



Document pour la formation des enseignants

n°16

Septembre 2017

Un scénario de formation de formateurs :

les activités d'introduction, les moments d'exposition des connaissances et les capsules pour la classe inversée, s'appuyant sur le thème « sens de variation des fonctions » en seconde

Monique Chappet-Pariès, Françoise Pilorge et Aline Robert

ISSN : 2102-488X

Imprimé par l'IREM de Paris – Université Denis Diderot Paris 7

Exemplaire **téléchargeable** sur notre site dans la section Publication
<http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/>

Coordonnées de l'IREM

Pour venir à l'IREM (il est possible de consulter et d'acheter les publications sur place):
Université Paris-Diderot, Bâtiment Sophie-Germain,
8 place Aurélie Nemours (sur l'avenue de France), huitième étage,
75013 Paris 13ème arrondissement
(métro 14 -Bibliothèque François Mitterrand ou tramway ligne T3a – Avenue de France)

Nous Contacter

Pour téléphoner: 01 57 27 91 93

Pour écrire à l'IREM concernant les publications:

par voie postale:

Locufier Nadine
IREM de Paris – Case 7018
Université Paris Diderot
75205 Paris cedex 13

par voie électronique:

nlocufier@irem.univ-paris-diderot.fr

La liste des publications de l'IREM est mise à jour sur notre site web :

<http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/> (en bas à gauche de la page d'accueil)

Pour rester informé:

inscription à la liste de diffusion de l'IREM de Paris également sur le site de l'IREM

**Un scénario de formation de formateurs : les activités
d'introduction, les moments d'exposition des
connaissances et les capsules pour la classe inversée,
s'appuyant sur le thème « sens de variation des fonctions »
en seconde**

M. Paries, F. Pilorge, A. Robert

Livret, 3 capsules, 1 vidéo filmée en classe, 1 vidéo en annexe

http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/articles/corfem_idf

Sommaire du livret

Introduction et objectifs.....	3
---------------------------------------	----------

Première séance (accompagnée d'une capsule CF1) : travail sur une activité d'introduction suivie d'un cours sur sens de variation des fonctions en seconde

Une activité d'introduction au sens de variation en seconde : premières analyses, discussion, analyse *a priori* de la tâche de l'activité précédente ; un cours et les liens entre activité d'introduction et cours.....5

Deuxième séance : le problème général des moments d'exposition des connaissances

Le questionnaire et les difficultés des cours et des activités d'introduction, une hypothèse sur les enjeux des cours, nos outils : le relief sur les mathématiques en jeu, l'analyse des contenus précis, les proximités discursives, les logiques globales.....11

Troisième séance (accompagnée d'une capsule CF2 et d'une vidéo de cours) : retour au sens de variation des fonctions en seconde

Présentation du relief sur sens de variation, une deuxième activité d'introduction, une étude de manuel et d'un « vrai » cours (proximités)19

Une activité à la maison : visionnement d'une capsule élève et d'une capsule CF3

Quatrième séance (après visionnement) : sur les capsules vidéos de cours

Des capsules sur sens de variation, des généralités sur la « classe inversée »31

Cinquième séance (optionnelle) accompagnée d'une vidéo en annexe

À propos de formation d'enseignants..... 41

Bibliographie.....	42
---------------------------	-----------

Annexes.....	43
---------------------	-----------

Un scénario de formation de formateurs : les activités d'introduction, les moments d'exposition des connaissances et les capsules pour la classe inversée, s'appuyant sur le thème « sens de variation des fonctions » en seconde (M. Paries, F. Pilorge, A. Robert).

A partir de l'introduction du sens de variation des fonctions en classe de seconde, ce scénario permet une entrée dans les questions plus générales liées à la fois aux éventuelles activités préalables à un cours sur une nouvelle connaissance, à ces « premiers » cours et plus largement à l'étude des moments d'exposition des connaissances, que ce soit du point de vue de leurs contenus ou de leurs déroulements. Ceci permet de donner un éclairage outillé sur les capsules à utiliser en classe inversée, notamment celles qui sont disponibles sur le net, qui font l'objet de la dernière séance, préparée par un visionnement à la maison.

Le scénario comporte trois capsules de formation (CF) dont deux sont intégrées à un travail en présentiel, la dernière étant conçue pour être seulement à visionner à la maison. Ces vidéos sont disponibles sur un site privé. Une vidéo d'un cours en classe est également analysée. Un livret permet de présenter l'ensemble, et de préciser le contexte de visionnement des capsules.

La formation s'organise en quatre (ou cinq) séances de trois heures.

- **Séance 1** : première analyse d'une activité d'introduction riche sur le sens de variation des fonctions (en seconde), commentée dans une capsule CF1, alimentant une discussion, et permettant un retour sur l'analyse de la tâche précise de l'activité ; puis présentation du cours qui suit et de ses liens avec l'activité.
- **Séance 2** : les problèmes posés par les cours - présentation de questionnaires, les enjeux des moments d'exposition des connaissances en lien avec les activités préalables, nos outils : le relief des mathématiques en jeu, l'étude des contenus précis, et les proximités et la logique globale.
- **Séance 3** : éléments de relief sur le sens de variation en seconde, analyse d'une autre activité d'introduction plus réduite, avec une discussion présentée dans la capsule CF2, étude d'un manuel, analyse d'un vrai cours (et des proximités).
- **À la maison**, visionnage d'une capsule de formation, CF3, analysant une capsule vidéo destinée aux élèves sur le sens de variation (à regarder également).
- **Séance 4** : retour sur les capsules et introduction de la problématique de la classe inversée.

- **Une cinquième séance** complémentaire, optionnelle, pourra avoir lieu, en guise de bilan, sur les formations d'enseignants et de formateurs, complétée par une vidéo (en annexe).

Une bibliographie et de nombreux documents en annexe complètent le livret.

Une remarque de vocabulaire : dans ce texte le mot « activité » désigne ou bien un exercice particulier (souvent tiré d'un manuel ou d'une fiche où nous avons repris l'intitulé utilisé « activité d'introduction » ou autre intitulé), ou bien ce qui est attendu des participants ou des élèves, associé à ce qu'ils font, disent, écrivent, pensent...

Objectifs et mode d'emploi

Nous avons des objectifs de plusieurs niveaux.

Il s'agit d'abord d'illustrer un scénario de type « formation inversée », sur les cours et les activités d'introduction, en étudiant le thème *sens de variation des fonctions* en seconde. Le formateur commence par donner à étudier une activité d'introduction, proposée en classe, et le cours qui suit. La discussion sur cette activité est amorcée, juste après sa « résolution », par une capsule, et elle est reprise en détail par le formateur, qui présente ensuite le cours associé. Puis il « remonte » à des réflexions générales sur ces moments d'exposition des connaissances et ce qui peut les précéder, en exposant nos outils pour les analyser (relief, contenus précis des cours, proximités, logique globale). Cette partie est introduite par une discussion amorcée par un questionnaire sur le sujet, proposé à l'oral au début de la séance. Le formateur propose alors d'établir le relief sur le sens de variation dans le programme de seconde, puis il fait étudier une deuxième activité d'introduction sur ce sens de variation et le cours qui suit une activité analogue, cours filmé en classe - en passant par l'étude de ce qui est fait dans un manuel sur le sujet. Là encore une capsule permet de lancer ou de prolonger la discussion sur l'activité. De plus l'étude du cours filmé permet de mettre en œuvre les outils exposés précédemment, amenant à développer une vigilance particulière. Enfin, on demande aux participants de regarder, « à la maison » cette fois-ci, une dernière capsule, mettant en jeu les outils d'analyse travaillés précédemment, et qui donne à voir l'analyse d'une capsule sur le thème *sens de variation* destinée aux élèves (à regarder aussi). Dans la séance qui suit, le formateur remonte au questionnement plus général sur les capsules.

Nous avons voulu enrichir ce scénario de quelques capsules de formation, spécifiques, variant ainsi les activités des participants, introduisant aussi au questionnement final grâce au visionnement à la maison (homologie !). Nous avons voulu traduire à l'oral des commentaires méta attachés aux choix des contenus. Cela reste tout à fait expérimental et doit être testé. Cela permet, en particulier, d'homogénéiser le discours tenu par différents formateurs.

Enfin nous voulions, en élaborant nous-mêmes des capsules, mieux en comprendre les contraintes et les avantages éventuels, au moins dans le cadre d'une formation. À ce sujet une de nos conclusions est qu'il est difficile de se faire une idée avant d'en tester l'usage, ce qui rejoint notre conclusion pour les capsules destinées aux élèves.

Pour les formateurs, ce scénario constitue un canevas, sans plus – charge à chacun d'adapter à ses objectifs, notamment à son public et au type de formation qu'il anime, et à sa personnalité le matériel qui est livré (d'où l'importance des annexes). Par exemple le nombre de séances n'est pas fixe !

Pour chaque séance nous indiquons un plan possible de la séance, et, le cas échéant, *en italique* des activités suggérées pour les participants. Suit une trame de ce qui peut alimenter le discours du formateur, sur ces activités et sur les remontées (à adapter selon ce qui a été discuté juste avant). Les italiques sont aussi utilisées pour les citations extraites des vidéos – ce ne peut pas être au même moment du texte, donc cela ne nous a pas semblé ambigu.

Séance 1 : travail sur une activité d'introduction suivie d'un cours sur sens de variation des fonctions en seconde

La séance s'organise en 3 temps :

- 1) Travail sur une activité d'introduction (analyse de la tâche, discussion préalable), visionnement de la capsule qui présente un échange sur cette activité et reprise de la discussion,
- 2) Analyse a priori de la tâche précédente et des activités attendues,
- 3) Présentation des grandes lignes du cours qui suit l'activité (contenu et déroulement) : les choix, les liens, des alternatives ?

1) Travail sur une activité d'introduction : résolution et discussions

Distribution de l'activité 1 (annexes) à travailler comme les élèves puis réflexion sur le déroulement de cette activité (pour le professeur) (annexe).

L'objectif de cette discussion est *d'introduire une double réflexion : sur l'activité proposée aux élèves, introduisant une brève analyse de la tâche faite par le formateur et sur l'activité de l'enseignant qui mène l'activité d'introduction.* Il s'agit de mettre en évidence et d'explicitier un certain nombre de choix pour cette activité, en relation avec la visée de préparation du cours sur sens de variation et avec le contexte.

On peut ainsi questionner des éléments factuels, comme les durées, les modalités de travail des élèves, les étapes du déroulement, ou plus liés aux enjeux, comme ce qu'on peut attendre des élèves, les difficultés pouvant survenir (pour les élèves et/ou le professeur). On peut aussi réfléchir aux objectifs de cette activité en vue du cours sur sens de variation.

Visionnage de CF1 en prenant des notes (On pourra la passer deux fois si nécessaire).

2) Analyse a priori de la tâche précédente et des activités attendues - alternatives

Discussion et point de vue du formateur – quelques remarques(en complément de la capsule)

Lorsque **M se déplace de O vers A**, on se demande

- Si OMPS garde toujours la même forme
 - Comment varie le périmètre de OMPS en fonction de la longueur OM
 - Comment varie l'aire de OMPS en fonction de la longueur OM.
- 1) Observez la figure lorsque je déplace le point M (avec geogebra) et notez vos conjectures.
 - 2) Dans le cas particulier où M est à 6cm de O, construisez la figure en vraie grandeur et calculez le périmètre et l'aire de OMPS (valeurs exactes).
 - 3) Lorsque M est un point **quelconque** du segment [OA],
 - a. écrire le périmètre et l'aire de OMPS en fonction de la longueur OM.
 - b. pouvez-vous utiliser a. pour étudier comment varient le périmètre et l'aire de OMPS lorsque m augmente de 0 à 10 ?

Question 1) A propos du « point mobile » et des effets visuels de son mouvement, le statut du « on se demande » est peut-être délicat à comprendre pour certains élèves de même que les conjectures à faire et le sens du mot « varie ».

Comment formuler le fait que OMPS garde la même forme (rectangle) ? Que dire des cas limites ?

En ce qui concerne la variation du périmètre, à identifier comme variation de sa mesure, la reconnaissance visuelle est difficile même lorsque M est aux extrémités.

Il est sans doute plus facile de visualiser la variation de (la mesure) de l'aire, la surface étant matérialisée.

On conçoit que les élèves perçoivent que les mesures du périmètre et de l'aire évoluent mais la lecture précise des sens de variations du périmètre ou de l'aire reste difficile (*alternative : utiliser la lecture des mesures d'aire données directement par geogebra – inconvénient : la figure doit être réalisée d'une certaine manière, robuste*).

En revanche, la dépendance de ces variations et du déplacement du point est évidente.

Question 2) Pour réaliser la figure, on utilise sans doute la règle graduée et l'équerre. *Alternative : le faire faire avec geogebra, plus long et moins souple...*

Calcul du périmètre

- Penser à identifier la figure (reconnaissance) et démontrer que c'est un rectangle (choix de la méthode, parmi les caractéristiques : 3 angles droits / parallélogramme et un angle droit) – connaissance ancienne, supposée disponible.
Alternative : l'indiquer
- Formule du périmètre (*alternative : donnée ou pas*) - connaissance ancienne, supposée disponible à appliquer avec une adaptation (une étape comprenant un calcul intermédiaire).
- Étape : calcul de PM ou de OS (choix) en utilisant le théorème de Thalès (supposé disponible) $PM/OB = AM/AO$, d'où $PM = 3,2 = 16/5$ (mélange calcul numérique et fractions (ou décimaux)).
Alternative : utiliser un coefficient de réduction.
- Appliquer la formule du périmètre (18,4cm)

Calcul de l'aire

- Appliquer la formule de l'aire en utilisant partiellement la question précédente (19,2 cm²).

Question 3a) Choisir (ou non) une variable attachée à la position de M, obtenue à partir d'un curseur appelé x , ou m ou autre. On pourrait aussi mesurer OM.

Pour calculer le périmètre, on réutilise le théorème de Thalès : calcul algébrique-numérique ; il peut y avoir une difficulté dans le traitement interne pour calculer PM avec un intermédiaire algébrique $PM = 8 - 0,8x$. L'obtention du périmètre se fait ensuite immédiatement ($16 + 0,4x$) après le calcul de $2x - 1,6x$.

On retrouve le même type de mise en fonctionnement pour l'aire ($8x - 0,8x^2$)

Question 3b) Comment étudier ces variations : avec la fonction « trace » du logiciel, en restant dans le cadre algébrique, en utilisant une calculatrice graphique ?

Alternatives :

Au niveau de l'énoncé même de l'activité, on peut remarquer que le rectangle est défini avec des droites perpendiculaires (c'est un choix parmi d'autres, en lien avec la construction du rectangle sur papier) ; les sous-questions de la première question sont d'abord données toutes ensemble, puis détaillées – ce qui pourrait être différent ; le fait d'observer les variations d'aire ou de périmètre « directement », sans mesures affichées, peut questionner ; la valeur particulière choisie pour la longueur OM est un entier, les valeurs correspondant aux extremums sont « exactes » ; le nom du curseur (m) peut aussi être relevé, introduisant éventuellement une difficulté de notation pour les élèves habitués à x .

Certaines « variables » aux mains du professeur sont relatives au déroulement de l'activité : l'utilisation du logiciel sans fenêtre algébrique dans la première phase, le temps dévolu au travail des élèves, le moment où l'enseignant reprend la main, ses commentaires et aides pendant l'activité et après, individuels et/ou collectifs. On peut insister sur le fait que l'enseignant peut ou non s'appuyer sur le travail des (de certains) élèves pour avancer, notamment en ce qui concerne les conjectures. La nature du vocabulaire utilisé, général, familier, ... est aussi une variable importante, en lien avec l'objectif de l'activité.

On pourrait utiliser la fonction trace de geogebra pour avoir directement un graphique attaché aux variations de l'aire et faire tracer la courbe de la fonction périmètre à partir de son expression algébrique. Ou utiliser un tableur.

La classe dans laquelle cette activité a lieu peut jouer, selon le niveau des élèves et leur aisance avec geogebra (cf. établissements mal équipés, ZEP...).

Finalement qu'ont « gagné » les élèves ?

Les élèves se sont-ils appropriés le questionnement de la variation ? (besoin de comprendre, voire de répondre à cette question « est ce que ça grandit, comment ... ? ») Les alternatives auraient eu quels effets ?

Le bilan de cette introduction (qu'est-ce que les élèves ont pu « gagner » sur la notion visée ?) amène à discuter du cours qui suit. Les élèves ont pu mettre en relation, dans deux cas particuliers, une représentation visuelle de la (dé)croissance d'une grandeur, une appréciation numérique (rapide), et une description algébrique. On peut souligner qu'il n'y a pas de courbe travaillée dans cette activité. On va voir ce sur quoi l'enseignant a rebondi et ce qui peut être mis dedans.

3 Présentation des grandes lignes du cours qui suit l'activité (contenu et déroulement) : les choix.

a) *Contenus minimaux à présenter (liste rapide dressée par les participants, éventuellement choix)*

b) *Éléments du cours de l'auteur de l'activité.*

Une fiche est distribuée aux élèves, qui la complètent en participant à un cours dialogué restitué ci-dessous (*la distribuer aux participants*).

La fiche (réduite)

Fonctions numériques. Sens de variation.

1) Définitions

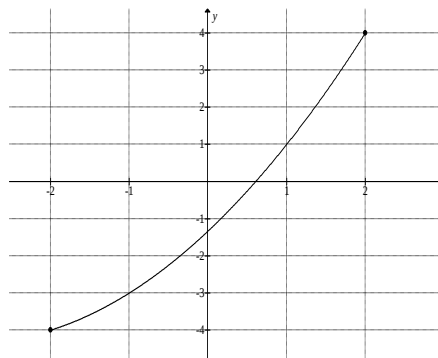
f est une fonction définie sur un intervalle I .

Définition 1 : f est strictement croissante sur I lorsque pour tous nombres a et b de I :

si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$.

Deux nombres et leurs images sont rangés

Ex:

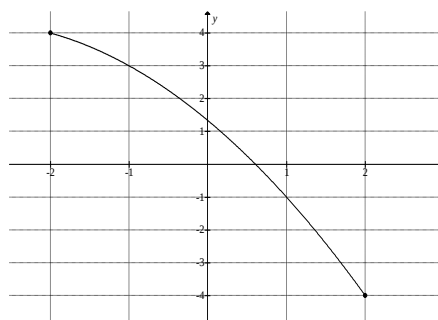


Définition 2 : f est strictement décroissante sur I , lorsque pour tous nombres a et b de I :

si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$.

Deux nombres et leurs images sont rangés

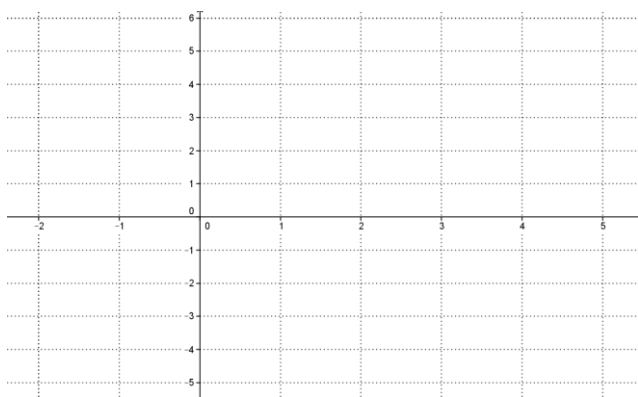
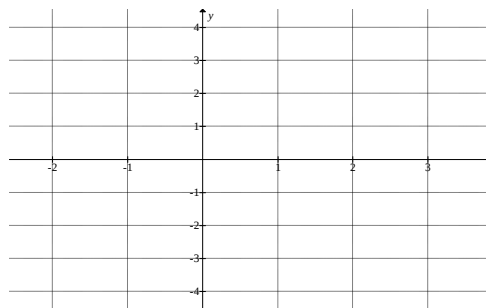
Ex :



Définition 3 : f est constante sur I , lorsque pour tous nombres a et b de I

On a

Ex:



Tracer ci-contre la représentation graphique d'une fonction g définie sur $[-2; 5]$ qui vérifie à la fois :

- g est strictement croissante sur $[-2; 1]$
- $g(1)=3$
- g est strictement décroissante sur $[1; 3]$
- g est strictement croissante sur $[3; 5]$

Cas des fonctions affines :

Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine avec a et b deux réels quelconques

Si $a > 0$ alors f est sur $\mathbb{R}$.

Si $a < 0$ alors f est sur $\mathbb{R}$.

Si $a = 0$ alors f est sur $\mathbb{R}$.

2) Tableau de variations

Les variations d'une fonction sont schématisées dans un tableau appelé tableau de variations.

Par exemple, pour la fonction définie précédemment ...

Le déroulement

Le cours est présenté comme un bilan de ce qu'il faut retenir.

En s'appuyant sur l'activité 1, on énonce la définition d'une fonction strictement croissante sur un intervalle I : **pour tous nombres a et b de I , si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$.**

C'est l'occasion d'une proximité ascendante à partir de la dernière question de l'activité : même si ce rapprochement n'est pas perçu par tous les élèves, on peut cependant préciser que, comme pour le périmètre du rectangle, on traduit en termes mathématiques ce qu'on a constaté sur sa variation.

Cette définition est immédiatement illustrée sur un graphique où la courbe d'une fonction strictement croissante est tracée : on place deux valeurs a , b quelconques de I et on retrouve graphiquement $f(a) < f(b)$.

Pour une troisième valeur c supérieure à b , on aura $f(c) > f(b)$

Ainsi si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$ et si $c > b$ alors $f(c) > f(b)$, autrement dit, **deux nombres et leurs images sont rangés dans le même ordre**, ce que l'on note.

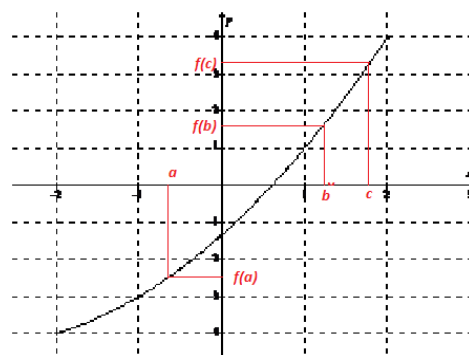
Cette proximité horizontale permet de mettre l'accent sur le sens des inégalités et d'anticiper sur l'erreur fréquente qui consiste à changer les deux sens pour obtenir la définition d'une fonction décroissante...

Pour terminer, on peut demander d'utiliser la courbe pour comparer par exemple $f(-1,2)$ et $f(-\frac{5}{4})$, ce qui permet une proximité descendante.

On peut également préciser que si l'on a une inégalité large $f(a) \leq f(b)$, on dira simplement que la fonction est croissante, ce que l'on illustre sur le graphique.

La définition d'une fonction strictement décroissante est énoncée, après réflexion à partir d'une inégalité « à trous », et illustrée de la même façon. Elle est suivie d'un ou deux exemples de comparaison des images de deux nombres.

On pourra demander ensuite de tracer la courbe d'une fonction qui n'est pas croissante sur $[-2 ; 2]$ et qui n'est pas non plus décroissante sur $[-2 ; 2]$: il est fréquent qu'un élève vienne tracer la courbe d'une fonction constante mais plus rare que l'un d'eux pense à une fonction qui n'est pas monotone sur cet intervalle. L'importance de préciser l'intervalle est alors soulignée et la notion de monotonie sera éventuellement évoquée.



Conformément au programme, on demande ensuite de tracer la courbe d'une fonction g qui vérifie un certain nombre de contraintes (à choisir).

Il est possible de jouer sur le nombre de contraintes à imposer (valeurs aux bornes des intervalles) mais on fera tracer plusieurs courbes différentes afin d'insister sur le fait qu'il y a toujours une infinité de courbes possibles, même si l'on a fixé plusieurs points.

Cette activité permet d'introduire le tableau de variation d'une fonction qui présente les intervalles sur lesquels la fonction ne change pas de sens de variation. A partir d'un tableau de variation donné, on peut donc avoir autant de courbes que l'on veut tandis qu'à partir d'une courbe donnée, on ne peut dresser qu'un seul tableau de variation, ce qui fait l'objet d'un ou deux exemples qui sont en général bien réussis par les élèves.

Dans ce cours, l'enseignant a donc fait le choix de ne pas s'appuyer sur l'allure des courbes pour introduire algébriquement (rigoureusement) les notions de croissance et décroissance des fonctions, ce qui est cohérent avec son activité préparatoire. Il y a bien sûr d'autres choix ! Comment décider ? Avant de revenir à ce cours précis, on se demande quels indices nous avons sur les difficultés des élèves et des enseignants en ce qui concerne ces moments « d'exposition des connaissances ».

Séance 2 : le problème général des moments d'exposition des connaissances ; nos outils - le relief sur les mathématiques en jeu, les contenus précis, les proximités et la logique globale

La séance s'organise en 3 temps :

- 1) Les cours : un moment difficile ? Difficultés pour le professeur et les élèves – présentation des questionnaires sur le cours
- 2) Généralités sur les cours
- 3) Une hypothèse sur leurs rôles
- 4) Des outils pour les analyser : le relief, l'étude précise, les proximités et la logique globale

1) Difficultés des cours pour le professeur et les élèves, questionnaires sur le cours.

Présentation des questionnaires sur les cours (et discussion) : en annexe 2 (à faire partiellement remplir, ou peut-être à ne présenter qu'oralement, avec éventuellement anticipation des réponses des élèves)

Une discussion est engagée à partir des réponses des participants.

Un bilan des résultats obtenus sur les questionnaires remplis par 340 élèves et 10 enseignants est donné (cf. cahier 14)

- Pour les enseignants : choix difficiles, souvent remis en chantier, voire un certain malaise (cf. injonctions) ! Difficultés accrues pour les débutants.
- Pour les élèves : diversités de points de vue mais statut du cours pas toujours clair, jugé difficile à appliquer (mais étudié surtout en relation avec les exercices), le mot « général » n'a pas grand sens, les activités d'introduction sont moins appréciées que les exemples et exercices résolus...

On peut cependant inférer qu'une activité d'introduction ne « sert » pas toujours à éclaircir le cours et que la dynamique « contextualisé/général », pourtant spécifique aux mathématiques, entre définition, théorème, propriété et leurs « applications », n'est peut-être pas si transparente que ça pour les élèves.

2) Les moments d'exposition des connaissances (généralités)

Un cours c'est le moment d'une mise en forme (orale et écrite) d'un savoir, conforme aux programmes, en partie « décontextualisé », général, introduit et/ou illustré par des exemples, exercices résolus... (mélanges en classe). On y trouve

- des définitions, théorèmes, propriétés, méthodes..., illustrations diverses (exemples, éléments d'histoire ou extra mathématiques, exercices résolus)
- des parties de statuts divers : admis, démontré, sans commentaires

Mais tout ce qui est dans le cours ne va pas nécessairement « servir », n'est pas nécessairement transformable en activités, ni évaluable... (cf. comment, ou pour quoi ou pourquoi...).

Le professeur a de fait à choisir ce qu'il va mettre dans son cours compte tenu d'un certain nombre de variables, liées aux mathématiques en jeu, aux programmes, à sa classe et aux difficultés anticipées des élèves. Cela permet de décider d'une éventuelle activité d'introduction ou préparatoire selon les types de notions. En effet, si le savoir nouveau est trop éloigné des acquis des élèves en termes de connaissances ou de savoirs faire, il est difficile de trouver une activité initiale sur laquelle s'appuyer. Cela permet aussi de choisir quels degrés de généralité, de formalisme et de rigueur il va adopter ainsi que l'ordre entre cours et exercices et le découpage temporel qu'il va suivre. Plus généralement il peut envisager les dynamiques entre cours et exercices, entre oral et écrit et réfléchir aux évaluations qu'il va proposer.

Les ressources disponibles sont les manuels, les programmes et documents d'accompagnements, éventuellement la littérature professionnelle et Internet.

Mais à quoi le cours de math peut-il servir aux élèves ?

Cela dépend évidemment des contenus et des classes selon le niveau de conceptualisation visé c'est-à-dire ce qui est attendu des élèves en termes de tâches, de connaissances et de savoirs faire. Cela dépend aussi des évaluations habituellement proposées aux élèves. Le cours peut notamment servir de référence pour les applications (énoncés, exercices résolus, méthodes), de « modèles » de formulation ou de démonstration.

Cependant, quoi qu'il en soit, l'appropriation du cours participe d'un **processus long** : compréhension des élèves, mise à leur disposition, de manière « organisée », intégration des connaissances nouvelles dans le reste de leurs connaissances ce qui dépasse les seuls moments de cours.

3) Une hypothèse sur le rôle des cours

Nous présentons une hypothèse un peu plus théorique sur ce que peut apporter le cours : ce qui est exposé pourrait être imaginé comme un « pseudo-concept » pour les élèves, une « enveloppe avec une adresse » à remplir (déjà plus ou moins remplie). Les mises en applications variées et les liens faits par l'enseignant avec les activités des élèves, avant, pendant, après le cours contribueraient à la transformation individuelle de ces pseudo-concepts en concepts. Cette métaphore est empruntée à Vygostki qui évoque un pseudo-concept dans l'apprentissage d'un mot par un petit enfant qui répète d'abord à mauvais escient ce qu'il a entendu à l'occasion d'un échange avec l'adulte à l'occasion d'une de ses actions, puis qui en met au point une utilisation plus exacte, grâce aux rectifications successives de l'adulte. On en voit les limites dans le cas du cours, il s'agit de concepts scientifiques en réseaux. La proximité entre ce que dit l'enseignant et ce que font les élèves est essentielle dans le processus (cf. « ZPD »).

Du coup cette transformation dépend aussi, pour un contenu donné, du choix des tâches et de l'ensemble du scénario, mais aussi des liens faits à l'oral. On a ainsi appelé proximités discursives dans le discours de l'enseignant, notamment pendant le cours, les rapprochements

explicités entre éléments de cours et mises en application (il y en a plusieurs types selon ce qui est explicité, on y reviendra). On peut remarquer qu'il y a plusieurs occasions de proximités. Elles peuvent avoir été anticipées (sous forme de commentaire méta prévu), elles peuvent être improvisées pendant le cours, soit en relation avec des questions aux élèves et leurs réponses, soit en relation avec les questions des élèves. Elles peuvent aussi venir pendant les exercices qui suivent le cours, par exemple à l'occasion d'aides. En tout état de cause, c'est une certaine vigilance de l'enseignant lors des réponses ou questions des élèves qui permet d'élaborer une partie des proximités improvisées grâce au repérage des implicites ou naturalisations qui s'avèrent en jeu.

4) Des outils d'analyse des cours

Les analyses de ces moments d'exposition mettent en jeu le relief, qui sert de référence pour analyser les contenus des cours et le scénario complet où s'inscrit le cours, le contenu choisi, et, en termes de déroulement, les proximités et les logiques globales que l'on peut détecter.

a) le relief

L'étude croisée des programmes, des manuels, des notions mathématiques précises à étudier et de ce qu'on connaît des apprentissages des élèves sur le sujet permet d'établir une référence, assez générale, sur les contenus envisageables, que nous appelons le relief sur le thème en jeu. Cela servira à caractériser chacun des cours à étudier. Les difficultés éventuelles des élèves, connues grâce aux études déjà réalisées, sont importantes à croiser avec le reste pour apprécier leur prise en compte dans les cours.

Il s'agit de reconstituer à partir des programmes ce qui figure à un niveau scolaire donné, et, notamment, compte tenu de ce qui précède, d'apprécier la distance entre ce que les élèves savent déjà et les nouvelles notions à introduire. Cela permet notamment de réfléchir aux introductions de ces dernières¹ et plus généralement aux liens qui peuvent être faits.

Pour chaque notion enseignée on repère ainsi globalement sa place dans l'ensemble des connaissances de l'année, chaque enseignant choisissant un ordre particulier, qui sera à connaître ; puis, plus spécifiquement, on repère les tâches attendues et, enfin, on caractérise systématiquement les caractères outil/objet retenus, les cadres et registres de représentations présents, les ostensifs utilisés avec le symbolisme correspondant, les raisonnements et le niveau de rigueur et de formalisme attendus. Il faut ainsi souligner l'importance des aspects formels : sont ainsi spécifiques des cours des formulations générales mais aussi du langage mixte (Laborde 1982), mettant en jeu des représentations et du formalisme mathématique (utilisant des registres, congruents ou non). Il y a souvent une part de strict symbolisme, avec ce qu'il « embarque » implicitement. Par exemple, un signe égal peut « embarquer » selon les cas l'indication d'un résultat, d'une identité, d'une recherche de solution... Dans le tracé d'une figure, il y a ce qu'on voit, un triangle par exemple, mais aussi ce qui est contraint par

¹ Cf. les types de notion (Robert, 1998)

cette configuration même si cela ne se voit pas, comme la valeur de la somme des angles ou les propriétés des droites remarquables. Même un codage recèle une part d'implicite, sur ce qu'il code (un point, une droite...) et sur son caractère « quelconque » : un théorème énoncé pour un triangle ABC s'applique à n'importe quel triangle, quels que soient les noms des sommets.

Cette référence sur les contenus à enseigner étant établie, on s'intéresse à l'étude d'un cours en classe, pour lequel on dispose d'une vidéo tournée au fond de la classe, et à l'étude d'une capsule qu'on a récupérée, par exemple sur You Tube.

Après en avoir précisé le contexte, on peut lister *a priori*, à partir de l'étude précédente, ce qu'il peut y avoir dans ce cours : quels contenus « minima » - (définition, théorème, méthode, construction, vocabulaire, exercice résolu, ...) – quels acquis antérieurs supposés selon le moment de la progression. On peut se demander, en réfléchissant aux difficultés connues des élèves, s'il y a des enjeux sur l'ordre, des « passages obligés ». Y a-t-il des éléments non transformables en exercices mais importants à signaler, des anticipations intéressantes ? Peut-on penser à des commentaires à développer le cas échéant ?

Ces questions sont reprises et complétées dans les analyses suivantes, qui se font *après* visionnement des vidéos et en travaillant sur des transcriptions. Le fait d'avoir vu une vidéo rend cependant plus facile l'identification de qui parle et de l'organisation des échanges ainsi que le repérage de la partie écrite du cours (au tableau ou ailleurs). En fait il est un peu artificiel de séparer l'étude des contenus de celle des déroulements, elles se font presque en même temps et se complètent, mais pour la clarté de l'exposé ci-dessous nous les séparons.

b) étude des contenus d'un cours

Globalement, nous reconstituons le contenu du cours concerné (extrait), avec, dans l'ordre où ils apparaissent, un résumé des divers énoncés, des démonstrations, des exemples et des exercices éventuels proposés aux élèves, ainsi que le cas échéant les introductions et conclusions proposées. C'est une forme d'étiquetage de la succession des objets du cours, aidée par le relief déjà étudié. Même si l'extrait ne porte pas sur le tout début du cours, la présence ou non d'« activités d'introductions », auxquelles on peut se référer par la suite, doit être notée, pouvant donner lieu à des liens éclairant la généralisation apportée dans le cours. L'ordre adopté pour l'extrait étudié (éventuellement référé à l'ensemble du cours) renseigne aussi sur des liens, possibles ou non, entre connaissances déjà vues et nouvelles. Cela est complété par le repérage fin de la structuration adoptée, sous forme d'annonces de ce qui va suivre ou des étapes suivies : il s'agit d'apprécier ce qui peut permettre aux élèves (à certains élèves) de savoir où on va, où on en est....

La quantité d'éléments donnés à chaque occurrence de cours, leur durée, voire le rythme, renseigneraient également sur l'accessibilité du cours mais tous ces paramètres sont difficiles à apprécier hors comparaisons entre plusieurs cours.

Plus précisément, sur l'extrait à étudier, nous nous intéressons particulièrement au degré de généralité des énoncés non-contextualisés (Butlen & Pezard, 2003) donnés par l'enseignant, pour apprécier la distance entre ceux-ci et les exercices contextualisés sur lesquels les élèves ont travaillé ou vont travailler et repérer des liens possibles : dans un exemple générique pris comme énoncé de cours, il n'y a pas de variable, seulement des nombres, qui pourront être remplacés par d'autres nombres, ce qui n'est pas le cas dans les énoncés plus généraux faisant appel à des variables, plus ou moins « muettes » cependant, voire cachées. Si une méthode n'est déclinée que sur un exemple, la question de son adaptation à d'autres cas particuliers se pose et peut ou non être abordée en cours.

Nous relevons aussi la rigueur utilisée dans le cours, le vocabulaire (im)précis ou familier, comme autant de traces de ce qui peut être éloigné des élèves ou des connaissances visées. Dans le même ordre d'idées nous étudions les différences entre ce qui est dit à l'oral et ce qui est écrit, pour repérer ce qui resterait implicite et pourrait donner lieu à une proximité.

Nous nous intéressons aussi à tout ce qui peut éclairer le fonctionnement du savoir présenté. Ainsi dans un cours peut-on indiquer ou non le statut des connaissances en jeu (admis, démontré, méthode, utilité...), et les liens et mises en relation entre cours et applications, entre connaissances anciennes et nouvelles, ou entre diverses parties du cours. On peut aussi trouver une mise en évidence plus ou moins explicite de l'organisation des connaissances, des liens globaux et locaux, des aspects déclaratifs et procéduraux, et même des indications sur la manière de rédiger, voire sur les évaluations – autant d'éléments du contrat qui peuvent ou non être explicités.

Il y a plus : dans un cours, non seulement il peut y avoir des parties de statut divers, mais encore « tout » ne va pas toujours « servir » directement, tout n'est pas toujours transformable en activité ni évaluable. Certains éléments, incrémentant le comment, le pour quoi ou le pourquoi des énoncés proposés, même si c'est évidemment variable pendant la scolarité, peuvent recevoir des accueils très différents selon les élèves, et nous en relevons la présence éventuelle. Par exemple, lors d'un cours sur la nature des différents sous-ensembles de nombres réels, il n'y a pas d'exercices d'application immédiats, même si les élèves peuvent être sollicités sur ce qu'ils connaissent déjà. Cependant, cela peut éclairer le travail attendu de certains, et rester lettre morte pour d'autres. Citons encore la justification (facultative) de la règle des signes pour la multiplication des nombres relatifs, étendue à des intervalles où deux expressions, dépendant de la même variable, gardent un signe constant : pour étudier le signe de leur produit les élèves n'en ont pas besoin directement, l'application quasi-mécanique de la règle leur suffisant, mais la justification peut répondre à l'attente de quelques-uns.

c) les proximités discursives

Nous avons développé la notion de proximité-en-acte pour labelliser des décisions ou discours de l'enseignant pouvant conduire à des rapprochements avec les élèves, aux yeux du chercheur, qu'elles soient conscientes ou non (Robert & Vandebrouck, 2014). Ces proximités peuvent être affectives, langagières, ou jouer sur la motivation... Nous nous sommes

restreints à l'étude de celles qui nous semblent avoir une portée cognitive. Parmi celles-là, nous distinguons dans le discours de l'enseignant les proximités discursives, qui rendent compte de rapprochements avec les élèves (du moins interprétés comme tels par le chercheur). Elles se produisent en classe à l'occasion d'interactions (improvisées ou non) : ainsi les questions et réponses d'élèves sont analysées systématiquement.

Les proximités discursives (cognitives) sont faites d'annonces, de liens, de répétitions sans ou avec transformations (le dire autrement), d'analogies, de métaphores, d'éclaircissements, d'explicitations, de dévoilements, de mises en garde ; l'enseignant attire l'attention, fait redire ou questionne (avez-vous compris ?)... Ces proximités peuvent être accompagnées de gestuelles adaptées, dont cependant nous ne rendons presque pas compte ici, sauf pour ce qui est montré au tableau.

En un mot, il s'agit de repérer tous les commentaires, au sens large, ajoutés par l'enseignant sur les mathématiques, à propos du travail mathématique (ce que nous appelons méta), (cf. Robert & Robinet 1996 ; Tenaud 1991) et de traquer ceux qui contiennent des éléments susceptibles de rapprocher les élèves de ce qui est visé (intervention relevant de leur ZPD), ainsi que ceux qui semblent manquer. Mettre en évidence les occasions de proximité, les proximités tentées, ou manquées, contribue à mieux comprendre ce que les enseignants développent ou non comme rapprochements éventuels, ce qui pourrait rester implicite et donc faire obstacle à la construction des connaissances visées. Une phrase du cours peut contenir plusieurs proximités.

En fait on ne peut repérer que des proximités possibles², mais on n'a aucun moyen de savoir si elles ont été effectives (entendues) et encore moins « efficaces », même pour certains élèves seulement.

Nous nous sommes particulièrement intéressées aux proximités qui peuvent rapprocher un exemple et sa généralisation (dans les deux sens) ou deux éléments ayant le même degré de généralité (horizontales). Ces proximités horizontales peuvent être locales (sur le détail du texte du savoir en jeu, les calculs faits, les démonstrations) ou plus générales (sur le sens, le pour quoi, le pourquoi, les statuts de ce qui est présenté).

Voici les trois types de proximités qu'il nous semble important de distinguer dans la mesure où leur rôle respectif dans la construction des connaissances est différent.

- Les proximités horizontales, sans changement de niveau de généralité dans ce qui est rapproché : l'explicitation d'un calcul (proximité locale) ou l'explicitation des termes qui interviennent dans une formule ou plus généralement l'explicitation d'un mode de raisonnement (proximité plus globale). Ces proximités joueraient un rôle dans la compréhension du fonctionnement d'un élément introduit, local ou global.

- Les proximités ascendantes : commentaires sur le passage d'un exercice (ou d'une activité) à une propriété plus générale – on dégage ce qui est généralisé (*dans le cas du théorème de Pythagore introduit par une activité sur différents cas numériques, on insiste sur le fait que le triangle doit être rectangle, que l'hypoténuse ne joue pas le même rôle que les côtés de*

² Nous préférons possibles à potentielles pour ne pas introduire de confusion avec ce qui pourrait être et n'est pas.

l'angle droit, mais que peu importe les mesures...). Ces proximités sont plus rares, à la fois parce qu'il y a assez peu d'activités d'introduction, et que la généralisation est inhabituelle pour les élèves et pas évaluable.

- Les proximités descendantes : commentaires sur le passage d'un théorème à une application – on dégage ce qui est à vérifier, les variables, leurs valeurs dans l'exercice, la manière d'appliquer le théorème, ce qui peut en résulter (*dans le cas du théorème de Pythagore on insisterait sur le fait que peu importe la disposition de la figure, les noms des sommets, mais qu'il est essentiel d'identifier la place de l'angle droit !*).

d) la logique globale

De plus, lorsque les observations s'y prêtent (temps long) nous essayons aussi de dégager des logiques globales repérables dans plusieurs cours d'un même enseignant, traduisant une certaine cohérence et repérées par des récurrences dans les choix des enseignants. De manière caricaturale, on peut détecter deux logiques "en tension", opposées, qui traversent les manières d'exposer les cours devant les élèves, activant deux niveaux de pensée :

- une logique assez locale, liée à la volonté de faire mémoriser les mots, les phrases et les formules, de faire suivre localement les justifications, et aussi d'outiller les futures utilisations (y compris techniques), mettant aussi plus en jeu les contrats.
- une logique plus globale, liée au sens, à l'organisation des idées entre elles, au mode de fonctionnement en mathématiques (rôle du contre-exemple, tiers exclu, références historiques...).

Dans ce qui suit, il s'agit de s'exercer à utiliser ces outils, ce qui amène une forme particulière de vigilance : sont ainsi surveillés tout spécialement les liens entre ce qui est nouveau pour les élèves et ce qui ne l'est pas, et les liens entre ce qui est présenté de manière générale, avec le formalisme associé, et ce qui est travaillé en contexte, de manière particulière.

Séance 3 Retour au sens de variation des fonctions en seconde : présentation d'une deuxième activité d'introduction et analyses de deux cours (manuel et « vrai » cours)

La séance s'organise en 4 temps :

- 1) le relief dans le cas du sens de variation
- 2) Travail sur une deuxième activité d'introduction (analyse de la tâche, discussion préalable), visionnement de la capsule qui présente une discussion sur cette activité et reprise de la discussion
- 3) Une autre activité d'introduction (proche), le cours du manuel
- 4) Une vidéo de « vrai » cours.

1) Le relief attaché à la notion de sens de variation : programmes et difficultés des élèves

Les participants essaient de décrire synthétiquement les programmes, en réfléchissant à ce qui est visé comme connaissances nouvelles.

a) les programmes

Dans le premier paragraphe « Fonctions » du programme de Seconde (BO n°30 du 23 juillet 2009) l'utilisation des logiciels est largement encouragée mais en même temps, l'élève doit s'interroger sur la façon dont les courbes sont obtenues : en effet, il doit apprendre « à distinguer la courbe représentative d'une fonction des dessins obtenus avec un traceur de courbe ou comme représentation de quelques données ». Cette distinction est rarement prise en compte dans les manuels et encore moins dans les vidéos où des courbes apparaissent sans qu'on en connaisse l'origine. Plus loin, on indique « il s'agit de faire comprendre que des dessins peuvent suffire pour répondre de façon satisfaisante à un problème concret mais qu'ils ne suffisent pas à démontrer des propriétés de la fonction. » Or dans la plupart des activités proposées dans les manuels (ou les capsules d'ailleurs), il n'est pas demandé de démontrer mais seulement de lire sur la courbe ou le tableau.

Enfin, il est précisé dans les commentaires que « les élèves doivent distinguer les courbes pour lesquelles l'information sur les variations est exhaustive, de celles obtenues sur un écran graphique. » Cette méfiance par rapport aux outils est donc plusieurs fois évoquée mais il n'est pas précisé comment la travailler en classe et elle est rarement prise en compte dans les manuels (ou les capsules). Dans ces dernières, on annonce parfois un point à coordonnées entières alors qu'on n'est pas sûr que la courbe passe vraiment par ce point, ce qui peut poser un problème de rigueur.

Les « capacités attendues » dans le programme mettent en avant le lien entre courbe et fonction ; il s'agit de :

- « Décrire, avec un vocabulaire adapté ou un tableau de variations, le comportement d'une fonction définie par une courbe.
- Dessiner une représentation graphique compatible avec un tableau de variations.

Lorsque le sens de variation est donné, par une phrase ou un tableau de variations :

- comparer les images de deux nombres d'un intervalle ;
- déterminer tous les nombres dont l'image est supérieure (ou inférieure) à une image donnée.

Dans la première capacité, on lit sur la courbe les variations de la fonction, ce qui est traité dans de nombreuses vidéos à partir d'exemples (on demande par exemple d'imaginer un « petit vélo » sur la courbe, s'il monte, on a une fonction croissante sur l'intervalle en question et on met une flèche qui monte et de manière analogue s'il descend, ce qui conduit au tableau de variations). Cette tâche simple est facilement réussie par les élèves.

La deuxième capacité est également développée dans bon nombre de vidéos ; cette fois, on part d'un tableau de variations et on trace une courbe compatible avec ce tableau mais il est rarement expliqué qu'il existe une infinité de courbes possibles, les logiciels permettant pourtant de le montrer.

Il n'y a donc aucun besoin de la définition algébrique pour réussir les tâches correspondant à ces deux capacités.

Pour la troisième capacité, on peut partir d'une courbe ou d'un tableau de variation pour comparer, lorsque c'est possible, les images de deux nombres donnés. Cette capacité est davantage liée à la définition formelle d'une fonction croissante ou décroissante et peut permettre de l'illustrer sur des exemples. La dernière capacité enfin permet de résoudre des inéquations graphiquement ou en utilisant le tableau de variation.

Les commentaires précisent « Les définitions formelles d'une fonction croissante, d'une fonction décroissante, sont progressivement dégagées. Leur maîtrise est un objectif de fin d'année. »

Comprendre et maîtriser cette définition ne va pas de soi et les tâches qui peuvent y conduire ne sont pas souvent évoquées. Si le professeur se contente de décliner les trois capacités indiquées ci-dessus, on reste bien loin de la maîtrise de cette définition. Ainsi le programme laisse volontairement un flou qui permet une grande latitude, suivant le niveau des élèves et les intentions de l'enseignant, entre des tâches simples et isolées autour de la courbe et du tableau de variation et des exercices plus complexes combinant différents aspects dans de véritables problèmes, utilisant éventuellement la définition algébrique. Dans les capsules, les activités et questionnements sont en général limités, comme nous le décrivons un peu plus loin.

Dans le paragraphe concernant les fonctions de référence, on demande de donner le sens de variation d'une fonction affine, de faire le lien entre le signe de $ax + b$, le sens de variation de la fonction et sa courbe représentative et de connaître les variations des fonctions « carré » et « inverse ». Il n'est pas demandé de démontrer ces résultats, ce qui aurait pourtant permis d'utiliser la définition.

De même pour les fonctions du second degré, il est précisé que les résultats concernant les variations sont donnés en classe et connus des élèves, mais peuvent être partiellement ou totalement admis.

A minima, on peut donc, cette fois encore, constater que la courbe monte ou descend sur tel ou tel intervalle et en déduire ses variations sans jamais utiliser la définition. Il est vrai que la notion de dérivée permettra, en classe de première, d'éviter le recours à cette définition, mais faut-il pour autant y renoncer ?

b) des difficultés des élèves entre courbes et fonctions

Le lien entre courbes et fonctions nous apparaît au cœur de l'étude des variations des fonctions. C'est à la fois un point d'appui car les élèves savent interpréter une courbe en termes de variations de ce qui est porté en ordonnée en fonction de ce qui est porté en abscisse. C'est aussi une difficulté à surmonter, car il s'agit de « transférer » des courbes aux fonctions, invisibles sur les représentations graphiques, les notions de croissance, décroissance, variation.

D'une certaine manière adopter le point de vue fonctionnel revient à « décomposer » quelque chose de global (l'allure de la courbe, dans le plan, qui monte ou qui descend) en deux informations – certes coordonnées, mais desimbriquées³ dans leur présentation - concernant les variations de x et de $f(x)$ « simultanées » mais indiquées de manière disjointes, que ce soit dans la phrase (quand x ;.. $f(x)$...) ou, tout particulièrement, dans le tableau de variation.

Notons que ce qui est interprété visuellement le plus immédiatement est la variation de $f(x)$, celle de x étant « cachée » (implicite) dans le sens du parcours, de gauche à droite. Il y a donc une petite inversion avec le fait que, en phrase ou dans le tableau, on commence par x [en première ligne du tableau]... De plus il y a une « traduction » souvent laissée implicite de « plus haut » ou « à droite » (on regarde **la place** sur un axe) en « plus grand » (on introduit **un ordre** sur les valeurs représentées sur l'axe).

2) Des activités d'introductions ?

Il nous semble qu'il est difficile de trouver un problème tel que les élèves « seuls » aient besoin, pour le résoudre, de s'intéresser à cette « double » variation simultanée, au lieu de s'appuyer sur la courbe, qui, de fait, suffit en général pour leurs réponses. Par exemple, ils peuvent avoir « besoin » de trouver quand telle grandeur croît en fonction de telle autre, quand il y a des maxima ou minima, quand ne pas dépasser telle valeur, etc. S'ils ont une courbe ils peuvent répondre. Sinon, s'ils n'ont que des informations algébriques par exemple, ils n'ont aucun moyen pour le faire, si ce n'est à se ramener à une courbe...tracée par un logiciel ou par eux à partir de valeurs, mais approximativement (sauf si c'est une fonction affine).

De ce fait, les activités introductives nécessiteront sans doute une intervention complémentaire de l'enseignant (et des proximités) pour aller jusqu'aux variations de la fonction, en s'appuyant au maximum sur les acquis antérieurs.

De plus si une partie de la définition algébrique correspondante, en termes d'inégalités (par exemple $a < b$ implique $f(a) < f(b)$), est facilement associée à la représentation graphique de la fonction (qui « monte »), le fait qu'il est nécessaire et suffisant que ce soit vérifié pour tous les couples (a,b) tels que $a < b$ est nettement moins intuitif. On voit mal comment on peut éviter une intervention de l'enseignant à ce sujet, encore une fois qui peut être préparée.

La difficulté peut être renforcée par le fait que les premières démonstrations se font souvent sur un (seul) couple (a,b) « quelconque », tel que $a < b$...

³ Cela peut rappeler ce que Duval appelle « déconstruction » en géométrie

Nous avons trouvé deux grands types d'activités selon la façon dont on envisage ce lien courbes/fonctions.

Type n°1 : à partir d'une situation, mettant en jeu un aspect algébrique (cf. CF1)

On introduit l'étude de la variation d'une ou deux grandeurs en fonction d'une autre, liée à une figure géométrique (point mobile) – par exemple une aire, un périmètre en fonction d'une longueur variable, associée à ce point mobile dans la figure.

Sans courbe d'abord, avec une situation (souvent géométrique donc) à « modéliser », et avec possibilité de visualisation sur ordinateur...

On peut proposer aux élèves de percevoir visuellement les variations grâce à une animation sur geogebra par exemple, ou numériquement (et ce peut être les deux)... y compris sous forme de conjectures qu'ils auront à vérifier.

Cela permet de rapprocher les élèves, là encore, de questionnements et de réponses possibles sur les variations de la grandeur étudiée quand la grandeur initiale, liée directement à un point « mobile » de la figure, parcourt l'intervalle assigné (ça grandit, ça diminue, etc...), mais sans faire appel à une courbe.

Après, plusieurs variantes sont possibles – selon ce qu'on demande aux élèves : ou on introduit une courbe directement et on retrouve ce qui a déjà été esquissé ci-dessus, ou on essaie de leur faire tracer la courbe mais cela demande un intermédiaire, ou c'est le logiciel qui fait la trace (intermédiaire du choix de lui faire évaluer les deuxième et troisième grandeurs), ou enfin on fait trouver les expressions algébriques et on essaie de faire tracer aux élèves les courbes. Ce dernier cas nécessite l'introduction d'une expression algébrique des fonctions en jeu ; on fait alors travailler les élèves un moment sur le problème géométrique, en mélangeant avec du numérique et/ou de l'algébrique. Cela permet éventuellement d'aller jusqu'à la reconnaissance d'une fonction connue (affine), qu'on peut tracer vraiment et qui permet de vérifier une conjecture... en introduisant effectivement, directement, le lien entre les descriptions de l'allure de la courbe et les variations de la fonction.

Reste quand même à l'enseignant à introduire les proximités ascendantes utiles, à expliciter la nature des rapprochements, et à introduire la caractérisation algébrique (pour tous a, b tels que $a < b$, $f(a) < f(b)$) mais elle ne « tombe pas du ciel » pour les élèves, ils en ont déjà eu une idée, même s'ils n'en ont pas encore eu besoin !

Type n°2 : à partir d'une courbe

Distribution de l'activité de CF2 aux participants. Ils travaillent comme les élèves et écrivent ce qu'ils en pensent (cf. annexe 3).

Visionnement de la capsule CF2.

On s'appuie sur une courbe **donnée**, traduisant en général les variations d'une grandeur continue (par exemple la température) en fonction d'une autre (souvent le temps). Cette courbe peut être considérée comme représentation graphique d'une fonction mais ce n'est pas toujours dit.

Rien n'est dit non plus sur la manière dont elle a été obtenue, et, implicitement, on admet toujours que ce qu'on lit sur la courbe est fiable.

Les élèves sont amenés à interpréter la courbe en associant ce qu'ils voient (la courbe monte ou descend ou...) aux variations de la grandeur en ordonnée (elle croît ou décroît ou...). La variation correspondante de la grandeur en abscisse se fait (implicitement ou non) de gauche à droite.

Mais ... il n'y a pas de fonction apparente dans cette situation ! Faire précisément le lien visé, entre ordonnée et $f(x)$, est de fait souvent inutile pour répondre à la question posée ; or c'est l'enjeu final. Ce sera donc à l'enseignant de faire ce lien.

Cette activité est plus accessible aux élèves mais au mieux, si l'enseignant s'en mêle, elle permet de **rapprocher l'allure (visualisée, voire dynamique) d'une courbe et les variations des ordonnées des points de la courbe** (qu'on peut exemplifier sur la courbe).

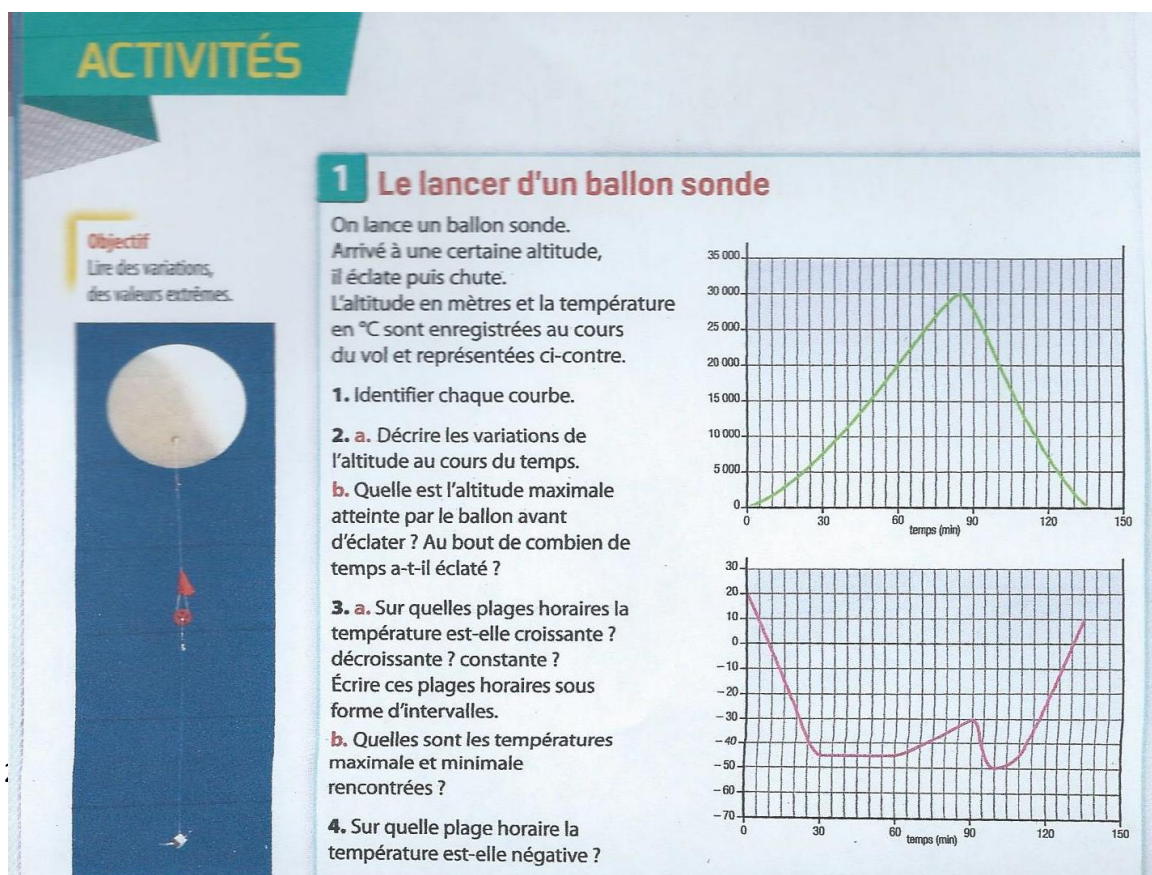
Restera à l'enseignant à transférer la variation aux $f(x)$ quand x varie et quand il aura introduit f , avec les proximités ascendantes adaptées. On peut penser ainsi que la définition algébrique ne sera pas complètement parachutée.

Finalement il y a bien un choix entre tel ou tel type d'activité d'introduction, voire pas d'activité du tout, la définition algébrique étant plus ou moins abordée par les élèves. Dans tous les cas, on s'appuie sur le graphique sans avoir réellement besoin de l'algèbre.

4) Une analyse de manuel : exercice préparatoire (le ballon sonde, Math'x page 56, Editions Didier 2010), et cours qui suit .

a) L'exercice

L'analyse a priori développée ci-dessus s'applique ici. Nous y ajoutons une réflexion sur des occasions de proximités potentielles. Voici l'énoncé proposé par le manuel :



Il s'agit de décrire qualitativement l'évolution de deux grandeurs à partir de deux courbes données, représentant en fonction du temps l'altitude et la température d'un ballon sonde lancé, qui finit par exploser. En fait nous remarquons qu'il n'est pas indiqué dans le manuel que les courbes représentatives sont associées à des fonctions, d'ailleurs le mot « fonction » n'apparaît pas non plus dans l'énoncé. Il y a là une occasion de proximité laissée aux enseignants.

Dans la première question il s'agit d'identifier celle des deux courbes qui représente l'altitude (en déduisant que l'autre est la température). Il faut associer une description en français de la variation d'une grandeur et la courbe ce qui fait appel à des connaissances anciennes supposées disponibles sur les graphiques. Dans la question 2) a), qui fait intervenir le temps comme variable mais de manière vague (« au cours du temps »), on demande de décrire les variations de l'altitude : cela demande une lecture globale, sur un intervalle, et il n'est pas nécessaire d'associer à l'augmentation de l'altitude celle du temps. Il suffit de considérer la courbe (qui monte) sans s'intéresser explicitement aux valeurs des images pour répondre. La question 2) b) fait réviser le repérage des coordonnées d'un point de la courbe, facilement identifiable grâce aux connaissances antérieures. La notion de maximum n'a pas encore été étudiée formellement mais son sens est déjà connu.

Pour la température, question 3, on demande sur quelles plages horaires la température est croissante (en anticipant l'usage mathématique de ce dernier mot par un usage courant) : là encore ce qui est activé met en jeu un intervalle (et une vision graphique globale) et non une mise en relation des augmentations du temps et de la température.

Qu'est-ce qu'il y a à généraliser, quel rapport possible du cours à venir avec cet exercice préparatoire ?

A priori il s'agit - au vu du programme de la classe - de donner une (plusieurs ?) définition d'une fonction croissante valable pour toutes les fonctions⁴. On pourrait décider d'en rester à une définition généralisant ce qui a été utilisé dans l'exercice dans un cas particulier : une fonction est croissante quand sa courbe monte. Cela resterait global, graphique et visuel (donc pas complètement certain, vu ce qu'on apprend aux élèves sur ce qui est seulement observé), et partiel. Comment définir alors par exemple la croissance d'une fonction, donnée algébriquement par une formule et dont on n'a pas la courbe ? On peut remarquer que cela pourrait faire l'objet d'une proximité horizontale générale.

En allant plus loin, on pourrait s'appuyer sur l'exercice préparatoire, pour introduire le point de vue algébrique (nouveau), et, plus précisément, sur l'étude de la manière dont les ordonnées des points de la courbe (l'altitude, la température) varient quand leurs abscisses (le temps) augmentent. S'introduirait ainsi un double changement de point de vue, faisant passer d'un sous-ensemble de points de la courbe, associés à une portion de courbe qui monte (ou descend), à l'étude des variations de leurs coordonnées $(x, f(x))$, considérées séparément, associées à chaque point. La connaissance de l'écriture des coordonnées d'un point d'une

⁴ Dans le manuel il y a au moins deux expressions équivalentes de la définition.

courbe représentant une fonction f comme $(x, f(x))$ a été introduite en troisième mais reste plus mobilisable que disponible, même si de nombreux exercices sur images et antécédents sont travaillés. Elle peut être rappelée à cette occasion, donnant lieu à une proximité horizontale locale. S'appuyant sur le constat visuel que, dans le cas où la courbe monte, les ordonnées augmentent quand les abscisses augmentent, on pourrait demander aux élèves de caractériser, sans faire intervenir de lecture sur la courbe, une fonction dont la courbe monte, en traduisant ce qui vient d'être constaté, dans ce cas ou plus généralement. Il s'agit d'écrire (de commencer à écrire) que pour tous (a,b) de l'intervalle, si $a < b$, alors $f(a) < f(b)$.

La formule visée aurait alors une origine dans l'exercice et un intérêt, et on pourrait même justifier le quantificateur à introduire en donnant des contre-exemples (graphiques) s'il y a lieu.

b) Le cours

Quatre activités d'introduction sont proposées, la première « le lancer d'un ballon sonde » est présentée page 19 (elle relève de ce que nous avons appelé le type 2, sans véritable « besoin » d'utilisation du registre algébrique) : on donne des courbes à interpréter, en termes de variation de la grandeur portée en ordonnée par rapport à celle portée en abscisse. Il s'agit d'identifier ces variables, de lire les variations, d'identifier quelques valeurs particulières et de préciser les plages horaires où chaque grandeur est croissante, (resp. décroissante, constante...) ou négative pour la température. On n'utilise pas le mot « fonction », et on admet, semble-t-il que les notions de croissance... pour des grandeurs sont connues et repérables sur une courbe adéquate.

La deuxième activité du manuel, « variations d'une aire », comporte un travail algébrique (ce que nous avons appelé type 1), sauf qu'il n'y a pas besoin de trouver la formule algébrique de la fonction introduite par l'énoncé, ni a fortiori, d'essayer de traduire algébriquement la croissance. On utilise en effet un logiciel qui permet d'observer les variations, et cela suffit à répondre.

La troisième activité est plus centrée sur maximum et minimum d'une grandeur (altitude) représentée par un graphe linéaire par morceaux (quasiment un schéma). Pas de fonction explicite cette fois encore !

La dernière activité, qui prépare la suite du cours sur fonctions affines, est dédiée à une étude sur logiciel des sens de variations des fonctions affines ($x \mapsto ax + b$), en faisant varier a , puis b , et en constatant les effets sur les (segments de) droites représentées – en termes de croissance et de signe.

Le cours qui nous intéresse (annexe 4) est constitué d'une page de définitions, illustrées par des courbes et deux exercices résolus (entre tableau de variation de courbe représentée graphiquement, dont on déclare qu'elle est associée à une fonction).

Le statut des connaissances est reconnu, grâce aux mots « définitions ».

L'aspect algébrique est présenté à gauche, précédé (pour strictement croissante par exemple) d'une expression quasi-numérique, familière, « quand x augmente dans I , son image $f(x)$ augmente aussi », suivi d'un « autrement dit f conserve l'ordre » (resp. inverse l'ordre). La définition algébrique est écrite enfin à la suite. Une courbe représentative associée figure à droite de ces diverses formulations et définitions formalisées.

Les deux définitions de stricte croissance (resp. décroissance) se suivent et sont exactement calquées l'une sur l'autre.

Ce sont les strictes croissance et décroissance qui sont présentées, avec une remarque explicite, à part, sur les fonctions constantes. La différence entre croissant (utilisé aussitôt après la définition) et strictement croissant n'est pas explicitée.

Un exemple suit le paragraphe des définitions. A partir d'une courbe donnée comme « courbe représentative de f », les variations sont explicitées par intervalles et le tableau suit.

Sont définis ensuite maximum et minimum (et extremum), puis le fait d'atteindre les maxima et minima sur un intervalle (avec une courbe à l'appui).

4) Une vidéo filmée en classe⁵ de l'extrait de cours qui suit l'exercice préparatoire précédent (transcription en annexe 5) : les proximités

L'enseignant a fait faire aux élèves la première activité du manuel math's (le ballon sonde) la semaine précédente. Nous nous intéressons à l'extrait du cours, filmé, au début de la séance suivant le travail sur l'exercice préparatoire, où l'enseignant introduit les notions de fonction croissante sur un intervalle, décroissante et tableau de variations. Nous ne répéterons pas à chaque fois « sur un intervalle ». Les citations de l'enseignant (et d'un élève) sont en italique.

On demande aux participants de réfléchir aux ingrédients essentiels du cours, voire à des alternatives et on regarde la vidéo. Il s'agit de mettre en œuvre nos outils d'analyse des déroulements en suivant la chronologie du cours. Cette étude, très locale, ne prétend pas évaluer ce que fait l'enseignant, ne serait-ce que parce que nous n'avons aucune indication sur l'impact sur les élèves de l'ensemble de ce qu'il propose sur le sens de variation des fonctions. Cet extrait peut en effet être repris, complété, etc. Il s'agit donc d'un exercice d'école, qui sert à développer une certaine attention aux rapprochements, proposés ou non aux élèves, entre ce qu'ils ont fait, ce qu'ils savent et ce qui est à faire et à apprendre. Cela permet, nous semble-t-il, d'ouvrir certains questionnements.

L'enseignant projette au tableau le manuel et précise même que les élèves n'ont pas nécessairement à écrire, lui-même n'écrivant pas tout.

Voici l'introduction du cours (rappel de quelques éléments de l'activité avant de « généraliser »).

Juste un rappel avant qu'on parle des généralités. Rappel sur ce qu'on a vu la semaine dernière. On a étudié le cas du ballon-sonde pour lequel on s'intéressait à deux quantités l'altitude et la température.

Il projette le texte de l'exercice et poursuit.

Donc on avait étudié deux fonctions du point de vue graphique. Donc une fonction qui représentait l'altitude et une fonction qui représentait la température.

Donc ce qu'on voulait décrire qualitativement, l'évolution de ces deux phénomènes. On avait introduit les notions de fonction croissante et de fonction décroissante. Donc c'est ce qu'on va généraliser aujourd'hui.

⁵ Nous remercions chaleureusement l'enseignant qui a accepté d'être filmé (ainsi que les élèves !).

On peut remarquer que la variable temps n'est pas citée par l'enseignant dans son rappel. On ne peut pas savoir si le lien courbe/fonction a été fait, il n'est pas rappelé ici.

L'enseignant évoque ensuite le tableau de variations pour simplifier la présentation des résultats. C'est ce qui va être « *mis en place* » dans la séance.

Il projette au tableau le cours du manuel (Math'x, page 58), et indique aux élèves qu'il va le commenter.

Il structure le cours en présentant (et en écrivant au tableau) en 1) la notion de fonction strictement croissante, en 2) celle de fonction strictement décroissante, puis en 3) les tableaux de variations.

On peut noter que les mots « strictement croissant » et « croissant » ne sont pas commentés au début et utilisés de manière un peu aléatoire, voire équivalente, à l'oral, même si à l'écrit (et dans le manuel) ce sont les notions de stricte monotonie qui sont données. Il écrit le premier sous-titre et enchaîne :

Premier cas de figure : fonction strictement croissante

Donc premier mot important, c'est la notion de fonction croissante. Donc premier cas de figure, j'étudie la fonction sur un intervalle, d'accord, donc un certain ensemble des valeurs de x , on va dire qu'elle est croissante, strictement croissante, si lorsque les valeurs de x augmentent, les valeurs de $f(x)$ c'est-à-dire des images augmentent également. Ça c'est ce qu'on appelle une fonction croissante.

En fait l'enseignant donne d'abord une caractéristique algébrique imprécise. De plus il ne s'appuie pas directement sur, pas plus qu'il ne généralise, le travail fait dans l'exercice et rappelé au début : il n'est pas question de courbe et la propriété choisie comme définition, sans le dire explicitement cependant, n'a pas été nécessaire pour répondre aux questions. La proximité ascendante potentielle correspondante, mettant en regard croissance de l'altitude et augmentation du temps, n'est donc pas activée. L'ordre choisi ne semble pas le plus proche de ce que les élèves ont fait et sont prêts à généraliser.

Dans le manuel il est indiqué « quand x augmente, $f(x)$ augmente aussi » ce qui renforce peut être un statut de nombre généralisé pour x et non un statut de variable. On peut penser que cela échappe aux élèves – est-ce une raison pour ne pas y réfléchir ?

Par ailleurs l'enseignant dit « *on va dire que la fonction est croissante* ». Bien qu'il ajoute « *c'est ce qu'on appelle une fonction croissante* », est-ce pour autant une définition ?

L'enseignant poursuit immédiatement « *graphiquement ça se traduit par quoi ? Ça se traduit par le fait que la courbe est en train de monter* ». Puis il active une proximité ascendante, avec force gestes (mais qui suivent la courbe, pas les coordonnées) *comme notre ballon sonde la dernière fois, au début l'altitude augmente. Simplement au niveau du vocabulaire mathématique, on ne va pas dire la fonction augmente, on dira qu'elle est strictement croissante.*

Cependant à aucun moment l'enseignant n'a encore rappelé dans ce début de cours le lien entre les coordonnées des points d'une courbe, x , et $f(x)$. La proximité ascendante potentielle correspondante, mettant en regard croissance de l'altitude et augmentation du temps, n'est donc pas directement activée, même si on peut penser que dans l'activité il aura peut-être été

dit, au passage, que les valeurs de la température (par exemple) augmentent lorsque la courbe monte (et que la fonction associée est croissante).

L'enseignant ajoute alors, en s'aidant de dessins qu'il trace au tableau, la différence entre croissant et strictement croissant, en s'appuyant exclusivement sur les courbes (avec ou sans *plateau*). Il précise que la stricte croissance est associée à une courbe qui n'est jamais stationnaire ou constante. Il semble donc que la définition soit associée aux courbes. On peut quand même remarquer à nouveau que cette caractéristique visuelle de la courbe n'est pas mise en doute.

L'enseignant répond à un élève qui pose alors une question hors sujet en indiquant qu'étudier le sens de variation c'est dire quand est-ce qu'une fonction est strictement croissante ou strictement décroissante.

Il fait alors un bilan du premier cas de figure : fonction croissante, *quand x augmente les valeurs des images augmentent ; ça signifie aussi*, ajoute-t-il, *si $a < b$ [vous prenez deux nombres dans un certain ordre] alors $f(a) < f(b)$* . Il fait référence au manuel mais ne le recopie pas intégralement. Il complète : *ça veut dire que l'ordre des images est le même que l'ordre des antécédents*, formule lapidaire dont on sait qu'elle demande explication.

Autant, là encore, le passage par la courbe rendrait visible cette interprétation, les coordonnées de deux points de la courbe sont d'ailleurs visibles dans le manuel, autant le rapprochement « hors courbe » fait ici nous semble difficile : on particularise deux valeurs génériques ordonnées et on traduit la croissance par une conservation de l'ordre des deux images correspondantes.

C'est seulement dans leur manuel – qui est affiché au tableau pendant tout le cours –, que les élèves peuvent voir la définition correcte, générale, (pour tous (a,b) , si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$).

L'enseignant n'en parle pas.

Et un élève demande alors, en parlant de la formule si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$: *et ça on l'aura au contrôle ?* Cette question nous semble peut-être en rapport avec le fait que cette inégalité n'a pas suffisamment été mise en lien avec ce qui précède, rapprochée de ce que les élèves ont déjà pu comprendre ou faire et qu'elle leur apparaît difficile.

L'enseignant reprend « *on dit aussi que la fonction conserve l'ordre* ». Il répète (mais à l'envers) *l'ordre des antécédents est le même que celui des images*.

Nouveau bilan : « *je répète, croissante quand x augmente, les valeurs de $f(x)$ augmentent, l'ordre est conservé, la courbe monte* ». Et tout ça, ça veut dire la fonction est strictement croissante.

Il n'y a aucune distinction entre les différentes façons d'exprimer la croissance, ni aucune proximité avec ce qui sera opératoire pour les exercices.

L'enseignant continue avec le cas des fonctions strictement décroissantes. Il va plus vite et commence par « graphiquement la courbe descend » (changement d'ordre de son discours.). Il explicite alors le sens de parcours de gauche à droite pour x . *L'ordre est inversé* ajoute-t-il. Il montre alors le dessin du manuel : *je vois bien sur ce schéma ici, voyez a est plus petit que b , je regarde l'image de a elle est plus grande que l'image de b , c'est dû au fait que la fonction est strictement décroissante. D'accord ? Donc f décroissante quand la courbe est en train de*

descendre, quand les valeurs de $f(x)$ sont de plus en plus petites, d'accord et l'ordre cette fois ci est inversé, voyez, si a est plus petit que b , $f(a)$ est plus grand que $f(b)$.

Il y a de nouveau une question d'élève sur l'inégalité algébrique dans le cas des fonctions décroissantes (et cela ne nous semble pas fortuit). L'enseignant l'écrit au tableau (de nouveau pour un seul couple et sans signaler que ce doit être vrai pour tous les (a,b)).

Il reprend alors sur sens de variation.

La logique globale de cet enseignant semble être une compensation d'un certain manque de lien avec l'activité d'introduction et de précisions du discours au profit d'un discours assez « fluide », assez rapide, supposé proche des élèves. Ces derniers, qui ne sont pas obligés d'écrire, semblent suivre et certains interviennent de manière très pertinente.

Pour la suite

Les participants sont invités à visionner à la maison deux capsules : une pour les élèves sur sens de variation (www.bossetesmaths.com) et l'autre (CF3) qui en présente une analyse. Pour cette dernière, on se limite à la partie cours de la capsule des élèves (jusqu'à 7'33).

Séance 4 : sur les capsules vidéos de cours (pour les élèves)

La séance s'organise en 2 temps :

Une capsule CF3 présentant l'analyse d'une capsule destinée aux élèves sur sens de variation des fonctions est donnée à étudier à la maison.

- 1) Introduction à la « classe inversée »
- 2) Reprise de CF3 et autres capsules destinées aux élèves
- 3) Bilan

1) Introduction aux cours en classe inversée (cf. documents en annexe 5)

Plusieurs aspects éventuellement contradictoires peuvent être abordés à l'aide des documents en annexe : le principe même de la classe inversée avec des généralités pédagogiques répandues et des avis plus nuancés, le point de vue de l'institution pour les mathématiques. Puis, on s'intéressera aux ressources que constituent les capsules. Enfin une capsule pour la classe, sur le sens de variation des fonctions en seconde, est proposée à l'étude ainsi qu'une capsule qui la commente à regarder à la maison.

Attention, comme on ne connaît pas les vrais usages, les analyses sont nécessairement partielles.

a) une présentation

On peut trouver sur le net, pour le collège et le lycée, un certain nombre de vidéos « de cours », très courtes (entre 1 et 7 minutes, sauf exceptions), qu'on appelle souvent capsules, en référence à la classe inversée, ou la pédagogie inversée.

Ce vocable de classe inversée⁶ s'applique (*a priori*) à des dispositifs d'enseignement où les élèves prennent connaissance des cours grâce à des vidéos à regarder à la maison, souvent complétées par un questionnaire à remplir en ligne juste après le visionnement. Le travail en classe qui suit est principalement réservé à la recherche d'exercices ; cela se passe souvent en petits groupes « homogènes », déterminés par l'enseignant sur la base de ce questionnaire envoyé par les élèves à l'issue de leur travail à la maison sur les vidéos. Même si les conditions effectives ne sont pas nécessairement strictement celles-là, loin s'en faut quelquefois, l'institution semble souvent favorable à des dispositifs de ce type⁷ : sont beaucoup évoqués une motivation plus grande, un plus grand respect des rythmes individuels (on peut visionner à son rythme, ou (faire) visionner plusieurs fois), plus de temps en classe pour faire des exercices, pour travailler avec les plus faibles (éventuellement repérés grâce au questionnaire de fin de visualisation). Il y a dans cette position un présupposé d'adhésion des

⁶ Ou de pédagogie inversée, courant remis à l'honneur avec le développement des ressources numériques et inspiré notamment d'expériences récentes de ce type au Canada et aux USA.

⁷ Un congrès est organisé au niveau national en 2016 : clic 2016

élèves à ce dispositif, même s'ils peuvent d'emblée en apprécier la « modernité ». Le temps court des vidéos à regarder à la maison peut jouer dans le même sens, malgré la contrainte du remplissage du questionnaire.

Un certain nombre d'enseignants de mathématiques y adhèrent aussi, avec le même genre d'arguments (cf. le témoignage d'un enseignant travaillant avec des capsules, dans Allard, Asius & al. 2016). Des enseignants débutants y voient aussi une aide à l'élaboration de leurs cours.

Mais pourquoi à la maison les élèves consentiraient-ils davantage à écouter un cours qu'à faire des exercices ? Quel impact pour ce type de cours, alors que le feedback en classe est plus ou moins éloigné de l'écoute ? Au final, quelle valeur ajoutée éventuelle à ce type de dispositifs ? Et que penser du contenu de ces vidéos ?

b) Les généralités (annexe 6)

- Initialement, d'après Wikipédia, c'est donc un processus d'enseignement inversant les moments de cours (à la maison) et les exercices (en classe).
- Divers points de vue, de l'institution et autres, en mathématiques et ailleurs sont disponibles
 - Le Clic (congrès de la classe inversée : 2015, 2016)
 - Sur le portail des mathématiques :
 - Des généralités pédagogiques positives répandues (Nizet et Meyer, Dufour, Lebrun)
 - des témoignages (voire des exemples)
 - Des avis plus nuancés (Les interventions de Devin et Meirieu au café pédagogique notamment)

c) Ressources et analyses

Diverses ressources sont consultables sur le net : des capsules sur You Tube ou recommandées par des académies (sites, le portail national (en maths)).

L'analyse des capsules se fait en utilisant ce qui précède : il s'agit de caractériser les contenus en jeu et ce qui en est exposé, en référence au relief établi auparavant (qu'est-ce qui peut figurer dans le cours ?). On analyse le degré de formalisme, de rigueur, le vocabulaire ; on cherche les proximités éventuelles, ou ce qui nous apparaît comme manquant, les implicites, les naturalisations, le statut des connaissances...

2) Retour sur des capsules destinées aux élèves

On reprend rapidement ce qui a été vu dans la capsule CF3.

On propose alors d'étudier deux autres capsules, visionnées en classe, sur le même thème.

On rappelle d'abord avec les participants les éléments de relief, les éléments de cours en jeu, les alternatives : en particulier prévoit-on une activité d'introduction ou non et de quel type, et quel ordre choisit-on (entre algébrique et graphique).

La discussion sur chacune des nouvelles capsules s'engage après leur visionnement respectif.

- a) Dans « **bossetesmaths.com** »,

Nous revenons ici sur quelques éléments clés de la discussion présentée dans CF3.

L'auteur annonce le plan qu'elle va suivre : les définitions puis le lien entre courbe et sens de variation grâce au tableau de variation. Elle commence donc par lire en interprétant quelque peu les définitions algébriques de croissance et de décroissance d'une fonction qui sont écrites au tableau. Ces définitions ne sont ni illustrées par une courbe ni justifiées par un quelconque besoin. Elle présente ensuite une courbe déjà tracée qui « *monte de gauche à droite ... ça symbolise le fait que la fonction est croissante sur ...* » sans aucune justification préalable là encore. Elle ponctue son discours d'expressions rassurantes (*tu vois bien, on voit tout simplement...*) et ajoute qu'il suffira de retenir « *si la courbe monte la fonction est croissante* ». C'est seulement après coup qu'elle justifie en comparant la place des ordonnées sur l'axe des ordonnées que la définition s'applique bien à des couples $(a, f(a))$, $(b, f(b))$ de points de la courbe (tels que $a \leq b$). Elle résume en introduisant le tableau de variation de la fonction représentée.

La même démarche est adoptée dans le cas d'une fonction décroissante.

Dans cette vidéo, l'auteur présente d'abord la définition algébrique sans courbe puis une courbe qui semble induire une autre définition (courbe qui monte ou qui descend) à retenir. Il pourrait y avoir une proximité descendante pour illustrer graphiquement la définition algébrique mais l'auteur choisit seulement de faire constater que cette définition s'applique ce qui ne suffit pas à convaincre de son intérêt. De ce fait elle risque d'apparaître aux élèves comme inutile ou inutilisable.

b) Travail sur une autre capsule

Les participants visionnent la capsule **limoon.fr**. Une discussion est organisée.

Voici quelques éléments pour alimenter les échanges.

Dans cette capsule, on part d'une courbe, tracée au tableau (avant « le tournage »). Le repère est orthonormé mais il n'y a autre précision que la donnée du tracé, pas question de fonction notamment !

Le sens de variation c'est quoi ? Sens et variation... C'est quoi ? C'est regarder comment varie la courbe (ici la courbe bleue) ? Elle monte, elle descend, elle monte ?

Une toute petite flèche parcourt la courbe en même temps que l'enseignant décrit cette allure. Une première remarque permet de signaler qu'on effectue le parcours de gauche à droite : « *en fait, les x c'est dans ce sens, donc en fait le sens de parcours d'une courbe c'est pareil* ». Il pourrait y avoir une proximité (occasion) mais elle n'est pas saisie car il n'y a pas de lien explicite entre x et la courbe. C'est repris plus loin : *bien sûr en gardant de gauche à droite...* Une deuxième animation sur le graphe, plus précise, est faite avec des pointillés verticaux rouges associés à des valeurs numériques sur l'axe des x pour les points remarquables que sont les extrema. Cela permet de faire visualiser les variations simultanées de l'abscisse (dans le sens du parcours) et des points de la courbe, et on voit s'afficher en même temps en dessous du graphique des flèches symbolisant la montée ou la descente (ainsi que le dit l'enseignant)...L'expression utilisée est « *... ça descend, et pour finir ça monte à partir de 1* », puis « *la courbe monte et descend* ». Mais il n'évoque toujours pas de fonction (ni d'ordonnées à part celles des extrema qui ne sont pas reportées sur l'axe des y).

L'enseignant annonce alors qu'il va résumer toutes ces informations dans un tableau de variations, qui s'affiche (complet) en même temps englobant les flèches déjà tracées. Il explique qu'il y a trois intervalles, trois bandes, repérées sur l'axe des x du graphe, dans lesquels donc $f(x)$ *croît, décroît et croît... **$f(x)$ est croissante, décroissante, croissante...***

Ainsi, tout d'un coup, subrepticement, quand on passe au tableau de variations, on écrit $f(x)$ dans la deuxième ligne et on étudie ses variations, calquées (reprises des flèches) sans commentaire supplémentaire, sur celles de la courbe, avec une rigueur discutable – c'est $f(x)$ qui est croissante pas f .

Autrement dit, à partir du connu, sur l'allure globale d'une courbe donnée, visualisée et décrite sans référence explicite aux ordonnées, on constate une assimilation complète entre fonction, ou plutôt $f(x)$, et courbe, sans lien explicite sur le graphe autre que pour les x , et les extrema.

Il continue : *Voyons plus précisément la définition d'une fonction croissante sur un intervalle.* Une courbe (qui monte) d'une fonction annoncée comme croissante s'affiche, toujours sans aucun commentaire sur cette courbe, dans un repère orthonormé (différent). Et l'enseignant commente : *voilà l'intervalle I et une fonction, ici, croissante.* De nouveau, il y a confusion entre fonction et courbe.

Puis l'enseignant illustre la conservation de l'ordre, à partir de deux réels a et b choisis tels que $b > a$, qui s'affichent, donc « *a et b sont sur l'axe des abscisses* »... S'appuyant sur le graphique complété par des pointillés, cette fois l'enseignant explique que le point d'abscisse a sur la courbe a pour ordonnée $f(a)$ – et pareil pour $(b, f(b))$. Il évoque *le point de la courbe représentative de f* : première référence à la fonction f .

Et on a , dit-il, $f(b) > f(a)$ en montrant l'axe des ordonnées, « *on le voit* » affirme-t-il alors qu'est affiché au tableau depuis quelques secondes si $b > a$ alors $f(b) > f(a)$. Il relit cette inégalité incomplète en se demandant comment on résume cette situation : *si f est croissante, alors on conserve l'ordre, donc l'ordre se conserve lorsque l'on prend l'image.* Est-ce vraiment clair ? Alors s'affiche au tableau cette bulle : f croissante = les images par f conservent l'ordre. A retenir, ajoute l'enseignant, ainsi que la définition qui s'affiche : f croissante sur I d'un côté, et de l'autre (sans implication ni équivalence), pour tout $a \in I$ et $b \in I$ si $b > a$ alors $f(b) > f(a)$. Il évoque à nouveau la conservation de l'ordre (sans autre commentaire). Par contre, il reprend le fait que « *bien sûr, il faudrait le montrer pour tout a et b* ». C'est ça qui est important souligne-t-il, *qui ne va pas être forcément évident.* Il fait une brève allusion aux fonctions de référence pour plus tard. Il termine par *une autre façon d'écrire ça, c'est que la différence $f(b) - f(a)$ est positive.*

On passe aux fonctions décroissantes. Un tableau pré rempli s'affiche avec une bulle et la définition sur le même modèle que précédemment sauf que dans la bulle il y a : f décroissante = les images par f ne conserve pas l'ordre (sic). Et la confusion entre « ne conserve pas l'ordre » et « inverse l'ordre » est reprise à l'oral telle quelle. Il y a là source de commentaires sur le « message » erroné qui peut faire croire aux élèves que si une fonction n'est pas croissante alors elle est décroissante. Peut-être à l'oral une phrase incorrecte peut-elle passer inaperçue, mais sur un film ?

Ensuite la définition écrite est exacte (mis à part le manque de lien entre ce qui est écrit à gauche et ce qui est écrit à droite). Cette fois la proposition $f(b)-f(a) < 0$ est commentée : *pourquoi c'est intéressant ? Ça revient à étudier le signe de $f(b) - f(a)$.*

Un nouveau tableau s'affiche : conséquences.

1. pour comparer les images par une fonction : f croissante sur I alors les images conservent l'ordre – relu tel quel, puis la même chose avec décroissante (*de même... alors les images ne conservent pas l'ordre*). Non seulement les confusions demeurent, mais encore l'enseignant a ajouté une formulation incorrecte.

Un exemple suit et s'affiche, lu et commenté : je sais que f est croissante sur $[-2 ; 6]$
 $1 \leq 3$ (1 et 3 appartiennent à cet intervalle) Alors $f(1) \leq f(3)$ image par f (puisque'il y a conservation de l'ordre)

Les inégalités deviennent larges sans que ce soit signalé.

Nouveau tableau commenté : *On pourrait prendre aussi au lieu de prendre un nombre précis, $x \leq 3$ (bien sûr x est compris entre -2 et 3) alors*

D'une part on montre une inégalité pour une infinité de x , de valeurs de x mais en plus on a $f(x)$ est plus petit que $f(3)$ c'est-à-dire l'ordonnée est plus petite qu'un certain nombre et donc on peut dire qu'il y a un maximum ici.

L'utilisation imprécise et anticipée de la notion de maximum (sans précision de l'intervalle) est inadaptée ici.

2. « pour montrer qu'une fonction est croissante puis décroissante ... on verra ça plus tard » commente l'enseignant.

Il aborde alors les notions de maximum et minimum.

c) Travail sur une dernière capsule

*Les participants sont invités à regarder une dernière capsule pour étudier le sens de variation d'une fonction définie algébriquement dans **maths et tiques**.*

Une discussion est organisée.

Voici quelques éléments pour alimenter les échanges.

L'auteur rappelle les définitions algébriques qui apparaissent au tableau et qui sont présentées comme des propriétés. Dans le cas d'une fonction croissante, le professeur présente un repère dans lequel il se propose de construire une courbe représentative. Il choisit a et b sur l'axe des abscisses, puis leurs images sur l'axe des ordonnées. « Si on prend $a < b$, comme $f(a)$ doit être plus petit que $f(b)$, il faut bien que la courbe entre ces deux points monte »...explique l'auteur. Ici le lien définition/ graphique est mis en lumière.

Il ajoute « ça doit évidemment être vrai pour n'importe quelles valeurs, sinon on risque d'avoir des allers- retours ». Comment les élèves peuvent-ils percevoir cette nécessité étant donné qu'un seul cas a été envisagé ? Comment peuvent-ils comprendre cette allusion à des « allers retours » s'ils ne sont pas illustrés ?

La même démarche est suivie dans le cas d'une fonction décroissante. Le vocabulaire est parfois approximatif. « Les images vont s'inverser, elles vont se renverser ».

L'objectif de cette vidéo n'est pas d'introduire les définitions mais de les utiliser sur un exemple. Le professeur les présente comme des propriétés outils alors qu'il les énonce comme

des définitions. Il s'appuie sur elles pour justifier que la courbe monte ou descend. C'est donc l'occasion d'une ébauche de proximité descendante entre fonction et courbe.

Finalement les capsules que nous avons étudiées ne comportent ni activités préparatoires ni lien avec ce qui peut précéder. Elles se distinguent entre elles par l'ordre adopté dans le rapport courbe/fonction. Pour certaines, la rigueur du formalisme algébrique n'est introduite que tardivement.

3) Bilan : une réflexion sur les capsules.

Les enseignants sont en face d'un vrai problème :

D'un côté les élèves ont la possibilité de visionner à la maison pendant un temps court, sur You Tube, une ressource qui est réduite, mais qui peut être répétée, guidée, voire préparée (cf. contrat et questionnaire post-écoute capsule), avec des retours conséquents en classe sur des exercices,

Et de l'autre ils peuvent bénéficier, en classe, d'un cours moins réduit, plus « riche », avec plus d'interactions immédiates, mais peut-être ennuyeux pour certains, voire inaccessible. Le travail sur les exercices se fait en partie à la maison mais il est corrigé en classe et complété. Comment choisir ?

Ce qui suit se base sur quelques études de capsules supplémentaires (Allard et al 2016, Paries et al. 2017)

a) Les capsules comme moyen d'enseignement

Compte tenu de la brièveté visée, de l'efficacité recherchée (supposée), accentuée si c'est le professeur de la classe qui produit ses capsules, on retrouve souvent les caractères suivants par-delà la diversité :

- Manque de lien entre les capsules, ce qui précède et ce qui suit (sauf exception comme sur le site jaicompris.com)
- Contenus « réduits » la plupart du temps à ce qui devra être utilisé par les élèves, souvent sans commentaires et sans indication du statut de ce qui est exposé,
- Peu de proximités orales sauf horizontales, locales, sur les calculs et les manipulations. Ces proximités ne peuvent être qu'anticipées et on sait que les anticipations peuvent avoir une portée réduite pour certains élèves,
- Manque de rigueur éventuel dans ce qui est écrit et imprécision des légendes sur des éléments qui apparaissent,
- Utilisation éventuelle à l'oral d'un vocabulaire familier,
- Beaucoup d'implicites et d'omissions par rapport à un cours en classe, faute d'interactions.

La question de la différence entre la lecture d'un manuel, le suivi d'un cours en classe et l'écoute d'une capsule se pose pour les élèves ; dans quelle mesure l'animation de la capsule sur un contenu succinct, la trace écrite à peu près rigoureuse du manuel, les interactions d'un cours en classe se complètent ou sont redondants ?

De plus, dans le cas des capsules, lorsque les élèves reviennent en classe après le visionnement et le questionnaire, les discussions pendant les résolutions d'exercices peuvent difficilement concerner des questions qui n'ont pas été présentées, comme le statut des connaissances générales. En particulier quelles proximités restent possibles entre ce qui est général et ce qui est contextualité s'il n'y a que des séances d'exercices en classe ?

Finalement, par-delà l'adhésion supposée des élèves à l'écoute active proposée (et préparée), c'est bien un problème de compréhension qui se pose. Manque-t-il quelque chose in fine et quoi ?

D'autres questions restent ouvertes, comme l'importance du lien entre l'auteur de la capsule et l'enseignant, la diversité des élèves et la prise en compte de qualités techniques éventuelles ayant un impact sur l'écoute.

b) Un point de vue de formateur (MC Lévi⁸)

Voici quelques interrogations et questions que soulève la pratique de la classe inversée en mathématiques dans le cadre de la formation des stagiaires M2 ou étudiants M1.

- *Une vraie difficulté*

Tout d'abord, la préparation des moments d'exposition des connaissances, que ce soit du point de vue des contenus, de leur choix, du statut des différents énoncés, du rôle et du choix des exemples, des démonstrations, des illustrations, des représentations est au cœur des objectifs de formation des stagiaires ainsi que leur intégration dans un scénario global. Les formateurs incitent les stagiaires à travailler l'appropriation du cours, la prise de distance par rapport à celui-ci de façon à les faire progresser dans leur pratique et les rendre plus disponibles pour les échanges et interactions avec les élèves. Ce sont en effet, des gestes professionnels particulièrement complexes à acquérir.

- *Des craintes*

L'incitation institutionnelle à développer la « pédagogie inversée », ne va-t-elle pas renvoyer ce moment d'exposition des connaissances, de façon systématique, en amont, en dehors de la classe, hors contrôle du professeur, et peut-être même sans aucune intervention de celui-ci puisque de nombreuses capsules vidéos de cours sont disponibles sur internet ?

Les stagiaires pourraient alors ne plus ressentir le besoin, l'intérêt de préparer et de construire eux-mêmes ces moments d'exposition des connaissances et ainsi ne proposer aux élèves en classe que des séances de type « TD » puisque le cours est alors traité en dehors de la classe.

On peut ainsi imaginer une certaine transformation des tâches de l'enseignant tendant vers un appauvrissement du travail du professeur et de sa réflexion sur les savoirs si celui-ci décide d'utiliser systématiquement des capsules vidéo de cours disponibles.

Une autre difficulté que pose la classe inversée est la valeur de « modèle » que peuvent prendre ces capsules vidéo de cours. Les stagiaires peuvent s'imaginer que c'est ainsi qu'il

⁸ Formatrice de l'université de Paris-sud qui a produit cette réflexion cf. cahier LDAR n°16

faut faire : des moments courts centrés sur des méthodes, sans activité préparatoire ou problème introductif plutôt que des concepts à introduire. Peut-être les moments d'exposition des connaissances risqueraient-ils de se standardiser façon capsules vidéos ?

- *Et pourtant*

On peut dire qu'avant la « mode » de la pédagogie inversée, beaucoup de stagiaires mettaient en œuvre des cours projetés ou « cours à trous » comportant très peu d'interactions avec les élèves et aucune mise en activité même pour traiter les exemples. Ce type de cours, très sécurisant pour les débutants, a encore beaucoup de succès car il évite des difficultés éventuelles pour le professeur dues à une prise de recul insuffisante. L'enseignant débutant peut alors laisser peu de place à l'intervention des élèves, évitant ainsi la gestion parfois compliquée de leurs questions ou de leurs erreurs. On peut se demander si la classe inversée ne fait pas que poursuivre un processus de modification profonde des pratiques enseignantes en matière d'exposition des connaissances.

En revanche, certains étudiants peuvent prendre appui de façon constructive et efficace en apprenant eux-mêmes à partir de vidéos de cours en ligne à présenter un cours, à « dire » les mathématiques face à des élèves de façon adaptée. En effet, si on construit un cours à partir de manuels par exemple, se pose la question des formulations à développer, en particulier dans la rédaction des exemples illustrant le cours ou bien dans la façon de mettre en œuvre une démonstration, de la scénariser. Par exemple, une stagiaire de M1 a pu être aidée pour préparer la mise en œuvre d'un cours sur les suites en classe de 1^{ère} S par une vidéo, plus longue que des capsules réalisées par un professeur à la retraite, partageant ainsi son expérience professionnelle. Cette stagiaire a pu visionner de nombreuses fois la vidéo de manière à s'approprier cette pratique et à y réfléchir en s'appuyant également sur d'autres ressources (manuels, cours de sa tutrice). Elle s'est ainsi sentie guidée et mise en confiance avant d'affronter la mise en situation réelle qui se serait, selon elle, bien passée.

Le besoin d'études complémentaires sur les différents usages des capsules est réel.

3) La nécessité d'un cahier des charges explicité aux élèves

Si on admet l'image pour un concept de l'« enveloppe » à remplir de sens, grâce aux mises en applications et aux liens faits par l'enseignant, entre contenus et activités des élèves, on arrive à la conclusion que l'apprentissage **dépend de l'inscription dans la globalité de l'enseignement des capsules, de leur usage effectif et du contrat qui le régit.**

On doit donc réfléchir à l'inscription de ces ressources dans un processus long, à signaler aux élèves. Sans oublier que si une activité d'introduction est jugée intéressante, il faut penser à la relier à la capsule qui suivra.

On doit aussi réfléchir au fait que les élèves peuvent y trouver des références pour les applications, « modèles » de formulation ou de démonstration et donc se demander quelles adaptations possibles sont à signaler.

Tout cela amène à établir un contrat d'usage précisant la qualité de l'écoute attendue, appréciée par des questionnaires adaptés à élaborer, ce qui est à retenir (à écrire éventuellement) et ce qui peut être fait pendant le déroulement des séances post-

capsules. On peut y ajouter le cas échéant, des alternatives d'utilisation, comme le remplacement d'un cours, ou un complément de cours ou une ressource pour réviser.

On peut enfin signaler un avantage indirect éventuel : d'une part l'établissement du contrat permet de réfléchir et d'explicitier aux élèves ce qu'ils ont « à faire » avec un cours, ce qu'on attend d'eux, contrat rarement évoqué directement ; d'autre part cela permet même de retravailler en tant que professeur sur le relief, le découpage des cours, ce qui doit absolument figurer dans la capsule, son intégration dans le scénario, voire les occasions de proximités à ne pas manquer.

Une option :

Séance 5 : A propos de formation d'enseignants

Une discussion et présentation de nos hypothèses admises sur les formations d'enseignants et de formateurs (Cf. vidéo entretien avec Chesné en annexe)

Un des partis pris essentiels qui pilote les formations professionnelles que nous présentons tient à l'attention portée aux modalités de formation (Robert, 2010, Asselain et al. 2010).

Il s'agit d'abord de porter l'attention sur les pratiques effectives (complexes) de l'enseignant, et pour cela de placer les participants dans une posture proche de celle des enseignants en train de travailler, ce qui amène ensuite à exprimer et à discuter des ressentis ou des besoins relatifs à ce travail et enfin à développer des palettes de possibles.

Signalons quelques exemples où ce point de vue est adopté, sur le travail en groupes dans Robert (2008), ou, du côté de la prise en compte des difficultés des élèves, dans Paries et al. (2009).

C'est une entrée « par le bas », qui ne commence pas par le début (qui serait classiquement une étude du contenu à enseigner, puis la mise au point d'un scénario ou de séquences, puis éventuellement leur observation en classe...).

Autrement dit, c'est une formation « à l'envers », qui vise des interventions dans une zone proximale de développement des pratiques (ZPDP) permettant de « rapprocher » les besoins des formés, supposés par les formateurs, et ces ressentis, pour remonter ensuite aux éléments plus globaux (Robert et al. 2012).

Une attention particulière est donc portée à l'organisation des amorces de ces rapprochements entre ressentis et besoins supposés par les formateurs : cela amène à un travail collectif sur des séances ou des extraits de vidéos (à apprécier mais pas à juger, grâce aux outils d'analyses partagés, Chappet et al. 2011), ou sur des évaluations nationales à apprécier au regard de sa classe, ou sur des chroniques de séances, simulations, ou en vraie grandeur sur des séquences (Chesné et al. 2009)...

Notre hypothèse nous amène à accorder une importance particulière à ce qui se passe après ce travail collectif d'analyse, pendant les discussions qui permettent d'exprimer les ressentis et de mettre en évidence les diversités. Cela conduit à formuler des questionnements explicites, voire à provoquer des prises de conscience qui sont reprises et développées par les « remontées » que le formateur dégage : grâce à un vocabulaire professionnel partagé, il engage la réflexion sur ce qui est en jeu et sur les alternatives.

On arrive ainsi à l'élaboration d'une palette de possibles. Il se peut que cela débouche sur des questions à approfondir, notamment grâce à la littérature professionnelle (Robert et al. 2007, Robert et al. 2012, 2013).

Une attention particulière est portée aux évolutions du métier, comme on l'a vu avec les capsules (Allard et al. 2016, Robert 2013).

Bibliographie

Allard C., Asius L., Bridoux S., Chappet-Paries M., Pilorge F., Robert A. (2016) Quand le professeur de mathématiques est sur You Tube...Quelques réflexions sur les moments d'exposition des connaissances et les capsules pour des classes inversées. *Cahier du laboratoire de didactique André Revuz*, n°16.

Asselain-Missenard C., Robert A. (2010) Formation des enseignants : pas de GPS, *Bulletin de l'APM*, 489, 432-446

Bridoux S., Chappet-Paries M., Grenier-Boley N., Hache C., Robert A. (avec la collaboration de Levi, M.C. et Pilorge F.) (2015) Les moments d'exposition des connaissances en mathématiques (secondaire et début d'université). *Cahier du laboratoire de didactique André Revuz*, n°14.

Chappet-Pariès M. Robert A. (2011) Séances de formation d'enseignants de mathématiques (collège et lycée) utilisant les vidéos – exemples, *Petit x* 86, 45-77.

Chappet-Pariès M. Pilorge F., Robert A. (2017) Moments d'exposition des connaissances et capsules vidéos pour classe inversée dans le secondaire soumis à *Petit x*.

Chesné J.F., Pariès M. Robert A. (2009) « Partir des pratiques » en formation professionnelle des enseignants de mathématiques des lycées et collèges *Petit x* 80

Pariès M., Robert A. (2009) Changements de cadres en géométrie dans l'espace, *Repères-IREM* 75 35-45

Robert A. (2008) Laisser chercher les élèves ? Les faire travailler en petits groupes ? *l'Ouvert* 117, 31-46

Robert A. (2010) Formation professionnelle des enseignants du second degré, *Repères-IREM* 80, 87-103

Robert A. (2013) Une réflexion didactique sur les changements du métier d'enseignant de mathématiques et sa (nécessaire) cohérence: nouvelles données au collège et au lycée. *Repères IREM* 93 79-94

Robert A., Penninckx J., Lattuati M. (2012) *Une caméra au fond de la classe de mathématiques*, Besançon : Presses Universitaires de Franche Comté.

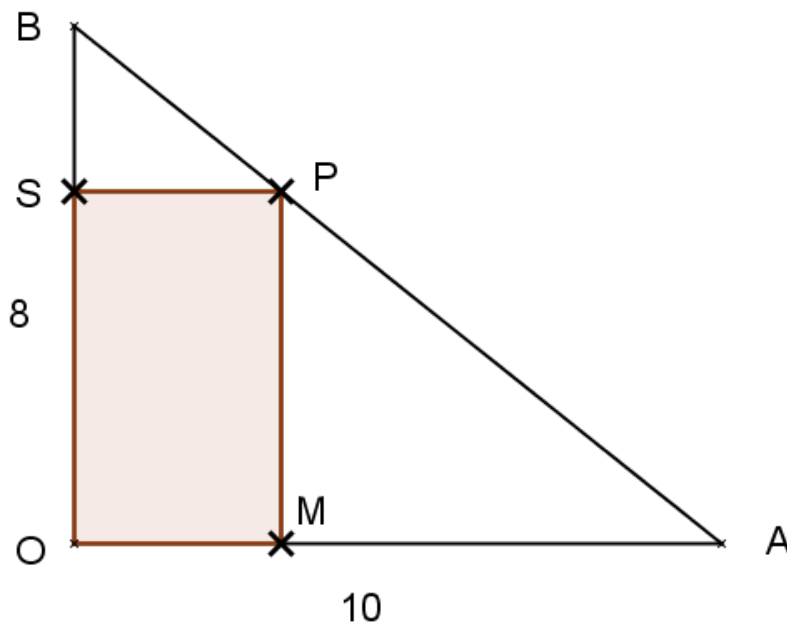
Robert A., Penninckx J., Lattuati M. (2013) Présentation d'un ouvrage. Une ressource en formation de formateurs d'enseignants de mathématiques du secondaire. *Petit x* 92 49-56.

Robert A., Roditi E., Grugeon B. (2007) Diversités des offres de formation et travail du formateur d'enseignants de mathématiques du secondaire, *Petit x* 74, 60-90

Annexes

- 1) L'activité d'introduction 1 (page 41)
- 2) Les questionnaires professeur et élèves (page 43)
- 3) L'activité d'introduction 2 (page 47)
- 4) Le cours du manuel (page 49)
- 5) La transcription du cours après l'activité du ballon sonde (page 50)
- 6) Divers documents officiels sur les classes inversées (page 54)
- 7) Une vidéo : entretien sur la formation des formateurs et des enseignants

Annexe 1 : L'activité d'introduction 1(3^{ème} chapitre sur les fonctions après un chapitre de révision des fonctions affines et un chapitre de généralités)



Sur la figure (qui n'est pas en vraie grandeur), on sait que :

OAB est un triangle rectangle en O avec : $OA = 10$ cm et $OB = 8$ cm.

M est un point mobile du segment [OA]

La perpendiculaire à (OA) passant par M coupe [AB] en P et la perpendiculaire à (OB) passant par P coupe [OB] en S.

Lorsque **M se déplace de O vers A**, on se demande

- Si OMPS garde toujours la même forme
- Comment varie le périmètre de OMPS en fonction de la longueur OM
- Comment varie l'aire de OMPS en fonction de la longueur OM.

- 1) Observez la figure lorsque je déplace le point M (avec geogebra) et notez vos conjectures.
- 2) Dans le cas particulier où M est à 6cm de O, construisez la figure en vraie grandeur et calculez le périmètre et l'aire de OMPS (valeurs exactes).
- 3) Lorsque M est un point **quelconque** du segment [OA],
 - a. écrire le périmètre et l'aire de OMPS en fonction de la longueur OM.
 - b. pouvez-vous utiliser a. pour étudier comment varient le périmètre et l'aire de OMPS lorsque m augmente de 0 à 10 ?

Correction de l'activité 1

Question 2) $OM = SP = 6$

- on calcule BS grâce au théorème de Thalès : en effet (OM) et (SP) sont parallèles (toutes deux perpendiculaires à (OB))

Donc $\frac{BS}{BO} = \frac{SP}{OA}$ c'est-à-dire $\frac{BS}{8} = \frac{6}{10}$ d'où $BS = 4,8cm$ (ou coefficient de réduction de 0,6)

- on en déduit SO $SO = 8 - 4,8 = 3,2cm$
- Le périmètre $(OM + OS) \times 2 = (6 + 3,2) \times 2 = 18,4cm$
- l'aire $OM \times OS = 6 \times 3,2 = 19,2cm^2$

Question 3)

- a. si on note m la longueur OM, Thalès devient $\frac{BS}{8} = \frac{m}{10}$ d'où $BS = 0,8m$ et
 $SO = 8 - 0,8m$

Le périmètre s'écrit $(m + 8 - 0,8m) \times 2 = (0,2m + 8) \times 2 = 0,4m + 16$

L'aire s'écrit $m(8 - 0,8m)$ ou encore $8m - 0,8m^2$

- b. l'expression du périmètre devrait leur rappeler celle d'une fonction affine : on va la représenter et souligner que les valeurs augmentent de 16 à 20.
 Si m' est plus grand que m , on est sûr que $0,4m'$ sera plus grand que $0,4m$ et donc que $0,4m' + 16$ sera plus grand que $0,4m + 16$: On dira que la fonction affine qui à tout m de l'intervalle $[0; 10]$ associe $0,4m + 16$ est croissante sur $[0; 10]$
 L'expression de l'aire n'est pas celle d'une fonction affine, on peut utiliser la calculatrice ou geogebra pour visualiser la courbe et conjecturer le tableau de variation mais on peut différer la démonstration du sens de variation.

Compléments

- On constate que l'aire maximale vaut $20cm^2$ lorsque M est au milieu de [OA] (avec geogebra, en montrant cette fois la fenêtre algèbre) Ce résultat pourra être prouvé ultérieurement avec $8m - 0,8m^2 \leq 20$ qui équivaut à $0,8(m - 5)^2 \geq 0$ pour tout m .
- Pour que OMPS soit carré, il faut

$$m = 8 - 0,8m$$

$$1,8m = 8$$

$m = \frac{40}{9}$ soit environ 4,4 : ce nombre n'est pas décimal et on ne peut pas le « deviner », on peut seulement l'approcher avec geogebra.

Annexe 2 Les questionnaires professeur et élèves

Ce questionnaire est destiné à des chercheurs qui étudient les habitudes des élèves vis-à-vis du cours de mathématiques. Vous n'êtes pas obligé d'indiquer votre nom, ni de répondre à toutes les questions mais répondez avec honnêteté s'il vous plait. Merci pour votre aide.

1) Les moments de « cours »

Comment savez-vous à quel moment le professeur « fait du cours » pendant une séance de mathématiques ?

.....

Que faites-vous pendant ces moments ? A quoi pensez-vous ? Est-ce que vous ne faites qu'écrire (noter, recopier ...) ?

.....

D'après-vous, qu'est-ce que le professeur attend de vous pendant ces moments ?

.....

Pensez-vous répondre à cette attente jamais/parfois/toujours ? Pourquoi ?

.....

Trouvez-vous le « cours » plus/moins ennuyeux que les exercices ?

.....

Trouvez-vous le « cours » plus/moins difficile que les exercices ?

.....

Est-ce que l'utilisation d'un vidéoprojecteur change quelque chose ?

.....

Avez-vous des difficultés particulières ? Lesquelles ?

.....

Est-ce qu'il y a des moments, dans le cours, que vous préférez ?

.....

2) Qu'est-ce qu'il y a dans ce qu'on appelle « du cours » ?

.....

.....

Faites-vous une différence entre une définition, un théorème, une propriété ? Laquelle ?

.....

.....

Y-a-t-il des démonstrations dans le cours ? A quoi servent-elles à votre avis ? Pour vous, sont-elles utiles ?

.....

.....

Diriez-vous qu'il y a dans le cours des choses « générales » ? Si oui, qu'est-ce que cela veut dire ?

.....

.....

Les exemples vous aident-ils à comprendre le cours ? A le retenir ? Lesquels en particulier ?

.....
.....
.....

Les activités qui précèdent le cours vous sont-elles utiles ?

.....

Les exercices corrigés en classe sont-ils une aide ?

.....

Dans l'ensemble, trouvez-vous qu'il y a trop/juste assez/pas assez de choses dans le cours ?

.....
.....

3) Après le « cours » : quelle utilisation ?

Avez-vous des difficultés à utiliser vos cours, lesquelles ? Donnez des exemples si vous voulez. Avez-vous parfois l'impression qu'il vous manque quelque chose ?

.....
.....
.....

Savez-vous retrouver dans le « cours » ce qui va vous servir ? Comment ?

.....

Pour apprendre le cours :

Soulignez la ou les phrases qui vous correspondent et complétez avec d'autres si nécessaire :

- Je ne regarde jamais mon cours et ça ne me manque pas
- Je ne regarde jamais mon cours et ça me manque
- Je relis le cours une fois avant chaque contrôle et c'est tout
- Je relis le cours régulièrement une/ deux/trois/..... fois par semaine
- Je reprends seul les exemples du cours
- J'apprends par cœur certains résultats (préciser :
.....)
- Je regarde dans le livre (préciser
.....)
- Je fais des exercices supplémentaires
- Je fais une fiche résumé de chaque chapitre
- Je demande à un parent/ami/professeur particulier de me réexpliquer le « cours »
- Je demande à un parent/ami/professeur particulier de me faire réciter le « cours »
- Je regarde le cours à chaque fois que je dois faire un exercice à la maison / un devoir à la maison
- Je regarde le cours seulement lorsque je bloque sur un exercice
-

Finalement :

Faites-vous la même chose pour chaque cours ou selon le contenu ?

À quels moments (à l'occasion d'exercices, de contrôles, régulièrement...) ? Pendant combien de temps ?

.....
.....
.....

Avez-vous des difficultés à mémoriser le « cours » ? tout de suite ou au bout de quelque temps ? Comment vous y prenez-vous pour mémoriser ?

.....
.....
.....
.....

Questionnaire prof – on réserve ici le mot cours aux expositions des connaissances.

Choisir un contenu et une classe (préciser)

Depuis combien de temps faites-vous ces cours ?

1) Préparation

Y a-t-il eu des changements de programmes (pour ces cours, ou pour des éléments antérieurs pouvant intervenir) ? Avez-vous regardé le(s) programme(s) à cette occasion ?

Comment avez-vous préparé vos « cours » ? D'un seul coup, à chaque fois, avec le reste de la séance en même temps, ...

Si ce n'est pas la première fois que vous le faites, avez-vous utilisé le (un) manuel, vos cours des années d'avant... ? Si c'est nouveau, comment avez-vous fait ?

Avez-vous discuté avec un(e) collègue, consulté internet ?

Qu'est-ce qu'il y a dans vos cours ?

Pouvez-vous expliquer la place que vous donnez aux définitions (éventuellement) et à quoi elles peuvent servir aux élèves ?

2) Déroulements

Qu'est-ce que vous écrivez (support ?) – était-ce prévu précisément ? Qu'est-ce que les élèves écrivent (sur quoi) ?

Qu'est-ce que vous dites (rapport avec ce que vous écrivez) - était-ce prévu précisément ? Dans quelle mesure les élèves modifient votre oral ?

Sur l'ensemble des séances concernées, quel temps d'écriture des cours (à peu près) ?

3) Attentes

Quel travail attendez-vous des élèves sur le cours ? Y a-t-il des discussions à ce sujet ?

Quel rôle donnez-vous aux cours dans l'apprentissage ?

Comment sont cités les éléments des cours dans les contrôles ?

Y a-t-il des questions de cours dans certains contrôles ?

Interrogez-vous les élèves à l'oral sur les cours ?

Dans vos corrections (pour tous, sur chaque copie) vous arrive-t-il de renvoyer aux cours ?

4) Votre questionnement

Quelles questions vous posez-vous sur vos cours ? Quelles difficultés récurrentes rencontrez-vous ?

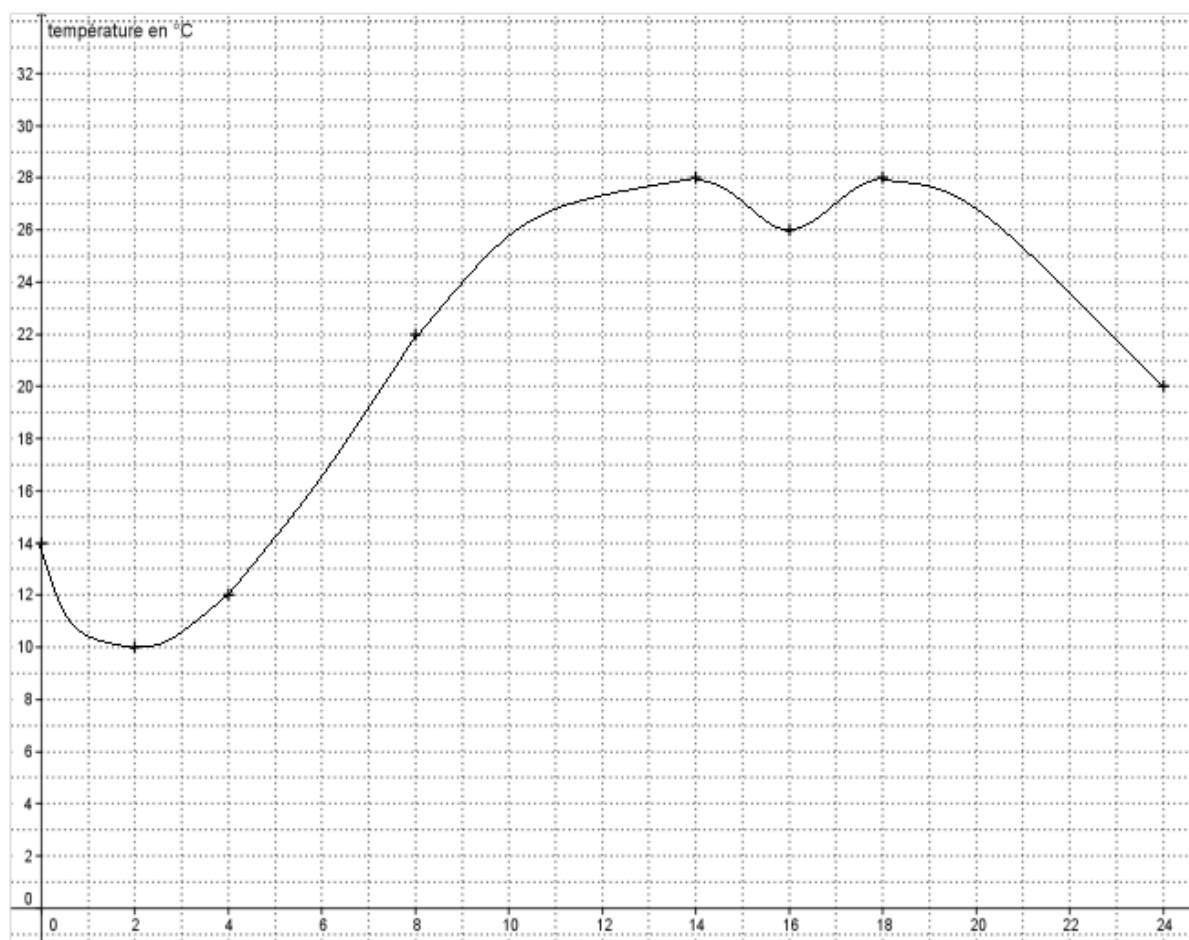
Qu'est-ce que vous modifiez d'une année sur l'autre – quelles variables prenez-vous en considération ? Quelles alternatives pouvez-vous envisager ? Précisez en fonction de la classe, du contenu, du niveau scolaire (en sortant du cours concerné ici).

Est-ce que les élèves « apprennent » suffisamment leurs cours ? Est-ce que les évaluations des élèves vous renseignent sur leur apprentissage du cours ?

On peut penser que certains cours répondent plutôt à des questions du type « comment on fait », ou à des questions du type « pourquoi c'est comme ça ». Qu'en pensez-vous ? Comment vous situez-vous ? Pourquoi ?

Est-ce que les parents critiquent vos choix ?

Annexe 3 : L'activité d'introduction 2



1) Que représente le graphique?.....

Considérons que ce graphique est la courbe représentative d'une fonction appelée f .

2) À quelle heure de la journée la température est-elle la plus basse?.....
 Quelle est cette température?

On dit que la fonction admet en

3) À quelle heure de la journée la température est-elle la plus haute?.....
 Quelle est cette température?.....

On dit que la fonction admet en

4) De 0 à 2h, la température diminue : *on dit que la fonction f est* *sur*
l'intervalle Donner un autre intervalle sur lequel f est

5) De 2h à 14h, la température augmente : *on dit que la fonction f est*
 sur l'intervalle
 De même sur

On résume les variations de la fonction dans le *tableau de variations* suivant:

t	
f(t)	

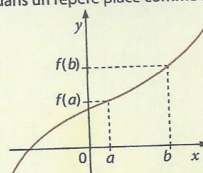
URS

1 Sens de variation. Maximum et minimum

Définitions

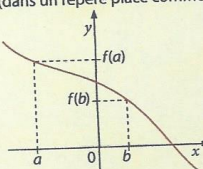
• Dire qu'une fonction est strictement **croissante** sur un intervalle I , c'est dire que quand x augmente dans I , son image $f(x)$ augmente aussi.
Autrement dit, « f conserve l'ordre » : pour tous réels a et b de l'intervalle I , si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$.

De la gauche vers la droite, la courbe « monte » (dans un repère placé comme ici)



• Dire qu'une fonction est strictement **décroissante** sur un intervalle I , c'est dire que quand x augmente dans I , son image $f(x)$ diminue.
Autrement dit, « f renverse l'ordre » : pour tous réels a et b de l'intervalle I , si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$.

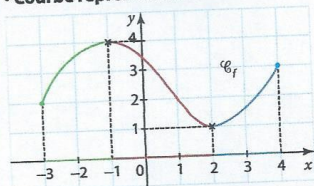
De la gauche vers la droite, la courbe « descend » (dans un repère placé comme ici)



Étudier le sens de variation d'une fonction c'est repérer les intervalles sur lesquels la fonction est croissante ou décroissante (voire constante).
On résume son sens de variation dans un tableau de variations.

EXEMPLE

• Courbe représentative de f



• **Sens de variation de f sur $[-3; 4]$**
 f est strictement croissante sur $[-3; -1]$
 f est strictement décroissante sur $[-1; 2]$
 f est strictement croissante sur $[2; 4]$

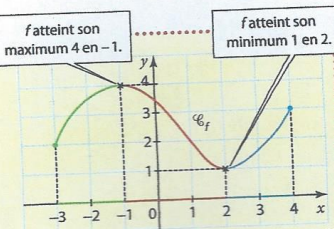
• Tableau de variations de f

x	-3	-1	2	4
$f(x)$	2	4	1	3

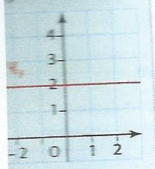
Le maximum d'une fonction sur un intervalle I est la plus grande des images $f(x)$ pour x appartenant à I ; son minimum est la plus petite des images.

Définitions

• Dire que f atteint son **maximum** en a sur I signifie que pour tout x de I , $f(x) \leq f(a)$.
Le maximum de f sur I est $f(a)$.
• Dire que f atteint son **minimum** en a sur I signifie que pour tout x de I , $f(a) \leq f(x)$.
Le minimum de f sur I est $f(a)$.



marque
rencontre aussi des
actions constantes
une f définie sur $\mathbb{R}$ par
 $g(x) = 2$



ocabulaire
appelle **extremum**
e f sur I le minimum
le maximum de f sur I .

2 Construire

ENONCÉ La courbe de
la fonction f est représentée

SOLUTION

Étape 1 : on parcourt la
courbe de gauche à droite, on lit
strictement décroissante
strictement croissante
strictement décroissante

Étape 2 : on schématise
les flèches en reportant
l'abscisse de x (mais sans les
ordonnées graphiques).

Étape 3 : on dresse le ta-
bleau de variations en « remontant
les valeurs de x en prem-

La fonction f est strictement
croissante sur $[-3; -1]$ et strictement
décroissante sur $[-1; 2]$.

2 Tracer une

ENONCÉ 1. Tracer une
tableau de variations ci-
dessous. Préciser le maximum.

SOLUTION

Étape 1 : le tableau de
coordonnées de points :
On lit que pour $x = -5$, f
point A $(-5; 0)$ appartient
De même pour les points
C $(2; -1)$ et D $(4; 2)$.

On place ces points sur l'
Étape 2 : on relie ces po-
ints de gauche vers la droite en
tableau.

2. Lecture sur le tablea

- le maximum est la plus

- le minimum est la plus

Lecture sur la courbe :

- le point de $\mathcal{E}_f$ « le plus

- le point de $\mathcal{E}_f$ « le plus

Annexe 5 : Transcription du cours sur sens de variation d'une fonction

Juste un rappel avant qu'on parle des généralités. Rappel sur ce qu'on a vu la semaine dernière. On a étudié le cas du ballon soude pour lequel on s'intéressait à deux quantités l'altitude et la température.

(Projection du texte de l'activité)

Donc on avait étudié deux fonctions du point de vue graphique. Donc une fonction qui représentait l'altitude et une fonction qui représentait la température.

Donc ce qu'on voulait décrire qualitativement, l'évolution de ces deux phénomènes. On avait introduit les notions de fonction croissante et de fonction décroissante. Donc c'est ce qu'on va généraliser aujourd'hui.

Et puis, comment dirais-je, pour simplifier l'étude des variations, pour simplifier les résultats de la formulation des résultats on avait introduit la notion de tableau de variation. D'accord. C'est tout ce qu'on va mettre en place aujourd'hui.

Alors ce que je vais faire aujourd'hui, je vous projette le contenu du cours identique à ce que vous avez dans les manuels donc il n'y a pas besoin de recopier sauf quelques exemples supplémentaires mais ce que je vais dire ici, ce que je vais commenter est à la page 58 de vos manuels, d'accord.

Donc premier mot important, c'est la notion de fonction croissante. (1) *fonction strictement croissante*)

Je répète : ceux qui veulent noter dans leur cours vous le faites sinon vous notez juste les références ce que je vais dire c'est exactement p 58 du manuel. Vous suivez les définitions et vous me posez des questions.

Donc premier cas de figure, j'étudie la fonction sur un intervalle, d'accord, donc un certain ensemble des valeurs de x , on va dire qu'elle est croissante, strictement croissante, si lorsque les valeurs de x augmentent, les valeurs de $f(x)$ c'est-à-dire des images augmentent également. Ça c'est ce qu'on appelle une fonction croissante. Graphiquement ça se traduit par quoi. Ça se traduit par le fait que la courbe est en train de monter. [*gestes du bras qui monte*]

Comme notre ballon sonde de la dernière fois, au début l'altitude augmente d'accord. Simplement au niveau du vocabulaire mathématique, on ne va pas dire la fonction augmente, on dira qu'elle est strictement croissante. OK.

Juste une petite parenthèse. Si vous avez une fonction comme ça peut être on dira qu'elle est strictement croissante. OK. (*Tracé d'un schéma au tableau*).

Si vous avez une fonction pour laquelle il y a un plateau un moment (*tracé d'un schéma au tableau*) puis, puis après elle augmente, elle est croissante, on dira elle est juste croissante. Quand vous dites strictement croissante, vous êtes en train de dire il n'y a pas d'endroit où

elle est stationnaire, où elle est constante. C'est pour ça qu'on dira en général strictement croissante. Faut bien insister là-dessus.

(Question d'élève : C'est ça qu'on appelle la nature de la variable ?)

C'est ce qu'on appelle non le sens de variation. OK. Etudier le sens de variation c'est dire quand est ce qu'une fonction est strictement croissante et quand est ce qu'elle est strictement décroissante.

Donc premier cas de figure, je répète, fonction strictement croissante ça veut dire quand x augmente les valeurs des images augmentent, ça signifie aussi, je l'écris là au tableau, si a plus petit que b , vous prenez deux nombres dans un certain ordre, alors $f(a)$ est plus petit que $f(b)$

(si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$)

Ça veut dire que l'ordre des images est le même que l'ordre des antécédents.

(Elève : ça on l'aura au contrôle ?)

P : oui)

Ok on dit aussi que la fonction conserve l'ordre quand l'ordre des antécédents est le même que celui des images.

OK, Premier cas f croissante.

Je répète croissante quand x augment les valeurs de $f(x)$ augmentent.

L'ordre est conservé

La courbe monte

Et tout ça, ça veut dire que la fonction est strictement croissante

Ensuite deuxième cas de figure (2) *fonction strictement décroissante*)

Je répète c'est dans le livre à nouveau, donc il n'y a pas besoin de noter

Alors strictement décroissante, ben c'est le cas opposé. C'est-à-dire graphiquement la courbe descend. Alors juste une remarque, c'est vrai quand on dit descend, monte, vous allez me dire c'est subjectif parce que si mon marcheur y part de la droite il va vers la gauche, ben là la courbe est en train de monter (*montre la fonction décroissante dessinée sur le manuel*). Mathématiquement vous vous rappelez que les axes y sont toujours orientés de la gauche vers la droite. Le marcheur il arrive dans cette direction. Voilà. Donc décroissant ça veut dire qu'au contraire les valeurs sont de plus en plus petites. L'ordre est inversé. Alors je vois bien sur ce schéma ici (*montre le manuel*) voyez a est plus petit que b , je regarde l'image de a elle est plus grande que l'image de b , c'est dû au fait que la fonction est strictement décroissante. D'accord ? Donc f décroissante quand la courbe est en train de descendre, quand les valeurs de $f(x)$ sont de plus en plus petites, d'accord et l'ordre cette fois ci est inversé, voyez, si a est plus petit que b , $f(a)$ est plus grand que $f(b)$ (*montre le manuel*).

7' Questions

Donc pour le signe on pourra faire $f(b) > f(a)$. Donc f strictement décroissante tu inverses : $f(a) > f(b)$ alors que a était plus petit que b

Caroline

E : Pour le signe on peut faire $f(b) < f(a)$

P : Tout à fait. Tu fais la transition avec ce que je vais dire après. En général, une fonction va être, sur certains intervalles, strictement croissante et sur certains intervalles strictement décroissante. Et la question qu'on va vous poser, le vocabulaire qu'on va introduire, c'est la notion de sens de variation. Ce qu'on appelle étudier le sens de variation d'une fonction, c'est justement décomposer la fonction, vous avez un bel exemple dans votre livre, décomposer la fonction en des intervalles où elle est strictement croissante et des intervalles où elle est strictement décroissante. Par exemple le ballon sonde la dernière fois on avait premier intervalle je crois jusqu'à 85' la température montait ensuite elle descendait, pardon, l'altitude montait et ensuite elle descendait. Pour la température plus d'oscillations d'accord.

Et quand on vous demande d'étudier le sens de variation, c'est ça aller lire graphiquement en général, au début c'est ça graphiquement sur quels intervalles la fonction est strictement croissante, sur quels intervalles elle est décroissante, d'accord. Par exemple (schéma) ma fonction elle est d'abord croissante. Alors ce qu'il faut avoir en tête, les intervalles vous les lisez toujours au niveau de l'axe des abscisses c'est-à-dire lorsque vous allez dire strictement croissante sur tel intervalle, l'intervalle on le lit ici sur l'axe des abscisses d'accord. Donc cette fonction là qui est prise en exemple est strictement croissante sur l'intervalle $[-3, -1]$, strictement décroissante sur $[-1, 2]$ et strictement croissante sur $[2, 4]$.

E : En fait monsieur

P : Vas-y

E : En fait il faut juste lire le graphique.

P : Oui, juste lire le graphique, l'expérience montre qu'il peut y avoir des étourderies par exemple une des étourderies c'est lire des intervalles qui sont au niveau de l'axe des ordonnées.

E : Alors qu'il faut toujours les donner

P : Voilà quand vous dites croissante sur, décroissante sur, vous êtes en train de parler de ce que vous lisez au niveau de l'axe des abscisses ;

E : ça change de diminue, augmente.

P : c'est ça le vocabulaire mathématique pour dire diminuer, augmenter, la fonction est strictement croissante, la fonction est strictement décroissante, exactement. C'est le vocabulaire mathématique mais l'idée est la même. Ici c'est croissant, tu vois la portion verte correspond à une fonction croissante, la partie bleue également à une fonction croissante donc strictement croissante sur deux intervalles puis strictement décroissante sur un intervalle.

E : ..

P : En général on dit strictement pour indiquer qu'il n'y a pas de plateau exactement. Si vous oubliez au début c'est pas trop grave mais il faut vous entraîner à dire strictement croissante, strictement décroissante.

E : En fait on dit diminue, augmente.

P : Ah, diminue, augmente, on évite, d'accord. La question de ... c'est par rapport à l'emploi du strictement. Le vocabulaire mathématique c'est croissant, décroissant. Voilà et puis dernier point, le tableau de variation. Je vais le faire pour cette fonction-là.

Donc le tableau de variation, je rappelle le principe. C'est un tableau qui va résumer l'étude du sens de variation. Alors voyez ici cette fonction. Elle est strictement croissante sur $[-3, -1]$, ensuite elle est décroissante de -1 jusqu'à 2 ensuite elle croit strictement croissante de 2 à 4 . Vous voyez sur cette ligne je mets bien les valeurs de x c'est-à-dire que je lis sur l'axe des abscisses puis les extrémités ce sont les images. (Avec les élèves) $f(-3)$ c'est combien ? ça vaut 2 bien, $f(-1)$, 4 oui, $f(2)$, 1 et $f(4)$ ça vaut 3 . Ça c'est un tableau de variation complet. Il faut les intervalles en abscisse, les flèches et les images. Si d'aventure vous avez une fonction qui est constante comme c'est arrivé dans l'activité vous mettez des flèches horizontales.

Annexe 6 : Des classes inversées : divers documents

Généralités.

1) **Wikipédia** : en [anglais](#) : « *flippedclassroom* » c'est une approche [pédagogique](#) qui inverse la nature des activités d'apprentissage en classe et à la maison², ce qui amène une modification des rôles traditionnels d'apprentissage³. Autrement dit, les élèves doivent impérativement étudier leurs cours chez eux, pour que les activités en classe deviennent plus concrètes pour eux. Durant les heures « apprentissages », ces derniers ne feront que des exercices d'applications et découvertes. Ce n'est plus l'enseignant qui apporte des connaissances d'un nouveau chapitre, mais il aidera l'élève pour la compréhension des notions importantes et aura plus de temps pour suivre l'élève au cas par cas. Il est aujourd'hui impossible en l'état de généraliser quant au bénéfice d'un tel dispositif, les résultats d'observations étant très fluctuants en fonction des catégories sociales des élèves, leurs niveaux scolaires initiaux et les disciplines enseignées.

D'abord développée aux USA, au Canada, aujourd'hui ailleurs et renouvelé grâce à internet, avec la présentation des cours sous forme de vidéos, (très courtes), baptisées capsules.

Citons par exemple la **Khan Academy** qui est une [association à but non lucratif](#) fondée en 2006 par [Salman Khan](#). Sur le [principe](#) de « fournir un enseignement de grande qualité à tous, partout », le site web publie en ligne un ensemble gratuit de plus de 2 200 mini-leçons, via des tutoriels vidéo stockés sur You Tube, abordant les mathématiques, l'informatique, l'histoire, la finance, la physique, la chimie, la biologie, l'astronomie, la musique, l'art pictural et l'économie.

2) Divers points de vue, en France, de l'institution et autres, et du côté des math

Même si les conditions effectives ne sont pas nécessairement strictement celles-là, loin s'en faut quelquefois, l'institution semble souvent favorable à des dispositifs de ce type⁹ : sont beaucoup évoqués une motivation plus grande, un plus grand respect des rythmes individuels (on peut visionner à son rythme, ou (faire) revisionner), plus de temps en classe pour faire des exercices, pour travailler avec les plus faibles (éventuellement repérés grâce au questionnaire de fin de visualisation).

Un certain nombre d'enseignants y adhèrent aussi, avec le même genre d'arguments (cf. le témoignage d'un enseignant travaillant avec des capsules, dans Allard, Asius& al. 2016).

Mais...

a) Les congrès de la classe inversée : Le CLIC, un congrès Classe Inversée, pour quoi faire ? 2015, 2016

La classe inversée fait son coming out

Deux cents enseignants, une cinquantaine d'intervenants, 40 ateliers du primaire au supérieur durant deux journées, la bénédiction de Catherine Becchetti-Bizot, Directrice du numérique

⁹ Un congrès est organisé au niveau national en 2016 : clic 2016

éducatif au ministère de l'Éducation nationale, le 1er congrès de la classe inversée, organisé par l'association Inversons la classe, a vu naître une communauté enseignante qui a le vent en poupe. Durant deux journées, les 3 et 4 juillet, le congrès a montré une belle variété de pratiques et affiché une belle volonté : pas moins que "révolutionner l'école".

Une révolution pédagogique ?

"La révolution est en marche faite par ses acteurs dans les classes". En ouvrant le 1er congrès de la classe inversée, Héloïse Dufour, présidente de l'association Inversons la classe, met la barre haut. Mais elle est à l'image de la communauté d'enseignants réunie pour ce congrès. Le congrès est le rendez-vous de professeurs dynamiques, en recherche de solution face à une situation scolaire qui ne leur convient pas.

Pour H. Dufour, la classe inversée permet d'augmenter l'autonomie des élèves, leur motivation et leurs résultats. C'est un moyen de lutter contre les inégalités scolaires. Elle va "révolutionner l'école en profondeur car très diffusable". Enfin elle a un impact positif sur le plaisir au travail des enseignants. Dans l'enthousiasme de la fin du congrès, la classe inversée devient même une pédagogie qui, selon elle, se réclame de Freinet.

"L'aboutissement des pédagogies actives"

Catherine Becchetti-Bizot, Directrice du numérique éducatif au ministère de l'Éducation nationale, est venue porter la communauté naissante sur les fonts baptismaux. Elle salue "une communauté d'enseignants qui innovent, qui inventent de nouvelles pédagogies au bénéfice de leurs élèves". Elle salue ceux "qui savent s'interroger sur la façon dont les nouveaux outils qui sont le quotidien de leurs élèves changent la donne et modifient la façon d'apprendre et de vivre ensemble. Elle souligne aussi "une dynamique qui rompt avec la morosité du corps enseignant".

Pour Catherine Becchetti-Bizot, le numérique permet une nouvelle organisation de la classe et du temps scolaire, un élargissement virtuel de ses murs, une diversification des contenus et des contextes d'apprentissage. Mais tout cela nécessite "des scénarios pédagogiques bien construits". Pour elle, la classe inversée "n'est pas un engouement passager importé des Etats-Unis mais l'aboutissement d'un mouvement ancien, celui des pédagogies actives".

Elle annonce la mise en place du "comité des partenaires du numérique éducatif" comprenant les collectivités locales (AMF et autres associations de maires, ADF, ARF, RFVE), les ministères de l'éducation nationale et de l'économie et la Caisse des dépôts. Elle promet aussi l'inscription au plan de formation dans chaque académie d'une formation de 3 jours au numérique.

La fin du cours traditionnel

Durant deux journées, 40 ateliers réunissent un nombre toujours aussi important de congressistes malgré la canicule parisienne, écrasante. L'enthousiasme ne se dément pas durant deux journées. C'est qu'il y a mille et une façons de pratiquer la classe inversée. Si le schéma reste identique, un temps de préparation à la maison avec une capsule vidéo, un temps de travail et de reformulation en classe, tout change dans le contenu de la capsule, l'organisation du travail en classe, les objectifs poursuivis.

Le point commun à tous les enseignants présents au congrès, dont certains sont juste venus s'informer ou piquer des idées, c'est la fin du cours traditionnel. Cela se fait parfois dans la souffrance, telle cette professeure de lettres-histoire qui dénonce la violence des classes de 35

élèves en professionnel tertiaire. Pour d'autres c'est l'ennui ou l'inefficacité du cours traditionnel. "J'ai repris des secondes et j'ai rencontré de grosses difficultés", explique, par exemple, Bernard Rouy, professeur d'électrotechnique en lycée professionnel. "J'ai rencontré de gros problèmes pour qu'ils apprennent leurs leçons, Les devoirs à la maison n'étaient jamais faits". Cette remise en question est un point commun, bien au-delà de l'enseignement professionnel. Le numérique apparaît à tous comme l'outil qui va permettre de débloquer des situations pédagogiques insupportables, une sorte de "ruse" pédagogique capable de se réconcilier avec son métier.

Et tous témoignent que ça marche. Evidemment la classe inversée est chronophage. Il faut réaliser les fameuses capsules vidéo. Le congrès sert aussi à se passer les bonnes adresses et à communiquer sur les bons outils. Il y a débat sur le contenu des capsules qui peut aller d'un documentaire complet à une "mise en bouche" de 2 minutes. L'exploitation en classe change aussi, mais le travail de groupe est un autre point commun. Mais tous sont convaincus des bienfaits de "leur" classe inversée. On salue les progrès des élèves. Le souci de faire progresser les meilleurs est une constante des ateliers.

Mais qu'en dit la recherche ?

Toute innovation mérite évaluation et c'est Eric Bruillard (directeur du laboratoire Sciences Techniques Éducation Formation, E.N.S. Cachan) qui est chargé de donner le point de vue de la recherche sur la classe inversée. Il cite l'étude de Vincent Faillet. Dans deux classes de lycée en physique chimie, "la leçon était distribuée aux élèves sous format littéral (feuilletés photocopiés), parfois des ressources numériques (sites internet, animations et vidéogrammes en ligne) pouvaient être proposées en fonction des sujets abordés afin de compléter la leçon. A l'issue de cette phase d'acquisition hors du temps scolaire, le cours inscrit à l'emploi du temps des élèves était consacré à la résolution d'exercices d'application dans l'esprit de l'instruction par les pairs ou peer instruction... Des exercices sous format de questions à choix multiples étaient vidéo projetés et les élèves répondaient anonymement avec un boîtier de vote. Les résultats du vote étaient affichés (sans indication de la réponse correcte) et s'en suivait une discussion en groupe entre proposant et opposant avant que l'enseignant ne corrige l'exercice. Chaque cours commençait par un rapide contrôle". Les résultats de V Faillet sont surprenants. " une tendance pour les élèves de bon niveau en classe traditionnelle à être généralement moins performants en classe inversée et une tendance pour les élèves de faible niveau en classe traditionnelle à être plus performants en classe inversée". Pour les "bons élèves", cela s'explique pour V Faillet par le fait que " l'élève performant, dans le système traditionnel, est un élève adapté aux modalités de la pédagogie transmissive. Nous avons vu qu'il devait écouter, être attentif et suivre. On pourrait rajouter qu'il sait interagir avec le professeur lors de la prise de note", note V Faillet. " J'écoute beaucoup en cours et en règle générale je comprends bien donc après quand je rentre chez moi j'ai moins de travail", explique une élève. Avec la classe inversée, ces bons élèves doivent s'adapter et s'approprier une autre façon de travailler. Souvent ils y sont hostiles. Plusieurs intervenants vont souligner dans les ateliers la pression des parents de ces bons élèves. " Nombre d'élèves de bon niveau peinent à travailler leurs leçons à la maison dans les conditions de la classe inversée", note V Faillet. " Positionner la phase d'acquisition hors du temps scolaire peut dérouter les élèves que le système transmissif a valorisés et sélectionnés tout au long de leur scolarité pour leur qualité d'écoute, de prise de note et d'interaction avec l'enseignant au moment de la leçon",

indique-t-il. Mais comment les élèves faibles expliquent-ils leur progression? " En inversé ça nous oblige à travailler parce qu'on sait qu'en cours on va pas le faire et qu'on doit le faire à la maison", indique un élève, interrogé par V Faillet. " C'est automatique quand il y a un contrôle après ben ça donne envie d'apprendre le cours et d'avoir une note facile et après au gros contrôle c'est comme on a retenu le cours ben on sait des choses", dit un autre. Autrement dit la vertu de la classe inversée tient à la multiplication des contrôles et à leur évaluation. Les élèves travaillent plus parce qu'ils sont plus contrôlés. V Faillet souligne aussi le fait qu'il y ait deux temps d'apprentissage (à la maison puis en cours) au lieu d'un. Ce dont témoigneront aussi les enseignants lors du congrès c'est que la capsule vidéo incite les élèves à faire un travail à la maison jugé plus agréable et moins long que le travail traditionnel. Le travail de groupe doit aussi avoir son importance, mais V Feuillet constate que les élèves ne le mentionnent jamais.

Prochain congrès le 30 juin

Vincent Faillet conclut " nous pensons que la classe inversée, dans les conditions de cette étude, est un outil de remédiation performant pour redonner ponctuellement de l'allant à certains élèves du lycée dépassés par un système trop souvent transmissif et pas assez permissif. Cela étant, nous ne saurions recommander, en l'état, un usage extensif de cette méthode qui n'est pas une panacée éducative".

De toute façon, pour Eric Bruillard, la légitimité d'une innovation pédagogique n'est pas à chercher dans la recherche. Elle appartient aux acteurs eux-mêmes. C'était aussi le but du congrès de faire émerger dans une communauté de pratiques cette légitimité de la classe inversée. Le prochain congrès est d'ores et déjà fixé du 30 juin au 2 juillet à Paris. Du 25 au 29 janvier, l'association lance une "semaine de la classe inversée".

Clic 2016

Des personnalités et praticiens référents du monde de l'éducation se sont joints aux débats sur invitation, en apportant leur point de vue lors de conférences plénières :

- **Florence Robine, Directrice générale de l'Enseignement scolaire du Ministère de l'Education nationale**
- **Catherine Becchetti-Bizot, Inspectrice générale de l'éducation nationale, chargée de mission numérique et pédagogie**
- **Marcel Lebrun, Docteur en sciences et professeur en technologies de l'éducation et conseiller pédagogique à l'Institut de Pédagogie Universitaire et des Multimédias de l'Université Catholique de Louvain**
- **Marie Camille Coudert et Olivier Sauret, enseignants les sciences physiques en collège et en lycée, praticiens en classe inversée**
- **Patrick Rayou, Professeur des Universités émérite en Sciences de l'éducation à l'Université Paris 8**

b) Sur le portail des mathématiques, on trouve 31 éléments, dont des généralités et des témoignages.

Recentrer l'apprentissage sur l'élève, le préparer avant le cours pour le mettre plus en activité en classe : si les appuis théoriques qui fondent la classe inversée ne sont pas nouveaux, le numérique offre des moyens simples pour la mettre en œuvre efficacement. Retour sur cette méthode pédagogique qui se répand aux États-Unis et arrive en France.

- Voici des exemples de généralités favorables, qui sont sur le portail mais qui sont généraux, l'article de Nizet et Meyer, résumé ci-dessous, l'article d'Héloïse Dufour, docteur en neurobiologie et formatrice académique à Paris, qui explique les principes qui fondent cette nouvelle pédagogie (du face-à-face au côte-à-côte, quelles modalités d'organisation, l'assimilation de connaissances hors la classe et en classe, l'utilisation des connaissances en classe) – à consulter sur le portail, et le livre de Lebrun résumé ci-dessous (payant).

L'article de Nizet et Meyer Isabelle Nizet - professeure à l'Université de Sherbrooke, Québec, Canada* Florian Meyer - professeur à l'Université de Sherbrooke, Québec, Canada (11/02/2015)

La classe inversée est l'objet d'un immense engouement dans toutes les sphères de l'enseignement en Europe et aux États-Unis. S'agit-il d'un mouvement durable offrant de nouvelles perspectives pédagogiques dans un système scolaire essoufflé ou d'une mode qui ne convient qu'à certains enseignants, à certains élèves ? Quelles sont les conditions à respecter pour mettre en place une classe inversée efficace ?

La classe inversée exerce un attrait indéniable sur les enseignants qui souhaitent diversifier leurs approches pédagogiques et tenter de nouvelles expériences avec leurs élèves. Il semble cependant nécessaire de bien comprendre en quoi cette approche offre des bénéfices réels, alors que peu de recherches scientifiques ont démontré son efficacité à l'aide de données probantes, comme le soulignent Steve Bissonnette, professeur à la TÉLUQ, et Clermont Gauthier, professeur à l'Université Laval au Québec.

Une définition souple

La classe inversée est souvent perçue comme la simple inversion d'activités typiques d'un enseignement traditionnel : au lieu d'écouter l'enseignant en classe et de faire ses devoirs seul à la maison, l'élève réalise des apprentissages de manière autonome à l'aide de matériel numérique à la maison et fait des exercices en classe avec l'enseignant. Les professeurs Kim, Kim, Khera et Getman, du *Center for ScholarlyTechnology* de l'*University of SouthernCalifornia* à Los Angeles estiment qu'il s'agit de bien plus que cela. Selon eux, la classe inversée est une approche ouverte qui :

- met en œuvre des activités pédagogiques soutenues par la technologie numérique en dehors de la classe,
- favorise la différenciation de l'apprentissage au moyen d'une inversion d'activités conventionnelles autant à l'intérieur qu'à l'extérieur de la classe,
- facilite les interactions entre les élèves et l'enseignant.

Cette définition s'appuie entre autres sur les expériences concrètes de Jonathan Bergman et d'Aaron Sams, deux enseignants de chimie à l'école *Woodland Park* au Colorado, considérés comme les pionniers de la classe inversée aux États-Unis dans les années 2005-2006.

Aux origines de la classe inversée

Considérant que l'obligation de travail solitaire à domicile par les élèves (le temps consacré aux devoirs) ne faisait qu'augmenter l'écart potentiel entre les élèves performants et les élèves ayant des difficultés d'apprentissage, ces deux enseignants (Jonathan Bergman et Aaron Sams) en sont venus à la conclusion que le temps de classe, essentiellement consacré aux exposés magistraux, était probablement pédagogiquement sous-utilisé.

Leur motivation initiale était simple : ils souhaitaient aider des élèves, qui (pour différentes raisons) ne pouvaient assister à leur cours, à poursuivre leurs apprentissages malgré le fait qu'ils n'avaient pas été présents en classe. Après s'être filmé pendant qu'il donnait son cours de chimie en classe, Aaron Sams rendit ainsi disponibles ces capsules vidéo aux élèves absents. Constatant que ces élèves posaient davantage de questions et arrivaient mieux préparés en classe, les deux enseignants ont pensé qu'il pourrait être utile de proposer les capsules vidéo à tous les élèves afin de pouvoir passer plus de temps à résoudre avec eux des problèmes de compréhension et d'application dans un dialogue pédagogique.

C'est donc la possibilité technologique de « dédoubler » la présence de l'enseignant par le biais de la capture vidéo et de la diffusion du contenu de formation à la maison qui a permis le pas décisif vers « l'inversion » de la classe. Il faut cependant noter que le fait d'être exposé à un discours magistral de l'enseignant sur support numérique ne fait que reprendre une caractéristique de l'enseignement conventionnel, mais de manière médiatisée. Par contre, les élèves ont l'avantage de pouvoir regarder les vidéos à leur rythme, plusieurs fois, voire à plusieurs, et de poser leurs questions à l'avance.

L'inversion de la classe consiste ensuite à proposer en classe des activités traditionnellement effectuées sans l'aide de l'enseignant après l'école. L'enseignant propose des activités qui favorisent l'explicitation et l'utilisation des connaissances acquises dans la démarche d'auto-apprentissage à la maison dans des problèmes à résoudre et des tâches à accomplir. La classe inversée offre ainsi la possibilité de restructurer le temps et l'espace scolaire pour privilégier la communication pédagogique en vue d'un meilleur apprentissage.

Au carrefour de plusieurs tendances

Une méta-analyse de 24 études portant sur la classe inversée réalisée par Jacob Bishop de la *Utah State University* et Matthew Verleger de la *Embry-Riddle Aeronautical University* en Floride montre que la classe inversée combine les caractéristiques de plusieurs approches pédagogiques : la pédagogie active, la différenciation pédagogique, l'auto-apprentissage, l'apprentissage par les pairs, l'approche par résolution de problème ou l'apprentissage coopératif.

Bien que la classe inversée suscite des attentes très élevées, il est toutefois impossible d'obtenir pour l'instant une vision claire de ses effets sur la réussite des élèves. Alors que plusieurs recherches empiriques ne démontrent pas de différence significative entre une approche traditionnelle et une approche inversée, comme le montre par exemple James Glynn de la *Montana State University*, qui a analysé une expérimentation de classe inversée en chimie au secondaire en 2013, d'autres données suggèrent que la classe inversée contribue de manière significative à l'amélioration des résultats des élèves. C'est du moins ce qu'affirme

Katleen Fulton dans une expérience menée en mathématiques dans une école secondaire du Minnesota, en 2009.

Par contre, il n'est pas certain que tous les élèves soient prêts à s'engager dans une expérience de classe inversée. Dans une étude datant de 2013, Eric Brunsell, professeur en science de l'éducation à l'Université du Wisconsin d'Oshkosh et Martin Horejsi professeur en technologie éducative et en science de l'éducation à l'Université du Montana de Missoula, indiquent que 20 à 30 % des élèves seulement visionneraient spontanément les vidéos proposées ; selon James Glynn, les élèves souhaiteraient même que leur classe de chimie ne soit que partiellement inversée. Autrement dit, si la classe inversée permet à l'enseignant d'être davantage en prise directe avec les éventuelles difficultés d'apprentissage de ses élèves pendant le temps de classe, il n'est pas dit que les élèves soient tous d'accord pour s'investir dans une démarche d'apprentissage en profondeur.

Quelles sont alors les conditions d'une mise en place de la classe inversée ?

La première condition de mise en place d'une classe inversée est de vouloir repenser son rôle d'enseignant au sein de l'espace/temps scolaire en décidant d'adopter une pédagogie centrée sur l'élève, mais avec une certaine prudence :

- les élèves ne sont pas tous prêts à adopter une posture plus active en classe et à la maison ;
- il sera nécessaire d'apprendre aux élèves à devenir plus autonomes ;
- il est primordial de bien cerner les problèmes pédagogiques que pourrait éventuellement résoudre la classe inversée.

La deuxième condition concerne les conditions d'enseignement et d'apprentissage :

- le temps de préparation est plus long pour l'enseignant, sauf s'il se limite à se filmer pendant qu'il fait un exposé
- la création de capsules d'autoformation (planification, scénarisation, élaboration du support visuel et sonore) doit s'appuyer sur une planification didactique sérieuse, les contenus transmis sur support numérique devant être structurés de manière claire et pédagogique. Il ne s'agit pas de propulser les élèves devant n'importe quelle vidéo en espérant que des apprentissages seront automatiquement générés par leur visionnement ;
- l'enseignant doit proposer des activités cognitivement significatives en classe, ce qui nécessite une bonne connaissance de la pédagogie active ;
- le contexte scolaire doit être prêt à tolérer une autre gestion de classe, plus décentralisée, plus autonome, plus souple, plus active, voire plus mouvementée.

La troisième condition concerne la qualité de l'environnement techno pédagogique :

- l'accessibilité à des moyens technologiques de base pour tous les élèves doit être garantie ;
- le soutien de la part de l'équipe dirigeante de l'établissement scolaire est nécessaire ;
- les ressources numériques produites doivent être d'une qualité relativement élevée et agrémentée d'un design actuel afin d'offrir un pouvoir attractif au public visé.

La quatrième condition est de personnaliser l'approche en fonction des caractéristiques de son milieu professionnel et des besoins des élèves :

- une bonne connaissance du processus d'apprentissage et des caractéristiques de chacun des apprenants est requise ;
- il est nécessaire d'évaluer dans quelle mesure et quand il est préférable de laisser ses élèves aborder seuls de nouveaux contenus pour mieux les accompagner dans l'application des connaissances.

Pour conclure

Les limites de la classe traditionnelle encouragent les enseignants et les élèves à expérimenter un changement de rôle dans la classe inversée, mais tous n'y sont pas prêts. L'autonomie cognitive des élèves devient un enjeu essentiel de formation dans une société du savoir, mais cette autonomie cognitive doit, elle aussi, faire l'objet d'un apprentissage. Bien que les matières scolaires pour lesquelles des études ont été réalisées dans le cadre de l'enseignement secondaire (principalement aux États-Unis) sont la chimie et la physique, la biologie, l'anglais et l'algèbre, il n'est pas exclu que toute matière scolaire puisse s'y prêter.

Recommandations

Le développement de la classe inversée devrait reposer sur :

- **une maîtrise approfondie des principes d'apprentissage ;**
- **une connaissance des capacités de ses élèves à apprendre de manière autonome ;**
- **sa propre capacité d'enseignant à recourir à une pédagogie active ;**
- **la souplesse des conditions d'enseignement (pédagogiques et techno pédagogiques) dans lesquelles elle est expérimentée.**

Ce dont les enseignants ont le plus besoin dans ce contexte est :

- **d'apprendre à structurer des séquences d'enseignement médiatisées ;**
- **d'apprendre à piloter des activités d'apprentissage significatives et engageantes en classe.**

Références bibliographiques

- Bergman J. et Sams A. (2014), *La Classe inversée*, Les éditions Reynald Goulet.
- Bishop J. L. & Verleger M. (2013), "ASEE national conference proceedings", Atlanta, GA, in *The flipped classroom: A survey of the research*.
- Brunzell E. & Horejsi M. (2013), "A flipped classroom in action", *The Science Teacher*, 80 (2), p. 8.
- Fulton K. P. (2012), "10 reasons to flip", *Phi Delta Kappan*, 94 (2), p. 20-24.
- Glynn J. (2013), "The effects of a flipped classroom on achievement and student attitudes in secondary chemistry", Montana State University.
- Innovationeducation.org. (2013), *La Pédagogie inversée*.
- Kim M. K., Kim S. M., Khera O., Getman J. (2014), "The experience of three flipped classrooms in an urban university: an exploration of design principles", *The Internet and Higher Education*, manuscript accepted.

- Document télé accessible à l'adresse : http://www.academia.edu/6991404/The_Experience_of_Three_Flipped_Classrooms_in_an_Urban_University_An_Exploration_of_Design_Principles

Le livre Classes inversées, enseigner et apprendre à l'endroit de Lebrun, dont voici le résumé : Les classes inversées connaissent depuis quelques années un engouement remarquable notamment en France, en Belgique, en Suisse et au Québec et donnent une nouvelle intensité au débat sur les pratiques pédagogiques à l'ère du numérique. Elles repositionnent le rapport présence/distance et le rapport enseigner/apprendre : l'enseignant n'est plus un expert sur son estrade mais un facilitateur d'apprentissage et l'étudiant devient un partenaire actif dans la construction du savoir. Marcel Lebrun et Julie Lecoq nous plongent ici au cœur de ce concept dans une approche prospective qui encourage l'expérimentation progressive et réfléchie. Marcel Lebrun, docteur en sciences, est actuellement professeur en technologies de l'éducation à l'université catholique de Louvain en Belgique. Il est l'auteur de plusieurs ouvrages qui interrogent les rapports entre pédagogies et technologies dans « l'école » au sens large, du primaire à l'université et dans plusieurs pays. Julie Lecoq est docteur en sciences psychologiques et de l'éducation et conseillère pédagogique à l'université catholique de Louvain. Cet ouvrage existe en version numérique.

- Et des témoignages d'enseignants ayant pratiqué dans leurs classes cette forme de pédagogie et ayant souvent créé leurs propres ressources, C. Le Guelvouit, L. Asius, De MontLaure.

c) Des avis plus nuancés (Meirieu...)

Et Les leures de la classe inversée 13 FÉVR. 2016 PAR [PAUL DEVIN](#) (INSPECTEUR DU PREMEIR DEGRÉ, PUBLIÉ DANS LE CAFÉ PÉDAGOGIQUE)

Doutes et regards critiques sur les fantasmes d'une prétendue révolution pédagogique

Au dire de certains, la classe inversée constituerait une révolution pédagogique. Elle ferait renaître la motivation d'élèves s'ennuyant dans la classe « traditionnelle », permettrait une différenciation favorable à une meilleure réussite des élèves en difficulté, tout en offrant à tous d'être « *acteurs de leurs apprentissages et producteurs de leur savoirs* ».

FORCER LE TRAIT POUR CONSTRUIRE L'OPPOSITION RADICALE DES MODÈLES.

La description de l'activité pédagogique « traditionnelle » sur les sites promoteurs de la pédagogie inversée repose sur une analyse quelque peu simplificatrice. Il faut tout de même rappeler que la question de l'appropriation des savoirs par d'autres modalités que celles d'un monologue professoral ne constitue pas une préoccupation nouvelle. Des enseignants, depuis longtemps, cherchent à faire naître motivation et intérêt, mettent en œuvre des situations où les élèves sont amenés à résoudre des problèmes dans l'échange et se préoccupent des difficultés d'apprentissage. Les enseignants n'ont pas attendu l'engouement pour la pédagogie inversée pour interroger leurs pratiques et les effets de leurs pratiques sur les apprentissages.

Un des principaux sites de promotion de la « classe inversée » résume l'activité de l'élève au sein de la classe « traditionnelle » à « *un enregistrement des connaissances transmises par l'enseignant* » considéré comme une « *tâche de bas niveau cognitif* ». C'est d'évidence un jugement peu subtil qui obéit davantage aux stratégies d'une communication promotionnelle qu'à une véritable analyse de la réalité.

Catégoriser l'activité scolaire habituelle de manière binaire entre un temps de transmission (la classe) et un temps d'appropriation (les devoirs à la maison) procède de la même volonté de caricature outrancière. Bien des enseignants, depuis longtemps, cherchent à construire en classe les conditions d'une appropriation des savoirs. Ils savent que la réussite des élèves dépend d'un ensemble complexe de facteurs mais ils savent aussi qu'ils ne pourront jamais totalement les maîtriser. Car leur détermination à concevoir leurs enseignements dans les perspectives d'une réussite plus démocratique de l'ensemble des élèves, se heurte sans cesse à la complexité de cette ambition. De ce fait, ils doutent qu'un changement méthodologique puisse suffire à déterminer des conditions de réussite radicalement différentes. C'est pourquoi il faut mettre en doute, par un principe critique nécessaire et légitime, toute proposition postulant une causalité unique des difficultés d'apprentissage.

À VOULOIR L'EXAMEN CRITIQUE, AURIONS-NOUS SEULEMENT UN APRIORISME MÉPRISANT ?

Dans un récent débat, alors que quelques questions étaient posées témoignant d'un doute face aux certitudes des partisans de la classe inversée, il fut fait réponse que les réserves exprimées témoigneraient d'un apriorisme méprisant. Dans ces temps de sacralisation de la bienveillance, la dispute argumentative est parfois immédiatement interrompue au nom d'un respect qui devrait interdire tout discours critique. Il importe pourtant que nous prêtions une grande attention à maintenir, comme facteur essentiel de la formation professionnelle, les débats contradictoires. Et cela ne peut évidemment se confondre avec les volontés managériales qui prétendent dicter des formes de travail au prétexte d'une prétendue preuve de leur efficience. C'est au contraire dans la « dispute professionnelle », pour reprendre l'expression d'Yves Clot que se construit la véritable liberté pédagogique. Il ne s'agit donc pas de condamner, d'interdire, ni même de préconiser mais seulement de postuler une nécessaire méfiance quand surgit à un moment donné un enthousiasme tel qu'il prétend résorber des problèmes qui traversent depuis des décennies les pratiques pédagogiques.

DE L'ENSEIGNEMENT PAR CAPSULE, COMME MOYEN D'APPROPRIATION DES CONNAISSANCES ?

Un premier étonnement naît à l'examen des capsules, c'est-à-dire des vidéos, diaporamas ou animations que l'élève doit regarder chez lui avant le temps d'enseignement en classe. Bien sûr, elles sont des plus diverses mais pour avoir regardé un nombre conséquent d'entre elles, je ne peux que constater qu'elles reposent généralement sur les mêmes conceptions pédagogiques que celles du monologue professoral. La règle de grammaire ou la notion mathématique y sont exposées très magistralement. Souvent bien plus magistralement que dans bien des classes. Et la présentation formelle qu'elle ait une forme ludique, humoristique, provocatrice, ne change rien à cela.

Alors pourquoi faciliterait-elle l'apprentissage ? Bien sûr, il y a ce postulat que le numérique produit des effets miracle sur l'attention des élèves. Mais nous savons que ces motivations liées aux changements formels sont éphémères. Sans doute la vidéo a-t-elle la possibilité d'être regardée plusieurs fois mais est-on sûr que l'ensemble des élèves disposera de la volonté de le faire ? Sans doute l'attention peut-elle être soutenue par un ensemble de procédés visuels mais combien de temps cette motivation durera-t-elle quand la capsule sera inscrite dans le quotidien de l'élève ?

Par ailleurs, sommes-nous sûrs que tous ces artifices motivationnels servent véritablement une construction intellectuelle ? Le gadget censé soutenir la motivation de l'élève ne peut-il pas intervenir, au contraire, comme un leurre attentionnel ne permettant pas à l'élève de percevoir le véritable enjeu d'apprentissage et de s'y engager ? Il suffit d'interroger les élèves après la vision de ces vidéos pour se rendre compte que, pour certains, la mise en scène motivationnelle a fini par prendre le pas sur le contenu.

PARIER SUR UNE ÉGALITÉ FACILITÉE PAR DES HABILETÉS NUMÉRIQUES PARTAGÉES PAR TOUS ?

L'observation des pratiques numériques des jeunes conduit souvent à constater une capacité d'adaptation et à conclure qu'il faudrait impérativement l'utiliser pour les apprentissages scolaires. Mais la réalité est plus complexe. Des chercheurs (Nicolas Roland, Norbert Ellis, ...) ont montré que si l'appartenance des élèves ou des étudiants à la génération numérique en fait des usagers généralement habiles, cette compétence d'usage ne recouvre pas systématiquement les besoins nécessaires à l'usage pédagogique. On peut être fort habile à manipuler un objet numérique sans être pour autant capable de s'en servir pour apprendre.

Il ne suffit pas de proposer un environnement numérique quelle qu'en soit la qualité, il faut aussi permettre la construction d'une relation à cet environnement numérique qui soit de nature à faciliter les apprentissages. Or, les usages numériques n'évitent pas les problèmes fondamentaux de l'accès aux savoirs. Toutes les difficultés de l'enseignement « classique » sont encore là : difficultés à percevoir les enjeux et les finalités de l'apprentissage, inadaptations des schèmes intellectuels à la compréhension des notions, difficultés à traiter l'information dans les perspectives d'une construction conceptuelle, ...

Contrairement à certaines idées reçues, les inégalités sociales ne se dissolvent pas par un usage du numérique qui outrepasserait les clivages produits par les usages de l'écrit. L'usage numérique aussi est marqué par les stratifications sociales et pas seulement en termes d'accès au matériel et aux connexions. L'accès aux ressources numériques ne donne spontanément davantage de savoirs qu'à ceux qui en ont déjà beaucoup ! Le mythe d'une culture partagée rendue possible par la seule mise à disposition de l'information est d'évidence une illusion. Les usages scolaires de Wikipédia par les élèves en fournissent l'illustration quotidienne...

PARIER SUR L'AUTONOMIE DE L'ÉLÈVE ?

L'élève, seul chez lui, investirait donc mieux le travail proposé du fait de la situation d'autonomie dans laquelle il se trouve. Cette autonomie, il convient tout de même de la relativiser ! Quelle possibilité d'autonomie pour l'enfant qui doit négocier en famille l'usage d'un ordinateur unique, qui doit se concentrer sur le contenu de la capsule dans une pièce où le volume sonore de la télévision ou des conversations est de niveau élevé ? Et, plus radicalement encore, quelle possibilité pour celui qui n'a pas accès à internet ?

Au-delà de ces questions matérielles, l'inégalité est aussi produite par la possibilité ou non d'un accompagnement. Qui aura la ressource disponible d'une aide ponctuelle, d'une relance motivationnelle, d'une exigence au travail et qui pourrait croire que cette profonde inégalité d'accompagnement servirait une démocratisation de la réussite scolaire ?

QUELLE DIFFÉRENCIATION ?

Ce n'est pas grave, dira-t-on, puisque la différenciation proposée le lendemain en classe sera égalitaire, puisque basée sur un constat objectif des besoins. Il faudrait alors expliquer quel est l'enjeu de renforcer l'hétérogénéité de la classe en creusant encore les écarts en amont. Nous savons tous les grandes difficultés de l'enseignant pour réussir à prendre en compte des écarts de besoins parfois très importants. Est-on sûr qu'en creusant encore les différences par la leçon autonome préalable, nous n'exagérons pas la difficulté de l'enseignant ? Quant à la constitution de groupes de besoins, si elle s'avère pertinente pour résoudre des moments particuliers de l'apprentissage, peut-elle constituer la base systématique de son organisation ?

L'analyse des difficultés se heurte à deux problèmes majeurs pour l'enseignant. Tout d'abord celui de l'identification de la nature exacte de la difficulté non seulement en repérant la notion ou la compétence que l'élève ne parvient pas à construire mais en identifiant la nature de la résistance, identification nécessaire à une réponse centrée sur la difficulté singulière de l'élève. La seconde difficulté est de pouvoir faire une typologie des difficultés capable de présider à la constitution de groupes de besoin pertinents. Et là, on peut toujours théoriser un principe mais c'est autre chose que de devoir le décliner dans une organisation pédagogique efficiente. La pédagogie inversée ne résout aucun de ces deux problèmes majeurs. Que les élèves aient eu accès, au préalable, aux contenus par une leçon magistrale ou par une capsule vidéo, le problème didactique reste, en fait, pratiquement le même.

ÉLOGE DE LA DIDACTIQUE

Ce qui permet à l'ensemble des élèves de s'approprier des connaissances, de construire des concepts, de partager une culture commune, c'est la compétence professionnelle de l'enseignant à concevoir des situations d'enseignement et à les mettre en œuvre. Ces situations doivent être de nature différente : parfois, elles nécessitent le discours professoral, parfois elles nécessitent l'échange avec l'élève et entre les élèves. Parfois, elles doivent mettre à l'épreuve la compétence individuelle de l'élève ; parfois elles postulent au contraire des dynamiques des échanges, des confrontations de représentations, des résolutions partagées au

sein de la classe entière ou de groupes d'élèves. Rien qui puisse être de l'ordre de la recherche d'un dispositif unique, d'une méthode pédagogique idéale. Au contraire, c'est la construction permanente, avant la séance et au cours de la séance, de situations d'apprentissages et d'interventions enseignantes permettant l'activité intellectuelle de l'élève.

L'affirmation qu'il existerait un contexte culturel actuellement qui ferait que les élèves pourraient apprendre seuls et n'auraient plus fondamentalement besoin des enseignants procède à la fois de la naïveté idéaliste et de l'ignorance sociologique. L'apprentissage nécessite une relation sociale et la médiation d'un adulte disposant d'une maîtrise professionnelle. Et vouloir opposer à cette affirmation l'exemple de quelques exceptions autodidactes relèverait d'un renoncement aux ambitions démocratiques d'un service public d'éducation.

DES LIMITES DE L'OUTIL NUMÉRIQUE

Les outils numériques peuvent être un atout évident. Par exemple, le professeur de géographie qui dispose de ressources (photos, cartes, schémas) qu'il peut mettre à disposition de la classe, sur un tableau numérique, en fonction du déroulement du cours et des difficultés de compréhension des élèves a un avantage évident sur celui qui ne peut travailler qu'avec des documents photocopiés, préalablement choisis.

Mais est-on sûr que cela est vrai pour tout contenu disciplinaire ? Est-on sûr que pour apprendre aux élèves de cycle II à distinguer le présent, du futur et du passé, le visionnement d'une vidéo qui devra recourir à des analogies figurables est réellement adapté et facilitateur. Pour la plupart des élèves, les problèmes d'accord du verbe avec son sujet ne proviennent pas d'une ignorance de la règle mais de la difficulté à maîtriser les catégories grammaticales. Le wagon sujet s'accrochant à la locomotive verbe ou le petit personnage bleu bondissant sur un ressort pour aller s'accrocher au verbe ne pourront pas grand-chose pour lui ! L'observation partagée et débattue de la langue écrite au sein de la classe, à partir d'énoncés judicieusement choisis par l'enseignant, me paraît très clairement une stratégie plus pertinente. Le numérique reste contraint par les limites de tous les outils : il ne peut prétendre à un apport qualitatif systématique. Parfois, il n'améliore rien, parfois il n'est qu'une illusion de progrès.

LA RITUALISATION PÉDAGOGIQUE

Là encore, la diversité des pratiques des partisans de la classe inversée ne permet probablement pas une généralisation. Mais, on ne peut pour autant nier la part importante de la normalisation rituelle dans les discours faisant la promotion de cette forme d'organisation pédagogique. Quel paradoxe : ce qui devrait constituer le progrès premier des pratiques professionnelles serait, au contraire, de se dégager de tout dogme méthodologique pour développer des compétences d'adaptation à la réalité des situations.

Je vais me limiter à un exemple de ritualisation : l'usage de la carte mentale. Pour avoir passé du temps à interroger des élèves sur leur compréhension de ces cartes mentales, je ne peux

qu'être très dubitatif sur leurs effets d'élucidation des concepts. Mais, au-delà, le fait de vouloir croire qu'elles pourraient avoir quelque similitude avec la réalité des liaisons neuronales et de ce fait faciliter neurologiquement les apprentissages est cette fois-ci une véritable imposture. Nous sommes toujours devant le même problème, que de telles représentations graphiques puissent, à certaines conditions de qualité, aider des élèves dont les savoirs sont déjà très élaborés ne signifie pas que les élèves qui ne parviennent pas à conceptualiser une notion puissent le faire à partir d'une figuration aussi abstraite. Mais tout cela, a été l'objet de travaux depuis longtemps par les didacticiens des sciences qui ont posé les problèmes liés à la schématisation.

Il y a parfois une persistance tautologique à l'égard de l'élève quand, au constat de sa difficulté à comprendre une notion, on le confronte à cette même notion au travers de l'étiquette d'une carte mentale qui lui reste toujours aussi étrangère!

PASSER DU « FACE À FACE » AU « CÔTE À CÔTE »

Le slogan respire la positivité relationnelle. Voilà qu'une méthode serait de nature à révolutionner la relation entre professeurs et élèves. Pour avoir, de par mes fonctions, observé une grande diversité de pratiques pédagogiques, je sais qu'il n'y a pas de lien systématique entre l'organisation pédagogique des enseignements et la nature de la relation entre professeur et élèves. L'organisation en groupe de niveaux n'induit pas, par nature, une meilleure attention aux difficultés singulières de l'élève. Et la présence « côte à côte », celle de la succession des aides individuelles ne garantit pas l'efficacité de l'intervention sur le plan de l'apprentissage. Parfois même, cela produit la substitution des aides à l'enseignement. Une forme d'aide tellement obnubilée par la positivité relationnelle qu'elle ne s'aperçoit même plus qu'elle ne porte même plus sur de véritables savoirs à enseigner.

Notre société est traversée par une vision où la sollicitude, la bienveillance, le « care » sont prônés comme les vecteurs fondamentaux de l'amélioration du système éducatif. Dans un contexte de réduction budgétaire, cela peut être séducteur pour les décideurs financiers du fait de l'absence de coût structurel d'une pédagogie basée sur l'attitude personnelle de l'enseignant. Mais ne nous méprenons pas, si la qualité de la relation avec l'élève est un devoir éthique et une condition favorable à son apprentissage, cette qualité ne peut se résumer à la positivité de la relation. Et surtout, elle ne peut se substituer à ce qui reste le vecteur fondamental de l'accès aux savoirs et à la culture commune : la qualité didactique et pédagogique de l'enseignement.

L'OUVERTURE D'UN MARCHÉ ET SES CONSÉQUENCES

Si nous investissons cette question dans les perspectives du débat pédagogique, d'autres ont d'autres motivations et perçoivent déjà de formidables enjeux de marché... Le problème est que cette opportunité économique constituera le moins favorable des contextes pour que les finalités du service public d'éducation restent premières. Et les plus ardents défenseurs de la classe inversée sont aujourd'hui les start-ups : *« La pédagogie traditionnelle cela marchait peut-être à l'époque de Jules Ferry mais ce n'est plus du tout approprié pour la génération*

Google » explique l'un d'entre eux. C'est donc sur ce postulat de confiance absolue dans le pouvoir pédagogique de la modernité numérique que s'engagera le marché. À cent lieues des questions didactiques fondamentales qui doivent guider l'élaboration d'une situation d'apprentissage.

Faisons un peu de prospective. C'est évidemment toujours hasardeux la prospective mais des évolutions récentes ne peuvent que confirmer l'engagement dans certaines perspectives. Lorsque sont apparues les premières expériences de formation continue à distance, le discours général s'accordait à se féliciter d'une diversification et d'une modernisation qui, évidemment, nous disait-on, ne pouvait se substituer à la nécessaire formation en présentiel. L'évolution très rapide qu'a connue la formation continue des enseignants témoigne de l'inverse... et bientôt Magistère, FOAD et autres Moocs auront en grande partie remplacé les formes collectives de la formation continue « traditionnelle ». Quand sur une telle situation, quelques prophètes assurent que la rupture des paradigmes est telle que le savoir ne se transmet plus par les enseignants mais par internet, on voit quelles perspectives peuvent se dessiner. On aura tôt fait de produire des services privés, conduits par la rentabilité économique, dont on peut craindre qu'ils n'assurent ni la démocratisation des savoirs, ni la garantie d'un enseignement à l'abri des propagandes.

LES ENTHOUSIASMES DU MINISTÈRE

Peu d'organisations pédagogiques ont obtenu aussi rapidement autant de soutien institutionnel. CLISE 2016 en a fait la preuve. Deux questions se superposent.

Celle tout d'abord du déplacement progressif depuis quelques décennies des enjeux de la politique éducative vers un investissement de plus en plus marqué pour la préconisation pédagogique. Je crois, à l'inverse, à la nécessité d'une distinction entre la responsabilité des politiques (fixer les finalités de l'action éducative et les contenus de l'enseignement) et celle des professionnels (concevoir et mettre en œuvre les enseignements). Mais nous avons eu récemment dans un discours ministériel préconisant une méthode d'apprentissage particulière, la dictée quotidienne, la preuve de cette confusion croissante.

Celle ensuite des raisons d'un engouement pour cette conception de l'organisation de la classe plutôt que pour une autre. C'est, je crois, qu'elle offre les attraits de la modernité sans entraîner de coûts budgétaires. Parce que s'il s'agissait seulement de défendre une meilleure prise en compte de la situation diversifiée des élèves, d'autres stratégies le permettraient sans doute avec davantage de certitudes et tout d'abord celles portées par la réduction des effectifs de chaque classe.

On sait que des rapports ont affirmé que le temps d'enseignement, considéré comme supérieur en France à celui d'autres pays, pourrait être diminué. La réforme Darcos en instituant l'aide personnalisée a réduit l'horaire d'enseignement primaire de deux heures. En déportant une partie des apprentissages sur le temps familial, on pourrait craindre que l'école, perçue dans des enjeux essentiels d'aide personnalisée et de différenciation, puisse devenir modulable au

gré des besoins. Une telle perspective dans un contexte de pression budgétaire se solderait évidemment par la réduction du temps de scolarité.

À NOUVEAU, AFFIRMER LES ENJEUX DE LA FORMATION DIDACTIQUE ET PÉDAGOGIQUE

Former les enseignants à produire des capsules vidéo est sans doute plus facile que d'engager une véritable amélioration de la compétence didactique. C'est là qu'est pourtant l'enjeu fondamental.

Que nous puissions constater que les enseignants ne sont pas toujours en capacité de répondre aux exigences de la démocratisation du savoir relève d'une évidence, celle de la grande complexité des mises en œuvre nécessaires. Cela ne peut être confondu avec une explication causale méthodologique. La responsabilité de l'État ne pourra se dissoudre dans la valorisation d'un modèle pédagogique quel qu'il soit. Elle doit se centrer sur la mise à disposition des moyens nécessaires pour que le projet politique d'un accès de toutes et tous à une culture commune dispose des moyens nécessaires pour devenir effectif. Cela nécessite bien sûr des effectifs permettant le travail collectif des élèves et la prise en compte des difficultés qu'ils rencontrent. Cela nécessite aussi une véritable ambition formatrice, à l'abri des engouements passagers pour un dispositif ou un autre, à l'abri des modes méthodologiques mais délibérément centré sur un accompagnement des pratiques professionnelles faisant le pari d'une diversité des mises en œuvre rendue possible par une maîtrise professionnelle toujours accrue.

L'avenir de notre système scolaire ne repose pas sur les fantasmes d'une transformation structurelle ou méthodologique radicale et miraculeuse mais sur la progression continue, laborieuse, collective des compétences professionnelles. Il ne sert à rien de fustiger la réalité de l'école et d'en noircir les traits pour quelques mirages et enthousiasmes provisoires. Il sera toujours bien préférable, dans la diversité de pratiques libres et responsables, d'accompagner la réflexion déterminée qui anime les enseignants dans leur volonté d'agir pour la démocratisation de la réussite scolaire.

TITRE :

Un scénario de formation de formateurs : les activités d'introduction, les moments d'exposition des connaissances et les capsules pour la classe inversée, s'appuyant sur le thème « sens de variation des fonctions » en seconde

AUTEUR/S :

Monique Chappet-Pariès, Françoise Pilorge et Aline Robert.

RÉSUMÉ :

A partir d'exemples d'activités d'introduction du sens de variation des fonctions en classe de seconde, et d'exemples de cours qui les suivent, ce scénario permet une entrée dans les questions plus générales liées à la fois aux éventuelles activités préalables à un cours sur une nouvelle connaissance, à ces « premiers » cours et plus largement à l'étude des moments d'exposition des connaissances, que ce soit du point de vue de leurs contenus ou de leurs déroulements. Deux activités particulières sont largement analysées, accompagnées par deux courtes vidéos qui présentent une discussion d'enseignants à leur propos, ainsi qu'un cours "réel" (présenté sur vidéo) qui suit une de ces activités.

Les outils qui sont partagés à cette occasion permettent ensuite de travailler un autre type particulier de matériel qui se répand rapidement : les capsules (courtes vidéos de cours) à utiliser en classe inversée (c'est à dire que ces cours sont prévus pour être travaillés à la maison, la classe étant réservée au travail sur les exercices). L'étude d'une telle vidéo, disponible sur le net, fait ainsi l'objet de la dernière séance, préparée par un visionnement des participants à la formation prévu "à la maison".

Le scénario comporte ainsi trois capsules de formation (CF) dont deux sont intégrées à un travail en présentiel, la dernière étant conçue pour être seulement à visionner à la maison, comme nous venons de le dire. Ces vidéos sont disponibles sur un site privé. Une vidéo d'un cours en classe est également analysée.

Ce livret permet de présenter l'ensemble, d'aborder à la fois les activités particulières et de préciser le contexte de visionnement des capsules, et d'exposer les questions générales et les alternatives qui se présentent.

MOTS CLÉS :

capsules, formation de formateurs, sens de variation des fonctions en seconde, activités d'introduction, moments d'exposition des connaissances

Éditeur: IREM de Paris

Responsable de la publication: F. Vandebrouck

IREM de Paris 7 – Case 7018

Université Paris Diderot

75205 Paris cedex 13

irem_de_paris@univ-paris-diderot.fr

<http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/>

Dépôt légal : 2017

ISBN : 978-2-86612-381-9