario & Mercier 2015) relativement à des apprentissages mathématiques réalisés par les très bons élèves en étude autonome et personnelle, et quelques résultats.

MATERIELS ET METHODOLOGIE DE RECHERCHE

Cherchant à mieux cerner le fonctionnement et la gestion de l'étude autonome et personnelle hors classe des bons élèves, nous avons considéré les élèves que nous avons observés comme des informateurs sur le fonctionnement d'une institution didactique. Ainsi pour accéder à leurs « modes de vies institutionnelles » et à « leurs pratiques ethnomathématiques », nous avons repris et adapté la méthode d'observation biographique (Mario & Mercier 2015) initiée en didactique des mathématiques par A. Mercier (1992, 1996). Il s'agit d'observer des phénomènes didactiques, c'est-à-dire des phénomènes relatifs aux temps de transmission d'une œuvre culturelle et sociale : l'étude et l'enquête. Ces deux derniers temps de l'apprentissage appartiennent principalement aux élèves et se développent le plus souvent en dehors des temps proprement scolaire. Nous avons pour cela considéré que les bons élèves nous montreraient l'ensemble des gestes d'étude efficaces et quelques-unes de leurs organisations possibles, sachant que d'autres chercheurs ont montré la faible efficacité de certains gestes comme la rédaction de « fiches pratique-mémoire » qui enferment les élèves dans le texte officiel du savoir enseigné (Matheron, 2000).

CADRES THEORIQUES POUR L'ANALYSE

Nous posons le concept d'épisode de la biographie didactique d'un élève (Mercier 1992 ; Mario & Mercier 2015) comme objet du champ de la didactique des mathématiques, et son analyse épistémologique est faite dans le cadre théorique pour la description des mathématiques qu'est la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 1994, 2003, 2007). Pour autant nous avons fait appel à des descripteurs nouveaux, venus d'efforts de compréhension des phénomènes didactiques ordinaires et de l'action des élèves, de la Théorie des Situations Didactiques en Mathématiques (Brousseau, 1998) à la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique (Sensevy). Certains de ces descripteurs sont d'ailleurs venus en réponse à des questions sur l'apport des élèves au fonctionnement des systèmes didactiques soulevées par l'approche biographique (Mercier 1992, 1995 ; Erdogan et Duchet 2005; Silvy et Delcroix 2009; Silvy, Delcroix et Mercier 2013 ; Erdogan 2006, 2014).

CONSTRUCTION ET ANALYSE DES EPISODES

Pour la construction des épisodes, nos données empiriques ont d'abord été découpées en épisodes, dont nous avons faits une analyse épistémologique a priori afin de nous mettre en

mesure d'identifier des logiques d'actions invisibles lors de l'observation. Le découpage suit la règle du découpage théâtral. Ainsi nous sommes en mesure de sélectionner et d'analyser les données empiriques en les organisant en épisodes didactiques puis épisodes de la biographie didactique d'un élève (Mario & Mercier 2015). Nous avons opté pour une analyse thématique permettant de comparer ensuite les effets du contenu en termes de savoirs (Mercier 1994), et nous avons coordonné ces analyses avec une analyse lexicale, conduite à partir des expressions écrites, parlées, graphiques, que nous avons enregistrées. Cela nous a permis d'accéder à une chronique de l'articulation et des interactions entre les objets mathématiques. Nous utilisons aussi le symbolisme mathématique pour les formules et expressions écrites puisque l'élève produit un système d'ostensifs et de non ostensifs sur lequel s'appuie son travail mathématique. Nous suivons Matheron (2000) pour qui les ostensifs appellent des pratiques, soit comme souvenirs épisodiques (des praxèmes) soit comme objets institués (des savoirs).

Un exemple d'observation et d'épisodes

Nous présentons un de nos matériaux de recherche, un exercice sur les lois de probabilités continues. Nous avons choisi cet exercice parce que les objets de savoirs touchent plusieurs chapitres en classe de terminale scientifique.

Exercice : Réf : AV -S-4/26042008/Probabilité/lois continues

Pour une loi exponentielle de paramètre λ , démontrer que : $P_{[a; +\infty[}([a; a + s]) = P([a; s])$

Verbatim et construction d'épisodes issus des productions écrites et parlées de l'élève

Le verbatim est découpé en suivant les propositions de Sinclair et de Coulthard (1975) c'est-à-dire en appui sur les bornes, embrayeurs ou pauses qui forment le découpage proposé par l'élève. L'élève lit l'énoncé à haute voix, et nous transcrivons sans autre formalisme ses énonciations, puisque notre enjeu n'est pas l'analyse linguistique de ses productions langagières. Par contre, nous indiquons la dimension orale en ne donnant pas de ponctuation et en marquant // pour les pauses, en italiques les textes de l'élève, en droit entre guillemets ce que l'élève écrit. Dans la transcription particulière de l'élève AV, nous remarquons immédiatement les bornes « *alors* » et « *donc* », qui nous donnent un indice de découpage en unités d'action de l'élève et donc un découpage en sous épisodes élémentaires pour ce que l'on pourrait considérer comme des sous tâches pour l'élève (et pour cet élève seulement car le découpage dépend du registre de pratiques mobilisables par un élève donné). Enfin, nous remarquons deux fois un raisonnement (AV1 « *alors/on sait c'est une probabilité conditionnelle, donc je peux ////* » et AV4' : « *on a déjà étudié les intégrales et les fonctions expo....* »// AV5 « *..... donc on a tout ... alors/// sachant que..*») démontrant s'il était besoin ce que nous pensons du contrat didactique : « la connaissance du contrat est constitutive des connaissances disciplinaires mobilisées dans une tâche » selon Schubauer-Leoni (1986). C'est une règle qui n'est pas spécifique des institutions didactiques qui doit être considérée comme valable quelle que soit l'institution.

Verbatim de l'élève AV découpé en épisodes

Nous présentons ici le verbatim du travail de résolution de l'exercice sur les probabilités proposé en étude à un des élèves observés. Le découpage suit la règle du découpage théâtral avec un changement de scène et de personnage (épisodes/objets).

AV1 : « alors /// alors /// » AV1' : // alors, démontrer que la probabilité de l'intervalle $[a; a+s]$ sachant l'intervalle $[a; +\infty]$ est bien égale à la probabilité de l'intervalle $[0; s]$ /// alors / humm /// » AV2' : « // alors /// on sait que c'est une probabilité conditionnelle, donc je peux que /// »

AV2'' : // /// humm // donc la probabilité de l'intervalle $[a; a+s]$ sachant l'intervalle $[a; +\infty]$ [/// est égale à /// la probabilité de l'intervalle $[a; a+s]$ inter l'intervalle $[a; +\infty]$ le tout divisé par la probabilité de l'intervalle $[a; +\infty]$. »

AV3 : « donc qui est égale à la probabilité de l'intervalle $[a; a+s]$ sur la probabilité de l'intervalle $[a; +\infty]$ [/// donc

$$P_{[a; +\infty]}[a; a+s] = \frac{P([a; a+s] \cap [a; +\infty])}{P([a; +\infty])} = \frac{P([a; a+s])}{P([a; +\infty])}$$

AV4 : // alors // $\frac{P([a; a+s])}{P([a; +\infty])}$ /// donc le tout est euh / étant égal à l'intégrale de / allant

$$\text{de } a \text{ à } a+s \text{ AV4' : donc /// on a tout ceci (*) qui es égal à } \frac{P([a; a+s])}{P([a; +\infty])} = \frac{\int_a^{a+s} \lambda e^{-\lambda t} .dt}{P([a; +\infty])} //$$

/on a déjà étudié les intégrales et les fonctions expo// »

$$\text{AV5 : « alors /// } \frac{P([a; a+s])}{P([a; +\infty])} = \frac{\int_a^{a+s} \lambda e^{-\lambda t} .dt}{1 - P([X \leq a])} // \text{sachant que } P([a; +\infty]) = 1 - P([X \leq a]) \text{ »}$$

QUELQUES RESULTATS

Notre enquête anthropologique et biographique nous a montré que c'est la transformation des savoirs anciens et la production de savoirs nouveaux adaptés aux questions rencontrées qui caractérisent le contrat didactique dans les institutions d'étude autonome que nous avons observées. L'une des responsabilités dont l'élève s'empare à son bénéfice est de stabiliser les rapports à des objets qu'il a jugés nécessaires pour la compréhension du travail mathématique. Les « très bons élèves » étudient et apprennent à maîtriser le fonctionnement pratique des organisations mathématiques mobilisées dans la production de réponses aux exercices en étude. Ils fabriquent en étude des répertoires de savoirs efficaces par le phénomène de transhumance didactique (Mario 2012).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- CHEVALLARD, Y. (1994, février). *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*. Communication présentée lors des Actes du séminaire de l'Associazione Mathesis (p.190-200), Turin, Italie
- CHEVALLARD, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactiques des mathématiques. Dans S. Maury, et M. Caillot, *Rapport au savoir et didactiques* (p. 81-104). Paris: FABERT
- CHEVALLARD, Y. (2007a). Un concept en émergence : la dialectique des médias et des milieux. Dans ARDM (dir.), *Actes du séminaire National de didactique des Mathématiques*.
- CHEVALLARD, Y. (2007b). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique, Actes du premier congrès international sur la théorie anthropologique du didactique. Dans L. Ruiz, A. Higuera, & F. Javier Garcia (dir.), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica* (p. 705-746). Universidad de Jaén
- ERDOGAN, A. (2006). Le diagnostic de l'aide à l'étude en mathématiques (Thèse de doctorat). Université de Paris-Diderot, Paris 7.
- ERDOGAN, A. (2014). Condition épistémologique de l'étude des fonctions et de l'algèbre, en France. *Recherche en Didactique des Mathématiques*
- ERDOGAN, A., & DUCHET, P. (2005). *Pupil's autonomous studying: from an epistemological analysis towards the construction of a diagnosis*. Communication présentée lors du Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Sant Feliu de Guixols, Spain
- MARIO, R. (2012). *Conversion et influence des assujettissements au milieu scolaire dans l'étude autonome des mathématiques : comment les très bons élèves de lycée étudient les mathématiques après la classe. Observation anthropologique et suivi biographique de quelques cas exemplaires*. (Thèse de Doctorat). Aix-Marseille Université.
- MARIO, R., & MERCIER, A. (2015). Méthode d'observation de la biographie didactique de très bons élèves en étude autonome, hors classe : pertinence, modalité, analyse et interprétation des épisodes. *Education & didactique*, 9(3), 41-74
- MATHERON, Y. (2000). *Étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée. Quelques exemples*. (Thèse de Doctorat). Aix-Marseille université
- MERCIER, A. (1992). L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique. (Thèse de doctorat). Université de Bordeaux I.
- MERCIER, A. (1994). Des études didactiques pourraient-elles aider à l'enseignement des savoirs professionnels ? (le cas des mathématiques dans les pratiques professionnelles). *Didaskalia*, 4(5), 20.
- MERCIER, A. (1996a). La création de l'ignorance, condition de l'apprentissage, à l'école. *Des Sciences de l'éducation*, 22(2), 345-363.
- MERCIER, A. (1996b). Lettres. Dans C. Blanchard- Laville, Y. Chevallard, M.-L. Schubauer-Leoni (dir), *Regard croisés sur le didactique, un colloque épistolaire de chercheurs*. Grenoble : La pensée Sauvage
- MERCIER, A. (1996c). *Comment appréhender le cognitif, depuis la position de la didactique des mathématiques ?* Communication présentée au symposium REF, université de Montréal
- SCHUBAUER-LEONI, M-L. (1986). Le contrat didactique : un cadre pour comprendre les Savoirs Manifestés par les élèves en Mathématiques. *European Journal of Psychology of Education*, 1(2), 139-153
- SENSEVY, G., & MERCIER A. (2007). *Agir ensemble: l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Presse Universitaire de Rennes. PUR
- SENSEVY, G. (2011), *Le sens du savoir. Élément pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles. De Boeck.

- SINCLAIR, J., & COULTHARD, M. (1975), *Towards an analysis of discourse: the English used by teachers and pupils*. London : Oxford university press.
- SILVY, C., & DELCROIX, A. (2009). Site mathématique d'un Roc : une nouvelle façon d'interroger un exercice ? *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 4, 103-122.
- SILVY, C., DELCROIX, A., & MERCIER, A. (2013). Enquête sur la notion de « Pedagogical content Knowledge » Interrogé à partir du site local d'une question. *Éducation & Didactique*, 7(1), 35-58.