IREM PARIS 7

Laboratoire de didactique André Revuz
Mathématiques • Physique • Chimie

Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz n°10

Mai 2014

Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes

Auteurs : Aline Robert, Fabrice Vandebrouck

ISSN : 2105-5203

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
UNIVERSITÉ PARIS DIDEROT

TITRE :

Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes.

AUTEUR/S :

Aline Robert, Fabrice Vandebrouck

RESUME :

Cette brochure est la version longue d'un article qui a été proposé pour parution dans la revue « Recherche en Didactique des Mathématiques ». La notion de proximité-en-acte est introduite pour rendre compte de choix de l'enseignant, s'inscrivant dans sa cohérence globale, dont nous faisons l'hypothèse qu'ils sont appréciés par l'enseignant comme proches des élèves et qu'ils sont récurrents. Nous donnons d'abord quelques illustrations générales de notre propos. Ce sont des analyses de séances de classe qui donnent accès aux proximités-en-acte analysées ici. Après avoir rappelé notre cadre théorique de référence (théorie de l'activité et double approche), nous indiquons la méthodologie d'analyse utilisée pour étudier les 4 exemples développés dans l'article, qui portent tous sur une tâche complexe (deux extraits de séances de géométrie en troisième, deux extraits de séances d'analyse avec un travail sur logiciel en seconde). Il apparaît que les sous-activités liées à ces tâches complexes ne sont pas toutes travaillées ni corrigées de la même façon pour tous les élèves, en relation avec la complexité de la tâche et/ou avec les déroulements organisés pendant et après la recherche des élèves. Utilisant le modèle de la ZPD, en relation avec les caractères objet et outil des notions visées, nous nous questionnons sur les conséquences éventuelles, à plus long terme, sur les apprentissages des élèves des proximités-en-acte particulières ainsi mises en évidence. Des différences peuvent ainsi résulter de ces choix des enseignants sur les proximités qui peuvent s'établir, pour les élèves cette fois, entre les connaissances « déjà-là » et les connaissances à construire.

MOTS CLES :

Double approche didactique et ergonomique, pratiques enseignantes, activités, tâches complexes, proximités-en-acte.

IREM de Paris – Université Paris Diderot
Directeur de publication Fabrice Vandebrouck – Reprographie Nadine Locufier
www.irem.univ-paris-diderot.fr
Dépôt légal : 2014 – ISBN : 978-2-86612-353-6

PROXIMITES-EN-ACTE MISES EN JEU EN CLASSE PAR LES ENSEIGNANTS DU SECONDAIRE ET ZPD DES ELEVES : ANALYSES DE SEANCES SUR DES TACHES COMPLEXES

Aline Robert[*], Fabrice Vandebrouck[**]

STUDENTS' ZPD AND TEACHERS' PRACTICES: SOME EXAMPLES OF PROXIMITIES ORCHESTRATED ON COMPLEX TASKS DURING LESSONS IN THE CLASSROOM

Abstract

The notion of "proximity-in-act" is introduced here to address some teacher's choices, involving their global coherence. We suppose that these recurrent teacher's choices are a mean to be enough near some of the students' mathematical cognitive needs. We give some general examples of these proximities. The new singular proximities we aim to introduce in this article are analyzed in actual classrooms orchestrations taking into account tasks, managements and students' work. We recall our theoretical framework (Activity theory and double approach). Then we precise our methodology, and develop 4 examples that all address the students' work on a complex task in different contexts. Actually we study the beginning of the classroom work on two geometrical exercises for 14-15 years students and then the work on two exercises where the students (15-16 years) had to or may use a computer. In fact we claim that the complex task generates some different kinds of activities (sub-activities) for students, as recognizing the knowledge to be used and adapted, organizing the steps of the proof, and calculating for instance. There is an evidence that these different sub-activities are not worked in the same way by the students, according to the task itself and the teacher's orchestration, involving time let to work, writing or not on the board, assistances, … The ZPD model for students is involved to argue that the effects of such teacher's practices may be different for the students' learning according of their activities. The stake is the way of getting as near as possible new and old students' knowledge according to the teachers' development of proximities-in-act taking into account the whole class needs, and the lack of time to wait for every one eventual but not guaranteed "success". Furthermore the differences may occur and be reinforced because of the teachers' practices coherence and the recurrence of such choices.

[*] LDAR, Université de Cergy Pontoise, aline.robert@iufm.u-cergy.fr

[**] LDAR, Université Paris Diderot, vandebro@univ-paris-diderot.fr

Key words: didactic and ergonomic twofold approach, teaching practices, activites, students' ZPD.

Résumé
La notion de proximité-en-acte est introduite pour rendre compte de choix de l'enseignant, s'inscrivant dans sa cohérence globale, dont nous faisons l'hypothèse qu'ils sont appréciés par l'enseignant comme proches des élèves et qu'ils sont récurrents. Nous donnons d'abord quelques illustrations générales de notre propos. Ce sont des analyses de séances de classe qui donnent accès aux proximités-en-acte analysées ici. Après avoir rappelé notre cadre théorique de référence (théorie de l'activité et double approche), nous indiquons la méthodologie d'analyse utilisée pour étudier les 4 exemples développés dans l'article, qui portent tous sur une tâche complexe (deux extraits de séances de géométrie en troisième, deux extraits de séances d'analyse avec un travail sur logiciel en seconde). Il apparait que les sous-activités liées à ces tâches complexes ne sont pas toutes travaillées ni corrigées de la même façon pour tous les élèves, en relation avec la complexité de la tâche et/ou avec les déroulements organisés pendant et après la recherche des élèves. Utilisant le modèle de la ZPD, en relation avec les caractères objet et outil des notions visées, nous nous questionnons sur les conséquences éventuelles, à plus long terme, sur les apprentissages des élèves des proximités-en-acte particulières ainsi mises en évidence. Des différences peuvent ainsi résulter de ces choix des enseignants sur les proximités qui peuvent s'établir, pour les élèves cette fois, entre les connaissances « déjà-là » et les connaissances à construire.

Mots-Clés : double approche didactique et ergonomique, pratiques enseignantes, activités, tâches complexes, proximités-en-acte.

INTRODUCTION

Dans cette recherche, nous travaillons à une mise en relation particulière des pratiques des enseignants et des activités des élèves qu'elles peuvent provoquer. Nous dégageons à partir d'analyses de séances de classe et éventuellement d'entretiens, certains caractères des activités d'enseignants, supposés récurrents, qui peuvent avoir une influence sur les apprentissages. Cela met en jeu les choix de tâches et de gestion du travail correspondant des élèves, mais aussi le métier de l'enseignant (Robert & Rogalski 2002). Car dans ces choix jouent aussi les modalités de l'inscription dans les contraintes institutionnelles et sociales, la conception personnelle de la manière de participer aux apprentissages, d'aider les élèves... Nous admettons en effet que ce que l'enseignant réalise en classe, au jour le jour, relève d'une logique d'action récurrente, ainsi révélée, qui s'inscrit dans la cohérence globale des pratiques individuelles complexes que développent tous les professionnels ayant une certaine expérience (Montmollin 1984). Cette cohérence contribue à assurer la stabilité des pratiques, notamment en termes de gestion, et autorise à évoquer la récurrence[1]. S'intéresser à ce qui peut fabriquer cette cohérence, comme facteur de lien entre le quotidien et le long terme, fait travailler une des questions cruciales, qui se posent à nos yeux au didacticien, et à laquelle il n'y a pas et il ne peut pas y avoir de réponses directes : de quelle manière ce qui se passe en classe de mathématiques, suite à ce que chaque enseignant propose quotidiennement, peut (ou non) se transformer en apprentissages individuels de ses élèves, à court, moyen et même long terme ? La même insistance sur la cohérence des pratiques et les récurrences que cela peut engendrer se trouve dans les travaux des sociologues travaillant sur des récurrences, dont ils suggèrent les relations avec certaines inégalités d'apprentissage (Rochex et Crinon 2011).

La notion de « proximités-en-acte » est ainsi introduite pour rendre compte de certains de ces caractères récurrents des activités de l'enseignant en classe, qu'il apprécierait comme « proches » des élèves, comme une sorte de proximité « moyenne ». Ces choix semblent contribuer à une gestion de la classe permettant de faire travailler tout le monde, dans une classe qui tourne.

Nous postulons qu'il y a plusieurs types de proximités–en-acte, selon les classes, les élèves, les contenus, les enseignants, les moments des apprentissages. Nous n'excluons pas de dégager des « non-proximités » qui pourraient concerner peut-être certains élèves. C'est un aspect des pratiques, dont la plupart des enseignants ne peuvent se passer, récurrent, qui figure dans la cohérence étudiée ; c'est du moins l'hypothèse que nous admettons[2].

Certaines de ces proximités-en-acte sont surtout pédagogiques mais d'autres sont directement liées aux activités mathématiques possibles[3] des élèves en classe. Ce sont ces dernières qui nous intéressent ici, lors du travail en classe sur des tâches complexes[4]. Nous montrons par exemple qu'il se peut qu'un certain nombre

---

[1] Cela exclut de notre étude les débutants, même si une certaine cohérence est déjà en germe chez eux (Mangiante 2012).

[2] Même s'il existe des exceptions, souvent dans des classes particulières.

[3] Nous n'avons pas accès aux activités effectives, d'abord parce qu'elles sont inaccessibles, ensuite parce que nous ne nous sommes pas donné les moyens d'observer chaque élève, ni même certains élèves individuellement.

[4] Tâches non simples ni isolées pour lesquelles l'analyse *a priori* révèle la nécessité de nombreuses adaptations des connaissances des élèves.

d'élèves (plus lents) soient privés de certaines des sous-activités nécessaires pour résoudre entièrement la tâche.

Cet intérêt est inspiré du modèle de la Zone Proximale de Développement (ZPD) pour les élèves (voir annexe). Il s'agit soit de « fabriquer » des rapprochements et/ou de s'appuyer dessus, sans que l'enseignant le revendique explicitement. En effet la nature des activités possibles des élèves participe de la qualité des apprentissages qui peuvent se tisser en classe du fait de la récurrence supposée. Il s'agit notamment pour nous d'apprécier la distance entre les connaissances à mettre en œuvre et à adapter pour résoudre les tâches complexes proposées et les activités possibles développées par les élèves en classe, en référence aux ZPD des élèves. Les activités attendues des élèves sont repérées par nos analyses *a priori.* Les activités possibles des élèves sont reconstituées grâce à nos analyses du déroulement des séances. Cela nous amène à requestionner, de cette manière, les activités *a maxima* et *a minima* des élèves, déjà introduites (Robert 2007), mettant en jeu la manière dont les différents élèves « bénéficient » de l'activité complète sur la tâche complexe. A cette fin, nous distinguons plusieurs sous-activités liées à différentes adaptations des connaissances à mettre en œuvre et cherchons de quelle manière les différents élèves peuvent s'y investir compte tenu des déroulements (et de leurs propres connaissances).

Nous cherchons ainsi plus généralement à analyser dans des extraits de séances effectives des différences entre ce qu'ont à faire les élèves et ce qu'ils travaillent effectivement en termes de ZPD, faisant intervenir les connaissances mathématiques supposées « déjà-là » et les connaissances nouvelles visées. C'est la proximité-en-acte (« moyenne », pour la classe), orchestrée par l'enseignant, qui est en cause. On peut inférer de certains entretiens qu'à l'origine de ces choix, il y a sans doute, des nécessités de gestion et d'avancée du temps didactique, de prise en compte de l'hétérogénéité des élèves, le tout participant à la cohérence globale déjà évoquée.

Cet article s'inscrit ainsi dans la réflexion générale sur l'articulation entre des analyses « locales » des séances de classe, complétées éventuellement par des entretiens, et les analyses plus globales qui leur donnent sens mais en sont aussi nourries. Cela concerne les pratiques, les apprentissages et leurs relations.

Nous commençons par une rapide revue de littérature sur des recherches qui mettent en jeu des séances de classe et les pratiques correspondantes. Puis nous présentons un certain nombre d'exemples ou d'idées, tirés de recherches antérieures, nous permettant d'illustrer diverses proximités ou non-proximités-en-acte, déjà repérées dans divers travaux, même si le terme n'était pas utilisé. Ensuite, nous donnons les éléments utilisés du cadre théorique unificateur qui nous sert de référence. Il s'agit de la théorie de l'activité et de la double approche didactique et ergonomique des pratiques, introduites avec J. Rogalski (Robert & Rogalski 2002). La méthodologie pour analyser les séances de classe, pour détecter certaines proximités-en-acte, en mettant en regard les activités attendues puis possibles des élèves et celles de l'enseignant, est présentée rapidement. Elle est utilisée dans les 4 exemples de séances qui illustrent nos analyses de ces proximités-en-acte. Une hypothèse générale est lancée à partir des relations possibles entre la nature détectée des sous-activités *a maxima* et *a minima* des élèves et les mises en proximité effectives qui peuvent en découler : certaines proximités-en-acte en jeu, récurrentes, pourraient participer à la constitution de différences éventuelles d'acquisitions des élèves, notamment pour ceux dont les activités resteraient trop loin de ce qui pourrait fonder un nouvel apprentissage, peut-être surtout concernant la disponibilité des connaissances visées comme « outils » plus que comme « objets ».

Des limites de ces travaux, en particulier l'absence de détection des raisons des enseignants, pourtant incontournables, sont présentées en conclusion. Des perspectives y sont esquissées, compte tenu de certaines évolutions actuelles de la profession, sur l'existence même d'alternatives sur la gestion des séances où sont travaillées des tâches complexes (pour faire bouger certaines proximités-en-acte).

UN REGARD SUR DIVERSES RECHERCHES A PARTIR DE SEANCES DE CLASSE

Beaucoup de recherches en didactique des mathématiques, françaises ou non, présentent des analyses de classe. Beaucoup trop pour que nous puissions en faire une revue, même non exhaustive !

Selon les approches théoriques, et donc méthodologiques, des chercheurs, et selon les problématiques précises des travaux, les liens entre analyses de séances et pratiques se tissent différemment. Dans certains cas par exemple, les analyses de séances servent à apprécier, voire à valider, l'élaboration théorique d'une séquence, dans le cadre d'une expérimentation en classe, souvent construite à cette fin. Dans d'autres cas en revanche, et c'est le nôtre, ce sont les séances ordinaires[5] qui sont scrutées, pour comprendre mieux ce qui s'y joue ou peut s'y jouer. Nous ne retenons, pour les mettre en regard des

[5] Peut-être pas tout à fait ordinaires, du fait que les enseignants ont accepté de s'y filmer.

nôtres, que les travaux qui n'ont pas pour objet une expérimentation, qui n'essaient pas de tester la mise en œuvre d'un projet précis élaboré par les chercheurs, qui s'attaquent donc aux séances de classe dites « ordinaires ». Nous ne retenons pas non plus les recherches collaboratives. Cette restriction n'est peut-être pas très légitime, car les méthodologies mises en œuvre pourraient s'adapter à d'autres problématiques.

Nous allons reprendre ici certains articles du numéro spécial 29-1 de RDM consacré aux travaux internationaux sur des méthodologies pour étudier les classes de mathématiques. Nous ne retiendrons pas le dernier article qui s'inscrit dans une visée liée à une innovation qui sert de référence aux observations. Le premier article en revanche (Herbst & Chazan 2009) propose une classification des recherches sur le fonctionnement des classes de mathématiques selon les unités d'analyse mises en jeu. Les auteurs distinguent ainsi des études portant sur une année scolaire et cherchent à caractériser le contrat général dans lequel s'inscrivent les cours. Quelquefois le chercheur se sert de lui-même comme cobaye pour décrire le cursus étudié (Ball 2000), supposé améliorer les apprentissages en mettant en jeu des directives globales – des nouveaux standards par exemple. Dans ces cas-là, les études détaillées (de séances notamment) servent à illustrer les descriptions et diverses prises d'information sont croisées. Cela peut alimenter des comparaisons annuelles (Boaler 1998). Cela pourrait correspondre en partie, dans des recherches que nous ne présentons pas ici, à des études comparées de scénarios.

D'autres travaux mettent en jeu plus directement des séances de classe, rappelant ce que nous appelons analyses de déroulements. Sont questionnées alors les interactions qui se jouent en classe, ou encore les opportunités d'apprendre. Cela n'est pas sans rappeler les exemples que nous donnerons ci-dessous. D'autres auteurs de ce courant étudient d'ailleurs les variétés d'implémentation d'un même problème, ce qui n'est pas non plus sans rappeler certaines de nos analyses, mettant en jeu le même exercice (Robert & al. 2012). Chez Stein, Grover et Henningsen (1996), des analyses de tâche servent à repérer des modifications à grande échelle des certaines directives, mais leurs analyses de tâches diffèrent des nôtres. Elles ne questionnent pas d'abord, comme pour nos analyses, les connaissances à utiliser mais questionnent les démarches mathématiques à adopter ; ce sont des intermédiaires entre les compétences et certaines de nos sous-activités. Cependant, l'intérêt des comparaisons est souligné, quel que soit l'échelle (variable) et nous partageons pleinement ce point de vue.

Un autre type de recherches citées dans l'article est lié à la nature des leçons de mathématiques - on reconnaît les travaux autour de TIMSS (Stigler, Gallimore & Hiebert 2000) ou the « Learners' PerpsectiveStudy » (Clarke 2006), l'unité étant la leçon pour un jour. Cela donne lieu à des comparaisons simples, comme le temps passé sur les mathématiques, et à des comparaisons culturelles selon les pays (*cf.* la notion de « cultural script »). Cela a conduit à la notion de type d'activités – liée là encore davantage à la nature du travail attendu des élèves, mais plus en termes de démarches qu'en termes de connaissances précises à mettre en jeu. Ce sont ces mêmes études qui ont conduit à des modèles de l'action ou de la décision de l'enseignant. Une partie du modèle de Schoenfeld (2007) renvoie aux composantes cognitive, médiative et personnelle (Robert & Rogalski 2002) qui nous servent à décrire les pratiques enseignantes – seul le métier n'est pas pris en compte. Cependant, nous n'en partageons pas non plus la visée très prédictive. Contrairement à cet auteur, nous nous intéressons aux imprévus et à toutes les improvisations, y compris pour apprécier ce qui pourrait se construire grâce à des interventions faisant jouer la ZPD des élèves, dans une visée vygotskienne. De même, la notion de Hypothetical Learning Trajectory (Simon & Tzur 2004) peut être rapprochée de notre itinéraire cognitif, mais *a posteriori* et à l'échelle de la leçon, même s'il est d'inspiration directement piagétienne.

Enfin, d'autres recherches centrées sur la classe étudient plus particulièrement les aspects socio-linguistiques ou sociologiques : ce sont les travaux précurseurs de Voigt (1985) et de bien d'autres – nous nous limitons ici aux références des auteurs de l'article (Herbst & al. 2009, Chazan & Lueke 2009). C'est aussi une direction de certaines recherches françaises mais nous ne l'avons pas investie dans les exemples donnés, ce qui en constitue une limite certaine. Par exemple, peut-on être sûr que les élèves entendent (et comprennent) l'enseignant donner telle ou telle justification rapidement (on utilise le théorème de Thalès « *car les droites sont parallèles* »), alors que nous la labelliserons comme une aide constructive[6] ? Et comment, plus généralement, rendre compte de toute la complexité de ce qui se passe en classe ? Les auteurs déclinent en 6 dimensions ce qu'une analyse devrait révéler : la multi-dimensionnalité, due à tout ce qui s'y passe, la simultanéité, l'immédiateté, l'imprévisibilité, le caractère public, l'histoire de la classe… Quelles techniques, voire quelles technologies utiliser ? Les auteurs passent en revue plusieurs types d'observations,

[6] Au sens où elle doit permettre à l'élève de se construire des connaissances et pas simplement à accomplir une tâche.

avec leurs avantages et leurs inconvénients, dont les vidéos. Les biais en sont évidemment listés, que nous partageons, ainsi que les avantages, qui amènent à privilégier cette forme de recueil de données malgré tout. Enfin, les auteurs discutent de la fabrication du recueil de données secondaire (dérivé) sur lequel les chercheurs vont travailler. Tout ce qu'ils citent (en partie inspiré de l'ethno-méthodologie) constitue des limites indéniables de nos propres travaux : nous n'avons pas travaillé les standards adoptés pour nos transcriptions, la manière de rendre compte des gestes et du non-verbal…

Le deuxième article du numéro spécial de RDM que nous reprenons (Adler 2009), autour du projet Quantum, rend compte des mathématiques pour enseigner – d'une certaine manière, ce sont des cohérences individuelles globales qui sont ainsi données à voir, les analyses de séance servant à fournir des exemples pour illustrer les résultats. Ces quelques incursions montrent que nos questionnements ne sont peut-être pas partagés directement mais qu'on retrouve des préoccupations communes sur le lien entre séances et apprentissages dans la littérature.

Quittons cette revue de recherches internationales pour revenir à des travaux français : une place à part peut être réservée aux travaux initiés par Sensévy (2011) sur l'action conjointe et l'étude des séances de classe, dans les quels enseignant et élèves sont traités cependant plus « symétriquement » que dans nos propres recherches. Ce sont les fondements théoriques des recherches qui distinguent ces approches de la nôtre, que nous ne pouvons résumer en quelques lignes. Cependant, on peut juste indiquer que ce n'est pas chez cet auteur la conceptualisation qui modélise les apprentissages, mais des stratégies de jeu (gagnantes). De ce fait, le rôle des enseignants se définit en relation avec ces stratégies – les analyses étant pilotées par un modèle de l'action enseignante adapté à reconstituer les jeux proposés aux élèves, en référence à l'avancée du savoir visé dans la classe, défini par la mésogenèse (et non à sa construction à travers la variété des activités). Le caractère gagnant des stratégies dépend notamment des milieux et des contrats établis par l'enseignant, ainsi que par les gestions du temps et la répartition du travail dans la classe. Il est difficile de mettre ces travaux en correspondance avec ceux que nous avons exposés – cependant un certain nombre d'objectifs initiaux sont partagés.

Nous reviendrons brièvement plus loin sur nos analyses de pratiques, renvoyant notamment au numéro 17 (3) de la revue RDM pour une mise en perspective de différents positionnements théoriques français.

RELECTURE DE RECHERCHES ANTERIEURES ET PREMIERS EXEMPLES DE PROXIMITES-EN-ACTE

Plusieurs exemples, de nature différente, de ce que nous travaillons, ont déjà été donnés dans des recherches antérieures, même si l'idée de proximité-en-acte n'était pas explicitée avec le terme. Ces exemples peuvent concerner le discours de l'enseignant, par exemple en relation avec ce qui pourrait motiver les élèves, ou en relation avec leurs activités précises en classe. Ils peuvent aussi mettre en jeu la nature des tâches donnant lieu à ces activités en classe. Plusieurs de ces proximités-en acte peuvent d'ailleurs co-exister. Insistons sur le fait que si nous les interprétons comme des proximités-en-acte, cela ne veut pas dire que des élèves, voire tous les élèves, les reconnaissent comme telles. Cela ne veut pas non plus dire que les effets attendus aient lieu dans la classe. Le fait de travailler sur des activités possibles des élèves, faute de pouvoir accéder à leurs activités effectives, en partie inaccessibles, différentes d'un élève à l'autre, mais aussi l'hétérogénéité des élèves d'une classe et l'impossibilité de construire des évaluations directes des pratiques des enseignants pendant une séance amènent à ce type de recherches qualitatives. Elles mettent en jeu la recherche d'indicateurs sur des processus dont les effets ne sont pas certains[7], dépendant de trop nombreux paramètres, sans être toutefois complètement aléatoires, notamment du fait de leur répétition, ce qui explique notre insistance sur la cohérence.

1. Des formes ou des types de discours qui peuvent fabriquer de la proximité pédagogique entre ce qui est fait (ou doit être fait) ou dit par les élèves et ce que dit l'enseignant

Nous ne détaillerons pas des éléments de discours très généraux, visant à motiver les élèves, d'une façon ou d'une autre, en relation avec leur enrôlement. Plus précisément, un certain nombre d'aspects habituels ont été repérés dans des transcriptions déjà étudiées. Ils mettent explicitement en jeu une proximité provoquée par l'enseignant entre le dire ou le faire des élèves et son discours : ainsi, banalement,

- l'association explicite avec du connu, du déjà fait, du déjà-rencontré, plus ou moins ancien (en relation avec la mémoire ou avec des séances précédentes) ;
- L'association explicite avec ce qui pourra être demandé en contrôle, ou en devoir, ou en examen, et plus généralement des éléments liés au contrat que l'enseignant veut établir ;

---

[7] D'où l'utilisation fréquente du mot « potentiel » ou de l'expression « tout se passe comme si ».

- Le sort des questions qui peuvent être posées par l'enseignant ou acceptées des élèves, l'enseignant pouvant attendre ou non que des réponses soient données, en accepter seulement certaines, plus ou moins d'élèves étant concernés - autant d'éléments pouvant jouer comme rapprochement avec les élèves ou non ;
- Les répétitions, les reprises partielles, les reprises complétées d'une réponse élève ou de ce qui a été dit. Le cas particulier des reformulations a été spécifiquement travaillé et discuté par certains chercheurs (Marin, 2011).

2. Dans les classes d'élèves défavorisés socialement, l'importance de l'encouragement comme proximité « en amont »

Beaucoup de recherches sur des séances de classes d'élèves défavorisés ont montré que les enseignants jouent beaucoup sur l'encouragement des élèves, la prise en compte de tout ce qu'ils disent, sans hiérarchie. Souvent ils laissent chercher très longtemps, réduisent les tâches. Quelquefois, ils privilégient les tâches « ludiques », éloignées des apprentissages visés, voire n'utilisent qu'avec réticence le vocabulaire mathématique tout à fait rigoureux qu'ils utiliseraient sans restriction dans d'autres classes (Paries 2010). Autant de proximités supposées avec ces élèves, qui ont moins confiance en eux que les autres, besoin de « respect », besoin de temps, besoin d'être motivés, qui ont des ressources langagières plus limitées que d'autres élèves…

Mais cette recherche de proximités, lorsque les enseignants l'inscrivent au début du travail des élèves, peut avoir pour effet de ralentir le temps didactique. Lorsqu'elle accompagne une correction ou une institutionnalisation, elle peut avoir pour effet de ne pas contribuer suffisamment à la construction de la connaissance mathématique visée.

3. Le discours « méta », les analogies, les exemples… : des proximités jouant sur « l'intelligence ordinaire ».

On a beaucoup développé l'intérêt des discours « méta », pour compenser le manque de situations bien adaptées, vu l'« éloignement » des notions visées et des connaissances antérieures, au moment d'introduire notamment des notions qualifiées de FUG (à cause de leurs caractères Formalisateurs, Unificateurs, Généralisateurs, Robert 1998). Des développements ont été travaillés dans des recherches sur les aspects formalisés de la convergence des suites, l'algèbre linéaire etc (Dorier & al. 1997). On peut notamment réfléchir à la manière de créer, par certaines proximités-en-acte des enseignants, un accès au symbolisme mathématique nécessaire, par l'intermédiaires d'activités sur des tâches bien choisies, de jeux de cadres, de formulations intermédiaires – il s'agit de rendre « bavards » des ostensifs *a priori* très muets. Il s'agit d'expliquer aux étudiants ce qu'il y a à faire « vu de l'extérieur ».

Plus banalement l'usage des exemples ou des métaphores, avant ou après l'introduction d'une notion, est souvent considéré comme un bon moyen de rapprocher connu (ancien) et nouveau.

On peut généraliser ce type de proximités-en-acte à toutes les occasions que l'enseignant se donne de s'appuyer sur l'intelligence non strictement mathématique des élèves pour leur faire saisir quelque chose de mathématique.

4. L'anticipation des erreurs à partir d'un exemple : une proximité qui se discute, peut-être illusoire

Diverses recherches, toujours à partir de séances de classe, ont montré que certains enseignants, notamment très expérimentés, « préviennent » à l'avance leurs élèves d'erreurs qu'ils pourront commettre, pensant ainsi les leur faire éviter. Ainsi, pour n'en prendre qu'un tout petit exemple (Hache 2000), un enseignant de lycée introduisant les rotations, qui ne sont plus au programme[8], prévenait régulièrement ses élèves du piège du nom « quart de tour », qui est associé à une rotation de 90° (et pas 45°, quart de π, comme on pourrait le croire). Or il s'avère, au moins pour certains élèves, et cela s'est vérifié dans la classe en question, que cette proximité « anticipatrice » n'était pas efficace. Ce n'est qu'après que l'erreur ait été faite par les élèves que ce type de discours peut être entendu, souvent accompagné d'une remarque du style : « *et pourtant je vous avais prévenus* ».

En fait, les « proximités anticipatrices » ainsi introduites par les enseignants, ressemblent à du cours, elles ne s'appuient pas sur du « déjà-là » ou du « presque déjà-là » pour les élèves, elles ne répondent pas à des questions que les élèves se seraient posés seuls, pendant un travail. Tout se passe comme si ces dires de l'enseignant ne peuvent pas s'inscrire « suffisamment près » de ce que les élèves vont mobiliser au moment où ils auront effectivement à utiliser un quart de tour, notamment comme outil, ne les empêchant pas de faire l'erreur.

---

[8] Mais cela ne change pas notre propos.

5. Un exemple de non-proximité potentielle, ne prenant pas en compte l'activité manquante des élèves

Un enseignant corrige un devoir sur feuille, donné à faire en classe de seconde (élèves de 15-16ans). Le même théorème, donné en cours quelques jours avant[9], est à utiliser dans la première question de chaque exercice : deux triangles ayant deux angles respectivement égaux sont semblables, c'est-à-dire, par définition, qu'ils ont leurs côtés respectivement proportionnels. La grande majorité des élèves ont réussi la question dans le deuxième exercice mais l'ont raté dans le premier (Robert & al. 2012). Lors de sa correction, l'enseignant, s'appuyant sur ces résultats des élèves, qui l'ont étonné, dit-il, reprend les connaissances à utiliser dans les deux exercices, en particulier le théorème ci-dessus. Il s'agit de connaissances anciennes sur la définition (ou première propriété) des bissectrices d'un angle, sur la perpendicularité des diagonales d'un carré, sur la somme des angles d'un triangle et sur les angles complémentaires. Il conseille aux élèves de mieux « se rappeler » leurs connaissances anciennes. La proximité ainsi mise en acte consiste à attribuer l'échec des élèves à un manque de disponibilité (ce mot n'est pas cité) de connaissances anciennes, considérées comme des objets, lié à un manque de « mémorisation » (le mot « se rappeler » est cité). Y remédier appellerait (sans doute) à réviser les dites connaissances, sans que rien ne soit cependant explicité en ce sens par l'enseignant.

En fait une analyse *a priori* de la mise en fonctionnement du théorème à mobiliser montre des différences importantes dans les adaptations à mettre en œuvre pour cette utilisation. Si l'utilisation directe de la définition de la bissectrice et la propriété des diagonales du carré suffit dans la question de l'exercice « réussi », il devient nécessaire en revanche pour l'autre exercice d'adapter les connaissances sur les angles en jeu, en introduisant une étape, en travaillant sur l'ensemble de la figure, et donc sur les deux triangles « à la fois ». Plus précisément, il faut introduire le fait que deux angles sont égaux s'ils sont égaux à un même troisième. La recherche porte sur cet angle intermédiaire dont un angle de chaque triangle est complémentaire. Il y a de plus, pour utiliser cette étape, à faire appel à une transitivité « algébrique » dans la mesure où les mesures des angles ne sont pas données.

Autrement dit, on peut suggérer une autre proximité possible entre le travail des élèves et ce qu'en dit l'enseignant, mettant en jeu

---

[9] La notion n'est plus aux programmes de cette classe mais cela n'enlève rien à la portée de l'exemple.

l'explicitation de cette méthode générale d'obtention d'égalités d'angles. Elle peut se faire à partir d'angles complémentaires s'il y a des angles droits dans la figure et/ou d'angles inscrits s'il y a des cercles dans la figure. Dans ce cas, ce serait une forme de disponibilité outil qui serait proposée à la réflexion des élèves, reliant les recherches d'égalités d'angles et les connaissances sur les angles complémentaires ou inscrits dans un même arc.

6. Des tâches simples et isolées, ou réduites : proximités manquantes ?

Une autre manifestation possible de la recherche de proximités entre ce que savent les élèves et ce que l'enseignant leur propose est évidement le choix des tâches : des choix d'applications immédiates du cours, sans aucune adaptation (simples et isolées), ou des choix de tâches plus complexes, finalement réduites à une suite de tâches simples et isolées, peuvent constituer des formes de proximité-en–acte des enseignants. Il s'agit dans les deux cas d'assurer la réussite rapide des élèves.

Cette réussite n'engage peut-être pas cependant de nouvelles acquisitions, ni même un renforcement des connaissances déjà-là, dans la mesure où les activités des élèves sont *in fine* des répétitions d'applications connues de connaissances anciennes et ne mettent en jeu aucune adaptation, aucun élément « nouveau » susceptible de faire avancer les choses.

7. L'exemple des BEL : proximités inutiles ou manquantes dans le choix des tâches

D'autres recherches ont porté sur l'usage des Bases d'Exercices en Ligne (BEL) en classe. Ces outils permettent une forte individualisation de l'activité des élèves par rapport à des séances d'exercices traditionnelles, et c'est là une autre forme de proximité en acte organisée par les professeurs.

Les observations mettent cependant en évidence que certains élèves, laissés trop longtemps en autonomie, car l'enseignant ne peut pas surveiller correctement l'avancée du travail de tous les élèves, travaillent parfois en deçà de leur ZPD, préférant même continuer à réussir des exercices simples plutôt que d'affronter les exercices plus difficiles (Cazes, Gueudet, Hersant, Vandebrouck 2006). A contrario, les élèves qui sont confrontés à des exercices trop difficiles pour eux peuvent parfois obtenir les résultats attendus par la machine par des biais, même inconsciemment, sans développer l'activité mathématique attendue d'eux. La médiation de la BEL seule est insuffisante pour que l'élève atteigne la connaissance nécessaire à la résolution de la tâche. Une aide doit être opérée par l'enseignant, s'il est présent au bon moment, et cela soulève le problème du travail en totale autonomie avec ces outils dès que l'on veut aborder des tâches un peu complexes.

8. Notre objet d'étude

Plus difficile à repérer sans analyses précises, on a déjà signalé le travail explicite que peut faire l'enseignant à partir de son repérage du travail des élèves, en aval de l'action de ceux-ci, comme un élément susceptible de rapprocher des connaissances déjà-là et des connaissances visées (Robert 2008). Différentes types d'aides peuvent y contribuer. Dans ce qui suit, nous allons analyser sur quelques exemples précis les liens entre les différentes sous-activités des élèves sur une tâche complexe et ce qu'introduit l'enseignant, la nature du travail qu'il suscite, collectif, individuel, écrit, oral, avec le temps qu'il laisse, et les aides qui précèdent ou concluent ce travail des élèves. Cela nous permettra de discuter des proximités-en-acte correspondantes, avec leurs effets éventuels et leur inscription dans la cohérence de l'enseignant.

LE CADRE THEORIQUE UNIFICATEUR ADOPTE : THEORIE DE L'ACTIVITE ET DOUBLE APPROCHE DES PRATIQUES DES ENSEIGNANTS

Le schéma général que nous avons adopté dans les recherches qui nous intéressent est inspiré de la théorie de l'activité, initiée par Vygostki (1933) puis Leontiev (1984), auteurs dont nous nous réclamons (Robert 2008, Robert & Hache 2013, Rogalski 2008, 2013) : très schématiquement, ce sont les activités mathématiques des élèves, sur les tâches proposées par leurs professeurs, au sens large, associées aux déroulements des exercices en classe et à la maison, aux moments d'exposition des connaissances, aux évaluations, qui contribuent en grande partie aux apprentissages[10] des élèves sur une notion visée[11] et aussi qui nous y donnent accès. Il s'agit donc de les apprécier, dès lors qu'on s'intéresse aux apprentissages, en interrogeant la manière dont les connaissances mathématiques sont

[10] Le caractère partiel de ces activités pour caractériser les apprentissages ne nous échappe pas mais, dans la mesure où c'est ce qui dépend le plus de l'enseignant, nous en avons fait notre objet d'étude.

[11] Au sens large, ce peut être un théorème ou des propriétés, un chapitre, un concept, voire un domaine.

travaillées[12], notamment en classe, et la manière dont elles peuvent « arriver » dans les cahiers (et les têtes) des élèves.

Soulignons à nouveau que nous étudions des séances en classes ordinaires, dans une visée de compréhension des activités qui s'y déploient, même si à terme, nous pouvons penser à une visée formative. Il y a évidemment là un parti pris qui amène à ces analyses locales, incontournables, mais formatées et outillées par le cadre théorique global. Dans un certain nombre de recherches, ces analyses sont recomposées, dans un mouvement du niveau local vers un niveau plus global – lié aux apprentissages et/ou aux pratiques enseignantes étudiés.

Reste que les activités à apprécier pendant les séances de classe, telles qu'elles sont définies dans la théorie, essentielles à la compréhension visée, sont en partie inaccessibles. Elles mettent en effet en jeu des actes ou des paroles extériorisés mais aussi des pensées, des intentions, des hypothèses, des inférences, des décisions, sur ce qui est fait ou non, dit ou non, inabordables directement (Leplat 1997, Clot 1999, Rogalski 2013). Ces activités sont développées par des sujets (élèves mais aussi professeurs) lors de la réalisation de tâches, dans des situations qui, pour nous, sont le plus souvent de classe. Reprécisons que les tâches sont du côté des objets de l'action des sujets. Elles sont attachées à des buts à atteindre par l'activité. Pour les élèves, c'est essentiellement la résolution des exercices et des problèmes, et plus généralement, tout ce qui est proposé en classe par l'enseignant, y compris son écoute. Même si la « réalité », recherchée, de ce qui est proposé aux élèves dans une séance et de ce qui a été possible, n'est pas entièrement révélée par les analyses de la séance, cela n'empêche pas de chercher à s'en rapprocher.

Cela étant, pour travailler ce qui est proposé aux élèves, notamment en classe, ce sont les activités des enseignants qui servent d'indicateurs. Elles sont décodées et étiquetées en relation avec celles des élèves, à partir de l'ensemble des tâches, analysées globalement (le scénario prévu) et localement (analyses *a priori* des énoncés précis proposées). Ces activités des enseignants donnent accès au travail organisé en classe, pour les élèves, en termes d'activités possibles[13] pour les élèves, modulées par tout ce que l'enseignant y ajoute, notamment par ses discours et ses écrits au tableau (ou sur écran) – cela constitue les analyses *a posteriori* des déroulements.

---

[12] On a pu utiliser le mot de fréquentation pour insister sur cet aspect de recherche des activités développées par les élèves.

[13] On ne se donne pas les moyens d'étudier chaque élève.

Mais, et c'est le parti-pris fondamental de la double approche adoptée pour analyser les pratiques des enseignants (Robert 2001, Rogalski 2003, Roditi, 2005, Robert & Rogalski 2002, 2005), il est insuffisant de se limiter aux objectifs d'apprentissages des élèves et au travail de l'enseignant pour comprendre et rendre intelligibles les pratiques ordinaires des enseignants, avec leurs retombées sur les activités des élèves, notamment sur un moyen terme. Cela amène à élargir les analyses précédentes, en prenant en compte les déterminants qui pèsent sur le travail des enseignants, institutionnels, sociaux, personnels et aussi en étudiant les régularités et les diversités intra et inter-individuelles.

Avant de détailler ce que nous venons d'introduire, où l'on précisera notamment notre acception de la cohérence des pratiques des enseignants, nous détaillons du côté des élèves les éléments qui légitiment les analyses utilisées ici. Toutefois, dans les quatre extraits que l'on donnera plus loin, on ne reviendra pas à des analyses « complètes » des activités des élèves (faites ailleurs). On se limitera à exhiber un certain type d'activités d'élèves en relation avec les proximités recherchées.

1. Quels enjeux entre activités et apprentissages ? En amont des analyses de séances, conceptualisation visée, itinéraire cognitif, scénario.

Pourquoi cela a-t-il un sens d'étudier des caractéristiques, et lesquelles, des activités des élèves ? Dans notre cadre théorique, comme nous l'avons rappelé, les activités contribuent aux apprentissages. Mais ces contributions dépendent à la fois de ce que nous mettons sous le mot « apprentissages » et de la qualité de ces activités. Sont ainsi en jeu la nature mathématique des activités et la qualité du travail des élèves[14], modulées par ce que savent les élèves et ce qui est ajouté en classe par l'enseignant et les autres élèves. C'est pour renseigner précisément ces éléments que sont utilisées les analyses de séances, dans lesquelles s'inscrit la recherche présentée.

Nous prenons comme référence pour les apprentissages d'une notion visée (par exemple un concept, un théorème, un domaine…) le niveau de conceptualisation des connaissances attendues pour cette notion. Il est défini par la détermination d'un ensemble de tâches mettant en jeu la notion, conformément aux programmes, par la disponibilité des caractères objets et outils de la notion concernée (Douady 1986) et associés aux mises en fonctionnement attendues sur

[14] Autonome ou non, collectif ou non, long ou non.

ces tâches. Cette disponibilité inclut l'organisation des connaissances impliquées, nouvelles et anciennes (*cf.* champ conceptuel, Vergnaud 1991). Le niveau de conceptualisation est ainsi défini à partir des spécificités de la notion mathématique, à partir des programmes, en précisant les cadres et les registres (Duval 1995) à convoquer et le niveau de rigueur attendu[15] (types de raisonnements, formalisme et démonstrations).

Cependant, la conversion par les enseignants de ces objectifs à atteindre[16], plus ou moins précisés, en un ensemble d'activités pour les élèves n'a rien d'automatique. Elle aboutit à un itinéraire cognitif, associé à un ensemble de tâches et de savoirs, concrétisé par l'élaboration d'un scénario, plus ou moins accessible, ensemble ordonné de cours, d'exercices, d'évaluations. Les manuels aussi donnent des éléments de scénarios.

L'adéquation de ce scénario à l'apprentissage des élèves n'est donc pas transparente et nécessite, à nos yeux, d'aller regarder jusqu'au niveau des réalisations en classe. Les analyses mettent alors en jeu un certain nombre de variables, associées à des hypothèses partielles, issues des travaux de Piaget, de Vygotski, et des didacticiens, qui orientent l'élaboration d'indicateurs. Ces variables tiennent à la fois

- à la qualité de l'introduction de la notion visée, compte tenu de la nature de cette notion et en relation avec les connaissances déjà enseignées, la proximité du nouveau et de l'ancien et la prise de sens escomptée ;
- aux dynamiques prévues entre les exercices (et problèmes) proposés aux élèves et les cours (moments d'exposition des connaissances), en relation avec les difficultés connues des élèves,
- à la quantité, la qualité, la variété et l'ordre des tâches précises proposées et à leur robustesse (elles sont plus ou moins déformables par les déroulements),
- enfin à la qualité des déroulements et, finalement, aux activités possibles, si ce n'est effectives, des élèves.

Ainsi pour apprécier les apprentissages, il est nécessaire de développer plusieurs analyses simultanées, qui révèlent chacune des éléments signifiants. C'est dans ce cadre que se place l'étude partielle présentée

---

[15] Nous appelons « relief » sur la notion à étudier la description de ce niveau de conceptualisation, complété par les difficultés connues, répertoriées, des élèves, avec les résultats des études didactiques correspondantes.

[16] Correspondant au niveau de conceptualisation attendu, référence théorique du chercheur.

ici, qui ne porte que sur le dernier point, lié aux activités en classe suite aux déroulements et compte tenu de tâches uniquement complexes, sans mettre en jeu par exemple un autre élément également signifiant, l'ensemble des tâches proposées sur la même chose.

2. Les activités des élèves en classe : les données observables en classe, les analyses locales *a priori* et *a posteriori*

Les activités des élèves sont donc conditionnées par les choix de l'enseignant à divers niveaux, dont encore une fois on ne peut ignorer aucun si on veut accéder aux liens enseignement-apprentissages : tâches précises associées aux énoncés proposés ou aux cours, déroulements des séances, ensemble des tâches sur la notion visée, replacées dans l'histoire de la classe, évaluations prévues…

Ce sont les analyses *a priori* des tâches, conçues au sein de l'analyse du scénario, qui nous servent à circonscrire ce qui est en jeu sur le plan des mathématiques à utiliser. Elles nous servent aussi à apprécier les déroulements effectifs et les activités possibles, en référence à ce qui est attendu, comparé à ce qui est provoqué. Ces analyses mettent en jeu la détermination précise des connaissances à utiliser par les élèves, supposées disponibles ou non, et les adaptations attendues pour les résolutions demandées (Robert 1998, 2008, Horoks & Robert 2007), que nous reprendrons plus loin. La démarche sous-jacente tient au fait que les déroulements assurent non seulement plus ou moins de proximité entre ce qui est attendu et ce qui a lieu, avec des différences inévitables entre les élèves, mais peuvent aussi contribuer plus ou moins à la transformation attendue des activités en connaissances.

Il s'agit ainsi de déterminer des indicateurs suffisamment fiables, pour traquer et reconstituer quelque chose d'invisible à partir des observables recueillis pendant les séances et pour en organiser les analyses *a posteriori*. On travaille ainsi sur des traces de ces activités, en se basant sur les activités possibles des élèves, en définissant des activités *a minima* ou *a maxima* (on y revient ci-dessous).

En relation avec les dimensions théoriques globales déjà énumérées, associées à la qualité supposée des activités, on repère ainsi, autant que faire se peut, les formes de travail provoquées par l'enseignant (travail collectif ou individuel, recherche, correction…), les échanges qui peuvent s'installer en classe, entre élèves et/ou avec l'enseignant, avec les questions et réponses, le repérage de l'enseignant du travail des élèves et son exploitation, les diverses aides, les commentaires et autres explications…

3. Activités des élèves *a maxima* et *a minima*, un objet d'étude au centre de notre problématique

Nous travaillons sur les activités que les élèves ont pu faire (activités possibles), en relation avec ce qui est attendu sur un exercice donné. Certaines activités sont faites par tous les élèves[17]. Nous nous intéressons ici plus particulièrement aux activités qui ne s'inscrivent pas de cette façon dans la réalité de la classe.

De fait, certaines activités ou sous-activités prévues (par le chercheur), associées aux tâches proposées par l'enseignant, sont investies d'emblée par les élèves. Souvent cela concerne les bons élèves. On les a appelées *a maxima* pour indiquer qu'elles sont développées par les élèves rapidement, sans intervention complémentaire de l'enseignant. Il se peut que tous les élèves s'y mettent ; il se peut en revanche que certains élèves ne répondent pas aux questions correspondantes – cela ne veut pas dire qu'ils n'ont pas cherché ou n'ont pas commencé, mais qu'au mieux ils n'ont pas avancé suffisamment, ou n'arrivent pas à dégager et à formuler leurs idées.

Il se peut alors que l'enseignant enchaîne directement sur la suite de la tâche, se contentant du travail réalisé par seulement une partie des élèves, après correction ou non. Mais il se peut au contraire que des activités ou sous-activités complémentaires soient proposées, après les premières, sur les mêmes sous-tâches, investies par les élèves n'ayant pas encore agi suffisamment (on les a appelées *a minima*).

Souvent elles sont réduites par rapport aux précédentes, notamment par des interventions de l'enseignant. Ce dernier peut ainsi réduire la tâche en explicitant la sous-tâche difficile. Il peut aussi donner des indications ou des aides, qui modifient l'activité des élèves, en supprimant ou en facilitant par exemple telle ou telle reconnaissance ou encore en introduisant des étapes. C'est ce que nous appelons des aides à fonction procédurale, directe ou indirecte. Les aides procédurales indirectes consistent par exemple à réduire le questionnement des élèves sans donner complètement l'indication, en leur posant une question du type : est-ce qu'un théorème du cours pourrait s'appliquer ici ? Tout se passe comme si les activités *a minima* développées sur la même sous-tâche que les activités *a maxima* bénéficiaient d'aides supplémentaires. La grande question est de savoir s'il reste un enjeu pour les élèves, si leurs activités *a minima* les amènent à se rapprocher suffisamment des connaissances nouvelles visées afin qu'ils soient en mesure de les acquérir…

---

[17] Dans les analyses, elles seront repérées par « activités pour tous ».

Reprenons l'idée déjà esquissée que l'enseignant peut aussi s'appuyer sur le travail des élèves pour l'expliciter, le reformuler, en reprendre ce qui est général ou particulier, en redonner des justifications. C'est cette fois ce que nous appelons des aides à fonction constructive, en référence à l'amorce de la décontextualisation visée, constitutive de la conceptualisation. Les aides constructives peuvent contribuer à faire gagner des connaissances aux élèves en relation avec la tâche attendue. Leur association avec tel ou tel type d'activités peut mettre sur la voie de différences entre élèves. La grande question est cette fois de savoir si les aides supposées constructives vont bien assurer leur fonction, ce qui ne peut, de fait, vraisemblablement avoir lieu que moyennant une certaine proximité entre ce qui est visé par l'aide constructive et le déjà-là de chacun des élèves (ou d'un maximum d'élèves) : tout se passe comme s'il était favorable que cela se passe « dans la ZPD des élèves », ni au-delà, ni en deçà.

Autrement dit, pour un élève particulier, le développement d'une activité peut être associé à plusieurs types de « rapprochements » entre ses connaissances déjà-là et les connaissances qu'il doit apprendre. Sont en jeu, notamment la nécessité ou non de faire lui-même des adaptations, la nature de ces adaptations, les formes de travail, les découpages introduits par l'enseignant et ses interventions suite à l'activité de l'élève.

Il y a évidemment de gros biais sur l'identification de l'engagement des élèves dans les types d'activités (*a maxima*, *a minima*, *pour tous*) à partir de ce qu'on entend du discours de l'enseignant. Il s'agit de se faire une idée de l'existence ou non, selon la tâche, de ces types d'activités possibles. En effet, le signalement du caractère *a minima* d'une activité ou sous-activité associée à une tâche complexe indique une modification de l'activité attendue correspondante. Cela peut être associé à une prévision optimiste dans l'analyse *a priori* de la tâche, à un déroulement inadéquat pour certains élèves ou à une hétérogénéité grande des élèves. Quoi qu'il en soit, l'évolution correspondante des connaissances des élèves, à partir de leurs activités, en dépend, et l'investissement ou le non investissement d'une activité attendue conditionne sa transformation espérée en connaissances.

Nous allons interroger les extraits analysés en essayant de repérer des proximités en actes organisées par les enseignants et ce qui se joue alors de l'ordre des activités *a minima* et *a maxima*. Nous n'aborderons pas en revanche une autre question qui se pose pourtant avec force, celle du rapport entre ce qui peut se jouer dans la classe et ce qui se joue pour chaque élève…

4. Du côté des pratiques des enseignants de mathématiques : relier les proximités-en-acte développées en classe et la cohérence des pratiques

Nous présentons rapidement dans ce paragraphe des éléments théoriques qui fondent l'intelligibilité des pratiques enseignantes que nous travaillons, légitimant ainsi l'intérêt de notre étude.

Rappelons que le mot « pratiques des enseignants » qualifie, dans nos travaux sur le secondaire[18], l'ensemble des activités de l'enseignant développées avant, pendant, après la classe de mathématiques et hors la classe (Marcel 2004), en relation avec l'enseignement. L'usage du mot reste ainsi banal, non contraignant théoriquement. Nous admettons que ces pratiques sont complexes et cohérentes : de ce fait, quel que soit le découpage qu'on est amené à faire pour les étudier, elles ne se réduiront pas à une juxtaposition de composantes. Cependant, comme ce sont les apprentissages des élèves qui formatent en grande partie nos recherches sur les pratiques, nous nous restreignons au travail des enseignants de mathématiques en classe et pour la classe, au sens de Tardif et Lessard (1999) qui l'étudient comme une activité, un statut et une expérience. Ils utilisent aussi (ibid.) le mot « métier » et le mot « profession », que nous reprenons dans une acception mettant en jeu des collectifs, par exemple des groupes professionnels (Butlen & Robert 2012). Clot (1999) évoque à ce sujet l'activité de travail et les notions de style (individuel) et de genre (collectif) : notre inscription théorique est proche de son cadre, mais nous n'adoptons pas toutefois les méthodes de sa clinique de l'activité, qui convoquent moins que nous ne le faisons les contenus précis à enseigner.

Plusieurs idées doivent être prises en compte, de manière imbriquée, sur lesquelles nous reviendrons : l'hypothèse admise de la complexité des pratiques, qui met en jeu à la fois les apprentissages des élèves et l'exercice du métier, l'importance de l'étude de ce qui se passe en classe pour accéder à cette complexité et la nécessité d'inscrire les choix « locaux » ainsi mis en évidence dans une cohérence individuelle qui étaye la complexité. C'est ce qui donne sens à la recherche des proximités-en-acte, qui interviennent dans les choix locaux des enseignants, et à leur inscription dans la cohérence des pratiques étudiées, qui en assure la récurrence.

Nos analyses de pratiques s'attachent ainsi à la description des activités des enseignants, mot que nous réservons à des segments

---

[18] Collège et lycée, l'enseignant n'enseigne que les mathématiques (à de rares exceptions près.

précis et bien délimités de leur travail, associés à ce qu'ils développent dans des situations d'enseignement : la préparation d'un cours, le déroulement d'une séance, la mise en acte de proximités avec les élèves, l'évaluation des copies, etc. Là encore, le chercheur doit se contenter, pour inférer des activités, d'observables oraux, écrits, directs (en classe) ou indirects (suite à des entretiens), représentant les traces de ces activités, qui mettent en jeu aussi l'état des sujets. On peut se demander dans quelle mesure ces activités de l'enseignant, en classe et pour la classe, sont ou non variables par exemple, fortuites ou régulières, modifiables ou non, et chercher plus globalement de quoi elles dépendent, apprentissages visés, conditions d'exercice du métier et personnalités en présence.

Cette étude des pratiques met ainsi en jeu une double perspective, même si nous ne le développons pas ici : elle se fait en relation avec les activités correspondantes des élèves, et leurs apprentissages, comme exposé ci-dessus, et aussi en relation avec l'exercice même du métier, pour un détour que nous sommes arrivés à considérer comme incontournable (Robert 2001). Les contraintes correspondantes influencent en effet trop les choix et décisions pour qu'on puisse les ignorer, et faire comme s'ils étaient pris en vue des seuls apprentissages : par exemple, le nécessaire respect des programmes, les contraintes liées à l'établissement, la spécificité de la classe, à l'origine de certaines habitudes que l'enseignant partage avec la classe, certaines répétitions, certaines récurrences. C'est ce qui justifie la double approche didactique (en référence à ce qui concerne les apprentissages) et ergonomique (en référence à ce qui concerne le métier (Robert & Rogalski 2002).

Un certain nombre de travaux menés avec la méthodologie mise au point dans la double approche, en termes de composantes[19] (Rogalski et Robert 2002), et de niveaux d'organisation[20] des pratiques, (Masselot et Robert 2007) permettent de confirmer la complexité et la stabilité des pratiques des expérimentés en régime de croisière, stabilité déjà vérifiée dans d'autres recherches sur les pratiques (Crahay 1989) et dans quelques recherches en didactique des mathématiques (Robert 2007), notamment en ce qui concerne les choix de déroulements et la composante médiative. C'est une réponse à la question posée ci-dessus : les activités des enseignants présentent

---

[19] Cognitive en lien avec les choix de contenus), médiative (en lien avec les choix de déroulement), institutionnelle et sociale (en lien avec les programmes et autres contraintes), personnelle.

[20] Local, global et micro.

des régularités intra-individuelles. Pour nous, c'est la cohérence qui est, en partie, à l'origine de ces invariants des pratiques, correspondant à des éléments imbriqués des différentes composantes. La cohérence des pratiques joue à la fois pour générer la stabilité et pour la renforcer du même coup. Et c'est le point important : qui dit stabilité des pratiques dit récurrence et, probablement, effets répétés sur les élèves, mais postule aussi l'existence d'éléments générateurs de la stabilité, à un niveau global, adaptables à chaque situation.

Nous mettons précisément sous le mot de cohérence ce qui fait tenir ensemble et révèle, pour un enseignant, ses choix, ce qui traduit l'unité du métier qu'il exerce, ce qui préside à la possibilité du chercheur de recomposer les composantes. Y participent les routines et automatismes, y compris langagiers, utilisés par l'enseignant, que nous ne cherchons pas dans cet article. Par-delà les besoins sur l'élaboration répétée des scénarios et des tâches précises, et pour la gestion des séances, l'exercice du métier demande et crée cette cohérence globale, qui, encore une fois, renforce la stabilité et est renforcée par elle. L'enseignant ne peut pas à chaque rentrée, à chaque nouveau chapitre, à chaque classe, recommencer à réfléchir « à zéro ». Il doit intégrer et s'appuyer sur son expérience et disposer de schèmes[21] organisant son travail. La cohérence se traduit ainsi par une certaine invariance dans les activités mais elle les « dépasse », mettant aussi en jeu une recomposition globale invariante des différentes composantes, sur laquelle l'enseignant s'appuie, qui conforte ses choix. C'est sans doute une condition *sine qua non* pour exercer son métier de manière satisfaisante, pour ne pas être dans une trop grande incertitude, pour durer, pour rayonner même. La composante personnelle, qui reflète notamment les conceptions globales de l'enseignant, ses connaissances, ses expériences, ses représentations métacognitives, oriente ses choix cognitifs et médiatifs, qui doivent aussi s'inscrire dans la manière dont l'enseignant veut tenir compte des contraintes institutionnelles et s'adapter à la réalité sociale qui lui est propre, sur un temps long. Les choix disciplinaires sont ainsi fonction des besoins didactiques qui sont pensés en relation avec les choix pédagogiques mais aussi avec les objectifs disciplinaires, l'enseignant tissant au quotidien et globalement des liens dans tous les sens, renouvelés, mais en partie analogues d'un jour à l'autre, d'une année à l'autre. Mais ces choix s'inscrivent et doivent pouvoir s'inscrire dans la cohérence de l'enseignant, tout le problème est là. Il y a cohérence quand tout cela tient ensemble globalement, au moins en termes de ressentis, quand l'enseignant peut établir une sorte de

[21] Même si nous n'allons pas jusqu'à utiliser cette notion dans nos analyses.

bijection entre ce qui dépend de lui (d'après lui), ce qu'il peut faire et ce qu'il y aurait à faire.

Du coup, la cohérence joue à la fois comme appui, aide et comme élément réducteur à certains égards, car tout est « lu » avec ce filtre par l'enseignant. Lorsqu'il prend connaissance d'une ressource, d'un programme, d'un document, il ne lit pas tout de la même façon, il cherche d'emblée ce qui s'inscrit bien dans, voire renforce, ce qu'il fait habituellement, en relation avec ses élèves. Il « voit moins » le reste, le minore (*cf.* l'enseignant expert de Tochon, 1993, ou les caricatures de Galpérine, 1966). Cela n'est pas sans rappeler ce que Jodelet (1989) et Abric (1987) décrivent en termes de noyaux de représentations, très stables et d'éléments périphériques, plus variables, mais dont les modifications n'ébranlent pas le noyau dur… Ces sélections ne sont pas nécessairement conscientes ! Et pas toujours possibles : il peut y avoir un ressenti d'incohérence lorsqu'une telle lecture s'avère impossible, s'il devient impossible de « ramener » suffisamment ce qui est proposé à du connu, qu'on peut intégrer… parce qu'il y a trop de contradictions dans les demandes supposées ou parce qu'il y a trop de distance ou de contradiction entre les composantes en jeu et les demandes. Car si la disponibilité assure une adaptation maximale, c'est parce qu'elle s'inscrit dans un ensemble de possibles assurés. Le contraire peut engendrer rejet pur et simple, ou reprise partielle, ou grand malaise lié à une incertitude peu compatible avec les disponibilités déjà citées… De fait certains enseignants déclarent « faire leur marché » dans ce qui leur est imposé, en ne retenant que ce qui s'inscrit dans leur cohérence. Peut-on y lire la recherche d'une proximité individuelle à mettre en relation avec une ZPD des pratiques professionnelle (ZPDP) ? L'importance de la recherche des cohérences individuelles nous semble avoir été bien illustrée – nous n'en travaillons qu'un aspect mais nous pensons avoir justifié la démarche.

Ainsi, dans ce que présentons ici, l'association d'activités locales, en classe, supposées récurrentes et importantes pour les apprentissages, à la cohérence, donne accès à une perspective à moyen et long terme, à la fois pour ces apprentissages, à cause des répétitions qui en résultent, et pour des caractéristiques des pratiques.

PROXIMITES EN ACTE DEVELOPPEES PAR LES ENSEIGNANTS : METHODOLOGIES DES ANALYSES DE SEANCES

Nous allons présenter, dans la section suivante, à titre d'exemple de ce que nous interrogeons dans cet article, des analyses locales (limitées) de moments de travail en classe, sur des exercices travaillés ou corrigés dans deux classes de troisième au collège (15 ans) et dans deux classes de seconde au lycée général (16 ans). Dans tous les exemples, il s'agit de tâches complexes. Nous traquons les proximités en actes mis en œuvre par les professeurs en relation avec les activités possibles des élèves, plus particulièrement les activités *a maxima* et *a minima* s'il y en a. Rappelons que tout jugement de ces choix est évidemment exclu, il s'agit d'analyses

Plus précisément, nous cherchons à rendre compte, dans nos analyses, de la manière dont la complexité de la tâche prévue est gérée par l'enseignant, en termes d'activités d'élèves, pendant la recherche en classe ou pendant sa correction : il s'agit de dépasser l'étude chronologique des déroulements (par exemple) et de revenir sur la globalité de la tâche, en reconstituant à quoi les différentes sous-activités des élèves ont pu finalement leur donner accès. L'enjeu est ainsi d'apprécier la proximité, organisée en partie par l'enseignant, entre la tâche prévue et l'activité possible (sur la tâche complexe globale) des différents élèves pour mieux comprendre sur quoi leur travail a porté. Cela conduira à discuter ce qu'on peut en attendre en termes d'acquisition, en faisant intervenir les ZPD.

Dans tous les exemples, l'accès aux séances de classe se fait par l'intermédiaire d'une vidéo tournée en classe, la caméra étant posée par l'enseignant au fond de la classe et laissée durant toute la séance. La vidéo est transcrite et nous recueillons éventuellement des documents supplémentaires (entretiens). Dans les séances traditionnelles, cela se fait sans observateur dans la classe tandis que dans les séances TICE[22], des binômes d'élèves sont observés directement, complétant ainsi ce qui est recueilli avec la caméra.

Avant de développer les exemples, nous précisons la méthodologie suivie pour nos analyses, dont nous ne montrons ici qu'un aspect, lié à la problématique précise explorée. Cette méthodologie ne s'implémente pas de la même façon dans les différents exemples, en raison des spécificités des séances. En particulier, dans les exemples 3 et 4, les élèves travaillent soit en petits groupes, soit en binômes, et on

[22] Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement.

ne peut pas repérer les activités *a maxima* et *a minima* uniquement à travers l'analyse du déroulement de la séance et notamment à travers l'analyse seule du discours du professeur. En outre, dans l'exemple 4, c'est la correction de l'exercice qui est analysée, suite à ce travail en petits groupes, et là encore on ne peut pas rendre compte non plus directement des activités précédentes des élèves.

1. Les différentes sous-activités attendues sur des tâches complexes

En relation avec les connaissances mathématiques en jeu et en lien avec leurs adaptations attendues (Robert 2008), nous distinguons dans les tâches complexes :

- des (sous)-activités de reconnaissance d'outils ou d'objets mathématiques à mettre en fonctionnement : ce sont les théorèmes ou propriétés concernés, supposés disponibles[23] ou non, ou/et l'identification des modalités d'applications de ces théorèmes ou propriétés à mettre en fonctionnement. Cela peut comprendre des choix de connaissances, forcés ou non, selon les alternatives existantes[24]. Il y a plusieurs niveaux de disponibilité (objet, outil), selon que ça inclut la reconnaissance du fait que la connaissance doit être utilisée (comme outil) ou que c'est la définition ou une propriété, à adapter au contexte, qui est uniquement en jeu (comme objet),
- des (sous)-activités d'organisation du raisonnement global : il s'agit de repérer les différents raisonnements précis à mener, avec les étapes éventuelles et leur ordre, les reprises de questions précédentes, les interprétations[25].
- des (sous)-activités de traitement interne : il s'agit des constructions de figure, des calculs à effectuer, du travail sur les formules, simple remplacement des données par leurs valeurs ou transformations, équivalences, implications, mais aussi de l'introduction d'intermédiaires, notations ou expressions, des changements de registres ou de points de vue (imposés ou choisis) et des mélanges de cadres éventuels (imposés ou choisis)[26].

[23] Sans indication explicite dans l'énoncé.

[24] Cela réfère aux adaptations appelées A1 (reconnaissance des modalités d'application) et A6 (choix, forcé ou non).

[25] Cela réfère aux adaptations appelées A4 (étapes et raisonnements) et A5 (utilisation de questions antérieures).

[26] Cela réfère aux adaptations A2, A3 (introduction d'intermédiaires, mélanges de cadres et registres, travail interne).

Cette liste devrait être complétée par des activités transversales de formulation (en particulier à l'oral) et de rédaction (pour l'écrit), non étudiées ici. Chacun des exercices fait ainsi l'objet d'une analyse en ces termes.

2. Méthodologie d'analyse des déroulements proprement dits

Pour apprécier les sous-activités possibles des élèves, nous repérons, en relation avec les catégories précédentes, les différentes sous-activités attendues. Elles servent de balises pour étudier les déroulements et inférer les activités possibles. D'une part, nous les identifions, et d'autre part nous les complétons, le cas échéant, par d'autres sous-activités introduites par l'enseignant.

En ce qui concerne les déroulements eux-mêmes, nous notons les formes de travail des élèves et leur nature, en complétant par des indications de durée : en effet, un travail oral collectif (recherche ou cours dialogué) ne va pas engendrer les mêmes activités qu'une recherche individuelle, par exemple ; laquelle n'aura pas les mêmes conséquences selon sa durée. Cependant cette dernière indication doit être combinée à d'autres, car une même durée peut engendrer des activités différentes selon les élèves. Les phases d'écrit collectif sont aussi signalées. Un travail oral collectif ne donne pas toujours lieu à des activités où tous les élèves s'engagent suffisamment : cela peut être appréhendé par la durée de l'épisode et par le fait que l'enseignant reprend une première réponse correcte rapidement donnée par un élève, la valide et continue, en engageant les élèves vers d'autres (sous)-activités. En revanche une recherche individuelle longue durant une séance TICE ou un travail en petits groupes peut laisser supposer que beaucoup d'élèves se sont approprié la question posée, voire ont commencé à chercher.

Un certain nombre d'interventions significatives de l'enseignant sont recherchées et associées au déroulement des sous-activités correspondantes, notamment ce qui encadre la sous-activité (début et fin) en termes d'injonctions, de questions, de réponses, d'aides, procédurales et/ou constructives, de validations et ce qui la définit en termes de commentaires et de corrections.

Tout cela permet de donner une idée des (sous)-activités attendues et des activités possibles des élèves, sous forme d'activités *a maxima, a minima* ou *pour tous,* en regard du déroulement organisé par l'enseignant, et permet aussi d'y associer ou non des aides de l'enseignant.

LES ANALYSES DES QUATRE EXEMPLES ET LES RESULTATS

Les exercices dont nous analysons des extraits ici ne sont pas nécessairement récents – mais ils nous semblent révélateurs de proximités-en-acte qui continuent à exister et qui posent la question des activités possibles des élèves, en relation avec les ZPD correspondantes.

Les deux premiers exercices mettent en jeu le théorème de Thalès en classes de troisième. Ils sont proposés après le cours correspondant (exposition des connaissances) et les tâches ne sont ni simples ni isolées, donc sont complexes : elles demandent des adaptations de ce théorème et mettent en jeu des mélanges avec d'autres connaissances, algébriques en l'occurrence, sur les rapports liés au théorème de Thalès. Les analyses que nous allons présenter s'appuient sur des extraits de vidéo disponibles sur un site internet (celui des Presses Universitaires de Franche Comté) associés à l'ouvrage correspondant, où se trouvent des analyses complètes des séances (Robert & al. 2012). Ces deux premiers exercices sont proposés par deux enseignants différents, le premier se passe dans une classe de troisième d'un collège favorisé et le deuxième est travaillé dans une classe de troisième d'un établissement défavorisé (type ZEP). Des tableaux permettent de montrer ensemble tous les éléments qui nous intéressent.

Les deux autres exemples mettent en jeu la notion de fonction dans des problèmes de modélisation en classes de seconde. Ils donnent à voir successivement la correction d'un exercice géré dans la classe en petits groupes, et la recherche par deux binômes d'élèves d'un exercice mettant en jeu un logiciel (Géogébra). Dans les deux cas, les tâches choisies par le professeur sont des tâches complexes. Il faut en particulier reconnaître qu'une ou des fonctions permettent de résoudre le problème qui se pose. Compte tenu des gestions de classes particulières, il est beaucoup plus difficile de décrire en toute généralité les activités des élèves mais les éléments que nous pourrons dégager des proximités-en-acte des enseignants nous renseignent autrement sur les acquisitions possibles.

1. Le premier extrait : une recherche en classe en troisième dans un collège favorisé

Voici l'énoncé du premier exercice où on ne s'intéresse qu'à la première question.

EFG est un triangle tel que EF=5 EG=7 FG=9 (en cm) M $\in$ [EF] et on pose EM = x N $\in$ [EG] et tel que (MN)//(FG) 1) Exprimer EN et MN en fonction de x 2) Calculer x pour que le périmètre du trapèze MNGF soit égal à 19,8 cm

Figure 1. – Enoncé du premier exercice en classe de troisième favorisé

Une analyse sommaire de la tâche de la première question

Après avoir tracé la figure, on reconnait une utilisation du théorème de Thalès qu'il faut adapter en remplaçant par x la longueur EM qui intervient dans les rapports.

Une analyse succincte des sous-activités attendues et possibles (Robert, 2007)

Le tableau en figure 2 résume les éléments permettant ces analyses. Nous le commentons en mettant en regard ce qui est attendu (en résumé) et ce qui se passe. © désigne une sous-activité investie par tous les élèves ; @ une activité supposées *a maxima* ou *a minima* (c'est précisé). OC signifie « Oral collectif » ; RI signifie « Recherche Individuelle » et EC signifie « Écrit Collectif au tableau ».

<table>
<tr><td rowspan="2">Extrait 1
(début de la première question)
Sous-tâches attendues
Indications sur la manière dont ça commence et ça finit</td><td colspan="3">Forme du travail en classe avec les durées</td><td>Indications sur le déroulement
Discours du professeur sur chaque sous-tâche</td><td rowspan="2">Activités des élèves
a maxima,
a minima,
pour tous</td></tr>
<tr><td>OC
5’35</td><td>RI
4’05</td><td>EC
4’50</td><td>Début, pendant, fin
Aides</td></tr>
<tr><td>Construction explicite de la figure (demandée)
Fin</td><td></td><td>X
(2’)</td><td></td><td>« Vous faites une figure »

L’enseignante corrige seule quelques minutes après</td><td>©
Pour tous</td></tr>
<tr><td>Inattendu (demande d’élève) : vraie grandeur ?
Inattendu (professeur) marquer hypothèses et conclusions - ajout d’une sous-tâche (inutile ?)</td><td>X</td><td></td><td></td><td>Réponse du professeur à une question sur la figure ;
Le professeur entoure en couleurs</td><td>@
A maxima</td></tr>
<tr><td>Reconnaissance explicite de la situation (demandée)
(géométrie)
Fin</td><td>X</td><td></td><td></td><td>« Ca fait penser à quelle situation ? »
(réponses d’élèves)
« c’est comme d’habitude, mais M et x variables »</td><td>@
A maxima</td></tr>
<tr><td>Inattendu : variations de x (demandé par le professeur)
Traitement interne
Fin</td><td>X</td><td></td><td></td><td>« x est une variable, Il va varier de quoi à quoi ? »
réponses d’élèves orales validées (reprises telles quelles par l’enseignante)</td><td>@
A maxima</td></tr>
<tr><td>Organisation (stratégie) explicite (demandée) et reconnaissance</td><td>X</td><td></td><td></td><td>« Comment on va procéder ? »
(des élèves : Thalès)</td><td>@</td></tr>
</table>

implicite propriété à utiliser Fin				validé par l'enseignante avec une justification brève – droites parallèles… (constructif ?)	*A maxima*
Question d'élève sur la place de M				Réponse du professeur	
Traitements internes : **Demandée** explicitement : l'écriture des rapports de longueurs fin (rédaction partielle par élève au tableau) puis travail algébrique sur les 2 rapports qui servent : **écriture et traitement demandés** fin (rédaction un élève au tableau)		X 1'25		« *Bon alors vous démarrez, allez-y … on applique son théorème de Thalès en le rédigeant comme on l'a fait …* » (aide procédurale) Écriture collective rédigée au tableau du théorème de Thalès	© Pour tous
		X 40	X 2'10 X 2'40	Surveille et encadre l'élève au tableau, guide la rédaction « *Alors on y va. On écrit EN en fonction de x et on écrit MN en fonction de x* » (aide procédurale)…… « *Donc la nouveauté c'est que justement il faut qu'on fasse un calcul en traînant entre guillemets x* » (aide constructive ?) Surveille et encadre l'élève au tableau Correction	© tous

Figure 2. – Tableau d'analyse du premier extrait

La première sous-activité attendue relève d'un traitement interne : il s'agit de faire une figure à partir des données - cette première étape n'est pas indiquée explicitement ; la technique de tracé n'est pas précisée, notamment pour les droites parallèles, et les données numériques n'excluent pas une construction en vraie grandeur, sauf pour le point M. Tous les élèves s'y mettent, engagés par l'enseignant (2 minutes).

Une sous-tâche (peu utile ici) est introduite, consistant à indiquer en couleurs hypothèses et conclusion (avec un piège sur la dernière question, dans laquelle une hypothèse est un peu cachée). Seuls quelques élèves semblent y travailler (*a maxima*). Le professeur corrige et encadre juste en couleur sur l'énoncé les deux types de phrases.

Suivent, en deux temps, des sous-activités introduites par le professeur de reconnaissance et d'organisation du raisonnement (géométrie au départ, reconnue au moins *a maxima*, introduction nouvelle de *x* soulignée par l'enseignante).

Entre la demande de reconnaissance « générale » de la situation géométrique et le début de la recherche de stratégie, l'enseignante insère une sous-tâche inutile ici, mais qui rappelle peut-être le travail algébrique : l'intervalle de variation de x. Quelques élèves s'y engagent clairement (*a maxima* ?). La réponse est reprise très rapidement par l'enseignant, sans commentaire.

Suit la demande de reconnaissance plus précise du fait qu'il faut utiliser le théorème de Thalès dans la figure (sous une forme déjà donnée en quatrième), alors même qu'il va falloir l'utiliser en adaptant son énoncé : il faudra en effet dans les rapports, déduits du cours, remplacer la longueur EM par le nombre *x* et les autres longueurs par les données numériques. Le théorème n'est pas indiqué, cependant sa disponibilité ainsi supposée ne semble pas une contrainte très forte car la figure proposée est très emblématique de cette utilisation, déjà revue avant dans la classe. Quelques élèves répondent. L'enseignante en interroge un et reprend rapidement la réponse indiquant l'utilisation du théorème de Thalès – là encore on peut supposer que les activités sont *a maxima*. La seule trace d'aide constructive est la citation des droites parallèles à l'appui du choix du théorème de Thalès, introduite par un « évidemment ».

Toutes ces sous-activités *a maxima* ont lieu à l'oral, sans correction écrite. L'ensemble dure 5 minutes. Ainsi les activités de reconnaissance de ce qui peut être utilisé et d'organisation des raisonnements – recherche de stratégie – complétées par deux questions complémentaires inutiles dans la résolution strictement dite, sont provoquées immédiatement par l'enseignant (phrase de début) et donc explicitées, dans une phase d'oral collectif assez longue, où l'enseignant découpe les questions, et où quelques élèves répondent et sont interrogés. Les activités *a maxima* qui en découlent (c'est notre appréciation) donnent lieu à une rapide validation orale du choix du théorème (phrase de fin), qui complète les réponses d'élèves (il s'agit d'une situation géométrique « *comme d'habitude, mais M et x variables* », puis on utilise le théorème « *car il y a des droites parallèles* »). Il n'y a presque pas d'aide constructive sur cette extension de l'utilisation du théorème et son intérêt. Ces activités précises de certains élèves ne sont pas reprises. Il n'y a donc pas d'activités *a minima* à la suite, il n'y aura pas d'autres corrections. L'enseignant continue la résolution en intégrant ce qui vient d'être proposé à l'oral. Autrement dit, pour les élèves qui ne se sont pas engagés dans les activités *a maxima*, on peut rester perplexe sur leur travail au moment des activités de reconnaissance, qui restent éloignées de ce qu'ils ont fait.

En revanche, tout ce qui suit relève de traitements internes, très découpés, cherchés d'abord et corrigés au tableau. Il semble ainsi qu'il y ait à partir de ce moment-là des sous-activités *pour tous*.

Après une recherche individuelle (1 minutes 25 secondes), l'écriture du théorème est d'abord corrigée au tableau (par un élève), avec une rapide phrase justificative et en gardant les longueurs de segments dans les rapports (2 minutes 10 secondes). Une petite recherche de tous (40 secondes) débute la deuxième sous-activité de traitement interne, qui est corrigée au tableau par un élève (2 minutes 40 secondes). Cette sous-activité se place dans le seul cadre algébrique, et amène à faire une transformation algébrique sur des quotients qui font intervenir des nombres et des lettres, ceci deux fois de suite, de manière indépendante. Là encore les calculs sur les fractions en jeu sont familiers aux élèves.

Ainsi les activités d'applications immédiates, ou avec des transformations internes, sont proposées en recherche individuelle, avec un certain temps (au début pour la construction de la figure, suivant le balisage de l'exercice pour le traitement interne associé à l'utilisation du théorème de Thalès). Ces activités *pour tous* sont là encore provoquées par une phrase de l'enseignant. Du temps est laissé aux élèves en recherche individuelle. Elles sont corrigées au tableau au fur et à mesure, sous le contrôle strict de l'enseignant. Ce dernier introduit même une étape dans le traitement interne, en faisant d'abord corriger l'écriture du théorème puis, après une nouvelle petite recherche, en faisant corriger le seul traitement algébrique.

Les commentaires sur les activités de traitement interne sont procéduraux, précédant la sous-activité, comme si l'enseignant voulait absolument que tous les élèves s'y engagent. Un seul commentaire constructif est donné, avant le travail correspondant des élèves, renforçant le point visiblement important pour l'enseignant : « *Donc la nouveauté c'est que justement il faut qu'on fasse un calcul en traînant entre guillemets x* ».

Le travail sur cet exercice participe ainsi de l'apprentissage d'une utilisation non immédiate du théorème de Thalès, dans une tâche comprenant plusieurs adaptations, notamment le mélange des cadres algébrique et géométrique dont l'enseignant indique que c'est la première fois qu'il est demandé aux élèves dans ce contexte. On peut évoquer un travail sur la disponibilité « objet » de ce théorème.

On constate que les élèves développent soit des sous-activités *a maxima*, qui ne sont pas reprises, même réduites, soit font tous les activités. **Il n'y a pas de sous-activités *a minima*** : une fois indiqué le raisonnement et la stratégie, ce qui a donné lieu à une activité pour certains seulement, tous les élèves sont engagés dans la suite – le traitement interne, comme s'ils avaient adopté les résultats des activités *a maxima* précédentes. Cependant, toutes les activités sont introduites par l'enseignant, rapidement, au fur et à mesure : la complexité correspondante à la globalité de la tâche n'est pas laissée aux élèves.

Proximités-en-acte et cohérence de l'enseignante, confirmées par elle-même

Pourquoi ces choix ? Interrogé sur ses habitudes de déroulement, cette enseignante a confirmé que ce mode de gestion est habituel, et elle a expliqué qu'elle veut notamment que tous les élèves aient rapidement quelque chose à faire et des traces correctes (correction modèle) – et qu'elle accorde beaucoup d'importance au calcul algébrique dans ce contexte géométrique (*cf.* brevet).

L'enseignante concernée, dont nous avons étudié beaucoup de séances au début des années 2000, a développé des logiques d'action que l'on peut déduire de nos analyses de séances et d'un entretien sur ses pratiques, à propos d'une séance filmée (Robert 2007).

En géométrie, comme on l'a vu, elle propose aux élèves des tâches complexes assez rapidement après le cours sur la notion. Mais elle ne laisse jamais chercher d'emblée, ni plus de cinq minutes, ni en petits groupes, redoutant de perdre la main et aussi de faire perdre leur temps aux élèves qui ne démarrent pas, comme elle l'a explicité après la séance. Elle organise délibérément une recherche collective rapide, orale, en amont du travail individuel des élèves, n'hésitant pas à découper les tâches en sous-tâches explicites au bout d'un certain temps, avec toujours le souci que tous les élèves aient quelque chose « à faire », ce qui l'entraîne à réduire en séance, pour certains, s'il y a lieu, les tâches complexes. Il y a déjà là une forme de proximité-en-acte mais seulement avec ces élèves-là. Elle prend le risque, comme on l'a vu, de minorer pour les autres les sous-activités liées à l'organisation du raisonnement. Elle insiste sur la recherche des hypothèses et de la conclusion. Mais elle ne développe pas de discours sur une méthode éventuelle pour démarrer, qui pourraient ainsi contribuer à développer une disponibilité « outil » chez les élèves. En revanche elle peut mettre en place des stratégies qui s'appuient sur la conclusion – mais elle n'explicite pas les changements de points de vue qui pourraient contribuer à faire élaborer à certains élèves cette disponibilité « outil », comme cela a été suggéré ci-dessus.

Ses corrections, qui portent essentiellement sur les traitements internes, sont des modèles, écrits au tableau, qui, et elle le répète, montrent ce qu'il faut écrire, et sur lesquels elle compte pour que les élèves plus lents se rattrapent (autre forme de proximité-en-acte « différée ») ; elle insiste aussi beaucoup sur les formats de rédaction à respecter, ne reculant pas devant l'évocation des futurs contrôles pour motiver l'écoute les élèves. Un certain nombre d'habitudes sont ainsi visiblement développées tout au long de l'année. Tout se passe comme si l'enseignant « rapprochait » tous les élèves d'une certaine disponibilité du caractère objet des notions (théorème de Thalès, résolution d'équation), en les laissant développer et en corrigeant des activités liées à leur application. En revanche la disponibilité outil de ces mêmes notions, qu'on peut supposer associée à des activités de reconnaissance et d'organisation, serait seulement réservée à une partie des élèves, plus rapides, avec des sous-activités *a maxima* non reprises.

On retrouve que ces choix ne dépendent pas seulement des stricts objectifs d'apprentissage – ce serait d'ailleurs bien difficile à définir compte tenu de l'hétérogénéité des classes. Ils traduisent aussi la prise en compte des déterminants liés au métier : des contraintes de programme qui rendent certains exercices incontournables, des habitudes de gestion qui deviennent des appuis pour l'enseignante, la nécessité de faire travailler ensemble des élèves rapides et d'autres qui le sont moins, des élèves qui travaillent chez eux et d'autres qui travaillent surtout en classe, engendrant les proximités-en-acte esquissées ci-dessus. Tout cela s'élabore à moyen terme, et assure la récurrence des réalisations à chaque séance, à court terme.

2. Le deuxième extrait : une recherche en collège ZEP (zone d'éducation prioritaire[27]), toujours en classe de troisième

Voici l'énoncé de l'exercice, dont nous n'étudions la résolution que du début :

Le point B appartient au segment [AC], le point D au segment [AE] et les droites (BD) et (CE) sont parallèles. Les longueurs sont exprimées en centimètres.
On donne AB=x ; BC=4,5 ; CE=8 et BD=5. Calculer x.

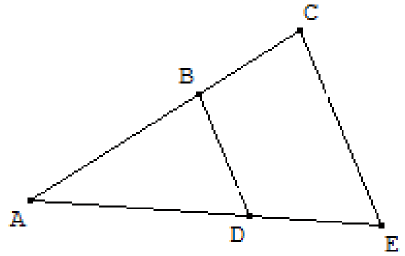


Figure 3. – Enoncé du second exercice en classe de troisième ZEP

La figure est donnée avec l'énoncé.

Une analyse sommaire du début de la tâche

Après avoir reconnu l'utilisation du théorème de Thalès, il faut l'adapter au contexte de l'exercice en remplaçant la longueur AC par $x + 4,5$ puis, dans la partie que nous n'étudions pas ici, résoudre une équation « quotient » qui se ramène à une équation du premier degré.

Une analyse succincte des sous-activités des élèves (pour le début de l'exercice)

La première sous-activité attendue est, comme dans le premier extrait, une activité de reconnaissance et d'organisation du raisonnement (passer de la géométrie à l'algèbre) : il s'agit de reconnaître que le point de départ est géométrique et qu'il faut utiliser le théorème de Thalès dans la figure, en adaptant l'énoncé (donné là aussi en classe de quatrième). Il faut en effet, dans les rapports, remplacer la longueur AC par l'expression $4,5 + x$, ce qui constitue un calcul intermédiaire et une étape, tandis qu'il faut remplacer les autres longueurs par les données numériques.

[27] Établissement fréquenté par des élèves en grande majorité défavorisés socialement.

Le théorème n’est pas indiqué, cependant comme dans le premier extrait sa disponibilité ne semble pas une contrainte très forte, la figure proposée étant familière et le théorème ayant déjà été revue dans la classe. Notons toutefois que le cours actuel porte maintenant sur la résolution des équations « quotients » et donc que, contrairement au contexte du premier extrait, l’exercice ne se situe pas dans la directe continuité du cours sur le théorème de Thalès. Ce travail peut contribuer à installer une disponibilité « outil » du théorème de Thalès. On constate que cet aspect n’est pas dégagé par l’enseignant, vu la place que prend le traitement interne.

Nous n’analysons pas la deuxième sous-activité de traitement interne, qui se place dans le seul cadre algébrique, et qui amène à reconnaître une équation « quotient », à la transformer en une équation du premier degré équivalente et à la résoudre. Nous restons focalisés sur la mise en fonctionnement du théorème de Thalès.

Extrait 1 Sous-tâches attendues Indications	Forme du travail de classe avec les durées			Indications sur le déroulement Discours du professeur sur chaque sous-tâche	Activités *a maxima*, *a minima*, pour tous
	OC	RI	EC	Début, pendant, fin Aides	
Introduction		X (1’)		« *Je vous donne un exercice … c’est lié avec de la géométrie comme ça … ça permet de faire d’une pierre deux coups on fait les deux mélangés. Cherchez* »	© Tous
Recherche sur l’exercice, (**Reconnaissance** du démarrage, de la situation proposée) Ajout (oubli au tableau) : les droites sont parallèles Quel point de départ ? (inattendu) Fin		X (5’)		« *La figure vous l’avez. L’exercice c’est calculer x. Débrouillez-vous… Vous avez le droit à tout ce que vous voulez du moment que ça marche* » Recherche individuelle avec interventions collectives (5’) « *Qu’est-ce que ça vous donne comme point de départ ? Dites-vous si j’avais pas_x, qu’est-ce que je ferais ?* » Reprise d’un élève et validation : c’est un point de départ géométrique	© Tous

Retour sur les deux points de départ **Reconnaissance du théorème à utiliser** Fin	 X (1’) X (1’)	X (6’)		Reprise du point de départ géométrique : le point de départ numérique ne marche pas. « *Vous êtes partis sur quel théorème ?* » Le professeur valide la réponse d’un élève (Thalès) – Demande de justification et reprise de la justification d’un élève	 © Tous
Traitement interne : première étape - avec les rapports de longueurs Première rédaction Fin			X (4’)	Demande : écriture de la formule avec les rapports de longueurs sans s’occuper de ce qu’on demande, comme d’habitude (un élève au tableau) Justification de la formule rappel sur la rédaction et anticipation d’une erreur d’écriture des longueurs à faire intervenir : il faut des côtés de triangles	 © Tous
Traitement interne numérico-algébrique Identification du problème de AC Échec Détour avec l’enseignant par des cas plus simples pour trouver AC Fin	X (4’)	 (X)		L’enseignant remplace par les données connues dans les deux rapports « *Qu’est-ce qui est compliqué ?* » Aide procédurale indirecte (constructive ?) « *Pour trouver AC : on donne des valeurs numériques à x* » Les élèves indiquent l’addition L’enseignant dit que c’est pareil avec *x* et écrit la réponse pour AC au tableau	 © tous

Figure 4. – Tableau d’analyse du deuxième extrait

Dans cet extrait, l'enseignant organise essentiellement une recherche individuelle (12 minutes), qu'il ponctue de moments collectifs, non organisés à l'avance. Cela lui permet de mettre au point l'avancée du travail, avec des corrections partielles – la tâche reste un moment complexe, mais peut-être « trop » complexe. On note un allongement des durées de chaque sous-activité par rapport au déroulement précédent (premier exercice). **Toutes les sous-activités sont permises *pour tous***, mais pour beaucoup d'élèves, il faut attendre l'intervention procédurale explicite de l'enseignant pour s'y lancer, ou pour passer à la suite. Il y a peu de réflexion globale, d'ordre stratégique, l'hétérogénéité des avancées des élèves y contribuant.

Ainsi les activités *a minima* permises par les interventions de l'enseignant semblent encore « trop loin » pour certains de ce qu'ils peuvent aborder. Mais les élèves ont tout de même cherché avant que l'enseignant donne les aides procédurales correspondantes. Il reste que l'expression de la longueur AC ($x + 4{,}5$) n'est pas possible, au moins pour une grande partie des élèves, sans l'aide de l'enseignant. Les activités de transformations internes ultérieures à cette expression sont de fait favorisées et c'est ainsi la disponibilité « objet » du théorème de Thalès qui peut être travaillée. On ne distingue pas de différences entre les activités des élèves, même si on entend que certains vont plus vite. On peut se demander quel effet ont des sous-activités si peu réussies.

On peut remarquer à ce sujet que l'enseignant introduit son intervention sur l'expression de cette longueur AC par « *qu'est-ce qui est compliqué ?* », après un travail infructueux des élèves. L'enseignante précédente avait dit, avant le travail correspondant des élèves, « *Qu'est-ce qui est nouveau ? Quelle est la seule nouveauté ?* ». Ainsi l'enseignant de ZEP s'appuie sur une difficulté ressentie pour aider à la surmonter, mais de manière contextualisée, sans généralisation, en reprenant une valeur numérique d'abord pour x et en faisant jouer l'analogie, alors que l'autre enseignante anticipe un peu, comme pour préparer les élèves à ne pas être désarçonnés par l'introduction de x, avec une certaine portée générale dans son propos. Aide procédurale peu constructive dans le premier cas, alors que les élèves sont intéressés ? Aide constructive très précoce, avant même que les élèves aient rencontré le problème dans le deuxième cas ?

Cela étant, on trouve dans cette classe des proximités-en-acte adaptées aux élèves, révélant la cohérence des pratiques de cet enseignant : il y a une grande part d'encouragements tous azimuts, beaucoup de temps laissé, la reprise et la mise en discussion de tout ce qui est proposé par les élèves. Cependant, au final, il y a peu de réflexion globale sur la stratégie précise et surtout des aides procédurales qui ne permettent le développement d'activités *a minima* efficaces que sur une partie du traitement interne inclus dans la tâche complexe, assez tardivement. La question de faire accéder davantage tous les élèves à toutes les sous-activités nécessaires à la résolution de la tâche complexe reste ouverte. Peut-être y a-t-il lieu de prendre en compte différents niveaux d'activités d'élèves, imbriqués, pas seulement locaux (au niveau de la classe) pour apprécier ce qui relève de postures globales vis-à-vis du savoir et ce qui peut relever des pratiques quotidiennes de l'enseignant, susceptibles de faire bouger ces postures (*cf.* Robert & al. Partie 3, Chapitre 3, 2012)

3. Le troisième extrait : une recherche par binômes sur GéoGébra

Dans cet exemple, nous nous intéressons à une séance TICE au niveau seconde, afin de faire travailler chez les élèves la disponibilité de la notion de fonction, comme « outil » dans un problème de modélisation. Les élèves ont déjà étudié les fonctions, notamment sous leurs aspects objets. Dans cette séance, ils sont amenés à utiliser le logiciel Géogébra avec lequel ils sont familiers. Deux binômes sont particulièrement observés, un binôme faible Aurélien et Arnaud et un binôme d'élèves plus fortes Lolita et Fara.

L'énoncé proposé par l'enseignant aux élèves se trouve en page suivante.

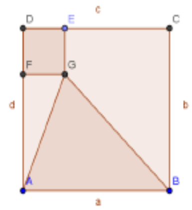
Une analyse sommaire de la tâche complexe

La tâche complexe « *Où placer le point E afin que la dépense en électricité soit minimale* ? » revient à déterminer la position du point E sur le segment [D,C] afin que la mesure des deux surfaces DEFG et GBA soit minimale. La tâche est divisée en trois sous-tâches : reconstituer la figure sur Géogébra avec des positions et des cotes données, conjecturer grâce à cette figure dynamique la position du point E répondant à la question – ici, l'information que la dépense d'électricité est proportionnelle à l'aire des surfaces doit être exploitée par les élèves - et enfin démontrer le résultat. L'analyse est développée dans Vandebrouck (2011).

C'est dans la troisième sous-tâche qu'il s'agit d'introduire une fonction, en l'occurrence selon l'énoncé la fonction somme des aires DEFG + GBA, dépendant de la variable indépendante DE. Il faut que les élèves déterminent son expression algébrique, reconnaissent la forme d'une fonction du second degré avec un minimum, mobilisent les outils adéquats en classe de seconde pour le trouver et reviennent au cadre géométrique pour conclure.

L'enseigne

L'enseigne d'un magasin est constituée d'un carré Dans celui-ci, un autre carré et un triangle sont éclairés (voir la figure ci-contre) .
La surface éclairée est constituée du carré DEGF et du triangle GBA
La dépense d'électricité est proportionnelle à la surface éclairée.
ABCD est un carré. DEGF également.
Le point E est mobile sur le segment [DC]



<u>Où doit-on placer le point E pour que la dépense en électricité soit minimale ?</u>

Première partie : construction de l'enseigne

Pour cette construction, on prendra A de coordonnées (0, 0) et le segment [AB] de longueur 4.
Détaillez l'ordre de vos constructions.

Deuxième partie : élaboration de la conjecture

1. Pour quelle position du point E la dépense semble –t- elle minimale ?

2. Quelles fonctionnalités du logiciel peut-on utiliser pour conforter cette conjecture ?

Troisième partie : Démonstrations

1. On pose DE = x. Exprimer en fonction de x la somme des aires du carré EDFG et du triangle GAB.

2. En déduire la position du point E répondant au problème.

Figure 5. – Fiche élève pour le troisième extrait

L'analyse des sous-activités des deux binômes d'élèves

On comprend donc déjà que l'activité des élèves n'est pas la même en séance machine que si la tâche complexe avait été traitée en séance traditionnelle. En effet, mis à part si l'enseignant avait utilisé un vidéoprojecteur branché sur un ordinateur (ou un tableau blanc interactif), les élèves n'auraient pas eu accès à une figure dynamique et à la possibilité de conjecturer le résultat avant de le démontrer. En ce sens le potentiel d'activité possible à partir de la tâche complexe est augmenté, donnant peut-être plus de sens à la globalité de la tâche pour les élèves et favorisant peut-être ainsi la disponibilité « outil » de la notion de fonction (Gueudet & Vandebrouck 2011).

Durant la séance, il y a très peu d'interventions collectives de l'enseignant sauf dès le début de la séance afin de mettre en activité les élèves et à l'approche de la fin de la séance afin de faire une synthèse de l'activité des élèves. A contrario, l'enseignant apporte beaucoup d'aides individuelles aux binômes d'élèves, mais de facto surtout aux binômes qui le sollicitent.

Le binôme faible Aurélien et Arnaud passe beaucoup de temps pour construire la figure sous Géogébra et la termine avec l'aide de l'enseignant qui intervient (30 minutes). Les élèves ont ensuite des difficultés pour faire la conjecture du minimum mais y arrivent, encore avec l'aide de l'enseignant, en observant les variations numériques de la somme des aires dans la fenêtre algèbre de GéoGébra. L'amalgame entre la dépense d'électricité et la mesure des aires n'est pas questionné tant il va de soi que le problème est fondamentalement un problème de géométrie. Les élèves passent ensuite à la troisième partie, sans tenir compte de la question 2) de la deuxième partie, et ils sont très vite en grande difficulté pour exprimer les aires en fonction de x. L'introduction de la variable *x* dans l'énoncé reste en fait très artificielle pour eux. Tout d'abord, ils essaient d'implémenter directement DE=x dans la ligne de saisie du logiciel, espérant peut-être que le logiciel donne l'expression algébrique cherchée. Les élèves sont à nouveau aidés par le professeur pour comprendre qu'il faut travailler dans l'environnement papier-crayon. L'un des deux élèves pense alors que « dépendre de *x* » signifie qu'il faut rajouter *x* après les valeurs numériques. Les interactions entre les deux élèves et les rétroactions du logiciel, même si elles entretiennent leurs réflexions, ne leur permettent pas de trouver la bonne formule algébrique pour l'aire du triangle.

« *Ici 4x / Base fois hauteur… Donc la base c'est 4… / 4x … c'est 4 fois x… parce que c'est en fonction de x / Ah ? La hauteur ? / Ben la hauteur… 3x / Non ça peut changer / Oui mais là en l'occurrence / Regarde, là c'est plus 3x là… / Mmm … ben écoute… / Déjà pour le carré on a trouvé parce x carré ce sera toujours l'aire du machin… c'est pas plus compliqué que ça… la base ce sera toujours 4 / non, c'est pas beaucoup plus compliqué mais… / la base elle changera pas / c'est 4x fois / oui la base elle change pas, ça c'est déjà quelque chose…/ la base elle changera pas / Oui ça c'est sûr / Mais après il faut trouver la hauteur…/ comment elle s'exprime en fonction de x…* »

C'est le professeur qui vient les aider une ultime fois mais les élèves n'ont plus assez de temps pour accéder à la formule algébrique. La fin de la séance approchant, le professeur passe au tableau pour expliquer la mise sous forme canonique de l'expression algébrique. Les élèves recopient. Même si les élèves ont eu du temps de travail, il n'ont pas du tout eu d'activité sur la sous-tâche corrigée par l'enseignant au tableau.

L'autre exemple concerne les élèves Lolita et Fara, qui sont cette fois de bonnes élèves. Bien des difficultés observées au moment du passage à l'algèbre chez le binôme d'élèves faibles n'existent plus. Cependant, de nouvelles difficultés apparaissent, plus fines. Les élèves ont tout d'abord bien réalisé leur figure, bien expérimenté numériquement la covariation et bien conjecturé numériquement la valeur du minimum. Elles ne comprennent pas la question « *Quelle fonctionnalité du logiciel peut-on utiliser pour conforter cette conjecture ?* » et appellent le professeur. L'objet de l'aide du professeur est de faire émerger à l'occasion de cette deuxième question la fonctionnalité de trace sur GéoGébra, et par ce biais le concept de fonction comme outil pour prouver le résultat conjecturé numériquement.

« *Trouvez-moi quelque chose qu'on a déjà utilisé dans le cours, ou… je sais pas, qui fait apparaître un minimum… Parce que là ce que vous m'expliquez vous, vous avez déplacé votre curseur, vous avez regardé / s / s la somme et puis manuellement vous avez vu tiens c'est minimum à 7, OK…* »

Finalement l'intervention du professeur se situe au niveau procédural. Le professeur donne les instructions aux élèves afin de construire un point M d'abscisse DE et d'ordonnée la mesure des deux aires. Mais lorsque, en déplaçant E, la trace de M apparaît à l'écran, les élèves mettent spontanément en relation la forme de cette trace avec les variations numériques et elles confirment leur conjecture graphiquement. Cependant, elles ont des difficultés à reconnaître ici la représentation graphique de la fonction qu'elles manipulent déjà numériquement. A l'occasion du tracé (aidé par l'enseignant), les élèves relèvent que « *ce n'est pas une courbe* » *« les minimums et les maximums, on a vu quand on a fait les courbes … Donc excuse moi mais…* ». En outre, si l'exploration numérique n'était pas acceptée par Lolita et Fara comme une preuve mathématique pour la valeur du minimum, l'exploration graphique de la trace semble par contre bien acceptée. Les élèves travaillent alors volontiers dans la troisième partie mais leur travail algébrique est déconnecté des deux premières parties et elles n'en comprennent pas l'enjeu. Elles obtiennent l'expression algébrique cherchée mais n'arrivent pas à l'exploiter pour retrouver le minimum. Elles bénéficient alors de l'aide de l'enseignant au tableau pour mettre l'expression sous forme canonique et l'interpréter. Le lien n'est cependant pas fait avec les valeurs numériques conjecturées qui pourraient guider la mise sous forme canonique, ni avec la représentation graphique qu'elles avaient tracée.

Pour ces élèves, la démarche algébrique reste donc superficielle par rapport à tout leur travail en amont, de conjecture et de représentation graphique de la courbe.

Quelles activités, quelles proximités-en-acte, quelle cohérence ?

Une telle séance s'avère trop riche et trop ambitieuse à traiter en une heure avec les élèves. Il y a en outre une grande hétérogénéité entre les binômes d'élèves. Le cadrage de l'activité potentielle des élèves par la structuration en trois sous-tâches explicitées par l'énoncé est une façon pour l'enseignant de minimiser cette hétérogénéité et permet de gagner du temps sur cette tâche (très) complexe. Cependant, ce cadrage jalonne les activités des élèves de sorte qu'aucun ne peut développer d'activités *a maxima* sur la tâche dans sa globalité. Les activités de reconnaissance d'outils et d'objets mathématiques à mettre en fonctionnement ainsi que les activités d'organisation du raisonnement global sont prises en charge par l'énoncé proposé aux élèves. Par exemple, le choix du paramètre générique AB=4 est imposé aux élèves alors que le résultat (E est au quart de [D,C]) ne dépend pas de la longueur de AB. Ce n'est pas réinterrogé à la fin du problème, faute de temps. Les choix de construction (A à l'origine, la figure proposée sur l'énoncé afin d'induire l'ordre des sommets) sont autant de paramètres qui ne sont pas à la charge des élèves mais qui participent pourtant du processus de modélisation. Surtout, l'introduction de la variable x, emblématique du passage au cadre fonctionnel, est suggérée par l'énoncé, ce qui ne favorise pas la disponibilité « outil » de la fonction. De fait, la fonction sous sa forme algébrique est traitée comme un objet par les élèves.

Au final, du côté du binôme faible, les difficultés algébriques et leur méconnaissance de ce qu'est une fonction comme « objet » ne permettent pas d'approcher la connaissance visée, de la fonction comme « outil » de résolution du problème. Il semble qu'il n'y a même pas de possibilité pour organiser une quelconque proximité-en-acte de la part du professeur. Du côté du binôme fort, l'activité algébrique, même si elle est bien menée, n'est pas rapprochée par le professeur de l'activité de conjecture et l'activité de représentation graphique. La proximité-en-acte organisée au tableau porte sur la mise sous forme canonique. Il s'agit d'une aide procédurale à destination d'un maximum de binômes qui sont bloqués à cette étape. Pour le binôme fort, la proximité effective qui pourrait les aider à relier leur conjecture, leur graphe et l'expression algébrique n'est ainsi pas présente.

En fait, la contrainte de mener une séance TICE en une heure oblige l'enseignante à effectuer un tel découpage en trois sous tâches.

C'est un découpage qu'elle a réalisé en accord avec les chercheurs et qui correspond à sa pratique habituelle lorsqu'elle met en œuvre des séances TICE. Cela lui permet de minimiser l'hétérogénéité des binômes en balisant un parcours via la fiche élèves. L'introduction de la variable *x* explicitement dans l'énoncé peut-être vue comme un proximité-en-acte afin qu'un maximum d'élève s'engage plus facilement et de façon plus autonome dans le travail algébrique. L'idée de l'enseignante est que le parcours passant par la conjecture sur la figure, la représentation de la trace du point M avant d'entrer dans la démarche algébrique doit permettre aux élèves de combler le déficit d'activité lié à l'introduction par l'énoncé de la variable indépendante *x*. Dans les faits, avec le binôme fort, on voit que c'est insuffisant et qu'une aide constructive supplémentaire de l'enseignante serait nécessaire. Mais comme elle ne serait profitable vraisemblablement qu'à ces élèves là, elle n'est pas organisée. On saisit toute la complexité d'organiser des proximités-en-acte lors de telles séances.

4. Un dernier extrait : une correction qui suit une recherche en petits groupes

Il s'agit cette fois d'un exercice cherché en classe de seconde en 2013 dans une classe d'un lycée favorisé. Pendant une heure les élèves cherchent en petits groupes, puis l'enseignant fait un bilan (filmé). C'est à cette phase de correction que nous nous intéressons. Voici l'énoncé de l'exercice.

Sur l'autoroute, une voiture se trouve juste derrière un camion au moment où elle décide de s'arrêter sur une aire de repos. Le conducteur prend une pause de 10 minutes puis repart et règle son régulateur de vitesse sur 110 km/h. Le camion, quant à lui, roule à une vitesse constante de 90 km/h tout au long de son trajet. Au bout de combien de temps (et de combien de kilomètres) la voiture rattrapera-t-elle le camion ?

Figure 6. – Enoncé de l'exercice pour le troisième extrait

Une analyse a priori de la tâche

On admet que la voiture roule tout de suite à la vitesse 110 km/h et que les vitesses restent vraiment constantes. Il y a en fait plusieurs démarches possibles pour les élèves et une seule met réellement en jeu les fonctions comme outils. Il se trouve que toutes les autres méthodes sont beaucoup plus faciles. Les élèves peuvent donc faire un choix (en ce qui concerne la reconnaissance des connaissances à mettre en fonctionnement) si plusieurs de ces méthodes leurs sont disponibles mais ils peuvent simplement s'engager sur la méthode la plus proche de leurs connaissances déjà-là. Nous détaillons ces méthodes, en partant des plus simples jusqu'à la plus experte – au sens où c'est elle qui se généraliserait le mieux dans d'autres contextes, avec d'autres variables didactiques etc etc…

a) une première méthode est la recherche numérique des distances parcourues (indépendamment) par les deux véhicules en fonction du temps, avec des comparaisons (point de vue du dépassement du camion par la voiture). Lorsque la distance parcourue par la voiture dépasse celle du camion, à un moment donné, et à partir de la même origine des distances, cela signifie qu'il y a eu dépassement du camion par la voiture. Les élèves qui raisonnent ainsi peuvent en déduire un encadrement du temps recherché avec les distances correspondantes. Cette méthode peut s'organiser de différentes façons. On peut utiliser ou non un tableur et, par exemple, calculer les distances parcourue toutes les 10 minutes, après la 10ième minute :

Temps	10'	20'	30'	40'	50'	60'
Distance parcourue par le camion (à partir de là où il est quand la voiture s'arrête)	15km	30km	45km	60km	75km	90km
Distance parcourue par la voiture (idem)	0	110/6 =18,3 km	110/3 =36,7 km	110/2 = 55 km	2/3 x 110= 73,3 km	5/6 x 110 = 91,7 km

Figure 7. – Illustration de la première méthode de résolution

Il y a dépassement entre 50 et 60 minutes, temps calculé à partir du moment où la voiture s'est arrêtée. On peut affiner : en 55 minutes le camion a parcouru 82,5 km et la voiture qui a roulé 45 minutes a parcouru 82,5 km. C'est déjà gagné ! La dichotomie en acte permet de trouver tout de suite le résultat, mais une tabulation par minute entre 50 et 60 est aussi efficace. Le fait d'avoir un nombre entier de minutes comme solution permet de rendre cette approche tout à fait efficace.

Les connaissances mises en fonctionnement ne relèvent pas de la classe de seconde : il s'agit essentiellement de calculs de distances quand on a les vitesses (application de la formule avec comme seule adaptation la conversion de km/h en km/minute), des comparaisons et des encadrements. Un tableur suffit sans qu'aucune autre connaissance ne soit mise en fonctionnement. Il n'y a que du traitement interne. Implicitement, il y a le théorème des valeurs intermédiaires, hors programme. Il est d'autant plus implicite que la valeur cherchée est exacte.

b) Une deuxième méthode est encore purement numérique. Elle relève d'un point de vue « poursuite », comme dans le paradoxe de Zénon dans le champ de l'Analyse. Quand la voiture démarre, elle parcourt les 15 km d'avance du camion, ceci en 8,18… minutes car elle roule à 110 km en 60 minutes. Pendant ce même temps, le camion a avancé, d'une distance égale à 12,27 km etc…La suite des distances parcourues par le camion décroit vers 0 et donc en ajoutant les temps mis par la voiture à chaque étape (8,18+…), la suite doit converger vers une durée finie.

Cette méthode met en jeu de la proportionnalité. Les activités correspondantes relève de la reconnaissance d'une situation de proportionnalité comme outil, sans adaptations. Il n'y a plus non plus vraiment d'étape de raisonnement, seulement du traitement interne. Il y a cependant implicitement des connaissances hors programme sur la convergence de suites numériques. Le processus ne s'arrête pas *a priori* et l'élève doit décider d'arrêter à un certain degré de précision.

c) Une troisième méthode, toujours numérique, relève d'un point de vue de rattrapage par annulation de la différence de distance. Les deux véhicules ont 15 km d'écart et des vitesses constantes. La différence entre les deux vitesses est de 20 km/h. Tout se passe comme si le camion était immobile et si la voiture avançait à 20 km/h. On se place en fait dans le référentiel du camion. Pour rattraper 15 km, il faut que la voiture roule pendant 45 minutes.

Cette fois, il y a un seul calcul de temps. C'est une adaptation de l'application de la formule distance = vitesse * temps. On pourrait aussi calculer algébriquement la distance séparant les deux véhicules à chaque instant $D(t)=15-20/60*t$. Les activités correspondantes relèvent encore de l'adaptation de la formule à utiliser. Le traitement interne est très réduit (un seul calcul de temps ou une seule équation à résoudre $D(t)=0$).

d) Une quatrième méthode numérique est enfin plus complexe et relève cette fois d'une modélisation mathématique dans le cadre graphique : les élèves doivent en effet se poser la question de modéliser par des droites. Il y a reconnaissance et adaptations de deux situations de proportionnalité ainsi qu'une étape. Les élèves modélisent plus précisément la distance parcourue par chacun des deux véhicules avec un graphe, en devant choisir une même origine des temps, assez naturellement le moment où la voiture s'arrête. Le camion parcourt 90/60 km chaque minute, à vitesse constante, d'où une demi droite représentant le graphe sur R^+ d'une fonction linéaire. La voiture n'avance pas pendant 10 minutes (segment sur l'axe des abscisses entre 0 et 10) puis parcours 110/60 km chaque minute, d'où une demi droite d'origine le point (10;0) et de pente 110/60. L'intersection des deux demi droites donne le temps recherché.

Les connaissances mises en fonctionnement relèvent donc essentiellement d'adaptation de la proportionnalité et les fonctions ne sont pas explicitement présentes ; mais il y a des reconnaissances d'outils mathématiques à utiliser (les droites), des choix (les origines), des adaptations (liées aux changements de registre numérique / graphique) et une étape : on modélise dans un premier temps les distances parcourues par les deux véhicules avec des demi-droites, puis dans un second temps on fait une lecture graphique de l'intersection des demi-droites. Cette méthode peut s'articuler avec la première méthode mais on doit bien s'interroger sur le fait qu'on a des droites.

e) Une cinquième méthode met cette fois directement en jeu les fonctions – connaissance visée par l'enseignant - avec une traduction du problème dans le cadre algébrique. Les élèves modélisent le problème en donnant les positions ou les distances parcourues du camion et de la voiture en fonction du temps. Si on prend pour origine du temps, comme pour la précédente méthode, le moment où la voiture s'est arrêtée, les expressions algébriques des deux fonctions sont ainsi $C(t)=90/60t$ et $V(t)=110/60t - 110/6$ pour le camion et la voiture respectivement. Elles correspondent selon l'interprétation qu'on en fait aux distances parcourues par les deux véhicules ou à leurs positions à partir de l'endroit où la voiture s'était arrêtée. L'interprétation de V sur l'intervalle [0,10] n'a cependant pas de sens physique, de sorte que l'expression de V peut se révéler complexe à trouver et donc que prendre cette origine des temps n'est pas le plus facile.

Les élèves peuvent choisir une autre origine plus naturelle, en donnant comme origine des temps le moment où la voiture redémarre : alors les distances parcourues sont données par $C(t)=15+1{,}5t$ et $V(t)=110/60t$ – ici il est plus facile d'interpréter la fonction C dans les temps négatifs. Mais à chaque fois il y a des intermédiaires à calculer, la distance parcourue par le camion pendant les 10 minutes d'arrêt de la voiture (15 km) ou bien la distance (virtuelle, d'où la difficulté) qui aurait été celle de la voiture si elle ne s'était pas arrêtée pendant 10 minutes (10*110/60 km, d'où le 110/6). En dernière étape, la résolution algébrique $C(t)=V(t)$ donne $t=45$ minutes ou $t=55$ minutes selon l'origine des temps choisie.

Cette méthode, quelle que soit sa mise en œuvre, met en fonctionnement l'établissement des formules algébriques donnant des distances en fonction du temps, connaissant des vitesses, avec des choix de repères difficiles, puis une résolution d'équation algébrique. Les activités correspondantes sont des activités de reconnaissance des formules à utiliser, d'organisation du raisonnement (une étape comme dans la quatrième méthode) et de traitement interne (calculs intermédiaires, adaptations des formules, résolution d'une équation…).

Il y a des propriétés des objets mathématiques utilisés qui n'ont pas d'interprétation physique, ce qui peut expliquer que cette modélisation algébrique est aussi la plus difficile. Il y a aussi des changements de point de vue difficiles, d'une part entre distances et positions comme on l'a vu dans la résolution, mais aussi entre temps et durée, au moment du passage des fonctions C(t) et V(t) à la résolution de C(t)=V(t) où l'on cherche une durée. C'est peut-être aussi un point délicat pour des élèves.

Déroulement de la correction

Le professeur commence par donner des généralités sur ce type de situation (poursuite) dont un exemple a déjà été rencontré. Il enclenche le travail des élèves avec un rappel : il dit qu'on a affaire à un problème de variations, de distances en fonctions de temps, espérant susciter un travail avec des fonctions. Il reprend des données du problème, évoque dès le début les problèmes de méthodes. Il fait à la fin un bilan de satisfaction (seule ombre : les élèves ne sont pas assez rapides pour rédiger…). Puis il corrige en deux phases - une synthèse des travaux de groupes et un bilan.

Pour ce problème, il est *a priori* difficile de savoir ce qui doit être institutionnalisé : on peut le résoudre sans utiliser de mathématiques (avec le tableur notamment et c'est nettement le plus facile) ou en cherchant à introduire les fonctions qui donnent les distances parcourues par chaque véhicule en fonction du temps. Dans ce dernier cas, plusieurs difficultés guettent les élèves : le choix d'origine (origine de temps mais aussi origine d'espace), l'établissement de la fonction pour la distance parcourue par la voiture, l'interprétation du problème en terme de résolution d'équation (qui impose le choix d'origines communes). Ce qui est délicat pour le professeur est que toutes les méthodes présentées plus haut sont présentes dans la classe.

Le professeur va alors choisir de présenter deux de ces méthodes – successivement la première solution en utilisant un tableur puis la solution algébrique attendue (fonctions). Le tableur permet d'introduire l'idée d'encadrement et de graphe, ce qui amène à se poser a postériori la question des fonctions représentant la distance en fonction du temps. La présentation de la solution algébrique amène à la résolution algébrique mais aussi au tracé des courbes, ce qui permet de la relier à la première solution.

Le professeur reprend, en citant ce que tout le monde a fait (conversion de la vitesse en km/minute, approchée ou non pour la voiture, calcul des distances). D'une certaine manière il y a là une forme de proximité-en-acte, contribuant à une certaine reprise d'une homogénéité pour la classe. Mais cela n'est pas nécessairement très utile sur le plan cognitif. Il valide ensuite la réflexion d'un élève : c'est le fait que les vitesses sont constantes qui autorise l'écriture fonctionnelle (pas de paliers). Puis il fait reprendre à partir du travail d'un groupe, le tableur : tous les élèves doivent reprendre et compléter (jusqu'à 60 pour le temps) – de 10 en 10 ou même de 5 en 5. Le professeur insiste sur le fait qu'il y a différentes méthodes pour faire ça, et sur le fait que le groupe au tableau a utilisé une méthode additive – le double de temps associé au double de distance (basée sur la linéarité de la proportionnalité) - alors que souvent on utilise une méthode multiplicative 1,8 fois… (tout autant basée sur la proportionnalité, mais écrite *a fois x*). Il légitime le fait de ne pas passer aux fonctions : « *ce n'est pas grave car le passage à l'algébrique est difficile…* ». Tout se passe comme si l'enseignant essayait, à partir des activités *a maxima* du groupe ayant choisi la méthode, de faire développer des activités *a minima* pour tous les autres élèves sur cette démarche.

Ensuite il corrige (quand même) la démarche graphique et fonctionnelle (avec la question : « *comment faire sans tableur ni graphique ?* »). Le calcul à partir de la résolution de l'équation obtenue en égalant les deux expressions algébriques des distances en fonction du temps est mené jusqu'au bout. L'enseignant insiste beaucoup sur la difficulté technique de ce calcul, à cause de la fraction et de la réduction nécessaire au même dénominateur. Il reprend pas à pas la résolution de l'équation, avec des aides procédurales (le fait d'isoler *x*…) et constructives (le statut des nombres…) etc… Là encore tout se passe comme si l'association des élèves à la correction détaillée, lente, leur permettait de développer des activités *a minima* mais cette fois-ci seulement sur la partie « traitement interne », ne reprenant pas la globalité de la tâche complexe (laissant de côté reconnaissance et organisation).

L'enseignant se doit de reconnaître le travail de chaque groupe. Du coup, pendant la correction, il ordonne les prises de parole, de manière à reprendre les derniers qui ont parlé et à continuer sur la piste fonctions. Mais il ne peut pas « forcer » les élèves à cette démarche, déclarée plus difficile, ce qui réduit la portée de son bilan, qui finalement ne porte que sur les aspects techniques de la résolution attendue. Tout se passe comme si il y avait là un prétexte à faire revoir aux élèves ce type de calcul algébrique, presque indépendamment du problème initial.

Quelles cohérences sont en jeu ?

Dans une autre recherche, nous avions dégagé des éléments de logique d'action de cet enseignant, au collège. Même s'il est au lycée, on peut réfléchir à ce qui est constaté en relation avec ces éléments.

Par exemple, on retrouve le fait que l'enseignant ci-dessus ne se restreint pas à proposer des tâches simples et isolées (applications immédiates) – les élèves ont à utiliser des adaptations de leurs connaissances, et même plusieurs adaptations à la suite, avec des connaissances anciennes, supposées disponibles (non indiquées), et d'autres en cours d'acquisition. Cela s'accompagne de moments de recherche initiale toujours assez longs (une dizaine de minutes en classe, où à la maison…). Ici la recherche dure une heure. Du coup, cela est aussi relayé par le fait, très régulier, de faire établir, collectivement, une stratégie pour chercher le problème après une première recherche individuelle des élèves et avant qu'ils se lancent « *dans les calculs* ».

Mais dans le cas du camion en seconde, la pluralité des stratégies affaiblit cette forme de proximité-en-acte « cognitive » que nous associons à un souci de faire réussir beaucoup d'élèves, en leur donnant des indications toujours analogues de méthodes. En effet ici rien ne peut être dit sur les raisons de tel ou tel choix, alors qu'au collège on peut dire que dès qu'on connait toutes les mesures des côtés d'un triangle on peut se demander s'il est ou non rectangle. Pas plus la conclusion que les hypothèses (privilégiées par cet enseignant au collège) ne peuvent servir à choisir ! Ainsi la recherche de ce problème peut ne pas servir à renforcer une connaissance mathématique visée, notamment pour ceux qui ont choisi le tableur dont il est visible que c'est la méthode la plus simple

Voici une réaction à chaud de cet enseignant, renforce ce qui vient d'être écrit : « *Je rejoins [le chercheur] sur les nombreuses (diverse, éparpillées) contraintes institutionnelles très difficiles à marier ensemble : évaluation classique notamment aux examens versus problèmes ouverts démarche d'investigations, Tice,… qui ne peuvent pas être appréhendés de la même manière et je suis d'ailleurs encore très partagé sur les évaluations que je donne à mes élèves suite aux travaux de groupe. Le retour sur investissement (côté élève) paraît encore difficile à mesurer dans les activités testées cette année. Par contre les scenarii profs deviennent très difficiles à construire avec* *toutes ces contraintes et je manque de temps pour faire des vrais bilans a posteriori (travail d'urgence vraiment pénible...)* »

On peut aussi remarquer qu'*a contrario*, cet enseignant « ne dit pas tout » : au collège il n'explicite pas les changements de points de vue (entre points alignés, angle plat, angles droits, droites perpendiculaires et triangles rectangles, Chappet-Paries & Robert 2011) ; au lycée, il n'intervient pas sur le problème du choix de repère lorsqu'on modélise les parcours avec des fonctions, qui pourrait faire intervenir différents points de vue. Dans les deux cas, on peut se demander, en caricaturant un peu, si la mise en actes prioritaire, très stabilisée, de proximités avec les élèves ne faisait pas passer au second plan des éléments très naturalisés de ses pratiques mathématiques, qu'il finit par ne plus voir ni chercher, dans la mesure où cela pourrait brouiller les pistes pour certains (trop loin, ou trop évident... selon les élèves).

On peut se demander alors s'il n'y aurait pas dans le cas de ce type de travail en seconde d'autres formes de cohérence et de proximités-en-acte à mettre au point.

5. Un bilan, une piste et une discussion

Finalement, on arrive au constat expérimental suivant : en relation avec une tâche complexe (comportant diverses adaptations de diverses connaissances), travaillée en classe et supposée contribuer à l'apprentissage d'une connaissance visée, tous les types de sous-activités à développer, afférents à la complexité, peuvent ne pas être réalisés de la même manière par les élèves compte tenu des déroulements organisés par l'enseignant. Certaines sont investies par tous les élèves alors que d'autres restent le fait de certains élèves seulement (activités *a maxima*) puis, selon les cas, reprises ou non par tous avec une réduction, *a minima*. Ainsi, pour une tâche complexe donnée, selon les déroulements, le temps laissé, le fait que c'est dans un moment d'oral collectif, les sous-activités associées à des reconnaissances de connaissances à utiliser ou à l'organisation des raisonnements peuvent être réalisées seulement *a maxima*, pas par tous les élèves, alors que celles associées à des traitements internes (applications de formules ou de théorèmes, calculs, mises en jeu d'un changement de cadres indiqué, etc.) sont davantage travaillées par tous et sont corrigées au tableau (écrites).

De plus, dans certains cas, ces sous-activités *a maxima* ne sont pas doublées ensuite par des activités *a minima* et ne font pas non plus l'objet de correction écrite. Les autres élèves ne font ainsi qu'enregistrer les premières réponses données par leurs camarades, et sont en quelque sorte « privés » en grande partie de ces premières sous-activités, qui se font sans calcul. Puis toute la classe continue sur la nouvelle sous-tâche précise nécessaire (par exemple souvent du calcul, pour appliquer ce qui a été reconnu par les premiers élèves). Enfin, il n'y a pas toujours d'aides (constructives) correspondantes qui auraient pu compenser une « lenteur » de certains élèves. L'enseignant continue la résolution de la tâche en intégrant ce qui vient d'être proposé à l'oral. Ce peut être la difficulté des premières sous-activités, reconnaissance et organisation, qui amène ce travail « inégal », qui n'est fait que par certains, voire par aucun élève, et qui devient alors isolé du reste, voire facultatif ou inutile pour les autres. On en a trois exemples différents. Certains élèves, et on suppose que ce sont toujours les mêmes et que cela se répète au long de l'année, sont ainsi privés de l'ensemble des sous-activités associées à la globalité de la tâche complexe. On constate aussi que ce n'est pas parce que l'enseignant encourage les élèves à se lancer dans ces activités difficiles, leur laisse du temps, qu'ils y arrivent. Ils auraient peut-être même travaillé davantage sur des sous-activités réduites si des indications leur avaient été données plus tôt... Mais il y a une autre cause de ces différences entre sous-activités d'élèves révélée dans l'exemple du camion : c'est la dispersion des (bonnes) démarches mises en œuvre dans une situation ouverte qui peut empêcher l'ensemble des élèves de s'approprier les connaissances visées à partir de la seule correction de l'enseignant, trop éloignée de ce qui a pu être fait par certains.

S'inspirant du modèle de la ZPD, on peut traduire ce qui précède en termes de proximité pour les élèves. Ainsi est-il possible que les activités *a maxima* non investies dans un premier temps par certains élèves, puis abandonnées ou au contraire reprécisées pour devenir des activités *a minima*, soient associées à des connaissances nouvelles à utiliser qui ne seraient pas assez « proches » de celles de ces élèves pour contribuer à leur acquisition. Le fait d'être corrigées, ou d'être développées dans des activités *a minima*, réduites, bénéficiant d'une forme d'aide de l'enseignant, permettrait à ces connaissances nouvelles d'être tout de même « rapprochées » de celles des élèves concernés. Mais alors on peut se demander quelles connaissances ainsi « rapprochées » peuvent être appropriées, dans la mesure où des adaptations ont été supprimées du travail des élèves. On trouve aussi une idée de seuil déjà évoquée dans nos travaux à propos des BEL : il est possible que même les activités *a minima* ne suffisent pas à faire entrer les connaissances visées dans la ZPD de certains élèves.

En extrapolant un peu, les aides constructives, qui pourraient jouer comme un intermédiaire dans les acquisitions, s'appuyant sur le travail des élèves, sont assez peu nombreuses et surtout, par définition même, ne peuvent être développées à partir de sous-activités non suffisamment travaillées effectivement par les élèves. Au vu des exemples ci-dessus, il semblerait ainsi que, dans la mesure où les sous-activités de reconnaissance et d'organisation sont nettement moins abordées par tous, que ce soit à cause du déroulement et/ou à cause de l'ouverture de la tâche, c'est le caractère outil des notions qui serait moins rendu accessible à certains élèves, restant « éloigné » de leurs sous-activités, de ce qu'ils ont mobilisé seuls, et donc difficile à rapprocher par des aides, même appropriées. Les repérages et ajustements correspondants qui font partie des proximités-en-acte ne fonctionneraient pas dans ce cas. En revanche, le traitement interne des sous-tâches isolées, incluses dans la tâche et relevant du caractère objet des propriétés en jeu, associées par exemple à la manière d'utiliser un théorème pour lui-même, est de fait plus travaillé par tous, plus corrigé, et sans doute les acquisitions partielles correspondantes peuvent-elles être davantage facilitées par les aides appropriées. Mais jusqu'où de telles acquisitions partielles suffisent-elles à la conceptualisation visée, qui doit mettre en jeu aussi le caractère outil des notions et l'organisation des connaissances ? La question reste posée, tout comme sa réciproque, sur des acquisitions qui ne porteraient que sur des « outils ».

On voit aussi que les choix correspondants des enseignants ne sont pas aléatoires, relevant bien d'un aspect de leur cohérence, ils sont associés à d'autres choix plus généraux sur la nature du travail que l'enseignant veut (peut) faire réaliser à ses élèves pendant le temps de la classe, compte tenu des contraintes intériorisées liées au temps, aux programmes, à la nécessité que la classe tourne. Les variables imbriquées sur lesquelles les enseignants jouent (dans le cas d'une tâche complexe) et qui nous semblent significatives pour notre propos, sont les durées du travail des élèves sur les différentes sous-tâches, la nature de ce travail (collectif ou individuel, avec des alternances variables, oral ou écrit), ce qui provoque ce travail (l'enseignant ou non) et ce qui le clôt (correction ou non), la nature et le moment des aides dispensées – avant le travail des élèves, pendant et/ou après, avec une fonction procédurale ou constructive, directes ou indirectes. Selon les séances, la place de « la technique », des traitements internes, est souvent la plus importante en termes de travail effectif des élèves suivi de corrections, au détriment de ce qui concerne la structuration de la résolution et la reconnaissance des connaissances en jeu. Les explicitations et autres commentaires varient aussi, avec là encore une appréhension de l'enseignant de la capacité de réception des élèves, surtout dès lors qu'ils ne sont pas directement concernés (*cf.* exemple 2 et 4).

Une piste et une discussion

On peut se demander, de manière alternative, notamment en ce qui concerne ces activités de reconnaissance et d'organisation du raisonnement, s'il n'y aurait pas des étapes à respecter dans les aides à apporter aux élèves pour qu'ils s'engagent dans un travail complet sur les tâches complexes, qui conditionne la construction de certaines connaissances mathématiques.

Un premier travail des élèves, sur une tâche complexe donnée, serait favorisé (si besoin est) par des aides procédurales, directes ou indirectes, précédant toutes les sous-activités nécessaires, permettant au moins un traitement *a minima* par tous, avec corrections, amenant une rapprochement « forcé » des élèves et des adaptations des connaissances visées ; une deuxième étape, sur une tâche analogue, se ferait à l'issue d'un travail autonome des élèves, et serait renforcé par des aides constructives, appuyées sur le travail des élèves, aides qui ont en effet moins de sens sans l'engagement des élèves dans la tâche. La « proximité » entre les connaissances des élèves et les connaissances visées pour réaliser la tâche complète serait ainsi « garantie » par des indications sur ce qui est à faire (si besoin est) puis renforcée par ce qui peut être explicité après le travail, accompagnant les corrections.

Cette piste ne s'inscrit pas tout à fait dans un certain nombre de travaux didactiques classiques. Par exemple une interprétation rapide des effets Jourdain (et Brousseau, 1998, lui-même engage à la prudence) amène à souligner l'inefficacité d'interventions d'autrui qui ne serait pas assez proche de l'activité réalisée par le sujet pour que se fasse le lien avec la connaissance visée par l'intervention (notion, méthode, etc.). Cette connaissance est peut-être même absente chez les élèves, l'enseignant ayant sur-interprété leurs propos, peut-être parce que cela servait son intention d'institutionnalisation. Or les aides constructives sont attachées à des interventions qui contribuent, justement, à ce qu'un lien se fasse entre l'activité effectuée par l'élève (les élèves) et le nouveau (visé). Tout se passe comme si, dans nos termes, s'il y a effet Jourdain, l'aide constructive correspondante n'est pas inscrite dans la ZPD… Alors le dilemme devient : rater une aide constructive ou risquer un effet Jourdain ?

Cette question met évidemment en jeu l'importance du repérage par l'enseignant du travail des élèves mais elle met aussi en évidence un des paris inhérents aux décisions des enseignants en classe. Plusieurs éléments, non indépendants, y contribuent. La qualité du travail collectif et des échanges entre les élèves entraîne une plus ou moins grande familiarisation de la classe avec ce qui est en jeu[28]. Certaines interventions de l'enseignant peuvent avoir des fonctions différentes selon le travail des élèves[29], mais rester utiles pour tous.

Lors d'un travail en petits groupes, on suggère souvent qu'une certaine hétérogénéité peut être compensée par le travail collectif (Robert 2008). La nature de la tâche et des différentes sous-activités concernées est porteuse de plus ou moins de proximité des élèves et des connaissances visées, compte tenu des adaptations attendues et de l'état de leurs connaissances, y compris potentielles. Joue aussi la forme que peuvent prendre les aides correspondantes, plutôt orales s'il s'agit de reconnaissances de propriétés ou d'organisation du raisonnement, plutôt écrites pour les traitements internes, qui mettent en jeu des écritures (ostensifs). En particulier, et on l'a constaté sur un exemple particulier[30], les aides constructives attachées à la disponibilité « outil » d'une connaissance peuvent mettre en jeu des changements de point de vue, naturalisés chez l'enseignant (non reconnus) et, à ce titre, les expliciter peut lui apparaitre artificiel, compliqué, inutile donc.

On peut de la même façon réfléchir aux aides procédurales et aux effets Topaze (Soury-Lavergne 2003) : l'intervention d'autrui sert à engager l'élève dans l'action – elle peut faciliter les adaptations attendues et rapprocher les élèves de la connaissance visée – sauf si elle empêche ce rapprochement en privant les élèves de la dévolution nécessaire.

Plus généralement, une dimension métacognitive est attachée à ces différentes aides de l'enseignant – notamment constructives, ce qui peut poser le problème des glissements méta-cognitifs. Notre inscription dans la théorie de l'activité, centrée sur les sujets, nous amène à penser qu'on ne peut pas développer des appréciations aussi globales de ce qui se passe en classe, et qu'il faut y aller voir et de près (comme cela vient d'être esquissé) et de loin, même si tout n'est encore pas accessible ainsi. En effet, c'est sans doute la répétition des décisions des enseignants sur les « paris » évoqués ci-dessus qui est en

---

28 *Cf.* l'hypothèse du caractère collectif des appropriations.

29 Ainsi lorsqu'on arrête un travail en petits groupes ou lors d'une séance TICE, les interventions de l'enseignant n'ont pas les mêmes effets selon ce qu'ont réalisé les élèves au moment de l'arrêt, mais elles peuvent être intéressantes pour tous.

30 Des constats analogues ont été faits sur le passage espace-> plan et l'utilisation du théorème de Pythagore pour calculer une distance dans l'espace, en se ramenant à un plan.

jeu dans les apprentissages. Gage de cohérence devant les élèves, dont on peut penser qu'elle est importante, mais aussi, peut-être, source de difficultés renouvelées pour certains d'entre eux.

Tout se passe comme si les pratiques des enseignants sur les dimensions dégagées étaient caractérisées par un curseur, placé entre des pôles bien identifiés (portant notamment sur l'autonomie laissée aux élèves et les aides apportées par l'enseignant), avec des seuils, inconnus, permettant d'associer à telle ou telle pratique ce qui peut se passer à un de ces pôles. D'où l'importance des formations, pour donner des moyens de percevoir ces dimensions et d'apprécier leurs effets en relation avec le contexte.

CONCLUSION : PORTEE, PERSPECTIVES DE CE TYPE DE RECHERCHES

Nous plaçant dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique des pratiques enseignantes, encore une fois nous ne mettons pas en cause les raisons des enseignants. Nous cherchons à les identifier le plus précisément possible, à les discuter, voire à contribuer à les élargir, suite à un autre travail à faire, lié à des alternatives éventuelles.

Cette question, posée à la collectivité des enseignants, permet aussi d'engager une réflexion sur les scolarités : les élèves rencontrent plusieurs enseignants au collège puis au lycée - quelles cohérences entre les différents styles ? Peuvent-elles se traduire en termes de genres (Butlen & Robert 2012) ? Cela peut aussi rejoindre le lien global encore à faire entre des évaluations externes, nationales notamment, et les enseignements individuels. Les formations et le développement de cette cohérence sont évidemment concernés par cette question, renouvelée aujourd'hui par la multiplication des ressources à disposition des enseignants, notamment sur internet, dont on peut interroger les influences sur la cohérence individuelle mais aussi collective (inter-individuelle).

Les limites de nos propos tiennent évidemment au petit nombre d'exemples que nous avons analysés. Les nouvelles questions que nous avons posées – sur une mise en œuvre éventuelle de tâches et de déroulements en deux temps par exemple, montrent que ce qu'on peut inférer de ce type d'analyses n'est pas trop conditionné à l'avance par ce qu'on se donne les moyens d'analyser, ce qu'on peut toujours craindre.

L'étude de la séance sur le camion révèle une autre question nouvelle, qui dépasse l'enseignant en question. Cela tient à une difficulté très actuelle, tenant à la mise en œuvre de séances relevant d'une logique qui n'est pas tout à fait ou pas encore, celle des enseignants. Cette question dépasse même les logiques individuelles : c'est celle de la cohérence collective, et des proximités-en-acte « communes ». De nouvelles cohérences intra-individuelles apparaissent, mais cela ne peut que prendre du temps, à la fois parce qu'il y a une modification d'un régime stable et parce que ce n'est pas facile d'élaborer une telle cohérence face à des phénomènes aussi complexes. Ces problèmes, liés au système scolaire et à son éventuelle inadaptation actuelle, sont discutées beaucoup plus largement par d'autres didacticiens à une échelle encore plus globale[31] (Chevallard 2012a, 2012b).

Pour notre part, nous postulons ainsi que si la cohérence est un problème individuel, résolu au cas par cas par chaque enseignant (*cf.* le « faire son marché » déjà cité plus haut), cela pose aussi un problème collectif, lié à l'identité professionnelle collective (*cf.* groupes professionnels, Butlen & Robert, déjà cité). Une recomposition de groupes professionnels à partir de choix suffisamment partagés est en jeu et il ne faudrait pas que des diversités trop importantes perdurent, par génération ou par goûts ! Et le chercheur doit aussi mettre à jour des régularités pour comprendre ce qui se retrouve dans les pratiques des groupes professionnels qui ont en charge l'enseignement aux mêmes élèves par exemple. En effet, ces régularités assurent (ou non) une certaine cohérence, une certaine unité, à ce que les élèves « reçoivent » sur un moyen terme. Régularités, diversités s'appuient ainsi sur des cohérences individuelles au moins en partie analogues.

Or on peut en effet se demander dans quelle mesure, dans la période actuelle, ces équilibres individuels qui caractérisent les pratiques des enseignants expérimentés (traduits par la stabilité des pratiques individuelles déjà évoquée) ne sont pas en train d'être remis en question, et avec eux les questions liées aux proximités-en-acte. Ainsi les injonctions institutionnelles nombreuses, pas toujours justifiées, peu accompagnées, introduisent des changements importants dans les pratiques, alors même que les enseignants n'ont pas toujours les moyens d'en apprécier les conséquences sur les élèves. On peut évoquer l'exigence de l'introduction des compétences (et du socle), même si beaucoup d'enseignants ne les reprennent pas encore à leur compte (*cf.* rapports IGEN) ou la demande d'intégration des TICE et l'injonction au « tout numérique » (même si ce n'est pas non plus uniforme, avec toutefois de nouvelles donnes - Abboud-

[31] Et dans d'autres pays, déclinés différemment selon les cultures.

Blanchard 2013) ou les changements de programme rapides (introduction des probabilités, statistiques, avec des évolutions importantes, algorithmique, logique, …) ou la préconisation d'entraîner les élèves à la démarche d'investigation en favorisant les problèmes de modélisation, qui peuvent mettre en jeu des aspects pluri-disciplinaires. La place des démonstrations et des calculs dans le cursus mathématique semble emblématique. On supprime des programmes des lycées une grande partie de la géométrie, qui donnait lieu à s'exercer aux démonstrations. On y ajoute beaucoup de probabilités et de statistiques, dont une partie ne donne pas lieu à des démonstrations développées – en relation avec la nature même de ces domaines (Antibi 1988) ou avec les programmes qui ne livrent aux élèves que des recettes, faciles à implémenter sur calculatrices (*cf.* le programme de terminale, sur la loi normale). On encourage le travail sur logiciels, qui « font » à la place des élèves une partie des traitements attendus et dont l'intégration dans un raisonnement mathématique demande une modification des attendus, avec des activités différentes. Les scénarios globaux sont ainsi à revoir, des rééquilibrages sont à prévoir en fonction d'une nouvelle répartition des durées de travail des élèves, des nouveaux chapitres à enseigner (ou à supprimer). L'introduction du pluri-disciplinaire et le renouvellement des évaluations peuvent aussi avoir des répercussions profondes. Les élèves changent, a-t-on l'habitude dire – mais certains décrochent, d'autres se détournent des études scientifiques – est-ce les mêmes adaptations qui répondront à des problèmes si différents ? Tout cela dans un paysage modelé aussi par des textes d'examens où la différence entre savoirs banalement concrets, savoirs banalement utiles, et savoirs (vraiment) scientifiques peut être rendue floue, y compris à cause de certaines évaluations internationales comme Pisa, élaborées jusqu'ici indépendamment de traditions culturelles spécifiques.

Finalement quelles activités sont visées pour les élèves ? A quoi s'adapter et pourquoi ? Dans quelle mesure peut-on encore comme enseignant travailler avec une perspective d'apprentissage visant la conceptualisation, impliquant la construction par les élèves de disponibilités des connaissances mettant en jeu des savoirs globaux et les réorganisations nécessaires ? Comment déterminer et conserver les proximités-en-acte nécessaires aux (nouveaux) apprentissages entre tâches et activités évoquée ci-dessus, s'inscrivant dans une certaine cohérence des pratiques, individuelle et collective ?

Dans ce contexte, on peut comprendre le rôle des ressources et des diverses formes du travail collectif chez les enseignants qui se développent et dont l'étude a pris une réelle extension ces dernières années, pouvant éclairer ce qui précède. La question de l'empan des ressources, de leur intégration possible ou non dans des aspects globaux des pratiques, au niveau des scénarios notamment[32], nous semble très importante en relation avec la nature même des apprentissages viés.

Cela dit, il nous semble aussi urgent d'avancer sur les analyses précises de tâches des exercices mettant en œuvre des logiciels ou/et des modélisations, en relation avec de nouvelles sous-activités à développer par les élèves et avec ce qui est visé. Cela peut contribuer y compris à fonder de nouvelles proximités-en-acte, encore à concevoir et de nouvelles cohérences. Cela devra aussi alimenter les formations, maillon essentiel des évolutions.

[32] Et pas seulement comme liste d'exercices ou de situations intéressantes.

BIBLIOGRAPHIE

ABRIC J.C. (1987) *Coopération, compétition et représentations sociales*. Genève : Del Val.

ABBOUD-BLANCHARD M. (2013) *Les technologies dans l'enseignement des mathématiques. Etudes des pratiques et de la formation des enseignants. Synthèses et nouvelles perspectives.* Note de synthèse d'Habilitation à Diriger des Recherches, Université Paris Diderot.

ADLER J. (2009) A methodology for studying mathematics for teaching. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 29(1) 35-58.

ANTIBI A. (1988) *Étude sur l'enseignement de méthodes de démonstration. Enseignement de la notion de limite : réflexions, propositions*. Thèse d'état, Université de Toulouse.

BALL D. L. (2000) Working on the inside: Using one's own practice as a site for studying mathematics teaching and learning. In Kelly, A. & Lesh, R. (Eds.). *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 365- 402). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.

BOALER J. (1998) Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understanding. *Journal for Research in Mathematics Education* 29(1) 41-62.

BOERO P., GARUTI R., MARIOTTI M.A. (1996) Some dynamic mental processes underlying producing and proving conjectures. *Proceedings of PME-XX* Valencia 2 121-128.

BLANTON P. (2005) Using Valsiner's zone theory to interpret teaching practices in mathematics and science classrooms. *Journal of MathematicsTeacher's Education* 8 5-33.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

BRUNER J. (1983) *Savoir faire, savoir dire*. Paris : PUF.

BUTLEN D., ROBERT A. (2012) Interroger la profession en didactique des mathématiques, un filtre pour apprécier les activités possibles des élèves et des enseignants – et interroger la didactique ! In Bronner et al. (Eds) *Actes de la XVIème école d'été de didactique des mathématiques*, Carcassonne.

CAZES C., GUEUDET G., HERSANT M., VANDEBROUCK F. (2006) Using E-Exercise Bases in mathematics: case studies at university, *International Journal of Computers for Mathematical Learning,* 11(3) 327-350.

CHAPPET-PARIES M., ROBERT A. (2011) Séances de formation d'enseignants de mathématiques (collège et lycée) utilisant des vidéos-exemples. *Petit x* 86 45-77.

CHAZAN D., LUEKE H.M. (2009) Exploring tensions between disciplinary knowledge and school mathematics: Implications for reasoning and proof in school mathematics. In D. Stylianou, E. Knuth, & M. Blanton (eds.) *Teaching and Learning Mathematics Proof Across the Grades* (pp. 21-39). Erlbaum: Hillsdale, NJ.

CHEVALLARD Y. (2012a) Des programmes, oui. Mais pour quoi faire ? Vers une réforme fondamentale de l'enseignement. Intervention à la Conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques, IFÉ (ENS-Lyon) 13 mars 2012.

CHEVALLARD Y. (2012b) Éléments pour une instruction publique nouvelle. Intervention à la Conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques, IFÉ (ENS-Lyon) 13 mars 2012.

CLARKE D.J. (2006) The LPS Research Design. Chapter 2 in D.J. Clarke, C. Keitel, & Y. Shimizu (Eds.) *Mathematics Classrooms in Twelve Countries: The Insider's Perspective* (pp 15-37). Rotterdam: Sense Publishers.

CLOT Y. (1999) *La fonction psychologique du travail*. Paris : PUF.

CRAHAY M. (1989) Contraintes de situation et interactions maître-élève. Changer sa façon d'enseigner, est-ce possible? *Revue française de pédagogie* 88 67-94.

DORIER J.L. (ed) (1997) *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question*. Grenoble : La pensée sauvage.

DOUADY R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7(2) 5–31.

DUVAL R. (1995) *Semiosis et pensée humaine*. Berne : Peter Lang.

GALPERINE P. (1966) Essai sur la formation par étapes des actions et des concepts. In A. Luria, A. Smirnov & A. Leontiev (eds) *Recherches psychologiques en URSS* (pp 114-132). Moscou: Editions du Progrès.

GUEUDET G., VANDEBROUCK F. (2011) Technologies et évolution des pratiques enseignantes : études de cas et éclairages théoriques, *Recherche en Didactique des Mathématiques* 31(3) 271-313.

HACHE C. (2000) L'univers mathématique proposé par le professeur en classe. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21(1-2) 81-98.

HERBST P., CHEN C., WEISS M., GONZALEZ G. (2009) "Doing proofs" in geometry classrooms. In M. Blanton, D. Stylianou, & E. Knuth (Eds.) *Teaching and learning proof across the grades: A K-16 perspective* (pp. 250-268). New York, NY: Routledge.

HERBST P., CHAZAN D. (2009) Methodologies for the study of instruction in mathematics classrooms. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 29(1) 11-32.

HOROKS J., ROBERT A. (2007) Tasks designed to hightlight task-activity relationships. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10 279-287.

JODELET D. (1989) *Les représentations sociales*. Paris : PUF.

LABORDE C. (1994) Deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique : langue naturelle et écriture symbolique. *Recherches en didactique des mathématiques* 4(2) 198-202.

LEONTIEV A. (1984) *Activité Conscience Personnalité* Moscou : Editions du Progrès (1ère édition, 1975, en russe).

LEPLAT J. (1997) *Contribution à la psychologie ergonomique* Paris : PUF.

MANGIANTE-ORSOLA C. (2012) Une étude de la cohérence en germe dans les pratiques de professeurs des écoles en formation initiale puis débutants. *Recherches en didactique des mathématiques* 32(3) 289-332.

MARCEL J.F. (Ed.) (2004) *Les pratiques enseignantes hors la classe*. Paris : L'harmattan.

MARIN B. (2011) La reformulation en classe, un discours équivoque. In J.Y. Rochex & J. Crinon, *La construction des inégalités scolaires* (pp. 77-88). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

MARIOTTI M.A., BARTOLINI BUSSI M.G. (1998) From drawing to construction: teachers mediation within the Cabri environment, in *Proceedings of the 22nd PME Conference, Stellenbosh*.

MASSELOT P., ROBERT A. (2007) Le rôle des organisateurs dans nos analyses didactiques de professeurs enseignant les mathématiques. *Recherche et formation* 56 15-32.

MONTMOLLIN (DE) M. (1984) *L'intelligence de la tâche*. Berne : Peter Lang.

PARIES M. (2010) Circulation du savoir en classe de mathématiques. Quelles variabilités dans les pratiques enseignantes ? *Annales de didactique et de sciences cognitives* 15 9-44.

PERRET-CLERMONT A.N. (1996) *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale*. Berne: Peter Lang (5e édition).

RADFORDT L. (2003) On semiotics and education. *Éducation et Didactique* 7(1) 185-204.

ROBERT A. (1998) Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 18(2) 139-190.

ROBERT A. (2001) Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21(1.2) 57- 80.

ROBERT A. (2007) Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré) : une hypothèse des inférences en formation. *Recherches en didactique des mathématiques* 27(3) 271 - 312.

ROBERT A. (2008) La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques et une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. In F. Vandebrouck (Éd.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 45-68). Toulouse : Octarès.

ROBERT A., HACHE C. (2013) Why and how to understand what is at stake in a mathematics class? In F. Vandebrouck. (Ed.) (2013) Students' Activities and Teachers' Practices (pp. 23-73). Rotterdam : Sense Publishers.

ROBERT A., PENNINCKX J., LATTUATI M. (2012) *Une caméra au fond de la classe de mathématiques, (se) former au métier d'enseignant du secondaire à partir d'analyses de vidéos*. Besançon : Presses Universitaires de Franche-Comté.

ROBERT A., ROGALSKI J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies* 2(4) 505-528.

ROBERT A., ROGALSKI J. (2005). A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class. *Educationnal studies in mathematics* 59 269-298.

ROBERT A., VANDEBROUCK F. (2003) Des utilisations du tableau par des professeurs de mathématiques en classe de seconde. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 23(3) 389-424.

ROCHEX J.Y., CRINON J. (Eds) (2011) *La construction des inégalités scolaires.* Rennes : Presses Universitaires de Rennes

RODITI E. (2005) *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*. Paris : L'harmattan.

ROGALSKI J. (2003) Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en didactique des mathématiques* 23(3) 343-388.

ROGALSKI J. (2008) Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique. Des compléments sur les théories de l'activité et du développement, pour l'analyse des pratiques des enseignants et des apprentissages des élèves. In F. Vandebrouck (Éd.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp 23-30 & pp 429-459). Toulouse : Octarès.

ROGALSKI J. (2013) Theory of Activity and Developmental Frameworks for an Analysis of Teachers' Practices and Students' Learning. In F. Vandebrouck (Ed.) (2013) *Students' Activities and Teachers' Practices* (pp. 3-20). Rotterdam : Sense Publishers.

SCHOENFELD A.H. (2007) On Modeling Teachers' In-The-Moment Decision-Making. In A. H. Schoenfeld, (Ed.) *A study of teaching: Multiple lenses, multiple views. Journal for Research in Mathematics Education monograph series*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

SENSEVY G. (2011) *Le Sens du Savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles : De Boeck.

SIMON M., TZUR R. (2004) Explicating the Role of Mathematical Tasks in Conceptual Learning: an elaboration of the Hypothetical learning Trajectory. *Mathematical Thinking and learning* 6(2) 91-104.

STIGLER J.W., GALLIMORE R., HIEBERT J. (2000) Using Video Surveys to Compare Classrooms and Teaching Across Cultures: Examples and Lessons From the TIMSS Video Studies. *Educational Psychologist* 35(2) 87–100.

SOURY-LAVERGNE S. (2003) De l'étayage à l'effet Topaze, Regard sur la négociation dans la relation didactique. *Recherches en didactique des mathématiques* 23(1) 9-40.

STEIN M.K., GROVER B.W., HENNINGSEN M. (1996) Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal* 33 455-488.

TARDIF M., LESSARD C. (1999) *Le travail enseignant au quotidien. Expérience, interactions humaines et dilemmes professionnels* Québec : Presses de l'Université Laval, Bruxelles : De Boeck.

TOCHON F.V.(1993) *L'enseignant expert*. Paris : Nathan.

VALSINER J. (1987) *Culture and the development of children's action*. Chichester: Wiley. [2nd ed. 1997]

VANDEBROUCK F. (ed) (2008) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants.* Toulouse : Octarès.

VANDEBROUCK F. (2011) *Des technologies pour l'enseignement et l'apprentissage des fonctions du lycée à l'université : activités des élèves et pratiques des enseignants.* Note de synthèse d'habilitation à diriger des recherches, Université Paris Diderot.
VANDEBROUCK F. (Ed.) (2013) *Mathematics classrooms – students' activities and teachers'practices*. Rotterdam : Sens Publishers.
VERGNAUD G. (1991) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques* 10(2.3) 133-170.
VOIGT J. (1985) Patterns and routines in classroom interaction. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 6(1) 69-118.
VYGOTSKI L. (1934/1997) *Pensée et langage.* Paris : La dispute.

ANNEXE : RECHERCHE ZONE PROXIMALE DE DEVELOPPEMENT DESESPEREMENT

Suivant les idées développées par Vygotski, il s'agit d'interroger la manière dont les connaissances mathématiques visées sont travaillées et appropriées par les élèves, en repérant à la fois les tâches, les activités, les médiations et ce qui serait déjà « dans les têtes ». Deux citations résument ce que l'auteur en dit, de manière très générale :

« *Deux niveaux de développement [sont repérés] chez l'enfant : actuel, déterminé par les tâches et épreuves qu'il peut résoudre seul, sans l'aide d'autrui, et qui correspond à l'exercice autonome et intériorisé des compétences cognitives, et potentiel, ..., mais qu'il peut résoudre dans des situations de collaboration et d'interaction sociale*

Les recherches montrent incontestablement que ce qui est dans la zone de proche développement à un stade d'âge donné se réalise et se transforme en niveau de développement présent au stade suivant. L'apprentissage est possible là où il y a possibilité d'imitation… »

Ainsi le trait fondamental de l'apprentissage ici consiste en la formation d'une zone proximale de développement. L'apprentissage donne naissance, réveille et anime chez l'enfant toute une série de processus de développements internes qui, à un moment donné, ne lui sont accessibles que dans le cadre de la communication avec l'adulte et de la collaboration avec les camarades mais qui, une fois intériorisés, deviendront la conquête propre de l'enfant.

Reste bien des difficultés à emprunter ce modèle pour des analyses didactiques sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques en classe.

Pour reprendre ainsi très schématiquement ce que nous retenons de ce modèle, la proximité évoquée dans la ZPD met en scène au moins deux acteurs et une activité commune, sur une tâche mettant en jeu une connaissance visée (avec une interrogation importante sur la taille de la connaissance en jeu) ; tout se passe comme si l'intervention d'autrui (médiation) « compensait » un certain manque chez l'élève, qui n'arrive pas à résoudre seul la tâche, et contribuait à une avancée de son activité, conduisant à l'appropriation visée, celle qui permet à l'élève de résoudre tout seul - à condition que la connaissance « actuelle » de l'élève soit suffisamment proche de la connaissance visée. Mais jusqu'à quel point les résolutions évoquées viennent finalement des élèves ou d'autrui ? Quel rapport entre médiation et imitation ? Quelles qualités de la médiation sont en jeu (travail autonome, durées, échanges, aides, explicitations, bilans…) ? Par exemple, le fait de chercher collectivement un certain temps sans trouver (*cf.* dévolution) et puis d'écouter la solution, explicitée ou non, en fait-il partie ? Y a-t-il des conditions nécessaires en amont, des « besoins ressentis » à rapprocher de ce qui est visé, des affects interviennent-ils ? Et, question pour nous très importante, comment s'est construite la connaissance supposée « proche » de celle qui doit être acquise, que sous-entend cette « proximité » ?

Beaucoup de recherches en didactique des mathématiques s'inspirent des théories de Vygotski, plus ou moins directement, reprenant les idées de médiation, notamment les recherches italiennes qui étudient les processus de médiation entre les tâches mathématiques et les signes pour expérimenter des activités de Discussion Mathématique (Mariotti & Bussi 1998) ou encore les travaux de Radford (2003). L'extension donnée par Valsiner (1987) en termes d'activités permises ou favorisées notamment, a été reprise dans des recherches sur la formation des enseignants de mathématiques (Blanton & al. 2005). Ici nous ne questionnons que l'utilisation qui pourrait être faite de la ZPD pour interpréter ce qui se joue dans une résolution d'exercice en classe.

On trouve une synthèse des apports de Vygotski dans les textes de Rogalski (2008, 2013), écrits pour accompagner les travaux de didactique des mathématiques se réclamant de la théorie de l'activité. Elle rappelle notamment ce que recouvrent les notions de concepts quotidiens/scientifiques, qui ne nous concernent pas directement ici. Elle reprend ainsi la notion en ces termes : « *La notion de ZPD est pertinente pour aborder le développement d'une conceptualisation nouvelle à partir des acquisitions mathématiques antérieures de l'élève. En agissant sur l'élève dans cette zone, l'enseignant va permettre à […] des concepts mathématiques devenus familiers de se transformer en s'intégrant dans un champ conceptuel plus élaboré* »

Elle ajoute : « *Deux éléments délicats dans les analyses … sont la place jouée par l'activité autonome de l'élève et l'importance de* *l'identification par l'enseignant de la ZPD pour y intervenir* ». Elle évoque aussi la question cruciale du passage d'un modèle individuel, qui met en jeu quelques personnes dont l'élève, à nos analyses qui mettent en jeu une classe. D'autres questions se posent : peut-on appréhender ce qui relève de la ZPD, voire tenter d'agir sur ou à partir d'une certaine proximité, ou va-t-on utiliser ce modèle seulement *a posteriori* ? Et puis, et Rogalski l'évoque aussi, qu'est-ce qui est en jeu ? Des connaissances partielles ? Mais alors de quelle « taille » ? On retrouve beaucoup de questions qui relèvent de la difficulté de passer du local au global – d'une (sous)-tâche travaillée en classe à la (connaissance de la) notion visée, d'un individu à la classe…

Pour illustrer un peu plus la notion et l'usage qu'on pourrait en faire, rappelons encore quelques notions voisines utilisées par l'auteur (on pourrait évoquer une ZPD de la ZPD…). On trouve ainsi la notion de pseudo-concept, qui précède la formation du concept : Vygotski évoque à ce sujet une compréhension minimale du mot correspondant, qui, grâce aux échanges de l'élève ou de l'enfant avec des adultes ou d'autres pairs plus avancés dans la maitrise du concept, amènent à des rétro-actions contribuant au développement du concept. Cela a lieu dans une double genèse, sociale puis individuelle - en particulier l'auteur évoque l'hypothèse que chaque fonction psychique supérieure apparait deux fois, de manière inter-individuelle puis intra-individuelle. On a pu écrire trop rapidement à ce propos que l'appropriation collective précède l'appropriation individuelle, soulignant ainsi le rôle du collectif dans les acquisitions, sans que ce soit nécessairement la classe qui soit en jeu. Les recherches faisant jouer des conflits socio-collectifs (Perret-Clermont 1996, Laborde 1994) et certaines recherches italiennes (Boero & al. 1996) s'appuient sur ces idées. Ainsi ces derniers montrent, dans le cas de la géométrie et de l'apprentissage de la preuve, que la médiation de l'enseignant dans la « discussion mathématique » permet au potentiel des enfants de se manifester et d'aboutir à des idées ou formes de raisonnement qui vont au-delà du niveau de production autonome des enfants. Enfin il faut citer les travaux de Bruner (1983) qui développent différentes formes de médiation et de tutelle entre adultes et enfants et peuvent ainsi inspirer certaines analyses de discours de l'enseignant.

Signalons aussi l'intérêt de Vygotski pour l'étude des relations entre intellect et affect, que nous ne reprenons pas comme objets de recherche mais qui se rencontrent dans certaines proximités-en-acte par exemple.

Quoi qu'il en soit, ce qui est écrit par Vygotski reste insuffisant, et cette notion donne toujours lieu à un grand nombre d'interprétations…

Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes

Auteurs : Aline Robert, Fabrice Vandebrouck