LE RESEAU DES IREM ET LA COMMUNAUTE DES DIDACTICIENS : QUATRE EXPERIENCES D'INTERACTIONS FRUCTUEUSES

Fabrice **VANDEBROUCK**
IREM de Paris, LDAR, Université Paris Diderot
vandebro@univ-paris-diderot.fr
Luc **TROUCHE**
Institut français de l'éducation, Ecole normale supérieure de Lyon
luc.trouche@ens-lyon.fr
Hussein **SABRA**
IREM de Reims, Cérep EA 4692 - URCA
hussein.sabra@univ-reims.fr
Christine **CHAMBRIS**
IREM de Paris, LDAR, ESPE de Versailles, Université Cergy-Pontoise
christine.chambris@u-cergy.fr
Mariam **HASPEKIAN**
IREM de Paris, EMA, Université Paris Descartes
mariam.haspekian@parisdescartes.fr
Valentina **CELI,** Lalina **COULANGE,** Grégory **TRAIN**
IREM et ESPE d'Aquitaine, Université de Bordeaux
valentina.celi@u-bordeaux.fr ; lalina.coulange@gmail.com ; gerg.train@gmail.com

Résumé
Les IREM – Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques – sont des composantes universitaires originales, uniques dans le paysage des disciplines, à l'interface entre les mathématiciens, les didacticiens, les formateurs d'enseignants en poste dans les ESPE et les enseignants de terrain. Sans cesse attaquées à cause de cette spécificité, elles ont pourtant apporté à chacune des communautés, notamment celle des didacticiens. Les quatre contributions développées dans cet article en sont des témoignages.

Mots clés
Ressources, Numération, Calcul, Formation des enseignants

INTRODUCTION

Ce texte reprend les contributions à la table ronde qui s'est déroulée au séminaire national de novembre 2016. Les IREM ont contribué au développement de la didactique des mathématiques comme discipline à part entière, reconnue par la communauté des mathématiciens (au sein du Conseil National des Universités 26 par exemple). Le COREM, au début des années 70, était associé à l'IREM de Bordeaux et a été un laboratoire pour le développement de la Théorie des Situations Didactiques par Guy Brousseau. L'équipe DIDIREM a émergé dans les années 80 au sein de l'IREM de Paris 7 (IREM de Paris maintenant). Partout encore, de nombreuses recherches didactiques se développent dans le cadre des IREM, qui permettent les interactions et la collaboration fructueuse avec les enseignants de terrain.

Ces structures ont été menacées à de nombreuses reprises depuis leur naissance, au début des années 70, mais elles ont toujours perduré, notamment défendues par les différentes communautés qu'elles mettent en synergie : mathématiciens, didacticiens, formateurs (ESPE…) et enseignants (APMEP notamment). Plus que jamais, il est important que les didacticiens identifient la richesse que leur apporte le réseau des IREM, aussi bien en termes de lieux de recherche au plus proche de la communauté mère des mathématiciens, des formateurs et des enseignants de mathématiques – moins isolés peut-être que dans certains grands laboratoires – de lieux de communications – qui n'est jamais intervenu dans un colloque du réseau des IREM, notamment la COPIRELEM ou la CORFEM ? – ou encore de lieux de publications dans des brochures locales ou nationales, des revues d'interface (Petit *x*, Grand N à l'IREM de Grenoble, Repères-IREM pilotée par la commission inter IREM Repères) ou même dans la revue de premier plan du réseau que sont les Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de l'IREM de Strasbourg. Ce bien est précieux. Cette contribution est une façon de le rappeler et d'inviter les collègues à s'investir dans des groupes IREM, pour développer dans ce cadre des recherches brutes, ancrées dans des problématiques de terrain et associant leurs acteurs, permettant facilement ensuite l'émergence de recherches plus académiques.

Quatre exemples de ces interactions fructueuses sont donnés. Dans la première partie, Luc Trouche expose l'expérience critique du SFoDEM à l'IREM de Montpellier et le rôle des IREM pour penser le développement des ressources des professeurs de mathématiques. Dans la seconde, Hussein Sabra, de l'IREM de Reims, met en évidence le rôle des IREM comme structures offrant un accès au terrain d'enseignement des mathématiques et comme cadres « incubateurs » de projets didactiques. Dans la troisième partie, Christine Chambris, Mariam Haspekian et Valentina Céli exposent le fonctionnement de leur groupe primaire-collège à l'IREM de Paris. Elles mettent en valeur la façon dont l'articulation IREM-didacticiens agit à tous les niveaux du développement du groupe. Enfin Lalina Coulange et Grégory Train parlent du tout nouveau groupe CORFEM de l'IREM d'Aquitaine.

L'EXPERIENCE CRITIQUE DU SFODEM (PAR LUC TROUCHE)

Je voudrais aborder cette communication sous l'angle du don et du contre-don : qu'est-ce que la communauté de didactique des mathématiques a appris des IREM, que leur a-t-elle apporté ? Cette question, on pourrait aussi la poser pour d'autres communautés voisines de, ou qui rencontrent, la communauté de didactique. C'est une question importante, sur le plan scientifique autant que pratique : les acteurs de l'enseignement des mathématiques bénéficient de l'existence d'un réseau d'associations, de communautés professionnelles et scientifiques, la CFEM en est l'une des expressions, et de tels réseaux ne peuvent vraiment se développer que dans des dynamiques de reconnaissances mutuelles.

Le SFoDEM, le produit d'une synergie entre didactique et IREM

Le SFoDEM (Suivi de Formation à Distance des Enseignants de Mathématiques) est un dispositif, produit de l'expérience de toutes les équipes de l'IREM de Montpellier, qui a bénéficié d'un temps long (de 1999 à 2006), ce qui est très rare dans le contexte des IREM, et même, plus largement, des recherches en éducation. Il a aussi bénéficié de la mobilisation de la quasi-totalité des ressources de cet IREM : les ressources en termes d'expérience sur des questions clés (l'intégration des calculatrices graphiques et symboliques, le passage de l'arithmétique à l'algébrique, la prise en compte des logiciels de géométrie dynamique, ou encore la résolution collaborative de problèmes), les ressources aussi en termes de moyens horaires attribués aux enseignants impliqués. Une telle mobilisation reposait sur des choix forts de la directrice de l'IREM de l'époque, Dominique Guin, qui avait su convaincre les équipes de l'intérêt de développer une telle synergie. Le produit de cette mobilisation est encore en ligne (http://www.math.univ-montp2.fr/sfodem/), et cette histoire a été décrite dans deux articles publiés dans Repères-IREM (Guin & Trouche, 2004, 2008).
Le SFoDEM était un dispositif de formation d'enseignants de mathématiques, visant à développer une pensée didactique de l'intégration d'outils pour l'enseignement des mathématiques, sur la base de processus réfléchis de conception collaborative de ressources pédagogiques. Plus profondément, il visait un objectif de modélisation : modélisation de dispositifs pour le développement professionnel des enseignants, modélisation de la notion de ressource pédagogique (deux objectifs qui apparaissent bien dans la structure du SFoDEM en ligne, composée de deux branches : parcours de conception de dispositif, et médiathèque des ressources produites). Le pilotage était assuré par une petite équipe composée de deux didacticiens des mathématiques et d'une informaticienne. Le dispositif lui-même était composé d'une cellule de formation, rassemblant une vingtaine de personnes (formateurs, didacticiens de mathématiques et mathématiciens), et de quatre groupes de formation (sur les thèmes cités plus haut), rassemblant chacun une vingtaine de stagiaires, dont beaucoup ont poursuivi leur implication plusieurs années durant. Ce sont, en fait, quatre équipes de l'IREM qui se retrouvaient dans la cellule de formation et animaient chacun des groupes de stagiaires.
Le projet était basé sur plusieurs hypothèses : une formation efficace doit être pensée autour des ressources manquantes de la profession ; une formation efficace doit aussi alterner des phases de conception de ressources, des phases d'implémentation en classe, et des phases de révision ; une formation efficace enfin doit stimuler des postures réflexives et la collaboration des enseignants. La recherche de modèles se basait sur la confrontation des processus de développement et des productions des quatre groupes de formation, dans une perspective de recherche d'invariants.
Le SFoDEM a eu des effets différés dans le réseau des IREM, bien après la fin du dispositif. Je me rends compte qu'il a constitué la matière des interventions dans lesquelles j'ai été impliqué, dans les manifestations nationales du réseau, jusqu'à aujourd'hui (Trouche, 2014 ; Trouche, 2016a). La recherche SFoDEM, sur Publimath (http://publimath.irem.univ-mrs.fr), donne accès à douze articles écrits par les acteurs du dispositif, qui éclairent les principaux résultats de cette expérience.

Qu’avons-nous appris, didacticiens, de cette expérience ?

Cette expérience s’est nourrie de questionnements issus de la communauté de didactique des mathématiques, par exemple sur l’intégration et la viabilité des objets informatiques (Chevallard, 1992), mais aussi de questionnements venus d’autres champs : le champ des communautés de pratique (Wenger, 1998), ou encore du praticien réflexif (Schön, 1993). Elle a produit trois types de résultats.

Le premier type de résultat concerne la nature de la formation didactique des enseignants, en concevant celle-ci comme réponse à des problèmes. Ainsi la branche « médiathèque » du SFoDEM met-elle en relation des ressources pédagogiques et les notions didactiques qui permettent de comprendre leur structure. La médiathèque comporte en fait quatre rubriques : ressources pédagogiques, documents de référence, témoignages et outils. Par exemple, on peut lire, dans la ressource « Des chaises et des tables » :

> Dans la partie I, l'objectif du problème est d'amener les élèves à utiliser une lettre pour généraliser un procédé de calcul. C'est la variation du nombre de tables (3 ; 6 ; 9 ; 126, puis un nombre non donné) qui oblige les élèves à itérer un procédé de calcul, qui peut les amener à modifier leurs procédures avec le nombre 126 et à introduire la lettre pour généraliser le procédé de calcul avec la question 2. Le nombre de tables est, ici, une variable didactique (lien).

Le lien sur variable didactique renvoie sur la définition de cette notion, intégrée dans la rubrique « documents de référence » :

> On qualifie de variable didactique d'une situation ou d'un problème une variable, pouvant être modifiée par l'enseignant, et dont les modifications (même légères) peuvent infléchir sensiblement le comportement des élèves et provoquer des procédures ou des types de réponses différentes. C'est en jouant sur des choix adéquats de ces variables que l'on peut provoquer de nouveaux apprentissages, en visant à faire émerger chez les élèves de nouvelles connaissances comme des outils nécessaires pour résoudre un problème. En fait, la notion de variable didactique traduit la nécessité de distinguer, classer et modéliser les situations dans une perspective didactique.

Un autre lien renvoie alors sur les ressources exploitant cette notion de variable didactique. Il s’agit ainsi d’un développement en miroir d’un répertoire de ressources pédagogiques et d’un système de connaissances didactiques qui soutiennent leur conception et leurs usages.

Le deuxième type de résultats concerne *les modèles pour la conception, l’usage et le partage* de ressources pédagogiques. Nous n’allons pas entrer dans une description détaillée du modèle qui émerge à la fin du SFoDEM (Figure 1) ; on pourra se reporter pour cela, par exemple, à l’article de Guin et Trouche (2008). On relèvera simplement des résultats qui, à l’époque, n’étaient pas largement partagés dans la communauté des IREM : l’importance des métadonnées ; la notion de modèle émergent, reflet de l’histoire et des besoins d’une communauté ; la notion de modèle comme assistant méthodologique, pas comme carcan.

Finalement, c’est la notion de ressource vivante, intégrant et nourrissant l’expérience des utilisateurs/concepteurs qui émerge ici. La présence, dans ce modèle, d’un CV (curriculum vitae) d’une ressource témoigne de cette intention de faire, de tout utilisateur d’une ressource, un maillon dans une chaîne d’utilisateurs-concepteurs.

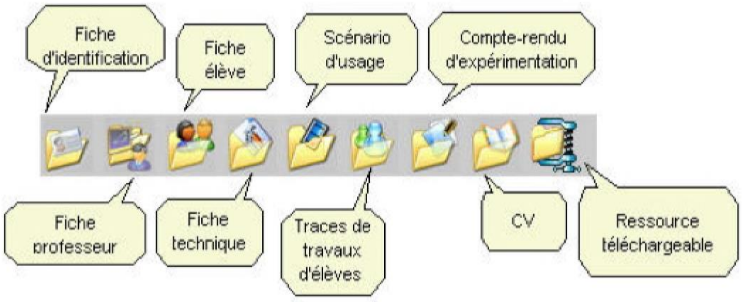


Figure 1. Le modèle 2006 de ressources du SFoDEM

Le troisième type de résultats concerne les *modèles de dispositif*, du point de vue de leur genèse (structurée par les activités *d'exploration*, de *définition*, de *réflexion*, *d'échange* et de *révision*), des formes d'organisation (Figure 2, la forme initiale de l'organisation du SFoDEM), et des formes d'engagement (mobilisant des *chartes* pour les pilotes, les formateurs et les stagiaires).

Le modèle propose aussi des outils d'évaluation du dispositif, sous la forme de *baromètres*, permettant aux acteurs (pilotes, formateurs et stagiaires) de faire évoluer le dispositif pour qu'il réponde mieux à leurs attentes.

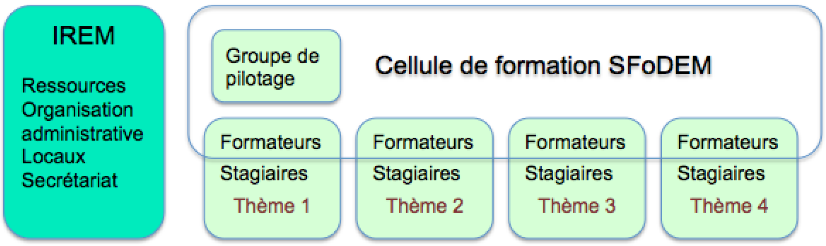


Figure 2. L'organisation du SFoDEM, en synergie avec l'IREM

Cette expérience a aussi contribué à nourrir le développement d'autres dispositifs, ce que nous allons décrire dans la section suivante.

Le SFoDEM, matrice de dispositifs, reposant sur la mobilisation des IREM et nourrissant en retour leur réflexion

Le SFoDEM a contribué à nourrir de nouveaux projets de conception collaborative de ressources, et a constitué aussi une matrice conceptuelle de nouvelles approches théoriques et méthodologiques.

Du point de vue des projets de conception collaborative de ressources, on peut évoquer le programme Pairform@nce, le dispositif M@gistère ou encore le MOOC eFAN maths. Je concentrerai mon propos ici sur le programme Pairform@nce, dont nous avions souligné, lors d'un colloque DIDIREM, la filiation avec le SFoDEM (Gueudet, Soury-Lavergne & Trouche, 2009). Le programme Pairform@nce visait la mutualisation en ligne de parcours de formation, susceptibles de nourrir des formations locales basées sur la conception collaborative de ressources. Dans le cadre d'une convention avec le MENESR, un projet d'accompagnement, par la recherche, de ce programme a été monté, coordonné par l'INRP et impliquant les IREM de Montpellier et de Rennes.

La structure de ce projet (Figure 3) rappelle fortement la structure du SFoDEM (Figure 2), avec un étage de plus (de la conception des parcours à leur mise en œuvre dans des stages de formation, puis à l'implémentation des ressources produites dans les classes des stagiaires). Plus qu'une structure, c'est un point de vue méthodologique qui s'exprime, celui d'une continuité entre phases de conception et phases d'usages, les deux phases se nourrissant mutuellement.

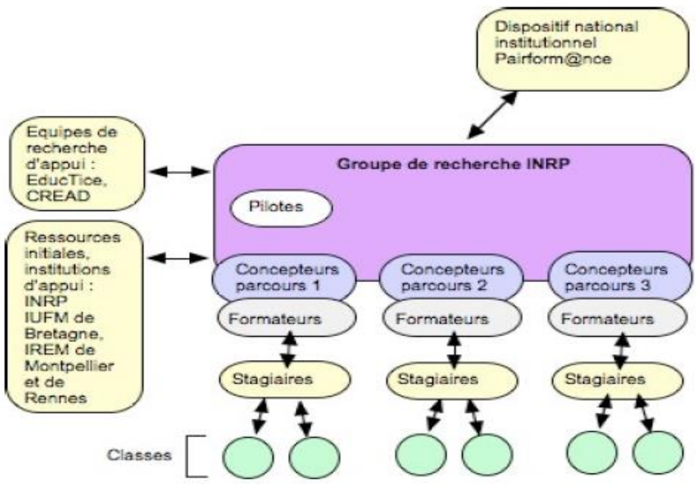


Figure 3. L'organisation du dispositif d'appui à Pairform@nce

La méthodologie s'inspire aussi du SFoDEM du point de vue de la recherche d'invariants : le dispositif s'appuie en effet sur la conception de parcours sur des thèmes différents, dans la perspective de mise en évidence d'éléments communs et donc de modèles de parcours de formation mutualisés. Une réflexion particulière avait été portée à la conception *d'assistants méthodologiques* soutenant l'appropriation des parcours par des formateurs n'ayant pas contribué à leur fabrication initiale. Signalons enfin que ce projet, comme le SFoDEM, a bénéficié d'un temps long (5 ans) permettant l'analyse fine du travail des concepteurs, des formateurs et des stagiaires et la conception dans la perspective de modèles de parcours et de dispositifs de formation (Soury-Lavergne, Trouche, Loisy & Gueudet, 2011).
On retrouvera aussi des effets de cette réflexion dans l'organisation du MOOC eFAN Maths, qui a mobilisé, avec l'IFÉ, les IREM de Lyon, Paris et Rennes (Aldon, 2015) et dans la mise en œuvre de la Stratégie mathématiques qui a mobilisé l'ensemble des acteurs de l'enseignement des mathématiques (Trgalova & Trouche, 2015).
Le SFoDEM a aussi constitué une matrice conceptuelle. La réflexion autour des « ressources vives » a débouché sur *l'approche documentaire du didactique* (Gueudet & Trouche, 2010) ; la réflexion autour des dispositifs a facilité sans doute l'émergence du collectif comme thématique d'étude didactique (Pepin, Gueudet & Trouche, 2013), comme en a témoigné le deuxième thème de la 18e école d'été de didactique des mathématiques (Gueudet & Matheron, 2015).
Dix ans après la fin du SFoDEM, les choses ont un peu bougé, à la lumière des expériences antérieures, sur au moins trois questions :
- la question des lieux de collaboration des enseignants : l'expérience des Lieux d'éducation Associés à l'IFÉ (http://ife.ens-lyon.fr/lea) a mis en évidence la nécessité de prendre aussi en compte ce niveau élémentaire des collectifs enseignants, si l'on veut développer des dispositifs qui combinent phases de conception et de mise en œuvre des ressources ;
- la question des modèles de ressources. La réflexion en cours dans le programme ANR ReVEA (www.anr-revea.fr) a mis en évidence la nécessité de prendre en compte le niveau des *systèmes de ressources* des enseignants, articulant différents modèles de ressources, certaines pouvant jouer le rôle de pivots ;
- la question des modèles de dispositifs. Au lieu de dispositifs pyramidaux (Figures 2 et 3), émergent des dispositifs en réseaux, avec plusieurs nœuds (Figure 4) articulant équipes de recherche, établissements scolaires et associations d'enseignants.

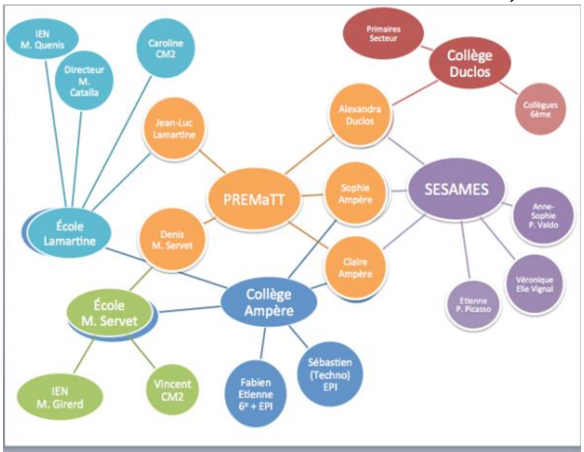


Figure 4. Le projet PReMATT[1], un réseau à plusieurs nœuds

Ces interactions fructueuses entre communauté de didactique des mathématiques et réseau des IREM, ne sont pas réduites au SFoDEM. En reprenant, pour un ouvrage récent (Trouche, 2016b), l'étude de ces interactions depuis l'origine du réseau, je réalisais combien on pouvait parler de double germination de la didactique et des IREM en France… Une double germination à cultiver !

[1] PREMaTT, Penser les ressources de l'enseignement des mathématiques dans un temps de transition, projet lyonnais mobilisant des chercheurs et des enseignants de l'IFÉ, de l'IREM, de l'ESPÉ, des équipes de recherche et des établissements en tant que tels.

UN TEMOIGNAGE DE L'IREM DE REIMS (PAR HUSSEIN SABRA)

Les didacticiens des mathématiques développent depuis longtemps leurs travaux de recherche en collaboration avec les enseignants des mathématiques. Les IREM sont un exemple emblématique de cette collaboration. Nous allons présenter dans cette partie deux formes de collaboration issues d'une expérience propre. Nous mettrons en évidence que la participation des didacticiens des mathématiques aux groupes permet le maintien d'une interaction continuelle avec le terrain comme elle permet la maturation de certains projets didactiques.

Les groupes IREM, cadre d'interaction avec les acteurs de l'enseignement des mathématiques

Notre expérience dans le cadre des groupes IREM montre des rôles que les groupes IREM peuvent jouer pour la mise en place des expérimentations et pour le développement des projets de recherche nationaux, européens et internationaux. Voici deux exemples :

- Notre participation aux travaux du groupe « Intégration des Outils Informatiques » (IOI) de l'IREM de Montpellier qui a contribué fortement au développement du projet Comenius européen « Edumatics »[2] (2008-2012).
- Notre participation actuelle aux travaux du groupe « Lycée-TICE » de l'IREM de Reims. Cette participation constitue une contribution pour le développement du projet ANR « Ressource Vives pour l'Enseignement et l'Apprentissage »[3] (ReVEA).

Notre arrivée à l'Université de Reims Champagne Ardenne est tombée au moment de l'acception du projet ANR « RevEA » (en 2013). Après notre expérience avec le groupe « IOI », un des premiers réflexes était de contacter l'IREM de Reims pour rencontrer des enseignants avec qui pouvoir collaborer, d'où notre participation au groupe « Lycée-TICE ». Les enseignants impliqués dans les deux groupes « IOI » de l'IREM de Montpellier et « Lycée-TICE » de l'IREM de Reims partagent une culture et des valeurs proches autour de l'enseignement des mathématiques, ce qui facilite l'implication des nouveaux membres. Par ailleurs, les intérêts d'implication dans les groupes IREM ne sont les mêmes pour tous les enseignants ; chacun joue un rôle dans son groupe en fonction de ses représentations et de ses conceptions sur les mathématiques et leur enseignement. Dans l'encadré 1, nous présentons des profils des enseignants impliqués dans le groupe « Lycée-TICE » de l'IREM de Reims, avec des extraits de témoignages.

M. C, Enseignant, classes préparatoires (Marne), agrégé, docteur en mathématiques : *« je suis entré à l'IREM à l'occasion de l'organisation d'une formation autour du logiciel Scilab […] je suis allé puisque j'étais intéressé et je connaissais le logiciel scilab […] je suis entré à ce moment et après, j'ai poursuivi le travail dans le groupe lycée-TICE ».* **M. S :** Enseignant, Lycée (Marne) : *« la culture de l'IREM a un avantage c'est que… on peut se poser des questions, avoir du recul par rapport au programme, etc. ».* **Mme A :** Enseignante, Lycée (Marne), agrégée, docteure en didactique des mathématiques : *« Au départ, je ne savais pas ce qu'il fallait faire pour être à l'IREM. J'entendais les collègues parler de l'IREM […] Au départ, j'ai assisté aux réunions sans faire partie du groupe ».*

[2] http://www.edumatics.mathematik.uni-wuerzburg.de/fr/
[3] https://www.anr-revea.fr/

Encadré 1. Profil des enseignants dans le groupe « Lycée-TICE » et témoignage sur les raisons ou circonstances de leur implication dans les groupes IREM

On peut identifier dans l'encadré 1 des raisons d'implication différentes dans les groupes IREM : la liberté de réflexion, le développement d'un regard critique sur l'enseignement des mathématiques et les curricula, etc. Certains témoignages montrent que des initiatives ponctuelles ou bien des sollicitations limitées dans le temps peuvent faciliter l'implication de certains nouveaux membres.

Dans une des tâches du projet « ReVEA », il s'agit de suivre le processus de conception collective de ressources pour l'enseignement des mathématiques. Nous avons fait le choix de suivre ce processus dans le cadre d'un groupe IREM (le groupe « Lycée-TICE »). Le groupe « Lycée – TICE » avait comme projet de concevoir des ressources pour la mise en place des démarches d'investigation au lycée (avec les TICE comme outils à disposition), ainsi que des ressources pour le développement de ce qu'on a appelé « culture de recherche » en classe.

La thématique du groupe « Lycée-TICE » suppose une réflexion sur une progression tout au long des différents niveaux d'enseignement au lycée, les modes d'enseignement, les domaines et les notions mathématiques à aborder ainsi que la façon dont on les aborde (comme *outils* ou comme *objets* (Douady, 1986)). Tous ces éléments déterminent la structuration d'un *système de ressources* (Gueudet & Trouche, 2010), qui reflète certains choix mathématiques et didactiques collectifs. Des complexités sont apparues pour la réalisation du projet commun, nous les avons identifiées par :

- l'organisation et l'indexation des ressources dans un dossier Dropbox entre les membres (*cf.* Figure 5) ;
- les interrogations posées par les membres du groupe : Comment sélectionne-t-on les premières ressources ? Quels appuis sur les travaux antérieurs autour des problèmes ouverts ? Quelles « ressources transversales » peut-on concevoir pour initier le développement d'une « culture de recherche » dans les classes de mathématiques ?

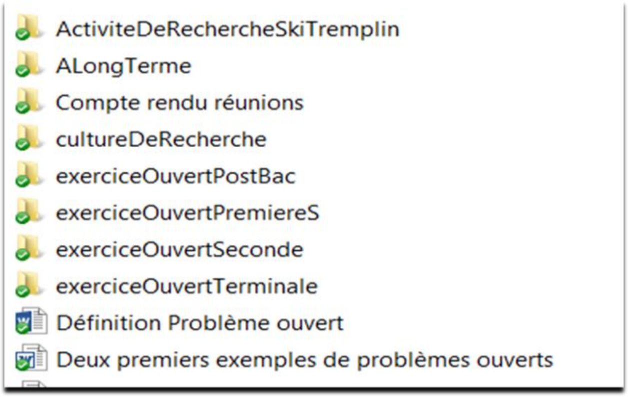


Figure 5. Structuration et organisation première des ressources dans le dossier Dropbox partagé par les membres du groupe « Lycée-TICE »

Aborder le travail collectif de conception de ressources dans un groupe IREM pousse le didacticien à associer le suivi du processus de conception de ressources et l'analyse des ressources existantes. Le groupe « Lycée-TICE » illustre l'exemple d'un collectif d'enseignants qui essaie de concevoir des ressources pour l'enseignement d'un « objet complexe ». Les cadres de référence (didactiques et institutionnels) sur lesquels les membres du groupe peuvent s'appuyer ne font pas consensus : les rapports entre « démarche d'investigation », tâche complexe, prise d'initiative par les élèves, démarche de recherche, résolution de problème, etc., ne sont pas explicites. Le suivi de ce collectif pourrait représenter l'étude de cas d'un collectif d'enseignants, qui essaie de répondre à un « problème professionnel » lié aux mathématiques et à un manque repéré de ressources.

On peut expliquer les attentes mutuelles entre didacticien et enseignants membres du groupe en termes de *contrat méthodologique* (Sabra, 2016). Nous tenons à préciser que l'élaboration d'un contrat méthodologique s'inscrit dans un processus qui s'initie naturellement à partir des premiers échanges entre les membres du collectif et le chercheur (didacticien). L'explicitation des attentes réciproques entre enseignants et didacticien, peut contribuer à la mise en place d'une collaboration qui alimente des intérêts mutuels. Pour le groupe « Lycée-TICE », l'intérêt d'une collaboration avec un didacticien réside dans l'occasion offerte pour valoriser l'activité des membres autour d'une thématique d'actualité pour les enseignants, les formateurs et les chercheurs.

L'IREM comme institut, constitue, pour un didacticien, une plateforme pour donner accès aux terrains. Il assure une réponse à la nécessité de collaborer avec des enseignants.

Les groupes IREM comme incubateurs des projets didactiques

Le groupe « Enseignement Supérieur » est né à l'IREM de Reims à partir d'une initiative de collaboration entre l'Université de Technologie de Troyes (UTT) et l'Université de Reims Champagne Ardenne.

Les collègues de l'UTT (Ecole d'ingénieurs) ont identifié plusieurs problématiques, notamment autour du rôle de la démonstration dans la formation des ingénieurs. Des questions pragmatiques ont été posées : est-ce qu'il faut vraiment faire la démonstration dans une formation d'ingénieurs ? Avec quel(s) objectif(s) ? La réponse à ces questions ne fait pas unanimité entre enseignants (enseignants de mathématiques à l'UTT) :

- Certains (les ingénieurs notamment) pensent qu'il n'est pas « utile » de faire les démonstrations compliquées de certains théorèmes. Ils proposent de les remplacer par une illustration du théorème à partir de deux exemples.
- D'autres (mathématiciens notamment) pensent que faire la démonstration est essentiel, car en faisant la démonstration on transmet des outils de base, éléments fondamentaux pour utiliser et manipuler les objets mathématiques.

Le rapprochement avec les didacticiens de mathématiques[4] dans la région (Champagne Ardenne) leur a paru naturel pour réfléchir à la place de la démonstration dans la formation des ingénieurs. Les travaux en didactique des mathématiques sur la démonstration et la preuve sont nombreux. En revanche, il y a peu de travaux en didactique des mathématiques autour de la formation des ingénieurs, même au niveau international. Ce qui nous a paru intéressant du point de vue didactique pour initier un projet collaboration.

L'IREM nous a paru un cadre privilégié pour institutionnaliser cette collaboration et préparer les réflexions dans un contexte favorable. Nous avons monté un groupe « Enseignement Supérieur » qui a comme objectif premier de formaliser cette collaboration. Les premières discussions nous ont permis de développer un projet commun qui porte plus particulièrement sur le raisonnement et les démarches de preuves en mathématiques dans la formation des ingénieurs. Le projet consiste en l'élaboration de problèmes mathématiques pour les ingénieurs (en termes d'applications) dans le but de mettre en évidence l'intérêt des démonstrations et des preuves dans la formation d'ingénieurs. Dans le cadre de ce projet, l'UTT constitue un terrain pour expérimenter des séquences d'enseignement de différents types de raisonnements mathématiques et des séquences d'enseignement de certaines notions permettant d'enrichir la pratique mathématique.

[4] Le développement de ces travaux a lieu en étroite collaboration avec Cécile Ouvrier-Buffet (Professeur des universités en didactique des mathématiques).

Quelle est la plus-value pour les didacticiens de cette collaboration ?

Le projet du groupe « Enseignement Supérieur » répond à des besoins d'un établissement (UTT), mais touche aussi des problématiques d'actualité dans les recherches en didactique des mathématiques : la problématique de la définition de contenus d'enseignement cohérents dans la formation des ingénieurs (des non-mathématiciens). Il s'agit dans ce type de problématique de prendre en compte d'une part, l'évolution que subissent le métier d'ingénieurs et les mathématiques grâce à l'évolution de la technologie ; et d'autre part, l'évolution de l'enseignement grâce à l'évolution du numérique. D'où des questionnements qui permettent d'explorer des chantiers de recherches en didactique :

- Comment enseigner la preuve et différents types de raisonnement dans la formation de futurs ingénieurs ?
- Quels dispositifs et quelles ressources peut-on mobiliser pour la formation mathématique des futurs ingénieurs ?

Cette réflexion s'inscrit dans un défi actuel à relever par les recherches sur l'enseignement supérieur (Artigue, 2016) : faire connaître aux étudiants des mathématiques originales offertes par l'aspect expérimental de cette discipline grâce à l'évolution de la technologie. Ce travail ouvre des pistes intéressantes pour l'approche de la conception collective des ressources comme support pour transformer et harmoniser des pratiques. Cette piste nous semble importante à développer surtout dans le contexte de l'université où le travail d'enseignement semble être rarement un travail collectif (Gueudet, 2016).

Les travaux développés dans le groupe « Enseignement Supérieur » constituent un cadre exploratoire qui nous permet d'effectuer des choix pour répondre à des appels à projets. Nous déterminons des besoins pour les acteurs (enseignants et praticiens) et pour les recherches en didactique (développements théoriques et méthodologiques). Les travaux du groupe IREM constituent alors pour nous (didacticiens) un terrain de réflexions pour initier des collaborations et rejoindre la dynamique de construction d'un réseau de recherche sur l'enseignement supérieur : le réseau DEMIPS (Didactique et Epistémologie des Mathématiques, et liens Informatique et Physique dans le Supérieur).

Les groupes IREM permettent d'entretenir des relations avec des praticiens (mathématiciens professionnels et enseignants de mathématiques) et utilisateurs des mathématiques (ingénieurs par exemple). Ils forment aussi un cadre pour la maturation des projets des didacticiens.

LA NUMERATION, LE CALCUL ET LA CALCULATRICE, DU CM A LA 6E (PAR MARIAM HASPEKIAN, CHRISTINE CHAMBRIS ET VALENTINA CELI)

Le lien IREM-Didacticiens se traduit pour nous par l'animation d'un groupe intitulé Primaire-Collège, dont nous présentons par la suite la naissance et le travail. Nous avons souhaité commencer notre réflexion par une illustration schématique du thème de l'intervention :

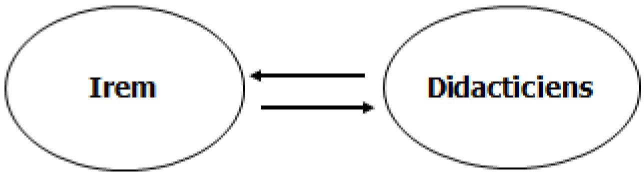


Figure 6. Schéma d'interactions entre IREM et didacticiens

Le groupe étant relativement nouveau au regard d'autres présentés lors de cette table ronde, les liens IREM-Didacticiens ne se traduisent pas encore chez nous, comme cela peut être le cas pour d'autres, par une production forte de ressources, d'activités, pensées conjointement par des enseignants et des chercheurs, publiées dans des brochures, apportant des résultats fruits de cette réflexion conjointe. Pourtant ces liens sont déjà bien présents.
En effet, la jonction IREM-Didacticiens des mathématiques est aussi pour nous celle des liens entre le monde de la Recherche d'une part et le « Terrain », c'est-à-dire le monde de l'enseignement, avec la formation et les enseignants.

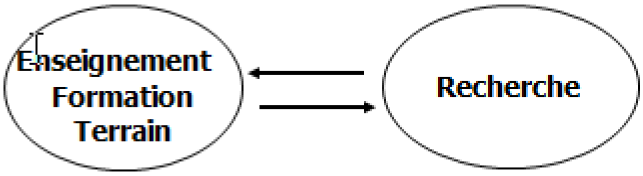


Figure 7. Schéma d'interactions retravaillé

Ces deux mondes se nourrissent l'un l'autre et c'est aussi ce qui fait la cohérence des groupes IREM. Notre présentation se veut alors refléter cette articulation en montrant qu'elle a eu lieu à chaque étape du développement de notre groupe : à sa naissance déjà, puis dans le travail du groupe, enfin au-delà du groupe, c'est-à-dire dans les activités qui se développent autour.

Articulation Recherche-Terrain à la naissance du groupe

En amont…

L'articulation entre le monde la Recherche et le Terrain se trouve en amont même de la naissance du groupe. Côté Recherche et côté Terrain, des préoccupations existaient. Elles ont ainsi trouvé une façon de se cristalliser dans le groupe IREM.
Côté Recherche, il y avait des discussions entre deux des chercheures (V. Celi et M. Haspekian, notées V et M dans la suite) sur la calculatrice à l'école élémentaire, et des préoccupations de la troisième (C. Chambris, notée C dans la suite) sur la calculatrice et la numération.
La calculatrice trouve sa place dans les textes officiels depuis le début des années 90, ce qui n'est pas sans avoir créé des polémiques nombreuses sur le rôle qu'elle peut avoir dans les apprentissages des élèves de l'école élémentaire. Les craintes que les élèves ne sachent plus calculer par exemple ont été émises, jugeant que la calculatrice pourrait aller contre ce que les élèves doivent apprendre. Dans la littérature spécialisée, dès les années 90, des articles proposent des exemples d'activités pour les élèves qui doivent leur permettre d'apprendre à se servir de la calculatrice non seulement pour vérifier ou effectuer des calculs mais aussi comme source de problèmes, ainsi que pour découvrir des faits numériques. Les documents qui accompagnent les programmes de 2002, en s'appuyant aussi sur ces travaux, comptent une partie consacrée aux divers usages que l'on peut faire de la calculatrice à l'école. Malgré cela, dans les pratiques, encore aujourd'hui, de nombreux enseignants méconnaissent (voire ne connaissent pas du tout) les divers usages de la calculatrice et les liens qui peuvent s'opérer entre le calcul instrumenté, le calcul mental et la numération. Ces constats sont faits lors de la formation continue que nous dispensions en IUFM et en ESPE depuis quelques années.
Les réflexions de M et V concernaient alors l'intégration de la calculatrice à l'école primaire, en particulier la question de l'application à l'enseignement primaire du cadre de l'approche instrumentale (Artigue, 2002 ; Guin & Trouche, 2002 ; Lagrange, 2000 ; Trouche, 2005) qui, pour comprendre les phénomènes d'intégration et d'instrumentation en mathématiques, s'est montré fructueux dans le secondaire. Certaines difficultés liées à l'introduction de la

calculatrice semblaient en effet analogues. Les travaux de recherche de C (Chambris, 2008) suggèrent l'intérêt de reconsidérer le rôle d'un registre particulier pour l'expression des nombres, celui des unités (les dizaines, les centaines…) dans l'étude de la numération, et ceux de Tempier (2013) montrent la difficulté pour les enseignants d'intégrer ce registre. Or il se trouve que ce registre d'expression des nombres n'existe pas dans la calculatrice. Il y a donc un double problème à considérer pour arriver à faire vivre ensemble l'outil et les unités : sémiotique et instrumental. C avait alors envie de réfléchir à l'intégration des outils actuels du calcul, et l'envie de travailler avec M et V pour mettre « la calculatrice au défi » dans l'enseignement de la numération.
Côté Terrain, à travers le réseau des IREM, il y avait la volonté de créer des groupes inter-degrés, en réponse à une demande institutionnelle liée à la création du « nouveau cycle 3 ». Il y avait aussi la sortie de la nouvelle calculatrice chez Texas Instruments, dédiée à la fin du primaire et au début du collège. TI avait contacté l'IREM et l'IFé pour équiper des classes de ces nouveaux outils et avoir en retour des ressources produites pour les enseignants. Le réseau des IREM a lancé un appel à création de groupes et l'IFé un projet de recherche, appuyé sur les IREM, baptisé « CaPriCo » (CAlculatrices PRImaire-COllège), sur l'une de nos propositions.

A la naissance…

Dans le cadre du projet national CaPriCo, chaque classe participant à l'expérimentation a été dotée d'un lot de 30 calculatrices et d'un des deux livrets d'activités édités par Hatier – soit CM1-CM2, soit 6^{e}-5^{e}. Notre groupe a ainsi démarré sur la base d'un projet de « recherche-action », en novembre 2014, avec 6 enseignants du « nouveau cycle 3 » et les élèves ont vite adopté ces « calculatrices bleues » (figure 6).
Du côté terrain, le travail du groupe avec les enseignants et les ressources consiste à concevoir ou co-concevoir avec les enseignants des tâches pour travailler la numération intégrant les unités de numération (à la calculatrice, sans la calculatrice), formuler et communiquer les savoirs mathématiques en jeu (dans le champ des nombres entiers et des nombres décimaux), formuler et communiquer les savoirs en jeu sur la calculatrice en dégageant éventuellement les spécificités de la TI Primaire+.

Figure 8. La « calculatrice bleue » - TI-Prim+ et son fichier d'activités dédiées, « Mosaïque »

Du côté Recherche, ce groupe IREM constitue un terrain pour étudier nos questions qui portent à la fois sur l'instrument et les unités de numération :

- Les enseignants de fin d'école et de collège intègrent partiellement la calculatrice dans leurs pratiques. Quelles seraient des conditions pour qu'ils l'intègrent pleinement comme un environnement de travail ?
- Alors qu'elle ne présente que le seul registre de l'écriture chiffrée, quelles seraient des conditions pour que la calculatrice contribue à restaurer le registre des unités numération dans les pratiques des enseignants ?

Le lien originel IREM-Didactique, dans le cas de notre groupe, consiste ainsi à s'intéresser aux pratiques enseignantes du double point de vue de l'intégration d'un instrument – la calculatrice – et d'un objet mathématique – les unités de numération i.e. unités, dizaines, centaines… – ainsi qu'à la conception ou co-conception avec les enseignants de ressources impliquant ces objets.

Articulation Recherche-Terrain dans le travail « au quotidien » du groupe

Le travail avec et par les enseignants aidés des didacticiens…

L'expression « au quotidien » souligne que les réunions, dont la fréquence est d'au moins 6 par an, impactent de façon conséquente le quotidien des enseignants. On y discute des activités du fichier, d'autres activités apportées par les enseignants eux-mêmes, des liens avec des thèmes d'enseignement des mathématiques, des pratiques sont échangées (travail en amont, difficultés, réussites…), des ressources sont soumises au regard des uns et des autres, analysées, critiquées, améliorées. Des séances testées, des activités partagées se retrouvent dans le quotidien des classes**.** Des partenariats se mettent en place : deux binômes d'enseignants créent une liaison CM-6^{e} fondée sur l'utilisation de la calculatrice.

Tous ces fruits du travail conçu dans le groupe impactent les classes, structurent les progressions, par exemple pour monter une liaison CM-6^{e}, mais plus encore à partir de la deuxième année, quand les enseignants commencent à prendre de la distance et cherchent davantage à intégrer la calculatrice dans les projets ordinaires de la classe, ce qui impacte aussi les représentations des enseignants sur la numération et son apprentissage.

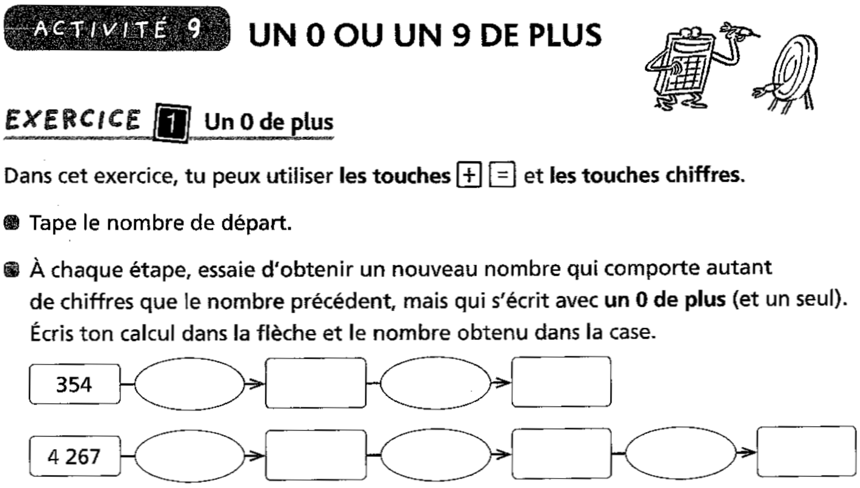
Le groupe IREM a aussi ainsi une dimension « formation » des enseignants, des didacticiens vers les enseignants du groupe. Les premières séances ont été pilotées par V, autour de la présentation de tâches « calculatrice ». Plus tard, une réunion, pilotée par C, a été consacrée à l'enseignement de la numération et a constitué une sorte de formation « aux unités de numération », avec l'introduction des unités dans des tâches « hors calculatrice », et la proposition d'un « corrigé » avec unités pour une activité calculatrice sans unités. Se posait ainsi la question de leur intégration dans le travail « avec calculatrice ».

L'expérimentation CaPriCo, côté Recherche, a donc fonctionné comme un levier pour le travail sur le terrain des enseignants, autour de trois axes principaux qui se retrouvent aussi bien du côté de la recherche que de celui du terrain, montrant des intersections non vides :

- l'intégration de cette calculatrice dans les pratiques (Quelle utilité ? Quelles différences avec les autres calculatrices ? Quels enjeux d'apprentissage ?),
- la numération (thème central dans les activités avec la calculatrice),

La liaison CM-6^{e} dans laquelle la calculatrice a été vue comme outil « fédérateur » : défis calculs, échanges inter-classes… Nous donnons ici l'exemple d'une activité testée plusieurs fois sur le « terrain », qui sera reprise dans la section suivante côté « recherche », emblématique de l'articulation entre les deux mondes. Il s'agit de l'Activité 9 du fichier *Mosaïque* CM1-CM2 (Charnay & Treffort, 2014, p. 17).

Cette activité a été perçue comme difficile à mettre en œuvre par la première enseignante à l'avoir testée. Elle a été longuement travaillée car elle posait de nombreuses questions. Par exemple, les enseignants considéraient que la calculatrice avait un rôle ambigu. A-t-on le droit d'utiliser d'autres touches que les touches $\boxed{+}$ et $\boxed{=}$ pour la recherche ? Et puis, cette activité ne va-t-elle pas *contre* la prescription des programmes d'« utiliser la calculatrice à bon escient » ? Dans quelle mesure le travail de numération est-il un enjeu de cette activité ? Et aussi des questions, en termes de gestion de classe : par exemple comment mener la phase de correction, la calculatrice faisant « exploser » le nombre de solutions possibles.


ACTIVITÉ 9 UN 0 OU UN 9 DE PLUS

EXERCICE 1 Un 0 de plus

Dans cet exercice, tu peux utiliser **les touches** [+] [=] et **les touches chiffres.**

- Tape le nombre de départ.
- À chaque étape, essaie d'obtenir un nouveau nombre qui comporte autant de chiffres que le nombre précédent, mais qui s'écrit avec **un 0 de plus** (et un seul). Écris ton calcul dans la flèche et le nombre obtenu dans la case.

354

4 267

Figure 9. Activité 9, version initiale (Mosaïque CM1-CM2, 2014, p. 17)

Le travail des didacticiens aidé par les enseignants…

L'articulation IREM-Didactique a aussi joué tout le long du travail du groupe en direction de la recherche. En premier lieu, les groupes IREM, de par le climat de confiance qui s'instaure, constituent bien évidemment une formidable source pour recueillir des données : vidéos, cahiers d'élèves, préparations des enseignants, observations d'activités en classe avec la calculatrice, et de séances qui se sont élargies à d'autres classes, d'autres thèmes, avec ou sans la calculatrice. C et M ont ainsi pu recueillir en allant observer des enseignants du groupe dans leurs classes de nombreuses données (observations, vidéos, cahiers élèves) sur :

- l'intégration de cette calculatrice dans les pratiques
- la numération (thème central dans le fichier)
- la liaison CM-6e (la calculatrice vue comme outil « fédérateur »)

En second lieu, elle a également permis de nourrir le travail de recherche d'une enseignante du groupe engagée dans un master[5] qui s'est précisément penchée sur l'activité 9 (figure 9). La dimension « recherche en didactique » a alors donné lieu à un élargissement du travail sur l'activité 9, avec l'introduction d'un jeu sur les systèmes d'écriture**.** L'analyse *a priori* et les enjeux épistémiques dans l'apprentissage de la numération ont abouti à une nouvelle version de cette activité (figure 10).

Le rôle de la calculatrice y est par exemple modifié par rapport à l'activité initiale : elle retrouve une fonction « première » à l'école qui est de pouvoir vérifier des résultats. Elle joue un autre rôle tout aussi essentiel, mais plus discret : elle impose une conversion entre systèmes sémiotiques car pour « vérifier », il faut à un moment ou un autre convertir, des unités en écritures chiffrées.

De façon plus ponctuelle, les enseignants de notre groupe ont contribué au projet CaPriCo : au total, quatre enseignants et deux animatrices ont participé à la journée nationale CaPriCo, à Lyon, en 2015 et 2016, ils ont répondu au questionnaire lancé par l'IFé sur l'utilisation de la calculatrice et soumis des fiches d'activité.

[5] Master 2 Sciences de l'Education, Parcours « Formation, Evaluation et Encadrement en milieu scolaire », de l'Université de Paris Descartes. Mémoire soutenu en juin 2016, par Marie Audoly Lamiaux.

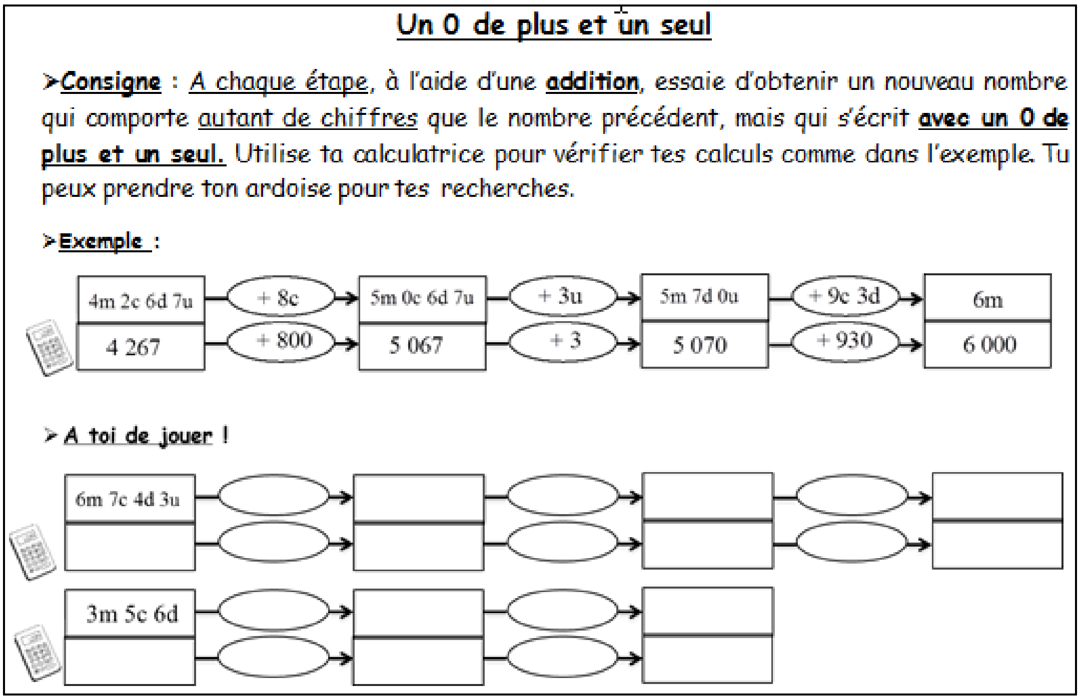


Figure 10. Troisième version de l'activité 9 (Lamiaux, 2016, p. 103).

Articulation Recherche-Terrain dans le travail au-delà du groupe

En conclusion, au-delà du groupe IREM, nos travaux se poursuivent, ils s'appuient sur les données recueillies. La calculatrice, en primaire, au collège ou dans la liaison primaire-collège, induit une complexité et différentes difficultés. Certaines sont relatives à l'outil lui-même, aux savoirs qu'il met en jeu et aux ressources pédagogiques qu'il rend nécessaires ; d'autres sont relatives aux acteurs impliqués (les professeurs et les élèves) et aux genèses instrumentales. En effet, les outils de nos cadres théoriques, notamment l'idée le dédoublement de l'instrument (Haspekian, 2006) qui mène chez l'enseignant à une double genèse instrumentale personnelle et professionnelle, nous permet d'analyser une évolution de la genèse instrumentale professionnelle des enseignants. On constate par exemple une évolution entre la première et la deuxième année : les professeurs ont modifié leur conception de la séance « prise en main », dans le sens d'une simplification des fonctionnalités présentées aux élèves, et évitant une séance « dédiée », avec fiche, par exemple.

Cela se traduit aussi par l'émergence de questions sur les finalités des enseignants. En particulier, ils sont très attachés à apprendre aux élèves à « utiliser la calculatrice à bon escient » mais dans une perspective qui va au-delà de celle de répondre simplement à une compétence du programme de mathématiques. En effet, « à bon escient » se rattache chez nos enseignants à une signification sociale. Dans notre groupe, pour plusieurs d'entre eux, cette signification est alors à la fois un moteur et un frein à l'utilisation de la calculatrice en ce sens qu'utiliser la calculatrice pour une finalité qui ne serait pas légitimée par une pratique sociale ordinaire semble compliqué. Par exemple, nous avons repéré une réticence à utiliser des tâches jouant sur des affichages, ou plus généralement les consignes du type « calculatrice cassée ». Lamiaux (2016) confirme par ailleurs des éléments sur les pratiques des enseignants relatives à la numération et leurs difficultés à utiliser les unités de numération, dans un contexte très différent (instrumenté) des observations antérieures. Ces difficultés ouvrent aussi des perspectives en termes de conditions pour intégrer la calculatrice. Ce travail pose ainsi des questions sur les fonctions sémiotiques de l'instrument car il apparaît dans de nombreuses activités comme un pourvoyeur de conversions entre système de signes. Au-delà du groupe

IREM stricto sensu, du côté des professeurs, cela se traduit par des projets qui perdurent : des binômes de travail professionnels fondés sur des liaisons CM-6^{e} un projet de brochure en lien avec le projet CaPriCo.

Conclusion

En référence à la figure 7, la place de l'IREM est plutôt au centre entre le pôle recherche en didactique et le pôle enseignement, formation, terrain. D'ailleurs, le témoignage de V est significatif de ce rôle central dans les deux directions. Au début de son travail, elle a été aussi membre et responsable d'un groupe IREM à Grenoble : « *Avec A. Bessot, le travail fait avec les enseignants s'appuyait sur quelques résultats de ma thèse et, plus tard encore (en 2014), avec Marie-Jeanne Perrin, j'ai exploité ce travail de l'IREM pour l'analyser autrement* ».
Pour C, formatrice en IUFM, puis ESPE depuis 15 ans, ce groupe est sa première expérience en tant qu'animatrice IREM. Elle a l'habitude de travailler avec des enseignants débutants, mais former des enseignants n'est pas faire de la recherche. Et le groupe IREM, à l'interface entre recherche et formation, fournit un cadre pour travailler avec des enseignants expérimentés sur du long terme.
Pour M, les IREM sont ancrés dans son histoire. Le rôle des IREM est essentiel dans la relation entre enseignement et recherche. C'est presque ainsi qu'elle a débuté la recherche, quand, étudiante à l'époque entre DEA et thèse, il y a presque 20 ans, Michèle Artigue l'a plongée dans la recherche INRP-ADIREM.
Pour conclure, il nous semble donc que le schéma suivant refléterait davantage la démarche qu'a parcourue notre groupe :

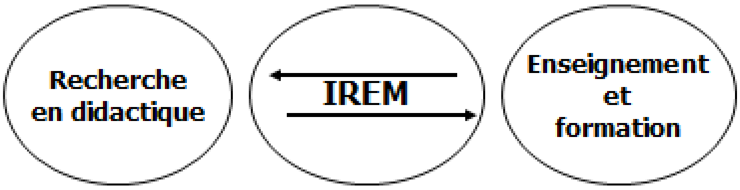


Figure 11. Nouveau schéma d'interactions

UN GROUPE CORFEM A L'IREM D'AQUITAINE (PAR LALINA COULANGE ET GREGORY TRAIN)

L'IREM d'Aquitaine a proposé récemment la création d'un nouveau groupe de travail adossé à la Commission Inter-IREM CORFEM (COmmission de Recherche sur la Formation des Enseignants de Mathématiques). Ce groupe IREM s'intéresse, en lien avec les activités de la CORFEM, aux questions relatives à la formation initiale des enseignants de mathématiques au sein notamment des masters MEEF Second degré de mathématiques. Une des spécificités de ce groupe est d'être constitué d'enseignants chercheurs d'horizons différents, mathématiciens et didacticiens, tous formateurs au sein du MEEF Mathématiques de Bordeaux, ainsi que d'enseignants ou formateurs de mathématiques de statuts divers. Dans ce court texte, nous proposons de revenir sur la genèse de ce groupe, sur les ambitions d'une telle création et sur les potentialités que nous entrevoyons dans les dynamiques de travail nourries par la diversité de ses participants.

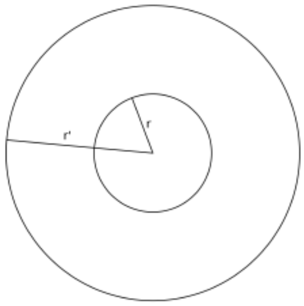
Genèse de groupe CORFEM-IDA

Si le groupe CORFEM-IDA a été officiellement créé en septembre 2016, cette officialisation vient s'inscrire en continuité de collaborations préexistantes. Diverses occasions, en lien avec la mise en place des masters MEEF, ont permis des rencontres entre les membres aujourd'hui permanents de ce groupe IREM. La construction des maquettes des masters a ainsi été une première occasion de collaboration entre les enseignants-chercheurs mathématiciens et didacticiens des mathématiques. La mise en application de ces maquettes, dès les premières années, a également permis de penser et de mettre en œuvre des co-interventions didacticiens / mathématiciens au sein d'unités d'enseignement du master, par exemple, en première année dans le cadre de la préparation aux épreuves écrites et orales du concours. Plus récemment, cette dynamique a aussi pris la forme d'une réflexion commune autour de la seconde épreuve écrite du concours qui s'est traduite par des propositions relatives à des évolutions possibles et souhaitables de cette épreuve (Coulange, Saliba & Train, 2013 ; Coulange, Herr, Saliba & Train, 2016). Ces expériences communes ont été autant d'éléments qui ont facilité la création du groupe. Elles ont été l'occasion de construire progressivement et collectivement des ambitions de plus en plus communes pour la formation des enseignants de mathématiques. Il s'agissait pour tous de mieux appréhender l'origine des difficultés éprouvées par les étudiants fréquentant les masters MEEF tant sur le plan disciplinaire que sur le plan professionnel – de renouveler un questionnement commun autour de l'élaboration et de la mise en place de stratégies d'enseignement sur des thèmes mathématiques donnés.

Fonctionnement du groupe CORFEM-IDA

Si la création du groupe a profité d'expériences communes passées, faire en sorte que ces dynamiques communes naissantes perdurent est une nécessité pour un fonctionnement durable. Faire en sorte que chaque membre puisse bénéficier de telles dynamiques, mais aussi faire en sorte que ces dynamiques puissent en retour profiter de la diversité du groupe, sont des éléments que nous essayons de ne pas perdre de vue dans notre collectif. Les quelques éléments constitutifs de notre démarche de fonctionnement que nous explicitons ci-après n'ont pas valeur d'exemplarité et l'on peut imaginer que comme pour tout groupe IREM, le groupe CORFEM-IDA a une histoire et un devenir qui lui sont relativement propres. Nous jugeons cependant ces éléments comme à même d'illustrer l'intérêt du travail engagé.
Le choix des thèmes à l'étude a été objet de négociation. Les thèmes retenus pour cette première année sont au nombre de trois : la numération décimale positionnelle, les fonctions et l'algèbre. Ces thèmes peuvent paraître assez peu originaux, déjà ou encore travaillés par ailleurs, au sein d'autres groupes IREM. C'est en revanche dans les perspectives de travail envisagées que résident des particularités. Ces thèmes à l'étude ne sont pas à entendre comme situés et enfermés dans un curriculum donné (par exemple, il ne s'agit pas d'entendre la numération décimale positionnelle comme un thème cantonné aux seuls cycles 3 ou 4 du collège). Il s'agit plutôt d'appréhender ces thèmes comme des savoirs mathématiques identifiés dont l'exploration et l'étude, tout comme les questions que leur enseignement à un niveau donné, posent et convoquent des mathématiques largement non élémentaires qu'il n'est pas indigne de faire fréquenter à des étudiants de master. Cette acception partagée de ce que nous désignons par « thèmes d'étude » permet de faire fructifier la diversité des acteurs du groupe. Elle renvoie plus fondamentalement à une hypothèse commune que la classe de mathématiques (et les phénomènes qui s'y jouent) est productrice de questions qui méritent une étude mathématique sérieuse. L'exemple que nous donnons ci-après, « rapporté » par l'un des membres du groupe CORFEM-IDA permettra de s'en convaincre. Nous laissons le soin et le plaisir au lecteur d'étudier un tel phénomène.

Un professeur demande, après avoir étudié avec sa classe la formule de l'aire d'un disque, de résoudre l'exercice suivant : Calculer l'aire de la couronne donnée ci-dessous (le rayon du petit cercle est r = 2 cm et le rayon du grand cercle est r '= 5 cm)



Alors que le professeur attend une application simple de la formule de l'aire d'un disque… le raisonnement suivant apparaît dans la classe : le « rayon de la couronne » vaut (r-r'), ici donc 3. En « dépliant » la couronne, il faut calculer l'aire d'un « trapèze » dont je connais les caractéristiques suivantes : la longueur de sa « grande base » est $2 \times \pi \times 5$; la longueur de sa « petite base » est de $2 \times \pi \times 2$ et sa hauteur est de 3. Son aire est donc $((2\times\pi\times2+2\times\pi\times5)\times3)/2=21\pi$

Et le professeur de dire donc : et bien, non, ça fait…. Et après quelques hésitations…. : 21π

Encadré 2. Un exemple de questionnement dans la classe de mathématiques

Notre position de didacticiens au sein groupe nous confère certes un outillage spécifique dans la mise à l'étude ou la problématisation de telles questions. Pour autant, une des précautions à prendre, nous semble-t-il, est de soumettre au groupe des questions « brutes » à l'étude, déshabillées de toute intention didactique, afin que chacun puisse s'en emparer avec les outils qui sont propres à chacun. Pour exemplifier notre propos, nous donnons à voir ci-dessous un exemple de question et un fragment de l'étude collective que cette question a permis de faire vivre au sein du groupe. La remontée à la théorie des proportions, la production de techniques de comparaison de fractions s'appuyant cette théorie, l'examen de la viabilité de ces techniques dans l'enseignement ont été travaillés collectivement car la question posée initialement était presque « naïve » (ou formulée en tant que telle).

La question soumise au groupe

La question posée est l'étude d'un exercice extrait d'un manuel québécois. Il s'agit d'une tâche de comparaison de fractions « comparer 123/234 et 12/23 », tâche dont les techniques disponibles *a priori* excluent le recours à la mise au même dénominateur des deux fractions considérées ou encore le recours à l'usage du « produit en croix ».

Un extrait de l'étude collective de la question

Le problème posé est équivalent à la comparaison de 123/234 et de 120/230. Certes, dira-t-on mais est-ce réellement une avancée fulgurante ? C'est ce que nous allons voir…

Remarquons que 123/234 = (120+3) / (230+4). Autrement dit si l'on veut bien chercher un peu de généralité à la chose, il s'agit de comparer a/b et $(a+3) / (b+4)$. Plaçons nous aussi dans le cas $a/b < 1$ juste pour donner corps au discours en termes de proportion qui va suivre mais plus encore plaçons-nous dans le cas encore plus restrictif de $a/b < ¾$ pour coller strictement à notre exemple. Nous remontrons à plus de généralité par la suite…

Imaginons que l'on ait une urne contenant b boules dont a blanches, c'est-à-dire que la proportion de boules blanches dans l'urne est a/b. Si l'on mélange cette urne avec une urne contenant 4 boules dont 3 blanches (de proportion ¾), la proportion de boules dans l'urne « réunion » sera $(a+3)/(b+4)$.

Comme a/b < 3/4, et que la « réunion » s'est faite avec urne dont la proportion de boules blanches est ¾, alors on a bien que a/b < (a+3)/(b+4).

Tentons donc plus de généralité… Plaçons nous dans le cas $a/b < 1$ et posons $c/d < c'/d' < 1$. On a le résultat plus général suivant : $(a+c)/(b+d) < (a+c')/(b+d')$. La « belle » chose est qu'un discours justificatif en termes de proportion est largement accessible à des petites classes : imaginons qu'on ait une urne contenant b boules dont a boules blanches : la

proportion des boules blanches dans l'urne est donc a/b. Si l'on mélange cette urne avec une autre, contenant d boules dont c boules blanches, la proportion des boules blanches dans l'urne « réunion » sera $(a + c)/(b + d)$. Si la réunion se faisait avec une urne dans laquelle la proportion des boules blanches, c'/d', soit supérieure à c/d, on arriverait à une proportion, $(a + c')/(b + d')$, supérieure, c'est-à-dire que l'on aurait $(a + c)/(b + d) < (a + c')/(b + d')$.
Et le cas particulier de la comparaison de a/b et $(a+h)/(b+h)$ se règle avec ce même discours : en réunissant une urne de proportion a/b avec une urne de proportion h/h, on obtient à coup sûr une urne de proportion supérieure…

Encadré 3. Un exemple d'étude partagée au sein du groupe.

Nous avons déclaré la nécessité de mettre des questions « brutes » à l'étude, car il est vrai qu'en tant que didacticiens, nous avons commis l'erreur (une fois) de proposer de travailler collectivement un objet dont nous avons pris la mesure qu'il n'était en soi que peu séduisant pour une partie du groupe, du fait des implicites qu'il recouvrait. Il s'agit des programmes de calcul. Les programmes de calcul sont des « objets institutionnels » et pour le didacticien, ces mêmes objets sont en particulier porteurs d'intentions didactiques, dès lors que l'on pense à l'algèbre comme « science du calcul sur les programmes de calcul » (Chevallard, 2007). Plus précisément, l'étude concernait la question de la production d'exemples/contre-exemples dans des tâches convoquant les programmes de calcul avec un intérêt porté sur les potentialités de prendre appui, comme il est fait classiquement dans l'enseignement, sur de telles tâches pour illustrer le fait que des exemples ne suffisent pas pour prouver (voir exemple ci-dessous).

Programme n°1
Choisir un nombre
Ajouter 2 au nombre de départ
Multiplier le résultat obtenu par 3
Retrancher le triple du nombre de départ
Tester ce programme avec trois nombres différents
Que constatez-vous ?
Prouver que cette conjecture est vraie pour n'importe quel nombre choisi au départ

Encadré 4. Un exemple de programme de calcul

Notons que dans le programme de calcul présenté, l'opportunité déclarée semble toute relative. En effet, le programme de calcul proposé est de degré 1 et donc précisément deux exemples suffisent pour affirmer que la conjecture est vraie. De manière plus générale, l'opportunité, à travers cet exemple, de convaincre de la nécessité du passage au calcul littéral pour prouver une affirmation universellement quantifiée nous paraît à questionner. D'autant que, dans le registre graphique, il existe une technique disponible, tôt dans le curriculum (fin du cycle 4) pour affirmer le caractère suffisant de deux valeurs en vue de conclure. La chose n'est pas anodine car la même question se pose pour démontrer l'équivalence de deux programmes de calcul. Cette question de l'équivalence de deux programmes de calcul motive classiquement la nécessité de recourir à l'algèbre et aux règles de transformations d'expressions algébriques. L'étude de l'équivalence deux programmes de calcul (correspondant à des polynômes de degré 1 voire 2) pourrait être renouvelée, voire motiver d'autres techniques en appui sur le registre graphique, proches de celle évoquée ci-avant et pourtant absentes. Ainsi, si la question soumise au groupe nous apparaissait porteuse de potentialités en termes de techniques et de remontée à une théorie des polynômes, la question a été dans un premier temps jugée anodine par une partie de nos collègues. C'est, nous semble-t-il l'absence d'arrière-plan commun sur les potentialités des programmes de calcul qui aura dans un premier temps fait obstacle. Cet épisode nous paraît illustrer la nécessité d'apporter des questions que nous qualifions de « brutes » à l'étude. Il a ainsi fallu reformuler cette question en parlant par exemple, de l'absence de discours ou d'étude du degré d'un polynôme dans la classe de mathématiques au lycée, pour que in fine, elle devienne une question riche et partagée au sein du groupe.

D'autres potentialités naissantes au sein du groupe

Même si la création du groupe CORFEM-IDA est encore très récente, nous entrevoyons des potentialités nouvelles dans cette collaboration. Pour le didacticien, ce groupe est une occasion de poser un point de vue renouvelé sur des objets du curriculum et leurs définitions au sein de ce dernier, quelque peu « naturalisées ». L'exemple de la fraction-quotient a/b et de sa définition dans le curriculum comme « le nombre qui multiplié par b donne a » est un épisode de vie du groupe éclairant de ce point de vue. En effet, si le didacticien voit dans cette définition des potentialités nombreuses, à la fois dans les possibilités offertes de justification des opérations sur les quotients (addition, multiplication, division) le mathématicien y voit, quant à lui, une définition bien curieuse, circulaire dans une certaine mesure, a/b étant défini à travers la manière dont il opère… C'est bien cette confrontation de points de vue qui nous semble productive au sein de ce groupe.

Nous entrevoyons également une autre potentialité liée à la participation d'enseignants de mathématiques au sein du groupe, que nous avons par ailleurs suivis en formation. Cette spécificité permet un retour sur les contenus de formation, à travers ce que ces anciens étudiants du MEEF en opérationnalisent aujourd'hui (ou non) dans leurs classes. A ce sujet, par exemple, une de nos dernières discussions a porté sur la prise en charge des unités dans les calculs dans des tâches de conversion (1,6 dam = 1,6 (100 dm) = 1,6×100 dm = 160 dm) dont le potentiel est évoqué dès la première année de master MEEF. Une ancienne étudiante pourtant convaincue de la légitimité et de l'intérêt d'une telle pratique, nous a fait part de certaines difficultés parfois sous-estimées dans la formation et des résistances des élèves à y recourir, qui nous ont paru bien légitimes. A retravailler donc, au sein du groupe pour trouver des formes de réponses à ces difficultés…

CONCLUSION

Quatre IREM, quatre didacticiens ou groupes de didacticiens animant un groupe IREM, quatre exemples de ce que Luc Trouche appelle la double germination de la recherche en didactique des mathématiques. Chaque équipe décrit ce qu'a apporté ou apporte encore la structure IREM à ses recherches académiques, ce que Hussein Sabra appelle « la plus-value » pour les didacticiens. Les recherches IREM jouent un rôle pour incuber des recherches en didactique mais les résultats potentiels de ces dernières jouent aussi un rôle de levier pour motiver les enseignants des groupes IREM à expérimenter et à entrer dans le travail attendu d'eux. Ce que les auteurs ont cherché à montrer dans ce texte, c'est que les IREM constituent un cadre qu'il est important pour la communauté des didacticiens d'irriguer. En retour il est clair que de nombreuses potentialités s'ouvriront pour les didacticiens, pour participer ou monter des projets en appui de professeurs de terrain, et pour développer des recherches didactiques ancrées dans les problématiques réelles.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ALDON, G. (2015). MOOC, formations à distance, formations hybrides. *MathemaTICE 46*.

ARTIGUE, M. (2016). Mathematics Education Research at University Level: Achievements and Challenges. In E. Nardi, C. Winslow & T. Hausberger (Eds.), *Proceedings of First conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics* (pp.11-27). University of Montpellier and INDRUM.

ARTIGUE, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *7*, 245-274.

CHAMBRIS, C. (2008). *Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20^e^ siècle. Connaissances des élèves actuels*. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot (Paris 7). http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00338665/en/

CHARNAY, R. & TREFFORT, L. (2014). *Activités et exercices pour la calculatrice, Mosaïque CM1-CM2*. Paris : Hatier.

CHEVALLARD, Y. (1992). Intégration et viabilité des objets informatiques, le problème de l'ingénierie didactique. In B. Cornu (Ed.), *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques* (pp. 183-203). Paris : PUF.

CHEVALLARD, Y. (2007). Séminaire PCL2, année universitaire 2006-2007. Disponible sur internet : http://yves.chevallard.free.fr/spip.IMG/pdf.Seminaire_2006-2007.pdf

COULANGE, L., HERR, L., SALIBA, G. & TRAIN, G. (2016). Les épreuves d'admissibilité du CAPES externe de mathématiques : de possibles perspectives. *Petit x, 101*, 55-70.

COULANGE, L., SALIBA, G. & TRAIN, G. (2013). Les connaissances mathématiques et didactiques : proposition de problème pour la formation. *Petit x, 92,* 70-77.

DOUADY, R. (1986). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7(2)*, 5-31.

GUEUDET, G. (2017). University Teachers' Resources Systems and Documents. *International Journal of Research on Undergraduate Mathematics, 3(1)*, 198-224.

GUEUDET, G., & MATHERON, Y. (coord.) (2015). *Enjeux et débats en didactique des mathématiques*, XVIII^e^ école d'été de didactique des mathématiques, Brest, Bretagne. Grenoble : La Pensée Sauvage.

GUEUDET, G., SOURY-LAVERGNE, S. & TROUCHE, L. (2009). Soutenir l'intégration des TICE : quels assistants méthodologiques pour le développement de la documentation collective des professeurs ? Exemples du SFoDEM et du dispositif Pairform@nce. In C. Ouvrier-Buffet & M.-J. Perrin-Glorian (Dir.), *Approches plurielles en didactique des mathématiques* (pp. 161-173). Paris : Laboratoire de didactique André Revuz, Université Paris Diderot.

GUEUDET, G. & TROUCHE, L. (Dir.) (2010). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques.* Rennes : PUR et INRP.

GUIN, D. & TROUCHE, L. (2002). *Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail mathématique : un problème didactique*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

GUIN, D. & TROUCHE, L. (2004). Intégration des TICE : concevoir, expérimenter et mutualiser des ressources pédagogiques. *Repères-IREM*, *55*, 81-100.

GUIN, D. & TROUCHE, L. (2008). Un assistant méthodologique pour étayer le travail documentaire des professeurs : le cédérom SFoDEM 2008. *Repères-IREM, 72,* 5-24.

HASPEKIAN, M. (2006). Evolution des usages du tableur. In J.-B. Lagrange et al. (Dir.), *Genèses d'usages professionnels des technologies chez les enseignants*. Rapport intermédiaire l'ACI-EF GUPTEn.

LAGRANGE, J.-B. (2000). L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement : une approche par les techniques. *Educational Studies in Mathematics, 43(1),* 1-30.

LAMIAUX, M. (2016). *La calculatrice permet-elle de favoriser des apprentissages en numération ? Un exemple d'étude : la séance 9 du fichier Hatier Mosaïque.* Mémoire de master. Université Paris-Descartes.

PEPIN, B., GUEUDET, G. & TROUCHE, L. (Eds.) (2013). Re-sourcing teacher work and interaction: new perspectives on resource design, use and teacher collaboration, special issue of *ZDM, The International Journal on Mathematics Education, 45(7).*

SABRA, H. (2016). L'étude des rapports entre documentations individuelle et collective : incidents, connaissances et ressources mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 36(1)*, 49-95.

SCHÖEN, D. (1993). *Le praticien réflexif. À la recherche du savoir caché dans l'agir professionnel*. Montréal : Éditions Logiques.

SOURY-LAVERGNE, S., TROUCHE, L., LOISY, C. & GUEUDET, G. (2011). *Recherche INRP-Pairform@nce, Parcours de formation, de formateurs et de stagiaires : suivi et analyse*. Rapport à destination du MESR, INRP-ENS de Lyon.

TEMPIER, F. (2013). *L'enseignement de la numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot (Paris 7).

TRGALOVA, J. & TROUCHE, L. (2015). Penser les ressources pour enseigner les mathématiques, leur développement, leur partage et leurs usages. *Communication à la journée nationale Stratégie mathématiques*, Lyon, 25 septembre 2015.

TROUCHE, L. (2005). Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 25(1)*, 91-138.

TROUCHE, L. (2014). Le collectif au cœur des métamorphoses numériques du travail des enseignants. *Conférence au colloque national TICE Inter-IREM*, Université de Montpellier, juin 2014.

TROUCHE, L. (2016a). Formation continue des enseignants (de mathématiques) : des métamorphoses profondes en cours, et à venir ; des défis pour les IREM. *Communication au conseil scientifique des IREM*, Paris, 11 mars.

TROUCHE, L. (2016b). Didactics of Mathematics: Concepts, Roots, Interactions and Dynamics from France. In J. Monaghan, L. Trouche & J.M. Borwein (Eds), *Tools and Mathematics, Instruments for Learning* (pp. 219-256). Springer.

WENGER, E. (1998). *Community of practice, learning, meaning and identity*. Cambridge: University press.