

UN USAGE DE LA GEOMETRIE DYNAMIQUE EN CYCLE 3 : EXPLICITER EN GEOMETRIE

Francine **ATHIAS**

ESPE Besançon/ Laboratoire ADEF

francine.athias@univ-fcomte.fr

Résumé

Nous nous intéressons au rôle que peut avoir la géométrie dynamique dans l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie au cycle 3 de l'école primaire (les élèves ont 9/10 ans). Plus précisément, dans une étude de cas, nous cherchons à étudier comment le professeur rend nécessaire une explicitation des relations géométriques autour du triangle équilatéral. La question de recherche concerne l'organisation des transactions par le professeur autour d'un logiciel de géométrie dynamique pour mettre en évidence les éléments caractéristiques d'un cercle.

Mots clés

géométrie dynamique, cercle, action conjointe.

INTRODUCTION

Cette recherche concernant l'introduction de la géométrie dynamique en cycle 3 s'inscrit dans le prolongement de travaux antérieurs (e.g. Assude & Gelis, 2002 ; Assude & Grugeon, 2002 ; Restrepo, 2008). Les deux premières études ont permis de rendre compte des tâches et techniques que les élèves ont pu mettre en œuvre et la manière dont ils s'approprient l'environnement dynamique. Quant à Restrepo, cette auteure rend compte de la manière dont les élèves s'approprient le déplacement. Nous nous focalisons sur les transactions in situ pendant l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques (Barrier & Mathé, 2014). Le logiciel de géométrie dynamique choisi ici est Tracenpoche¹, il a été introduit dans des classes de CM1/CM2 par des professeurs des écoles. À l'école primaire, les constructions sont la plupart du temps faites avec les instruments usuels, ces derniers « embarquant » plus ou moins implicitement les propriétés. Dans le cas du cercle, par exemple, les élèves savent qu'il faut utiliser le compas, la pointe du compas étant placé sur le centre du cercle et l'écartement du compas représentant le rayon du cercle. Si l'usage du compas en CM1/CM2 est régulier en classe, les éléments caractéristiques du cercle sont rarement nommés. Nous voulons étudier comment le changement d'environnement va contraindre les élèves et le professeur à développer un discours technologique, au sens où l'entend Chevallard (1998). On peut donc poser la question de recherche sous la forme suivante : comment, au cours des transactions suite à l'utilisation autour d'un logiciel de géométrie dynamique, le professeur peut-il engager les élèves dans le jeu d'explicitation ?

¹ Tracenpoche : <http://tracenpoche.sesamath.net/>

CADRE THEORIQUE ET METHODOLOGIQUE

Pour l'analyse des transactions, nous nous appuyons sur la notion de jeu, issue de la théorie de l'action conjointe en didactique (Sensevy, 2011). À un premier niveau de description, on peut considérer qu'un professeur et des élèves jouent à un jeu dans lequel l'un des joueurs (le professeur) gagne si et seulement si l'autre joueur (l'élève) gagne. Le professeur sait, mais il ne peut donner directement la solution à l'élève, qui doit la trouver de son propre mouvement. À un deuxième niveau de description, plus spécifique, le professeur est amené à organiser la séance et à orienter l'attention de l'élève de manière à ce qu'il agisse de façon adéquate dans la situation. Autrement dit, en prenant appui sur ce que les élèves savent (contrat), il fait rencontrer aux élèves un problème (milieu), dont la résolution permet de faire une certaine expérience du savoir, enjeu de la situation. C'est précisément à ce niveau de jeu, nommé jeu d'apprentissage dans la théorie, que nous nous situons pour la suite.

Méthodologie

Différentes situations ont été proposées à des professeurs des écoles dans le cadre d'une ingénierie de premier niveau (Perrin-Glorian, 2009). L'organisation de cette ingénierie et l'analyse des séances ont fait l'objet d'une recherche (Athias, 2014). Les séances ont été filmées et transcrites.

La question est ici travaillée à travers une étude de cas, en appui sur l'une des séances mise en œuvre par un des professeurs. Dans cette séance, le professeur a d'abord demandé aux élèves de construire un triangle équilatéral dans l'environnement Tracenpoche. Collectivement, il choisit de faire construire en parallèle un triangle équilatéral dans l'environnement Tracenpoche, ce dernier étant vidéoprojeté, et un triangle équilatéral au tableau, avec les instruments usuels (nous parlerons d'environnement papier-crayon).

LE CAS ETUDIE

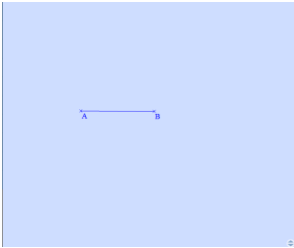
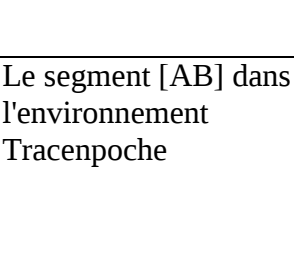
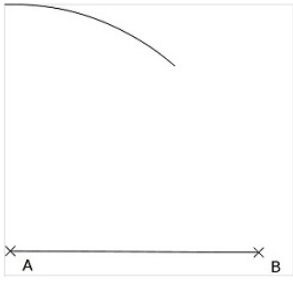
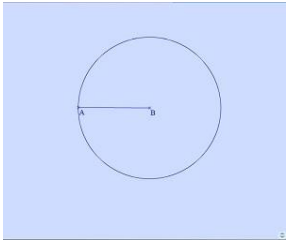
Dans une première partie de séance, les élèves ont travaillé individuellement. Ils devaient tracer un triangle équilatéral dans l'environnement papier-crayon avec la règle et le compas. Dans une deuxième partie, en binômes, ils devaient construire un triangle équilatéral cette fois-ci dans l'environnement Tracenpoche, ce qui n'a pas été fait sans difficulté. Le professeur se déplaçait alors de binômes en binômes pour réguler l'action des élèves. De retour en classe entière, le professeur choisit de partager le tableau en deux parties : une élève E doit tracer avec les instruments usuels un triangle équilatéral, à droite du tableau, une autre élève Am doit construire un triangle équilatéral dans l'environnement Tracenpoche, sachant que l'écran est vidéoprojeté. Il demande à la classe de repérer « ce qui est pareil et ce qui est différent ». Sont ainsi tracés successivement, le segment [AB], le cercle de centre A et passant par B, le cercle de centre B passant par A, le point C à l'intersection des deux cercles, et ce alternativement à chaque étape dans l'environnement papier-crayon (sur le tableau) puis dans l'environnement Tracenpoche.

Un moment approfondi

Il s'agit du moment de la construction du cercle de centre A et passant par le point B. Le segment [AB] a été déjà tracé, dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement Tracenpoche (cf illustrations 1 et 2). L'élève E sait construire le triangle équilatéral avec le compas. Alors qu'elle s'apprête à le faire, le professeur l'interrompt et lui demande de dire ce qu'elle va faire. Il explique que cela permettra à l'élève Am de continuer la construction dans

l'environnement Tracenpoche. Nous savons par ailleurs qu'Am ne l'a pas fait (nous n'en connaissons pas les raisons). L'élève E ne sait pas expliquer ce qu'elle a l'intention de faire. Collectivement, les élèves et le professeur arrivent à expliquer qu'avec le compas, E va tracer le « cercle » de centre A passant par le point B. Ils précisent alors immédiatement que le cercle sera en fait réduit à un arc de cercle. Puis les deux élèves tracent l'arc de cercle (cf illustration 3) et le cercle (cf illustration 4).

Nous avons reproduit dans le tableau ci-dessous les constructions successives faites alternativement dans l'environnement papier-crayon puis dans l'environnement Tracenpoche².

<i>Illustration 1</i>	<i>Illustration 2</i>	<i>Illustration 3</i>	<i>Illustration 4</i>
			
Le segment [AB] dans l'environnement papier-crayon	Le segment [AB] dans l'environnement Tracenpoche	Le premier arc de cercle tracé avec le compas dans l'environnement papier-crayon	Le premier cercle dans l'environnement papier-crayon
P : Comment on fait pour utiliser le compas, E ? E : On prend la mesure de AB. P : Qu'est-ce que tu fais pour prendre la mesure ? Dis-nous ce que tu fais pour qu'Am puisse le faire ? E : Ben, je fais le cercle. Je prends la mesure et je fais ça. P : Oui, tu prends la mesure. Tu prends le compas d'une certaine façon. E : Ben oui, je pique sur B. P : Pourquoi tu piques sur B ? E : Parce que... je ne sais pas.		<i>Un peu plus tard</i> P : Et donc Am, elle va avoir quoi, elle ? On va appeler comment AB, pour son travail à Am ? E : Ben le diamètre. P : Le diamètre ? E : Euh non le rayon. P : Le rayon. Am, t'es prête ? Tu as vu, elle va faire un arc de cercle et toi tu vas faire un cercle. Elle a dit de centre B, de centre B... E : Et de rayon AB. P : Et de rayon AB. C'est parti. Oui, de centre B et de rayon AB.	

Analyse

Si nous modélisons le début de ce moment sous forme d'un jeu, l'enjeu pour le professeur est de faire expliciter par les élèves les éléments caractéristiques du cercle. L'enjeu pour les élèves (dont l'élève E) est de faire en sorte que A puisse tracer dans l'environnement Tracenpoche, sous les injonctions du professeur. Pour pouvoir s'engager dans le jeu, nous savons que les élèves ont déjà des connaissances sur le triangle équilatéral et en ont tracé un dans les deux environnements. Ils ont une certaine habitude des constructions dans

² Nous avons des photographies faites en classe. Pour des raisons de lisibilité, nous ne les avons pas proposées, mais nous les avons reproduites.

l'environnement papier-crayon (feuille ou tableau). Ils ont également découvert le logiciel de géométrie dynamique depuis sept séances. Les règles du jeu ont été clairement annoncées par le professeur (comparer). Dans la modélisation, ces éléments sont plutôt du côté du contrat. Lorsque le professeur propose de jouer à ce jeu, il organise une co-construction collective dans les deux environnements. C'est cette organisation, nouvelle pour les élèves, qui va nourrir l'action. Il est à noter qu'à ce moment, tous les problèmes de construction rencontrés ont été résolus. Du point de vue du modèle, ces éléments, du côté du milieu, offrent peu de résistance. Si nous notons que l'élève E sait ce qu'elle doit faire, elle se trouve face à un problème d'explicitation. Autrement dit, le professeur modifie le contrat : il ne s'agit plus de comparer les deux environnements mais d'anticiper la construction dans l'environnement Tracenpoche à partir de celle de l'environnement papier-crayon. Au regard des élèves, cette modification n'est pas une exigence qui dépend du professeur mais bien une exigence relative à cette juxtaposition des deux environnements. De plus, elle est problématique. Les rétroactions du milieu ainsi constitué sont saillantes : dire ce que l'on fait dans l'environnement papier-crayon devra permettre à A de poursuivre la construction dans l'environnement Tracenpoche. Implicitement, ne pas l'expliquer ne permettrait pas de le faire. Ainsi, le professeur amène les élèves à dire que tracer un arc de cercle dans l'environnement papier-crayon, c'est faire le choix de ne tracer qu'une portion d'un cercle, dont le centre et le rayon est à préciser.

CONCLUSION

Regarder la séance comme un jeu donne à voir ce que le professeur fait faire aux élèves. L'enjeu de comparaison (« ce qui est pareil et ce qui est différent »), déclaré de manière explicite par le professeur n'est pas l'enjeu épistémique qu'il vise (mettre en évidence les éléments caractéristiques du cercle). Il est ainsi possible, à partir de ce cas, de voir comment l'environnement Tracenpoche peut être utilisé non pas comme une fin en soi, mais plutôt comme un adjuvant au contrat pour rendre le milieu plus résistant et les questions épistémiques plus saillantes. Dans l'exemple analysé, savoir construire un triangle équilatéral dans l'environnement Tracenpoche est devenu un prétexte pour savoir donner les éléments caractéristiques d'un cercle. Ainsi, l'usage des TICE est revisité pour mettre en évidence la figure géométrique, ici le cercle défini par un centre et un point du cercle. Cependant, dans cette classe, notons que les raisons d'être du cercle ne sont jamais évoquées. En effet, le professeur n'explique pas que le cercle, en tant qu'ensemble de points équidistants d'un centre, garantit l'égalité des longueurs des côtés du triangle. Le jeu épistémique relatif à cette définition du cercle n'est pas mis en œuvre au cours de cette séance. Le professeur n'éprouve pas la nécessité de justifier l'égalité des longueurs des trois côtés. L'institutionnalisation consiste donc en une explicitation d'une technique de construction, reposant sur l'emploi des éléments caractéristiques du cercle, mais la technologie justifiant cette technique n'est pas présentée.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ASSUDE, T., & GELIS, J-M. (2002). La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire. *Educational Studies in Mathematic*, 50, 259-287.
- ASSUDE, T., & GRUGEON, B. (2002). Intégration de logiciels de géométrie dynamique dans des classes de l'école primaire. 29ème colloque *Inter Irem des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres*, La Roche-sur-Yon.
- ATHIAS, F. (2014). *La géométrie dynamique comme moyen de changement curriculaire*, thèse de doctorat, Université Aix-Marseille (Hal : <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01092711>) (446 pages)
- BARRIER, T., & MATHÉ A-C. (Eds.) (2014). *Langage, apprentissage et enseignement des mathématiques. Spirale*, 54.

- CHEVALLARD, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques. *Actes de l'Université d'été, La Rochelle*, (pp. 91-120), IREM de Clermont-Ferrand.
- PERRIN-GLORIAN, M.-J. (2009). L'ingénierie comme interface recherche-enseignement, dans C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, F. Vandebrouck et F. Wozniak (Eds), *En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV école d'été de didactique des mathématiques*, (pp. 57- 78), Clermont-Ferrand.
- RESTREPO, A.-M. (2008). *Génèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves de 6ème*, Thèse Université Joseph Fourier Grenoble.
- SENSEVY, G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. De Boeck.