La notion de fonction dans les nouveaux programmes : étude d'une classe de 3ème d'un collège ordinaire

Le Roux Marie-Christine

Sommaire :

1. Introduction

Des questions d'enseignant et de formateur sont à l'origine de cette recherche. Animateur-IREM depuis quelques années, nous avons co-animé plusieurs stages de formation continue, notamment sur la mise en place des nouveaux programmes de collège entrés en application à la rentrée 2005. Ces nouveaux programmes se sont accompagnés de l'établissement d'un socle commun des connaissances et des compétences qui constitue « *l'ensemble des connaissances et des compétences qu'il est indispensable de maîtriser pour accomplir avec succès sa scolarité, poursuivre sa formation, construire son avenir personnel et professionnel et réussir sa vie en société* » [1]. Il se décline en sept piliers dont le troisième prend appui, entre autres, sur des contenus disciplinaires mathématiques. Les programmes du collège ont donc été adaptés afin de prendre en compte cette nouvelle approche (BO du 19 avril 2007 puis du 28 août 2008). L'année scolaire 2009/2010 marque la généralisation de l'expérimentation de validation des compétences acquises, et l'attestation de maîtrise des connaissances et compétences au pilier 3 sera exigible à partir de la session 2011 du diplôme national du brevet des collèges.

La mise en place du socle commun est donc aujourd'hui au centre des préoccupations des enseignants de collège : Comment permettre à tous les élèves d'acquérir le socle ? Comment articuler les exigences du socle et celles des programmes ? Comment évaluer le socle ?

C'est donc tout naturellement que nous souhaitions mettre en place une recherche didactique sur une étude de pratique enseignante prenant en compte la mise en place du socle commun, pour questionner la manière dont cette injonction institutionnelle pouvait vivre dans les classes, son influence sur une pratique enseignante et les choix qu'elle pouvait impliquer.

Nous nous proposions donc d'étudier l'introduction de la notion de fonction par une enseignante de l'académie de Versailles ayant mené une réflexion collective et personnelle sur la mise en place du socle commun. La notion de fonction nous semblait particulièrement intéressante puisqu'aucun des attendus du programme ne se retrouve dans le socle commun de connaissances et de compétences.

Mais dès notre premier entretien, l'enseignante nous a expliqué que, hormis la mise en place de grilles d'évaluation spécifiques, ses pratiques pédagogiques, qu'elle qualifie de « traditionnelles », n'avaient pas évolué avec le socle commun. Nous avons cependant commencé à analyser les séances en y cherchant des indices d'un projet par rapport au socle, mais nous avons peu à peu abandonné cette problématique : il semble que la mise en place du socle soit encore trop récente pour qu'une recherche en didactique puisse être menée sur les changements qu'elle pourrait générer dans les pratiques enseignantes.

Nous disposions cependant pour notre recherche de toutes les séances concernant l'introduction de la notion de fonction dans une classe de 3$^{\text{ème}}$. Cette introduction de la notion est nouvelle, les programmes précédents ne s'attachant qu'aux fonctions linéaires et affines, et suscite un questionnement important chez les enseignants : que faire pour introduire cette notion alors qu'aucune définition formelle ne doit être donnée comme il est spécifié dans les programmes ?

---

[1] Loi d'orientation et de programme pour l'avenir de l'école du 23 avril 2005.

C'est à partir de cette question d'enseignant, récurrente dans les stages de formation, que s'est construit notre travail de recherche avec l'envie de questionner :

- ce que pouvait signifier « introduire la notion de fonction »
- ce que prescrivaient les textes officiels à ce sujet
- les choix de l'enseignant, ses objectifs en termes d'apprentissages des élèves et les moyens qu'il met en œuvre
- les apprentissages des élèves autant que faire se peut.

Nous avons donc choisi de nous intéresser à la notion de fonction et à son introduction au travers des pratiques d'une enseignante expérimentée. Après avoir défini de façon plus précise la problématique et le cadre théorique dans lequel s'inscrit cette recherche, nous présenterons une analyse de la notion. Il nous a semblé important pour définir le savoir de référence et cerner toute la complexité de la notion de fonction de mener une analyse épistémologique du concept, même si nous avons conscience de n'en avoir fait qu'une analyse succincte. Nous avons, pour les mêmes raisons, souhaité analyser l'évolution des programmes concernant cette notion des années soixante à aujourd'hui pour terminer par une étude plus approfondie des nouveaux programmes. Nous avons ensuite repris et questionné divers travaux de didactique de manière à « mettre du relief » sur cette notion, à préciser la construction de la connaissance espérée, les « itinéraires » possibles et les passages « délicats », ce qui nous a permis de préciser un certain nombre de questions en lien avec notre problématique. A partir de la méthodologie décrite dans la quatrième partie, nous avons alors analysé les tâches proposées par l'enseignante, les déroulements et les productions élèves dont nous disposions. Ces analyses et les résultats que nous avons pu dégager sont présentés dans la cinquième partie du mémoire et ont fourni quelques éléments de réponses à la problématique abordée que nous développerons dans la conclusion. Celle-ci sera alors l'occasion d'un retour et d'une discussion sur l'ensemble du travail mené, de manière à en préciser les limites et à ouvrir des perspectives.

2. Problématique et cadre théorique

2.1. Problématique

Nous avons abordé cette recherche par un questionnement naïf sur la mise en place du socle commun, et même si la problématique s'est ensuite affranchie de ce lien avec le socle, elle ne s'en est pas totalement détachée. Tout d'abord parce qu'à travers l'avènement du socle, nous souhaitions regarder les pratiques d'une enseignante et que ce questionnement sur les pratiques est resté central dans notre recherche ; ensuite parce c'était l'influence du socle sur cette pratique et sa possible évolution que nous envisagions d'interroger et que cette problématique s'est naturellement déplacée du socle vers les nouveaux programmes.

Depuis la rénovation du collège unique de 1985, les programmes se limitaient, en ce qui concerne la notion de fonction, aux fonctions linéaires et affines pour les classes de $4^{\text{ème}}$ et/ou de $3^{\text{ème}}$. Le BO du 19 avril 2007 réintroduit comme objectif du programme de la classe de $3^{\text{ème}}$ d'approcher la notion de fonction avant d'acquérir une première connaissance des fonctions linéaires et affines, toute définition générale de la notion de fonction étant hors-programme.

L'enseignante que nous avons observée introduit donc cette notion pour la deuxième année consécutive, conformément aux directives du programme. C'est une enseignante expérimentée, ayant plus de dix ans d'expérience, et qui enseigne depuis plusieurs années dans le même collège.
Il s'agit donc ici de tenter de déterminer l'adéquation entre l'enseignement d'un professeur expérimenté d'un collège ordinaire et les nouveaux programmes sur la notion de fonction, de mettre en parallèle la pratique de cette enseignante et les changements impulsés par l'institution.

L'analyse des pratiques nécessite une connaissance poussée de la notion à enseigner, en tant qu'objet de savoir mathématique, mais aussi en tant qu'objet à enseigner. Une première étude aura ainsi pour objectif de cerner le savoir mathématique, puis le savoir à enseigner et par là-même les choix de l'institution, avant de prendre en compte le savoir enseigné.

Mais au-delà de ces questionnements, il nous faut d'abord nous interroger sur ce que nous mettons derrière les termes de « pratique enseignante » : au-delà des entretiens et des observations du professeur dans sa classe, l'activité à laquelle nous cherchons à avoir accès, et à laquelle nous n'aurons jamais totalement accès, est d'une telle complexité que cette analyse nécessite d'être balisée de manière pertinente, ce que nous permettra le cadre théorique choisi.

2.2. Cadre théorique

Le cadre théorique retenu pour notre recherche doit nous permettre d'étudier la pratique d'une enseignante, en considérant cette pratique sous l'angle du métier, avec ses contraintes institutionnelles notamment, mais aussi par rapport à sa fonction : pour notre étude, que les élèves approchent la notion de fonction. Il s'agit donc d'étudier à la fois l'enseignante et sa pratique, mais également les élèves et leurs apprentissages, tout en reliant ces divers éléments. Le cadre théorique de la double approche, didactique et ergonomique, au sein de la théorie de l'activité, tel qu'il a été développé par A. Robert et J. Rogalski en articulant les théories de Piaget et Vygotski pour un savoir mathématique à enseigner en situation scolaire, nous permet de prendre en compte ces différents aspects.

Pour approcher les pratiques enseignantes dans toute leur complexité (pratique au sens de ce que l'enseignant pense, dit ou ne dit pas, fait ou ne fait pas, sur un temps long englobant l'avant, le pendant et l'après classe), la double approche prend en compte à la fois leurs buts (les apprentissages visés mais aussi l'enrôlement des élèves au quotidien), et les contraintes liées à l'exercice du métier d'enseignant.

Cinq composantes sont ainsi considérées dans les analyses de pratiques, dont deux composantes didactiques travaillées à partir des observables recueillis en classe :

- La composante cognitive : choix des contenus, scénario et gestion a priori
- La composante médiative : choix de gestion en classe.

Trois autres composantes, côté « métier » sont travaillées à partir d'entretiens ou inférées à partir de ce qui est observé en classe :

- La composante institutionnelle : adaptation aux programmes, aux horaires, aux demandes diverses de l'institution
- La composante sociale : adaptation à l'établissement, à sa culture, aux collègues, aux élèves, aux parents d'élèves...
- La composante personnelle : connaissances et conceptions relatives aux mathématiques et à l'enseignement, expérience.

Les pratiques enseignantes sont ainsi analysées à partir des séances de classe et des activités déployées par l'enseignant. Ce sont les activités des élèves telles que l'enseignant les organise qui permettent de reconstituer ses choix.

Les pratiques enseignantes sont également évaluées à l'aune des apprentissages potentiels des élèves qu'elles peuvent générer. Nous faisons l'hypothèse que ces apprentissages résultent en grande partie de leurs activités mathématiques, c'est-à-dire de ce que l'élève en tant que sujet singulier développe lors de la réalisation d'une tâche, ses actes extériorisés, mais également ce qu'il pense et les décisions qu'il prend. Les analyses a priori et a posteriori, à partir du diptyque tâche/ déroulement, reconstituent les activités possibles des élèves, de manière à cerner leur fréquentation des mathématiques et leurs apprentissages potentiels. C'est aussi à partir des productions des élèves, recueillies à différents moments du cursus, qu'une mise en relation entre les activités et les apprentissages peut être inférée.

D'un point de vue méthodologique, cela implique de considérer de façon privilégiée l'analyse des activités élèves, activités prévisibles par la reconstitution du scénario, des tâches proposées et de leur organisation choisie par l'enseignant, et activités possibles au vu des déroulements en classe, des formes de travail choisies, de l'autonomie laissée aux élèves et des accompagnements. Les activités, menées de manière individuelle, peuvent différer d'un individu à un autre, et l'élève peut ainsi être considéré dans sa singularité, même si la dimension « classe » demeure un élément essentiel.

Mais en amont, une analyse de la notion à enseigner s'avère nécessaire pour en déterminer le sens et la fonction : En tant qu'objet mathématique, quand et comment ce concept est-il apparu, quels problèmes ont motivé son introduction et gouverné son évolution ? Quels ont été les obstacles à dépasser ? Retracer l'historique du concept nous permettra ensuite de questionner le savoir à enseigner, à travers les programmes et leur évolution, et, d'un point de vue plus large, à travers ce qui pourrait permettre de construire le « sens » de la notion.

3. La notion de fonction et son enseignement

S'interroger sur les pratiques enseignantes et leurs conséquences en termes d'apprentissages des élèves nécessite la prise en compte du contenu en jeu. Mais le savoir mathématique n'est pas un objet qui s'est constitué et figé à un moment donné comme peut parfois le laisser croire son enseignement. En ce sens, « *l'analyse épistémologique [aide] la didactique à se déprendre de l'illusion de transparence des objets qu'elle manipule au niveau du savoir et [aide] le didacticien à se dégager des représentations épistémologiques erronées que tend à induire sa pratique d'enseignant.* » [2] C'est une des raisons premières de ce chapitre, dans lequel nous nous appuierons sur le travail de thèse de Nadia Amra et sur les travaux d'Adolf P. Youskevitch.

D'autre part, les travaux d'Yves Chevallard sur la transposition didactique ont mis en évidence et questionné la distance entre le savoir savant et le savoir à enseigner, et entre le savoir à enseigner et le savoir enseigné. C'est à partir des connaissances sur le savoir savant qu'il est possible d'interroger le savoir à enseigner et le savoir enseigné. C'est tout d'abord le savoir savant qui sert de référence pour le savoir à enseigner : c'est à partir de celui-ci que les acteurs de la noosphère décident des programmes à enseigner, et ces instructions officielles interviennent directement dans la composante institutionnelle de l'enseignant. Le savoir savant influence également la composante personnelle à travers l'accès que l'enseignant a eu à ce savoir durant ses études.

A l'aune de ce savoir savant, une étude détaillée des programmes nous permettra d'approcher le savoir à enseigner. En comparant les choix de l'institution selon les époques considérées, les objets d'enseignement définis, les liens avec les autres notions, l'existence possible de zones d'ombre ou de manques, nous tenterons de saisir une certaine philosophie des nouveaux programmes, et en quoi la réintégration de la notion de fonction en 3^{ème} s'inscrit dans ce courant.

Nous compléterons cette étude en nous appuyant sur quelques travaux de didactique pour mettre du relief sur la notion. Ces outils nous ont également permis de questionner le concept de fonction et son enseignement, notamment en ce qui concerne son introduction (type de notion et distance ancien/nouveau) et les difficultés auxquelles on peut s'attendre.

---

[2] Artigue M. (1991).

3.1 Historique du concept

Comme nous l'avons expliqué précédemment, il nous a semblé nécessaire de dresser un bref aperçu historique de la genèse du concept de fonction, de manière à saisir toute sa complexité, mais aussi pour nous dégager de nos propres représentations et comprendre les différentes approches développées en didactique. Même s'il n'est pas question de mener ici une étude épistémologique approfondie de ce concept, il apparaît, dans différents travaux dont certains seront présentés dans la partie suivante, des propositions et expérimentations concernant son introduction se positionnant à partir de conclusions historiques : « *Les mathématiques que l'on enseigne aujourd'hui au secondaire sont souvent le résultat de l'évolution de concepts vieux de 1000 ans. Cependant, on ne tient pas toujours compte de cette évolution et on se contente souvent de donner aux élèves le produit fini, dénué de son sens et se son contexte.* »[3]

Youschkevitch, dans son article intitulé « *Le concept de fonction jusqu'au milieu du 19ème siècle* », distingue trois étapes principales dans le développement de l'idée de fonction :

- L'Antiquité
- Le Moyen-âge
- La période moderne (fin 16ème et 17ème siècle).

Pour compléter cette étude, nous y ajouterons une 4ème étape au 19ème siècle, suivie d'une 5ème concernant les dernières avancées du 20ème siècle.

L'Antiquité marque le premier stade pour le concept de fonction. Les Babyloniens, déjà 2000 ans avant J-C, utilisaient des tables sexagésimales de carrés et racines carrées, de cubes et racines cubiques. D'autres tables de fonctions furent également employées en astronomie babylonienne.

Les Grecs, s'ils se servaient également des fonctions tabulées, expérimentèrent d'autres moyens de représenter certaines relations fonctionnelles : tentatives pour déterminer les lois les plus simples de l'acoustique et rôle clé des « symptômes »[4] dans la théorie des coniques. Youschkevitch pose cependant la question de savoir si les mathématiciens de l'Antiquité possédaient un concept général de fonction. Les idées de dépendance entre quantités et de quantités variables étaient présentes dans la pensée mathématique grecque, mais sans l'idée abstraite et plus générale de fonction : « *Quelles que soient les causes et les circonstances idéologiques qui amenèrent la physionomie de la science antique qui vient d'être décrite, la pensée mathématique de l'Antiquité n'a créé aucune notion générale ni de quantité variable ni de fonction.* »[5]

Il faut attendre la fin du 14ème siècle pour qu'apparaisse, avec les travaux de Nicolas Oresme et sa théorie des configurations des qualités[6], un concept plus général de fonction. S'intéressant notamment à la cinématique, il envisage « *toute chose mesurable, à l'exception des nombres dans une manière de quantité continue* », et voulant rendre compte de cette variation continue, il fournit une

---

[3] René de Cotret S. (1988)

[4] « *Un « symptôme » d'une section conique donnée, dirait un mathématicien moderne, représente pour chaque point de la courbe donnée, une seule et même dépendance fonctionnelle entre sa demi-corde y et le segment x du diamètre conjugué avec la corde, les extrémités de ce segment étant le point d'intersection du diamètre avec la corde et le sommet correspondant.* » Youschkevitch p.11

[5] Youschkevitch p.16.

[6] Les qualités ou formes sont des phénomènes tels que la chaleur, la lumière, la couleur, la densité, la distance ou la vitesse.

méthode pour représenter par une figure géométrique les « *intensités d'une qualité* [7] *d'un sujet* ». Les représentations d'Oresme restent cependant purement qualitatives, et c'est Galilée qui se chargera de reprendre ses travaux et d'y introduire des résultats quantitatifs tirés de l'expérience. Pour René de Cotret [8], c'est cette alliance du qualitatif et du quantitatif qui marque l'évolution du concept de fonction.

Il faut cependant attendre la contribution de Descartes, au 17ème siècle, pour qu'apparaisse pour la première fois l'expression de dépendance générale entre deux quantités variables. Les avancées du siècle précédent, l'algèbre spécieuse de Viète et l'extension du concept de nombre notamment, ont ainsi permis d'unifier nombres discrets et quantités continues. Descartes, en exprimant grâce aux équations la dépendance entre des quantités variables de manière à permettre de calculer les valeurs de l'une correspondant aux valeurs données de l'autre, donne alors une nouvelle méthode, analytique, pour représenter les fonctions.
Les travaux de Newton, Leibniz, Fermat et Descartes développent cette nouvelle interprétation de la fonctionnalité, mais c'est à Bernoulli qu'on doit la première définition d'une fonction comme expression analytique : « *On appelle fonction d'une grandeur variable une quantité composée de quelque manière que ce soit de cette grandeur variable et de constantes* » [9].
Euler, dans son « *Introductio in analysis infinitorum* » daté de 1748, définira les notions de constante et de variable (« *Une quantité variable comprend tous les nombres en elle-même* »), ainsi que les méthodes significatives pour la formation d'expressions analytiques (opérations algébriques, transcendantes, puis sous la forme universelle d'une série entière infinie). Il distingue ainsi les fonctions « continues », données par une seule expression analytique sur tout le domaine de la variable, des fonctions « discontinues » ou « mixtes » dont l'expression analytique varie sur ce domaine. La controverse qui l'oppose à D'Alembert au sujet des cordes vibrantes l'amène en 1755 à produire une nouvelle définition de la fonction afin de tenir compte de l'existence d'autres fonctions ni « continues », ni « mixtes », et ne pouvant s'exprimer de façon analytique : « *Si certaines quantités dépendent d'autres quantités de telle manière que si les autres changent, ces quantités changent aussi, alors on a l'habitude de nommer ces quantités fonctions de ces dernières ; cette dénomination a la plus grande étendue et contient en elle-même toutes les manières pour lesquelles une quantité peut être déterminée par d'autres. Si par conséquent x désigne une quantité variable, alors toutes les autres quantités qui dépendent de x de n'importe quelle manière, ou qui sont déterminées par x, sont appelées fonctions de x.* » [10]
A partir de là, l'extension du concept devient possible grâce à l'étude des classes de fonctions.

Au 19ème siècle, les travaux des mathématiciens développent la théorie générale des fonctions analytiques. Cauchy , à partir d'un exemple de fonction « discontinue » au sens d'Euler mais qui peut être représentée par une seule équation et de la sorte être « continue », montre que la caractérisation en fonctions « continues » et fonctions « mixtes » n'est plus possible. Il propose donc en 1821 une nouvelle définition de la continuité qui en affranchit la notion de fonction. Fourier, Lobatchevsky et Dirichlet travaillent sur le concept de fonction tel qu'il a été défini par Euler et, même s'ils se restreignent aux fonctions continues, en donnent une définition tout à fait générale ayant la possibilité d'inclure les fonctions discontinues. Hankel donnera, en 1870, une définition

---

[7] Principalement la vitesse.
[8] René de Cotret S. (1988)
[9] Bernoulli (1718), d'après Youschkevitch p.35
[10] Euler (1755), d'après Youschkevitch p.49

affranchie du concept de continuité à laquelle il donnera le nom de Dirichlet : « *On dit que y est fonction de x si à chaque valeur de x d'un certain intervalle correspond une valeur bien définie de y sans que cela exige pour autant que y soit définie sur tout l'intervalle par la même loi de fonction que x, ni même que y soit définie par une expression mathématique explicite de x.* » [11]
L'idée de correspondance arbitraire univoque permet ainsi au concept de fonction de se détacher de celui de représentation analytique, plus d'un siècle après la définition d'Euler.

Les mathématiciens du 20ème siècle, en repensant les fondements des concepts mathématiques, donneront une définition plus rigoureuse du concept de fonction sur la base de la théorie des ensembles (Bourbaki, 1939), permettant de lier logiquement les différentes branches des mathématiques dans lesquelles intervient ce concept.

Ce bref historique du concept de fonction fait ressortir la difficulté d'une conceptualisation générale de la notion :

Ainsi, sur toute une période courant de l'Antiquité à Descartes, la notion de fonction n'est pas encore décontextualisée. En tant qu'outil implicite, elle intervient, avec différents modes de représentation, pour rendre compte de relations puis de variations entre grandeurs pour des problèmes géométriques ou mécaniques.

C'est grâce à l'avènement de l'algèbre au 17ème siècle que la notion se détache de ces contextes particuliers, et l'étude des fonctions analytiques, par l'unification des graphiques et des équations, permet par la suite une première conceptualisation de la fonction.

Le 19ème et le 20ème siècle verront la dernière phase de l'évolution du concept en tant que correspondance arbitraire.

Nous retiendrons quatre points de cette étude qui nous paraissent particulièrement importants pour questionner le savoir à enseigner et le savoir enseigné :

- L'utilisation du concept en tant qu'outil implicite avant qu'il ne soit défini comme objet mathématique
- Les trois phases de contextualisation, décontextualisation et conceptualisation et le rôle clé de l'algèbre élémentaire dans la phase de décontextualisation
- La primauté des aspects variation et dépendance sur l'aspect correspondance
- Les différents modes de représentation associés au concept.

C'est avec ce regard orienté, en cherchant les liens et les équilibres possibles entre ces différents aspects, que nous analysons à présent les instructions officielles concernant la notion de fonction au fil des différentes réformes de 1960 à aujourd'hui.

---

[11] Youschkevitch p.61.

3.2. Du côté des mathématiques enseignées : l'évolution des programmes

Suite aux diverses réformes de l'enseignement secondaire (de la réforme des mathématiques modernes à la mise en place du socle commun), l'enseignement de la notion de fonction a été régulièrement remis en question. Nous nous proposons dans cette partie d'étudier l'évolution de la place qu'occupe ce concept dans les programmes des classes de 4^{ème}, 3^{ème} et 2^{nde} (si nécessaire) des années soixante à aujourd'hui, ainsi que dans certains manuels.

Période précédant la réforme des mathématiques modernes (arrêté du 24 octobre 1964) :

Les programmes des classes de $4^{\text{ème}}$ et de $3^{\text{ème}}$ se partagent en trois parties : arithmétique, algèbre et géométrie. Pour la classe de $4^{\text{ème}}$, la partie algèbre comporte les notions de variable et de correspondance entre variables, reprises et complétées en $3^{\text{ème}}$ par les notions de fonction, représentation graphique d'une fonction d'une variable, fonction $ax + b$ de la variable x et représentation graphique.

Le manuel de $4^{\text{ème}}$ consulté [12] présente la définition formelle d'une application (« *On dit aussi parfois fonction* ») en tant que correspondance entre un élément (« *x s'appelle la variable* ») d'un ensemble E donné et un élément d'un ensemble F donné. On y trouve ensuite les fonctions monômes (à une ou plusieurs variables, dont les fonctions linéaires), puis les fonctions polynômes (dont les fonctions affines), définies par leurs expressions algébriques. Les calculs sur les polynômes et les transformations de polynômes en produits se font à partir des fonctions précédemment définies.

Le manuel de $3^{\text{ème}}$ examiné [13] introduit la notion de fonction au cours du chapitre « *Grandeurs directement et inversement proportionnelles* » et donne la définition suivante : « *Un nombre y est fonction d'un nombre x si la connaissance de x entraine celle de y.* »
Suivent douze chapitres d'algèbre (racines, polynômes, équations, problèmes d'algèbre) sans lien avec la notion de fonction. Sont ensuite présentées la représentation graphique d'une fonction, les fonctions linéaires, introduites par un problème de proportionnalité, et les fonctions affines, introduites également à partir des grandeurs et des accroissements proportionnels. Ces fonctions sont ensuite appliquées à la résolution d'équations du type $ax + by + c = 0$, aux systèmes d'équations et à la résolution graphique de problèmes d'algèbre.

Les approches des deux manuels sont assez différentes, le manuel de $4^{\text{ème}}$ anticipant déjà une présentation formelle du concept de fonction et privilégiant l'aspect correspondance, alors que le manuel de $3^{\text{ème}}$, dans son introduction à partir des grandeurs proportionnelles, choisit une approche plus « classique » dans laquelle les aspects dépendance et variation semblent plus présents. La notion n'est pas introduite en tant qu'outil, mais, dans les deux manuels, elle sert d'assise à toute une part du travail algébrique.

---

[12] Mathématiques, Classe de $4^{\text{ème}}$, C. Bréard, Editions de l'Ecole (1967)
[13] Mathématiques $3^{\text{ème}}$, V. Lespinard & R. Pernet, Editions André Desvignes (1967)

La réforme des mathématiques modernes (BO du 31/10/68 et du 21/06/73)

Le programme de 4ème de 1971 propose un nouveau découpage des notions en quatre parties :

- Relations
- Nombres décimaux relatifs et approche des réels
- Géométrie de la droite
- Géométrie plane.

La partie « *Relations* », outre la révision des notions présentées dans les classes antérieures vise l'introduction des notions de produit cartésien, relation, application, composition des applications, bijection d'un ensemble sur un ensemble et bijection réciproque. La place première de cette partie (et ce dès le programme de 6ème) indique clairement une volonté de structurer les savoirs mathématiques, les concepts ainsi définis servant d'assise aux autres parties du programme. C'est dans la deuxième partie du programme de 4ème que se trouvent les exemples de fonctions polynômes.

Le programme de 3ème se découpe en trois parties :

- Nombres réels, nombres rationnels, fonctions numériques, équations, inéquations
- Plan euclidien
- Géométrie euclidienne plane.

C'est dans la première partie que se trouve l'étude des fonctions numériques et des polynômes, des fonctions rationnelles, des fonctions linéaires et affines.

Le manuel de 4ème consulté [14] présente les définitions formelles d'une application ou d'une fonction en tant que relation, ainsi que des exemples de fonctions numériques ($x \mapsto 2x^2 + 4$) pour lesquelles il s'agit de calculer l'image de certaines valeurs.

Dans le manuel de 3ème étudié [15] sont définies les notions d'ensemble de définition, d'intervalle de $\mathbb{R}$ et de représentation graphique, ainsi que les opérations dans l'ensemble des fonctions numériques d'une variable, les fonctions rationnelles et les notions de fonction croissante ou décroissante à l'occasion de l'étude des fonctions linéaires et affines. Ces notions permettent d'aborder ensuite les équations et les inéquations.

Ce programme a pour ambition d'organiser les concepts, objets d'apprentissage, dans une perspective structuraliste. L'aspect correspondance de la définition bourbakiste est ici clairement privilégié. Les liens qu'entretient la notion de fonction avec les autres notions du programme sont explicitement établis, et la notion est utilisée pour toute une part du travail algébrique.

Cette volonté de structuration se poursuit avec le programme de 2nde dont la première partie s'appelle « *Langage des ensembles* » pour toutes les sections. L'apprentissage des notions y est organisé, aussi bien en analyse qu'en géométrie, à partir du formalisme ensembliste et des structures algébriques.

---

[14] Maths 4ème, Monge, Guinchan, Pelle, Pécastaings, Hautcoeur-Tardieu, Editions Belin (1971)

[15] Maths 3ème, Monge, Guinchan, livre du professeur, Editions Belin (1972)

La contre-réforme (BO du 17/03/77 et du 05/03/81) :

La partie « *Relations* » des programmes précédents a disparu et les programmes de 4ème et de 3ème s'articulent en deux parties : Calcul numérique ou Algèbre et Géométrie plane ou Géométrie. On retrouve dans la première partie du programme de 4ème ce qui concerne les applications, les compositions d'applications, les bijections et les bijections réciproques, mais ces notions n'ont plus à être enseignées pour elles-mêmes : « *On les dégagera progressivement à partir des exemples qui se présenteront dans l'étude du programme* ». Les différentes transformations du plan que les élèves ont rencontrées dans les classes précédentes ont ainsi été définies en tant qu'application du plan dans lui-même, de même que la projection introduite en 4ème. Il nous semble cependant difficile à la seule lecture du programme de déterminer la place occupée par la notion de fonction dans la partie numérique, et de quels exemples rencontrés elle peut se dégager.

Le programme de 3ème quant à lui indique : « *Construction, sur des exemples, de la représentation graphique d'une application d'une partie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, applications linéaires et affines de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, représentations graphiques* » et « *Résolution graphique d'un système d'équations ou d'inéquations.* »

Le manuel de 4ème consulté [16] continue de présenter les mêmes définitions formelles, mais le chapitre « *Relations, applications* » est le dernier de la partie « *Calcul numérique* », et ne sert plus d'assise aux autres notions abordées : deux chapîtres sur vingt-huit sont consacrés à cette partie, ce qui vient renforcer cette impression de moindre importance. Le chapitre concernant les équations et les inéquations, par exemple, est traité avant et sans lien avec la notion. Le manuel rappelle les définitions d'une relation et d'une application (déjà présentées par le même manuel en 5ème) auxquelles se rajoute la définition d'une bijection. On y trouve quelques exemples de fonctions numériques ($x \mapsto x^3$ ou $x \mapsto 3x + 2$) et les tâches proposées sont essentiellement des tâches de calcul d'images, de représentation graphique et de reconnaissance de bijection. L'approche de la notion reste très formelle, portée par la définition ensembliste et l'aspect correspondance.

Le manuel de 3ème étudié [17] définit une fonction numérique dans le chapitre « *Représentations graphiques* », en donne quelques exemples ($x \mapsto \sqrt{x}$ ou $x \mapsto \frac{x-2}{1+x}$), puis définit les notions de fonction linéaire et de fonction affine. Deux chapitres sur dix-neuf leur sont consacrés, mais trois autres chapitres sont traités en lien avec ces notions : « *Equation d'une droite* », « *Equations et inéquations à deux inconnues* » et « *Problèmes du premier degré* ». C'est donc pour et par le travail dans le registre graphique que la notion est introduite. On retrouve également la notion de fonction dans la partie géométrie où sont définies les fonctions trigonométriques.

Une étude plus générale de la notion de fonction prend place dans le programme de 2nde. Il est conseillé d'y consacrer 20% du temps, à partir d'exemples de fonctions faisant intervenir différents registres de représentation, puis d'étudier le comportement global et local d'une fonction. Ce programme est plus détaillé que le précédent, et insiste sur l'importance de la notion pour ce niveau.

La notion de fonction, au collège, se trouve ainsi isolée dans ce qui a survécu de la structure ensembliste de la réforme précédente, et c'est son lien avec le registre graphique qui semble privilégié. Tout le travail sur l'aspect global de la notion a été repoussé au lycée.

---

[16] Faire des mathématiques en 4ème, Deledicq, Lassave, Missenard, Editions Cédric (1979)

[17] Maths 3ème, Monge, Editions Belin (1980)

Période de rénovation du collège unique (BO du 12/12/85, du 05/02/87 et du 17/05/90) :

Au collège, l'enseignement des mathématiques doit partir des problèmes rencontrés dans d'autres disciplines et mieux faire percevoir le caractère « outil » de la discipline. Il doit permettre de relier les observations du réel à diverses représentations (schémas, tableaux, graphiques) et aux concepts.
Les programmes de 4$^{\text{ème}}$ et de 3$^{\text{ème}}$ se présentent dorénavant en trois parties :

- A. Travaux numériques
- B. Travaux géométriques
- C. Organisation et gestion de données. Fonctions.

C'est dans cette troisième partie qu'apparait en 4$^{\text{ème}}$: « *Application linéaire et proportionnalité, représentation graphique d'une fonction linéaire, notion de coefficient directeur et pente* ».
Dans cette même partie, pour le programme de 3$^{\text{ème}}$, se trouvent les contenus « *Application affine et représentation graphique* ». Des exemples numériques ou géométriques, la lecture et l'utilisation de tableaux et de représentations graphiques doivent permettre d'expliciter la proportionnalité, les fonctions linéaires puis les fonctions affines.

Dans le manuel de 4$^{\text{ème}}$ consulté [18], aucune définition générale d'une application linéaire n'est donnée : la notion est introduite par l'exemple de deux grandeurs proportionnelles, et seul un exemple ($x \mapsto 3{,}5x$) est donné dans la partie cours, avant de passer aux notions de vitesse et de pourcentage. Dans le même manuel édité quatre ans plus tard les grandeurs ont disparu : ce sont les suites de nombres proportionnels qui servent de support pour introduire l'application linéaire et aucun formalisme nouveau n'accompagne plus la notion. Le chapitre « *Application linéaire* » ou « *Proportionnalité* » est le dernier de ces manuels et la notion n'a plus d'autre lien avec le reste du programme.

En 3$^{\text{ème}}$ [19], le chapitre « *Applications affines* » est l'avant-dernier de la partie numérique du manuel, avant un chapitre de statistiques. La résolution graphique de systèmes est traitée avant et sans lien avec la notion. Il en est de même des équations de droite. Après une introduction par une activité de généralisation de trois situations et de reconnaissance du « modèle » algébrique affine, l'application affine est définie par son aspect correspondance.

Le programme de 2$^{\text{nde}}$ de 1986 est une version un peu allégée de celui de 1981, et nous n'avons pas noté de différences notables concernant la partie sur les fonctions. Il est cependant précisé que tout exposé théorique (composition, relation d'ordre…) doit être évité. Le programme de 1990 conserve pour l'essentiel les objectifs du programme précédent, cependant il se veut en continuité avec ceux de collège « *qui font davantage appel à l'activité des élèves et sont plus tournés vers la résolution de problèmes et les applications* ». Les deux objectifs sont de familiariser les élèves avec la description de phénomènes continus à l'aide de fonctions et d'acquérir une bonne maîtrise des fonctions usuelles et un certain savoir-faire.

Toute définition générale et formelle du concept de fonction a été repoussée au lycée. Seules les fonctions linéaires et affines restent au collège, mais détachées des travaux numériques et géométriques, en tant qu'objets mathématiques de modélisation de situations.

---

[18] Pythagore 4$^{\text{ème}}$, Editions Hatier (1988)
[19] Pythagore 3$^{\text{ème}}$, Editions Hatier (1989)

Réforme Bayrou (BO du 13/02/97)

Dès les programmes de 6ème et de 5ème, les programmes précisent : « *Certains travaux conduiront à décrire des situations mettant en jeu des fonctions. Toute définition de la notion de fonction sera évitée, mais des expressions comme « en fonction de » ou « est fonction de » pourront être utilisées.* » En 5ème, on pourra ainsi envisager des variations de grandeurs telles que l'aire ou le volume en fonction d'une variable de la formule, tout autre variable étant fixée. Pour la classe de 4ème, la notion d'application linéaire a disparu (n'en reste que la caractérisation graphique de la proportionnalité par l'alignement des points avec l'origine) et c'est en classe de 3ème qu'est fixé l'objectif d'approcher la notion de fonction : « *L'un des objectifs est de faire émerger progressivement, sur des exemples très simples la notion de fonction en tant que processus faisant correspondre à un nombre un autre nombre.* »

Dans la troisième partie du programme de 3ème se trouvent les contenus « *Fonction linéaire et fonction affine* ». Les compétences exigibles concernent les notations, la détermination de l'expression algébrique d'une fonction, sa représentation graphique, le calcul d'images et la lecture graphique. « *La classe de 3ème est donc l'occasion du premier véritable contact des élèves avec cette notion de fonction, dans sa conception actuelle qui fait correspondre à tout élément d'un ensemble un élément d'un autre ensemble. Mais il ne s'agit pas de donner une définition générale de la notion de fonction* » précise le document d'accompagnement. Le travail se limite en effet aux fonctions linéaires et affines, même si d'autres exemples de fonctions simples sont également utilisés, et la relation de référence pour l'étude des fonctions sur tout le cycle du collège est la proportionnalité. L'interprétation graphique d'un système de deux équations à deux inconnues peut être l'occasion d'un lien avec la notion de fonction. Les équations de droite ne sont plus au programme.

C'est au lycée que la notion de fonction occupera une place centrale dans le cadre de l'enseignement de l'analyse. Le programme de 2nde se fixe ainsi comme objectifs :

- d'expliciter sous différents aspects (graphique, calcul, étude qualitative), la notion de fonction
- d'étudier quelques fonctions de référence préparant à l'analyse.

On peut lire dans les commentaires : « *Le passage du nombre $f(x)$ à l'objet mathématique « fonction » noté f est difficile et demande un temps de maturation individuelle qui peut dépasser la classe de 2nde.* »

Ces programmes marquent la volonté de formaliser plus tardivement le concept de fonction, tout en l'utilisant dès la 6ème de manière implicite pour modéliser ou représenter la co-variation de deux grandeurs. On retrouve ainsi l'idée de « maturation » nécessaire au concept évoquée dans le programme de 2nde.

Mais, dans les différents manuels que nous avons consultés, nous n'avons trouvé aucune activité spécifique d'étude de variation de grandeurs en 6ème, 5ème, ou 4ème [20]. Les manuels de 3ème semblent quant à eux se limiter aux fonctions linéaires et affines, et mettent l'accent sur la correspondance entre nombres, les notations et les différents modes de représentation (tableau et graphique).

---

[20] Transmath 6ème, Pythagore 5ème et 4ème, 5 sur 5 3ème, Magnard 3ème, Décimale 3ème, Diabolo 3ème, Trapèze 3ème (années 2000 à 2003).

Nouveaux programmes (BO du 19/04/2007, du 28/08/2008 et du 23/07/09)

Les programmes du collège se déclinent en quatre parties :

- Organisation et gestion de données, Fonctions
- Nombres et calculs
- Géométrie
- Grandeurs et mesures.

Dès l'introduction générale, l'objectif est fixé d'approcher la notion de fonction (exemples des fonctions linéaires et affines).

Le programme de 6ème invite, dans la partie « *Représentations usuelles : diagrammes, graphiques* » à travailler la « *capacité à faire une interprétation globale et qualitative de la représentation étudiée (évolution d'une grandeur en fonction d'une autre*) ». En 5ème, « *il est possible d'envisager dans une formule la variation d'une grandeur en fonction d'une autre grandeur, mais toute définition de la notion de fonction est exclue* ». En 4ème, le mot « *fonction* » est employé chaque fois que nécessaire, mais sans qu'aucune définition formelle ne soit donnée. L'utilisation des tableurs-grapheurs doit enrichir le travail sur la notion de variable (désignation particulière par l'emplacement de la cellule). L'étude de la propriété caractéristique de la proportionnalité (alignement des points avec l'origine) doit préparer l'association en classe de 3ème de la proportionnalité à la fonction linéaire.

En 3ème, l'objectif est clairement affiché d'approcher la notion de fonction, d'acquérir une première connaissance des fonctions linéaires et affines et de synthétiser le travail sur la proportionnalité des classes antérieures. « *L'objectif est de faire émerger progressivement, sur des exemples, la notion de fonction comme processus faisant correspondre à un nombre un autre nombre* ». Mais « *toute définition générale de la notion de fonction et d'ensemble de définition est hors programme* ».
La « notion de fonction » fait dorénavant partie des connaissances et capacités attendues en fin de 3ème, et les élèves doivent être amenés à travailler des fonctions autres que linéaires ou affines. L'emploi du terme « *antécédent* » est une nouveauté du programme.

Les capacités visées sont :

- déterminer l'image ou l'antécédent d'un nombre donné par une fonction déterminée par une courbe, un tableau de données ou une formule
- déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire ou affine
- représenter graphiquement une fonction linéaire ou affine
- connaître et utiliser la caractérisation d'un point d'une droite par la vérification par ses coordonnées de la relation algébrique correspondant à la fonction représentée
- lire et interpréter graphiquement le coefficient d'une fonction linéaire ou affine.

Concernant les fonctions autres que linéaires et affines (les nouveautés du programme), les capacités se limitent à déterminer l'image ou l'antécédent d'un nombre.

Il n'existe pas de document d'accompagnement spécifique sur les fonctions, mais une partie leur est consacrée dans le document « *Proportionnalité* » de juillet 2005 et dans le document « *Grandeurs et mesures* » d'octobre 2007. Ces documents reprennent l'idée de fonction « *dans sa conception actuelle qui fait correspondre à tout élément d'un ensemble un élément d'un autre ensemble* ».
Le traitement de situations de proportionnalité a été l'occasion de rencontrer des formules, tableaux de nombres et des représentations graphiques, « *mais les fonctions numériques associées à ces*

formules, à ces tableaux ou à ces représentations ou désignations n'ont pas été explicitées de manière formelle et décontextualisée. Le passage des grandeurs aux mesures permet justement une telle formalisation, et c'est alors que le modèle unique de la fonction linéaire trouve sa légitimité. »

Les fonctions linéaires, comme les fonctions affines sont donc introduites en référence à la proportionnalité. Les commentaires des programmes précisent à ce sujet l'utilisation de tableaux de proportionnalité pour dégager le processus de correspondance et ensuite le formuler en langage naturel et formel, ainsi que l'utilisation du registre graphique pour dégager des situations qui ne relèvent pas de la proportionnalité mais dont la représentation graphique est une droite.

Le programme de 2$^{\text{nde}}$ précise que la notion de fonction est difficile à appréhender et ne fait pas encore sens au début du lycée pour de nombreux élèves. Il encourage une programmation moins centrée sur les notions elles-mêmes et davantage sur les problèmes que les élèves doivent savoir résoudre, en fixant deux objectifs :

- étudier et résoudre un problème se ramenant à une équation du type $f(x) = k$ où la fonction est donnée (définie par une courbe, un tableau de données, une formule) et aussi lorsque toute autonomie est laissée pour associer au problème divers aspects d'une fonction
- étudier un problème d'optimisation ou un problème du type $f(x) > k$ et le résoudre, selon les cas, en exploitant les potentialités de logiciels, graphiquement ou algébriquement, toute autonomie pouvant être laissée pour associer au problème une fonction.

Ces programmes réaffirment la volonté, déjà dessinée dans les programmes précédents, d'apprentissages progressifs sur la notion de fonction, de la 6$^{\text{ème}}$ à la fin du lycée. Aucune formalisation du concept ne doit être faite au collège, mais des situations utilisant la notion de manière implicite peuvent être proposées dès la classe de 6$^{\text{ème}}$, en s'appuyant sur les grandeurs et les variations de grandeurs, et ceci dans différents registres de représentation sémiotique.

Les documents d'accompagnement précisent notamment une progressivité possible dans l'utilisation des notations qui nous semble aller en ce sens, un passage « naturalisé » du langage naturel au registre symbolique : de « *le prix de 7, 5 kg de pommes est 10 €* » à « *prix de 7, 5 kg égal 10 €* » puis « *p de 7,5 kg égal 10 €* », « *p(7,5kg)=10 €* » et enfin « *p(7,5)=10* ».

L'aspect correspondance lié à la définition « moderne » de la notion est le seul à apparaître explicitement, mais les élèvent peuvent (doivent ?) rencontrer l'aspect variation précédemment de manière implicite. La disparition de toute une partie des commentaires entre la version 2008 et la version 2009 des programmes de 3$^{\text{ème}}$, concernant les exemples d'activités sur lesquelles prendre appui (variations d'aires, de volumes) pour dégager les idées de fonction et de variable, nous laisse à ce sujet assez perplexe.

La modélisation de toute situation de proportionnalité par la fonction linéaire doit permettre une décontextualisation de la notion, mais aucune conceptualisation n'est à faire au collège. La notion n'est donc pas introduite en tant qu'outil de résolution d'un certain type de problèmes, mais comme outil de modélisation de situations, ce qui nous semble lié à la volonté de présenter les mathématiques comme un « outil », les fonctions étant un des objets mathématiques couramment utilisés en ce sens par d'autres disciplines.

Que retenons-nous de cette analyse des programmes ?

Tout d'abord que la notion de fonction semble chercher sa place entre le collège et le lycée depuis qu'a vécu la réforme des mathématiques modernes. Quelque chose semble effectivement se jouer à cette transition $3^{ème}/2^{nde}$, et l'institution semble chercher le moment judicieux de la conceptualisation et les apprentissages nécessaires à définir en amont.

La réforme des mathématiques modernes préconisait l'introduction formelle de la notion en tant qu'exemple particulier de relation, et les fonctions numériques trouvaient alors leur place dès le collège dans un ensemble structuré de savoirs en construction depuis la $6^{ème}$.

Avec la contre-réforme, toute la partie « *Relations* » dans laquelle vivait la notion s'est trouvée réduite et la notion de fonction s'est ainsi trouvée peu à peu isolée du reste des travaux numériques et géométriques. L'aspect correspondance de la définition ensembliste semble toujours privilégié, mais c'est par la représentation graphique que s'établit un lien avec d'autres notions du programme. Toute étude générale de la notion de fonction, et notamment l'aspect global, se trouve renvoyée au lycée.

Ce détachement des travaux numériques s'achève avec la réforme du collège unique, la notion se trouvant inscrite dans une nouvelle partie du programme. L'appauvrissement du travail algébrique a considérablement réduit l'herbier de formules qu'on peut étudier au collège et seules les fonctions linéaires et affines restent objets d'enseignement en $4^{ème}$ et en $3^{ème}$, avec une attention particulière portée aux différents modes de représentation (notamment tableaux de valeurs et graphiques). La volonté de mettre l'accent sur le caractère « outil » des objets mathématiques pose alors la question de l'utilité de la notion au collège. Ainsi la relation de proportionnalité devient la référence, sur toute la durée du collège, pour l'étude des fonctions.

Les réformes suivantes semblent rester dans la même philosophie, mais en mettant l'accent sur une approche plus progressive de la notion. Des exemples de co-variation de deux grandeurs peuvent ainsi être présentés tout au long du collège sans que la notion soit définie, et les fonctions linéaires et affines sont abordées en $3^{ème}$ à partir d'exemples. La réforme de 2005 réintègre explicitement la « *notion de fonction* » en $3^{ème}$ avant l'étude des cas particuliers linéaire et affine.

La notion de fonction s'est ainsi peu à peu détachée des parties numériques et algébriques abordées au collège, pour se trouver rattachée à l'étude des situations de proportionnalité. Quelle distance cela implique-t-il alors entre le savoir à enseigner et le savoir savant ? Existe-t-il, au niveau du collège, des problèmes pour lesquels cette notion pourrait être outil de résolution ? La question des précurseurs se trouve également posée : qu'est-ce qui doit être nécessairement construit les années précédentes pour pouvoir introduire le concept en $3^{ème}$? Quelles ruptures y a-t-il entre le concept et ce qui a été présenté avant ? La partie suivante, dans laquelle nous prendrons appui sur différents travaux de didactique pour « mettre du relief » sur la notion, nous permettra d'ouvrir quelques pistes de réflexion sur ces différentes questions et de dégager quelques éléments de référence pour apprécier ensuite le scénario étudié.

3.3. Mettre du relief sur la notion de fonction

3.3.1. Questionner la transposition didactique

Nadia Amra, dans sa thèse « *Transposition didactique du concept de fonction* » analyse le savoir savant en retenant deux définitions générales de la fonction qui lui semblent essentielles pour son étude du concept, car caractérisant deux modes d'appréhension différents de cette notion :

- La définition de Dirichlet : « *Si une variable x est reliée à une variable y de telle façon que, quelle que soit la valeur numérique assignée à x, il existe une loi selon laquelle une valeur unique de y est déterminée, alors y est dite fonction de la variable indépendante x.* » (Cette définition était encore très largement utilisée au milieu du 20ème siècle)
- La définition « moderne » : « *Une fonction f de A dans B est une relation qui à tout élément x de A associe au plus un élément y de B.* »

Dans la définition de Dirichlet, la notion de fonction est envisagée comme correspondance entre des ensembles de nombres, mais l'emploi des termes « *variable* », « *reliée* », et « *loi* », indique trois aspects de la notion de fonction pris en considération dans cette définition : correspondance univalente, variation et dépendance. De ces trois aspects, la définition « moderne » ne retient que le premier. Nadia Amra distingue donc deux modes d'appréhension de la fonction, par sa perception en tant que « *loi de variation* » (définition de Dirichlet), ou conception en tant que « *loi ensembliste* » (définition moderne).

Qu'en est-il en ce qui concerne le savoir à enseigner dans les nouveaux programmes de collège ? Nous avons montré dans l'étude précédente, que, si la définition moderne a vécu pendant la réforme des mathématiques modernes, les choses ne sont plus aussi claires aujourd'hui.

On ne retrouve bien sûr aucune des deux définitions précédentes dans les programmes actuels de collège, même si ceux-ci s'appuient explicitement sur la « *conception actuelle de la notion faisant correspondre à un élément d'un ensemble un élément d'un autre ensemble* », et définissent la fonction en tant que « *processus faisant correspondre à un nombre un autre nombre* ». L'aspect correspondance est ici clairement explicité et rapproche la notion de sa définition « moderne ». Mais il faut également s'interroger sur la signification du terme « *processus* » dans cette définition. Un processus n'est ni une loi, ni une règle de correspondance, et renvoie à l'idée de « *tâche en train de s'exécuter* » ou de « *suite d'opérations normalisées effectuées pour une tâche donnée* » en se référant aux définitions données dans le domaine informatique. Avec l'emploi du terme « *processus* », peut-être vise-t-on une compréhension plus intuitive de la notion de fonction, d'autant plus que toute définition générale de cette notion est hors-programme. L'objectif serait donc de faire sentir aux élèves « *quelque chose en train de s'effectuer* » sur un nombre et lui faisant correspondre un autre nombre. Mais l'aspect dynamique contenu dans le terme « *processus* » ne nous semble pas pour autant prendre en compte l'aspect « *loi de variation* » de la définition de Dirichlet.

Il faut cependant rappeler que l'étude des programmes précédente laisse apparaitre une volonté d'apprentissages progressifs sur la notion de fonction, avec la possibilité de proposer dès la classe de 6ème des situations s'appuyant sur les grandeurs et les variations de grandeurs, ce qui rapproche le savoir à enseigner de la perception « *loi de variation* ». Mais peut-on réellement parler de volonté quand cet aspect n'est pas explicitement repris en 3ème au moment où « *approcher la notion de* *fonction* » devient un objectif d'enseignement ? Le fait de choisir des exemples mettant en jeu des fonctions « *issus de situations concrètes* » implique-t-il obligatoirement les aspects variation et dépendance ? Ou ce travail est-il censé être mené les années précédentes ? C'est ce que laisse penser une phrase telle que « *L'utilisation des expressions "est fonction de" ou "varie en fonction de", amorcée dans les classes précédentes, est poursuivie et est associée à l'introduction de la notation f(x)* ». Mais pourquoi alors n'est-ce pas explicite dans les programmes des classes concernées ?

Les programmes de 2nde listent les capacités attendues mais n'indiquent aucun exposé général sur la notion de fonction (statut mathématique du concept). Les documents d'accompagnement reprennent la formule du programme de 3ème : « *faire émerger progressivement un processus faisant correspondre à un nombre un autre nombre* ». Il est également précisé : « *Il importe qu'avant toute formalisation nouvelle, les élèves soient dès le début de l'année et le plus souvent possible confrontés à des situations dans lesquelles il y ait besoin, pour répondre à une question posée au départ :*
- d'identifier deux quantités qui varient tout en étant liées
- d'expliciter le lien entre ces deux quantités de diverses manières : tableau de valeurs obtenu grâce à des mesures ou à l'utilisation d'un logiciel (logiciel de géométrie ou tableur), nuage de points dessiné ou obtenu expérimentalement, courbe liée à la situation posée, formule exprimant l'une des quantités en fonction de l'autre
- d'identifier les avantages et les inconvénients de tel ou tel aspect d'une fonction – tableau de valeurs, nuage de points, courbe, formule – selon la question initialement posée. »

Le programme de 2nde ne laisse quant à lui aucune ambiguïté dans sa volonté d'approcher la notion de fonction comme « *loi de variation* » : les aspects dépendance, variation et correspondance y sont explicitement cités. Ce qui ne fait que renforcer notre perplexité quant au savoir à enseigner au collège : les aspects dépendance et correspondance sont-ils les deux aspects à privilégier au collège, l'aspect dépendance restant implicite dans les programmes ?

De quoi alors disposent les élèves pour « deviner » cet aspect dépendance ? Tout d'abord le fait d'utiliser des expressions telles que « *en fonction de* » ou « *varie en fonction de* » dès la 6ème semble suffisant, pour les auteurs des programmes, à traduire cet aspect. Cela devient alors particulièrement complexe de comprendre qui de la dépendance ou de la fonction définit l'autre. Ensuite la rencontre avec la notion de variable se fait dès la 6ème nous dit le document d'accompagnement « *Du numérique au littéral* » : « *La rencontre avec la notion de variable est très précoce, dès l'utilisation de formules. La valeur de certaines lettres dépend alors des valeurs attribuées aux autres. La résolution de certains problèmes et l'utilisation du tableur sont particulièrement propices à un travail sur cet aspect des lettres* ». N'y aurait-il alors aucune différence entre une variable et un nombre généralisé ? Et l'aspect dépendance (et variation ?) se construirait donc de manière implicite par l'utilisation de formules dès la classe de 6ème ?

D'un point de vue didactique, privilégier l'aspect correspondance pour l'introduction de la notion a été critiqué de façon assez virulente dans certains travaux : René de Cotret, en 1988, défendant l'idée que l'enseignement du concept de fonction ne tenait pas suffisamment compte de l'évolution historique du concept et qu'on se contentait de « *donner aux élèves un produit fini et dénué de sens* », écrivait déjà : « *Nous pensons ainsi que la correspondance seule ne suffit pas à un enseignement de la fonction, et qu'on y gagne beaucoup en conservant les notions de variation et de* *dépendance, qui étaient présentes à l'origine du concept, regroupées dans la notion de variable dépendante* ».

Comin, en 2005, qualifiait, avec des mots très durs, l'enseignement de la notion de fonction dans le programme de 2nde : « *Cette caricature du concept de fonction en tant que relation numérique semble révélatrice d'une conception institutionnelle qui s'oppose à l'idée de faire émerger et mûrir cette notion par abstraction de relations entre grandeurs* ».
Il formulait ensuite les hypothèses de « *contresens épistémologique* » ou de « *quiproquo inter institutionnel* » concernant l'approche de la notion de fonction dans ce programme. « *Contresens épistémologique* », si la noosphère estimait possible de construire les concepts généraux de variable et de fonction de manière directe et formelle dans le cadre numérique, ou « *quiproquo inter institutionnel* » si elle pensait les connaissances des élèves sortant de 3ème suffisantes pour une institutionnalisation directe du concept en 2nde. Pour Comin, c'est en effet l'idée de dépendance qui fonde les concepts de fonction et de variable, l'approche ensembliste de la notion de fonction par mise en correspondance terme à terme d'éléments de deux ensembles ayant évacué cette idée de contrainte entre deux grandeurs.

Il précisait également, concernant les programmes de collège : « *L'histoire montre que l'usage de la proportionnalité pour l'étude des fonctions a été un obstacle à l'arrivée de l'algèbre. Les programmes actuels ne semblent pas avoir pris la mesure de cet obstacle. Ils ne permettent pas l'entrée progressive d'outils unificateurs qui, partant des connaissances sur les grandeurs permettraient une entrée progressive dans l'algèbre.* »

En questionnant la transposition didactique du savoir savant au savoir à enseigner, nous avons surtout questionné les implicites du savoir à enseigner. Il est clair que la distance est grande entre le savoir savant et ce qu'en retiennent les programmes pour le collège, d'autant plus que l'objectif n'est évidemment pas que la notion soit formalisée avant le lycée. Mais le savoir à enseigner tel qu'il est décrit dans les programmes de collège nous semble pouvoir être sujet à de multiples interprétations : les différents aspects et leur prise en compte ne sont pas clairement explicités. Que peut-il en être alors de la transposition vers le savoir enseigné ?

3.3.2. Une notion FUG

Aline Robert (1998) distingue trois types de notions mathématiques caractérisées par la distance entre ce qui est nouveau (les connaissances visées), et ce que les élèves ont déjà travaillé (les connaissances « déjà là » ou presque là), en se centrant sur trois caractères que les nouvelles notions peuvent présentées (formalisateur, unificateur et généralisateur) et sur les fonctions des notions introduites (outil si c'est l'usage qui est fait du concept pour résoudre un problème qui est privilégié ou objet si c'est l'objet culturel ayant sa place dans le savoir savant qui est considéré).

Trois types de notions sont alors catégorisées :

- Les extensions (avec ou sans accident) : ces notions sont des extensions de notions anciennes, par exemple parce qu'elles présentent un caractère généralisateur, la multiplication des nombres décimaux étant ainsi une extension de la multiplication sur les entiers
- Les notions RAP : ces notions peuvent être introduites comme réponse à un problème, le théorème de Pythagore pouvant ainsi être introduit comme réponse au problème de catégorisation d'un triangle rectangle par la longueur de ses côtés
- Les notions FUG : ces notions présentent les trois caractères formalisateur, unificateur et généralisateur.

Dès son introduction en classe de troisième, la notion de fonction nous semble présenter les caractères formalisateur, unificateur et généralisateur :

- Formalisateur, avec l'introduction d'un nouveau formalisme : les notations f et $f(x)$ sont introduites et on leur associe des tableaux de valeurs, des courbes, des formules algébriques
- Unificateur, dans le sens ou la notion de fonction unifie les diverses variations de grandeurs qui ont pu être précédemment étudiées, notamment les situations de proportionnalité (fonction linéaire)
- Généralisateur, dans le sens ou ce nouveau concept a une portée plus grande que ce que l'élève avait jusqu'à présent à sa disposition.

Se pose alors la question de l'introduction de cette notion qui n'étend pas quelque chose de « déjà vu » et de la distance entre l'ancien et le nouveau dans les tâches proposées.

Une première interrogation porte sur ce que les élèves ont à leur disposition avant l'introduction du nouveau concept :

- Les représentations graphiques, notamment de situations de proportionnalité en 4ème, mais la question reste posée d'un réel travail antérieur sur la co-variation de grandeurs dont pourrait s'abstraire le concept
- Les programmes de calculs, en tant que transformations explicites sur des nombres donnant des résultats, et leur expression avec une lettre (nombre généralisé) permettant d'exprimer algébriquement un processus de calcul.

Mais la notion de fonction est tout autant associée à l'idée de processus de calcul qu'à l'aspect transformation de tous les éléments de départ, ainsi qu'aux aspects co-variation et dépendance des éléments d'arrivée et de départ. La distance est alors très importante entre les connaissances dont disposent les élèves au début de l'enseignement sur la notion et la notion elle-même.

Les vrais problèmes auxquels la fonction permet de répondre semblent inaccessibles à des élèves de 3ème car trop éloignés de leurs acquis et des questions qu'ils peuvent se poser. Rien ne les amène, à partir de leurs connaissances anciennes, à s'interroger sur la nature d'une correspondance entre deux ensembles de nombres. Il s'agit pourtant d'introduire une certaine partie du formalisme et de la généralisation qui caractérisent la notion sans pouvoir les relier à un outil mobilisable.

Certaines notions FUG peuvent ainsi être introduites par de « bons problèmes » initiaux qui, bien que plus partiels que les situations fondamentales, permettent l'appréhension de la connaissance visée en tant qu'élément de réponse à une question que les élèves peuvent se poser, ou qui permettent de percevoir le caractère unificateur de la notion. L'articulation entre ces problèmes, les interventions (aides) de l'enseignant, les phases de bilan et de cours ainsi que le recours au levier « méta » (commentaires explicatifs sur la démarche) ou aux changements de cadre sont autant de pistes de réflexion pour cette introduction.

Mais au-delà de l'introduction de la notion, un questionnement demeure sur les tâches proposées ensuite. S. Bridoux dans son mémoire de master a ainsi mis en évidence le fait que des tâches apparemment simples et isolées sur de telles notions (analyse d'un enseignement de topologie en 1ère année d'université) s'avéraient dans les faits très difficiles pour les étudiants.

C'est à partir de ces différentes analyses que nous questionnerons les choix de l'enseignant concernant l'introduction de la notion de fonction et le scénario proposé : Quels sont les problèmes initiaux proposés ? La notion est-elle travaillée comme outil ou comme objet ? Les tâches proposées sont-elles simples et isolées ? Si non, comment sont alors prises en charge les difficultés et adaptations, et notamment les changements de registres abordés dans la partie suivante ?

3.3.3. Registres de représentation sémiotique

Duval prend pour hypothèse que la compréhension d'un concept passe par l'utilisation et la coordination de différents registres de représentation sémiotique. Définissant la sémiosis en tant qu'appréhension ou production d'une représentation sémiotique, et la noésis comme l'appréhension conceptuelle d'un objet, il affirme que la noésis est inséparable de la sémiosis, et que c'est la sémiosis qui détermine les conditions d'accès à la noésis, en ce que celui-ci n'est rendu possible que par le recours à une pluralité de systèmes sémiotiques et à leur coordination.

Selon lui, en mathématiques, les représentations sémiotiques ne sont pas seulement indispensables à des fins de communication, mais sont aussi nécessaires au développement même de l'activité, les objets mathématiques n'étant pas accessibles et devant être représentés.

Il définit un registre de représentation sémiotique en tant que système permettant la formation de représentations sémiotiques suivant des règles précises, leur transformation à l'intérieur de ce registre (traitement) et leur conversion en représentations d'autres registres. Il souligne ensuite le paradoxe entre l'importance de cette activité de conversion et la place quasi-nulle qu'elle occupe dans l'enseignement, alors qu'elle constitue l'activité la moins spontanée et la plus difficile à acquérir pour une grande majorité d'élèves, et que c'est elle qui conditionne l'accès à la noésis : « *La compréhension (intégrative) d'un contenu conceptuel repose sur la coordination d'au moins deux registres de représentation, et cette coordination se manifeste par la rapidité et la spontanéité de l'activité cognitive de conversion* ». (Duval, 1993). Il spécifie ensuite les problèmes liés aux changements de registres en termes de congruence ou non congruence.[21]

La notion de fonction met en jeu une pluralité de registres de représentation dont aucun ne peut, à lui seul, la définir. Nous avons retenu six registres susceptibles d'intervenir dans les activités mathématiques sur les fonctions :

- Le registre du langage naturel
- Le registre des tableaux de valeurs
- Le registre symbolique
- Le registre algébrique
- Le registre graphique
- Le registre « tableur ».

Nous avons fait le choix de distinguer le registre symbolique du registre algébrique, pour prendre en compte l'introduction d'un nouveau formalisme lié spécifiquement à la notion de fonction en classe

---

[21] Les trois critères de congruence sont :

- La possibilité de correspondance « sémantique » des éléments signifiants : à chaque unité signifiante simple de l'une des représentations, on peut associer une unité signifiante élémentaire
- L'univocité « sémantique » terminale : à chaque unité signifiante élémentaire de la représentation de départ, il ne correspond qu'une unité signifiante élémentaire dans le registre de la représentation d'arrivée
- L'ordre dans l'arrangement des unités composant chacune des deux représentations.

Ces trois critères permettent de déterminer la congruence entre deux représentations sémiotiquement différentes représentant au moins partiellement le même contenu. La non-congruence entre deux représentations peut être plus ou moins grande. (Duval, 1995) de $3^{\text{ème}}$, certaines tâches mettant en jeu ce nouveau symbolisme, alors que d'autres restent formulées dans le registre algébrique déjà rencontré ultérieurement par les élèves.

La place importante donnée par les programmes au travail dans les différents registres et notamment la place privilégiée faite au registre tableau (tableau de valeurs et tableau de variation en 2^{nde}) et au registre graphique n'est pas sans questionner, aussi bien au niveau des types de tâches mises en œuvre dans ces registres, qu'au niveau des conceptions que peut véhiculer une approche trop centrée sur certains registres.

Yavuz (2005) pose ainsi la question de savoir dans quelle mesure les élèves peuvent comprendre que ces différents ostensifs définissent bien un même objet. Il souligne le côté partiel de la représentation de la fonction fournie par le tableau de valeurs, et le fait que ses règles d'utilisation restent implicites dans l'enseignement, l'usage de cet ostensif semblant ne poser aucune difficulté. Son étude d'un enseignement de 2^{nde} l'amène à conclure sur le peu de tâches de conversion entre registres.

Duval (1988) défend la nécessité d'un apprentissage pour l'articulation des registres graphiques et algébriques, l'interprétation des représentations graphiques présupposant la discrimination de variables visuelles pertinentes et la perception des variables correspondantes de l'écriture algébrique. Il différencie les deux changements de registre, du registre algébrique au registre graphique et du registre graphique au registre algébrique, et note que dans ce deuxième cas, l'approche point par point constitue un obstacle. Il distingue ainsi la démarche de pointage, la démarche d'extension du tracé effectué et la démarche d'interprétation globale des données figurales.

Les travaux de G. Chauvat (1999) attirent l'attention sur les difficultés dues à des obstacles épistémologiques et didactiques renforcés par un recours idéogrammatique au graphique. En travaillant de façon privilégiée les représentations graphiques des fonctions linéaires et affines, on peut favoriser l'émergence de théorèmes-élèves tels que :

- Une relation du type y en fonction de x donne toujours une droite passant par l'origine
- Pour obtenir une représentation graphique, il suffit de placer quelques points et de les relier par des segments.

Des travaux de R. Falcade (2002) et I.Bloch (2002) explorent une possible prise en compte différente du registre graphique dans l'enseignement. Bloch propose ainsi, dans sa situation « *Graphiques et chemins* », d'outiller le registre graphique pour qu'il devienne registre de validation.

R. Falcade présente une séquence d'activités mettant en jeu une fonction géométrique et visant à introduire le graphe de fonction comme trajectoire, dans une interprétation dynamique. Elle questionne ainsi l'organisation d'un processus de médiation sémiotique par les outils du logiciel Cabri-géomètre et d'un texte d'Euler (« *Des lignes courbes en général* »).

L'analyse des registres sollicités et des changements de registres mis en jeu est donc un moyen de questionner le scénario et les tâches proposées. Certains registres sont-ils plus sollicités que d'autres ? Certains changements de registres sont-ils privilégiés ? Est-il possible de les caractériser en termes de congruence ? Un travail spécifique d'apprentissage est-il mené pour certaines conversions ?

3.3.4. Des changements de points de vue

Chaque registre donne donc une représentation partielle de la fonction, et c'est l'articulation entre ces différents registres et leurs manques respectifs qui permet d'associer les différents points de vue concernant le concept :

- Un point de vue ponctuel très présent dans le registre tableau qui donne à voir un ensemble de valeurs discrètes et les images correspondantes, mais également dans le registre graphique ou algébrique pour des tâches de lecture d'images ou d'antécédents
- Un point de vue global, présent dans le registre graphique notamment quand la courbe est interprétée en terme de variation ; on peut aussi penser à la conception dynamique de la courbe développée par Falcade
- Un point de vue local absent au niveau collège.

Concernant les nouveautés du programme, le travail sur les fonctions autres que linéaires et affines semble se limiter à un point de vue ponctuel, puisque les capacités attendues portent uniquement sur la détermination de l'image ou de l'antécédent d'un nombre donné par lecture de graphique ou de tableau, et sur le calcul de l'image d'un nombre à partir d'une formule. Le point de vue global semble à aborder dans le domaine algébrique (détermination d'expressions algébriques), mais également par le travail sur les représentations graphiques, et notamment la lecture et l'interprétation du coefficient.

La notion de fonction se trouve également à l'intersection de modes de pensée numérique (tout un travail est lié à la correspondance entre nombres de départ et nombres d'arrivée), algébrique (utilisation de formules et de lettres) et fonctionnel (idées de variable, de dépendance et de variation).

Ces différents points de vue sont-ils pris en charge dans l'enseignement proposé ? Le passage du ponctuel au global est-il organisé, notamment d'un point de vue numérique et algébrique, ou se limite-t-il à un ensemble de ponctuels, c'est-à-dire à un ensemble de résultats numériques ? Le travail sur la notion se limiterait alors à une étude de résultats bien éloignée de l'étude de la relation et de la dépendance entre variables.

Le mode de pensée fonctionnel est-il nécessaire dans les tâches proposées ? Ou les tâches proposées restent-elles assujetties à un mode de pensée algébrique ? La distance ancien / nouveau permet-elle à une problématique fonctionnelle de se développer ?

4. Méthodologie

4.1. Contexte et données recueillies

Nous avons suivi, pour une classe de $3^{ème}$ de 22 élèves dans un collège ordinaire de la région parisienne, l'intégralité du travail concernant l'introduction de la notion de fonction et les fonctions linéaires. L'enseignante que nous avons observée enseignait dans deux classes de $3^{ème}$ de ce collège et nous en avons choisi une pour des raisons purement pratiques : les quatre heures de cours étaient réparties sur trois jours. L'enseignante considérait cette classe comme étant la plus active des deux, avec des résultats un peu supérieurs dus à la présence d'élèves germanistes et latinistes, mais dans chacune des deux classes trois ou quatre élèves se trouvaient en grande difficulté.

Le premier entretien avec l'enseignante, d'une durée de 50 minutes, concernant sa vision du socle commun et la notion de fonction a été enregistré et intégralement retranscrit. Les autres entretiens, plus courts et informels, n'ont pas été enregistrés. L'utilisation de courriers électroniques nous a également permis d'échanger avec l'enseignante sur certains points.

Nous avons donc assisté aux quinze séances concernant la notion de fonction sur une durée de trois semaines, et treize de ces séances ont été filmées. Seules la séance 2 pendant laquelle se déroulait un contrôle et la séance 10 se déroulant en salle multimédia n'ont pas été filmées. Nous avions proposé à l'enseignante de ne pas assister aux séances afin de ne pas perturber leur déroulement par une présence extérieure, mais celle-ci préférait que nous soyons présente, ne pensant pas que cela aurait une incidence sur le comportement des élèves. Nous disposons donc de treize vidéos de 55 minutes couvrant l'introduction de la notion de fonction et les fonctions linéaires, du cours et des exercices faits ou corrigés en classe.

Les séances étant filmées par une caméra fixe, et la salle étant très grande avec trois tableaux à disposition (un tableau numérique interactif, un tableau blanc et un tableau noir), il était impossible de filmer l'intégralité de ce qui était écrit aux tableaux. Nous l'avons donc pris en note pour chaque séance, ainsi que les heures correspondant à chaque changement d'activité, les interventions spontanées d'élèves en les différenciant des sollicitations de l'enseignante, et les remarques qui nous semblaient intéressantes.

Nous disposons également du texte du cours que l'enseignante nous a remis lors du premier entretien, ainsi que des énoncés des deux contrôles et du contrôle commun réalisés pendant cette période, et du texte des deux interrogations réalisées pendant les séances 11 et 12. Les exercices donnés à faire en classe ou à la maison ont tous été choisis dans le livre de la classe (Phare $3^{ème}$, édition 2008) ou dictés par l'enseignante et ont été scannés ou retranscrits, renumérotés et regroupés dans un document fourni en annexe[22]. Nous avons également photocopié dans les cahiers d'exercices de trois élèves l'intégralité des écrits pour ce chapitre. Notre problématique portant initialement sur la mise en place du socle commun, nous avons choisi deux élèves en grande difficulté (moins de 5/20 de moyenne au premier trimestre) et une troisième dont les résultats se situent autour de 8/20. Nous avons également photocopié les copies corrigées d'une dizaine d'élèves

---

[22] Annexe 3

pour trois évaluations : les deux contrôles et le contrôle commun. Nous n'avons pu photocopier les productions pour les deux interrogations et le devoir maison, l'enseignante les corrigeant en classe et les rendant très rapidement, mais nous avons pris en note des remarques concernant les réussites et les échecs et recopié certains passages qui nous semblaient mériter une attention particulière.

4.2. Une méthodologie évolutive

La problématique ayant évolué depuis le début de l'expérimentation en janvier jusqu'au mois de mars, la méthodologie a suivi des variations liées aux questions apparues au fil des analyses.

Nous avions d'abord prévu d'analyser quelques séances dans lesquelles l'oral semblait avoir une place prépondérante, l'enseignante ayant décrit en entretien l'esprit du socle comme fortement lié à une prise en compte de l'oral et à une participation de tous les élèves. Nous avons donc retranscrit intégralement les séances 1, 3 et 6 de manière à pouvoir les analyser. Nous avons par la suite également retranscrit la séance 5 et une partie de la séance 14, celles-ci correspondant à des séances d'exercices traités en classe. Ces cinq séances offrent ainsi un panel assez large des activités proposées par l'enseignante et couvrent quasiment l'ensemble des séances consacrées à ce chapitre.

Chacune de ces séances a ensuite été découpée en épisodes correspondant à des activités élèves différentes (rappel de cours, correction d'exercices, travail oral, recherche individuelle, phase d'institutionnalisation orale, phase d'institutionnalisation écrite). Les exercices traités ont été analysés de manière à dégager les tâches proposées, les mises en fonctionnement des connaissances attendues et les adaptations en jeu, avant d'être mis en parallèle avec les déroulements observés. Nous nous sommes alors attachée à rechercher quelles activités de l'enseignante intervenaient durant les déroulements sur les tâches mathématiques proposées, pour approcher la distance ou la proximité entre ces tâches et les activités possibles des élèves. N'ayant accès qu'à des données partielles concernant l'activité effective des élèves, certaines données étant par définition inaccessibles (ce qui se passe réellement dans la tête de l'élève), nous avons cherché à décrire un gradient d'activités possibles, entre une activité a minima (l'activité la plus petite possible pour un élève tout en respectant les règles du contrat) et une activité a maxima (celle d'un élève s'engageant instantanément dans la tâche).

Trois questions principales ont alors servi de fils conducteurs pour l'analyse de ces séances, la seconde ayant été abandonnée par la suite :

- Quelles activités a minima / a maxima des élèves ?
- Quels indices d'un projet par rapport au socle ?
- Quelles approches de la notion de fonction ?

L'analyse de ces séances nous a amenée à nous questionner sur l'organisation choisie par l'enseignante concernant l'introduction de la notion et les différentes tâches présentes dans les exercices, et notamment sur la répartition des exercices en classe et à la maison. Nous avons donc reconstitué le scénario a posteriori pour approcher la manière dont les tâches proposées prenaient place autour des phases d'institutionnalisation. Chacun des exercices présents dans le scénario a ainsi été analysé en termes de tâches, de connaissances en jeu et de mises en fonctionnement de ces connaissances.

Des tâches particulières concernant la notion de fonction se sont peu à peu détachées de ces analyses, que nous avons reprises pour des analyses plus poussées, et qui ont ensuite été replacées dans le scénario[23]. Celui-ci n'a pas été analysé en détail, mais nous a permis de dégager les objectifs d'apprentissage et les enjeux principaux concernant la notion de fonction privilégiés par l'enseignante pour ses élèves. Nous avons pour cela pris en considération la fonction des exercices, leur nombre, leur nature et leur place, ainsi que la place de l'écrit et la place de l'oral.

Nous avons également dressé un tableau[24] donnant, pour chaque tâche identifiée, la liste des exercices (en classe, à la maison ou en évaluation) dans lesquels elle apparaissait, ainsi que la présence d'une méthode de résolution institutionnalisée dans le cahier de cours. Nous souhaitions ainsi faire apparaître une cohérence entre les tâches proposées en classe, à la maison et en évaluation, ou questionner l'apparition de certaines d'entre elles dans un cadre spécifique.

4.3. Eléments pour l'analyse des tâches

Nous avons utilisé la même méthodologie pour analyser les tâches proposées en exercice et en évaluation, en cherchant, dans un premier temps, quelles étaient les connaissances nouvelles ou anciennes mises en fonctionnement dans ces exercices :

■ Connaissances anciennes utilisées dans la mise en fonctionnement des connaissances sur la notion de fonction :

Ces connaissances sont plus ou moins anciennes, certaines relevant de parties du programme depuis la 6ème, les plus récentes relevant du programme de 4ème.

- Connaissances numériques : Organisation de calculs mettant en jeu des nombres relatifs, des nombres en écriture fractionnaire, des carrés, des priorités opératoires et des parenthèses.

- Connaissances algébriques : syntaxe d'une expression algébrique (statuts de la lettre, absence de signe multiplicatif), équations du premier degré à une inconnue.

- Connaissances graphiques : utilisation d'un repère, coordonnées d'un point, lecture de coordonnées.

- Connaissances géométriques sur la droite (par deux points il passe une et une seule droite).

- Proportionnalité : reconnaissance d'une situation de proportionnalité, d'un tableau de proportionnalité, caractérisation graphique de la proportionnalité.

- Pourcentages.

Nous avons notamment tenté de repérer dans nos analyses de tâches quelles difficultés pouvaient être liées de façon plus spécifique à la non-disponibilité de certaines de ces connaissances anciennes.

---

[23] Annexe 1

[24] Annexe 2

■ Connaissances nouvelles mises en fonctionnement dans les exercices proposés :

Nous regroupons sous cette appellation toutes les définitions, propriétés et méthodes, regroupées dans le cahier de cours[25], c'est-à-dire les connaissances mathématiques relatives à la notion de fonction dont est attendue la mise en fonctionnement dans les tâches proposées.

• *Définitions :*

D1 : On appelle fonction le procédé qui à un nombre associe un autre nombre.

D2 : a étant un nombre donné et fixé différent de 0, on appelle fonction linéaire de coefficient a la fonction qui à x associe $a \times x$.

Vocabulaire : image, antécédent.

Notations : $f(x) = x^2 - 5$ et $f: x \mapsto x^2 - 5$.

• *Propriétés :*

P1 : Toute situation de proportionnalité de coefficient de proportionnalité a correspond à une fonction linéaire de coefficient a.

P2 : Soit f une fonction linéaire, soit x_1 un nombre et $f(x_1)$ son image. Le coefficient a de la fonction est égal à $\frac{f(x_1)}{x_1}$.

P3 : Dans un repère, la représentation graphique de la fonction linéaire f définie par $f(x) = ax$ est une droite qui passe par l'origine. a s'appelle le coefficient directeur de la droite.

P4 : Prendre a % de x : $f: x \mapsto \frac{a}{100}x$ est une fonction linéaire de coefficient $\frac{a}{100}$.

P5 : Diminuer x de a % : $f: x \mapsto (1 - \frac{a}{100})x$ est une fonction linéaire de coefficient $1 - \frac{a}{100}$.

P6 : Augmenter x de a % : $f: x \mapsto (1 + \frac{a}{100})x$ est une fonction linéaire de coefficient $1 + \frac{a}{100}$.

• *Méthodes :*

Nous appelons « méthodes » ce qui est institutionnalisé dans le cahier sous forme d'un exemple-type et qui « montre » une technique de résolution d'une tâche particulière repérée.

M1 : Représentation graphique d'une fonction donnée par un tableau de valeurs.

M2 : Lecture graphique de l'antécédent ou de l'image d'un nombre.

M3 : Calcul de l'image d'un nombre par une fonction linéaire donnée par son expression algébrique.

M4 : Calcul de l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire donnée par son expression algébrique.

---

[25] Annexe 6

M5 : Calcul du coefficient d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre et de son image.

M6 : Représentation graphique d'une fonction linéaire donnée par son expression algébrique.

M7 : Calcul de a % de x.

M8 : Diminution d'un pourcentage donné.

■ Adaptations des connaissances :

Lors de la réalisation d'une tâche mathématique, l'élève se trouve confronté à différents niveaux de difficulté, de l'application immédiate d'une connaissance explicitée à la résolution de tâches complexes. Pour une connaissance appliquée telle quelle, sans adaptation, nous parlerons de tâche simple, et pour une connaissance appliquée sans lien avec une autre connaissance, nous parlerons de tâche isolée. Les tâches complexes demandent quant à elles des adaptations, c'est-à-dire un travail préalable de reconnaissance, d'introduction d'intermédiaire ou de changement de cadres ou de registres, qui s'avère source de difficultés. Plus le nombre d'adaptations mis en jeu dans une tâche est grand et plus cette tâche devient complexe.

Faisant l'hypothèse que pour la notion de fonction, peu de tâches seraient simples et isolées, nous avons repris les sept catégories proposées par A. Robert pour préciser les adaptations correspondantes dans les énoncés :

- *A1 : Reconnaissances des modalités d'application des connaissances*

Pour la notion de fonction, il s'agit par exemple de reconnaître les modalités d'application de connaissances anciennes dans un habillage fonctionnel (calcul d'une expression algébrique pour une valeur donnée, reconnaissance d'une situation de proportionnalité), ou de reconnaitre les modalités d'application des définitions, des propriétés et des méthodes nouvellement institutionnalisées.

- *A2 : Introduction d'intermédiaires*

Nous classons dans cette catégorie l'introduction d'un point sur une droite ou sur une courbe représentant une fonction pour en tirer des informations en terme d'image et d'antécédent, l'introduction d'unités sur les axes pour certaines représentations graphiques (celles-ci n'étant pas données), l'introduction de valeurs numériques dont il faut calculer l'image quand celle-ci est laissée à la charge de l'élève, ou l'introduction d'une équation pour calculer un antécédent ou le coefficient d'une fonction linéaire.

- *A3 : Changements de cadres, de registres ou de points de vue*

Nous avons considéré qu'il y avait changement de cadre notamment dans les tâches de modélisation, puisque la situation pouvait mettre en jeu un cadre numérique, géométrique, voire extra-mathématique, et un cadre algébrique.

Les changements de registres sont nombreux dans les tâches proposées sur la notion de fonction. Les énoncés mettent souvent en jeu le registre symbolique et le registre du langage naturel, voire le registre tableau. Certaines tâches spécifiques demandent également de passer soit du registre tableau, soit du registre symbolique au registre graphique, et réciproquement l'élève peut être amené à passer du registre graphique au registre tableau ou au registre symbolique.

Nous avons considéré qu'il y avait un nécessaire changement de point de vue dans le fait de considérer le processus de calcul lié à l'expression algébrique d'une fonction dans le sens inverse pour les tâches de calcul d'antécédent, et dans le passage du statut de variable (ou nombre généralisé) à celui d'inconnue.

Nous avons également considéré qu'il y avait changement de point de vue dans le passage du ponctuel au global qui permet de passer, notamment pour une représentation graphique, d'un ensemble de points à une courbe (et réciproquement pour le passage du global au ponctuel).

- *A4 : Introduction d'étapes*

Cette catégorie regroupe des difficultés liées aux étapes nécessaires à la résolution d'une tâche. Elles dépendent notamment des habitudes de classe, de la fréquence d'apparition de ces étapes dans les tâches proposées et de leur présence dans une méthode du cours.

- *A5 : Utilisation des questions précédentes*

Cette adaptation peut être plus ou moins difficile en fonction du nombre de questions précédentes à utiliser. Cette adaptation est présente par exemple dans l'exercice 30 où les questions de calcul d'images, d'antécédents, et de représentation graphique utilisent la première question demandant de déterminer l'expression algébrique d'une fonction.

- *A6 : Existence de choix*

Nous avons classé dans cette catégorie, par exemple, le choix des valeurs numériques dont il faut calculer l'image, le choix des grandeurs sur chaque axe pour une représentation graphique, le choix de la notation pour l'expression algébrique d'une fonction. Encore une fois le degré de difficulté dépend des habitudes liées à ces choix et développées en classe.

- *A7 : Confrontation à un manque de connaissance*

Cette adaptation a été rencontrée dans l'exercice 7 pour lequel les élèves étaient confrontés à une tâche de calcul d'antécédent pour une fonction affine.

■ Procédures de résolution possibles :

Pour l'analyse de certaines tâches, nous nous sommes attachée à décrire les différentes procédures de résolution que l'élève pouvait utiliser, ce qu'il pouvait mettre en œuvre pour résoudre la tâche, de son point de vue, et non du point de vue des connaissances à mettre en jeu ou des attentes du professeur. Ces procédures dépendent bien évidemment des variables en jeu, des connaissances disponibles et des adaptations qu'elles demandent.

■ Lien avec le relief :

Pour chacune des tâches proposées nous avons également cherché à répondre aux questions soulevées par le relief mis sur la notion de fonction :

- La notion y est-elle mobilisée en tant qu'outil ou en tant qu'objet ?
- Les aspects variation, dépendance, correspondance y sont-ils mis en jeu ?

4.4. Eléments pour l'analyse des déroulements

Les séances 1, 3, 5, 6, et 14 ont été retranscrites le plus fidèlement possible puis analysées à partir de ces transcriptions[26]. Les autres séances ont été écartées soit parce que ne s'y déroulaient que des évaluations ou des corrections (séances 2, 4 et 7), soit parce qu'elles n'avaient pas de rapport avec la notion (séance 10). Nous avons cependant éprouvé le besoin de revenir aux enregistrements des séances 8, 9, 11, 12 et 13 pour analyser les déroulements de certains épisodes, même si ceux-ci n'ont pas été retranscrits intégralement.

Chacune des séances analysées a été découpée en épisodes minutés suivant la typologie suivante :

- Correction (exercices faits à la maison ou en classe)
- Rappel de cours
- Exercice oral (collectif ou individuel)
- Phase de recherche individuelle d'un exercice
- Phase d'institutionnalisation orale
- Phase d'institutionnalisation écrite.

Ce découpage nous a permis une première approche des activités élèves en fonction de la forme de travail choisie par l'enseignante (écrite ou orale, individuelle ou collective) et de la gestion du temps (durée des phases de recherche individuelle, durée des corrections).

Chaque épisode a ensuite été analysé de façon plus approfondie en nous centrant sur les tâches proposées, sur la manière dont celles-ci étaient traitées, par un ou des élèves et/ou par l'enseignante, et sur de possibles modifications par rapport à l'énoncé et l'analyse a priori : Qui prend en charge les adaptations et autres difficultés identifiées a priori ? Certaines procédures de résolution sont-elles privilégiées par l'enseignante ?

---

[26] Annexes 8 à 12

Un certain nombre de choix et d'activités de l'enseignante nous ont donc servi de balises pour analyser les déroulements de manière à reconstituer les activités possibles (a minima et a maxima) des élèves :

- Les formes de travail instaurées et la gestion du temps : les activités des élèves diffèrent en effet entre un exercice pour lequel un élève est interrogé oralement et un exercice écrit pour lequel l'enseignante laisse un temps de recherche de plusieurs minutes sans intervenir
- Les modes d'intervention de l'enseignante : celle-ci peut intervenir collectivement ou de manière ciblée et individuelle quand elle passe dans les rangs
- La nature des interventions de l'enseignante : les questions posées, les aides fournies, le repérage du travail des élèves et l'exploitation qui en est faite, le choix des élèves sollicités, la mutualisation ou non des questions des élèves, de leurs remarques, de leurs difficultés, l'appui possible sur les apports des élèves pour les synthèses, les bilans ou les rappels de cours.

Concernant les actions langagières et les fonctions du discours, nous nous sommes appuyées sur les travaux de Pariès et al (2004, 2007, 2009) qui distinguent les actions dont les élèves sont l'objet (fonctions d'enrôlement) de celles dont les mathématiques sont l'objet (fonctions cognitives) et qui précisent pour ces dernières les fonctions d'identification, d'information, d'évaluation, de structuration, d'orientation, de justification et de bilan. Nous avons ainsi différencié dans les aides fournies par l'enseignante :

- les aides procédurales qui modifient la tâche mathématique, comme l'introduction de sous-tâches ou d'un nouveau questionnement
- les aides intermédiaires qui renvoient à la mémoire de la classe ou à des objets de connaissance
- les aides constructives qui ajoutent quelque chose entre l'activité stricte et la connaissance espérée, en établissant par exemple des liens avec d'autres connaissances.

Nous nous sommes également appuyée sur les productions des élèves dont nous disposions par rapport à ces tâches pour voir, si possible, comment celles-ci avaient été interprétées et résolues, ainsi que les difficultés rencontrées, notamment par rapport aux adaptations repérées a priori.

Nous avons suivi le même questionnement pour analyser les épisodes choisis dans les séances non retranscrites, avec le même objectif d'identifier les activités des élèves. Tous les épisodes n'ont cependant pas été étudiés de la même manière, une analyse fine des actions langagières n'étant pas possible (ni forcément nécessaire) sur les épisodes non retranscrits. Les indicateurs privilégiés ne sont pas non plus forcément les mêmes d'un épisode à un autre, en fonction de la nature même de l'épisode.

De même que pour l'analyse a priori des tâches proposées, le lien avec le relief sur la notion de fonction est resté au cœur de nos préoccupations lors des analyses des déroulements. C'est lui qui a guidé certains choix d'épisodes à analyser dans les séances non retranscrites, certaines phases d'institutionnalisation ou de corrections d'exercices nous semblant à même de voir apparaître certains aspects de la notion peu présents dans l'analyse a priori. Le vocabulaire utilisé, les ostensifs choisis, les répétitions nous ont alors servi d'indicateurs.

4.5. Eléments pour l'analyse des productions

L'analyse des productions des élèves en évaluation a pour objectif de nous permettre d'émettre des hypothèses sur les apprentissages construits par les élèves en rapport avec l'enseignement reçu. Nous disposons pour cela de cinq évaluations s'échelonnant de la séance 2 à la semaine suivant la dernière séance, pour huit élèves. Nous pouvons donc également espérer analyser une certaine progression dans les productions.

Nous avons tout d'abord analysé les tâches proposées en évaluation de la même manière que pour les tâches proposées en exercices, en identifiant les connaissances dont la mise en fonctionnement était attendue et les adaptations mises en jeu. Nous avons également pris en compte dans ces analyses la proximité entre la tâche proposée en évaluation et les tâches similaires proposées en classe, ainsi que la fréquence avec laquelle ce type de tâche avait été proposé en classe et/ou à la maison.

Nous avons ensuite porté notre attention de manière plus spécifique sur l'évolution de l'utilisation faite par les élèves du registre symbolique entre le premier contrôle et le contrôle terminal, de manière à dégager, ou pas, pour certains d'entre eux, des conceptions erronées persistantes, et tenter de faire le lien avec les différents aspects de la notion et les choix d'enseignement analysés dans les déroulements.

Une deuxième analyse des productions a été menée pour chaque tâche proposée en évaluation, en termes de réussite, d'échec ou de non réponse, et en analysant si possible l'évolution des réponses sur les différentes évaluations. Nous nous sommes attachée dans le codage des réussites à prendre en compte, non pas une réussite totale, mais le fait que la connaissance nouvelle institutionnalisée soit présente, au-delà d'erreurs liées à des connaissances anciennes. Nous n'avons par exemple pas tenu compte, dans la tâche de représentation graphique d'une fonction, des erreurs de calculs sur les nombres relatifs et fractionnaires ou des erreurs de placement des points liés à une confusion des abscisses et des ordonnées. Nous nous sommes également attachées aux procédures de résolution utilisées par les élèves et aux traces indiquant l'utilisation de la méthode institutionnalisée, puis nous avons, pour certaines productions, tenté d'analyser plus finement les erreurs ou difficultés apparentes.

Nous avons ensuite complété notre analyse en tentant de mettre en parallèle ce qui, dans les déroulements, pouvait avoir une influence sur les réussites ou les échecs des élèves (répétition de la même tâche, méthode institutionnalisée, aspects de la notion mis en jeu) et en questionnant les productions en regard des activités possibles.

5. Analyses et résultats

Comme nous l'avons expliqué, nous avons filmé l'intégralité des séances consacrées à la notion de fonction et aux fonctions linéaires. L'enseignante nous avait communiqué la leçon qu'elle pensait faire noter dans le cahier de cours[27], mais le scénario a été reconstitué a posteriori à partir des films. Lors de l'entretien précédant la première séance, l'enseignante nous a indiqué les deux activités qu'elle avait choisies dans le livre pour introduire la notion, ainsi que son choix d'utiliser les exercices du livre pour travailler le vocabulaire image et antécédent et les lectures graphiques. L'utilisation du livre est liée à une volonté d'éviter les photocopies et à la présence en classe d'un tableau numérique interactif (noté TNI par la suite) qui permet de projeter les énoncés choisis.

Nous avons donc dégagé un certain nombre de tâches à la lecture du scénario dont nous présentons les analyses a priori dans une première partie, analyses qui pourront ensuite être mises en parallèle avec les déroulements observés.

Nous avons ensuite cherché à apprécier le scénario tel qu'il a été mis en jeu, en termes de succession, de fréquence et de répartition des tâches. Comme nous l'avons précisé précédemment, et en accord avec le cadre théorique dans lequel s'inscrit cette recherche, l'enseignement est caractérisé en relation avec les activités mathématiques proposées aux élèves : nous devons analyser tout (autant que faire ce peut) ce qui peut contribuer à les définir. Il est cependant une part de cette activité à laquelle il est difficile d'avoir accès : le travail personnel de l'élève. Le scénario ayant fait apparaître une utilisation forte du travail à la maison par cette enseignante, il nous est apparu nécessaire de questionner la répartition des activités des élèves tout d'abord entre les deux lieux où elle s'exerce, puis d'interroger la répartition propre au travail en classe, notamment entre les phases d'exposition des savoirs, les phases orales collectives et les phases de recherche individuelle. Ceci nous permettra peut-être d'envisager une certaine conception de la classe[28] de cette enseignante ayant une influence sur ses choix.

Nous avons dégagé, dans notre analyse de la notion, différents aspects, registres, points de vue, à articuler, nous semble-t-il, pour permettre l'émergence d'un point de vue fonctionnel. Ce « relief » constitue un autre élément d'appréciation du scénario. Nous analyserons donc, dans une seconde partie, comment ces éléments sont mis en jeu dans les activités proposées par l'enseignante, en nous attachant tout d'abord d'une manière plus spécifique aux séances d'introduction de la notion. Nous analyserons ensuite les déroulements liés aux tâches les plus fréquentes repérées dans le scénario, et proposées dans les séances suivantes (notamment à partir de la séance 6 et de l'institutionnalisation des premières connaissances relatives aux fonctions linéaires). L'analyse de ces déroulements laisse-t-elle apparaître d'autres aspects, d'autres points de vue ? Les productions des élèves amènent-elles l'enseignante à modifier ses choix ? Il s'agira également d'analyser les inflexions données à ces différentes tâches lors du déroulement, ce qui nous amènera à questionner le fait que certaines difficultés nous semblent "évitées" par l'enseignante.

Une dernière partie concernant les productions des élèves tentera de mettre en évidence les apprentissages réalisés et/ou les difficultés qui perdurent et de dégager un lien possible avec les activités proposées et les déroulements observés.

---

[27] Annexe 5

[28] En référence à Roditi (in Vandebrouck 2008)

5.1. Quelles sont les tâches proposées ?

La reconstitution du scénario nous a permis d'identifier un certain nombre de tâches récurrentes dans les exercices proposés et qui nous semblent donc correspondre aux objectifs d'apprentissage de l'enseignante. Certaines de ces tâches peuvent être déclinées dans différents registres de représentation :

- Tâche n°1 : Calculer l'image d'un nombre par une fonction donnée par son expression algébrique
- Tâche n°2 : Calculer l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire donnée par son expression algébrique
- Tâche n°3 : Calculer le coefficient d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre et de son image
- Tâche n°4 : Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre et de son image
- Tâche n°5 : Lire l'image ou l'antécédent d'un nombre sur la représentation graphique d'une fonction
- Tâche n°6 : Représenter graphiquement une fonction linéaire donnée par son expression algébrique
- Tâche n°7 : Reconnaître une fonction linéaire
- Tâche n°8 : Modéliser une situation par une fonction.

Une première constatation au regard de ces différentes tâches est que la majorité d'entre elles mettent en jeu le caractère objet de la notion de fonction. Seule la tâche 8 de modélisation semble mettre en jeu son caractère outil, mais la notion n'y est cependant pas outil de résolution pour un problème posé. On retrouve dans cette tâche une certaine conformité avec l'esprit utilitaire des programmes : « *Les mathématiques fournissent des outils puissants pour modéliser les phénomènes et anticiper des résultats , en particulier dans le domaine des sciences expérimentales et de la technologie, en permettant l'expression et le développement de nombreux éléments de connaissances* ».[29] On peut cependant se poser la question de l'utilité d'une telle puissance pour modéliser, par exemple, le prix d'une certaine quantité de cerises à 1,20 € le kilo ! D'autres types de tâches sont-ils alors envisageables pour lesquelles l'outil fonction serait d'une réelle utilité ? Des tâches de résolution d'équations du second degré dans des situations de co-variation de grandeurs par exemple, hors-programme du point de vue des connaissances algébriques, pourraient peut-être, par le biais de changements de cadres et de registres, mettre en jeu l'outil fonction de manière plus pertinente.

Mais dans l'itinéraire cognitif construit par l'enseignante, ce sont ces huit tâches qui supportent et organisent les changements de points de vue nécessaires à l'émergence du concept de fonction. Nous avons, selon la méthodologie explicitée dans la partie précédente, réalisé une analyse a priori de ces tâches que nous allons détailler ci-dessous, en l'organisant selon les différents points de vue développés.

---

[29] Introduction commune aux programmes d'enseignement de mathématiques, Août 2008.

Dans les deux premières tâches, ce n'est pas la relation entre variables qui est étudiée, mais les résultats numériques obtenus. Le processus est donc considéré ponctuellement, dans un sens ou dans l'autre :

- **Tâche n°1 : Calculer l'image d'un nombre par une fonction donnée par son expression algébrique.**

Il s'agit de substituer à x une valeur numérique puis d'effectuer le calcul. Mais cela nécessite d'avoir précédemment reconnu dans l'habillage fonctionnel lié au registre symbolique, une tâche connue mettant en jeu des connaissances anciennes algébriques et numériques, soit une adaptation de type A1. Il s'agit donc d'une tâche complexe mettant en jeu des connaissances nouvelles (D1 ou D2, vocabulaire, notations) et des connaissances anciennes.

Plusieurs variantes concernant la formulation de la question sont possibles :

- L'énoncé peut utiliser le registre symbolique : « Calculer $f(3)$. »
- L'énoncé peut utiliser le registre du langage naturel : « Calculer l'image du nombre 3. »
  Se rajoute alors une adaptation de type A3 correspondant au changement de registre nécessaire pour passer du registre du langage naturel au registre symbolique.
- L'énoncé peut utiliser le registre tableau : « Compléter le tableau suivant : »
  Se rajoute alors une même adaptation de type A3 correspondant au changement de registre. L'interprétation de ce type de tableau (ni tableau à double entrée, ni tableau de proportionnalité), et notamment du rapport entre les lignes, peut également présenter une difficulté. Cet ostensif traduisant la correspondance entre un nombre et son image est-il compris par tous les élèves ?

x	3
$f(x)$	

Outre ces difficultés directement liées aux adaptations, d'autres difficultés peuvent être liées à des connaissances anciennes non disponibles : substitution de x par une valeur numérique, absence de signe multiplicatif dans certaines expressions, calcul numérique sur les nombres relatifs et les nombres en écriture fractionnaire.

- **Tâche n°2 : Calculer l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire donnée par son expression algébrique.**

L'élève doit ici reconnaître qu'il cherche le nombre x. Cela nécessite un changement de point de vue, soit une adaptation de type A3. Le processus de calcul correspondant à l'expression algébrique est associé à un sens de fonctionnement : on part d'un nombre donné et on calcule son image. Cette correspondance "globale" est ici à considérer ponctuellement "à l'envers", dans le sens inverse du processus donné.

Ce changement de sens implique un deuxième changement de point de vue pour passer du statut de variable (ou pour le moins de nombre généralisé) à celui d'inconnue, soit une autre adaptation de type A3.

Deux procédures de résolution nous semblent possibles :

- Effectuer un calcul numérique consistant à diviser l'image par le coefficient. L'élève mobilise alors des connaissances nouvelles (définition D2) et des connaissances anciennes sur le calcul numérique (réciprocité de la division et de la multiplication).
- Ecrire une équation et la résoudre, ce qui nécessite l'introduction d'un intermédiaire (adaptation A2). L'élève mobilise également des connaissances nouvelles (D2, notations) et des connaissances anciennes algébriques et numériques.

Autres difficultés prévisibles liées à des connaissances anciennes non disponibles : résolution d'équation, calcul numérique sur les nombres relatifs et les nombres en écriture fractionnaire.

Le point de vue global algébrique de la notion est mis en jeu dans les tâches 3, 4 et 7. Le processus est ici appréhendé en tant que relation « globale ». Il nous semble cependant possible que cet aspect des choses ne soit pas explicite dans les tâches 3 et 4, le processus pouvant continuer à être associé à une formule et à une correspondance ponctuelle. Par contre, dans la tâche 7 de reconnaissance d'une fonction linéaire, c'est bien la relation qui est étudiée.

- **Tâche n°3 : Calculer le coefficient d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre et de son image (la linéarité de la fonction étant donnée).**

Un changement de point de vue concernant le nombre a présent dans la définition D2 d'une fonction linéaire ($x \mapsto ax$), soit une adaptation A3, est de nouveau nécessaire : passer d'un paramètre, d'un nombre connu et fixé, à une inconnue.

Diverses procédures de résolution nous semblent possibles :

- Calculer mentalement le coefficient : l'élève mobilise alors la définition D2. Cette procédure de résolution dépend bien évidemment des variables choisies pour le nombre donné et son image.
- Reconnaître et utiliser la propriété P2 (adaptation A1) pour calculer le coefficient. Que l'énoncé utilise le registre du langage naturel, le registre symbolique ou le registre tableau, l'élève doit reconnaître les nombres correspondant aux valeurs x_1 et $f(x_1)$ pour pouvoir les substituer dans le calcul. Il doit ensuite mobiliser des connaissances anciennes sur le calcul numérique pour effectuer correctement ce calcul.
- Ecrire et résoudre une équation d'inconnue a (adaptation A2). Cette procédure met en jeu des connaissances nouvelles (D2, notations) et des connaissances anciennes algébriques et numériques.

Autres difficultés prévisibles liées à des connaissances anciennes non disponibles : résolution d'équation, calcul numérique sur les nombres relatifs et les nombres en écriture fractionnaire.

- **Tâche n°4 : Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre et de son image.**

Une première adaptation A4 est nécessaire puisque l'élève doit introduire une première étape consistant à calculer le coefficient de la fonction, ce qui le ramène à la tâche précédente. Il doit donc introduire l'intermédiaire a, soit une adaptation de type A2. Il lui reste ensuite à donner l'expression algébrique de la fonction, ce qui l'amène à utiliser D2. Il a alors le choix entre deux notations possibles (adaptation A6).

Autres difficultés prévisibles liées à des connaissances anciennes non disponibles : résolution d'équation, calcul sur les nombres relatifs et les nombres en écriture fractionnaire.

- **Tâche n°7 : Reconnaître une fonction linéaire à partir de son expression algébrique.**

L'élève doit mobiliser la définition D2 (adaptation A1) ainsi que des connaissances anciennes concernant les expressions algébriques pour pouvoir reconnaître qu'une expression donnée correspond à $a \times x$ dans la définition. Cela nécessite d'avoir compris le statut de paramètre de la lettre a, pouvant donc être remplacée par n'importe quel nombre (entier, décimal, positif, négatif, en écriture fractionnaire…) ce qui est encore une réelle difficulté pour certains élèves de $3^{\text{ème}}$, d'autant plus que dans les identités travaillées en $3^{\text{ème}}$, les lettres se trouvent souvent remplacées par des entiers positifs. Une autre adaptation nécessaire (A3) est de passer d'une définition mélangeant le langage naturel et le registre algébrique au registre symbolique dans lequel sont données les fonctions.

Autres difficultés prévisibles liées à des connaissances anciennes non disponibles : considérer la division comme multiplication par l'inverse, absence de signe multiplicatif.

- **Tâche n°7 bis : Reconnaître une fonction linéaire à partir de son expression en langage naturel.**

On retrouve le même type de tâche que précédemment complexifié par une adaptation A3 liée à l'utilisation du langage naturel dans l'énoncé, et donc à une formulation des fonctions peu habituelle.

Un passage du point de vue global graphique au point de vue global algébrique est organisé par les tâches 3 bis et 4 bis de détermination du coefficient ou de l'expression algébrique d'une fonction à partir de sa représentation graphique :

- **Tâche n°3 bis : Calculer le coefficient d'une fonction linéaire à partir de sa représentation graphique.**

De nouvelles adaptations liées au changement de registre viennent complexifier la tâche n°3 de calcul du coefficient :

- A4 : première étape : lire une information sur le graphique
- A2 : introduire un intermédiaire : un point sur la droite
- A3 : changement de point de vue du global au ponctuel
- A6 : choix du point
- A3 : changement de registre et de point de vue : Registre graphique (abscisse/ordonnée) au registre symbolique ou du langage naturel (antécédent/image)
- A4, A2 : calcul du coefficient (voir tâche n°3).

On retrouve les mêmes connaissances anciennes et nouvelles que pour la tâche n°3, auxquelles se rajoutent des connaissances anciennes et nouvelles liées à la lecture graphique d'image et d'antécédent, et une connaissance implicite de la droite comme ensemble de points.

Autres difficultés prévisibles liées à des connaissances anciennes non disponibles : confusion abscisse et ordonnée, résolution d'équation, calcul numérique sur les nombres relatifs et les nombres en écriture fractionnaire.

- **Tâche n°4 bis : Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de sa représentation graphique.**

On retrouve les adaptations listées pour la tâche n°3 bis, liées au changement de registre, ainsi que les adaptations repérées dans l'analyse a priori de la tâche n°4. Les connaissances anciennes et nouvelles, et les difficultés pouvant en découler, sont également les mêmes que pour les tâches n°3, 3 bis et 4.

Le type de résolution envisagée pour ces deux tâches organise le changement du global graphique au global algébrique à l'aide d'un passage par les points de vue ponctuels graphique et algébrique. Une autre procédure de résolution possible serait de lire graphiquement le coefficient sur la représentation graphique, ce qui nous semble correspondre à une réelle prise en compte de l'aspect global de la fonction à travers sa représentation graphique.

Dans l'autre sens, ce sont les tâches de représentation graphique de la fonction qui prennent en charge le passage du point de vue global algébrique au point de vue global graphique :

- **Tâche n°6 : Représenter graphiquement une fonction linéaire donnée par son expression algébrique.**

De nombreuses adaptations rendent cette tâche particulièrement complexe :

- A3 : changement de registre
- A2 : introduction d'une ou plusieurs valeurs dont il faut calculer l'image
- A6 : choix de ces valeurs
- A2 : introduction des unités sur chaque axe
- A6 : choix de ces unités
- A3 : changement de point de vue du ponctuel au global.

Cette tâche complexe nécessite la mise en fonctionnement de connaissances anciennes numériques, algébriques, graphiques et géométriques (une droite est parfaitement déterminée par deux points), ainsi que des connaissances nouvelles (D2, P3).

Autres difficultés prévisibles liées à des connaissances anciennes non disponibles : calcul sur les nombres relatifs et les nombres en écriture fractionnaire, confusion abscisse et ordonnée.

Comme pour les tâches 3 bis et 4 bis la procédure de résolution envisagée organise un passage par le ponctuel permettant ensuite de tracer la représentation graphique. Il serait également possible de tracer la représentation graphique de la fonction en interprétant globalement le coefficient comme coefficient directeur de la droite.

La tâche n°5 est celle qui développe le point de vue ponctuel graphique de la notion de fonction. D'autres tâches proposées en classe privilégient ce point de vue ponctuel de lecture graphique, mais à travers des situations contextualisées et sans que le lien avec la notion de fonction ne soit établi.

- **Tâche n°5 : Lire l'image ou l'antécédent d'un nombre sur la représentation graphique d'une fonction.**

L'énoncé peut être formulé dans le registre symbolique ou dans le registre du langage naturel, ce qui nécessite dans les deux cas une adaptation A3 pour passer au registre graphique. Une autre adaptation A3 est nécessaire pour changer de point de vue, d'une vision globale de la courbe ou de la droite à une vision ponctuelle. Un autre changement de point de vue est lié à la perception de la courbe ou de la droite (objets unidimensionnels) dans un espace à deux dimensions. Une fois la courbe considérée comme ensemble de points, chaque point est ensuite à interpréter dans un espace à deux dimensions par la donnée de ses coordonnées. Le tracé des chemins verticaux et horizontaux est-il alors perçu comme tel par les élèves ou peut-il rester, pour certains, un simple dessin conventionnel ?

L'élève doit ensuite mobiliser ses connaissances nouvelles concernant le vocabulaire image et antécédent ou les notations, ainsi que des connaissances anciennes de lecture graphique.

Le dernier point de vue associé à la notion de fonction pour le collège, le point de vue global graphique, est abordé dans la tâche 7 ter de reconnaissance de représentations graphiques de fonctions linéaires.

- **Tâche n°7 ter : Reconnaître une fonction linéaire à partir de sa représentation graphique.**

Ce type de tâche met en jeu le registre graphique et demande donc à l'élève de mobiliser la propriété P3 de caractérisation de la représentation graphique d'une fonction linéaire par une droite passant par l'origine (adaptation A1).

La dernière tâche proposée a la particularité d'être la seule dans laquelle le caractère outil de la notion est sollicité :

- **Tâche n°8 : Modéliser une situation par une fonction.**

Ce type de tâche nécessite obligatoirement une adaptation A3 puisqu'il s'agit soit de passer du registre du langage naturel traduisant la situation donnée au registre algébrique, soit d'un changement de cadre pouvant mettre en jeu un cadre numérique ou géométrique et un cadre algébrique. L'élève peut donc être amené à introduire une variable (adaptation A2) et des étapes (adaptations A4). L'utilisation du terme « modéliser », nouveau pour un élève de $3^{ème}$, peut également poser problème.

L'élève doit donc mobiliser des connaissances nouvelles (D1, notations) ainsi que des connaissances anciennes numériques (sens des opérations, calcul), algébriques (production d'une expression algébrique), voire géométriques.

Ces tâches se retrouvent dans 70 % des exercices proposés en classe ou à la maison, ce qui conforte notre hypothèse d'absence de tâches simples et isolées. Les seules tâches isolées en lien avec la notion de fonction apparues dans le scénario, correspondent aux tâches d'utilisation du vocabulaire nouvellement institué dans les exercices 3 et 4 de la première séance. Les autres exercices non concernés par les tâches détaillées ci-dessus sont des exercices de lecture ou de représentation graphique à partir d'une situation contextualisée, et traités sans lien avec la notion de fonction. Conformément à nos attentes, les tâches proposées concernant la notion de fonction nécessitent la mise en fonctionnement systématique de connaissances anciennes et nouvelles ainsi que de nombreuses adaptations.

Sur les treize exercices proposés en classe, le point de vue ponctuel est le plus développé : six exercices proposent les tâches 1, 2 et 5. Le point de vue global algébrique est traité au travers d'un seul exercice, et le point de vue global graphique (tâche 7 ter) n'est pas abordé en classe. Le passage du point de vue global algébrique au point de vue global graphique, à travers la tâche 6 de représentation graphique, est développé dans 5 exercices. Le passage inverse, par contre, n'est pas abordé en classe. Le point de vue ponctuel et le passage du global algébrique au global graphique (correspondant au changement de registre symbolique / graphique) sont donc clairement privilégiés dans le scénario proposé. L'analyse des déroulements nous permettra d'étudier si l'aspect global est effectivement pris en compte dans le registre graphique.

Cette analyse rapide du scénario proposé laisse ainsi apparaître quelques-uns des « principes » mis à jour par E. Roditi[30] dans ses travaux sur la multiplication des décimaux :

- Le principe de conformité au programme : les tâches proposées par l'enseignante reprennent les capacités attendues listées dans le programme et conformément à celui-ci, seules les tâches 1 et 5 (calcul d'image et lecture graphique), mettant en jeu uniquement un point de vue ponctuel, concernent les fonctions non-linéaires
- Le principe d'efficacité pédagogique : certains contenus plus difficiles pour les élèves sont moins abordés : les tâches 3 et 4, par exemple, qui mettent en jeu le point de vue global algébrique, ainsi que la dernière capacité du programme (« *Lire et interpréter graphiquement le coefficient d'une fonction linéaire représentée par une droite* ») qui met en jeu le point de vue global graphique.

L'enseignante semble donc consacrer la majorité de son temps aux tâches que nous venons d'analyser. Nous nous intéresserons dans la partie suivante, après une première partie concernant l'organisation des activités élèves en classe et hors classe, à analyser les déroulements en classe de manière à faire apparaître ses choix en regard des adaptations et difficultés repérées, et l'influence possible de ces choix sur les activités des élèves.

---

[30] Vandebrouck (2008)

5.2 Quelle répartition des activités élèves par rapport à ces tâches ?

Nous analyserons tout d'abord la répartition des activités élèves organisée par l'enseignante entre le travail en classe et le travail donné à faire à la maison, avant d'analyser, pour le travail en classe, la fréquence du travail mené à l'oral par rapport au travail écrit.

■ Une gestion particulière du travail à la maison

Lors de l'entretien mené avec l'enseignante, celle-ci nous a fait part de la manière particulière dont elle gérait le travail donné à faire à la maison : elle donne le vendredi la liste d'exercices à faire pour la semaine suivante, répartis pour chaque journée, ce qui l'oblige à anticiper sur les déroulements de classe. La reconstitution du scénario a ainsi fait apparaître :

- *Une répartition inégale des exercices faits en classe et à la maison*

Sur 31 exercices réalisés (hors devoir à la maison, exercices sur tableur traités sans lien avec la notion et exercice 5 non terminé), 20 exercices ont été donnés à chercher à la maison et 11 exercices ont été traités en classe, soit un rapport de deux tiers à la maison pour un tiers en classe. Nous nous sommes donc naturellement interrogés sur la nature du travail demandé à la maison : certaines tâches particulières, certaines adaptations étaient-elles spécifiques ou plus nombreuses dans les exercices à faire à la maison, ou retrouvait-on les mêmes tâches et la même complexité que dans les exercices proposés en classe ?

Le tableau suivant récapitule pour chaque exercice les différentes tâches (sans reporter les adaptations repérées dans l'analyse a priori) et les adaptations nécessaires à la mise en fonctionnement des connaissances pour des tâches non répertoriées :

Exercices en classe		Exercices à la maison	
Ex 2	A1, A3	Ex 1	T1
Ex 3	A1+A3	Ex 7	T5
Ex 4	A3, A3+A6, A3	Ex 8	T1, A7
Ex 6	A4, A2+A6, A3	Ex 9	A3, T1, A3+A4
Ex 11	A3(2), A2+A3(2)	Ex 10	A3, A3(2)
Ex 15	T1, T2	Ex 12	T7
EX 16	T1, T2	Ex 13	T7 bis
Ex 17	T2	Ex 14	T7 ter+A3
Ex 26	T6	Ex 20	T5
Ex 27	T6	Ex 21	T3
Ex 30	T3 (T4), A5+T1, A5+T2, T6	Ex 22	A3, A5+A1+A3, A1, A1
		Ex 23	A1
		Ex 24	T3+A1(2)+A3(3)+A2+A4(2)
		Ex 25	T8(A3+A4+A1), T7
		Ex 31	T6
		Ex 32	T6
		Ex 33	T7
		Ex 34	T8
		Ex 35	A2+A3(2)+A4
		Ex 36	A4, A5

Certains types de tâche sont effectivement traités uniquement dans les exercices donnés à la maison :

- T5 : Lire l'image ou l'antécédent d'un nombre sur la représentation graphique d'une fonction. Des tâches de lecture graphique sont traitées en classe, mais pour des situations contextualisées de variation de deux grandeurs, ce qui ne met pas en jeu les connaissances nouvelles sur la notion de fonction.
- T7 : Reconnaître une fonction linéaire
- T8 : Modéliser une situation par une fonction.

Nous reviendrons sur cette question dans la partie 5.5 concernant d'éventuels évitements des difficultés.

Deux exercices donnés à la maison (exercices 22 et 24) semblent remarquables de par le grand nombre d'adaptations demandés, mais la majorité semble d'un niveau de difficulté assez similaire à ceux proposés en classe.

- *Des anticipations involontaires sur les connaissances à institutionnaliser*

A plusieurs reprises, les exercices donnés à faire à la maison mettaient en jeu des connaissances nouvelles qui n'avaient pas encore été abordées en classe. Il en est ainsi de l'exercice 1 dans la première séance (tâche n°1 de calcul d'images mettant en jeu les registres symbolique et tableau), de l'exercice 7 dans la séance 4 (tâche n°5 de lecture d'images et d'antécédents mettant en jeu les registres graphique, symbolique et du langage naturel), de l'exercice 14 dans la séance 9 (tâche n°7 ter de reconnaissance d'une fonction linéaire dans le registre graphique) et de l'exercice 21 dans la séance 11 (tâche n°3 de calcul du coefficient). Ces anticipations ne semblent pas gêner l'enseignante qui commente par exemple pour la première séance : « *J'avais pas trop prévu l'exo à ce moment-là, mais j'aime bien quand ça s'introduit comme ça, ça fait un support* ». Elle gère alors la correction de ces exercices en désignant pour celle-ci certains élèves dont elle pense qu'ils ont réussi l'exercice ou l'élève redoublant : « *J'essaie de ne pas mettre les élèves en difficulté, aussi j'essaie de les choisir en fonction de ce qu'ils peuvent ou devraient savoir faire avec un petit coup de pouce de ma part...* ». Nous avons photocopié les cahiers d'exercices de trois élèves pour essayer d'avoir accès à leurs activités : pour deux de ces élèves en grande difficulté, 3 de ces exercices sur 4 n'avaient pas été faits, pour la troisième élève (environ 8/20 de moyenne), trois exercices avaient été faits, dont deux étaient faux. Seule la tâche de reconnaissance graphique d'une fonction linéaire semble avoir été accessible à ces trois élèves.

Le travail à la maison est donc un point d'appui fort pour cette enseignante. Peut-être est-ce là un moyen de gérer la contrainte institutionnelle liée au temps très présente dans son discours. Nous analysons ainsi l'extrait suivant du premier entretien : « *J'ai prévu dans ma progression, 15 jours, 3 semaines. Fonctions/fonctions linéaires. Pas plus. C'est pour ça que... C'est pour ça que j'ai commencé un peu à l'aborder quand on a fait la racine carrée, qu'il y ait des petites choses qui rentrent en aval, mais non, pas plus, parce que si on veut réussir à caser tout le programme... Moi c'était M. M. que j'avais eu en formateur... le programme il s'divise, y'a tant de chapitres... Si on veut tout faire rentrer, ça fait ça, ça fait ça... Donc moi j'ai gardé, ce qu'on m'a appris il y a quelques années...* »

Une priorité du travail en classe semble se dessiner : introduire l'objet mathématique fonction, et le mettre ensuite en fonctionnement sur certaines tâches particulières, l'utilisation en tant qu'outil de modélisation pouvant ensuite être traitée de façon autonome par les élèves à travers le travail donné à la maison.

■ Un temps de correction important

Il s'agit d'un corollaire du point précédent. Une grande quantité de travail donné à la maison entraîne un temps considérable de correction en classe, à moins que certains exercices ne soient pas corrigés, ou que l'enseignant utilise des corrections polycopiées. Mais ce n'est pas le choix de cette enseignante qui consacre donc un temps relativement important aux corrections, de manière assez ritualisée :

- La correction des exercices donnés à faire à la maison occupe chaque début de séance à moins qu'un contrôle n'ait eu lieu l'heure précédente ou qu'un devoir maison n'ait été donné. Pour ces corrections, l'enseignante désigne un élève qui va passer au tableau faire la correction selon le principe énoncé dans la partie précédente. Il est assez rare que l'enseignante corrige elle-même ces exercices. Les durées de correction des exercices pour les séances analysées sont de 20 min 25 s pour la séance 1 et de 24 min 30 s pour la séance 5. Pour les autres séances, nous avions noté approximativement les durées lors du déroulement, et celles-ci sont environ de 11 min (séance 4, un seul exercice corrigé sur les deux), 21 min, 25 min et 30 min (séances 11, 12 et 15). Trois épisodes de correction ont été analysés : épisode 2 séance 1 (correction exercice 1), épisode 1 séance 5 (correction exercice 9) et épisode 2 séance 5 (correction exercice 10). Ces corrections se déroulent quasiment exclusivement entre l'enseignante et l'élève au tableau. Celui-ci a laissé son cahier à l'enseignante pour qu'elle puisse vérifier son travail avant d'aller écrire sa production au TNI. Mais celle-ci intervient instantanément en cas d'erreur de sa part ; elle garde l'entière responsabilité de ce qui est produit au tableau et fournit de nombreuses aides procédurales ; elle parle beaucoup, évalue les productions en répétant ce que l'élève a dit ou écrit, ou invalide en répétant sa question ou en fournissant une aide. Peu de questions sont posées par les autres élèves.

- La correction des interrogations, contrôles et devoirs à la maison est totalement prise en charge par l'enseignante : elle affiche une correction-type sur le tableau interactif, ou écrit la correction pour les interrogations, qu'elle lit et commente sans solliciter les élèves. Peu de questions sont posées en retour. La correction des interrogations ne prend que quelques minutes (sauf pour l'interrogation préparant le contrôle commun en séance 7 dont la correction dure 25 min), mais la correction des devoirs maisons est approximativement de 12 min en séance 7, et 21 min en séance 14, et celle des contrôles de 25 min 30 s (séances 3 et 4) et de 25 min (séance 8).

Ces phases de correction sont donc prises en charge par l'enseignante, aussi bien dans les corrections d'exercices, bien qu'un élève soit envoyé au tableau, que pour les corrections à l'aide d'un corrigé-type affiché au TNI. L'enseignante s'appuie peu sur les productions des élèves et son objectif semble être de donner une correction « modèle ». Nous pensons qu'il est alors probable que celle-ci reste-alors toujours hors de portée de certains élèves, ce que nous tenterons d'analyser à travers les déroulements et les productions des élèves.

■ Une place importante à l'oral, mais un oral sous contrôle

Nous avons pu noter, au fil des séances, l'importance du travail mené à l'oral par cette enseignante, par la répétition et la durée de phases pendant lesquelles les élèves n'écrivent pas : durant la première séance par exemple, l'oral occupe ainsi 21 min 25 s, puis 22 min 20 s pendant la séance 3 et 40 min 50 s dans la séance 6. Ce travail oral prend différentes formes :

- Des rappels de cours, souvent en début de séances, ou après la correction des exercices. On trouve ainsi de tels épisodes dans six séances sur douze pour des durées variant de 50 s à une dizaine de minutes :

S3	50 s
S6	11 min 40 s (couplé avec une phase d'institutionnalisation orale)
S8	10 min
S9	7 min
S12	10 min
S13	11 min

Pendant ces phases de rappels, l'enseignante redit ce qui a été institutionnalisé dans les séances précédentes, parfois en utilisant le support du tableau numérique interactif (retour sur des exercices déjà corrigés) ou en utilisant un récapitulatif écrit au tableau. Elle sollicite à ce propos l'intervention de quelques élèves (aucun en S3, 9 en S6, 3 en S8, 1 en S9, 7 en S12, 4 en S13).

- Des exercices menés collectivement à l'oral (sans recherche préalable) :

S1	Exercice 2	5 min 20 s
	Exercice collectif	4 min 30 s
	Exercice 3	3 min 20 s
	Exercice4	3 min 20 s
S3	Exercice 6	16 min
S6	Exercice collectif	29 min 10 s
S13	Exercice collectif	8 min

- Quelques phases d'institutionnalisation orale précédant une institutionnalisation écrite :

S1	2 min 10 s
	2 min 45 s
S6	11 min 40 s

Les séances 1 et 6 , dont les déroulements sont donnés ci-dessous, présentent notamment une même gestion pour l'introduction de la notion de fonction (séance 1) et des fonctions linéaires (séance 6) s'appuyant beaucoup sur l'oral :

S1-E1	Correction de 2 exercices sur les équations par B et T	16 min
S1-E2	Correction de l'exercice 1 par V	4 min 25 s
S1-E3	**Phase d'institutionnalisation orale**	**2 min 45 s**
S1-E4	**Exercice 2 à l'oral, collectif, K au tableau**	**5 min 20 s**
S1-E5	**Phase d'institutionnalisation orale**	**2 min 10 s**
S1-E6	**Exercice à l'oral, collectif, enseignant au tableau**	**4 min 30 s**
S1-E7	**Phase d'institutionnalisation écrite**	**11 min**
S1-E8	Exercice 3 à l'oral, enseignant au tableau	3 min 20 s
S1-E9	Exercice 4 à l'oral, A puis V au tableau	3 min 20 s
S1-E10	Exercice 5 à l'écrit	1 min 30 s

S6-E1	**Rappels et institutionnalisation orale**	**11 min 40 s**
S6-E2	**Institutionnalisation écrite**	**2 min**
S6-E3	**Exercice collectif oral**	**29 min 10 s**
S6-E4	**Institutionnalisation écrite**	**10 min 5 s**

- 1ère étape : A partir d'un exercice à faire à la maison ou d'un exercice traité en classe, et qui a été corrigé sans que le lien avec la nouvelle notion soit établi, l'enseignante, dans une phase d'institutionnalisation orale, montre ce qu'il faut voir dans cet exercice et fait le lien avec la nouvelle notion. Pour la première séance, ces phases correspondent aux épisodes 3 et 5, et à l'épisode 2 pour la séance 6.

Extrait transcription séance 1 : Episode 3 (2 min 45 s) *(...) : blanc de plus de 3 s.*

P : Alors... C'est très bien. Comme ça, ça me fait un préambule pour euh... pour parler de... En fait ici (...) on a mis en place une procédure (...). J'attends que vous ayez fini la correction.(...). Ici en fait ce que V il a fait, à partir du nombre -3, il est arrivé au nombre un demi. A partir du nombre -1 par la proc... il est arrivé au nombre 0.
L'enseignante écrit au fur et à mesure : $-3 \longmapsto \frac{1}{2}$.....$-1 \longmapsto 0$
P : A partir du nombre 3, il est arrivé au nombre...
El : ... 2.
P : 2. A partir du nombre 5 il est arrivé au nombre...
El : ...3 sur 2.
P : Trois demis, par une procédure qu'on appelle ici, dont le nom est donné ici, on l'appelle f. Donc on va dire qu'à..., cette procédure f, elle est notée ici, à -3 on associe un demi, par cette procédure f ici à -1 on associe 0. Par cette procédure f, à 3 on associe 2. Par cette procédure f, à 5 on associe trois demis. Et donc par la procédure f, si je veux pas donner une valeur particulière à un nombre et si je veux rester le plus largement possible sur n'importe quel nombre, je vais dire au nombre x, je vais associer le nombre ... (...)
L'enseignante ajoute au tableau: $f\!:3 \longmapsto 2$ $f\!:5 \longmapsto \frac{3}{2}$ $f\!:x \longmapsto$
P : x plus 1 sur x moins 1. Ça vous va ?
Els : Oui.
P : Cette procédure la, mathématiquement parlant, on va l'appeler fonction. On a créé une fonction qui permet à partir d'un nombre d'obtenir un autre nombre selon une procédure donnée. (...) Qu'est-ce que je vais vous dire tout de suite à partir de ça. Je crois que c'est tout.

Pendant cet épisode, comme pour les deux autres épisodes dont les transcriptions sont en annexe, l'enseignante est quasiment la seule à s'exprimer : deux élèves sont intervenus pour compléter deux phrases en lisant un résultat numérique écrit au tableau.

- $2^{\text{ème}}$ étape : L'enseignante mène ensuite une phase collective orale qui lui permet de vérifier ce que les élèves ont compris de ce qui vient d'être institutionnalisé :

Extraits transcription séance 1 : Episode 6 (4 min 30 s)

P : *Invente moi une fonction V. Ce que tu veux. On va l'appeler v.*
V : *Euh...*
P : *La fonction de V. Ce que tu veux V.*
V : *Euh... 5 euh... donne 3.*
P : *Alors, à 5, au nombre 5, j'associe 3.*
L'enseignante écrit à côté v: $5 \longmapsto 3$.
P : *Est-ce que c'est une fonction que je vais pouvoir généraliser à plusieurs variables ou c'est une fonction qui est figée sur un nombre ? C'est une fonction qui est figée sur un nombre. (...). Tu as créé une fonction, si jamais je vois le nombre 5 j'écris 3, et puis c'est tout, ça s'arrête là. Moi je voudrais avoir une fonction que je puisse généraliser à... à un certain nombre de données. Alors, A. La fonction A.*
A : *Euh... à 9 j'associe 3.*
L'enseignante écrit a: $9 \longmapsto 3$.
P : *Alors A il décide une deuxième fonction, bien figée, à partir de 9, si j'ai le nombre 9, je passe à 3. Donc à chaque fois que tu auras 9, je mettrais 3. (...). C'est tout, puis c'est tout. Tu peux avoir n'importe quel nombre, n'importe quelle lettre, n'importe quelle autre note, mais si un jour tu as un 9, j'mettrais un 3 c'est tout. C'est ça cette fonction. Donc dès que je verrais un 9, dès que je verrais une note 9 dans la classe, j'mets 3 pis c'est tout, les autres notes restent les mêmes. Et pof 9, 3. Pis V, dès que je... Vous êtes pas très sympas pour vous, dès que je verrais un 5 sur mon carnet je passe à 3 et puis c'est tout. C'est des fonctions qui sont intéressantes, mais qui sont quand même limitées à un nombre. G, la fonction G.*
G : *De x je passe à... 2x.*
P : *Alors G elle passe à x on obtient...*
G : *3x.*
L'enseignante écrit à côté g: $x \longmapsto 3x$.
P : *3x. Si j'ai un nombre, ce nombre là, je le transforme en son triple. Donc si jamais j'ai 5, A ? V pardon... Cette fois-ci ce nombre 5 il va se transformer en...*
V : *15.*
P : *15.*
Els : *Ah, OK. Ahh...*
L'enseignante écrit g: $5 \longmapsto 15$.
P : *Et A, si jamais je pars de 9, avec la fonction de G, j'arriverais à...*
A : *27.*
P : *27.*
L'enseignante écrit g: $9 \longmapsto 27$.
P : *Tu vois, c'est une fonction un peu plus évoluée parce qu'elle fait intervenir plein de nombres, au lieu de se limiter à une donnée, c'est intéressant, mais c'est un petit peu illusoire, d'un seul coup, tu généralises cette fonction à plusieurs nombres.*

Les productions de V et de A ne correspondant pas aux attentes de l'enseignante, elle fournit donc, diverses aides procédurales pour les amener à produire une expression algébrique : « *Est-ce que c'est une fonction que je vais pouvoir généraliser à plusieurs variables ou c'est une fonction qui est figée sur un nombre ? C'est une fonction qui est figée sur un nombre* ». Elle tente de faire comprendre, sans le dire, ce qu'elle attend comme fonction, en opposant les termes « *figée* » et « *généraliser* », invalide les propositions en les plaçant dans un contexte où elles ne font pas sens, et finit par indiquer involontairement ses attentes en glissant « *n'importe quelle lettre* » dans son discours. Elle sollicite ensuite G, excellente élève, pour obtenir et diffuser pour toute la classe la définition d'une fonction par son expression algébrique : « *Tu vois, c'est une fonction un peu plus évoluée parce qu'elle fait intervenir plein de nombres* ».

On retrouve le même déroulement dans la séance 6 :

Extraits transcription séance 6 : Episode 3 (29 min 10 s)

P : Vous n'écrivez plus rien, posez votre stylo. On va se donner 10 fonctions linéaires différentes, voir un peu comment ça se passe. Alors on commence à... à des gens que j'ai pas encore entendus. Y ! Cite-moi une fonction linéaire. Inventes-en une, donne lui un nom, invente-moi une fonction linéaire.
Y : Euh... y.
P : Pardon ? Comment tu l'appelles j'ai pas entendu.
Y : y.
P : y comme Y. Si tu veux. Non, non, prends pas y, y c'est une lettre particulière.
Y : a.
P : a. Grand A. A de x...
Y : Euh... donne.
P : Alors donne. A à x, on va faire correspondre...
Y : Euh... $2x$. *L'enseignante écrit au tableau :* $\mathcal{A}: x \mapsto 2x$.
P : $2x$. *I, une autre fonction linéaire.*

Six élèves sont sollicités pour produire des fonctions linéaires et donnent des expressions algébriques très proches des trois exemples vus dans l'épisode précédent : un nombre entier fois x. Ceci amène l'enseignante à préciser plusieurs fois ses attentes (« *J'mets que des valeurs positives, j'suis comme vous , j'reste aux entiers positifs parce que j'ai trop peur* », « *Enfin on a quitté les entiers* », « *Mais je voudrais bien ouvrir une porte sur une multiplication autre qu'un entier* »), puis à proposer elle-même des exemples, pour recentrer ensuite l'activité vers la définition d'une fonction linéaire qu'elle souhaite institutionnaliser.

- 3ème étape : La phase d'institutionnalisation écrite peut alors avoir lieu, qui sera suivie, en fonction du temps restant avant la fin de la séance, d'exercices d'application.

Nous souhaitions, à travers ces extraits de séances, illustrer en quoi l'oral nous semble « sous-contrôle » : l'enseignante garde, pendant les différents épisodes oraux, la responsabilité de ce qui est produit. Elle parle beaucoup (plus que les élèves), et fournit de nombreuses aides procédurales dans le but d'amener les élèves à produire des expressions algébriques de fonctions ou de fonctions linéaires, évaluant instantanément les productions, indiquant (parfois de façon détournée) ses attentes et prenant appui sur certains élèves pour fournir les réponses attendues.

Il est difficile sur des épisodes de travail oral de déterminer l'activité a minima et a maxima des élèves : ceux-ci sont-ils en train d'écouter activement les propositions des autres élèves ou de l'enseignante, les explications données, voire d'anticiper sur leur propre participation, ou bien sont-ils en train de penser à autre chose ? Nous avons ainsi analysé la sollicitation d'une élève, après la phase de rappel oral de la séance 3 qui indique clairement qu'elle est encore en train de penser à la correction du contrôle ayant eu lieu quelques minutes auparavant.

Mais au-delà de ces constatations, le fait que la participation orale des élèves soit toujours évaluée instantanément par l'enseignante ne nous semble pas propice à une activité maximale des élèves, ce qui se traduit par leur faible participation en dehors des sollicitations directes de l'enseignante. Aucune interaction sociale entre pairs n'est développée au sein de la classe. Celle-ci demeure alors essentiellement un lieu d'exposition de savoirs. Et quand ce moment d'exposition tarde à venir, comme dans la séance 6 où le travail de production oral de fonctions linéaires dure pratiquement une demi-heure, on peut noter l'incompréhension de certains élèves en ce qui concerne les attentes de l'enseignante dans la reflexion : « *Ça va aller là !* » (dans le sens « *C'est bon !* »).

■ Des phases d'institutionnalisation écrite régulières

Dans dix séances sur douze, les élèves sont amenés à noter une leçon ou une partie d'une leçon dans le cahier de cours :

S1	11 min
S3	11 min 10 s
S4	19 min
S6	12 min 5 s
S8	10 min
S11	12 min
S12	4 min
S13	10 min
S14	3 min 10 s
S15	25 min

Il nous semble que ce sont ces phases d'institutionnalisation qui rythment l'avancée de l'apprentissage et les activités des élèves, du moins à partir de la séance 8 : si on reprend le scénario en considérant uniquement les travaux menés en classe, il apparaît qu'à partir de cette séance des méthodes sont institutionnalisées, des exemples-types de savoir-faire correspondant aux tâches T1, T2, T3, T4 et T6, tâches qu'on retrouve dans les exercices d'application traités à la suite. Ces phases d'institutionnalisation sont alors le premier contact avec les tâches en question, ce qui n'était pas le cas auparavant, puisque l'introduction de la notion de fonction, de la représentation graphique d'une fonction et des fonctions linéaires avaient été motivées par une activité ou un exercice du livre traité en classe.

■ Une place moindre pour des activités élèves effectives en classe

Ayant constaté un temps considérable pris par les activités de correction, d'institutionnalisation écrite et de travail oral, et considérant qu'il nous semble très difficile d'évaluer l'activité effective a minima ou a maxima d'un élève pendant les phases de travail oral, nous avons souhaité connaître le temps passé par les élèves en phase de travail individuel écrit, sans prise en compte (pour le moment) des interventions de l'enseignante pendant ces phases, qu'elles concernent un élève en particulier ou la classe.

S1	Exercice 5	1 min 30 s
S3	Exercice 6	17 min 35 s
S5	Exercice 11	23 min 20 s
S9	Exercices 15, 16, 17	9 min 10 s
S13	Exercices 26, 27	15 min 20 s
S14	Exercice 30	13 min 50 s

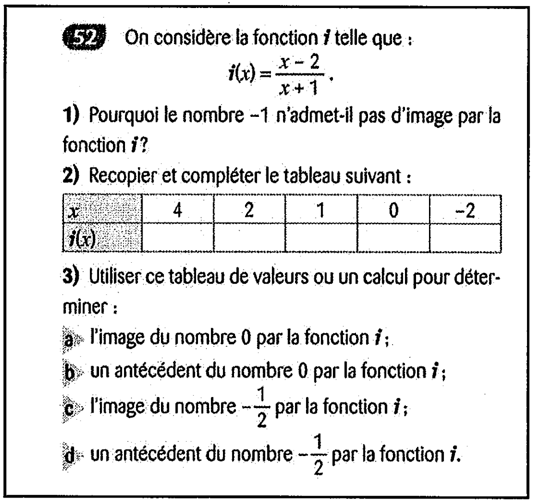
Ces temps de recherche totalisent une durée de 80 min 45 s.

Si on considère une durée moyenne de 50 minutes pour chaque séance, 600 minutes (douze séances) ont été consacrées à la notion de fonction (hors contrôles et séance sur tableur sans lien établi avec la notion). La répartition des diverses activités est alors la suivante :

- 39,7 % du temps est consacré aux corrections (exercices, DM, interrogations et contrôles)
- 21 % du temps est consacré à un travail à l'oral
- 19,5 % du temps est consacré à des phases d'institutionnalisation écrite
- 13,5 % du temps est consacré à des phases de recherche individuelle.

Cette analyse du scénario a permis de dégager un type de fonctionnement sur ce chapitre laissant peu de place à une activité de recherche en classe. Il semble que les phases de recherche individuelle soient majoritairement renvoyées à la maison, la classe devenant alors le lieu de présentation de « modèles » et d'exposition de connaissances. Ceci nous semble également correspondre au choix de présentation de la notion en tant qu'objet mathématique apparu lors de l'analyse des tâches proposées.

Un épisode particulier nous laisse à penser que c'est ainsi que le contrat est pensé par certains élèves. Au début de la séance 5, l'enseignante envoie un élève corriger l'exercice 9 donné à faire à la maison :



52 On considère la fonction i telle que :

$$i(x) = \frac{x-2}{x+1}.$$

1) Pourquoi le nombre −1 n'admet-il pas d'image par la fonction i?

2) Recopier et compléter le tableau suivant :

x	4	2	1	0	−2
$i(x)$					

3) Utiliser ce tableau de valeurs ou un calcul pour déterminer :

a l'image du nombre 0 par la fonction i ;

b un antécédent du nombre 0 par la fonction i ;

c l'image du nombre $-\frac{1}{2}$ par la fonction i ;

d un antécédent du nombre $-\frac{1}{2}$ par la fonction i.

Nous avions identifié, dans notre analyse a priori de cet exercice, la première tâche comme particulièrement complexe de par sa nouveauté et le changement de point de vue qu'elle demande.
Mais cette première question est corrigée très rapidement par l'élève aidé de l'enseignante, avant d'enchaîner sur la deuxième question. C'est à la fin de la correction de cet exercice que J intervient :

Extrait transcription séance 5 : Episode 1

P : *Ecarte-toi que tout le monde voie bien. Ça y est j'ai retrouvé l'usage du tableau. Mets bien égal. On n'a pas honte. Egal 4. A côté de -1. Voilà. (15 s).*
J : *Est-ce qu'on pourra revoir ça en aide parce que je comprends rien ?*
P *Celui qu'on est en train de corriger ? Mais... Pose des questions tout de suite ! Pourquoi tu veux qu'on le refasse en aide ? Qu'est-ce qui te gêne ? Recopie pas, dis-nous ce qui te gêne.*
J : *J'comprends rien.*
P : *Qu'est-ce que tu comprends pas ?*
J : *Quand on demande... pourquoi -1 n'avait pas d'image...*

L'intervention de J surprend l'enseignante et pose la question du rôle de la correction. Il semble que certains élèves identifient la correction comme le lieu où "on" (l'enseignante par élève interposé) expose ce qui est juste, mais pas comme le lieu privilégié d'explicitation des erreurs. Il est vrai que jusqu'à cette séance, les corrections filmées se sont déroulées exclusivement entre l'enseignante et l'élève au tableau, sans intervention du reste de la classe. Il y a là comme un malentendu pédagogique entre l'enseignante et certains élèves dont elle est la première surprise. L'enseignante revient donc sur l'explicitation du problème posé par -1 ce qui permet l'émergence des difficultés prévues a priori : le fait qu'il faut effectivement entreprendre le calcul pour comprendre où se situe le problème, et la non-disponibilité de la connaissance concernant l'impossibilité de diviser par 0 (-3 sur 0 : « *Ça f'ra 0* »).

Mais seule une analyse plus en détail du déroulement pourra conforter cette hypothèse d'une conception de la classe comme lieu d'exposition de connaissances, notamment pour les premières séances d'introduction de la notion. Nous attacherons également une attention particulière aux quelques épisodes correspondant à une activité de recherche individuelle en classe ainsi qu'aux phases d'institutionnalisation, pour analyser la prise en charge des adaptations et l'appui possible sur les productions des élèves.

5.3. Quelles prises en compte des différents aspects de la notion ?

Plusieurs questions sont apparues lors de l'étude de la notion de fonction, concernant son introduction et le caractère outil/objet, la prise en compte des différents aspects variation/dépendance/correspondance, et les différents registres de représentation. Nous avons donc effectué une relecture du scénario (en revenant si nécessaire aux analyses de séances, films et transcriptions) en prenant successivement en compte ces différents aspects, et en essayant ainsi de dégager les objectifs d'apprentissage privilégiés par l'enseignante.

■ Introduction de la notion et caractère outil/objet

Dans la séance 1, la notion est introduite en tant qu'objet : l'enseignante organise la séance de manière à définir une fonction et les exercices et activités proposés ne mettent pas en jeu de problèmes pour lesquels cette notion serait outil de résolution.

L'exercice 1 donné à faire à la maison met en jeu la tâche 1 de calcul d'images pour une fonction non-linéaire dont la correction occasionne une première introduction de la notion et de la notation $\mapsto$ par l'enseignante : « *On a créé une fonction qui permet à partir d'un nombre d'obtenir un autre nombre selon une procédure donnée* ». L'exercice oral suivant introduit trois autres procédures (trois « *machines* » qui transforment les nombres) à faire fonctionner sur des exemples numériques puis à généraliser dans le registre algébrique, et sera l'occasion d'introduire la deuxième notation associée au concept. C'est l'objet mathématique « fonction » qui est ainsi présenté aux élèves. Pour s'assurer que ceux-ci ont bien rencontré la nouvelle connaissance, l'enseignante en sollicite ensuite quelques-uns pour produire oralement des exemples de fonctions, puis elle fait noter le cours correspondant :

- Définition d'une fonction en tant que procédé associant un nombre à un autre nombre
- Notation $f : x \mapsto x^2 - 5$
- Notation $f(x) = x^2 - 5$
- Vocabulaire image et antécédent.

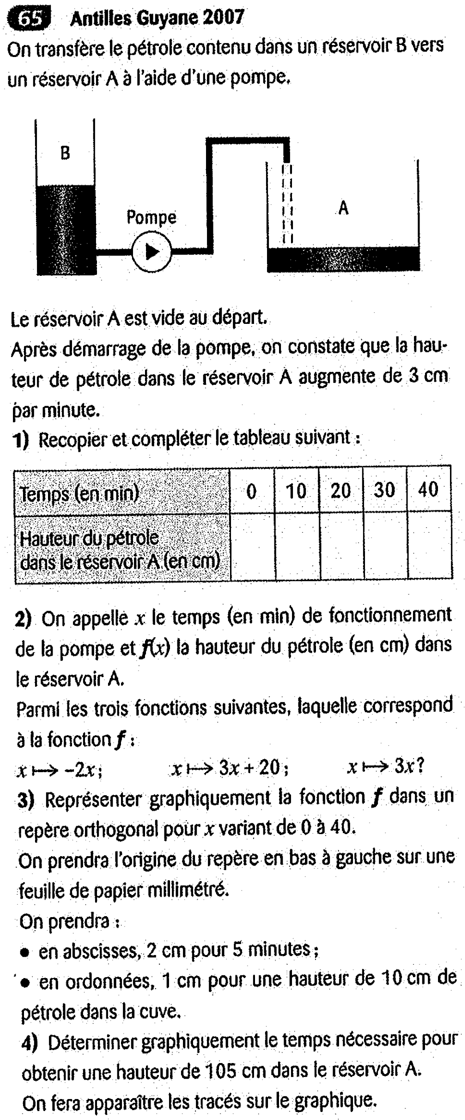
L'enseignante choisit une introduction très formelle, avec institutionnalisation d'une définition, du vocabulaire et des notations associées. Les exercices d'application proposés ensuite visent à faire fonctionner ce nouveau vocabulaire et ces notations et la notion y est donc toujours appréhendée en tant qu'objet mathématique.

La séance suivante met en jeu, dans un cadre géométrique, la co-variation de deux grandeurs, mais la fonction n'y est pas plus introduite comme outil de résolution d'un problème. Le contexte géométrique permet d'obtenir , par le biais du logiciel utilisé, un tableau de valeurs qui permettra de passer ensuite à la représentation graphique de la fonction. Il s'agit donc plutôt de travailler le passage du registre tableau au registre graphique.

On retrouve une situation de co-variation de deux grandeurs pour introduire les fonctions linéaires, sans problème associé, dans l'exercice 11 traité en classe pendant la séance 5 : l'énoncé présente, en langage naturel, une situation physique dans laquelle on transfère un réservoir de pétrole dans un autre à l'aide d'une pompe. La première tâche consiste à compléter un tableau de valeurs, sans qu'aucune référence à la notion de fonction ne soit explicitée.

La deuxième question consiste en une tâche de modélisation mathématique. L'élève doit traduire la situation donnée en langage naturel dans le registre symbolique, en choisissant parmi trois fonctions. L'énoncé prend donc en charge la désignation des variables et le symbolisme.

Dans la troisième question, il est demandé à l'élève de représenter graphiquement la fonction, et la dernière question est une tâche de lecture graphique.



65 **Antilles Guyane 2007**

On transfère le pétrole contenu dans un réservoir B vers un réservoir A à l'aide d'une pompe.

Le réservoir A est vide au départ.

Après démarrage de la pompe, on constate que la hauteur de pétrole dans le réservoir A augmente de 3 cm par minute.

1) Recopier et compléter le tableau suivant :

Temps (en min)	0	10	20	30	40
Hauteur du pétrole dans le réservoir A (en cm)					

2) On appelle x le temps (en min) de fonctionnement de la pompe et $f(x)$ la hauteur du pétrole (en cm) dans le réservoir A.

Parmi les trois fonctions suivantes, laquelle correspond à la fonction f :

$x \mapsto -2x$; $x \mapsto 3x + 20$; $x \mapsto 3x$?

3) Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal pour x variant de 0 à 40.

On prendra l'origine du repère en bas à gauche sur une feuille de papier millimétré.

On prendra :

- en abscisses, 2 cm pour 5 minutes ;
- en ordonnées, 1 cm pour une hauteur de 10 cm de pétrole dans la cuve.

4) Déterminer graphiquement le temps nécessaire pour obtenir une hauteur de 105 cm dans le réservoir A.

On fera apparaître les tracés sur le graphique.

Déroulement de la résolution de cet exercice :

S5-E3	Recherche individuelle exercice 11	8 min 20 s
S5-E4	Correction par l'enseignante des questions 1 et 2	1 min 40 s
S5-E5	Recherche individuelle et correction du graphique	15 min
S5-E6	Lecture graphique par l'enseignant	2 min 15 s

La phase d'engagement dans cet exercice est assez longue, certains élèves étant décontenancés par la longueur du texte, ce qui fait varier la phase de recherche individuelle des élèves, en fonction de la rapidité avec laquelle ils s'engagent dans la tâche, entre 6 et 8 min. A partir de 3 min 20 s, l'enseignante valide des productions d'élèves ce qui indique que certains ont déjà fini de compléter le tableau, voire la deuxième question, certains demandant si il faut passer au graphique. Elle attend encore 3 min que tous les élèves aient complété le tableau pour donner la correction. Une intervention de H indique sa difficulté à concevoir ce que représente la lettre x dans la seconde question. L'enseignante lui répond individuellement sans mutualiser la question.

Extrait transcription séance 5 :

P : On prend deux minutes. Pour regarder le tableau. Je le mets en relief parce que j'ai oublié de le mettre en rouge. Normalement j'ai vu toutes ces réponses correctes sur vos cahiers, vérifiez que j'ai pas euh... loupé quelque chose, que vos réponses sont bonnes. C'est bon pour tout le monde. Toutes les 3 minutes. Toutes les... ça monte de 3 cm toutes les 3 minutes. Donc à 0 le réservoir est vide, puis 10 minutes après il est à 30 cm, 20 minutes après 60 cm, 30 minutes, 90 cm, 40 minutes, 120.
L'enseignante rajoute une dernière colonne au tableau avec x.
P : Et donc la fonction qui permet de remplir le réservoir, si ici j'avais x, R ? J'aurais ici ? Quelle hauteur, R ?
R : Inaudible.
G: 3*x*.
P: 3*x. 3 fois x. Donc on a bien une fonction qui à x associe* 3*x. On vous demande de faire la représentation graphique de cette fonction.*
L'enseignante rajoute 3*x dans la dernière colonne et en-dessous l'écriture x* ↦ 3*x*.

L'enseignante enchaîne directement la correction du tableau de valeurs et de la deuxième question en sollicitant une élève qu'elle a aidée à comprendre l'énoncé, mais qui visiblement n'a pas encore traité ou n'a pas réussi à traiter cette question. C'est donc G qui souffle la réponse, ce que l'enseignante mutualise sans autre explication avant de lancer le travail sur la réalisation graphique. La rapidité avec laquelle cette question est corrigée, alors qu'elle a visiblement posé problème à certains élèves semble indiquer que ce n'est pas un des objectifs de la séance. A maxima, les élèves les plus rapides ont traité cette question avant la correction, et ont pu, comme H, solliciter l'enseignante ; a minima, les élèves recopient la formule dans leur cahier. Les productions élèves relevées nous renseignent assez peu sur l'activité des élèves. Deux d'entre eux ont soit produit, soit recopié la formule, la troisième ayant gardé trace d'une formule fausse.

Cet exercice, choisi pour introduire la notion de fonction linéaire, semble donc volontairement déconnecté de la notion par l'enseignante : l'accent est mis sur le tableau de valeurs et la réalisation du graphique, celui-ci étant réalisé directement à partir du tableau de valeurs. La question de l'expression algébrique de la fonction est traitée en quelques secondes.

Cet exercice est repris en séance 6, avec d'autres exemples de tableaux et graphiques réalisés par d'autres classes, pour présenter et expliquer ce que sont les fonctions linéaires. Celles-ci sont ainsi présentées comme l'objet mathématique permettant de modéliser toute situation de proportionnalité, ayant pour représentation graphique une droite qui passe par l'origine, et associées à des formules algébriques comme $A\colon x \mapsto 3x$. L'enseignante demande ensuite aux élèves de produire des exemples de fonctions linéaires. Cet épisode collectif occupe pratiquement une demi-heure.

Les six premiers élèves sollicités pour produire des fonctions linéaires donnent des expressions algébriques très proches des trois exemples vus dans l'épisode précédent : un nombre entier fois x. L'enseignante attend en fait de voir apparaître des expressions algébriques mettant en jeu des coefficients autres qu'entiers positifs. Mais les élèves n'ayant pas encore construit l'objet fonction linéaire, et identifiant mal les attentes de l'enseignante, produisent d'autres types de fonctions (affines, polynômiales) que l'enseignante invalide par un retour systématique à un tableau de valeurs qu'elle questionne en terme de proportionnalité. Elle précise pourtant plusieurs fois ses attentes : « *J'mets que des valeurs positives, j'suis comme vous , j'reste aux entiers positifs parce que j'ai trop peur* », « *Enfin on a quitté les entiers* », « *Mais je voudrais bien ouvrir une porte sur une multiplication autre qu'un entier* ». Cela amène quelques élèves à produire des fonctions linéaires, mais peu d'entre eux ont visiblement réussi à faire le lien entre l'objet fonction linéaire et une expression algébrique du type ax. On peut se demander si les connaissances anciennes sur la proportionnalité vues en 4ème, le lien notamment entre une situation de proportionnalité et une expression algébrique de ce type, sont disponibles pour servir de point d'appui à la construction des fonctions linaires.

L'enseignante finit donc par fournir elle-même deux exemples mettant en jeu des coefficients fractionnaires, décimaux et négatifs. Mais cela n'empêche pas les élèves de reprendre leurs questionnements en proposant d'autres types d'expressions algébriques. Nombre d'entre eux ne semblent pas à même d'identifier par similitude/différence, dans le registre symbolique, ce qui va définir l'expression algébrique d'une fonction linaire. L'enseignante essaye alors de recentrer l'activité vers l'élaboration d'une forme générale de la fonction linéaire.

Extrait transcription séance 6 :

P : Alors, M, tu dis j'ai plus rien compris. Ben oui parce que d'un seul coup, on partait de choses qui nous paraissaient simples, et puis y'a des choses qui marchent plus. Dans quel cas ça va bien marcher ? Comment on va pouvoir définir notre fonction linéaire pour être sûr qu'elle marche bien. Je vous ai laissé à tous vents pour qu'on voit que la fonction linéaire elle est bien définie, elle a un cadre bien donné, ce cadre il est très limité. Alors, quand est-ce que le cadre fonction linéaire marche ?
El : Déjà...
P : Réfléchissez tous dans vos têtes et après on donnera la parole. Par rapport à tous les exemples qu'on a pu se donner, quand est-ce qu'on est sûr que c'est une fonction linéaire. (...). Quelle sera sa forme générale ? (...). Y'a que 3 élèves qui s'engagent là-dessus ? Quatre ? Cinq ? Six ? Allez C, à toi de jouer si tu veux pas t'engager. Quand est-ce que je pourrais être certaine, certaine, certaine que la fonction qu'on définit est une fonction linéaire ? (6 s). Quelle sera sa forme générale ? (6 s). U ?
U : Quand on multiplie ou qu'on divise l'antécédent.
P : Par quoi ?
U : Par un nombre positif ou négatif.
P : Ça va être quand l'antécédent est multiplié par un nombre constant qu'on pourra appeler a, et ce nombre peut-être n'importe quoi, positif, négatif, sous forme fractionnaire, supérieur à 1 ou inférieur à 1. Ce sera une fonction linéaire quand on pourra écrire f, au nombre x, j'associe a fois, a fois x.
L'enseignante écrit au tableau : $f : x \mapsto ax$.

L'enseignante prend appui sur U pour produire la connaissance attendue, qu'elle traduit sous la forme qu'elle souhaite institutionnaliser, puis dans le registre symbolique, en évitant la question de la division. Mais, à travers les exemples que continuent à produire les élèves, on peut entrevoir leurs difficultés. Certains semblent focalisés sur une formule avec un nombre (entier ?) et x : « *Et si on a 10 euh... exposant x ?* ». On voit émerger le problème de la distinction entre un paramètre et une variable : « *Et* $x \times x$ *?* » demande V. Certains semblent confrontés à des conceptions fausses liées à la proportionnalité : « *... ça fait* $3x$ *plus 2, ça fait une situation de proportionnalité* ». Certains semblent avoir du mal à distinguer l'opération sur la variable et des opérations sur des valeurs numériques : J propose d'abord $x \mapsto x(3+2)$ (« *On multiplie pas là.* ») puis $x \mapsto x(3+2)^2$.

Le statut du paramètre a représentant un nombre quelconque n'est pas non plus disponible pour tous : B se demande si on peut mettre -3. Il semble que le modèle fourni pour l'expression algébrique d'une fonction linéaire ne soit pas compréhensible pour certains élèves à ce moment-là, et ce pour de multiples raisons.

Les élèves ayant participé ont eu, pendant cet épisode, une activité a maxima, se posant des questions, vérifiant auprès de l'enseignante si leurs propositions étaient ou non correctes. On peut identifier 10 élèves différents qui interviennent ainsi à plusieurs reprises. Pour les autres élèves, il est beaucoup plus difficile de savoir quelle a été leur activité réelle.

L'enseignante fait ensuite noter dans le cahier de cours :

- une définition formelle de l'objet fonction linéaire avec utilisation d'un paramètre
- un exemple d'expression algébrique d'une fonction linéaire
- une propriété de correspondance entre situation de proportionnalité et fonction linéaire
- un exemple de calcul de l'image d'un nombre par une fonction linéaire.

L'introduction des fonctions linéaires, comme celle de la notion de fonction, est donc centrée sur une présentation de l'objet mathématique à partir de son expression algébrique. L'enseignante semble attendre des élèves, non pas qu'ils identifient la forme particulière de cette expression algébrique, ce qui semble déjà poser problème, mais qu'ils généralisent cette forme à toute valeur numérique du paramètre, dans une anticipation de la formule algébrique qu'elle envisage de faire noter ensuite dans le cours comme définition.

Nous nous étions, dans la partie précédente, posé la question de l'introduction de la notion de fonction, à travers le choix de problèmes initiaux et la prise en compte du caractère outil ou objet, mais aussi à travers le problème posé par la distance ancien/nouveau et le passage à un point de vue fonctionnel.

En regard de l'analyse menée sur les six premières séances dans lesquelles sont introduites les notions de fonction et de fonction linéaire, il nous semble que cette introduction ne permet pas l'émergence du point de vue fonctionnel : les connaissances anciennes (expressions algébriques, calculs numériques, graphiques) ne sont pas questionnées sous ce nouveau point de vue mais sont uniquement l'occasion d'introduire un nouveau formalisme. Il s'agit, comme c'était le cas précédemment, de calculer des expressions algébriques pour des valeurs données, de compléter des tableaux de valeurs, de tracer des graphiques, de produire des expressions algébriques, mais avec de nouvelles notations et un nouveau vocabulaire. Les élèves peuvent-ils alors percevoir ce qu'apporte la notion de fonction par rapport à leurs connaissances anciennes ?

A partir de la séance 6 se met en place un travail plus « technique » à partir des tâches 2, 3, 6 analysées dans la partie précédente. L'enseignante identifie l'apparition des difficultés des élèves à partir de ce moment-là. Ce moment nous semble effectivement correspondre au « saut » nécessaire vers un mode de pensée fonctionnel. Dans les séances précédentes, rien n'est venu changer le regard sur les connaissances anciennes, alors que le passage du ponctuel algébrique ou graphique vers le global algébrique nécessite ce changement de point de vue resté implicite. Toute la complexité de la notion de fonction est là, dans ce mode de pensée fonctionnel qui reste inaccessible à certains élèves à partir d'un travail sur les connaissances anciennes semblant « étendre » celles-ci à la nouvelle notion.

Le travail mené, s'il permet une certaine décontextualisation, la notion se dégageant implicitement du champ des grandeurs et de situations de co-variation pour entrer dans le domaine des nombres et des formules algébriques, ne nous semble pas permettre la conceptualisation de la notion, la relation de dépendance entre variables ne se trouvant jamais au centre du questionnement.

La question de « bons problèmes » d'introduction d'une telle notion est un champ ouvert, et le choix de l'enseignante d'introduire le concept par son caractère objet est, nous semble-t-il, porté par le « principe » d'efficacité dont nous avons déjà parlé et par le souci de la contrainte temporelle. Peut-être aussi la notion de fonction est-elle tellement transparente pour elle que ce « saut conceptuel » lui reste imperceptible.

■ Aspects variation/dépendance/correspondance

Aspect correspondance

C'est par cet aspect qu'est introduit le concept de fonction dans la première séance. La correction de l'exercice 1 a lieu sans que le lien avec la notion soit établi, et c'est dans la première phase d'institutionnalisation orale que l'enseignante introduit le concept en mettant en avant la correspondance entre un nombre de départ et un nombre d'arrivée :

Extrait transcription séance 1 :

P : *Trois demis, par une procédure qu'on appelle ici, dont le nom est donné ici, on l'appelle f. Donc on va dire qu'à..., cette procédure f, elle est notée ici, à -3 on associe un demi, par cette procédure f ici à -1 on associe 0. Par cette procédure f, à 3 on associe 2. Par cette procédure f, à 5 on associe trois demis. Et donc par la procédure f, si je veux pas donner une valeur particulière à un nombre et si je veux rester le plus largement possible sur n'importe quel nombre, je vais dire au nombre x, je vais associer le nombre ... (5s)*

L'enseignante ajoute au tableau:
$f\colon 3 \longmapsto 2$
$f\colon 5 \longmapsto \frac{3}{2}$
$f\colon x \longmapsto$

P : *x plus 1 sur x moins 1. Ça vous va ?*
Els : *Oui.*
P : *Cette procédure la, mathématiquement parlant, on va l'appeler fonction. On a créé une fonction qui permet à partir d'un nombre d'obtenir un autre nombre selon une procédure donnée. (5s) Qu'est-ce que je vais vous dire tout de suite à partir de ça. Je crois que c'est tout.*

On peut se demander quel sens les élèves donnent alors au terme « procédure », et si ce dernier renvoie plutôt à l'idée de processus ou à l'idée de résultat. La notion prend appui ici sur la pluralité des résultats obtenus (point de vue ponctuel numérique) et sur le formalisme mis en place (f et $\longmapsto$). On peut noter à ce sujet que la notation avec parenthèses était celle utilisée dans l'exercice, mais que l'enseignante a fait le choix de la passer sous silence, privilégiant celle avec une flèche qui lui semble peut-être plus simple ou plus porteuse de sens. Le fait de privilégier cette notation nous semble ainsi renforcer la prise en compte de l'aspect correspondance entre nombres. Les idées de dépendance et de variation ne sont pas abordées (l'introduction choisie ne permet pas vraiment leur émergence), et seule l'idée de correspondance univalente (« *à ... on associe...* »), voire univoque (« *à partir de ..., il est arrivé à...* »), est ici développée, avant de passer à une correspondance généralisée.

La deuxième phase d'institutionnalisation, après l'exercice 2, sera l'occasion d'insister à nouveau sur cet aspect correspondance et correspondance généralisée (« *Donc on a mis ici en place trois fonctions, la fonction c qui à x associe c au carré, x au carré, la fonction d qui à un nombre associe le double, si on prend y ça fera 2y, et la fonction m qui à z associe z sur 2.* ») et d'introduire la seconde notation. De même ce qui est institutionnalisé dans le cahier de cours et les exercices qui suivent, en insistant sur un nombre de départ et un nombre d'arrivée , nous semblent mettre en avant cet aspect correspondance, au détriment des aspects dépendance et variation qui, dans cette séance d'introduction, restent complètement implicites.

- *Aspect variation*

Dans la deuxième séance, l'enseignante souhaite « *montrer une fonction à partir d'une construction géométrique* ». Elle a précisé à ce sujet en entretien qu'elle souhaitait faire cette activité parce que ça permettait de « *remettre Cabri-géomètre* ». Les aspects variation et dépendance sont alors oralement explicités, pendant qu'un élève réalise la figure sur le tableau numérique interactif, avant que l'enseignante ne passe rapidement à la démonstration de la nature du polygone :

Extrait transcription séance 3 :

P : On a notre construction géométrique et la fonction que je voudrais mettre en place, c'est une relation. J'vais pas pouvoir... je veux pas la mettre sous forme algébrique, c'est une relation qui lierait... on va l'appeler $\mathcal{A}$, une relation qui existerait entre la longueur du diamètre en fonction de l'aire du quadrilatère ABCD.

L'enseignante écrit au tableau : $\mathcal{A} : AB \mapsto \mathcal{A}_{ABCD}$

P: Fais varier le cercle euh... agrandis le cercle. Si on agrandit le cercle, on est bien d'accord que le polygone grandit... On va voir ce que c'est comme polygone d'ailleurs... grandit en même temps que le diamètre, donc il doit bien y avoir une relation entre la longueur du diamètre et l'aire du polygone. Est-ce que vous voyez ça ?

Les aspects variation et dépendance sont abordés à une deuxième reprise, alors qu'un autre élève termine la figure au tableau :

P : Fais varier le cercle. Voilà. On est bien d'accord... Alors va pas trop vite qu'on voie bien... Quand BD varie, pour la longueur 4,88, l'aire du polygone est 11,89. Agrandis le cercle. Pour 10,6, l'aire du polygone est 56,15 centimètres carrés. On a bien créé une fonction entre la longueur BD... Elle a été longue à mettre en place... On a créé une fonction entre la longueur BD et l'aire du polygone. On est d'accord là-dessus.

La question se pose de savoir combien d'élèves ont effectivement perçu ces deux aspects variation et dépendance liés au concept de fonction : un seul élève a fait l'expérience réelle de la variation des deux grandeurs en manipulant le logiciel, et les quelques secondes qu'a duré cette manipulation et le discours l'accompagnant peuvent s'être trouvés noyés dans le temps long d'utilisation du logiciel (plus de 10 minutes).

L'enseignante demande ensuite aux élèves de prendre leur cahier de cours pour « *mettre en place cette fonction avec un tableau de valeurs* ». L'écrit présentant la fonction étudiée ne reprend pas les deux aspects évoqués précédemment :
« *Envisageons la fonction $\mathcal{A}$ qui à la longueur du diamètre [BD] fait correspondre l'aire du carré ABCD. A l'aide des données de cabri-géomètre, faisons un tableau de valeurs.* »

L'aspect variation ne sera pas repris dans la suite de la séance, et l'utilisation du tableau de valeurs nous semble renforcer la prégnance de l'aspect correspondance, en présentant un ensemble de résultats ponctuels, de couples de nombres associés.

L'exercice 11 réalisé en classe durant la séance 5 présente une situation de variation d'un volume de pétrole en fonction du temps. Mais la première tâche demandée aux élèves est de compléter un tableau de valeurs, ce qui nous semble remettre au premier plan le fait que pour une valeur donnée, on calcule une autre valeur, et donc l'aspect correspondance, reléguant l'aspect variation au contexte de l'exercice.

L'aspect variation est repris très rapidement en début de séance 6 lorsque l'enseignante présente et explique ce qu'est une fonction linéaire à partir de différents exemples affichés au TNI :

Extrait transcription séance 6 :

P : Avec les 4^ème^ tout à l'heure on a, on a fait un exercice... sur la proportionnalité puisque c'est le programme de 4^ème^ qu'on fait la proportionnalité et on avait, il fallait... c'était l'aire d'un rectangle qui s'appelait LIJO qui variait en fonction de la longueur LO. Alors on avait LI égal 3 cm et la longueur LO varie, on est d'accord ? Donc on est bien face à une fonction avec une variation de la longueur LO qui varie et puis à cette longueur LO on associe l'aire du rectangle. La variable LO est ici. Par la fonction on associe l'aire du rectangle. Tout le monde voit ? Donc ce rectangle ici euh... L'élève qui était tout à l'heure au tableau a fait une figure à main levée, il peut être très très petit si LO est petit ou grandir euh... à la longueur que l'on veut, faire l'agrandissement que l'on veut si on augmente la longueur LO. Donc les calculs... on avait fait des calculs d'aire. Pour 0,5 l'aire je vous rappelle d'un rectangle c'est longueur fois largeur, donc 0,5 fois 3 un virgule 5, 3 fois 1 trois, 2 fois 3 six, 3 fois 3 neuf, douze, et fallait faire une... demande... dire si c'était un tableau de proportionnalité. Est-ce que c'est un tableau de proportionnalité ?

Mais pendant toute la suite de la séance, c'est de nouveau l'aspect correspondance qui est mis en avant. Le graphique est ainsi l'occasion de pointer des valeurs particulières d'antécédents et d'images, les calculs explicités oralement associent d'une autre manière antécédent et image, et le recours systématique au tableau de valeurs pour évaluer le caractère linéaire d'une fonction ne font que renforcer cet aspect correspondance. L'aspect variation ne sera, quant à lui, pas repris dans la suite de la séance.

- *Aspect dépendance*

Nous avons expliqué dans la partie précédente que cet aspect était apparu en lien avec l'aspect variation dans deux situations traitées en classe de co-variation de deux grandeurs, mais sans être réellement explicité autrement que dans ce contexte particulier.

Il réapparaît au début de la séance 5, lors de la correction de l'exercice 9 fait à la maison, en lien avec la notation utilisée dans l'expression algébrique d'une fonction. Le TNI ne fonctionnant pas, l'enseignante commence par dicter la fonction ce qui amène l'élève au tableau à produire deux écritures incorrectes : $I\,2\,x$ puis $I(2x)$. Ces deux écritures nous renseignent sur ce que certains élèves ont pu comprendre de cette notation. Cette notation traduit la dépendance entre les deux variables, mais cette dépendance est restée implicite, l'accent ayant été mis en priorité sur l'aspect correspondance mieux traduit par la notation $\mapsto$. L'enseignante invalide ces écritures et fournit deux aides procédurales (« *Non. i de x* », « *Mais non. Oh. i qui dépend de x* ») et se déplace pour se rapprocher du tableau au cas où ses explications se révèleraient insuffisantes pour que l'élève produise la notation correcte. C'est la première fois que l'idée de dépendance est explicitée et reliée à la notation. Jusque là, la prise en charge des notations avaient toujours été le fait de l'enseignant ou de l'énoncé.

Durant la séance 6 et le travail oral sur la production de fonctions linéaires, se pose également un problème lié à la complexité de l'aspect dépendance. A trois reprises, une élève propose une fonction constante pour une fonction linéaire, sans comprendre en quoi cela ne correspond pas aux attentes de l'enseignante. Nous reproduisons l'extrait correspondant au premier échange :

R : *Euh… (…). 3 fois 4.*

P : *Alors. Si à x j'associe 3 fois 4. Est-ce que c'est une fonction linéaire ?*

Els : *Non. Inaudible.*

P : *Si c'est une fonction. Si je remplis le tableau. R, à toi. Remplis-nous ce tableau très difficile à remplir. Si je pars de 0, qu'est-ce que tu trouves R ?*

R : *0.*

P : *Non.*

Els : *Inaudible.*

P : *12. Si tu pars de 1 tu trouves…*

El : *12.*

P : *12. Si tu pars de 2 tu trouves…*

Els : *Inaudible.*

P : *N'importe quoi. Si tu pars de 3 tu trouves…*

Els : *Inaudible.*

P : *Mais non… Ça te dit, ça dit que ta fonction à x, elle associe 12. Elle est… Elle est constante ta fonction, elle s'appelle constante.*

El : *Madame, c'est une fonction y'a un coefficient ou pas ?*

P : *Non, y'a pas de coefficient. C'est une fonction constante, l'image est constante, elle est toujours égale à 12. Ben tu verras, on l'étudiera cette fonction très particulière. Oui F ?*

F : *Pourquoi avec 0 ça fait 12 ?*

P : *Parce que ici R nous dit quel que soit le nombre que tu prends au départ, son image c'est 3 fois 4. R elle a pas voulu dire 12, elle est gentille, donc elle a dit son image c'est 3 fois 4, mais moi je dis 3 fois 4 c'est 12, et donc si tu pars de 0, l'image c'est 12, si ton antécédent est 1, l'image sera 12, si ton antécédent est 1000, l'image sera 12, si ton antécédent est -20 millions, l'image sera 12. D'accord ? Quel que soit le nombre que tu vas prendre au départ, son image, par la transformation qu'a définie R, ça sera 12. Et ça c'est pas une fonction linéaire. C'est une fonction qui a un nom qu'on reverra plus tard. Oui ? On la supprime. Merci de nous avoir donné cette fonction qu'on l'ait vue. On continue.*

El : *Ah elle est pas bonne ?*

P : *A toi T.*

Plusieurs questions apparaissent dans les interventions des élèves : S'agit-il bien d'une fonction ? S'agit-il d'une fonction linéaire ? La fonction comme traduisant une dépendance entre deux variables, dépendance visible par la présence de la variable dans l'expression algébrique, semble avoir été intégrée par certains élèves, mais ne pas être disponible pour d'autres. R proposera par la suite deux autres fonctions constantes (« *Et pour* $x \mapsto 3 + 2$ *?* », « *Et pour* $x \mapsto \sqrt{3}$ *?* »), mais l'aspect dépendance ne sera pas abordé.

Un dernier épisode nous semble indiquer en quoi l'aspect dépendance de la notion de fonction, resté implicite, peut être source de difficultés pour certains élèves : il prend place lors de la dernière séance sur ce chapitre pour la correction de l'exercice 34 donné à faire à la maison. A passe au tableau pour déterminer la fonction qui modélise le périmètre d'un triangle puis d'un carré :

A écrit au tableau : P=x+1+x+1+x+1+x+1
P : Est-ce que ce périmètre dépend de x ?
A : Non, y'a 1.
P : pardon ?
A : Y'a 1 ici.
P : Ben réduis cette expression. Fais le dépendant de x ce périmètre. S'il te plaît. Est-ce qu'il dépend de x ? Ah, excuse-moi. Attends, attends. J'suis à la ligne précédente. Est-ce que ça dépend de x ?
A : Non.
P : C'est indépendant de x cette expression là ?
A : Y'a des 1 partout !
P : Il peut y avoir des 1, mais est-ce que si tu changes la valeur de x ça va changer quelque chose.
A : Oui.
P : Oui. Donc il est dépendant de x. Mets bien dessus que c'est dépendant de x. Que c'est une fonction. Voilà. Que c'est une fonction de x.

Il semble que la notion même de dépendance ne soit pas très claire pour cet élève, à moins que le travail sur les fonctions linéaires ait réduit l'idée de dépendance à une dépendance linéaire. Cela permet cependant d'expliciter cet aspect dépendance lié à la notion : dépendre de x, c'est changer de valeur quand la valeur de x change, et être fonction de x, c'est être dépendant de x.

En conclusion, conformément aux programmes qui parlent pour la classe de 3ème du « *premier véritable contact des élèves avec cette fonction numérique (sous son aspect formel), dans sa conception actuelle qui fait correspondre à tout élément d'un ensemble un élément d'un autre ensemble* », c'est l'aspect correspondance de la notion qui semble privilégié dans l'organisation des apprentissages choisie. Non seulement c'est ainsi qu'est introduite la notion, mais les tableaux de valeurs, utilisés dans quasiment toutes les séances, sont très porteurs de cet aspect des choses.

L'aspect variation n'apparaît que dans le discours oral de l'enseignante, et dans les deux situations de co-variation de grandeurs proposées en classe, la variation n'est pas étudiée en tant que telle et reste une donnée du contexte. La notion de fonction n'apparaît donc à aucun moment comme traduisant cet aspect. Quand à la dépendance entre les deux variables, elle reste le plus souvent implicite.

La notion de fonction est ainsi définie comme un « *processus de calcul faisant correspondre à un nombre un autre nombre* », un programme de calcul généralisé, et c'est cet aspect qui est le plus présent dans les exercices proposés. Ce choix nous semble particulièrement lié au point de vue ponctuel algébrique privilégié dans les exercices.

Nous nous sommes posé la question, dans une partie précédente, de la prise en compte du point de vue global graphique dans les tâches de représentation graphique. Pour les deux situations de co-variation de grandeurs, le passage au registre graphique est organisé à partir du registre tableau, privilégiant ainsi l'aspect ponctuel graphique, et le fait qu'aucune de ces représentations graphiques ne soit questionnée en termes de variation ne nous semble pas permettre de dépasser ce point de vue. L'absence ou la non-considération du registre algébrique dans ces deux situations nous semble également confirmer ce « raté de variation » : la courbe ne peut pas être porteuse de cette relation de dépendance entre deux variables.

Nous questionnerons de nouveau la prise en compte de ces différents points de vue à travers l'analyse des différents registres de représentation et des déroulements associés aux différentes tâches.

■ Registres de représentation

Notre questionnement porte sur les différents registres sollicités ainsi que sur les passages de l'un à l'autre. Nous souhaitons ici présenter ces différents registres et la fréquence avec laquelle ils sont proposés en exercices. La prise en charge du registre symbolique nous semblant particulièrement liée aux deux aspects dépendance et correspondance traités précédemment, nous détaillerons ici la prise en charge de ce registre dans les déroulements. Pour les autres registres, cet aspect sera détaillé avec les différentes adaptations dans la partie suivante.

Nous avions a priori comptabilisé 6 registres susceptibles d'intervenir dans l'apprentissage de la notion, dont quatre sont finalement présents.

• *Registre du langage naturel*

Le registre du langage naturel est utilisé dans deux contextes différents :

- Pour une utilisation spécifique du vocabulaire nouveau, et c'est le cas dans 9 des exercices proposés (sur un total de 34 exercices)
- Pour la description d'une situation contextualisée et c'est le cas dans 7 exercices, dont 4 ayant un lien établi avec la notion de fonction.

• *Registre symbolique*

Le registre symbolique, qui se limite en fait à une utilisation des nouvelles notations, est utilisé dans 20 exercices. Ces notations, institutionnalisées dès la première séance, sont utilisées dans quasiment tous les exercices, hormis ceux dans lesquels l'élève doit modéliser une situation par une fonction. C'est ce qui explique l'absence du registre algébrique : avant, l'énoncé, le professeur ou l'élève utilisaient des écritures de la forme $3x + 12$ ou $P = 3x + 12$ et celles-ci sont dorénavant remplacées par $P(x) = 3x + 12$ ou $P: x \mapsto 3x + 12$. Comment s'opère ce passage ? Comment est-il pris en charge ?

L'enseignante a explicité cette difficulté en entretien : « *Et puis, comme je sais que la fonction ça pose problème, normalement, dans tous niveaux, quand on rencontre une expression, quand on veut calculer un périmètre en fonction d'une lettre, toujours je dis ben on va l'écrire P de x égal pour qu'ils aient un peu cette notation qui leur semble... en 3ème d'un seul coup... alors quand on l'explique en 5ème ça passe tout seul, et en 3ème d'un seul coup, on invente un truc qui leur semble désespérément difficile.* »

Le passage au registre symbolique est pris en charge dès la première séance. Les deux notations $f: x \mapsto \cdots$ et $f(x)$ sont présentées par l'enseignante et institutionnalisées. Elle garde la responsabilité de leur production pendant toute cette séance. La première notation est introduite pour illustrer la procédure qui fait correspondre à un nombre de départ un nombre d'arrivée :

P : Ici en fait ce que V il a fait, à partir du nombre -3, il est arrivé au nombre un demi. A partir du nombre -1 par la proc… il est arrivé au nombre 0.

L'enseignante écrit au fur et à mesure : $-3 \mapsto \frac{1}{2}$ *et* $-1 \mapsto 0$

La deuxième notation est présentée comme une autre écriture : « *Vous vous rappelez dans l'exercice c'était pas écrit comme ça, dans l'exercice tout à l'heure* ». L'enseignante produit alors la deuxième notation et explique : « *C'est la même chose, c'est la même chose, le sigle c'est la même chose, c'est plus condensé. (…). La fonction, elle apparait ici. La lettre sur laquelle on… le nombre sur lequel on veut travailler il apparait ici. Cette… cette procédure qu'on veut appliquer au nombre x, ça correspond à faire x moins 1 sur x plus 1. D'accord ?* » Les deux notations sont donc introduites comme des conventions d'écriture, avec un certain formalisme à respecter.

Dans les séances suivantes, c'est lors des corrections d'exercices qu'apparaissent les difficultés liées à l'utilisation de ces notations. Ainsi pour l'exercice 7 corrigé en fin de séance 4, A est au tableau et doit lire, sur la représentation graphique d'une fonction affichée au TNI, « $h(-1)$ ». Il n'arrive tout d'abord pas à répondre à l'enseignante qui lui demande si -1 est l'image ou l'antécédent. Celle-ci lui indique donc que -1 correspond à x et qu'on cherche son image, ce qui lui permet de lire correctement cette image sur le graphique. Mais les choses se compliquent quand il s'agit de rédiger la réponse et A produit plusieurs écritures incorrectes (« *h de -1 est 1* », « *L'antécédent de h est 1* »), ce qui amène l'enseignante à questionner : « *h c'est une procédure. L'antécédent c'est un nombre. h c'est une fonction. Est-ce qu'on peut avoir l'antécédent d'une fonction ? Alors ça veut rien dire ce que tu as écrit. Ecris quelque chose qui veut dire quelque chose* ». Mais elle est finalement obligée de le renvoyer à la lecture de l'énoncé dans lequel la question est formulée avec cette notation pour aboutir à l'écriture attendue. De même dans la correction de l'exercice 9 déjà détaillée dans la partie précédente en lien avec l'aspect dépendance, il apparaît que les notations ne sont pas porteuses de sens pour certains élèves.

Dans les exercices proposés par la suite, les deux notations sont utilisées (13 fois pour les parenthèses et 7 fois pour la flèche) et l'enseignante réintroduit souvent les deux notations dans les corrections. Elle utilise également ces notations dans les rappels de cours (notation $\mapsto$ dans les séances 8 et 13 et les deux notations en parallèle en séance 13), précisant si nécessaire que ce sont « *deux modes d'écriture qu'il faut intégrer* ». Elle précise à ce sujet pendant la séance 9 que la notation par flèche est « *très visuelle* » et que l'autre est « *plus compacte et plus facile à travailler* ». Il semble donc que soit surtout pris en charge l'aspect conventionnel des notations et que la fréquentation de celles-ci permettent leur maîtrise. Mais certaines questions restent récurrentes au fil des séances. Ainsi B dans la séance 6 demande « *L'un ou l'autre c'est la même chose ?* » et O intervient dans la séance 9 pour remarquer « *Mais c'est la même chose sauf que c'est pas écrit pareil* ». Les élèves semblent d'ailleurs identifier des attentes de l'enseignante concernant ces notations. Dans la séance 6, alors que l'enseignante demande oralement aux élèves de produire des fonctions linéaires, les premiers élèves interrogés se contentent de lui donner le résultat généralisé (*2x*, *5x*, *7x*), alors que J indique « *J de x* » et que M insiste sur la notation qu'elle a choisie :

M : *m…*
P : *Alors elle s'appelle m… qui à x va associer…*
M : *Non, m de x…*
P : *m de x, tu veux l'écrire m de x… Pas de souci. m de x, comment tu vas l'écrire…*
R : *Euh… égal euh… 24 x au carré.*
P : *24 x au carré.* *L'enseignante écrit au tableau :* $m(x) = 24x^2$.

L'insistance de M questionne sur ce qu'elle associe à ces notations et sur le fait que la notation $m(x)$ ne semble pas correspondre au fait qu'on associe à x un autre nombre : ceci conforte notre hypothèse que l'aspect correspondance n'est pas perçu par certains élèves dans cette notation.

Nous retrouvons, au travers de toutes ces difficultés liées au nouveau registre utilisé le « saut conceptuel » nécessaire pour passer des connaissances anciennes à la notion de fonction. Pour certains élèves, les premières séances n'ont été que l'occasion d'accrocher un nouveau formalisme sur des connaissances anciennes et ces notations ne sont alors absolument pas porteuses de sens en ce qui concerne le concept. Derrière le passage de l'écriture $P = 3x + 12$ aux nouvelles écritures $P(x) = 3x + 12$ ou $P: x \mapsto 3x + 12$, il y a en effet bien plus qu'un effet de convention. Ces écritures sont des représentations du concept, de la relation de dépendance entre deux variables et de la correspondance entre ces deux variables. Le choix d'introduire la notion par son caractère objet a impliqué une introduction très rapide du nouveau formalisme, celui-ci ne pouvant alors être porteur de ce qui n'est pas encore construit, et les aspects dépendance et variation, peu pris en compte par la suite, n'ont pu être rattachés à ce formalisme.

- *Registre graphique*

Le registre graphique est présent dans 12 exercices dont 5 sont traités en classe, et dans quatre des tâches analysées a priori dont la tâche 6 de représentation graphique d'une fonction linéaire.

Sont sollicités en classe :

- Le passage du registre tableau au registre graphique : exercice 6 et exercice 11.
- Le passage du registre symbolique au registre graphique : tâche 6 proposée dans les exercices 26, 27, et 30.

Le passage du registre graphique au registre du langage naturel ou au registre symbolique est sollicité dans deux exercices donnés à faire à la maison (ex 7 et 20). C'est alors le point de vue ponctuel qui est mis en jeu puisqu'il s'agit de lire sur une représentation graphique les images ou les antécédents de nombres donnés.

- *Registre des tableaux de valeurs*

Ce registre est utilisé dans deux contextes différents : soit pour « organiser » les valeurs données et leurs images, soit comme passage obligé avant le registre graphique. Dans un cas comme dans l'autre, le registre tableau n'est pas questionné, sans doute parce que cet ostensif est naturalisé dans le paysage scolaire (et social).

L'introduction de la notion de fonction en tant qu'objet a donc des implications directes sur les autres choix concernant les différents aspects, points de vue et registres mis en jeu : à partir du moment où c'est l'aspect correspondance de la « *conception actuelle* »[31] qui permet de définir la notion, les points de vue ponctuel algébrique et ponctuel graphique se trouvent les plus développés. Ce nouveau chapitre peut alors sembler, pour certains élèves, ne mettre en jeu que des connaissances anciennes regroupées sous une nouvelle dénomination et accompagnées d'un nouveau formalisme. Les aspects dépendance et variation, implicites et peu mis en jeu, leur restent alors hors de portée. On peut également supposer que le point de vue global graphique ne pourra pas être réellement abordé, ce que nous regarderons dans la partie suivante traitant des déroulements associés aux différentes tâches proposées en classe. Ce sera l'occasion d'analyser comment les adaptations mettant en jeu des changements de registres sont prises en charge en classe et par qui.

---

[31] En référence à l'appellation utilisée dans les documents d'accompagnement.

5.4. Quelles activités élèves en classe sur les différentes tâches ?

Huit tâches spécifiques ont été identifiées et analysées a priori, mettant systématiquement en jeu des connaissances anciennes et nouvelles ainsi que de nombreuses adaptations, et que nous avons donc qualifiées de complexes. Cinq d'entre elles ont été proposées en classe, pour lesquelles nous avons analysé de façon plus détaillée certains épisodes. La tâche 1 est proposée dans trois exercices traités en classe, la tâche 2 dans quatre, les tâches 3 et 4 dans un seul et la tâche 6 dans trois exercices.

■ Tâche n°1 : Calculer l'image d'un nombre pour une fonction donnée par son expression algébrique

Cette tâche est d'abord proposée pour des fonctions non linéaires dans deux exercices donnés à faire à la maison. C'est à la fin de la séance 6 qu'un exemple de calcul d'image est noté dans le cahier de cours pour une fonction linéaire donnée, ce que nous avons appelé « méthode 3 ». On retrouve ensuite cette tâche dans les exercices 15 et 16 proposés en séance 9 et dans l'exercice 30 en séance 14.

Nous nous étions interrogée sur les difficultés particulières liées à des connaissances anciennes non disponibles :

- *Connaissances sur le calcul numérique* : Nous avons repéré lors des corrections d'exercices en classe des aides procédurales fournies par l'enseignante pour prendre en charge ces difficultés. Elle interroge alors l'élève sur les règles de calcul en jeu ou les redonne, soit elle-même, soit par le biais d'un élève sollicité.

Extrait transcription séance 1 :

V écris $\frac{-2}{-4}$ *puis* $\frac{-1}{-2}$
P : *Oui, qui va faire ?...*
V : *Euh...*
P : *C'est un résultat positif ou négatif -2 sur -4 ?*
V : *Positif.*
P : *Positif, un demi.*

Extrait transcription séance 5 :

N : *Ça fait -4..*
P : *-4 sur...*
N : *Euh...-1.*
P : *-4 sur... -2 plus 1, -1. Et -4 sur -1 c'est égal à... Une division de deux nombres négatifs. (...). -4 divisé par -1. N ? 4. Voilà. OK.*

Extrait transcription séance 5 :

P : *½. Impeccable. Ça va être égal... On a une division de divisions... Il faut... transformer cette division... tu t'souviens ?...*
N : *Euh...*
P : *Il faut multiplier par... Tiens J il vient à ton aide. Tu l'as aidé tout à l'heure, il te renvoie la balle. Vas-y, dis-lui.*
J : *Multiplier par l'inverse.*
P : *Il faut multiplier par l'inverse du dénominateur.*
N : *C'est-à-dire ?.*
J : *-5/2.*
N : *Ben ça fait euh...*
P : *Vas-y écris. Tu prends le numérateur, -5/2... -5/2... Et tu multiplies par l'inverse du dénominateur...fois...*
N : *euh... 2 sur -4*
P : *2 sur ?...*
N : *1.*
P : *2 sur 1. Fois 2 sur 1. Tu t'rappelles de ça ?*

- *Connaissances algébriques* : Les difficultés concernant l'absence du signe multiplicatif ou la substitution à x d'une valeur numérique sont récurrentes pour certains élèves. On peut citer N qui pour calculer $\frac{x-2}{x-1}$ pour la valeur 4 propose de calculer « *x moins 2 plus 4* », T qui demande après qu'ait été écrite la fonction $f(x) = 1{,}15x$ modélisant le prix de x kilos de fruits à 1,15 € le kilo « *Pourquoi on met x derrière 1,15 ?* » ou encore O qui sollicite l'enseignante pour savoir si « $f(x)$ *c'est* $7x$ *ou* $7 \times x$ *?* ». L'enseignante redonne alors les règles de syntaxe, revient dans un cadre numérique pour expliciter x comme nombre généralisé ou fournit des aides procédurales. Elle intervient également individuellement pour certains élèves pendant les phases de recherche des exercices :

Extrait transcription séance 5 :

H : *Inaudible.*
P : *Ben x c'est... Non. x faut imaginer que t'as plus comme valeur de départ... Tu pars pas de 0, tu pars pas de 10, tu pars de... On ne perd pas de temps toutes les deux là. On part de x minutes.*

Extrait transcription séance 14 :

Intervention auprès de M :
P : *Et non ! M. Ici le x, il a disparu puisque tu lui as donné comme valeur 7, y'en a plus, tu l'as remplacé. Et là c'est x que't'as trouvé. C'est x qu'est égal à 9 demis. T'as trouvé x. Point final.*

Deux difficultés particulières liées à des adaptations A1 (reconnaissance de la tâche dans un habillage fonctionnel) et A3 (changement de registre) avaient été relevées dans l'analyse a priori. L'adaptation A1 nous semble prise en charge par les corrections des exercices donnés à la maison qui servent alors d'exemples à suivre avant qu'un exemple de calcul ne soit écrit dans le cahier de cours. Quant au registre tableau, il semble complètement naturalisé, aucun élève ne posant de questions et l'enseignante n'abordant pas ce sujet. Le registre symbolique n'est jamais utilisé dans la formulation des questions : celles-ci sont toujours énoncées en langage naturel avec le vocabulaire « image » et « antécédent ».

L'enseignante a instauré dès la première séance un code couleur pour différencier visuellement ces deux nombres: « *A chaque fois qu'on voudra mettre en valeur l'image, on l'écrira en rouge. Systématiquement l'image on l'écrira en rouge. Donc on... deux couleurs, mais on changera l'écriture, l'antécédent sera d'une couleur, on va garder l'encre normale, et l'image, systématiquement on la changera de couleur. Pour bien se dire on est face à... à deux choses... d'une part on a un nombre de départ, et quand il est transformé, ben y'a une transformation totale, même sa couleur on l'a transformée* ». Il nous semble que la mise en place de ce code couleur a pour objectif de faciliter les passages entre les différents registres : il est utilisé à la fois dans le registre symbolique, dans le registre du langage naturel, dans le registre tableau et dans le graphique. Mais il nous semble qu'on peut identifier là un glissement métacognitif en ce sens où l'utilisation du code couleur s'avère plutôt être la preuve que l'élève dispose de ces connaissances qu'une aide à surmonter les difficultés qu'il peut rencontrer à ce sujet.

La tâche 1 est la seule, avec la tâche 5 de lecture graphique d'images et d'antécédents, mettant en jeu des fonctions non-linéaires, et comme celle-ci, elle n'est proposée par l'enseignante que dans des exercices donnés à faire à la maison. Ceci nous semble renforcer l'hypothèse émise précédemment que les connaissances anciennes des élèves ne peuvent alors être prises en compte sous un nouvel angle fonctionnel, mais se trouvent simplement associées à un nouveau formalisme. Les tâches sont ainsi traitées d'un point de vue ponctuel, la fonction n'intervenant que comme formule algébrique attachée à une pluralité de résultats ponctuels. Les corrections s'attachent aux difficultés liées à des connaissances anciennes (calcul numérique ou algébrique) et au nouveau vocabulaire utilisé (image, antécédent) : c'est là-dessus qu'est mis l'accent et non sur la relation en tant que telle.

Un exemple de résolution de cette tâche est noté dans le cahier de cours pour les fonctions linéaires :

Extrait transcription séance 6 :

P : Petit 3. Ben avec la fonction linéaire, on va pouvoir mettre en place des calculs d'images, des calculs d'antécédents. Ça va aller très vite hein parce que des calculs d'images on en a déjà fait plein avec les fonctions. Petit 3. Calcul de l'image par une fonction. Calcul de l'image d'un nombre par une fonction. D'un nombre par une fonction linéaire. (...). On va le faire sous forme d'exemple. Calcul de l'image d'un nombre par une fonction linéaire. On va prendre la fonction linéaire de S. Soit s la fonction linéaire définie par s de x égal - 5 dixièmes de x, hein, on garde la formulation de S, elle est sympa. Soit s, la fonction linéaire définie par s de x égal -5 dixièmes de x, calculer l'image de 2... on fait ce calcul et puis après je vous laisse prendre la récréation. Soit s la fonction linéaire définie par s de x égal -5 dixièmes de x, calculer l'image de 2. (15 s). C tu nous fais le calcul de l'image de 2 ? (15 s). Ben dis nous quel calcul tu as fait. Comme on a appris, sur cette écriture, comme on a pu le faire tout au long de ces exercices sur les fonctions. On va écrire... 2 ça correspond, ça a quel statut, ça correspond à x ou ça correspond au nombre rouge. Quand tu cherches l'image de 2 ?
C : x.
P : Ça correspond à x. Donc on va l'écrire s, s de...
C : De 2.
P : De 2. C'est l'image de 2 qu'on veut. Egal...
C : -5 dixièmes...
P : -5 dixièmes...
C : De 2.
P : Alors comment tu l'écris de 2. Fois 2. On est bien sur fois ici hein. -5 dixièmes fois 2 qui fait s de 2 égal...
C : -10 euh...
P : -10...
C : Sur 0.
P : -10 sur... sur 10. Egal... -1. On va donc pouvoir écrire l'image de 2 par s est -1. L'image de 2 par s est -1. Merci.

La tâche reste centrée sur l'utilisation de connaissances algébriques et numériques anciennes et sur l'aspect ponctuel d'un résultat à calculer. N'étant reliée à aucun questionnement en rapport avec le concept, elle ne permet pas l'émergence d'un point de vue fonctionnel.

■ Tâche n°2 : Calculer l'antécédent d'un nombre pour une fonction linéaire donnée par son expression algébrique

Contrairement à la tâche précédente, cette tâche a été très clairement identifiée par l'enseignante comme posant des difficultés : « *Et puis après, quand on rentre ponctuellement dans les difficultés, c'est le calcul de l'antécédent, bien évidemment. C'est à partir de là. Au début, tout se positionne bien. On parle... On raconte sa petite histoire, la fonction, l'image, ils sont contents, on trace un graphe, tout le monde est content, et puis quand on arrive sur le calcul de l'antécédent, tout le monde se cache sous la table et puis tout est perdu. Y'a plus rien. Y'a plus d'image. Y'a plus rien. Tout le monde est perdu* ».

Elle fait donc le choix d'écrire un exemple dans le cahier de cours avant de proposer des exercices d'application. Elle utilise son code couleur dans l'expression algébrique de la fonction : $f(x) = -\frac{5}{10}x$, avec $-\frac{5}{10}$ en rouge et x en noir, ce qui amène I à demander pourquoi x est en noir. Jusqu'à présent l'image était en rouge et ce n'est plus le cas. L'enseignante souhaite faire apparaître l'antécédent en noir pour rendre visible son statut d'inconnue dans la future équation, mais il n'est pas possible pour les élèves d'anticiper cette démarche. L'enseignante laisse ensuite les élèves entamer une recherche individuelle. Elle intervient rapidement auprès d'un élève (« *Fais gaffe, c'est pas* $f(x)$ *que tu cherches, c'est* x. *L'antécédent c'est pas* $f(x)$, *c'est* x. »), puis collectivement après avoir fait le tour de la classe : « *L'antécédent, il s'appelle* x *ou il s'appelle* $f(x)$ *? Regardez votre cours. Bien tranquillement. Regardez votre cours.* ». Elle entame au bout de 3 minutes la correction au tableau. Elle réexplique où est l'image et où est l'antécédent, en termes de nombre de départ et d'arrivée, mais certains élèves semblent avoir de réelles difficultés à comprendre la tâche, et l'enseignante finit par demander « *Qu'est-ce que je peux poser comme équation ?* ». La solution est ensuite rédigée :

On sait que d'une part l'image est -7
d'autre part l'image est $-\frac{5}{10}x$
donc $-\frac{5}{10}x = -7$
donc $x = \frac{-7}{-\frac{5}{10}} = -7 \times \frac{10}{-5} = \frac{-70}{-5} = 14$
L'antécédent de -7 est 14.

L'enseignante fournit donc diverses aides procédurales de manière à produire une technique de résolution consistant à produire une équation. Nous avions identifié d'autres procédures de résolution possibles, et c'est en ce sens qu'il nous semble que l'enseignante institutionnalise une « méthode » à suivre pour prendre en charge les adaptations nécessaires à cette tâche complexe, notamment le changement de point de vue consistant à considérer le processus « à l'envers ».

Mais cette méthode est apparemment hors de portée de certains élèves. Au-delà du fait que certains ne maîtrisent pas les résolutions d'équations (les exercices concernant les équations-produits corrigés lors de la première séance en ont apporté la preuve), il ne nous semble pas possible de pouvoir comprendre ce type de résolution sans avoir précédemment perçu le processus et les données connues et inconnues qu'il met en jeu. Or les interventions de certains élèves indiquent qu'ils n'en sont pas encore là. Y, par exemple, demande « *Comment on trouve l'image ?* ». Quant à M, à la question de l'enseignante « *-7 se trouve au départ ou à l'arrivée ?* », elle répond « *Au départ et à l'arrivée* ». Pour ces élèves, la résolution d'équation ne risque-t-elle pas alors de rester une technique vide de sens ?

On peut noter, en dernière remarque, la complexité d'utilisation du code couleur : le nombre 14 apparaît en rouge en fin de calcul alors que c'est l'antécédent. Les nombres écrits en rouge dans l'équation devraient devenir noirs quand ils interviennent dans le calcul de l'antécédent…

L'enseignante n'étant pas satisfaite de cette séance (« *Je vais reprendre ça demain, mais là, ils sont perdus* »), elle entame la séance 9 par un rappel de cours où elle redonne les deux méthodes écrites dans le cours (calcul de l'image et calcul de l'antécédent) sur un autre exemple, avec le code couleur. Elle propose ensuite trois exercices avec les tâches 1 et 2 de calculs d'images et d'antécédents qu'elle gère de la façon suivante : 3 minutes de recherche individuelle pendant lesquelles elle circule en classe et aide individuellement certains élèves, puis correction par l'enseignante.

On retrouve ainsi dans les traces écrites du cahier de T les mêmes difficultés que le modèle ne permet pas de dépasser. C'est l'enseignante qui s'est chargée, quand elle est venue l'aider, d'écrire et de résoudre les équations.

Les mêmes tâches sont gérées de la même façon dans l'exercice 30 : l'enseignante laisse un temps de recherche individuelle assez long (8 min 50 s mais les élèves ont aussi une représentation graphique à faire), pendant lequel elle circule dans la classe, regarde et valide les productions des élèves ou fournit des aides individuelles. Pour aider les élèves en difficulté sur la tâche n°2, elle leur redonne la technique (« *Pour déterminer l'antécédent, t'écris ça* »), jusqu'à écrire l'équation, prenant ainsi en charge le travail dans le cadre fonctionnel, et leur laissant le soin de la résolution algébrique. Et si la résolution d'équation pose problème, elle la résout avec l'élève, prenant alors en charge cette difficulté attendue liée à la non-disponibilité d'une connaissance ancienne. Elle corrige ensuite rapidement l'exercice en redonnant les techniques avec les deux notations possibles. Une intervention de l'enseignante auprès d'un élève nous semble conforter cette hypothèse d'un modèle à suivre pour pallier les difficultés : « *Donc plutôt que de faire cette méthode de calcul qu'on sait pas d'où il sort, tu fais f de 7 égal.* »

La tâche 2 est donc prise en charge à l'aide d'une méthode particulière de résolution que l'enseignante reproduit à chaque correction. En institutionnalisant un modèle à suivre nécessitant l'écriture d'une équation, il nous semble que certains élèves n'auront pas l'occasion de saisir le fait que, dans cette tâche, on considère le processus à l'envers. La mise en place du modèle ne permet plus aucun questionnement sur la relation, renforçant ainsi le point de vue ponctuel algébrique. D'autre part, les interventions répétées de l'enseignante concernant l'utilisation d'une lettre dans les formules algébriques ou sa substitution par une valeur numérique indiquent que ces connaissances ne sont pas disponibles pour un certain nombre d'élèves : la méthode à suivre pour calculer un antécédent n'est-elle pas alors hors de portée ?

■ Tâche n°3 et 4 : Calculer le coefficient d'un nombre pour une fonction linéaire donnée par son expression algébrique, donner l'expression algébrique de la fonction

Nous avons regroupé ensemble ces deux tâches car la tâche n°4 ne se trouve pas proposée seule en classe, mais vient en complément de la tâche n°3. L'adaptation A4 qui consistait à introduire l'étape de la tâche 3 pour résoudre la tâche 4 est ainsi pris en charge par l'énoncé de l'exercice, ainsi que l'adaptation A2 qui lui est liée d'introduire comme intermédiaire le coefficient de la fonction.

La tâche 3 apparaît d'abord dans un exercice donné à la maison pour la correction duquel l'enseignante sollicite donc l'élève redoublant : « *J'suis désolée. J'aurais pas dû vous donner cet exercice pour aujourd'hui. J va nous l'expliquer.* ». L'enseignante guide alors l'élève (« *Est-ce que ça nous permet de poser une équation ça ?* ») pour qu'il réussisse à calculer le coefficient. Elle indique ensuite : « *Pour se simplifier la vie, on va mettre une formule dans le cours* ». Elle fait donc noter la propriété P2 (le coefficient a de la fonction est égal à $\frac{f(x_1)}{x_1}$) qu'elle a introduite oralement à l'aide d'un tableau de proportionnalité et d'un retour sur l'exercice qui vient d'être corrigé. Elle donne ensuite un exemple que les élèves cherchent individuellement pendant 3 minutes. Elle indique toutefois au bout de 30 s : « *Moi, je commence par ça : j'écris si* $x_1 = \cdots$ *alors* $f(x_1) = \cdots$ ». Elle circule ensuite dans les rangs pour valider les productions ou fournir des aides procédurales : « *Marque ce que j'ai marqué, ça t'évitera d'écrire des bêtises* », « *Il est où* $f(x_1)$ *?* », « *Non,* x_1 *il est pas égal à 6* », « $f(x_1)$ *c'est égal à...* » . Elle donne ensuite la correction en respectant cette rédaction. Encore une fois, c'est en ce sens qu'il nous semble qu'on peut parler de « méthode » institutionnalisée : parce que l'enseignante insiste sur une rédaction type qui doit aider l'élève à résoudre la tâche en lui servant de modèle. Elle demande ensuite à un élève l'expression algébrique de la fonction (« *La fonction linéaire s'écrit sous la forme f de x égal...* »), qui répète uniquement la valeur du coefficient, et c'est un autre élève qui se charge de lui souffler le « *x* » manquant.

Cette méthode sera reprise oralement lors du rappel de cours de la séance 12, l'enseignante écrivant le calcul du coefficient à partir d'un tableau de proportionnalité avec la même rédaction.

Cette tâche est ensuite de nouveau proposée en classe dans l'exercice 30. La phase de recherche individuelle dure 7 minutes, qu'aucune intervention de l'enseignante ne vient troubler avant 2 minutes. L'enseignante commence alors à passer dans les rangs pour valider les productions ou fournir des aides ciblées. Elle intervient pendant 45 s auprès d'une élève qui n'a traité que la première partie de la première question : « *Là t'as déterminé a, mais ça te donne pas la fonction* ». Elle lui fournit alors plusieurs aides procédurales : « *La fonction ce serait f de x égal...* », « *f de x, pas f de 3 hein* ». Elle intervient ensuite pendant 2 min auprès d'une autre élève qui ne semble pas avoir réussi à démarrer sur cette première question. L'enseignante prend alors à sa charge la traduction du registre symbolique, en écrivant dans le cahier de l'élève la première phrase attendue selon la technique institutionnalisée : « *Ça veut dire que si x égal 3,* $f(x)$ *égal... -2* ». Suivent ensuite une aide procédurale (« *Or le coefficient ça s'écrit sous la forme...* ») qui s'avère insuffisante et une aide intermédiaire (« *Regarde dans ton cours* ») pour renvoyer l'élève au modèle. Mais même avec ce modèle, l'élève ne parvient pas à identifier les valeurs correspondant à x_1 et $f(x_1)$, ce qui amène l'enseignante à fournir de nouvelles aides (« *Elle est où la valeur de x, où est-ce que tu as écrit x égal...* », « *f de 3 c'est égal à quoi ?* ») puis à fournir elle-même l'expression de la fonction : « *Ça te va ce que j'ai fait ?* ».

L'enseignante a alors vu cinq élèves, dont deux au moins étaient en difficulté sur cette première question, ce qui l'amène a prendre la décision de la corriger. Elle prend à sa charge cette correction au tableau, et redonne la technique institutionnalisée la veille pour cette tâche. La correction du calcul du coefficient prend 35 s. Aucun élève ne répond quand l'enseignante demande « *Qui est-ce qui l'a pas ça* ? », les deux questions d'élèves qui suivent portant uniquement sur la rédaction des calculs. L'enseignante donne ensuite l'expression de la fonction (15 s) avant de conclure : « *Ça y est. La fonction est débusquée. C'est sur cette fonction qu'on va calculer. Je vous laisse continuer.* »

L'intervention qui suivra auprès de C renseigne sur les choix de l'enseignante concernant la gestion de cet exercice : « *C'est pour ça que j'ai fait cet arrêt pour commencer la correction, pour pas que tu partes sur des choses fausses* ». Considérant les difficultés que rencontraient les quelques élèves dont elle a vu les productions et le temps passé à réexpliquer la technique de résolution en aide individuelle, l'enseignante a fait le choix de redonner cette technique à toute la classe en leur fournissant l'expression de la fonction nécessaire à la suite de l'exercice.

On retrouve donc une gestion de la tâche assez similaire aux tâches précédentes : une méthode ayant été institutionnalisée, l'enseignante propose un exercice d'application, laisse un temps de recherche suffisamment long pendant lequel elle aide individuellement certains élèves, puis propose une correction qui redonne la technique pour tous les élèves.

Ces deux tâches sont sans doute les plus difficiles pour les élèves puisqu'il s'agit de prendre en compte le point de vue global algébrique : c'est bien de la relation mise en jeu qu'il est ici question et non plus des résultats numériques ponctuels. Mais cette relation n'est en fait étudiée que comme formule. La méthode institutionnalisée prend en charge les différentes adaptations, mais empêche par là-même l'émergence de questions liées au concept : l'existence de cette relation n'est ainsi jamais abordée, la tâche se focalisant sur la détermination de son expression algébrique.

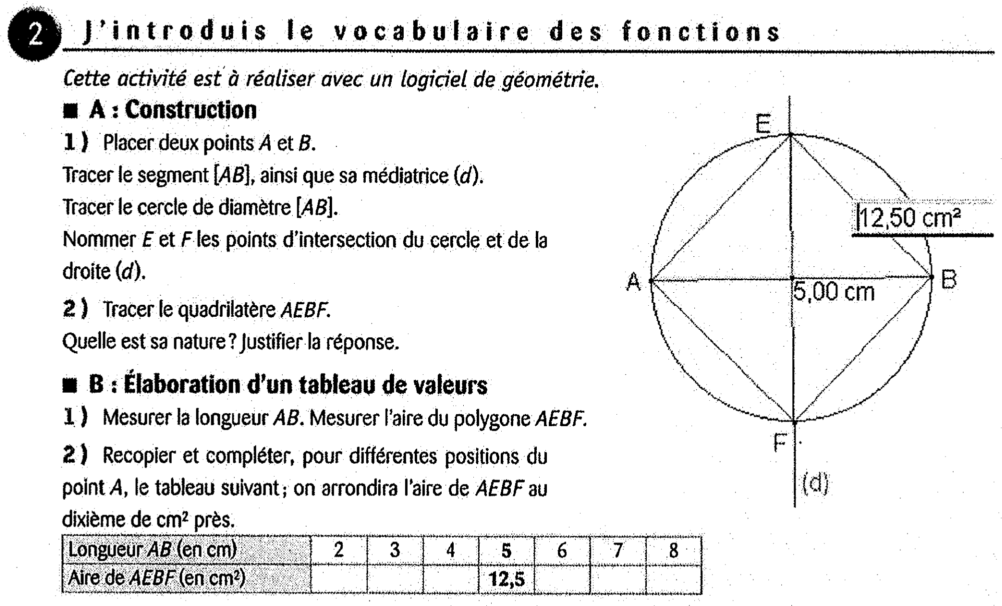
D'autre part, le fait de donner une formule pour calculer le coefficient et d'introduire cette sous-tâche systématiquement avant de demander l'expression algébrique de la fonction nous semble faire obstacle au passage du point de vue ponctuel au point de vue global, en masquant le fait que c'est la relation qui est recherchée, le calcul du coefficient n'étant qu'un intermédiaire. Cela renvoie les élèves sur une tâche de calcul ponctuel alors que l'attendu est de prendre en compte l'aspect global de la relation. Le fait que certains élèves s'arrêtent systématiquement à cette première tâche nous semble confirmer le fait qu'ils n'identifient pas la question en terme de relation.

En dernier point, il nous semble que ces différentes méthodes, au-delà le fait qu'elles ne mettent pas en jeu le point de vue fonctionnel, restent hors de portée de certains élèves : la surcharge cognitive liée aux multiples statuts des lettres (variables, inconnues, paramètres) et aux notations associées (x, $f(x)$, $f(x) = ax$…) rend impossible l'utilisation correcte de ces méthodes par certains élèves. Les productions analysées dans les cahiers semblent confirmer cette hypothèse, la méthode de résolution de la tâche 2 restant ainsi inaccessible à T et M. D'autres élèves semblent développer des stratégies annexes, liées à la place de ce qui est cherché (« *L'image c'est à droite ?* ») ou à l'ordre des questions. L'inversion des questions en interrogation (tâche 2 en premier et tâche 1 ensuite) n'amène ainsi pas d'inversion des méthodes pour certains élèves qui continuent à commencer par un calcul d'image.

■ <u>Tâche n°6 : Représenter graphiquement une fonction linéaire donnée par son expression algébrique</u>

L'enseignante fait le choix de noter un exemple dans le cahier de cours lors de la séance 13 avant de proposer des exercices d'application. Mais des tâches de représentation graphique ont déjà été proposées en classe dans les séances 3 (exercice 6) et séance 5 (exercice 11) pour lesquelles il nous semble intéressant d'analyser ce que l'enseignante prend en charge comme adaptations, avant de développer ce qu'il en est pour la tâche n°6.

- *Mise en parallèle analyse/déroulement pour l'exercice 6*



② **J'introduis le vocabulaire des fonctions**

Cette activité est à réaliser avec un logiciel de géométrie.

■ A : Construction

1) Placer deux points A et B.
Tracer le segment $[AB]$, ainsi que sa médiatrice (d).
Tracer le cercle de diamètre $[AB]$.
Nommer E et F les points d'intersection du cercle et de la droite (d).

2) Tracer le quadrilatère $AEBF$.
Quelle est sa nature ? Justifier la réponse.

■ B : Élaboration d'un tableau de valeurs

1) Mesurer la longueur AB. Mesurer l'aire du polygone $AEBF$.

2) Recopier et compléter, pour différentes positions du point A, le tableau suivant ; on arrondira l'aire de $AEBF$ au dixième de cm² près.

Longueur AB (en cm)	2	3	4	5	6	7	8
Aire de $AEBF$ (en cm²)				**12,5**			

<u>Analyse a priori de l'exercice 6 :</u>

Cet exercice a pour objectif dans le manuel d'introduire le vocabulaire sur les fonctions, mais l'enseignante a déjà institutionnalisé ce vocabulaire la veille et souhaite l'utiliser pour introduire la représentation graphique d'une fonction.

L'élève doit réaliser une figure avec un logiciel de géométrie (un carré inscrit dans un cercle), démontrer que le polygone ainsi obtenu est un carré, puis faire afficher par le logiciel la longueur du diamètre et l'aire du carré pour compléter le tableau de valeurs de la partie B avec les valeurs affichées par le logiciel.

Pour ce qui concerne la réalisation de la représentation graphique de la fonction l'élève doit :
- choisir ce qu'il va représenter en abscisse et en ordonnée
- choisir les unités pour chaque axe
- placer les points correspondants aux valeurs du tableau
- relier ou non les points (ligne droite ou à main levée)

Le changement de registre et le changement de point de vue (du ponctuel dans le registre du tableau de valeurs au global dans le registre graphique) sont autant d'adaptations de type A3. Les différents choix (axes et unités) que l'élève doit faire, correspondent à des adaptations de type A6, et l'introduction des unités une adaptation de type A2. La représentation graphique d'une fonction n'est donc pas une tâche simple, ni isolée : d'autres connaissances, notamment géométriques et numériques entrent en jeu. Par contre ce n'est pas une tâche nouvelle pour les élèves qui ont déjà représenté graphiquement des variations de grandeurs notamment lorsqu'ils ont abordé la proportionnalité en 4$^{\text{ème}}$.

Analyse du déroulement de l'exercice 6 (séance 3) :

S3-E1	Correction des exercices 5 et 6 du contrôle par l'enseignante	2 min 50 s
S3-E2	Correction exercice 1 du contrôle par l'enseignante	2 min 40 s
S3-E3	Rappel oral de l'enseignante sur ce qui a été institutionnalisé la veille	50 s
S3-E4	**Exercice 6 collectif : F, L sur Cabri-géomètre**	**5 min 20 s**
S3-E5	**Réflexion orale collective sur la nature de ABCD**	**1 min 15 s**
S3-E6	**Y sur Cabri-géomètre pour afficher les valeurs**	**5 min**
S3-E7	**Phase d'institutionnalisation écrite à partir de l'exercice 6 : fonction et tableau de valeurs dans le cahier de cours**	**11 min 10 s**
S3-E8	**Réflexion orale collective sur la proportionnalité**	**4 min 25 s**
S3-E9	**Réalisation individuelle du graphique dans le cahier de cours**	**17 min 35 s**

EPISODE 9 : Réalisation du graphique (17 min 35 s)

L'enseignante passe à la représentation graphique. Elle remet en place son code couleur dans le tableau de valeurs (rouge pour les images et bleu pour les antécédents).

L'enseignante prend ensuite à sa charge les adaptations nécessaires que nous avions repérées concernant la représentation graphique :

P : *Faisons la représentation graphique. En axe des abscisses, on va mettre systématiquement la donnée de la première ligne qui correspond à la longueur de [BD] et en axe des ordonnées, on va mettre en... ce qui correspond à la valeur de la deuxième ligne, c'est-à-dire à l'aire. D'accord ? Donc on va faire un axe des abscisses bleu. Vous faites rien pour l'instant que l'on sache quelle unité on va mettre. Ça correspondra à BD. Et en axe des ordonnées, on va mettre obligatoirement du rouge, parce que c'est l'image, qui correspondra à l'aire de ABCD. D'accord ? Alors la longueur BD elle varie de zéro à... de zéro à huit, donc on va pouvoir choisir un centimètre... pour aller jusqu'à huit. L'unité du centimètre sera bien. Et en axe des ordonnées, on va jusqu'à trente, trente-et-un. Qu'est-ce qu'on va pouvoir choisir comme unité ? (...). Quel... inaudible ... centimètres.*

G : *Deux carreaux pour cinq.*

P : *Alors. (...) Deux carreaux pour cinq ? Moi j'ai envie de mettre un centimètre pour deux unités. C'est-à-dire zéro virgule cinq centimètre pour un. Ici ce sera un, ici ce sera deux (...).Lancez-vous.*

Nous avions dans notre analyse a priori conclu sur la complexité que représentait cette tâche de représentation graphique, mais les différentes aides procédurales fournies la réduisent à une tâche de reproduction de ce que l'enseignante produit au tableau. On peut trouver une explication de cette gestion quand elle dit : « *L'affaire va être difficile hein je sens* ». C'est peut-être le fait d'avoir anticipé les difficultés liées à cette tâche qui l'amène à réduire ces difficultés. Mais en conséquence, les élèves se contentent de lui redemander à de multiples reprises quelle unité il faut choisir sans y réfléchir par eux-mêmes (huit interventions pendant cet épisode). La question se pose alors de savoir à quel moment ils seront amenés à prendre en charge ces difficultés ?

L'utilisation du TNI nous semble renforcer le côté "modèle" de ce que fait l'enseignant. Elle reproduit sur le TNI le graphique demandé pour en garder la trace (elle trace les axes, indique les unités, les légendes et place les points), et pour certains élèves ce graphique devient le modèle à reproduire. Quand elle l'enlève pour recopier le tableau de valeurs, un élève intervient d'ailleurs pour lui faire remarquer qu'il ne peut plus l'utiliser. Un autre élève demande également si il faut refaire le tableau qu'elle est en train de reproduire alors qu'il est déjà dans leur cahier de cours.

L'enseignante se déplace dans les rangs pour vérifier ce que font les élèves, reprendre ceux qui ont choisi d'autres unités et aider individuellement ceux qui se trompent en graduant les axes ou en plaçant les points.

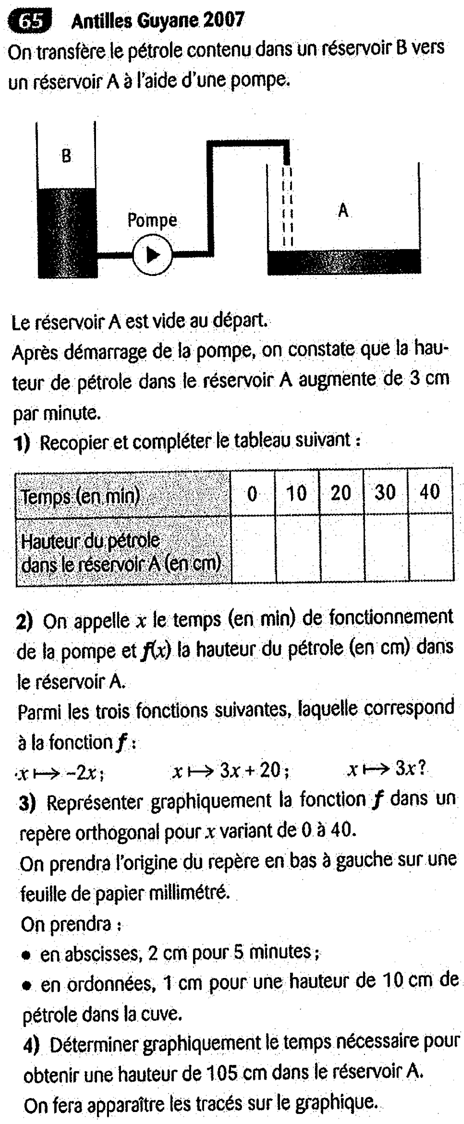
Quand un élève demande si il faut relier les points, puis qu'un autre la sollicite pour savoir si il faut relier à la règle ou à main levée, elle répond directement qu'il faut relier à main levée. En justification, elle indique : « *On l'a déjà rencontrée cette courbe. On l'a déjà reliée à la main* ». Mais quels élèves peuvent avoir reconnu et fait le lien avec la fonction carrée qu'ils ont représenté quelques mois avant ? La question du "pourquoi on relie à la main" n'est donc pas abordée, et le changement de point de vue du ponctuel au global reste implicite.

Un autre problème qui se pose est celui de l'origine : est-ce qu'il faut relier avec l'origine du repère ? On voit ici surgir le problème de la non-congruence entre les deux registres. Peut-on ajouter sur le graphique un point qui n'est pas dans le tableau de valeurs ? Que représente le tableau de valeurs, et que représente le graphique ? Ces questions ne sont pas non plus abordées, et le problème de l'origine est pris en charge par une intervention collective de l'enseignante : « *Si on avait eu zéro en longueur de diamètre, quelle aurait été l'aire du carré ? Zéro. Donc ça part bien de zéro* ».

Nous nous sommes posé la question, dans l'analyse a priori des tâches proposées par l'enseignante, d'une réelle prise en compte du point de vue global graphique. Cela n'est pas le cas pour cette représentation graphique dans laquelle la variation n'est pas étudiée en tant que telle. La courbe ne peut pas non plus traduire une relation algébrique, puisque l'enseignante a fait le choix de ne pas déterminer l'expression algébrique de la fonction représentée. Le registre tableau renforce le point de vue ponctuel numérique et le passage à un point de vue ponctuel graphique ; le fait de relier les points entre eux devient alors une convention.

Les deux registres mis en jeu dans cette tâche de représentation graphique donnent ainsi l'illusion de la congruence : à chaque couple de nombres du tableau correspond un point du plan repéré, les points du graphique sont dans le même ordre que les nombres du tableau et l'enseignante se charge d'organiser l'acte de relier ces points à main levée en partant de l'origine.

- *Mise en parallèle analyse/déroulement pour l'exercice 11*



65 **Antilles Guyane 2007**

On transfère le pétrole contenu dans un réservoir B vers un réservoir A à l'aide d'une pompe.

Le réservoir A est vide au départ.

Après démarrage de la pompe, on constate que la hauteur de pétrole dans le réservoir A augmente de 3 cm par minute.

1) Recopier et compléter le tableau suivant :

Temps (en min)	0	10	20	30	40
Hauteur du pétrole dans le réservoir A (en cm)					

2) On appelle x le temps (en min) de fonctionnement de la pompe et $f(x)$ la hauteur du pétrole (en cm) dans le réservoir A.

Parmi les trois fonctions suivantes, laquelle correspond à la fonction f :

$x \longmapsto -2x$; $x \longmapsto 3x + 20$; $x \longmapsto 3x$?

3) Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal pour x variant de 0 à 40.

On prendra l'origine du repère en bas à gauche sur une feuille de papier millimétré.

On prendra :

- en abscisses, 2 cm pour 5 minutes ;
- en ordonnées, 1 cm pour une hauteur de 10 cm de pétrole dans la cuve.

4) Déterminer graphiquement le temps nécessaire pour obtenir une hauteur de 105 cm dans le réservoir A.

On fera apparaître les tracés sur le graphique.

Analyse a priori exercice 11 :

Cet exercice a déjà été présenté dans la partie consacrée au caractère outil/objet de la notion. C'est ici la tâche de représentation graphique demandée dans la troisième question qui nous intéresse plus particulièrement. C'est la première rencontre avec un type de tâche qui demande spécifiquement de représenter une fonction. L'exemple de représentation graphique précédemment traité en classe (exercice 6) et institutionnalisé correspondait à la variation de deux grandeurs dans une situation contextualisée. Mais les indications de l'énoncé concernant les axes et les graduations (« *en abscisses, 2 cm pour 5 min ; en ordonnées, 1 cm pour une hauteur de 10 cm de pétrole* ») peuvent permettre à l'élève de faire le lien avec la situation et de traiter la tâche de représentation graphique de la fonction en passant du registre tableau au registre graphique.

Le passage d'un point de vue ponctuel à un point de vue global reste à la charge de l'élève et se traduira par des questions concernant le fait de relier les points ensemble. Pour certains élèves ayant reconnu une situation de proportionnalité, il s'agira de mobiliser la connaissance ancienne de caractérisation graphique de la proportionnalité, d'autres se poseront sans doute la question.

Analyse du déroulement de l'exercice 11 (séance 5) :

S5-E1	Correction exercice 9 par N	13 min 45 s
S5-E2	Correction exercice 10 par D	10 min 45 s
S5-E3	**Recherche individuelle exercice 11**	**8 min 20 s**
S5-E4	**Correction par l'enseignante**	**1 min 40 s**
S5-E5	**Recherche individuelle et correction du graphique**	**15 min**
S5-E6	**Lecture graphique par l'enseignant**	**2 min 15 s**

EPISODE 5 : Recherche individuelle et correction du graphique (15 min)

L'enseignante prépare les axes sur le TNI et rappelle les unités à respecter, et notamment l'utilisation de centimètres, ce qui amène certains élèves à recommencer leur graphique.

P : *Des centimètres, pas des carreaux. Moi mon carreau c'est 1 centimètre, j'ai de la chance.*
El : *Inaudible.*
P : *Non, des centimètres. Je vous impose des centimètres…*
Els : *Trop tard, c'est trop tard.*
P : *Non, c'est jamais trop tard, on recommence. Non, non, c'est gênant, c'est gênant. Ça vous gêne les centimètres donc imposez-vous, faites-les, recommencez tranquillement et faites ça en centimètres et pas en carreaux. On recommence. S'il te plaît. On s'habitue à lire le texte et si c'est en centimètre, on fait des centimètres et pas des carreaux. Chut.*

Après 3 min, l'enseignante gradue les axes du TNI. C'est alors que S pose la question du choix des axes, ayant apparemment inversé l'axe des abscisses et celui des ordonnées. L'enseignante répond en insistant sur l'aspect conventionnel de ce choix, lié au tableau de valeurs : dans le tableau la première ligne correspond aux abscisses et la seconde aux ordonnées. La décontextualisation de la situation est alors prise en charge par l'enseignante et restera implicite, liée à l'emploi du vocabulaire « *image* » et « *antécédent* ». Ce n'est plus la situation du réservoir qui se remplit qui est en jeu mais la fonction et sa représentation graphique avec les antécédents en abscisses et les images en ordonnées.

S : *Le temps il est en bas ?*
P : *Ton tableau… Le tableau ici… Ça, ça correspond à l'axe des abscisses… et ça, ça correspond à l'axe des ordonnées. D'accord.*
L'enseignante indique sur le tableau de valeurs « axe des abscisses » en première ligne et « axe des ordonnées » en deuxième ligne.
P : *Et donc ton graphe, c'est pas la même chose. Non. On répète bien d'un côté ordonnée, de l'autre côté image. A chaque fois qu'on l'a fait c'était comme ça. On n'inverse pas. Et si on a inversé et ben faut recommencer une troisième fois. Sur les courbes de la parabole, quand c'est pas une droite, c'est pas la même chose. T'as bien vu quand on avait des courbes autres qu'une droite, ça faisait pas la même chose. Donc on n'inverse pas. On a bien abscisse qui correspond à l'antécédent et ordonnée qui correspond à l'image. Ancrez bien vous ça. Et si on a fait ce code couleur, c'est pour pas se tromper. Abscisse en encre ordinaire, ordonnée en rouge. Et moi, j'ai bien fait sur mon graphe, abscisse en bleu, ordonnée en rouge. Pour être sûre de pas inverser.*

On peut se demander si la référence au fait qu'une parabole ne conserve pas la même forme si on inverse les axes est effectivement disponible pour les élèves. Le code couleur prend ici sa signification de moyen technique pour faire coïncider ordonnée/image et abscisse/antécédent.

Après 8 min 30 s de travail individuel, l'enseignante place les points sur le graphique du TNI.

L'intervention de B pose la question du ponctuel au global : faut-il relier les points ? Ce qui entraîne une réponse directe de l'enseignante, sans mutualisation, et le tracé de la droite sur le TNI. Les élèves qui n'en étaient pas encore à ce stade se poseront-ils la question ? Elle indique également x en abscisse et $3x$ en ordonnée pour faire le lien avec la fonction. Sur les productions élèves, une seule élève a indiqué min et cm sur les axes, les autres n'ayant rien précisé.

L'enseignante continue à circuler pendant que les élèves terminent leur graphique, aidant certains d'entre eux à corriger les erreurs de graduation sur les axes ou de placement de certains points : « *Alors une fois qu'on a rectifié ces deux points, ça devient une droite qui passe par l'origine* » indique-t-elle à I. La question de l'alignement des points, comme la question de la proportionnalité, n'est pas abordée en classe entière. Sur les trois graphiques relevés, deux présentent des reprises de points erronées qui permettent d'obtenir des points alignés et le dernier quatre points non alignés reliés par des segments de droite.

« *C'est pas simple hein de trouver l'unité et d'arriver à tracer cette courbe* » précise l'enseignante à la fin de cet épisode. Et pourtant les élèves n'ont eu que peu de responsabilité par rapport à cette tâche. Les questions d'unités et d'axes étaient prises en charge par l'énoncé, et a minima, l'élève a attendu que le modèle soit sur le TNI pour graduer ses axes, placer ses points, et que l'enseignante vienne l'aider à corriger ses erreurs.

Contrairement à l'exercice précédent, les élèves disposent de l'expression algébrique de la fonction. Mais l'énoncé, en utilisant les unités de grandeurs pour indiquer les unités à respecter et en faisant initialement compléter un tableau de valeurs, organise le passage du registre tableau au graphique et non pas du registre symbolique au registre graphique. L'enseignante corrige d'ailleurs très rapidement la question de l'expression algébrique de la fonction sans y revenir par la suite.

C'est donc toujours le point de vue ponctuel qui est privilégié et la courbe n'est pas appréhendée en termes de relation entre un nombre et son image. La dernière question de lecture graphique n'est pas non plus l'occasion d'un retour sur le lien entre les coordonnées du point et la relation algébrique, peut-être faute de temps. Les deux registres tableau et graphique donnent encore l'illusion de la congruence, mais l'enseignante est obligée d'intervenir auprès de plusieurs élèves pour leur indiquer qu'ils doivent obtenir une droite qui passe par l'origine et relier à la règle.

Nous voulions également essayer de dégager, à travers l'analyse de ces deux exercices mettant en jeu un passage du registre tableau au registre graphique, les choix de l'enseignante concernant la gestion des difficultés repérées, ceci avant d'analyser les déroulements liés à la tâche n°6. L'enseignante nous semble prendre complètement en charge les adaptations liées aux changements de registres, les introductions d'intermédiaires comme les changements de points de vue. Le caractère partiel de chaque registre reste implicite, et l'enseignante fait le choix de ne pas établir de lien avec le registre symbolique, ce qui était possible dans les deux exercices.

- *Tâche n°6*

Cette tâche de représentation graphique d'une fonction linéaire est d'abord abordée lors du rappel de cours de la séance 12. Un tableau de valeurs a été dressé collectivement à partir de la représentation graphique d'une fonction linéaire, et l'enseignante questionne alors la classe à propos de la construction de cette droite (« *Ai-je besoin de tous ces points pour tracer cette droite ?* », « *J'en ai besoin de combien ?* »), ce qui lui permet de conclure : « *Quand on me donnera une fonction et qu'on me dira faites la représentation graphique de cette fonction, je ferai un tableau, je mettrai l'origine avec ses coordonnées (0 ;0), je chercherai les coordonnées d'un deuxième point et je pourrai tracer la droite connaissant ces deux points. Ça vous va ?* ». La propriété P3 (la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine) sera ensuite notée dans la cahier de cours. Faute de temps, l'exemple sera institutionnalisé la séance suivante. L'enseignante explicite à ce sujet clairement qu'elle donne une « méthode » à suivre pour tracer la représentation graphique d'une fonction linéaire : « *Et on va mettre ensemble une procédure que je vous impose. Et on va commencer pour cette procédure à faire un tableau. Donc on va mettre x en première ligne, et en deuxième ligne, en rouge, son image* $-4x$. *On va écrire pour justifier à notre correcteur qu'on sait qu'on trace une droite et pas une autre courbe qu'on a rencontré dans notre vie de collégien. On fait obligatoirement le tableau et on écrit obligatoirement la phrase, et maintenant on peut passer au graphe.* »

Elle indique également pour les deux exercices d'application qui suivent qu'il faut suivre cette méthode : « *Gardez le cahier de cours si vous en avez besoin. Je vous ai tout laissé au tableau. Et on écrit tout obligatoirement.* »
Pour cette tâche complexe, nous avions repéré de nombreuses adaptations en jeu. L'enseignante indique donc un modèle à reproduire qui permette de prendre en charge ses difficultés : « *Facile normalement. A condition d'être très rigoureux et de bien mettre tout ce qu'on a dit* ».
Le changement de registre est géré par l'introduction du registre tableau qui sert d'intermédiaire entre le registre symbolique et le registre graphique. L'introduction d'unités sur les axes n'est pas abordé mais sera l'objet d'une question d'élève pour savoir s'il faut graduer en centimètres ou en carreaux à laquelle l'enseignante répondra : « *Non, en carreaux. J'ai rien imposé. On va faire en carreaux bien tranquillement* ». Et le changement de point de vue, du ponctuel au global, est pris en charge par la phrase obligatoire : « *La représentation graphique de la fonction linéaire f est la droite passant par l'origine et le point A de coordonnées (1 ;-4)* ». Reste le choix d'une valeur numérique pour l'abscisse de ce point. L'enseignante a précisé à plusieurs reprises qu'on pouvait choisir n'importe quelle valeur, mais ses interventions auprès de différents élèves pendant la phase de recherche individuelle montre que le problème se pose : « *C'est pas facile de choisir... Regarde si ça marche.* », « *Est-ce que choisir 1 et 1/3 c'est judicieux pour placer des points dans un repère ?* ». Les élèves sont apparemment nombreux à avoir repris le même antécédent que dans le cahier de cours, ce qui donne un résultat fractionnaire pour la fonction linéaire à représenter.

On retrouve également dans la méthode mise en place par l'enseignante la présence du code couleur : dans le tableau de valeurs, l'antécédent est systématiquement écrit en noir et l'image en rouge. De même sur la représentation graphique, l'axe des abscisses est tracé en noir et l'axe des ordonnées en rouge. Cet ostensif doit permettre de résoudre certaines difficultés, notamment en ce qui concerne les changements de registre : du registre symbolique au registre tableau, puis au registre graphique, les mêmes couleurs permettent d'identifier les différentes places à occuper par les valeurs choisies : « *Mets bien tes couleurs R, tu dois pas te tromper* » indique l'enseignante à une élève qui s'est trompée en plaçant son point dans le repère.

Deux exercices sont traités en classe, avec une phase de recherche importante (environ 7 minutes chacun) pendant laquelle l'enseignante circule et intervient de façon ciblée sur les difficultés des élèves. C'est de cette façon qu'elle gère les difficultés liées aux connaissances anciennes non disponibles (confusion abscisse/ordonnée, erreurs de calculs). Elle corrige ensuite en reproduisant la méthode institutionnalisée précédemment.

La tâche 6 est également présente dans l'exercice 30 traité en classe et géré de la même manière :

Extrait transcription séance 14 :

P : Faire la représentation graphique de f dans un repère. Je me mets là. J'fais le tableau de valeurs. x, f de x égal -2 tiers de x. Ici y'a les coordonnées zéro, zéro, B c'est bon. A c'est bon. C'est marqué ça ? (5 s). Et ici ben alors j'ai pas, j'ai pas... à m'tracasser trop. J'ai comme valeurs 3 et -2... J'suis sûre de ça. Si x égal 3, f de x égal -2. J'prends -2. Ah, j'peux retrouver par le calcul. On est bien d'accord ? f de 3 égal -2. 3, -2. (6 s). 0, 1, 2, 3. -2. Ça s'appelle le point A. J'ai oublié la phrase. La représentation graphique de la fonction f est la droite qui passe par l'origine du repère et par le point A de coordonnées 3, -2. Obligatoirement V. 3, -2 il est là, et j'trace la droite.(...). Tout c'qui est important à mettre en place c'est ça. Après tracer la droite euh... la carte d'identité de O suffit hein, comme règle. C'est pas ça qu'est fondamental. Si tout est bien positionné, si tout est structuré. Terminer par tracer la droite y'a pas besoin de faire .... Moi je... J'vais même pas regarder vos graphes si tout est bien positionné. J'vais regarder quand même pour voir si vous avez pas inversé abscisse et ordonnée, mais normalement y'a pas à s'tromper. Bon ben reprenez votre cahier de cours je voudrais mettre un dernier point. Voilà, ce que je veux de vous c'est ça. Est-ce que vous y voyez un tout petit peu plus clair qu'hier ?

Cette tâche de représentation graphique est la seule pouvant permettre un passage du point de vue global algébrique au point de vue global graphique, mais le passage systématique par le registre tableau renvoie, comme pour les représentations graphiques précédemment analysées, au point de vue ponctuel, et ne permet pas de considérer la droite d'un point de vue global.

La prise en charge d'une grande partie des adaptations par un modèle à suivre ne nous semble pas permettre à l'élève de reconsidérer ses connaissances anciennes avec un mode de pensée fonctionnel. Seuls les points et leurs coordonnées sont pris en compte dans la méthode instituée pour ce changement de registre, et les variables visuelles pertinentes du registre graphique ne sont ni considérées ni mises en correspondance avec les unités signifiantes des expressions algébriques. Un travail de ce type nous semble avoir été amorcé dans la séance 6 quand l'enseignante présente différentes situations, expressions algébriques et représentations graphiques, pour introduire les fonctions linéaires :

Extrait transcription séance 6 :

P : Regardons maintenant, passons aux autres courbes, représentations graphiques qu'on a pu tracer nous en 3ème. Alors, courbes, 3ème. (8s). Ça je vous la montre, c'est une fonction que j'ai tracé avec les 3ème 1. Est-ce que c'est une repré...est-ce que c'est une fonction linéaire ?
Els: Non.
P : Non, on est bien d'accord. Et ce que je voulais vous montrer, c'est que en fonction de ... en fonction de l'équation de la fonction, en fonction de la fonction, la courbe correspondante elle est bien définie. Cette fonction là, j'ai mis en place une fonction cubique, on la calcule. Elle a cette forme. C'est une forme qu'est bien donnée par rapport à l'expression de la fonction. Mais c'est pas une fonction linéaire et sa représentation graphique n'est pas une droite. Je change. (8 s). Racine carrée on l'a pas faite non plus ensemble. Ah non. Si, si, c'est celle sur laquelle on a travaillé pour mettre en place la racine carrée. Celle-là non plus ne représente pas une fonction linéaire Vous vous rappelez le nom qu'on avait donné à cette courbe.
El : Parabole.
P : Parabole. Hein elle a un nom particulier. A x j'associe x^2. Celle-ci on la connaît bien, on a travaillé dessus plusieurs fois. Ben celle-ci aussi on la connaît. Vous vous rappelez ? Ça correspondait à la représentation graphique de la tangente. Ça correspondait à la représentation de la tangente. C'est presque une droite au départ, mais elle est pas tout à fait droite, donc c'est pas une fonction, c'est pas une proportionnalité. Ça, ça correspondait au cosinus qu'on avait tracé, et ça, ça correspond à la fonction sinus. On est d'accord ? Bon, chaque fonction a une représentation graphique qui lui est propre, mais nous, ce qui va nous intéresser à partir d'aujourd'hui, c'est ces fonctions très particulières qu'on appelle fonctions linéaires, qui correspondent à une situation de proportionnalité, et pour lesquelles la représentation graphique est très définie, ce sera... (...). Ce sera quoi la représentation graphique si il y a une fonction linéaire, s'il y a proportionnalité ? (...). Ce sera obligatoirement une droite, qui passera...
Els : Par l'origine.
P : Obligatoirement par l'origine. Donc on va mettre en place le... Par rapport à toutes les courbes qu'on a pu tracer, par rapport à toutes les fonctions qu'on a pu voir, on va mettre en place une fonction très particulière, très très particulière, qu'est un peu banale hein, parce qu'on va pas retrouver des aussi belles euh... des aussi belles constructions. A chaque fois qu'on aura une fonction linéaire, la représentation graphique sera une droite qui passera par l'origine. On est d'accord ? Tout le monde a vu à peu près ce que je voulais faire passer comme message. C'est bon Y ? Alors prenez votre cahier de cours, on est euh...

Il y a durant ces quelques minutes une réelle prise en compte des aspects global algébrique et global graphique, mais uniquement à l'oral, et le point d'appui sur des représentations graphiques réalisées par d'autres ou anciennes nous semble insuffisant pour que la majorité des élèves puissent réellement percevoir ce point de vue. La suite de la séance, pendant laquelle l'enseignante demande aux élèves de donner des exemples de fonctions linéaires, et leurs difficultés à le faire, indiquent toute la complexité de cet aspect de la notion.

Les aspects variation et dépendance n'apparaissent pas non plus dans le registre graphique, et la droite n'est pas considérée comme traduisant une relation de dépendance entre l'abscisse et l'ordonnée des points qui la constituent. Le fait que le changement de registre n'ait lieu que dans un sens renforce cet état de fait : un point du plan n'est jamais questionné en terme d'appartenance à la représentation graphique d'une fonction.

Nous avions noté que peu de temps était consacré en classe à un travail de recherche individuelle des élèves (environ 1/7 du temps passé en classe). Par contre, pendant le déroulement des exercices pour lesquels l'enseignante fait ce choix, elle laisse réellement un temps de recherche sans intervenir de façon collective, mais en privilégiant des aides ciblées et individuelles pour certains élèves.

Ces exercices mettent en jeu un certain nombre de tâches qui prennent ainsi une importance particulière dans le projet de l'enseignante. Pour ces tâches, l'enseignante institutionnalise une « méthode » de résolution sous forme d'un exemple-type noté dans le cahier de cours, à laquelle elle revient systématiquement dans les aides procédurales qu'elle fournit et pendant les corrections. Les difficultés liées à des connaissances anciennes non-disponibles sont également prises en charge par des aides procédurales fournies en correction ou en aide individuelle. Les exercices proposés en classe sont alors des exercices d'application directe de ce modèle, sans adaptation nouvelle.

Ces tâches mettent en jeu essentiellement le point de vue ponctuel algébrique et ponctuel graphique, et l'analyse des déroulements nous amène à penser que même pour des tâches dans lesquelles l'enjeu serait spécifiquement la prise en compte d'un point de vue global (mettant en jeu des changements de registre par exemple), les « méthodes » instituées comme modèles recentrent l'activité des élèves sur un point de vue ponctuel.

Ces tâches nous semblent d'abord introduites comme des extensions de tâches liées à des connaissances anciennes, ne permettant pas l'émergence d'un mode de pensée fonctionnel, ce que renforce le fait que seul le caractère objet de la notion est considéré. Nous n'avons d'ailleurs pas repéré, dans les séances analysées, d'aides constructives fournies par l'enseignante et permettant de faire le lien entre les connaissances anciennes et les connaissances nouvelles liées à la notion de fonction.

5.5. Un évitement de certaines questions ?

Il nous a semblé, en assistant aux séances et en analysant certaines d'entre elles plus en détail, que l'enseignante « évitait » certaines questions, soit par le fait de ne pas mutualiser certaines questions, y répondant alors de façon individuelle, soit par le fait de ne pas relever une partie de certaines réponses.

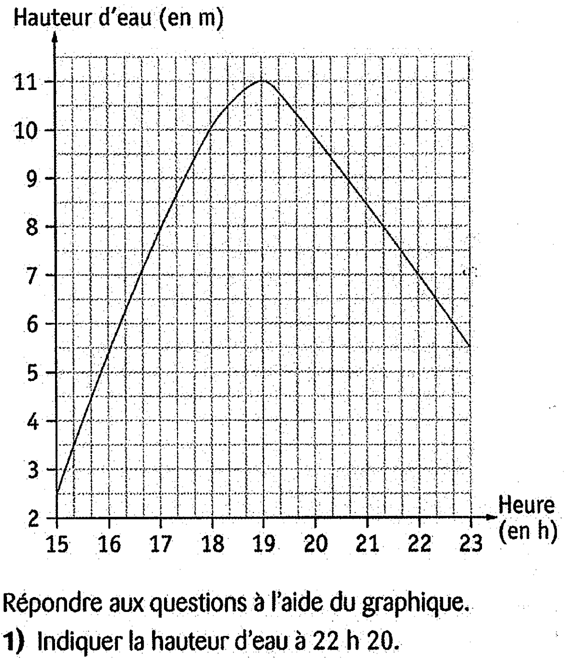
Il nous a tout d'abord semblé que l'enseignante privilégiait ainsi une mise en activité de tous les élèves, traitant certaines difficultés par une indication directe de ce qu'il fallait faire, faisant ainsi le choix de ne pas « compliquer » inutilement les choses. Nous avions notamment analysé ainsi les déroulements suivants :

- Déroulements des exercices 6 et 11 pour lesquels nous avions pointé la prise en charge par l'enseignante du nécessaire changement de point de vue du ponctuel au global, ainsi que la non-congruence des différents registres. Dans ces exercices où il était demandé aux élèves de tracer une représentation graphique à partir d'un tableau de valeurs, les aides procédurales fournies individuellement par l'enseignante étaient en effet des indications directes d'une « technique » à suivre : « *Oui, on relie après* », « *Reliez à la main* », « *Donc ça part bien de zéro* », « *Alors une fois qu'on a rectifié ces deux points, ça devient une droite qui passe par l'origine* ».

- Déroulement de la correction de l'exercice 10 pendant lequel l'enseignante nous semblait traiter le changement de point de vue du global au ponctuel comme une question d'approximation :

38 Rennes 1998

Le graphique ci-dessous décrit les variations de la hauteur d'eau du port de Saint-Malo durant une période de 8 heures (de 15 h à 23 h).



Répondre aux questions à l'aide du graphique.

1) Indiquer la hauteur d'eau à 22 h 20.

2) Déterminer la hauteur maximum de l'eau et l'heure de la pleine mer.

3) Entre quelle(s) heure(s), le niveau de la mer est-il resté supérieur à 7 m ?

Analyse a priori exercice 10 :

Cet exercice nous semble avoir pour objectif de mobiliser des connaissances anciennes sur la lecture graphique, sans lien explicite avec la notion de fonction. Il s'agit d'un exercice contextualisé, le graphique donnant la hauteur de l'eau dans un port en fonction de l'heure, mais le terme « fonction » n'est pas employé dans l'énoncé.

La dernière question porte sur les heures entre lesquelles le niveau de la mer est supérieur à 7 m. L'élève doit donc repérer les deux points correspondant à une hauteur de 7 m puis lire leurs abscisses. Mais un problème lié aux bornes risque de se poser : en effet le niveau de la mer est égal à 7 m pour les heures lues, or la question demande que le niveau de la mer soit supérieur à 7 m. Cela demande un changement de point de vue ponctuel/global, soit une adaptation de type A3 qui nous semble pouvoir poser problème à certains élèves.

Analyse du déroulement :

La correction de cet exercice dure 10 min 45 s. Pour la troisième question, l'enseignante va se trouver confronter au problème des bornes, comme prévu a priori.

P : Alors. Dernière question. Entre quelles heures le niveau de la mer est-il supérieur à 7 m.
D retourne sur le TNI tracer les pointillés.
D : C'est là. Et puis là aussi.
P : D'accord. Oui. Impec. Donc ça correspond à quelle heure et à quelle heure ? A quelle heure est-ce qu'on a 7 m ?
D trace les pointillés. (17 s).
D : Cinq heures moins 20. 16 h 40.
P : 16 h 40.
D : Et 22 h.
P : Ben vas-y, continue à tracer qu'on soit bien d'accord. 22 h. Donc le niveau de la mer il est à 7 m pour 16 h 40 et 22 h. Mais la question c'est entre quelles heures le niveau de la mer est-il supérieur à 7 m. Alors, il est supérieur à 7 m entre...
D : Euh... entre... 17 h...
P : Oh non pas 17 h. Entre...
D : 16 h 45.
P : 16 h 40, dès qu'on a passé 16 h 40 c'est plus de 7 m d'accord. Et puis...
D : Et puis 21 h 59.
P : Oh ben on va dire 22 h. pourquoi 59 et pourquoi pas 59 et 30 s, et 59 et 40 s. On va aller jusqu'à 22 h d'accord. Alors on y va. Le niveau de la mer...
D écrit : le niveau de la mer est supérieur à 7 m entre 16 h 41 et 22 h.
P : Le niveau de la mer... (...). supérieur... (...).
D : En rouge 7 m ?
P : Ouais.(...). Entre... (15 s). OK. Entre 16 h... Oh non mais. Regarde. C'est tout le temps compliqué...
L'enseignante se déplace au TNI pour expliquer.
P : Le niveau de la mer... Pratiquement, on va pas se battre sur des minutes près. Il est à 7 m à 16 h 40 donc à partir de 16 h 40, le niveau de la mer va monter au-dessus de 7 m. Donc on va mettre tranquillement 16 h 40. Y'a pas de raison de mettre 16 h 41 ou 42 ou 39 de machin, on va mettre 16 h 40. Et puis il va être inférieur, graphiquement hein, inférieur à 7 m après 22 h, donc entre 16 h 40 et 22 h sachant qu'à 16 h 40 on a une lecture graphique qui est de 7 m et qu'à 22 h on a une lecture graphique qu'est de 7 m. Pas de question à poser sur cet exercice.

Il nous semble qu'elle anticipe pourtant la difficulté en transformant la question, de manière à introduire une sous-tâche de lecture graphique ponctuelle, et permet à D de fournir les réponses attendues. Il s'agit ensuite de repasser à une vision globale de la courbe. Elle commence à l'oral la phrase réponse, laissant le soin à D de compléter avec les valeurs qu'il vient de donner... Mais il décale ces valeurs pour fournir un intervalle dans lequel le niveau de la mer lui semble effectivement supérieur à 7 m. L'enseignante invalide ses réponses et fournit elle-même la bonne réponse, sans explication autre que « *On va aller jusqu'à 22 h d'accord* », qui laisse supposer qu'il s'agit ici d'une question d'approximation. Mais D reste sur sa conception et remet dans la phrase réponse 16 h 41 au lieu de 16 h 40. L'explication donnée reprend l'idée d'approximation (« *On va pas se battre sur des minutes* », « *On va mettre tranquillement 16 h 40* ») et celle de convention liée à la lecture graphique (« *Y'a pas de raison de mettre 16 h 41* », « *graphiquement hein* »). L'enseignante conclut ensuite rapidement pour passer à un autre exercice.

- Le fait que l'enseignante, par diverses aides procédurales, prenne à sa charge les difficultés liées aux différentes adaptations, et institutionnalise des « méthodes » pour les cinq tâches proposées en classe (méthodes prenant également en charge une partie des adaptations) nous semblait également conforter cette hypothèse.

Mais une autre façon de voir les choses nous est ensuite apparue : peut-être ne s'agissait-il pas d'éviter que les élèves soient confrontés à certaines difficultés, mais plutôt était-ce le fait d'une certaine « transparence » de la notion pour l'enseignante. Cette « transparence » consisterait, pour un enseignant, à ne plus repérer certains aspects d'une notion parce qu'il les a trop naturalisés.

Nous pouvons ainsi questionner, par exemple, le renvoi de certaines tâches hors-classe. La tâche n°5 (lire l'image ou l'antécédent d'un nombre sur la représentation graphique d'une fonction linéaire), la tâche n°7 (reconnaître une fonction linéaire), et la tâche n°8 (modéliser une situation par une fonction) ont ainsi été uniquement proposées dans des exercices à faire à la maison :

- Concernant la tâche n°5, la différence de difficulté entre une tâche de lecture graphique contextualisée mettant en jeu des connaissances anciennes et une tâche de lecture graphique fonctionnelle mettant en jeu des connaissances anciennes et nouvelles est-elle perçue par l'enseignante ? Cette tâche n'a-t-elle pas pour l'enseignante l'apparence d'une tâche simple et isolée, application immédiate du nouveau vocabulaire dans le registre graphique familier aux élèves ?
- De même la tâche n°7 de reconnaissance d'une fonction linéaire, soit dans le registre symbolique, soit dans le registre graphique, soit dans le registre du langage naturel, n'est elle pas perçue comme une application simple et directe de la définition d'une fonction linéaire notée dans le cahier de cours et de la caractérisation graphique des situations de proportionnalité ?
- La tâche n°8, est pour sa part abordée très rapidement en classe dans l'exercice 11 : pour la deuxième question, après avoir complété un tableau de valeurs, l'élève doit choisir entre trois expressions algébriques de fonctions celle qui correspond à la situation donnée :

Extrait transcription séance 5 :

P : *Et donc la fonction qui permet de remplir le réservoir, si ici j'avais x, R ? J'aurais ici ? Quelle hauteur, R ?*
R : *Inaudible.*
G: 3*x.*
P: 3*x. 3 fois x. Donc on a bien une fonction qui à x associe* 3*x. On vous demande de faire la représentation graphique de cette fonction.*

On peut se demander si l'enseignante n'a pas tellement naturalisé le passage au cadre algébrique, qu'elle ne perçoit plus les difficultés que celui-ci peut poser à certains élèves.

Il en est peut-être de même pour les différents aspects variation et dépendance liés au concept de fonction, ce qui expliquerait la surprise de l'enseignante lors des corrections d'exercices devant des erreurs liés à la non-compréhension de cet aspect dépendance. Ces aspects sont ainsi « naturellement » présents dans le discours de l'enseignante, mais restent implicites si rien ne vient les questionner directement. Quant au changement de point de vue nécessaire entre un point de vue ponctuel et global, ses explications pour introduire les fonctions linéaires sur le fait que « *en fonction de la fonction, la courbe correspondante est bien définie* » nous semblent conforter cette hypothèse de transparence de la notion.

Nous voyons également un effet de cette transparence dans l'indication de l'enseignante pendant la séance 3 pour répondre à un élève demandant s'il faut relier à la main ou à la règle (« *Reliez à la main. On l'a déjà rencontrée cette courbe.* ») : la fonction représentée est effectivement une fonction carrée (l'aire d'un carré en fonction de sa demi-diagonale), mais l'expression algébrique de la fonction n'a pas été écrite et les élèves tracent la représentation graphique en fonction d'un tableau de valeurs. Il leur est donc impossible d'identifier la parabole tracée quelques mois auparavant pour introduire la racine carrée d'un nombre. Mais cette connaissance est tellement intégrée pour l'enseignante qu'elle l'utilise pour justifier le tracé à main levée.

Concernant de manière plus spécifique l'aspect dépendance de la notion, nous pouvons également reprendre l'analyse de la séance 6 et du long épisode oral pendant lequel l'enseignante demande aux élèves de produire des fonctions linéaires. Une élève propose alors à trois reprises une fonction constante, propositions invalidées par l'enseignante qui lui explique qu'à x elle associe toujours le même nombre. L'enseignante paraît même surprise lors de la deuxième proposition : « *3 + 2 ? Mais t'es toujours sur le même truc ?* ». La dépendance entre les deux variables n'est-elle pas tellement intériorisée chez l'enseignante qu'elle ne peut percevoir ce qui fait obstacle pour cette élève ?

Un dernier point ne nous semble pas abordé parce que trop naturalisé chez l'enseignante : la représentation graphique comme ensemble de points dont les coordonnées vérifient la relation fonctionnelle. Le passage du registre graphique au registre tableau ou au registre symbolique est uniquement abordé à l'oral (rappel de cours séance 12 et exercice collectif séance 13), et le lien entre les coordonnées d'un point d'une courbe et l'expression algébrique de la fonction n'est pas explicité. Le fait que ce point apparaisse explicitement dans le cours que l'enseignante avait prévu de faire noter aux élèves et ait été oublié par la suite nous semble conforter cette hypothèse.

Il est ainsi possible que toute la complexité de la notion de fonction, due aux différents aspects et points de vue mis en jeu, reste alors quelque chose de diffus : dans l'entretien que nous avons eu précédent la première séance, l'enseignante explicite ainsi les difficultés liées à cette notion :
« *Pour les fonctions ? Ah, tout. Tout est difficile. A chaque fois c'est difficile. A chaque fois la... l'espèce de transformation qui fait fonction d'un nombre, on passe à un autre nombre, ça leur pose des difficultés. On a beau prendre toutes les images qu'on veut, ça leur pose des difficultés...euh... La notation, ça leur pose des difficultés, la lecture graphique leur pose des difficultés en 3ème alors qu'en 4ème, 6ème, dans les autres niveaux, quand on présente ça, tranquillement ça... une lecture graphique leur pose pas de problème... Dès qu'on parle de fonction, ça devient... ça devient... infernal pour eux. Et puis après, quand on rentre ponctuellement dans les difficultés, c'est le calcul de l'antécédent, bien*

évidemment. C'est à partir de là. Au début, tout se positionne bien. On parle... On raconte sa petite histoire, la fonction, l'image, ils sont contents, on trace un graphe, tout le monde est content, et puis quand on arrive sur le calcul de l'antécédent, tout le monde se cache sous la table et puis tout est perdu. Y'a plus rien. Y'a plus d'image. Y'a plus rien. Tout le monde est perdu. C'est... Voilà. »

Mais si ces difficultés ne sont pas analysées en termes de changements de points de vue, d'aspects différents à prendre en compte et articuler, d'un mode de pensée fonctionnel à mettre en jeu, comment alors définir les objectifs d'apprentissage permettant la première approche de la notion attendue des programmes ?

5.6. Quelles productions élèves ?

5.6.1. Quelles sont les tâches proposées en évaluation ?

Nous disposons de cinq évaluations : un premier contrôle réalisé en séance 2 et dont deux exercices proposaient des tâches en lien avec la notion de fonction, un contrôle commun réalisé en cours de chapitre dont la partie problème mettait en jeu des changements de registre (registre tableau, registre graphique, et registre algébrique), deux interrogations et le contrôle terminal.

Un tableau présentant la répartition des tâches proposées en classe, à la maison et en évaluation est donné en annexe.

- Premier contrôle (noté C1) :

Tâches	Connaissances mises en fonctionnement	Adaptations
Exercice 5 : 1.Traduire un programme de calcul sous forme fonctionnel 2.Calculer l'image d'un nombre	1.D1, notation $f(x)$ et/ou $\mapsto$ 2.D1, vocabulaire image Connaissances sur le calcul numérique	1.A3 :RLN au RS
Exercice 6 : Traduire l'expression algébrique d'une fonction en programme de calcul	D1, notations $f(x)$ et/ou $\mapsto$ Connaissances algébriques	A3 :RS au RLN

La tâche n°1 de calcul d'image présente dans l'exercice 5 peut être traitée en faisant fonctionner les programmes de calcul donnés dans l'énoncé et ne mettre alors en fonctionnement aucune connaissance nouvelle sur la notion de fonction. D'autant plus que les deux tâches demandées étant formulées dans la même phrase, il nous semble possible que certains élèves aient oublié de traiter la question concernant l'expression algébrique de la fonction.

Nous ne nous sommes donc attachée dans les productions étudiées pour ces exercices qu'à analyser l'utilisation faite par les élèves des notations institutionnalisées la veille de ce contrôle.

- Contrôle commun (noté CC) :

Tâches	Connaissances mises en fonctionnement	Adaptations
Partie A 1 et 2.Lire graphiquement des images en situation contextualisée 3 et 4. Lire graphiquement des antécédents 5.Lire graphiquement un antécédent et calculer.	Lecture graphique	A3 : RG au RLN
Partie B Représenter graphiquement une situation à partir d'un tableau de valeurs	Connaissances graphiques	A3 : RT au RG Changement de point de vue du ponctuel au global

Partie C 1 et 2.Calculer une expression algébrique pour des valeurs données 3.Représenter graphiquement la situation à partir d'un tableau de valeurs	Connaissances algébriques et numériques Connaissances graphiques	1.A3 : RLN au RA avec interprétation 2.A3 : RA au RT 3. A3 : RT au RG Changement de point de vue du ponctuel au global
Partie D 1 et 2.Lire graphiquement des informations	Lecture graphique	A5 : utilisation des questions précédentes A3 : RG au RLN avec interprétations

Les tâches proposées dans la partie problème du contrôle commun ne mettent en jeu que des connaissances anciennes, et peuvent donc être traitées sans lien avec la notion de fonction. Nous ne nous sommes donc attachée dans nos analyses qu'au passage du registre tableau au registre graphique, de manière à mettre ses informations en lien avec les productions des élèves sur la tâche n°6 de représentation graphique d'une fonction linéaire.

- Interrogation n°1 (notée I1) :

Tâches	Connaissances mises en fonctionnement	Adaptations
1.T1 : Calcul de l'image d'un nombre par une fonction linéaire 2.T2 : Calcul de l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire	D2, vocabulaire, notation $f(x)$, M3, M4 Connaissances algébriques et sur le calcul numérique	Voir analyse T1 : A1, A3 Voir analyse T2 : A1, A2

L'enseignante propose deux énoncés différents pour les interrogations : un énoncé pour les élèves assis à droite, et un énoncé pour les élèves assis à gauche. Les deux tâches proposées sont identiques à celles proposées dans les exercices traités en classe, mais l'énoncé « gauche » inverse les deux tâches, demandant d'abord un calcul d'antécédent, puis un calcul d'image, ce qui change des habitudes prises en classe.

- Interrogation n°2 (notée I2) :

Tâches	Connaissances mises en fonctionnement	Adaptations
Exercice A : 1.T2 : Calcul de l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire 2.T1 : Calcul de l'image d'un nombre par une fonction linéaire	D2, notation $f(x)$, vocabulaire, M3, M4 Connaissances algébriques et sur le calcul numérique	Voir analyse T1 : A1, A3 Voir analyse T2 : A1, A2
Exercice B : 1.T3 : Déterminer le coefficient d'une fonction linéaire 2.T4 : Donner l'expression algébrique de la fonction	D2, notation $f(x)$ M5 Connaissances algébriques et sur le calcul numérique	Voir analyse T3 : A3, A1 Voir analyse T4 : A6

La tâche n°1 est proposée de façon identique à celle proposée en classe, mais elle arrive en deuxième question ce qui peut poser des difficultés à certains élèves ayant pris l'habitude de commencer par calculer l'image d'un nombre avant de calculer l'antécédent. Pour un des deux énoncés proposés (exercice A énoncé droite), la tâche n°2 demande un traitement dans le registre du langage naturel pour traduire « *Calculer le nombre dont l'image est 8* » en calcul de l'antécédent, ce qui renforce encore la confusion possible entre les tâches 1 et 2. Les tâches 3 et 4 sont identiques à celles proposées en classe.

On retrouve dans ces deux interrogations des tâches identiques à celles proposées en classe et pour lesquelles un modèle de résolution a été noté dans le cahier de cours la veille, ce qui montre bien l'importance accordée à ces tâches dans le scénario.

- Contrôle terminal (noté CT) :

Tâches	Connaissances mises en fonctionnement	Adaptations
Ex 1 1.T1 : Calcul d'image par une fonction linéaire 2.T2 : Calcul d'antécédent par une fonction linéaire	D2, notation $f(x)$, image, M3, M4 Connaissances algébriques et sur le calcul numérique	1.Voir analyse T1 : A1, A3 2.Voir analyse T2 : A3 ou A5 : utilisation calcul précédent
Ex 2 T4 : Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre et de son image	D2, notation $f(x)$ M5 Connaissances sur le calcul numérique	Voir analyse T4 : A4, A2, A6, A3, A1
Ex 3 T3 bis et T4 bis : Déterminer le coefficient et l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de sa représentation graphique	D2, notations $f(x)$ ou $\mapsto$ coefficient directeur M5 Connaissances sur le calcul numérique et graphiques	Voir analyse T4 bis : A4(2), A2(2), A3(2), A6(2)
Ex 4 T6 : Tracer la représentation graphique d'une fonction linéaire	M6 Connaissances algébriques et numériques	Voir analyse T6 : A3(2), A2(2), A6(2)
Ex 5 T5 : Lire l'image ou l'antécédent d'un nombre sur la représentation graphique d'une fonction	Notation $f(x)$, vocabulaire image, antécédent Lecture graphique	Voir analyse T5 : A3(2)
Ex 6 Exprimer en fonction de x, puis T7 : reconnaître une fonction linéaire	Connaissances algébriques et sur le calcul numérique D2	A3 : RLN au RA Voir analyse T7 : A1, A3
Ex 7 1.Exprimer deux longueurs en fonction de x 2.Exprimer le périmètre et l'aire en fonction de x	Théorème de Thales, théorème de Pythagore, notions de périmètre et d'aire Connaissances algébriques et sur le calcul numérique	1.A1 : reconnaître Thales A3 : cadre géométrique, cadre algébrique 2.A4 : démontrer triangle rectangle A1 : reconnaître Pythagore

Il faut tout d'abord préciser que certains élèves n'ont pas eu à traiter l'intégralité du contrôle, l'enseignante leur désignant les exercices qu'ils devaient faire : deux élèves, parmi les copies analysées, n'ont ainsi pas eu à faire les exercices 2, 3 et 7. Ceci conforte l'accent mis sur certaines tâches, comme nous l'avons précisé pour les interrogations : calcul d'images et d'antécédents, représentation graphique et lecture graphique.

Seule la tâche n°6 de représentation graphique est proposée en contrôle avec les mêmes adaptations que celles travaillées en classe. Cette tâche a été proposée plusieurs fois en classe et à la maison.

La tâche n°1 de calcul d'images est proposée dans l'exercice 1 en utilisant le registre symbolique dans l'énoncé : « *Calculer* $h(-1)$ *et* $h(\frac{2}{3})$ ». La question n'a jamais été formulée sous cette forme dans les exercices traités.

La tâche n°2 de calcul d'antécédents est formulée dans le langage naturel, mais demande un nécessaire traitement dans ce registre pour traduire « *Trouver le nombre qui a pour image -1* » en calcul d'antécédent. Elle a déjà été formulée ainsi en interrogation 2, mais uniquement pour la moitié des élèves.

La tâche n°4 de détermination de l'expression algébrique d'une fonction linéaire (exercice 2) n'a jamais été proposée en classe sans que la tâche n°3 de calcul du coefficient n'ait été demandée avant. Les adaptations A4 (introduction d'étapes) et A2 (introduction d'intermédiaires) sont donc pour la première fois à la charge de l'élève.

Les tâches n°3 bis et n°4 bis mises en jeu dans l'exercice 3 (déterminer le coefficient et l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de sa représentation graphique) n'ont été abordées qu'au cours d'un exercice oral collectif pendant la séance 13. L'exercice 24 donné à faire à la maison mettait en jeu la tâche n°3 bis, mais avec de multiples adaptations qui complexifiaient la tâche.

La tâche n°5 de lecture graphique d'images et d'antécédents a été proposée dans deux exercices donnés à la maison. Les exercices de lecture graphique traités en classe mettaient en jeu des situations contextualisées de co-variation de deux grandeurs et les termes « image » et « antécédent » ou la formulation dans le registre symbolique n'étaient alors pas employés.

« Exprimer en fonction de x » n'est pas une tâche qui a été proposée en classe mais qu'on retrouve dans plusieurs exercices donnés à la maison mettant en jeu la tâche n°8 de modélisation. La tâche n°7 de reconnaissance d'une fonction linéaire a été traitée en classe au cours du long exercice collectif oral d'introduction des fonctions linéaires, puis dans six exercices à la maison.

L'exercice 7 propose une tâche de modélisation assez proche de l'exercice 28 donné en devoir-maison, mais avec une utilisation du registre symbolique dans l'énoncé. Les deux exercices mettent ainsi en jeu une reconnaissance et une utilisation du théorème de Thales suivi d'un travail algébrique.

Nous retrouvons dans l'énoncé de ces deux derniers exercices des indices qui confirment l'idée développée dans la partie précédente au sujet de la possible « transparence » de la notion pour l'enseignante : dans l'exercice 6, elle utilise les notations P_M et P_S pour désigner les prix à exprimer en fonction de x, demandant ensuite si ce sont des fonctions linéaires, alors que dans l'exercice 7 elle utilise les notations $p(x)$ et $A(x)$. Les deux notations renvoient effectivement au même objet mathématique, mais on peut se demander si une majorité des élèves le conçoit ainsi.

5.6.2. Quelle utilisation du registre symbolique ?

Nous avons fait le choix de détailler dans le tableau ci-dessous l'utilisation du registre symbolique faite par les élèves dans le premier et le dernier contrôle, en distinguant les productions de l'exercice 6 dont l'énoncé utilisait les notations P_M et P_s pour désigner les prix à exprimer :

	C1	CT	CT exercice 6
L	Utilise correctement ↦ Utilise mal $f(\ldots) =$	N'utilise pas ↦ Utilise correctement $f(\ldots) =$	Introduit les notations $P_M(x)$ et $P_s(x)$
A	$f\ x : \mapsto 3x - 4$	$h(-1): \mapsto 1{,}5$	Ecrit directement l'expression en fonction de x
T	$f(x) = -3\ \mapsto -2$	$f(x) \mapsto 3x - 4$ $f(x) = 4x$	Introduit la notation $f(x)$
R	Utilise correctement ↦ N'utilise pas $f(\ldots) =$	N'utilise pas ↦ Utilise correctement $f(\ldots) =$	Introduit la notation $f(x)$
I	N'utilise aucune des deux notations	N'utilise aucune des deux notations	Exercice non traité
K	Utilise correctement ↦ N'utilise pas $f(\ldots) =$	Utilise correctement ↦ $h(-1) = 1{,}5$ ou $h: (x) = 3x$	Introduit la notation $P_M: x \mapsto 7{,}5$
M	Utilise mal ↦ (comme =) N'utilise pas $f(\ldots) =$	$h(-1) \mapsto ?$ $h(-1) = -1 \times -1{,}5$ $h(-1): 1{,}5$	Introduit une écriture de la forme : $F(x?) \mapsto P_M?$

Nous disposons de sept copies pour le premier contrôle (ayant lieu le lendemain de l'institutionnalisation des notations) et le contrôle terminal. Les remarques notées concernant les interrogations sont insuffisantes pour être prises en considération.

Il semble que deux élèves aient progressé dans leur utilisation des notations, les autres élèves rencontrant toujours les mêmes difficultés. Nous pensions que le symbole ↦ était porteur de sens concernant l'aspect correspondance. Ce n'est visiblement pas le cas pour tous les élèves, certains l'utilisant comme un signe d'égalité. Se rajoute apparemment comme difficulté dans l'utilisation de ce symbole la gestion des deux points qui semblent également posée · problème quand à leur signification. M, dont les interventions dans le déroulement de la séance 6 montraient qu'elle lisait les attentes de l'enseignante en termes d'utilisation des notations semble encore dans cette approche, essayant dans le premier exercice de varier au maximum leur utilisation, les symboles ↦, = et : semblant pour elle interchangeables. Quand à la notation $f(\ldots) = \cdots$, elle ne semble pas interprétée par certains d'élèves comme désignant l'image d'un nombre, puisqu'elle est parfois suivie du symbole ↦.

Deux élèves introduisent spontanément des notations fonctionnelles en lien avec l'énoncé dans l'exercice 6 : $P_M(x)$ et $P_s(x)$ pour l'un, ce qui laisse à penser qu'il perçoit la différence entre les différents objets en jeu, et $P_M: x \mapsto 7{,}5$ pour l'autre, qui identifie donc la fonction en tant que processus de correspondance.

Les choses sont plus difficiles à analyser pour les autres : A qui donne directement l'expression en fonction de x, mais qui conclut que c'est une fonction linéaire, identifie-t-il le processus en jeu en tant que tel ou se réfère-t-il a un modèle de formule ? T et R qui introduisent la notation $f(x)$ font-elles ce choix pour une raison particulière liée à l'énoncé ou réutilisent-elles simplement la notation habituelle associée au terme fonction ?

Seule M semble perturbée par les notations P_M et P_S introduites dans l'énoncé. C'est d'ailleurs l'élève qui se focalise le plus sur les notations utilisées. Elle semble identifier P_M comme un résultat, et utilise alors la notation f pour désigner la fonction. On voit dans sa production la difficulté d'avoir un seul nom pour deux objets différents : P_M ne peut être à la fois le prix à payer, l'image, et la fonction.

Nous souhaitions, en étudiant l'utilisation faite par les élèves du registre symbolique, tenter de dégager si les notations étaient effectivement porteuses des aspects dépendance ou correspondance comme nous en avions émis l'hypothèse. Les choses sont trop complexes pour que l'analyse de huit copies nous permettent de conclure, et il nous semble que seules des questions spécifiques pourraient permettre de voir réellement ce qu'il en est, mais certains élèves ne les identifient apparemment pas autrement que comme remplaçant le signe d'égalité qu'ils utilisaient avant.

Mais au-delà des différents aspects liés au concept, cette analyse laisse apparaître une difficulté que nous n'avions pas formulée en tant que telle dans les parties précédentes : le concept en tant que relation met en jeu des objets, les nombres qu'il fait correspondre. Le nom donné sert alors, non seulement pour désigner le concept, mais aussi pour désigner le nombre d'arrivée, ce qui vient encore compliquer les choses. On met ainsi en jeu deux notations, deux signifiants renvoyant au même signifié, mais les symboles utilisés (peut-on parler d'unités signifiantes ?) ne renvoient pas eux forcément au même objet : f, ce n'est pas $f(x)$. Nous avons parlé de surcharge cognitive dans la partie précédente pour les méthodes instituées par l'enseignante ; il nous semble que cette surcharge cognitive , pour une certaine part, est inhérente au concept, ce qui demanderait à être analysé en profondeur et pensé en termes d'apprentissages.

5.6.3. Quelles productions sur les différentes tâches ?

Nous avons fait le choix de commencer par analyser la tâche 6 puisque c'est la seule qui est proposée en évaluation sans adaptation nouvelle par rapport à la façon dont elle a été traitée en classe.

■ Résolution de la tâche n°6 (représentation graphique d'une fonction linéaire)

	CT	
L	OK f et g	M6
G	OK f et g	M6
A	OK g	
T	F	M6
R	OK f	M6 incomplète
I	F	M6 incomplète
K	F	M6 incomplète
M	OK f	M6 incomplète

Les huit élèves dont nous disposons des productions pour le contrôle terminal s'engagent dans la tâche n°6, dont sept en utilisant la méthode institutionnalisée en cours : dresser un tableau de valeurs, écrire une phrase et tracer la droite. Parmi ces sept élèves, quatre omettent la phrase explicative, ce que nous avons qualifié de « M6 incomplète ». Seul A n'indique aucune méthode particulière, traçant la droite à partir d'un point placé sur le graphique.

Les erreurs empêchant certains élèves de produire une représentation graphique correcte pour les deux fonctions sont liées :

- soit à des connaissances anciennes :
  - calcul sur les nombres relatifs ou en écriture fractionnaire : M, A, I
  - placement des points sur le graphique (confusion signe positif/négatif de l'ordonnée ou confusion abscisse/ordonnée) : T, R
  - placement d'une ordonnée fractionnaire sur le graphique : I
- soit à des connaissances nouvelles :
  - calcul de l'image d'un nombre : K.

La méthode institutionnalisée semble donc jouer son rôle (du moins à court terme) de prise en charge des adaptations repérées pour la tâche n°6 et permettre le passage du registre symbolique au registre graphique par le biais du registre tableau. A part pour un élève, seules des connaissances anciennes non-disponibles posent problème pour la réalisation de cette tâche. Et pour le fait de ne pas réussir à calculer l'image d'un nombre, il est difficile de savoir si les difficultés sont liées à des connaissances algébriques anciennes non disponibles ou aux connaissances nouvelles liées à la notion de fonction.

Nous souhaitions mettre en parallèle avec ces productions, celles des mêmes élèves sur les tâches de passage du registre tableau au registre graphique proposées dans la partie problème du contrôle commun :

	CC	CT
L	Place 4 points alignés et trace la droite	OK f et g
G	Place 4 points alignés et trace la droite	OK f et g
A	Place 4 points non alignés et trace la droite « en trichant »	OK g
T	Place 4 points non alignés et trace un segment de droite « en trichant »	F
R	Place 4 points alignés	OK f
I	Place 4 points non alignés et les relie par des segments	F
K	Place 4 points non alignés et les relie par des segments	F
M	Place 4 points non alignés et les relie par des segments jusqu'à la dernière graduation de l'axe des abscisses	OK f

L'utilisation de la règle pour tracer une représentation graphique est déjà très présente dans les procédures élèves, avant même que la représentation graphique d'une fonction linéaire soit abordée, mais l'idée de droite n'est présente que chez trois élèves. Pour les cinq autres, le changement de point de vue du ponctuel au global semble poser problème, les tracés entre deux points consécutifs ne représentant apparemment qu'une convention de représentation. On peut alors se demander ce que représente pour ces élèves la droite tracée comme représentation graphique d'une fonction dans le contrôle terminal ? Représente-elle l'ensemble des points dont les coordonnées vérifient l'expression algébrique de la fonction, ou n'est-elle qu'une convention de tracé ?

■ Résolution de la tâche n°1 (calcul d'images)

	I1	I2	CT
L	OK	OK	OK
G	OK	OK	OK
A	OK	OK	OK
T	F	F	F
R	OK	OK	OK
I	F	A	NT
K	OK	F	F
M	OK	OK	OK

(F : faux, NT : non traité, ND : non demandé)

Cette tâche est proposée dans les deux interrogations telle qu'elle a été proposée en classe, et dans le contrôle terminal avec une adaptation différente liée à l'utilisation du registre symbolique dans la consigne. Pour ces trois évaluations, seules des fonctions linéaires sont en jeu.

Le tableau montre une absence d'évolution dans les résultats des élèves sur les trois évaluations analysées (cinq élèves qui réussissent cette tâche dans l'interrogation n°1 la réussissent toujours dans l'interrogation n°2 et dans le contrôle terminal, et les deux élèves qui échouent à l'interrogation n°1 ne réussissent pas mieux dans les évaluations suivantes), mais une analyse plus en détail des productions des élèves module cette première impression.

K qui calcule correctement l'image dans la première interrogation se retrouve en échec sur la même tâche par la suite. Cet élève s'est vu proposer dans les deux interrogations l'énoncé de droite. Pour I1, il a donc eu à traiter la tâche n°1 puis la tâche n°2, dans cet ordre, sans changement par rapport à ce qui avait été fait en classe. Pour I2, il a eu à traiter d'abord la tâche n°2 avec traitement dans le registre du langage naturel, puis la tâche n°1. C'est alors qu'apparaît la confusion entre le calcul de l'image et le calcul de l'antécédent, et une difficulté pour substituer à x une valeur numérique, difficulté qui se retrouve dans le contrôle commun.

I rencontre les mêmes difficultés pour substituer à x une valeur numérique dans I1. Elle écrit ainsi

$$f(x) = -4x \quad \text{puis} \quad f(-7) = -4x + (-7).$$

Elle ne traite pas cette tâche dans l'exercice 1 du CT mais dans la résolution de la tâche n°6 de représentation graphique pour laquelle elle produit deux tableaux de valeurs :

x	0	2
$f(x) = -3x$	0	$-3 \times 2 = -3$

x	0	3
$g(x) = \frac{1}{4}x$	0	$\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{12}$

I semble donc avoir résolu certaines difficultés liées à cette connaissance ancienne. Par contre elle n'utilise jamais le registre symbolique, hormis quand elle recopie l'énoncé, et ne répond à aucune question formulée avec ce registre. Il semble donc que ce soit l'adaptation liée à la présence de la notation $h(-1)$ qui constitue l'obstacle principal à la résolution de la tâche n°1.

T semble également avoir des difficultés à calculer une expression algébrique pour une valeur donnée et fournit les réponses suivantes pour la tâche n°1 sur les 3 évaluations :

I1	I2	CT
$g(x) = -3x$ $g(x) = -3x(5)$ $x = 3 \times 5$ $= 15$	$h(x) = -7x$ $h(-2) = 7x$ $h(-2) = 7x \times (-2)$ $h(-2) = 14$	$h(x) = -1{,}5x$ $h(-1) = -1{,}5x$ $h(x) = 1{,}5 \div 1$ $h(x) =$

Par contre elle produit les tableaux de valeurs suivants dans la résolution de la tâche n°6 :

x_1	0	2
$f(x) = -3x$	0	-6

x_1	0	4
$g(x) = \frac{1}{4}$	0	1

T semble donc avoir progressé entre I1 et I2 sur la signification du calcul de l'image d'un nombre. Elle choisit d'ailleurs de commencer par cette question alors que c'est la deuxième dans I2. Elle mobilise également cette connaissance dans la tâche de représentation graphique sans erreur. Par contre la formulation de cette tâche avec le registre symbolique dans l'exercice 1 est une adaptation qu'elle ne peut gérer, et il semble alors qu'elle mobilise la méthode M5 du calcul du coefficient.

Ces deux élèves ont donc été capable de résoudre la tâche n°1 de calcul d'image pour la résolution de la tâche n°6, ce qui prouve une évolution de leurs connaissances, mais nous renvoie des questions auxquelles nous n'avons hélas pas de réponse : Est-ce lié à la méthode institutionnalisée pour cette tâche n°6 et à sa répétition en classe ? Est-ce lié à l'utilisation du registre tableau ? Auraient-elles résolu cette tâche dans l'exercice 1 si celui-ci avait été formulé dans le registre du langage naturel ?

- Résolution de la tâche n°2 (calcul d'antécédents)

	I1	I2	CT
L	OK	OK	OK
G	OK	OK	OK
A	OK	F	OK
T	F	F	F
R	OK	OK	OK
I	NT	A	NT
K	F	F	NT
M	F	F	F

Comme pour la tâche n°1, ce tableau donne l'impression d'assez peu d'évolution dans les productions des élèves : trois élèves ont réussi cette tâche dans les trois évaluations ; A, malgré une erreur dans I2, semble capable de calculer l'antécédent d'un nombre ; les quatre autres n'ont jamais réussi à résoudre cette tâche.

Comme pour les tâches 6 et 1, A n'utilise pas la méthode institutionnalisée en cours en écrivant l'équation, mais semble diviser directement l'image par le coefficient (sans trace de calcul) et donne une valeur approchée du résultat fractionnaire.

I ne traite jamais cette tâche et K reproduit dans I1 et I2 les mêmes calculs pour la tâche n°2 que pour la tâche n°1 et ne traite pas cette question dans le contrôle.

Productions de T pour la tâche 2 :

I1	I2	CT
$g(x) = -3x(-7)$ $x = -3 - 7$ $= -10$	$h(x) = -7x$ $h(x) = -7x = -3$ $h(x) = 3(-7x)$ $h(x) = 4$	$h(x) = -1{,}5x$ $h(x) = 1{,}5 \times (-1)$ $h(x) = -1{,}5$

Dans la première production, T a identifié dans la question lui demandant de calculer l'antécédent qu'il faut calculer x et dans la seconde elle écrit une équation qu'elle ne résout pas. Elle semble réellement dans une recherche d'antécédent puisqu'elle change de procédure de résolution par rapport à la tâche précédente, mais on peut alors se demander ce que représente pour elle l'écriture $h(x)$. On retrouve des bribes de la méthode institutionnalisée, mais pas le changement de point de vue qui permet de considérer localement le processus « à l'envers ». Dans le contrôle, par contre, la consigne semble avoir poser problème puisqu'elle calcule l'image de -1 et non le « nombre dont l'image est -1 ».

Productions de M :

I1	I2	CT
$F(x) \mapsto -4x$ $= -4x - 5$ $= -9x$	Confusion calcul de l'image et de l'antécédent.	$F(x) \mapsto -1$ $x = \frac{-1,5}{-1}$ $x = 1,5$ $F(x) = 1,5$ $F(1,5) \mapsto 1$

Comme T, M change de procédure pour la tâche n°2 dans I1 et cherche donc à calculer l'antécédent, mais le changement de point de vue consistant à considérer le processus à l'envers n'est pas disponible, pas plus que la méthode de résolution d'équation. Dans I2, M ne semble pas réussir à traduire la consigne « chercher le nombre dont l'image et 8 » et essaie de calculer l'image de 8. Dans le contrôle, par contre, elle traduit correctement ce même énoncé et tente de calculer l'antécédent qu'elle nomme x par une division. Peut-être a-t-elle perçu la réversibilité du processus ou peut-être a-t-elle simplement mémorisé à partir des exemples corrigés en classe que pour calculer l'antécédent on effectuait une division, mais les difficultés d'expression liées au registre symbolique ne nous permettent pas réellement de comprendre la suite de sa démarche.

Nous avions repéré a priori des adaptations rendant cette tâche n°2 complexe. Au regard des productions précédentes, la méthode institutionnalisée pour les prendre en charge ne nous semble pas pouvoir remplir ce rôle pour certains élèves, ce qui conforte l'hypothèse de méthodes et de corrections « modèles » restant hors de portée de certain élèves. Le changement de point de vue nécessaire pour percevoir la réversibilité du processus mériterait donc peut-être d'être travaillé autrement, avant qu'une méthode de résolution ne soit institutionnalisée.

■ Résolution des tâches n°3, 3 bis, 4 et 4 bis

	Tâche n°3		Tâche n°4		Tâche n°4 bis
	I2	CT	I2	CT	CT
L	OK	OK	OK	OK	OK
G	OK	OK	OK	OK	OK
A	F	OK	NT	NT	T3 bis
T	OK	NT	NT	NT	T3 bis
R	F	OK	NT	OK	OK
I	A	ND	ND	ND	ND
K	F	F	NT	F	F
M	F	ND	ND	ND	ND

La tâche 4 est proposée pour la première fois en contrôle sans que la tâche 3 la précède, et c'est donc à l'élève d'introduire cette étape. Les tâches 3 bis et 4 bis sont également proposées pour la première fois et l'élève se trouve donc confronté aux adaptations liées à la prise d'informations dans le registre graphique. On retrouve toujours les quatre mêmes élèves pour qui ces adaptations nouvelles ne semblent pas poser de difficultés insurmontables : A qui avait inversé l'image et l'antécédent dans le calcul du coefficient en I2 ne reproduit pas la même erreur en contrôle, par contre il ne donne toujours pas l'expression algébrique de la fonction, et n'indique aucune méthode pour le calcul du coefficient. R qui s'était également trompée pour le calcul du coefficient dans I2 applique correctement la méthode M5 de calcul du coefficient en contrôle et donne l'expression de la fonction. Elle gère aussi parfaitement le changement de registre en choisissant un point sur chaque droite et en utilisant le registre tableau pour calculer le coefficient puis donner l'expression algébrique de la fonction.

I et M n'avait pas à traiter ces tâches en contrôle, l'enseignante leur ayant désigné au début du contrôle les exercices 1, 4, 5 et 6 qu'elle souhaitait les voir réaliser et dans lesquels ces tâches ne figuraient pas.

T en interrogation ne traite que la tâche 3 de calcul du coefficient en utilisant la propriété P2 ($a = \frac{f(x_1)}{x_1}$), mais ne donne pas l'expression algébrique de la fonction. En contrôle, elle ne traite pas la tâche 4, ce qui laisse supposer qu'elle n'identifie pas la première étape de calcul du coefficient. Par contre elle traite correctement la tâche 3 bis pour laquelle le calcul du coefficient est explicitement demandé en mobilisant P2, mais ne donne pas l'expression algébrique de la fonction. T semble donc gérer correctement les adaptations liées au registre graphique, d'un point de vue ponctuel, mais ne pas prendre en compte le point de vue global algébrique exprimer par la relation. Peut-être est-ce lié à des connaissances nouvelles ne pouvant se construire sur des connaissances algébriques anciennes trop fragiles : T a effectivement des difficultés à gérer la présence de la lettre x dans ses calculs, ce qui se traduit parfois par la suppression pure et simple de celle-ci. Ou peut-être est-ce lié au fait de ne pas avoir perçu ce point de vue global, et que la tâche porte sur une relation et pas sur un résultat numérique.

K ne réussit à résoudre aucune de ces tâches, ni en interrogation ni en contrôle, mais ces productions nous aide à mieux comprendre ses difficultés. En interrogation, il semble tenter de mobiliser P2 pour calculer le coefficient mais il ne semble pas réellement savoir ce qu'il calcule puisqu'il écrit : $x = \frac{9}{-2}$. De même en contrôle ses productions laissent perplexe sur la signification que peut avoir cette lettre x. Elle ne semble ni recouvrir une variable ni même un nombre généralisé, puisque lisant sur la représentation graphique de la fonction les coordonnées de deux points (1 ;3) et (2 ;6), cela l'amène à produire deux expressions algébriques de la fonction : $f_1(x) = 3x$ et $f_2(x) = 6x$. De même la donnée d'un nombre et de son image $k(-3) = 5{,}4$ l'amène à produire l'expression $k: x \mapsto 5{,}4x$ ce qui conforte l'impression de confusion entre image et coefficient. Nous retrouvons cette impression de surcharge cognitive liée aux multiples notations et informations à prendre dans différents registres, sans que tout ceci soit relié à un même concept.

Comme pour la tâche précédente, quelques unes des productions analysées semblent confirmer que la méthode institutionnalisée soit hors de portée de certains élèves.

■ Résolution de la tâche n°5 (lecture graphique)

C'est en évaluation la seule tâche mettant en jeu une fonction non-linéaire. Les questions de lecture graphique formulées dans le langage naturel ne posent aucune difficulté aux élèves dont nous avons analysé les productions, si ce n'est des erreurs de lecture liées aux graduations choisies (1 mm pour 0,2 unité). Tous utilisent la méthode M2 en traçant les chemins alors que ce n'est pas explicitement demandé dans l'énoncé. Par contre seuls deux d'entre eux répondent à la question de lecture d'image formulée dans le registre symbolique. Un élève effectue un calcul d'image, l'expression algébrique de la fonction étant donnée. Les cinq autres ne répondent pas à cette question. De même pour la question concernant la valeur maximale de $h(x)$, quatre élèves seulement fournissent une réponse intelligible établissant explicitement qu'ils ont choisi la valeur correspondant à l'ordonnée du point le plus haut.

Nous nous étions interrogée sur la différence de difficulté entre un graphique représentant une situation de co-variation contextualisée et un graphique représentant une fonction. Ce n'est apparemment pas ce qui pose le plus de difficultés aux élèves, mais plutôt l'utilisation du registre symbolique qu'ils ne semblent pas réussir à interpréter en termes d'images et d'antécédents, celui-ci n'ayant jamais été utilisé dans les énoncés des exercices proposés en classe.

■ Résolution de la tâche n°7 (reconnaissance de fonction linéaire)

Cette tâche apparaît dans l'exercice 6. L'élève doit d'abord exprimer le prix à payer en fonction du nombres de cartouches achetées, avant de considérer la linéarité de la fonction en jeu.

Cinq élèves, qu'ils réussissent ou non à produire les expressions correctes (4 élèves les produisent), identifient correctement la fonction linéaire.

R, par contre, est mise en difficulté par la tâche d'exprimer en fonction de x non traitée en classe, alors qu'elle parvenait à reproduire les différentes méthodes institutionnalisées pour les autres tâches. Ses tentatives ne sont pas sans nous interroger : elle trace un tableau de valeurs identique à celui utilisé pour les tâches de représentation graphique et donne à x une valeur ponctuelle (1) pour calculer $f(x)$, mais sans arriver par la suite à exprimer le prix à payer en fonction de x. Est-ce le fait de considérer x comme un nombre généralisé qui pose problème ? Elle pourrait ainsi substituer à x diverses valeurs sans être capable, à l'inverse, de considérer diverses valeurs numériques comme pouvant être représentées par x ? Est-ce que c'est l'utilisation de méthodes et la répétition des tâches qui lui ont alors permis de développer des savoir-faire spécifiques, sans pour autant permettre une réorganisation de connaissances anciennes fragiles ?

I n'a pas traité cet exercice et M n'a pas réussi à produire l'expression demandée. Il semble qu'elle ait essayé de se ramener à une des méthodes institutionnalisées : quand elle écrit $F(x?) \mapsto P_M?$,
Il semble qu'elle cherche à identifier ce qu'elle cherche (antécédent ou image), mais ne connaissant ni l'un, ni l'autre, elle ne parvient pas à aboutir.

Les tâches mettant en jeu un point de vue ponctuel sont les plus réussies, qu'elles aient été les plus traitées en classe (tâche 1 de calcul d'images), ou qu'elles aient été renvoyées à la maison (tâche 5 de lecture graphique). La tâche 1 est ainsi réussie par sept élèves sur huit dans les copies analysées. Ces tâches ne mettent en jeu que des connaissances anciennes, si on oublie l'habillage fonctionnel dont elles sont ici parées : il s'agit de substituer une valeur à x et de faire le calcul, ou de lire l'abscisse et l'ordonnée d'un point sur une courbe. C'est au moment où l'aspect fonctionnel se rappelle aux élèves par l'utilisation dans l'énoncé du registre symbolique que les difficultés surviennent : certains d'entre eux ne sont alors plus capables d'identifier si la demande porte sur l'image, l'antécédent ou la fonction. Cinq des huit élèves n'arrivent ainsi pas à déterminer $h(1)$ par lecture graphique, alors qu'ils donnent correctement l'image de 6 ou les antécédents de 20. Le registre symbolique n'a jamais été utilisé auparavant dans les énoncés, alors que les termes images et antécédent sont omniprésents dans les exercices proposés par l'enseignante, ce qui constitue une difficulté nouvelle.

La tâche n°2 de calcul d'antécédent, traitée en classe tout autant que la première et mettant également en jeu le point de vue ponctuel, est ici formulée différemment et est, peut-être de ce fait, beaucoup moins bien réussie. Il nous semble cependant que, outre la difficulté supplémentaire liée au changement de point de vue nécessaire pour considérer le processus à l'envers, la méthode institutionnalisée, en s'appuyant sur des connaissances anciennes moins mobilisables (équation), restent hors de la ZPD de certains élèves. Deux élèves, T et M, semblent ainsi chercher à calculer l'antécédent sans réussir à produire ou résoudre l'équation. Il est cependant difficile d'analyser les productions au contrôle puisque de nouvelles adaptations viennent compliquer la tâche par rapport à la manière dont elle était formulée en interrogation.

Pour les tâches mettant en jeu un point de vue global algébrique, de nouvelles adaptations viennent également les compliquer par rapport aux situations de classe. Trois élèves sur huit réussissent ces tâches, mais pour R, on peut s'interroger sur la réelle prise en compte du point de vue global puisqu'elle confond dans ses écrits à plusieurs reprises les termes « fonction » et « coefficient ». Elle semble reproduire les modèles du cahier de cours (rédactions identiques au mot près, parfois non-adaptées au nouveau contexte), et il aurait été intéressant pour cette élève de pouvoir suivre ses productions sur un temps plus long.

Le point de vue global graphique, non abordé en classe, ne l'est pas non plus en évaluation : la tâche 6 de représentation graphique, par la méthode de résolution choisie et rapidement instituée, ne nous semble pas permettre ce nouveau point de vue. Cette tâche est particulièrement bien réussie, mais rien ne nous semble permettre de conclure que les élèves aient pour autant perçu les aspects variation et dépendance liés à cette représentation.

Les tâches les plus réussies semblent être, soit les plus traitées en classe (tâches 1 et 6), si elles sont proposées avec les mêmes adaptations, soit celles qui peuvent être traitées par mise en fonctionnement de connaissances anciennes (tâche 5).

6. Conclusion

Revenons à notre questionnement qui, s'il n'est pas celui sur lequel nous souhaitions initialement nous pencher, est celui qui nous a conduite à mener cette recherche : nous souhaitions questionner l'adéquation entre l'enseignement d'un professeur expérimenté de collège et les nouveaux programmes entrant en vigueur en 2008 sur la notion de fonction.

Nous avons donc commencé par étudier les programmes de manière à faire apparaître ce qui était nouveau : le retour de la notion de fonction dans les capacités attendues, les programmes précédents se limitant aux fonctions linéaires et affines. Resituant alors ces programmes dans une étude plus large prenant en compte l'évolution de la place occupée par la notion des années soixante à aujourd'hui et questionnant cette étude au regard de l'historique du concept, nous avons tenté de dégager ce que recouvrait cette réintroduction de la notion de fonction en 3ème.

Des trois aspects variation, dépendance et correspondance à partir desquels s'est développé le concept, la définition « moderne » ne retient que l'aspect correspondance, et c'est à elle qu'il est explicitement fait référence dans les programmes. Ceux-ci semblent cependant préconiser une approche progressive de la notion à partir d'exemples de co-variation de grandeurs pouvant être étudiés sur toute la durée du collège, mais rien n'est clairement défini à ce sujet ni dans les programmes, ni dans les documents d'accompagnement. Ce n'est que pour la classe de 3ème qu'est fixé l'objectif « *d'approcher la notion de fonction et d'acquérir une première connaissance des fonctions linéaires et affines* », sans qu'aucune définition générale ne soit donnée à ce niveau.

Nous avons donc questionné, à travers divers travaux de didactique, ce que pouvait recouvrir « *approcher la notion de fonction* ». Tout d'abord, la notion présente les trois caractères formalisateur, unificateur et généralisateur, ce qui rend son introduction complexe puisqu'il s'agit d'introduire le nouveau formalisme et la généralisation qui caractérisent la notion, sans pouvoir réellement les relier à un outil. Ce caractère FUG de la notion implique également l'absence de tâches réellement simples et isolées. Enfin, différents points de vue (ponctuel, global) sont mis en jeu par la notion, dans différents registres (algébrique, tableau, graphique), et nous défendons l'idée que c'est l'articulation de ces différents points de vue dans différents registres qui peuvent permettre l'émergence d'un mode de pensée fonctionnel.

C'est ensuite à partir de l'analyse des tâches proposées et des déroulements associés que nous avons tenté de faire apparaître les choix de l'enseignante et les activités induites chez les élèves. L'aspect correspondance est le seul qui apparaisse explicitement dans le discours de l'enseignante, de par l'introduction choisie de la notion en tant qu'objet, et dans les exercices ensuite proposés. Les aspects variation et dépendance, s'ils apparaissent oralement dans l'étude d'une situation de co-variation de grandeurs ou lors de corrections d'exercices, ne sont jamais repris par des écrits. Nous pouvons peut-être relier cet état de choses, non seulement à la façon dont les programmes sont rédigés, mais également au fait que ces différents aspects soient tellement naturellement liés au concept chez l'enseignante qu'ils restent implicites.

La prégnance de cet aspect correspondance s'accompagne d'une importance du point de vue ponctuel algébrique, ce que laisse apparaître la fréquence des différentes tâches proposées, les tâches de calcul d'images et d'antécédents étant les plus proposées dans les exercices traités en classe. Le concept se trouve ainsi rattaché à une pluralité de résultats liés à une formule algébrique sans que la relation globale soit jamais étudiée en tant que telle.

Ce point de vue ponctuel reste très dominant, même dans le registre graphique. Les tâches de lecture graphique renvoient bien sûr à une prise en compte ponctuelle de la courbe, mais il en est de même des tâches de représentation graphique : la construction d'une courbe ou d'une droite n'est envisagée que par une technique de pointage et l'utilisation systématique du registre tableau renforce encore cet aspect ponctuel. La courbe n'est ainsi jamais envisagée comme traduisant globalement une variation.

Les différents changements de points de vue, et notamment le passage du ponctuel au global ne sont donc que peu abordés. En focalisant l'approche de la notion de la fonction sur un point de vue ponctuel, il nous semble que le mode de pensée fonctionnel sera difficile à percevoir. Qu'est-ce qui pour un élève différencie alors la fonction d'une formule ? Les connaissances nouvelles ne sont pas perçues en tant que telles mais comme des connaissances anciennes revêtues d'un nouveau formalisme, sans que le caractère généralisateur soit réellement introduit : qu'est-ce que la notion de fonction apporte de plus par rapport à ce qu'on faisait avant ? On calcule des images à partir d'une formule, mais on remplaçait déjà, depuis la 5^{ème}, des lettres par des valeurs numériques dans des expressions algébriques : la nouveauté semble uniquement du côté du vocabulaire et des nouvelles notations. On représente graphiquement des fonctions, mais on traçait déjà, en 4^{ème}, des graphiques et des droites.

Nous nous étions posé la question de la distance ancien/nouveau par rapport à la nouvelle notion. Si la distance entre les connaissances anciennes des élèves et le nouveau concept est effectivement source de difficultés, il nous semble que le fait de vouloir réduire cette distance en présentant la notion comme une « extension » des connaissances anciennes avec un nouveau formalisme ne permet pas, du moins à certains élèves, d'approcher ce nouveau concept, ceux-ci restant attachés à l'idée de « résultats » dans le domaine algébrique, sans pouvoir percevoir que c'est la relation qui est à considérer dans le domaine fonctionnel.

Nous avons souligné, pour les notions FUG, la question des problèmes ou questions pertinentes pour leur introduction. Mais c'est par son caractère objet que la notion est ici introduite, sans problème initial qui permettrait l'émergence d'un mode de pensée fonctionnel. Nous souhaitons faire ici le parallèle avec ce que nous avons déduit, à partir de nos observations, des conceptions de l'enseignante sur la classe en tant que lieu d'exposition des savoirs, qui nous semblent expliquer en partie ce choix d'introduction.

Les tâches ensuite proposées ne permettent pas plus la mise en jeu d'une pensée fonctionnelle puisque chacune d'entre elles reste partielle et non reliée aux autres. Aucune de ces tâches n'étant simple ni isolée, nous avons analysé la façon dont l'enseignante organisait la mise en fonctionnement des connaissances. Pour chacune des tâches proposées en classe (sauf pour la tâche 1 de calcul d'images abordée initialement en correction d'exercices), l'enseignante fait noter dans le cahier de cours une « méthode » de résolution qui sert ensuite de modèle. Ces modèles ne nous semblent pas permettre d'établir un lien entre les différentes tâches et nous n'avons pas noté dans les séances analysées d'aides constructives les reliant entre-elles et au concept.

Nous avons également émis l'hypothèse que ces corrections-modèles restaient hors de portée de certains élèves ce qu'ont confirmé certaines des productions analysées. Pour ces productions, ce sont les tâches mettant en jeu un point de vue ponctuel, graphique comme algébrique, les mieux réussies. Ceci confirme le fait que ce qui est travaillé en classe est ce qui est le mieux réussi en évaluation. Mais au-delà de ce constat qui ne fait que confirmer d'autres travaux[32], la question serait de savoir ce que les élèves ont réellement rencontré du concept, ce que nos analyses ne permettent pas.

Nous appuyant sur les travaux de Duval, nous avons également souhaité analyser la prise en compte des différents registres dans les choix de l'enseignante. Le registre symbolique est mis en jeu dans la plupart des tâches proposées, par l'utilisation des nouvelles notations, mais leur introduction rapide et conventionnelle, non reliée explicitement aux aspects dépendance et correspondance, ne leur permet pas d'être porteuse de sens pour certains élèves. Le registre tableau est également présent dans quasiment toutes les séances, servant notamment d'intermédiaire dans le passage du registre symbolique au registre graphique. Nous avons noté à ce sujet que la non-congruence des différents registres restait implicite. La partialité du registre tableau n'est pas questionnée, quant à la courbe, ne reste-t-elle pas alors un ensemble de points (fini ?) très éloigné du point de vue global lié à l'idée de variation ? L'analyse des déroulements a également laissé apparaître que l'enseignante prenait systématiquement à sa charge les adaptations liées à ce changement de registre.
La conversion inverse du registre graphique au registre symbolique ne fait pas partie des tâches proposées en classe. Par contre elle apparaît en évaluation, et les élèves qui s'engagent dans cette tâche utilisent le point de vue ponctuel pour se rattacher à la méthode institutionnalisée.
Ces différents choix restreignent le travail sur les différents registres. Chaque tâche spécifique reste attachée à un registre particulier et il nous semble difficile que des conversions puissent se faire spontanément. Pour certains élèves les diverses représentations peuvent alors renvoyer à différents objets ce qui ne permet pas une conceptualisation.

La prise en compte des nouveaux programmes a ainsi amené cette enseignante à modifier le contenu du chapitre sur les fonctions linéaires pour y intégrer la notion de fonction. Ces objectifs d'enseignement recouvrent quasiment les capacités attendues du programme sans les dépasser. Seule la lecture et l'interprétation du coefficient d'une fonction linéaire représentée par une droite n'est pas abordée. Mais cela ne semble pas avoir réellement changé ses choix d'enseignement, les types de tâches les plus développés concernant principalement les fonctions linéaires. Il s'agit d'une enseignante expérimentée, dont l'enseignement sur les fonctions s'est, durant toute sa carrière, limité aux fonctions linéaires et affines, comme pour tout enseignant de moins de quarante-cinq ans. De plus elle identifie de réelles difficultés d'élèves sur cette notion : la transformation, la notation, la lecture graphique, le calcul de l'antécédent. Nous pensons que le fait d'avoir conscience de ces difficultés conforte son choix de donner des « méthodes » pour prendre en charge ce qui est difficile. D'ailleurs, certains « succès d'étapes » sont au rendez-vous, comme le fait qu'en évaluation quasiment tous les élèves parviennent (aux erreurs de calcul et inversion abscisse/ordonnée près) à tracer la représentation graphique d'une fonction.

---

[32] On peut citer à ce sujet le travail de thèse de Julie Horoks (2006) sur les triangles semblables en classe de seconde et le mémoire de master recherche d'Anne Dumail (2007) sur la racine carrée en 3ème.

Mais si la répétition de tâches partielles permet une décontextualisation locale de la notion, en institutionnalisant des connaissances nouvelles et des méthodes, ces connaissances ne nous semblent ni suffisamment reliées, ni suffisamment disponibles, pour permettre une conceptualisation. Est-ce là l'objectif du collège, la conceptualisation étant à la charge du lycée ?

Nous avons pleinement conscience des contraintes qui pèsent sur l'exercice du métier d'enseignant, liées aux composantes institutionnelles, sociales et personnelles, aussi ce travail se veut-il simplement un constat et non un jugement, d'autant plus que celui-ci nous a permis de questionner notre propre enseignement de la notion. Nous avons eu le temps, durant toute cette année et grâce à ce travail de mémoire, de pouvoir effectuer une étude approfondie de la notion de fonction, et il nous semble, comme nous l'avons dit lors de l'étude des programmes, que ceux-ci ne sont pas suffisamment explicites, et qu'un document d'accompagnement pourrait, à juste titre, faire partager une analyse poussée du concept en termes de changements de points de vue, d'aspects différents à prendre en compte et à articuler, et d'un mode de pensée fonctionnel à mettre en jeu.

Nous souhaitons également proposer quelques alternatives possibles à l'enseignement des fonctions en 3ème nous semblant aller en ce sens, tout d'abord en nous appuyant sur ce que nous avons analysé des déroulements, puis de manière plus générale en nous référant à certains travaux de didactique.

Tout d'abord il nous semble que les deux premières tâches proposées pourraient être introduites ensemble de manière à travailler la relation, dès le début de l'enseignement, dans les deux sens. Il nous semble tout à fait possible de rechercher des antécédents, même pour des fonctions non-linéaires si celles-ci restent relativement simples, le calcul d'image permettant ensuite de contrôler l'antécédent trouvé. Ces deux tâches, bien que renvoyant à un point de vue ponctuel algébrique, apparaîtraient ainsi explicitement comme mettant en jeu une relation entre deux nombres, dans un sens, ou dans l'autre.

Durant la deuxième séance, l'enseignante présente une « situation géométrique » : il s'agit de l'aire d'un carré variant en fonction du diamètre du cercle dans lequel il est inscrit. L'enseignante fait le choix de ne pas établir l'expression algébrique de la fonction, et il nous semble qu'elle se prive alors d'une possibilité de mettre en jeu assez facilement les trois registres, des allers-retours de l'un à l'autre, et de pouvoir ainsi questionner la partialité de chacun d'entre eux ainsi que ce qu'ils donnent à voir, et notamment l'aspect variation dans le registre graphique.

Une autre occasion de mettre ainsi en jeu différents registres et le caractère unificateur de la notion apparaît dans la séance 6, quand l'enseignante présente au TNI différentes situations de co-variation : elle déplore à ce moment que les deux premières situations présentées correspondent à la même fonction. Il nous semble au-contraire que le fait d'étudier différentes situations correspondant à une même fonction pourrait être un moyen de faire apparaître le caractère unificateur de la notion, les manques et les apports des différents registres, et de travailler le passage de la formule arithmétique mettant en jeu des grandeurs à la formule algébrique dans laquelle les variables sont des nombres.

Nous détachant des séances observées, nous nous sommes posé la question de ce que pourrait être un problème, une question mettant en jeu un mode de pensée fonctionnel pour des élèves de 3ème. Il nous semble que le point principal serait de se détacher du point de vue ponctuel pour leur permettre de prendre en compte un point de vue global. Nous avons d'abord pensé à délaisser, dans un premier temps, les tâches de calcul d'images ou d'antécédents, pour des questions telles que « *quels sont les nombres dont les images sont supérieurs à 3 ?* », à traiter dans le registre algébrique et le registre graphique. Une autre question « *fonctionnelle* » nous a également été suggérée par A. Robert qui correspond à cette prise en compte du point de vue global : « *est-ce que les résultats de la correspondance sont toujours plus petits que les nombres initiaux ?* »

Les travaux de Duval (1988) sur les graphiques et les équations nous semblent aussi des pistes intéressantes pour développer un apprentissage spécifique de l'interprétation des courbes en tant que variation, et l'articulation de ces deux registres.

Nous terminerons en citant les travaux de F. Hitt (2009) concernant le développement du concept de co-variation et de fonction en 3ème secondaire. Dans un contexte d'apprentissage collaboratif, il propose ainsi cinq situations-problèmes enchaînées pour couvrir le thème de la modélisation mathématique et promouvoir l'apprentissage du concept de co-variation entre variables comme prélude au concept de fonction. Des tâches d'identification de variables et de dépendance ainsi que de représentations diverses de variation sont ainsi proposées, mettant en jeu une articulation entre le registre du langage naturel, les schémas, le registre graphique et le registre algébrique. Nous n'avons pas consulté les résultats de ces expérimentations, mais il nous semble que ces travaux, sous couvert de s'accorder aux contraintes institutionnelles françaises, pourraient ouvrir des pistes.

Il nous semble cependant important de pouvoir analyser après enseignement et autant que possible, les effets de cet enseignement à travers les productions des élèves, ce que nous n'avons pu mener à bien dans notre recherche, faute d'un questionnaire que nous aurions pris le temps de construire et de faire passer aux élèves. Ceci fait partie des limites de notre travail et de perspectives possibles que nous allons à présent aborder pour conclure ce travail.

7. Discussion, limites et perspectives

Nous disposions de treize séances filmées que nous n'avons pas toutes retranscrites et analysées, ce qui constitue la première limite de notre travail. Nos conclusions portent ainsi sur une étude partielle des activités menées par cette enseignante. Même si nous avons pris la peine de revenir aux films à chaque fois qu'un nouveau questionnement apparaissait ou qu'un doute nous assaillait, il est évident que certains faits, certains moments ont pu nous échapper. De même l'analyse des productions des élèves n'a porté que sur huit copies ce qui limite énormément nos conclusions.

Nous avons ainsi dégagé des aspects, des points de vue qui nous paraissaient peu pris en compte dans cet enseignement et conclu en regard de certaines productions que ce premier contact avec la notion de fonction n'était pas porteur du concept. Nous n'avons cependant pas choisi les tâches proposées en évaluation, et celles-ci étant cohérentes avec ce qui a été proposé en classe, elles ne nous ont pas vraiment permis d'analyser ce que les élèves ont pu rencontrer du concept. Comme nous l'avons expliqué précédemment, il aurait été judicieux de penser un questionnaire permettant réellement d'évaluer quels élèves pouvaient mettre en jeu un point de vue global algébrique ou global graphique et un mode de pensée fonctionnel.

Une autre limite est liée à ce que nous n'avons pas analysé. Tout d'abord, pendant les trois semaines qu'a duré le tournage, trois séances de soutien ont eu lieu que nous n'avons ni filmées, ni analysées, auxquelles trois élèves de cette classe participaient : est-ce que seules les tâches proposées en classe y ont été retravaillées ? Comment ? Avec quelles prises en charge de l'enseignante ? Quel type d'aide a été alors apporté susceptible d'avoir une influence sur l'apprentissage ? L'enseignante a-t-elle pris appui en classe sur ces séances ? Ce sont là autant de questions qui auraient mérité notre attention.

Nous n'avons pas non plus analysé les six séances qui ont suivi, après quinze jours consacrés au chapitre des probabilités, sur les fonctions affines. Au vu des quelques séances auxquelles nous avons assisté, il semble que les mêmes tâches aient été proposées en classe, également prises en charge par des méthodes de résolution institutionnalisées, mais seule une analyse détaillée de ces séances permettrait de confirmer ces impressions. De plus la prise en compte de nouvelles productions d'élèves à l'issue de ce chapitre aurait peut-être laissé apparaître des évolutions dans leurs réussites sur ces différentes tâches et dans leurs conceptions.

De plus, la notion de fonction se positionne, comme nous l'avons précisé, à la transition 3ème/2nde, et la conceptualisation doit être prise en charge par le lycée. C'est donc sur le long terme qu'il faudrait penser la construction de ces connaissances, dans un suivi de la 3ème au lycée, par une mise en parallèle des enseignements du collège, des points de vue ainsi développés et des obstacles que peuvent rencontrer par la suite les élèves.

Enfin, nous n'avons observé qu'une enseignante, sur une année et sur un seul établissement, et notre travail reste donc forcément partiel, ne pouvant permettre d'énoncer des généralités sur la façon dont l'approche de la notion de fonction est menée au collège. Ce travail n'est qu'une modeste contribution à des travaux déjà menés ou en cours et n'a d'autre ambition que de fournir des hypothèses pour de futures recherches.

Plusieurs pistes de travail peuvent ainsi être envisagées pour poursuivre dans cette voie. Tout d'abord, alors que nous avions a priori identifié le registre « tableur » comme susceptible d'intervenir dans les activités sur la notion de fonction, cela ne s'est pas produit. Une séance a bien eu lieu en salle multimédia, à laquelle nous avons assisté, mais bien que les énoncés des exercices mettent en jeu des fonctions, l'enseignante a fait le choix de les traiter sans lien avec la notion, de manière à valider des compétences du B2I attendues en fin de $3^{ème}$. Il nous semble qu'il serait pertinent de questionner un usage potentiel du tableur, ou d'autres ressources technologiques, pour approcher le concept de variable, les aspects dépendance et variation de la notion de fonction, et le passage d'une pensée procédurale à une pensée relationnelle.

Cela nous renvoie au fait que le temps nous a manqué pour une analyse des manuels. Nous disposons de huit manuels de $3^{ème}$ parus en 2008, dont nous voudrions analyser l'organisation mathématique et la comparer avec celle des manuels de 2003, de façon à déterminer comment les auteurs de ces manuels ont interprété les changements de programmes : ont-ils modifié leur introduction de la notion ? Proposent-ils des tâches différentes ? Les différents points de vue et aspects sont-ils pris en compte ? Quels sont les registres mis en jeu et comment sont articulés les différents changements de registre ? De même, il serait intéressant de regarder dans les manuels des classes précédentes si des études de co-variation de grandeurs y ont trouvé place.

Une des difficultés que nous avons rencontrée dans ce travail est liée au fait de ne pas avoir mené de travail comparatif. Il nous a bien souvent paru qu'il aurait été plus simple (mais peut-être n'est-ce qu'une illusion) d'avoir des tâches et des déroulements à comparer, notre regard se trouvant ainsi guidé par la recherche de différences et de similitudes. C'est donc une autre perspective de recherche que nous envisageons : suivre plusieurs enseignants de $3^{ème}$, de façon à pouvoir questionner les différentes conceptions des enseignants (sur la classe, la notion, les difficultés des élèves), l'influence que celles-ci peuvent avoir sur leurs choix d'enseignement, et l'influence que ces choix peuvent avoir sur les apprentissages des élèves.

En dernier point, il nous semble que pour étudier ces questions qui prennent place à la transition du collège et du lycée, un changement d'échelle serait nécessaire, ce qui n'a pas encore été mené dans les recherches didactiques françaises. Un travail de ce type est initié pour étudier les transitions primaire/ collège, collège/lycée et lycée/supérieur sur différentes notions (dont celle de fonction) dont la conceptualisation et l'apprentissage sont longs : caractériser les différences d'enseignement en terme de relief, de scénarios, de déroulements, pour comprendre ce qui peut être acquis, ce qui peut manquer, en relation avec les échecs ultérieurs. Ce travail collectif serait aussi une manière de poursuivre la recherche ici engagée.

8. Bibliographie

AMRA N. (2004) La transposition didactique du concept de fonction, comparaison entre les systèmes d'enseignement français et palestinien. *Thèse de doctorat,* Université Paris 7.

ARTIGUE M. (1991) Epistémologie et didactique. *Recherches en didactique des mathématiques, Vol 10 n°2.3.* La pensée sauvage éditions.

BLOCH I. (2002) Un milieu graphique pour l'apprentissage de la notion de fonction au lycée. *Petit x n°58,* IREM de Grenoble.

CHAUVAT G. (1999) Courbes et fonctions au collège. *Petit x n°51,* IREM de Grenoble.

CHEVALLARD Y. (1985) La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné. *Recherches en didactique des mathématiques*. La pensée sauvage éditions.

COMIN E. (2005) Variables et fonctions du collège au lycée : Méprise didactique ou quiproquo inter institutionnel. *Petit x n°67,* IREM de Grenoble.

COMIN E. (2009) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans le cadre des fonctions en seconde. *Petit x n°79,* IREM de Grenoble.

COPPE S, DORIER JL, YAVUZ I. (2006) Eléments d'analyse sur le programme de 2000 concernant l'enseignement des fonctions en seconde. *Petit x n°71,* IREM de Grenoble.

COPPE S, DORIER JL, YAVUZ I. (2007) De l'usage des tableaux de valeurs et des tableaux de variation dans l'enseignement de la notion de fonction en France en seconde. *Recherches en didactique des mathématiques, Vol 27 n°2*. La pensée sauvage éditions.

DOUADY R. (1986) Jeu de cadre et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques, Vol 7 n°2*. La pensée sauvage éditions.

DUVAL R. (1988) Graphiques et équations : l'articulation de deux registres. *Annales de didactique et de sciences cognitives 1,* IREM de Strasbourg.

DUVAL R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives 5,* IREM de Strasbourg.

DUVAL R. (1995) Sémiosis et pensée humaine. *Recherches en sciences de l'éducation, Collection Exploration,* Peter Lang.

FALCADE R. (2002) L'environnement Cabri-Géomètre outil de médiation sémiotique pour la notion de graphe d'une fonction. *Petit x n°58,* IREM de Grenoble.

HITT F. (2009) Développement du concept de covariation et de fonction en 3ème secondaire dans un contexte de modélisation mathématique et de résolution de situations problèmes. *Actes proceedings CEIAEM,* Université de Montréal 26-31 juillet 2009.

NOGUES M. (1993) Le concept de fonction, rapport sur de curieux cas de conceptualisation. *Mémoire de DEA,* Université des Sciences et Techniques du Languedoc. Montpellier 2.

PARIES M. (2004) Comparaison de pratiques d'enseignants de mathématiques, relations entre discours des professeurs et activités potentielles des élèves. *Recherches en didactique des mathématiques, Vol 24 n°2.3.* La pensée sauvage éditions.

PARIES M, ROBERT A, ROGALSKI J. (2008) Analyse de séances en classe et stabilité des pratiques d'enseignants de mathématiques expérimentés du second degré. *Educational studies in mathematics n°68.*

PARIES M, ROBERT A, ROGALSKI J. (2009) Comment l'enseignant de mathématiques, en classe, met ses élèves sur le chemin des connaissances : un point de vue méthodologique en didactique des mathématiques. *Travail et apprentissages n°3.*

ROBERT A. (1998) Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques, Vol 18 n°2.* La pensée sauvage éditions.

RENE DE COTRET S. (1988) Une étude sur les représentations graphiques du mouvement comme moyen d'accéder au concept de fonction ou de variable dépendante. *Petit x n°17,* IREM de Grenoble.

VANDEBROUCK F. (coordonnateur) (2008) La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants. *Editions Octares.*

YAVUZ I. (2005) Evolutions récentes de l'enseignement de la notion de fonction en France en classe de seconde, utilisation des tableaux de valeurs et de variation.
Thèse de doctorat, Université Lumière - Lyon 2.

YOUSCHKEVITCH A. (1981) Le concept de fonction jusqu'au milieu de XIXème siècle. *Fragments d'histoire des mathématiques, Brochure A.P.M.E.P n°41.*

9.ANNEXES

Annexe 1 : Scénario

Légende : Vert : Exercice donné à faire à la maison

Noir : Exercice traité en classe

Rouge : Evaluation

Bleu : Connaissance ancienne

Violet : Connaissance nouvelle

Brique : Connaissance nouvelle non institutionnalisée

Scénario

Séance 1

Exercice	Tâches	Connaissances mises en fonctionnement	Connaissances nouvelles institutionnalisées	Mises en fonctionnement	Déroulement
Ex 1	T1 : calcul d'image FNL	D1, notation $f(x)$ Connaissances algébriques et sur le calcul numérique		Voir analyse T1 : A1, A3	
Ex 2	1.Calculer le résultat obtenu par un programme de calcul pour des valeurs données 2.Traduire un programme de calcul par une expression algébrique	Connaissances sur le calcul numérique et connaissances algébriques (syntaxe)		1.A1 : reconnaître la tâche 2.A3 : RLN au RA	Oral, collectif Un élève au tableau Activité élève très guidée
Ex collectif	Produire des fonctions	D1		A3 : Changement de point de vue : dépasser la correspondance entre un nombre fixé et un résultat	Oral, collectif
Cahier de cours			D1, exemple de programme de calcul traduit dans le registre symbolique, notations ↦ et $f(x)$, vocabulaire image et antécédent		
Ex 3	Compléter des phrases	D1, vocabulaire image et antécédent, notation $f(x)$		A1 : reconnaître le vocabulaire à utiliser A3 : RS au RLN	Oral, collectif Adaptations prises en charge par l'enseignante
Ex 4	1.Lire des images 2.Lire des antécédents 3.Lire le nombre dont l'image est 0	D1, vocabulaire image et antécédent Notation ↦		1.A3 : RS au RLN 2.A3 : RS au RLN A6 : choix entre plusieurs réponses correctes 3.A3 : RS au RLN Traitement dans le registre LN	1.Oral, collectif Un élève au tableau 2. et 3. pris en charge par un bon élève au tableau
Ex 5	T1 : calcul d'image FNL	D1, vocabulaire image, notation ↦ Connaissances algébriques et sur le calcul numérique		Voir analyse T1 : A1, A3	Recherche individuelle écrite d'une minute 30 (sonnerie) Enseignante traduit la tâche en LN

Séance 2

Ex contrôle	1.Traduire un programme de calcul sous forme fonctionnel 2.Calculer l'image d'un nombre	1.D1, notation $f(x)$ et/ou $\mapsto$ 2.D1, vocabulaire image Connaissances sur le calcul numérique		1.A3 :RLN au RS	
Ex contrôle	Traduire l'expression algébrique d'une fonction en programme de calcul	D1, notations $f(x)$ et/ou $\mapsto$ Connaissances algébriques		A3 :RS au RLN	

Séance 3

Ex 6 Cahier de cours	**1.Réaliser la figure sous Cabri-géomètre** **2.Démonstration géométrique** **3.Compléter un tableau de valeurs** **4.Représenter graphiquement la fonction**	Connaissances sur la manipulation du logiciel Connaissances sur les quadrilatères Connaissances numériques pour graduer et placer les points Connaissances graphiques (repère, coordonnées)	Exemple de représentation graphique à partir d'un tableau de valeurs pour une situation contextualisée de variation de 2 grandeurs M1 : souligner les nombres de la 2ème ligne du tableau en rouge, tracer l'axe des abscisses en bleu, tracer l'axe des ordonnées en rouge, placer les points et relier à main levée	**2.A4 : plusieurs étapes dans la démonstration** **4.Difficultés liées au choix des axes et des unités :A2 et A6** **A3 : RT au RG, changement de point de vue du ponctuel au global**	**1.Oral collectif, un élève au tableau, activité très guidée** **2.Oral collectif, activité très guidée** **3.Pris en charge par l'enseignante** **4.Toutes adaptations et difficultés prises en charge par l'enseignante**

Séance 4

Ex 7	T5 : Lire graphiquement des images et des antécédents	Vocabulaire image et antécédent, notation $f(x)$ Lecture graphique d'images et d'antécédents : M2		Voir analyse T5 : A3 Situation décontextualisée : confusion possible antécédent/abscisse et image/ordonnée	Passage du global au ponctuel pris en charge par l'énoncé
Ex 8	1. et 2.T1 : calcul d'image FNL 3. Rechercher un antécédent	D1, vocabulaire image et antécédent, notation $f(x)$ Connaissances algébriques et sur le calcul numérique		1.et 2.Voir analyse T1 : A1, A3 3.A7 : pas de méthode de calcul pour l'antécédent (résolution mentale de l'équation ou nécessité de procéder par essai/erreur)	
Cahier de cours			Lecture graphique en situation contextualisée de variation de 2 grandeurs Lecture graphique d'image et d'antécédent M2 : tracer les chemins fléchés en bleu et rouge (code couleur antécédent/image)		

Séance 5

Ex 9	1.Expliquer pourquoi -1 n'admet pas d'image par f 2.T1 : calcul d'image FNL 3.Lire des images ou des antécédents, T1	D1, vocabulaire image et antécédent Connaissances algébriques et sur le calcul numérique		1.A3 : changement de point de vue sur l'image 2.Voir analyse T1 : A1, A3 3.A3 : RLN au RT A4 : introduire un calcul d'image (voir T1)	
Ex 10	1.Lire graphiquement une image en situation contextualisée de variation de deux grandeurs 2.Lire graphiquement un maximum et son antécédent 3.Lire graphiquement des antécédents	Connaissances sur les unités de durées Lecture graphique		1 et 2. A3 : RG au RLN 3.A3 : RG au RLN A3 : changement de point de vue du ponctuel au global.	
Ex 11	1.Calculer des images à partir d'une situation contextualisée (LN) 2.T8 : Modéliser la situation sous forme fonctionnelle 3.T6 : Représenter graphiquement FL 4.Lire graphiquement un antécédent	Connaissances sur le calcul numérique M1, M2		1.A3 : changement de point de vue A3 : RLN au RT 2.Adaptations liées à T8 prises en charge par l'énoncé (choix entre 3 expressions) 3. T6 se ramène à représenter la situation à partir du tableau de valeurs A3 : RT au RG A2 : unités prises en charge par l'énoncé A3 : changement de point de vue du ponctuel au global 4.A3 : RLN au RG Connaissance relative à la propriété d'alignement des points des situations de proportionnalité pas forcément disponible	1.Recherche individuelle et aides procédurales ciblées 2.Recherche individuelle et aides ciblées si question 1 terminée, sinon correction sans recherche 3.Tracé des axes et graduation après 3 min, placement des points après 8 min 30 s et droite tracée après 11 min 4.Recherche individuelle si question 3 faite sinon correction sans recherche

Séance 6

Ex collectif	**Inventer des fonctions linéaires**	D2		**A3 : changement de point de vue : passer d'une situation de proportionnalité à une fonction de type ax**	**Oral, collectif. Retour au tableau de valeurs et situation de proportionnalité pris en charge par l'enseignante**
Cahier de cours			D2, P1 Vocabulaire : coefficient M3 : exemple de calcul de l'image d'un nombre par une fonction linéaire		

Séance 7 : Interrogation de révision (géométrie) et correction DM (calcul numérique, développer, factoriser, géométrie)

Séance 7 bis (Contrôle commun)

Ex contrôle commun	Partie A 1 et 2.Lire graphiquement des images en situation contextualisée 3 et 4. Lire graphiquement des antécédents 5.Lire graphiquement un antécédent et calculer.	Lecture graphique		**A3 : RG au RLN**	
	Partie B Représenter graphiquement une situation à partir d'un tableau de valeurs	Connaissances graphiques		**A3 : RT au RG Changement de point de vue du ponctuel au global**	
	Partie C 1 et 2.Calculer une expression algébrique pour des valeurs données 3.Représenter graphiquement la situation à partir d'un tableau de valeurs	Connaissances algébriques et numériques Connaissances graphiques		**1.A3 : RLN au RA avec interprétation 2.A3 : RA au RT 3. A3 : RT au RG Changement de point de vue du ponctuel au global**	
	Partie D 1 et 2.Lire graphiquement des informations	Lecture graphique		**A5 : utilisation des questions précédentes A3 : RG au RLN avec interprétations**	

Séance 8 : **Correction Devoir commun**

Cahier de cours			M4 : exemple de calcul de l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire		

Séance 9

Ex 12	T7 : Reconnaître l'expression algébrique d'une fonction linéaire	D2, notation ↦ Connaissances algébriques, et sur le calcul numérique		Voir analyse T7 : A1, A3	
Ex 13	T7 bis :Reconnaître une fonction linéaire exprimée en LN			Voir analyse T7 bis : A1, A3	
Ex 14	T7 ter : Reconnaître la représentation graphique d'une fonction linéaire	P3		A3 : changement de point de vue : nécessité de faire le lien fonction linéaire / proportionnalité / droite passant par l'origine	
Ex 15	**1.T1 : calcul d'image** **2.T2 : calcul d'antécédent**	D2, vocabulaire, notation $f(x)$ M3, M4 Connaissances algébriques et numériques		**Voir analyse T1 : A1, A3** **Voir analyse T2 : A1, A2**	Reproduction M3 Reproduction M4
Ex 16					
Ex 17	**T2 : calcul d'antécédent**	D2, vocabulaire, notation $f(x)$ M4 Connaissances algébriques et sur le calcul numérique		**Traitement dans le registre LN** **Voire analyse T2 : A1, A2**	Reproduction M4

Séance 10

Ex 18	Validation B2I				**Pas de lien avec les fonctions**
Ex 19					

Séance 11

Ex 20	1.T5 : Lire graphiquement l'image d'un nombre 2.T5 : Lire graphiquement l'antécédent d'un nombre	Vocabulaire image, antécédent Lecture graphique d'image et d'antécédent Lecture graphique		Voir analyse T5 : A3 (2)	
Ex 21	T3 : calcul du coefficient	M5 Notation $f(x)$ Connaissances algébriques et sur le calcul numérique		Voir analyse T3 : A3, A1	
Ex 22	1.T8 : Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire modélisant une situation 2.T7 : Reconnaître une fonction linéaire 3.T1 : Calculer l'image d'un nombre 4.T2 : Calculer l'antécédent d'un nombre	Connaissances algébriques et sur le calcul numérique D1, D2, notations		1.Difficulté liée à un premier emploi du terme « modéliser » A3 : changement de registre 2.A5 : utilisation question précédente A1 : reconnaître D2 A3 : RLN et RA à RS 3 et 4. A1 : reconnaître qu'il faut calculer l'image et l'antécédent dans l'énoncé en LN.	
Ex interro	1.T1 : Calcul de l'image d'un nombre par une fonction linéaire 2.T2 : Calcul de l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire	D2, vocabulaire, notation $f(x)$, M3, M4 Connaissances algébriques et sur le calcul numérique		**Voir analyse T1 : A1, A3** **Voir analyse T2 : A1, A2**	Reproduction M3 Reproduction M4
Cahier de cours			P2 M5 : exemple de détermination du coefficient d'une fonction linéaire		

Séance 12

Ex 23	1.Calculer un prix 2.Calculer un poids	Connaissances sur les propriétés de linéarité de la proportionnalité Connaissances sur le calcul numérique		A1 : reconnaître une situation de proportionnalité Difficultés liées à la non-disponibilité des connaissances sur la linéarité (surtout avec des nombres décimaux)	
Ex 24	T3 bis : Déterminer le coefficient d'une fonction linéaire dans une situation contextualisée	Lecture graphique D2, M5 Connaissances algébriques et sur le calcul numérique		A1 : reconnaître tâche 3 avec A3 liée au RG A1 : reconnaître une fonction linéaire dans la formule $U = R \times I$ et identifier le rôle de chaque lettre A3 : RG, RA, RLN, RS A4 : introduire tâche 7 ter A4 : lire info sur le graphique A2 : intermédiaire (point) A3 : global à ponctuel	
Ex 25	1 et 2.T8 : Modéliser une situation par une fonction T7 : Reconnaître l'expression algébrique d'une fonction linéaire	Notion de périmètre et d'aire, théorème de Pythagore Connaissances algébriques et sur le calcul numérique D2, notations		A3 : cadre géométrique, numérique et algébrique A4 : étape de calcul de BC A1 : reconnaître Pythagore Voir analyse T7 : A1, A3 Difficulté liée à l'emploi du terme modéliser	
Ex interro	1.T2 : Calcul de l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire 2.T1 : Calcul de l'image d'un nombre par une fonction linéaire	D2, notation $f(x)$, vocabulaire, M3, M4 Connaissances algébriques et sur le calcul numérique		Voir analyse T1 : A1, A3 Voir analyse T2 : A1, A2	Reproduction M3 Reproduction M4
Ex interro	1.T3 : Déterminer le coefficient d'une fonction linéaire 2.T4 : Donner l'expression algébrique de la fonction	D2, notation $f(x)$ M5 Connaissances algébriques et sur le calcul numérique		Voir analyse T3 : A3, A1 Voir analyse T4 : A6	Reproduction M5
Cahier de cours			P3		

Séance 13

Ex collectif	**T4 bis : Déterminer le coefficient et l'expression algébrique d'une fonction à partir du graphique**			**Voir analyse T4 bis :** **A4(2), A2, A3(2), A6(2)**	**Oral, collectif**
Cahier de cours			M6 : Exemple de représentation graphique d'une fonction linéaire		
Ex 26	**T6 : Tracer la représentation graphique d'une fonction linéaire**	D2, notation $f(x)$, M6 Connaissances algébriques et numériques		**Voir analyse T6 :** **A3(2), A2(2), A6(2)**	Reproduction M6
Ex 27					

Séance 14

Ex 28 (DM)	1.Exprimer une grandeur en fonction de x 2.T7 : Reconnaître l'expression algébrique d'une fonction linéaire 3.Ecrire et résoudre une équation	Notions de périmètre et d'aire, théorème de Thales Connaissances algébriques et numériques D2		1.A3 : cadre géométrique, algébrique A1 : reconnaissance Thales 2.Voir analyse T7 : A1, A3 3. A4 : calculs intermédiaires A3 : Changement de point de vue : x nombre généralisé, variable, inconnue A1 : reconnaître équation	
Ex 29 (DM)	Lire des images et des antécédents sur un graphique, situation contextualisée	Lecture graphique		Difficultés liées à la compréhension de certaines consignes A3 : Changement de point de vue : global, comparaison de 2 courbes	
Ex 30	**1.T3 : Déterminer le coefficient d'une fonction linéaire, puis l'expression algébrique de la fonction** **2.T1 : Calcul d'image** **3.T2 : Calcul d'antécédent** **4.T6 : Représenter graphiquement la fonction**	D2, notation $f(x)$, vocabulaire, M3, M4, M5, M6 Connaissances algébriques et sur le calcul numérique		**1.Voir analyse T3 : A1, A3** **Voir analyse T4 : A6** **2.A5 : utilisation question 1** **Voir analyse T1 : A1, A3** **3.A5 : Utilisation question 1** **Voir analyse T2 : A3** **4.Voir analyse T6 :** **A3(2), A2(2), A6(2)**	Reproduction M5 Reproduction M3 Reproduction M4 Reproduction M6
Cahier de cours			Pourcentages (titre)		**Oral, collectif**

Séance 15

Ex 31	T6 : Tracer la représentation graphique d'une fonction linéaire	M6 Connaissances algébriques et numériques		Voir analyse T6 : A3(2), A2(2), A6(2)	Reproduction M6
Ex 32					
Ex 33	1.Identifier la variable et la variable liée dans l'expression algébrique d'une fonction en rapport avec la situation modélisée 2.T 7 : Reconnaître une fonction linéaire	Connaissances algébriques et numériques D1, D2, notations		Voir analyse T7 : A1, A3	
Ex 34	1.T8 : Modéliser une situation par une fonction linéaire 2.T7 : Reconnaître une fonction linéaire	Notion de périmètre, de carré Connaissances algébriques D1, D2, notations		Voir analyse T8 : A3 Voir analyse T7 : A1, A3	
Cahier de cours			Pourcentages et fonctions linéaires : P4, P5, P6, M7, M8		

Séance ultérieure

Ex 35	Retrouver les coefficient s des fonctions linéaires modélisant une augmentation ou une diminution d'un pourcentage donné	Connaissances sur les pourcentages Connaissances numériques D2, coefficient, P5, M8		A2 : introduction d'un prix ou d'une variable A3 : RLN au RA ou RS A3 : changement de cadre (numérique à algébrique) A4 : introduire un calcul	Reproduction M8
Ex 36	1.Appliquer deux augmentations successives de pourcentage à une valeur donnée 2.Calculer le pourcentage global d'augmentation correspondant	Connaissances sur les pourcentages Connaissances numériques		1.A4 : 2 calculs successifs à faire 2.A5 : utiliser la question précédente	

Séance 17

Contrôle	Ex 1 1.T1 : Calcul d'image par une fonction linéaire 2.T2 : Calcul d'antécédent par une fonction linéaire	D2, notation $f(x)$, image, M3, M4 Connaissances algébriques et sur le calcul numérique		**1.Voir analyse T1 : A1, A3** **2.Voir analyse T2 : A3** **ou A5 : utilisation calcul précédent**	Reproduction M3 Reproduction M4
	Ex 2 T4 : Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre et de son image	D2, notation $f(x)$ M5 Connaissances sur le calcul numérique		**Voir analyse T4 : A4, A2, A6, A3, A1**	Utilisation M5
	Ex 3 T3 bis et T4 bis : Déterminer le coefficient et l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de sa représentation graphique	D2, notations $f(x)$ ou $\mapsto$ coefficient directeur M5 Connaissances sur le calcul numérique et graphiques		**Voir analyse T4 bis : A4(2), A2(2), A3(2), A6(2)**	Utilisation M5
	Ex 4 T6 : Tracer la représentation graphique d'une fonction linéaire	M6 Connaissances algébriques et numériques		**Voir analyse T6 :** **A3(2), A2(2), A6(2)**	Reproduction M6
	Ex 5 T5 : Lire l'image ou l'antécédent d'un nombre sur la représentation graphique d'une fonction	Notation $f(x)$, vocabulaire image, antécédent Lecture graphique		**Voir analyse T5 : A3(2)**	Utilisation M2
	Ex 6 Exprimer en fonction de x, puis T7 : reconnaître une fonction linéaire	Connaissances algébriques et sur le calcul numérique D2		**A3 : RLN au RA** **Voir analyse T7 : A1, A3**	
	Ex 7 1.Exprimer deux longueurs en fonction de x 2.Exprimer le périmètre et l'aire en fonction de x	Théorème de Thales, théorème de Pythagore, notions de périmètre et d'aire Connaissances algébriques et sur le calcul numérique		**1.A1 : reconnaître Thales** **A3 : cadre géométrique, cadre algébrique** **2.A4 : démontrer triangle rectangle** **A1 : reconnaître Pythagore**	

Annexe 2 : Tableau de répartition des tâches (en classe, à la maison, en évaluation)

Légende : Case grisée : tâche proposée en évaluation, déjà proposée en classe
Case grisée entourée de vert : tâche proposée en évaluation, déjà proposée en classe et à la maison
Case verte : tâche proposée en évaluation, déjà proposée à la maison
Case rouge : tâche proposée en évaluation, non proposée précédemment en classe ou à la maison.

Tâches	**En classe**	**A la maison**	**Technique institutionnalisée**	**C 1**	**C C**	**I 1**	**I 2**	**DM**	**C 2**
Utiliser le vocabulaire image et antécédent : RS → RLN	Ex 3 Ex 4								
Tâche 1 : RS → RT		Ex 1 Ex 9							
Tâche 1 : RS → RLN	Ex 15 Ex 16 Ex 30	Ex 8	M3 pour fonction linéaire			▣	▣		
Tâche 1 : RS → RS									■
Tâche 2 : RS → RLN	Ex 15 Ex 16 Ex 17 Ex 30		M4			▨	▨		▨
Tâche 3 : RS → RLN	Ex 30	Ex 21	M5				▣		
Tâche 3 bis : RG → RLN		Ex 24							■
Tâche 4 : RS → RS	Ex 30						▨		▨
Tâche 4 bis : RG → RS									■

Tâches	En classe	A la maison	Technique institutionnalisée	C1	CC	I1	I2	DM	C2
Lecture graphique, situation contextualisée	Ex 6 Ex 11	Ex 10 Ex 29	M2, RG → RLN		▨			▨	
Tâche 5 : RG → RLN		Ex 7 Ex 20							■
Tâche 5 : RG → RS		Ex 7							
Tracer une représentation graphique, situation contextualisée	Ex 6 Ex 11		M1 : RT → RG		▨				
Tâche 6 :	Ex 26 Ex 27 Ex 30	Ex 31 Ex 32	M6						▨
Tâche 7 : RS		Ex 12 Ex 22 Ex 25 Ex 28 Ex 33 Ex 34						■	■
Tâche 7 bis : RLN		Ex 13							
Tâche 7 ter : RG		Ex 14							
Tâche 8 :	Ex 11	Ex 22 Ex 25 Ex 34							▨

Annexe 3 : Liste et énoncés des exercices

Ex 1

14 Soit ***f*** la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$.

Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	−3	−1	3	5
$f(x)$				

Ex 2

■ B : Des « machines » en mathématiques

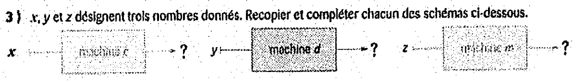
Pour transformer des nombres, un mathématicien utilise trois machines :

- une machine ***c*** qui calcule le carré du nombre introduit ;
- une machine ***d*** qui calcule le double du nombre introduit ;
- une machine ***m*** qui calcule la moitié du nombre introduit.

1) Qu'obtient-on après avoir introduit le nombre 4 dans :
a la machine ***c*** ? b la machine ***d*** ? c la machine ***m*** ?

2) Qu'obtient-on après avoir introduit le nombre (−6) dans :
a la machine ***c*** ? b la machine ***d*** ? c la machine ***m*** ?

3) *x*, *y* et *z* désignent trois nombres donnés. Recopier et compléter chacun des schémas ci-dessous.



Ex 3

4 Soit ***h*** une fonction telle que ***h***(−1) = 5.

Compléter les phrases suivantes :

« ***h*** est .... qui, à −1, fait correspondre ....

5 est .... de −1 par la .... ***h***.

−1 est .... de 5 par la .... ***h***. »

Ex 4

5 On considère une fonction ***f*** telle que :

$f : -2 \longmapsto 2$; $f : -1 \longmapsto 1$; $f : 0 \longmapsto 1$;
$f : 1 \longmapsto -1$; $f : 2 \longmapsto 2$; $f : 3 \longmapsto 0$.

1) Quelle est l'image par la fonction ***f*** du nombre :
a 3 ? b 1 ? c −1 ?

2) Donner un antécédent par la fonction ***f*** du nombre :
a −1 ; b 1 ; c 2.

3) Donner un nombre dont l'image par ***f*** est 0.

Ex 5

7 Soit ***f*** la fonction définie par :

$$f : x \longmapsto 2x - 3.$$

Déterminer l'image par ***f*** du nombre :
a 5 ; b 3 ; c 2 ; d 0 ; e −1.

Ex 6

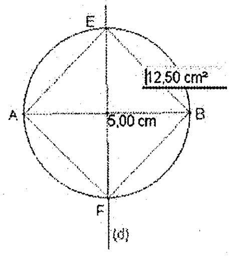
2 J'introduis le vocabulaire des fonctions

Cette activité est à réaliser avec un logiciel de géométrie.

■ A : Construction

1) Placer deux points *A* et *B*.
Tracer le segment [*AB*], ainsi que sa médiatrice (*d*).
Tracer le cercle de diamètre [*AB*].
Nommer *E* et *F* les points d'intersection du cercle et de la droite (*d*).

2) Tracer le quadrilatère *AEBF*.
Quelle est sa nature ? Justifier la réponse.



■ B : Élaboration d'un tableau de valeurs

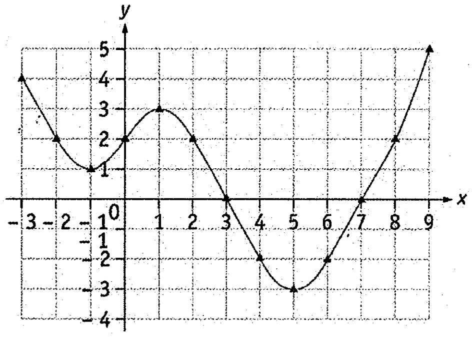
1) Mesurer la longueur *AB*. Mesurer l'aire du polygone *AEBF*.

2) Recopier et compléter, pour différentes positions du point *A*, le tableau suivant ; on arrondira l'aire de *AEBF* au dixième de cm² près.

Longueur *AB* (en cm)	2	3	4	5	6	7	8
Aire de *AEBF* (en cm²)				12,5			

Ex 7

30 Ci-dessous est représentée graphiquement une fonction ***h*** pour x compris entre -3 et 9.



Par lecture graphique, déterminer :

- a l'image par ***h*** du nombre 8 ;
- b ***h***(-1) ;
- c les antécédents par ***h*** du nombre 0 ;
- d l'image par ***h*** du nombre -3 ;
- e les antécédents par ***h*** du nombre -2 ;
- f les antécédents par ***h*** du nombre 2.

Ex 8

35 **Reims 2002**

Soit ***f*** la fonction telle que $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$.

1) Quelle est l'image de 3 par la fonction ***f*** ?

2) Déterminer l'image par la fonction ***f*** du nombre :

a -3 ; b -1 ; c $\frac{3}{4}$.

3) Rechercher un antécédent du nombre 1 par la fonction ***f***.

Ex 9

52 On considère la fonction ***i*** telle que :

$$i(x) = \frac{x-2}{x+1}.$$

1) Pourquoi le nombre -1 n'admet-il pas d'image par la fonction ***i*** ?

2) Recopier et compléter le tableau suivant :

x	4	2	1	0	-2
$i(x)$					

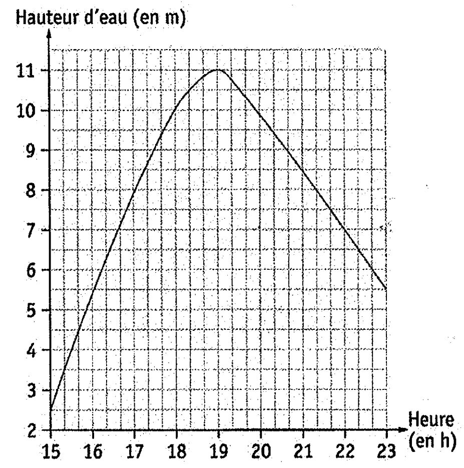
3) Utiliser ce tableau de valeurs ou un calcul pour déterminer :

- a l'image du nombre 0 par la fonction ***i*** ;
- b un antécédent du nombre 0 par la fonction ***i*** ;
- c l'image du nombre $-\frac{1}{2}$ par la fonction ***i*** ;
- d un antécédent du nombre $-\frac{1}{2}$ par la fonction ***i***.

Ex 10

38 **Rennes 1998**

Le graphique ci-dessous décrit les variations de la hauteur d'eau du port de Saint-Malo durant une période de 8 heures (de 15 h à 23 h).



Répondre aux questions à l'aide du graphique.

1) Indiquer la hauteur d'eau à 22 h 20.

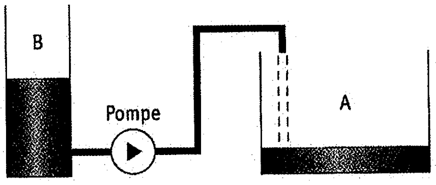
2) Déterminer la hauteur maximum de l'eau et l'heure de la pleine mer.

3) Entre quelle(s) heure(s), le niveau de la mer est-il resté supérieur à 7 m ?

Ex 11

65 **Antilles Guyane 2007**

On transfère le pétrole contenu dans un réservoir B vers un réservoir A à l'aide d'une pompe.



Le réservoir A est vide au départ.
Après démarrage de la pompe, on constate que la hauteur de pétrole dans le réservoir A augmente de 3 cm par minute.

1) Recopier et compléter le tableau suivant :

Temps (en min)	0	10	20	30	40
Hauteur du pétrole dans le réservoir A (en cm)					

2) On appelle x le temps (en min) de fonctionnement de la pompe et $f(x)$ la hauteur du pétrole (en cm) dans le réservoir A.
Parmi les trois fonctions suivantes, laquelle correspond à la fonction f :
$x \mapsto -2x$; $x \mapsto 3x + 20$; $x \mapsto 3x$?

3) Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal pour x variant de 0 à 40.
On prendra l'origine du repère en bas à gauche sur une feuille de papier millimétré.
On prendra :
- en abscisses, 2 cm pour 5 minutes ;
- en ordonnées, 1 cm pour une hauteur de 10 cm de pétrole dans la cuve.

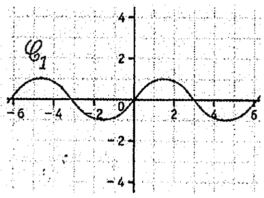
4) Déterminer graphiquement le temps nécessaire pour obtenir une hauteur de 105 cm dans le réservoir A.
On fera apparaître les tracés sur le graphique.

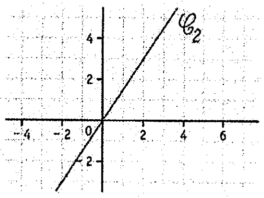
Ex 12

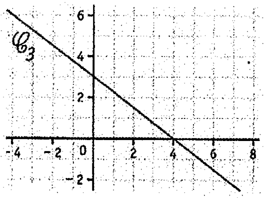
43 **a** $f : x \mapsto -5x$; **b** $g : x \mapsto 5 - x$;
c $h : x \mapsto \dfrac{5}{x}$; **d** $i : x \mapsto \dfrac{x}{-5}$.

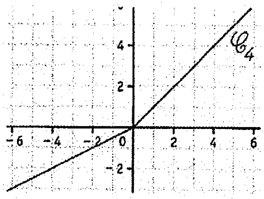
Ex 14

52 **S02** Voici les représentations graphiques de quatre fonctions. Préciser lesquelles sont des fonctions linéaires. Justifier la réponse.









Ex 13

46 Dans chaque cas, préciser si la fonction f est linéaire. Si oui, déterminer son coefficient.

a $f(x)$ est le produit de x par (-2) ;
b $f(x)$ est le produit de x par x ;
c $f(x)$ est le quotient de x par (-2) ;
d $f(x)$ est le quotient de -2 par x.

Ex 15

Soit la fonction linéaire définie par
$f(x) = -4x$.

1) Calculer l'image par f de -2.

2) Calculer l'antécédent par f de 6.

Ex 16

Soit la fonction linéaire définie par $f(x) = 6x$.

1) Calculer l'image par f de -3.
2) Calculer l'antécédent par f de -8.

Ex 17

Soit la fonction linéaire définie par

$f(x) = \frac{3}{2}x.$

Déterminer le nombre dont l'image est 5.

Ex 18

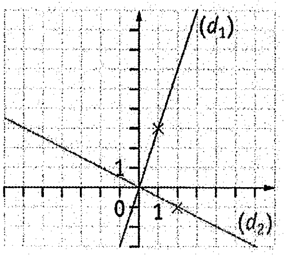
Exercice tableur

Ex 19

Exercice tableur

Ex 20

Pour les exercices 29 et 30, reproduire le graphique ci-contre. La droite (d_1) est la représentation graphique de la fonction f_1 et la droite (d_2) celle de la fonction f_2.



29 **1)** Déterminer graphiquement l'image par la fonction f_1 de :

a 2 ; **b** -1.

2) Déterminer graphiquement l'antécédent du nombre 9 par la fonction f_1.

J'ai fait apparaître les traits nécessaires.

Ex 21

31 f est une fonction linéaire telle que $f(3) = -12$. Écrire la fonction f sous la forme $x \longmapsto ax$ dans laquelle on précisera a.

Ex 22

48 Pierrot ramasse des prunes. Il perçoit 1,15 € par seau rempli.

1) **a** Déterminer la fonction f qui modélise le montant perçu en euros en fonction du nombre de seaux remplis noté x.

b Cette fonction est-elle linéaire ?

2) Calculer à l'aide de la fonction f :

a le montant perçu pour 27 seaux remplis ;

b le nombre de seaux remplis pour 57,50 €.

Ex 23

51 Un producteur vend des cerises. Monica achète 3,4 kg de ces cerises et paye 7,65 €, tandis que Samira achète 2,8 kg pour 6,30 €.

1) Sans déterminer le prix d'1 kg de cerises, calculer le prix de 6,2 kg de cerises.

2) Sofiane a payé 1,35 €.

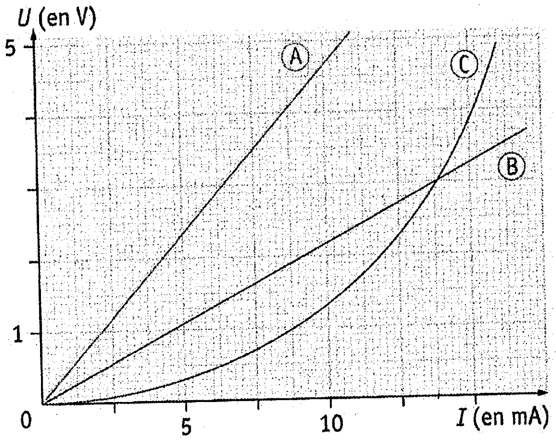
Quelle quantité de cerises a-t-il acheté ?

Ex 24

88 **Loi d'Ohm : $U = R \times I$.**

Pour un conducteur ohmique, la **tension U** en volt (V) entre ses bornes est proportionnelle à l'**intensité I** en ampère (A) du courant. Le coefficient de proportionnalité est la **résistance R** en ohm (Ω) de ce conducteur.

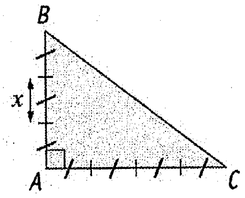
Sur le graphique, on a représenté pour chaque conducteur A, B et C, la tension en fonction de leur intensité.



Déterminer la résistance de chaque conducteur ohmique. Justifier la réponse.

Ex 25

80



1) Déterminer la fonction ***f*** qui modélise l'aire du triangle ABC en fonction de la longueur x.

La fonction ***f*** est-elle linéaire ? Justifier la réponse.

2) Déterminer la fonction ***g*** qui modélise le périmètre du triangle ABC en fonction de la longueur x.

La fonction ***g*** est-elle linéaire ? Justifier la réponse.

Ex 26

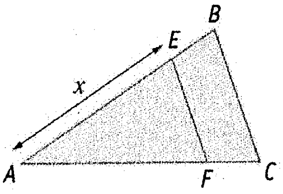
Tracer la représentation graphique de la fonction linéaire $f(x) = \frac{1}{3}x$.

Ex 27

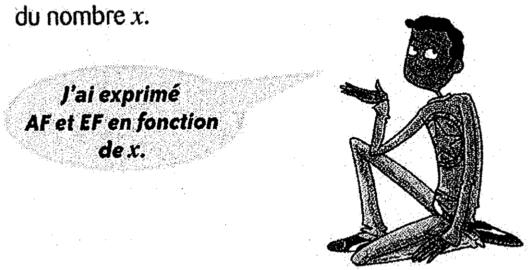
Tracer la représentation graphique de la fonction linéaire $f(x) = \frac{-2}{5}x$.

Ex 28

79 L'unité de longueur est le centimètre.
ABC est un triangle tel que : $AB = 6$, $AC = 7$ et $BC = 5$.
$E \in [AB]$; $F \in [AC]$;
$AE = x$; $0 \leqslant x \leqslant 6$;
$(EF) // (BC)$.



1) Exprimer le périmètre du triangle AEF en fonction du nombre x.



2) La fonction f qui modélise cette situation est-elle linéaire ? Justifier la réponse.
3) Le périmètre du triangle AEF est égal au tiers de celui du triangle ABC.
Calculer la valeur de x.

Ex 29

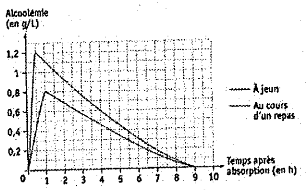
>>Je découvre
le monde des mathématiques

La sécurité routière

L'alcoolémie est le taux d'alcool dans le sang d'un individu.
L'alcoolémie varie en fonction du temps écoulé après l'absorption de la boisson alcoolisée.
Celle évolution est différente selon que l'absorption a lieu à jeun ou au cours d'un repas.


© Roulier Turiot / Photocuisine / Corbis

On obtient les deux représentations graphiques suivantes pour deux individus ayant bu la même quantité d'alcool.



1) Au bout de combien de temps après absorption de la boisson alcoolisée l'alcoolémie atteint-elle son maximum :
- ▶ chez l'individu à jeun ?
- ▶ chez l'individu qui est en train de manger ?

2) Pour un temps donné après absorption d'alcool, comparer l'alcoolémie d'un individu à jeun et celle d'un individu qui est en train de manger.
3) Indiquer la durée nécessaire à une élimination totale de l'alcool contenu dans le sang.
4) Commenter les résultats des questions précédentes.

5) En France, l'alcoolémie d'un conducteur doit être inférieure à 0,5 g/L.
- ▶ Au bout de combien de temps après absorption de la boisson alcoolisée, l'individu à jeun pourrait-il conduire ?
- ▶ Au bout de combien de temps après absorption de la boisson alcoolisée, l'individu qui a mangé pourrait-il conduire ?

Ex 30

Soit f la fonction linéaire définie par $f(3) = -2$.

1) Calculer le coefficient de f puis déterminer l'expression de f.
2) Calculer l'image de 7 par f.
3) Calculer l'antécédent de -3 par f.
4) Faire la représentation graphique de f.

Ex 31

SC2 **Pour les exercices 55 et 56,** représenter graphiquement chaque fonction.

55 a ▶ $f : x \longmapsto -3x$;

Ex 32

SC2 **Pour les exercices 55 et 56,** représenter graphiquement chaque fonction.

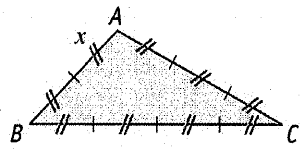
56 b ▶ $i : x \longmapsto -\frac{5}{8}x$.

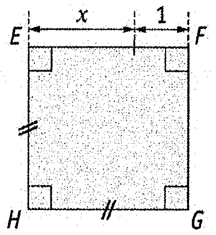
Ex 33

40 **SC1** Karima fait le plein d'essence de son véhicule. Un litre d'essence coûte 1,42 €.
On modélise cette situation par la fonction g définie par $g : x \longmapsto 1{,}42x$.
1) Dans cette définition, que représente x ?
Que représente $g(x)$?
2) La fonction g est-elle linéaire ? Justifier la réponse.

Ex 34

42





Dans chaque cas, déterminer la fonction qui modélise le périmètre de la figure en fonction de la longueur x.
Cette fonction est-elle linéaire ? Justifier la réponse.

Ex 35

61 Une augmentation ou une diminution peut être modélisée par une fonction linéaire de coefficient a. Pour chaque évolution, retrouver le coefficient de la fonction linéaire associée.

Évolution
Augmentation de 4 %
Diminution de 4 %
Diminution de 40 %
Augmentation de 4,4 %
Diminution de 40,4 %
Augmentation de 44 %

a
1,044
0,6
0,96
1,44
1,04
0,596

Ex 36

63 Au 31 décembre 2005, Microville comptait 20 000 habitants. En 2006, la population a augmenté de 10 %. L'année suivante, elle a diminué de 10 %.

1) Combien y avait-il d'habitants à Microville au 31 décembre 2007 ? Justifier la réponse.

2) Quelle a été l'évolution en pourcentage entre le 31 décembre 2005 et le 31 décembre 2007 ?

Annexe 4 : Sujets d'évaluation

Exercices en lien avec la notion de fonction dans le premier contrôle :

5. Ecrire en utilisant les notations, traduire les fonctions f et g. *(3points)*

- *la fonction f " prendre le triple et soustraire* 4"
- *La fonction* g "prendre le double du carré et ajouter 16"

Calculer l' image par f de-3 et l'image par g de-2

6. Ecrire les programmes de calcul correspondant aux fonctions suivantes *(2 points)*
   - $g: x \rightarrow \frac{x}{2} + 4$
   - $h(x) = \frac{1}{x} - 3$

Interrogation n°1 :

Enoncé droite	Enoncé gauche
$f(x) = -4x$ 1) Calculer l'image de -7. 2) Calculer l'antécédent de 5.	$g(x) = -3x$ 1) Calculer l'antécédent de -7. 2) Calculer l'image de 5.

Interrogation n°2 :

Enoncé droite	Enoncé gauche
A. Soit la fonction linéaire f définie par $f(x) = -5x$. 1) Calculer le nombre dont l'image est 8. 2) Calculer l'image de -3. B. Déterminer le coefficient de la fonction linéaire k définie par $k(-2) = 9$. En déduire l'expression de k.	A. Soit la fonction linéaire h définie par $h(x) = -7x$. 1) Calculer l'antécédent de 3. 2) Calculer l'image de -2. B. Déterminer le coefficient de la fonction linéaire j définie par $j(3) = -7$. En déduire l'expression de j.

Contrôle commun de mathématiques – 3^{ième} :

Janvier 2010

Problème :

*Dans ce problème, on utilisera le graphique et le tableau fournis dans l'****annexe****.*
Les parties A, B et C sont indépendantes.

M. Robbie Ney, professeur de SVT, a chargé trois de ses élèves (Luc, Isabelle et Pierre), d'étudier la baisse de niveau du à l'évaporation de trois liquides de couleurs différentes : un rouge, un bleu et un vert. Ils disposent d'une éprouvette graduée et remettent chacun leurs résultats à leur professeur.

Partie A : Etude du liquide rouge

Luc rend le graphique donné en annexe sur lequel il a relevé le niveau du liquide restant dans l'éprouvette au bout de plusieurs jours.

1) Quelle est la hauteur du liquide rouge au début de l'expérience ?

2) Quelle est la hauteur du liquide rouge au bout de 15 jours ?

3) Au bout de combien de jours le niveau du liquide atteint-il une hauteur de 20 mm ?

4) Au bout de combien de jours le niveau du liquide a-t-il baissé du tiers par rapport à son niveau initial ?

5) Quelle est la hauteur de liquide évaporée au bout de 5 jours ?

Partie B : Etude du liquide bleu

Isabelle, qui étudie le liquide bleu, remet à son professeur le tableau suivant comportant ses relevés.

Durée (en jours)	0	5	8	15
Hauteur du liquide bleu restant dans l'éprouvette (en mm)	150	115	94	45

En utilisant les données du tableau, représenter graphiquement ***en bleu*** la hauteur du liquide bleu restant dans l'éprouvette en fonction de la durée sur le graphique donné en annexe.

Partie C : Etude du liquide vert

Pierre, qui étudie le liquide vert, remet à son professeur la formule suivante :

$$H = 160 - 8x$$

où H désigne la hauteur du liquide vert restant dans l'éprouvette (en mm) et x le nombre de jours écoulés.

1) Quelle était la hauteur du liquide vert au début de l'expérience ?

2) Remplir le tableau fourni en annexe.

3) En utilisant le tableau que vous avez complétez, représenter graphiquement ***en vert*** la hauteur du liquide vert restant dans l'éprouvette en fonction de la durée sur le graphique donné en annexe.

Partie D : Interprétation des résultats

1) A l'aide du graphique donner la couleur du liquide qui sera évaporé complètement en premier.

2) En utilisant le graphique, déterminer au bout de combien de jours il reste la même quantité de chaque liquide.

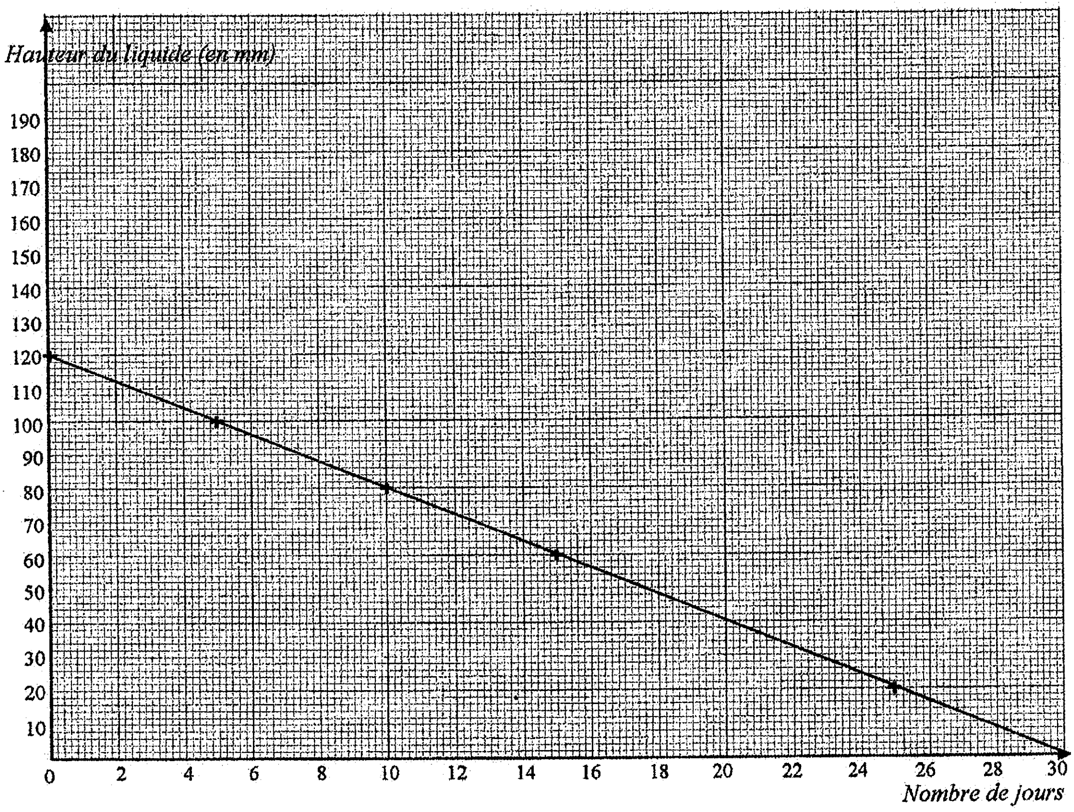
Contrôle commun de mathématiques – 3$^{\text{ième}}$:

Janvier 2010

Annexe :

Problème :
Partie C
Question 2) :

Nombre de jours x	0	4	10	16
Hauteur H du liquide vert restant dans l'éprouvette (en mm)	…………	…………	…………	…………



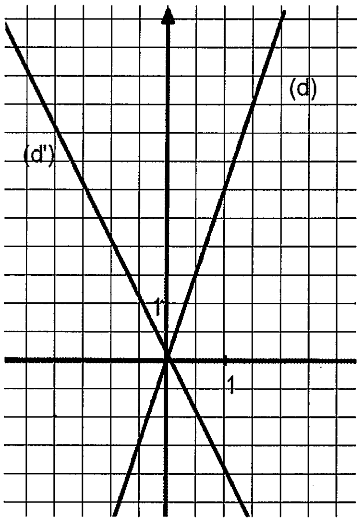
CONTROLE TERMINAL :

Exercice 1 : *(3 points)*

Soit la fonction h définie par $h(x) = -1{,}5x$.

a. Calculer $h(-1)$ $\quad h(\frac{2}{3})$

b. Trouver le nombre qui a pour image -1



Exercice 2 : *(2 points)*

Déterminer la fonction linéaire k telle que $k(-\ 3) = 5{,}4$

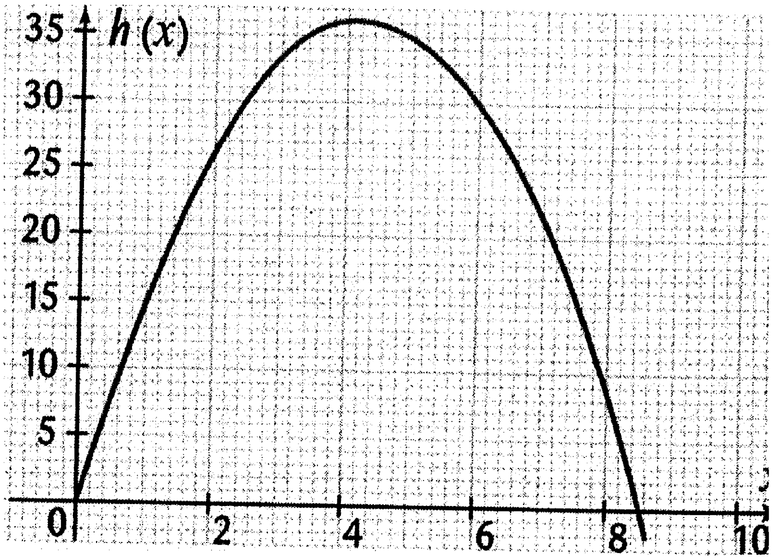
Exercice 3 : *(2,5 points)*

Soit $f\ et\ g$ les fonctions linéaires dont les représentations graphiques respectives sont $(\ d)\ et\ \ (\ d)$. Déterminer les coefficient directeur respectifs de ces deux droites en les expressions respectives de ces deux fonctions.

Exercice 4 : *(2,5 points)*

Représenter graphiquement les fonctions f et g définies par

$$f(x) = -3x \text{ et } g(x) = \frac{1}{4}x$$



Exercice 5 : *(3 points)*

On a affiché à l'aide d'un tableur, une partie de la courbe représentative de la fonction

$h: x \to x(17 - 2x)$

a) Lire sur le graphe l'image de 6

b) Les antécédents de 20

c) $h(1)$

d) La valeur de $h(x)$ qui semble être la valeur maximum

Exercice 6 : *(3 points)*

Dans un magasin, les cartouches d'encre pour imprimante sont vendues 7,5 € pièce. Sur un site t en ligne, elles sont vendues 5 € l'une mais on paie 4,5 € de livraison quelque soit le nombre de cartouches achetées.

Soit x le nombre de cartouches achetées

a) Exprimer en fonction de x le prix P_M à payer dans le magasin. Est-ce une fonction linéaire ?

b) Exprimer en fonction de x le prix P_s à payer pour un achat en ligne. Est-ce une fonction linéaire ?

Exercice 7 : *(4 points)*

Soit OAB un triangle rectangle en O tel que que OA=3cm, OB=4cm et AB=5cm

a) Soit un point M sur [OA] tel que OM = x. Par M on trace la parallèle à (AB) qui coupe [OB] en N. Exprimer ON et MN en fonction de x.

b) Déterminer le périmètre $p(x)$de OMN en fonction de x et $A(x)$ l'aire de OMN en fonction de x.

Annexe 5 : Cours prévu par l'enseignante

I Notion de FONCTION

1) Définition

On appelle fonction f le procédé qui à ~~[illegible]~~ un nombre associe un $\overset{\text{autre}}{\text{nombre}}$ ~~donné~~

$f : x \longmapsto x^2$ est une fonction.

on écrit $f : x \longmapsto x^2$ ou $f(x) = x^2$

2) Vocabulaire

Dans la fonction f $\underline{\underline{x^2}}$ est appelé l'image de $\underline{\underline{x}}$

$$f : \underset{\substack{\uparrow \\ \text{antécédent}}}{x} \longmapsto \underset{\substack{\uparrow \\ \text{image}}}{x^2}$$

$$f(\underset{\substack{\uparrow \\ \text{antécédent}}}{x}) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{image}}}{x^2}$$

3) Représentation graphique $x \longmapsto \sqrt{x}$

Soit f une fonction donnée et $\overset{\text{point}}{a}$ ~~un nombre~~
~~f : x~~ ~~a / et f(a)~~ f(a) est l'image par f de a.

Soit M (a ; f(a)) l'ensemble de ces points s'appelle la représentation graphique de f

I Fonctions linéaire

1) Définition.

a est un nombre donné et fixé, la fonction linéaire de coefficient a est définie de la façon suivante :
à un nombre quelconque x on fait correspondre le nombre ax.

on écrit $f : x \longmapsto ax$

ou $f(x) = ax$.

ex si $a = 10$ la fonction linéaire est $f : x \longmapsto 10x$

ou $f(x) = 10x$

si $x = 3$ $f(3) = 10 \times 3$ ou $3 \longmapsto 10 \times 3$

$f(3) = 30$ $3 \longmapsto 30$

on dit que 30 est l'image de 3

ax est l'image de x

inversement 3 est l'antécédent de 30

ou x est l'antécédent de ax.

2) Propriété

si deux grandeurs sont proportionnelles alors l'une est une fonction linéaire de l'autre

exemple : 1,020 est le prix de l'essence par litre

$p(x) = 1{,}020\,x$

$p : x \longmapsto 1{,}02x$

x nombre de litre

$1{,}02x$ prix à payer en €

le prix à payer est une fonction linéaire du nbre de L

~~3) Représentation graphique d'une fonction linéaire~~

3) Déterminer l'image, déterminer l'antécédent

Soit $f(x) = 10x$ la fonction linéaire de coefficient 10

- déterminer l'image de 3

$$f(3) = 10 \times 3$$
$$f(3) = 30$$

l'image de 3 est 30

- Déterminer l'antécédent de 9

$$f(x) = 9$$
$$10x = 9 \quad \text{donc} \quad x = \frac{9}{10}$$

l'antécédent de 9 est $\frac{9}{10}$

4) Représentation graphique d'une fonction linéaire

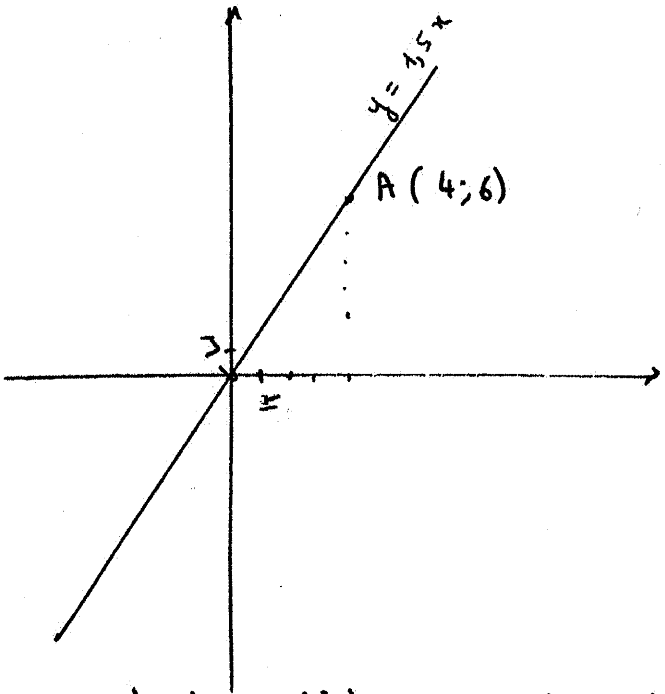
La représentation graphique de la fonction linéaire de coefficient a est une droite passant par l'origine du repère.

On dit que a est le coefficient directeur de la droite exemple :

Soit $f(x) = 1,5x$

la représentation graphique de la fonction linéaire $f(x) = 1,5x$ est la droite d'équation $y = 1,5x$ qui passe par l'origine du repère et par le point A : (si $x = 4$ $y = 1,5 \times 4 = 6$)

A(4;6)



5) fonction linéaire et pourcentage :

- prendre n% d'un nombre x $x \longmapsto \frac{n}{100} \times x$
- augmenter de n% un nombre x $x \longmapsto x\left(1 + \frac{n}{100}\right)$
- diminuer de n% un nombre x $x \longmapsto x\left(1 - \frac{n}{100}\right)$

exemple :

- Dans un collège de 650 élèves 40% sont des garçons

  nombre de garçons : $\frac{40}{100} \times 650 =$

  le nbr de garçons est ______________

- Un journal coûte 1,20 €, il est augmenté de 5%

  prix du nouveau journal $1,20 + 1,20 \times \frac{5}{100}$

  $= 1,20 \left(1 + \frac{5}{100} \right) =$

  le prix du journal est ______ = ______

- Un bande de tissu de 1,50m a rétréci de 12% au lavage

  longueur après lavage $1,50 - 1,50 \times \frac{12}{100}$

  $1,50 \left(1 - \frac{12}{100} \right)$

  $= 1,5 \times 0,88$

  $= 1,32$

  La longueur après lavage est de 1,32 m.

Annexe 6 : Cours noté dans le cahier élève

FONCTIONS _ FONCTIONS LINEAIRES.

I Notion de fonction

1) Définition

On appelle fonction le procédé qui à un nombre associe un autre nombre.

Exemple : Soit la fonction f : "prendre le carré et soustraire 5".

$f(x) = x^2 - 5$

On peut aussi écrire :

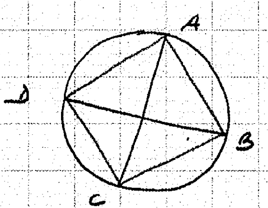
$f : x \longmapsto x^2 - 5$

2) Vocabulaire

$$\underset{\text{Nom de la fonction}}{f} : \underset{\text{antécédent}}{x} \longmapsto \underbrace{x^2 - 5}_{\text{image}}$$

3) Représentation graphique

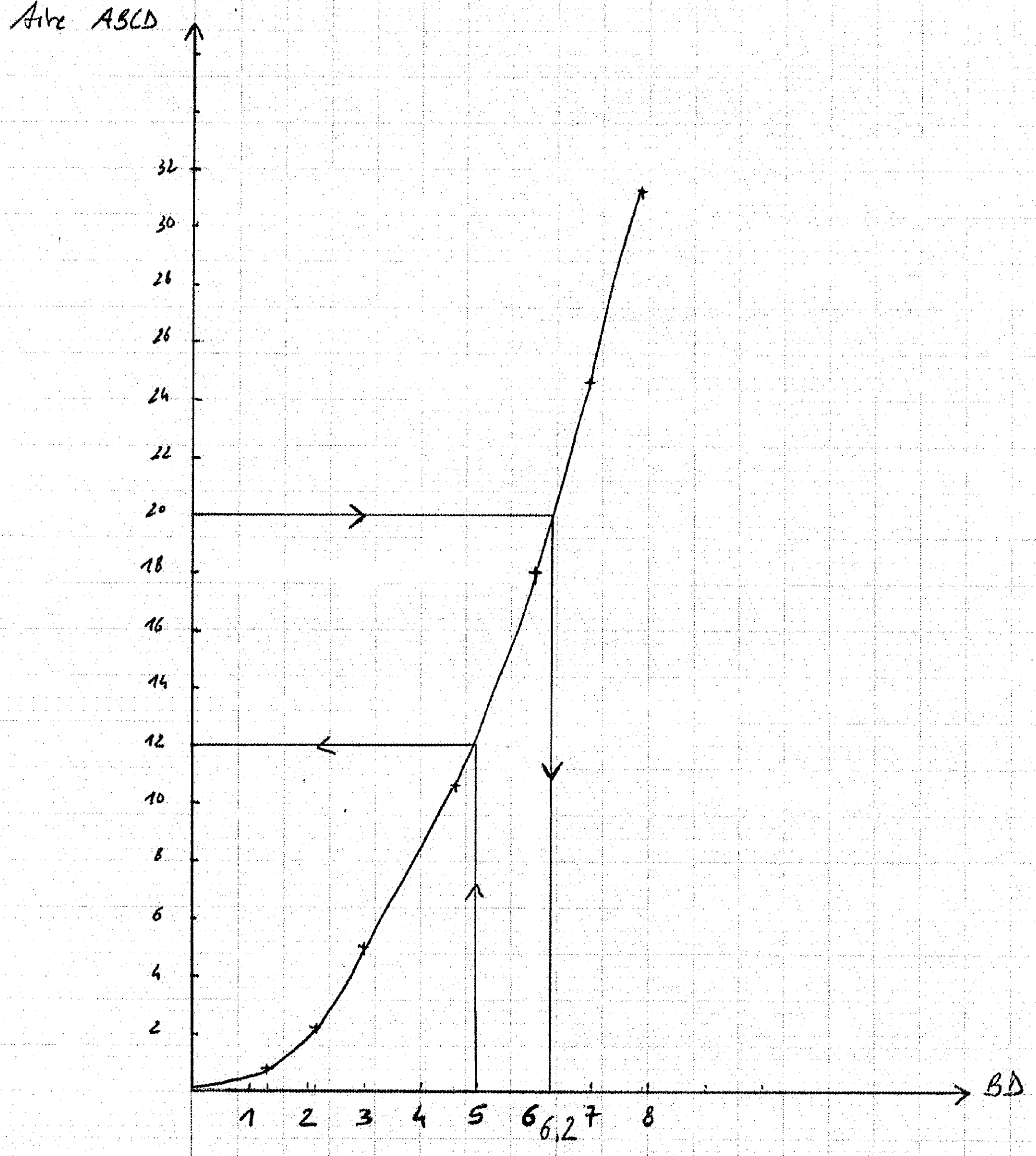
Voir act n° 2 p 125.



Envisageons la fonction $\mathcal{A}$ qui à la longueur du diamètre [BD] associe l'aire du carré ABCD.

A l'aide des données de Cabri-Géomètre, faisons un tableau de valeurs.

BD en cm	1,30	2,1	3	4,6	6	7	7,9
$\mathcal{A}_{ABCD}$ en cm²	0,84	2,20	4,51	10,6	18	24,52	31,21



- Par lecture graphique, pour un diamètre de 5 cm, l'aire du carré est environ 12 cm².
L'image de 5 est 12 par la fonction A.

- Par lecture graphique, pour une aire de 20 cm^2, le diamètre [BD] mesure environ 6,2 cm. L'antécédent de 20 est 6,2 par la fonction $\mathcal{A}$. Le nombre dont l'image est 20 est 6,2 par la fonction $\mathcal{A}$.

II Cas particulier : les fonctions linéaires.

1) Définition

a étant un nombre donné et fixé, différent de 0 on appelle fonction linéaire de coefficient a, la fonction qui à x associe $a \times x$.

Exemple : $s(x) = -\frac{5}{10}x$ est une fonction linéaire de coefficient $-\frac{5}{10}$.

2) Propriété

Toute situation de proportionnalité de coefficient de proportionnalité a correspond à une fonction linéaire de coefficient a.

3) Calcul de l'image d'un nombre par une fonction linéaire

Soit s la fonction linéaire définie par $s(x) = -\frac{5}{10}x$

Calculer l'image de 2 :

$$s(2) = -\frac{5}{10} \times 2$$

$$s(2) = -\frac{10}{10} = -1$$

L'image de 2 par s est -1.

4) Calcul de l'antécédent

Soit la fonction linéaire f définie par $f(x) = -\frac{5}{10}x$
Déterminer l'antécédent de -7.
(ou déterminer le nombre qui a pour image -7.)

$$f : x \longmapsto -\frac{5}{10}x$$
$$x \longmapsto -7$$

$$f : \underset{\substack{\nearrow \\ \text{antécédent}}}{x} \longmapsto \underset{\substack{\uparrow \\ \text{image}}}{-\frac{5}{10}} x$$

$$-7 = -\frac{5}{10}x$$

$$-\frac{5}{10}x = -7$$

$$x = \frac{-7}{-\frac{5}{10}} = -7 \times \frac{-10}{5}$$
$$= \frac{-70}{-5}$$
$$= 14$$

L'antécédent de -7 est 14.

5) Détermination du coefficient, une image et son antécédent étant donnés.

Soit f une fonction linéaire, soit x_1 un nombre et $f(x_1)$ son image
le coefficient a de la fonction est égal à $\frac{f(x_1)}{x_1}$.

Exemple : Déterminer le coefficient de la fonction linéaire f définie par $f(-4) = 6$

Si $x_1 = -4$, alors $f(x_1) = 6$

donc $a = \frac{f(x_1)}{x_1}$

$a = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$

La fonction linéaire f s'écrit sous la forme $f(x) = -\frac{3}{2}x$.

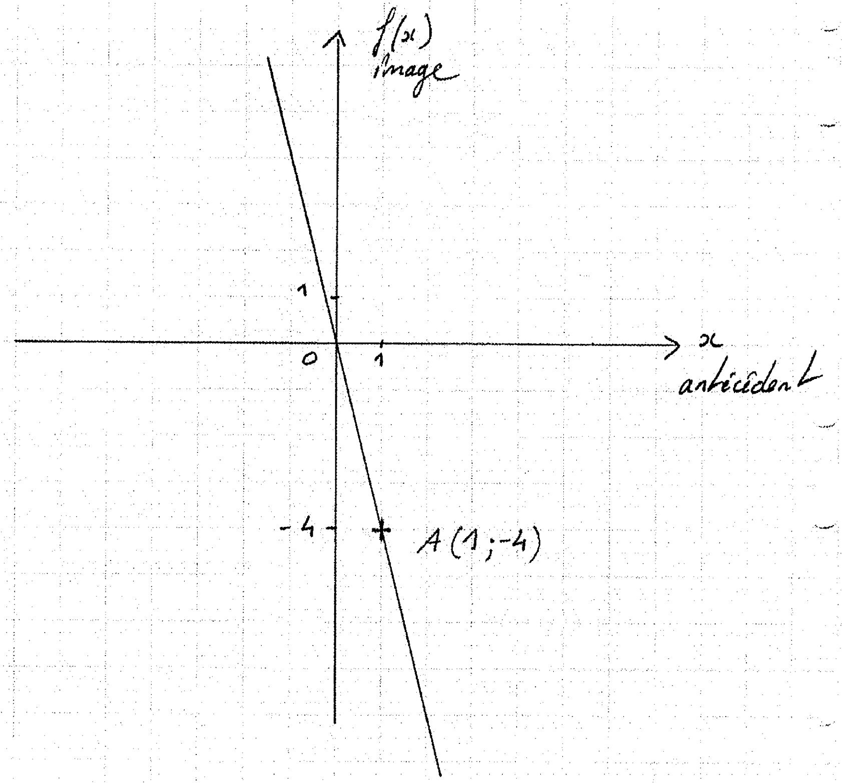
III Représentation graphique d'une fonction linéaire.

Dans un repère, la représentation graphique de la fonction linéaire f définie par $f(x) = ax$ est une droite qui passe par l'origine
a s'appelle le coefficient directeur de la droite

Exemple :
Tracer la représentation graphique de la fonction linéaire $f(x) = -4x$.

antécédent	x	0	1
image	$f(x) = -4x$	0	-4

Dans le repère, la représentation graphique de la fonction f est la droite passant par l'origine et par le point $A(1 ; -4)$.


f(x)
image
1
0
1
x
antécédent
-4
A(1;-4)

Annexe 7 : Entretien n°1 avec l'enseignante :

MC : Est-ce que vous pouvez me parler un peu du socle commun, de ce que vous mettez derrière ?

P : Ben... Socle commun, socle commun... On n'a pas trop de bases costauds dessus, enfin si, on a des données qui sont c'qu'elles sont mais que je trouve pas très... et puis qu'on a finalement depuis peu, donc nous on avait essayé de réfléchir au collège sur des grilles d'évaluation, alors moi ça fait trois, quatre ans que je travaille dessus et depuis j'ai une collègue, on s'y est mis en parallèle toutes les deux depuis deux ans.

MC : Madame S. c'est ça ?

P : Oui, donc on a des grilles d'évaluation qui sont trop détaillées. Enfin on a vu l'inspectrice qui nous a dit qu'elles étaient... Par rapport au socle commun, qui sont trop détaillées, mais dont j'aime bien la pratique parce que, à chaque contrôle, on annonce aux élèves sur quoi on va travailler, enfin où se positionnent les questions, et ça fait une double notation, on marque acquis ou non acquis sur les notions travaillées. Et eux ils ont, donc c'est sur le texte du contrôle et donc après, ils le reportent sur une grille qui est, c'est sur l'année, ils reportent leurs croix et si c'est vert c'est acquis et si c'est rouge, c'est non acquis. J'crois que madame S. a fait l'inverse, mais c'est pas grave. Voilà. Donc ils ont une vue globale normalement sur l'ensemble des notions travaillées...euh... et si on le fait plusieurs fois, ils voient si ils progressent ou si ils progressent pas. Donc ça, on le fait, avec le report par les élèves et une vue globale annuelle, on fait ça depuis deux ans, enfin c'est la deuxième année où on le fait.

MC : Sur tous les niveaux ?

P : Oui, sur tous les niveaux. Oui. 6ème, 5ème, 4ème, 3ème. Alors maintenant, ce qu'on voulait faire, c'est réussir à le faire coller sur le socle, sachant que le socle, y'a oui ou non, hein, grosso modo, ...euh, en maths, donc on a ... pour l'instant au collège, on va essentiellement travailler, enfin on va valider le socle en 4ème, pour qu'il soit validé en 3ème l'année prochaine, donc on commence par le niveau 4ème et l'année prochaine je pense qu'on fera 4ème/3ème et puis petit à petit, peut-être qu'on fera 5ème, enfin cette année c'est 4ème et donc sur les 4ème, on a regardé dans nos grilles d'évaluation comment on pouvait valider spécifiquement ce qui est demandé dans le socle et donc on s'est dit qu'on le mettrait en gras et donc pour l'instant on a mis à côté les notions du socle qui correspondaient et donc c'est sur ces parties particulières du socle qu'on validera le socle.

MC : Donc vous avez gardé les mêmes grilles et l'idée...

P : L'idée c'est de faire ressortir les notions du socle. Mais bon, on part un peu de travers parce que moi, quand j'ai commencé à réfléchir là-dessus, c'était au début où on nous disait de travailler sur le socle et j'avais cette idée, et donc j'avais décidé, comme on savait pas c'que c'était, de morceler le programme en petites parties et de voir par élève ce qu'ils savaient faire, donc on était essentiellement partie sur les notions du programme et pas sur la globalité du socle, c'est pas tout à fait... C'est pas du tout le même esprit. Donc maintenant, il faut qu'on arrive à ... J'aime bien ce qu'on a mis en place en plus parce que, maintenant qu'on est bien rôdé, enfin, qu'on est rôdé dessus, moi j'ai pas trop envie de m'en priver, je trouve que c'est sympa que les élèves puissent visualiser ce qu'ils savent faire ou pas faire, mais on n'est pas tout à fait... On n'est pas dans l'esprit du socle.

MC : L'esprit du socle, vous le verriez plutôt comment alors ?

P : Ben il faut plus le globaliser... Pour moi, il est plus globalisé. Et puis dans l'esprit du socle, y'a la participation des élèves, y'a des notion auxquelles... pour l'instant, on n'attache pas assez d'importance, enfin y'a toute cette partie travail oral, etc.,sur lequel on ... Nos grilles ne travaillent pas du tout là-dessus.

MC : D'accord. Est-ce que vous avez l'impression que cette réflexion que vous avez eu par rapport au socle a modifié un peu vos pratiques d'enseignantes concrètement, au jour le jour, dans la classe ?

P : Ah, oui, oui, ça change, ça change forcément. Ça change forcément depuis que j'ai bien relu le socle, ça change forcément sur la meilleure participation des élèves. Et la mise en place, essayer de faire participer le maximum d'élèves, mêmes ceux en difficulté. Pourtant, c'était un truc auquel je... je suis sensible et j'essaie toujours de les mettre en valeur ces élèves en grande difficulté, mais c'est vrai que le socle, il insiste, je trouve, beaucoup dessus, c'est là-dessus qu'il faut qu'on travaille en particulier.

MC : D'accord. Et par rapport à la notion de fonction ?

P : Alors sur la notion de fonction, j'ai rien changé à ce que je fais d'habitude. Enfin... La notion de fonction, de toutes façons, elle est récente, hein. Donc... C'est la deuxième année, j'crois, qu'on présente la notion de fonction, il me semble, hein, le programme il a deux ans. Donc sur la notion de fonction, c' est un programme qui est relativement neuf . Donc nous, on travaille la fonction, alors par rapport au socle... De toutes façons, j'garde mes pratiques... mes pratiques, euh, pédagogiques traditionnelles, pour l'instant, j'ai pas... Elles vont évoluer tout doucement. J'ai pas envie de faire de grandes révolutions. Donc sur le socle, on va gérer comme je l'avais gérer à peu près l'année dernière. Alors les notions de fonction, ceci dit, j'les ai un peu introduites tout doucement parce que la fonction, c'est un truc que les élèves ils ont du mal à assimiler, alors on a déjà tracé avec eux la parabole quand on a fait la notion de racine carrée, et donc on a déjà parlé, oralement, de notion d'image, d'antécédent, avec la notion de ... Et, euh... Y'a une classe, on a tracé sinus, cosinus, tangente, quand on a fait la trigonométrie, et dans l'autre classe, j'ai pas eu le temps de le faire. De toutes façons, ça se fait au moment... D'un seul coup on se dit, tiens, on a un peu de temps, on va le faire. Et donc dans l'autre classe on a fait... J'ai deux 3ème hein, donc une 3ème, on a fait... en fonction... sinus, cosinus, tangente, et l'autre 3ème on a tracé... euh... la racine carrée, la fonction racine carrée. Pareil, on a mis en place un peu ce vocabulaire, mais à l'oral, juste pour... comme je dis, planter une petite graine. Qu'ils commencent à réfléchir. Voilà. C'est tout ce qu'on a ... déjà réfléchi un petit peu à cette notion de fonction comme ça. Et puis , comme je sais que la fonction ça pose problème, normalement, dans tous niveaux, quand on rencontre une expression, quand on veut calculer un périmètre en fonction d'une lettre, toujours je dis ben on va l'écrire P de x égal pour qu'ils aient un peu cette notation qui leur semble... en 3ème d'un seul coup... alors quand on l'explique en 5ème ça passe tout seul, et en 3ème d'un seul coup, on invente un truc qui leur semble désespérément difficile. Voilà. Donc c'est... petit à petit y'a des petites choses qu'ont été...voilà...sur lesquelles, on a déjà un peu réfléchi. Bon... on commence la fonction, normalement demain.

MC : Est-ce qu'il y a des difficultés particulières que vous ciblez chez vos élèves, par rapport à la notion de fonction ?

P : Pour les fonctions ? Ah, tout. Tout est difficile. A chaque fois c'est difficile. A chaque fois la... l'espèce de transformation qui fait fonction d'un nombre, on passe à un autre nombre, ça leur pose des difficultés. On a beau prendre toutes les images qu'on veut, ça leur pose des difficultés...euh... La notation, ça leur pose des difficultés, la lecture graphique leur pose des difficultés en 3ème alors qu'en 4ème, 6ème, dans les autres niveaux, quand on présente ça, tranquillement ça... une lecture graphique leur pose pas de problème... Dès qu'on parle de fonction, ça devient... ça devient... infernal pour eux. Et puis après, quand on rentre ponctuellement dans les difficultés, c'est le calcul de l'antécédent, bien évidemment. C'est à partir de là. Au début, tout se positionne bien. On parle... On raconte sa petite histoire, la fonction, l'image, ils sont contents, on trace un graphe, tout le monde est content, et puis quand on arrive sur le calcul de l'antécédent, tout le monde se cache sous la table et puis tout est perdu. Y'a plus rien. Y'a plus d'image. Y'a plus rien. Tout le monde est perdu. C'est... Voilà.

MC : D'accord. Donc vous avez déjà un peu préparé le terrain dans les années précédentes.

P : J'essaie de préparer au maximum le terrain. Comme je sais que ça leur pose des difficultés, de toutes façons, la fonction, là on l'a étendue, elle est un peu plus étendue avec les nouveaux programmes, mais fonction linéaire et fonction affine, elle était… On l'savait qu'ça posait des difficultés, c'est un truc qui a toujours posé, enfin qui nous pose des difficultés avec nos élèves, j'sais pas si c'est comme ça dans tous les collèges, donc comme je sais que ça pose des difficultés, j'essaie de préparer le terrain, dès que je peux. Dès que je peux, je pars, j'essaie de mettre en place un petit peu cette notion de fonction.

MC : Donc, en amont, vous disiez, écrire des expressions en fonction de…

P : Ben, en amont, non, parce que je peux pas parler de fonction, mais, en amont, déjà introduire la notation P de x pour le périmètre ou A de x pour l'aire ou je sais pas quoi. Ça c'est dans les classes 5ème/4ème, parce que 6ème, ça fait longtemps que j'en ai pas eu finalement et puis euh… en lecture graphique, quand on fait… là par exemple, en 5ème, on met en place les coordonnées des points, je suis bien vigilante à ce que abscisse et ordonnée ce soit bien installé dans leurs têtes, etc. Plus particulièrement depuis que je me rends compte de la grosse difficulté de mes 3èmes.

MC : C'est quelque chose que vous continuer à travailler en 4ème ?

P : Ah ben oui, on l'travaille en 4ème. Là par exemple on va faire… Là j'commence avec les 4èmes la proportionnalité, c'est sûr qu'on va faire des lectures graphiques. C'est sûr oui. Avec eux.. J'ai pas bien en tête, mais… Déjà on trace des droites, et puis je vais tracer une aire ou un truc comme ça pour qu'ils voient qu'il y a pas que des droites et c'est eux qui vont la tracer. On va… On va ébaucher un petit vocabulaire qui sera pas noté dans le cours, mais oui, on va commencer à en discuter.

MC : D'accord. Et par rapport à la notion de fonction après la 3ème, vous voyez ça comment ?

P : Moi, je vois pas grand-chose, parce que nous, on n'a pas beaucoup de visibilité sur l'après 3ème. Si, on rencontre régulièrement les profs de 2nde, mais… euh… Chacun sa misère….

MC : Vous avez un retour d'eux, justement, sur cette problématique particulière ?

P : On a un retour, oui, d'eux sur les fonctions, oui, ben … On a, on s'échange… On a la chance d'être bien épaulé par nos inspecteurs et euh… On fait régulièrement des liaisons 3ème/2nde, donc on en a eu une avant les vacances de Noël, là. Et oui, c'est des choses qui leur posent des difficultés. Ils disent que ça va mieux, ceci dit, il me semble, depuis qu'on a abordé la notion de fonction, c'était plus facile pour eux.

MC : Depuis l'année dernière ?

P : Mais leur programme s'est aussi allégé en parallèle. Donc…euh… Est-ce que ça va mieux parce que leur programme s'est allégé et qu'ils ont plus le temps de… Ça j'en sais rien.

MC : Oui c'est possible…

P : Parce que… Parce que, leur misère sur la factorisation, elle est toujours la même, pourtant, on travaille la factorisation…euh… Quand ils nous disent qu'ils savent plus développer, factoriser, on s'arrache les cheveux, parce que, Dieu sait si on y passe du temps, et euh… et que… on essaie de les larguer fin prêts pour aborder le programme de 2nde et puis le prof de 2nde y nous dit ils savent pas, ils savent pas. Pourtant ils savaient… Enfin en 3ème, on a tout fait pour qu'ils arrivent.

MC : Par rapport au temps, sur la notion de fonction, vous avez prévu de le traiter comment ?

P : J'ai prévu dans ma progression, 15 jours, 3 semaines. Fonctions/fonctions linéaires. Pas plus. C'est pour ça que… C'est pour ça que j'ai commencé un peu à l'aborder quand on a fait la racine carrée, qu'il y ait des petites choses qui rentrent en aval, mais non, pas plus, parce que si on veut réussir à caser tout le programme... Moi c'était M. M. que j'avais eu en formateur, gnin gnin gnin gnin... le programme il s'divise, y'a tant de chapitres… Si on veut tout faire rentrer, ça fait ça, ça fait ça… Donc moi j'ai gardé, ce qu'on m'a appris il y a quelques années….

MC : Trois semaines, ça fait 12 heures de cours à peu près ?

P : Trois semaines, ça fait pas tout à fait 12 heures de cours…Ça fait euh… Parce que dedans il y a des contrôles… Y'a des devoirs qu'on corrige, j'ai pas comptabilisé en heures de cours, oui ça fait une douzaine, une dizaine d'heures. Sachant que on fait fonctions/fonctions linéaires et puis après, on sépare, on refait fonctions affines après, donc y'a encore 15 jours à 3 semaines, donc on multiplie par deux.

MC : Donc là, 3 semaines uniquement sur fonctions /fonctions linéaires ?

P : Voilà, 15 jours/trois semaines là-dessus, et puis on recommence. On laisse décanter et puis on recommence fonctions affines. Et puis on remet en route image, antécédent pour euh... Y'a deux...

MC : Et donc fonctions affines, vous avez l'intention de le traiter à quel moment ?

P : Alors normalement dans mon programme, je fais fonctions, j'ai un chapitre entre les deux, je sais plus si c'est les probas ou le PGCD, l'arithmétique, je me souviens plus. C'est pas difficile, il suffit de regarder ma progression... C'est euh... J'ai un chapitre entre les eux, il me semble. Pas plus. On a une progression commune avec Mme S., enfin non, à peu près avec les profs de maths mais euh... On s'applique surtout avec Mme S. à faire une progression commune, je vais vous dire ça, dans mon bazar, $3^{ème}$, voilà, donc là y'a fonctions linéaires, arithmétique et fonctions affines, voilà.

MC : Donc avant les vacances de février normalement...

P : Ouais normalement avant les vacances de février ça doit être réglé. Et après, comme on travaille sur Anabrevet etc., parce que j'essaie, enfin dans la mesure du possible, par semaine de leur faire amener leur Anabrevet. Alors si vous les interrogez, ils vont vous dire ça fait longtemps qu'on n'a pas travaillé sur Anabrevet mais normalement oui, et donc à chaque fois, maintenant qu'on va avoir les fonctions, très vite je vais leur donner des problèmes avec... sur Anabrevet avec les fonctions. Déjà je leur en ai donné un petit peu, si c'est vrai, j'avais fait un contrôle de deux heures, là, où j'ai mis en place des tracés de droites et des lectures graphiques. Ben c'est pas difficile, j'veux dire, il suffit de faire faire un tableau, de dire tracer la droite. Ça n'a pas été une grande... une grande réussite. Et sur le contrôle commun, là, qu'on a préparé, c'est pour la semaine prochaine, c'est un secret, hein, faut pas le dire, sur le contrôle commun, c'est pareil, on a fait, alors qu'on n'a pas...

MC : C'est un contrôle commun à tous les profs de $3^{ème}$?

P : Tous les profs de $3^{ème}$, alors on va le faire, pas cette semaine là, du 16 au 23, donc moi j'aurais abordé les fonctions, mais...euh... les autres profs... J'serais... Enfin y s'ront, on aura abordé sans trop aborder parce que c'est, c'est... y'a un delta là, on s'ra dans le début donc, on a juste fait des tableaux avec euh, y'a déjà une droite de tracée et puis on a fait retracer deux droites je crois avec des tableaux enfin, dans un premièrement on fait une droite, ils auront une droite, il faudra qu'ils fassent la lecture de la droite vers le tableau, et puis dans une deuxième question, on leur fera faire un tableau et ils devront tracer la droite. Voilà.

MC : D'accord.

P : Mais c'est pas spécialement... oui c'est un peu fonctions. Si, et puis on a mis un exercice sur les fonctions, images, antécédents, avec une... c'est une parabole je crois qui...oui c'est une parabole qu'on a choisi. Sur un texte concret, je sais plus ce que c'est, la chute d'un objet. Non, c'est pas une parabole, c'est une... j'sais pas comment ça s'appelle, une courbe de racine carrée. Et ils devront faire une lecture graphique. Voilà. Ça se sera sur le programme du contrôle commun.

MC : D'accord. C'est un contrôle commun d'une heure ?

P : Deux heures. C'est un petit brevet blanc. C'est pas un brevet blanc parce qu'il y a que français et maths, y'aura pas histoire/géo. Le brevet blanc il aura lieu j'sais pas... par là, avril. On en fait un où il y a les trois épreuves, officiel, et là, on appelle ça contrôle commun parce qu'on regroupe les épreuves de maths et français sur 2 ou 3 jours et ils ont leurs cours autour.

MC : Et donc j'imagine que dans le brevet blanc du mois d'avril vous remettrez...

P : On remettra une fonction, ça c'est sûr. Parce que là, c'est un peu une ébauche donc on mettra une fonction c'est sûr.

MC : Par rapport aux classes de $3^{ème}$, vous en avez deux, donc je vais en suivre une particulièrement...

P : Comme vous voulez, vous pouvez suivre les deux ou une particulièrement.

MC : Il n'y a pas une classe avec qui vous avez déjà commencé les fonctions ?

P : Oh, j'suis en parallèle. Non, non, j'ai pas commencé les fonctions. Aucune. J'espérais commencer aujourd'hui avec une classe, mais j'ai pas commencé, on était sur les équations-produits et l'équation x au carré égal a et j'me suis dit y'a pas d'urgence, ça patauge suffisamment comme ça, on va terminer l'heure tranquillement là-dessus et je pense commencer demain avec eux. Et l'autre classe, l'autre classe, je verrais ce que ça donnera au vu des corrections d'exercices, parce que, au retour des vacances de Noël, ils se rappellent plus de rien, alors...

... mise en place des horaires de chaque classe...

MC : Je vais en suivre une plus particulièrement...

P : La 3ème 4, elle est surement plus active que la 3ème 1. La 3ème 1, elle est assez passive, mais ils sont gentils c'est des.... c'est des élèves lambda, euh, la 3ème 4, elle est un peu plus forte, et un peu plus active, la 3ème 1... ils sont gentils.. ça n'a pas d'importance.

... mise au point sur les vidéos et le droit à l'image...

P : Moi ça m'est égal, venez voir les deux heures, comme ça vous choisirez votre classe. La 3ème 1, elle est particulièrement léthargique et elle bouge pas, donc c'est pas une classe euh... C'est une classe qui travaille pas beaucoup et qui gobe gentiment ce que je leur dis, il faut pas qu'ils entendent ça... ils gobent. Mais bon, ils sont pas très dynamiques. La 3ème 4 est... un peu plus... un peu plus tonique. Voilà.

MC : Et au niveau de leurs résultats ?

P : La 3ème 4 est un peu meilleure, oui. Oui, la 3ème 4 est meilleure. Maintenant la 3ème 4 y'a des latinistes et des élèves qui font allemands euh... Comment ça s'appelle... section européenne, donc il y a quelques élèves plus costauds oui.

MC : Sinon les classes sont constituées de façon hétérogène ?

P : Très hétérogène oui, tout à fait, y'a de très bons élèves aussi en 3ème 1 et des grandes difficultés en 3ème 1, et des élèves en difficulté en 3ème 4. Non, non, c'est le même euh.. C'est le même profil général de classe. La 3ème 4, j'vous dis, elle est... elle me semble un peu plus active, un peu plus remuante, donc, mais bon... vous me direz. Ça m'est égal moi en fait.

MC : Par rapport à ce que vous avez prévu de faire sur la notion de fonction, est-ce que vous avez déjà un peu défini les choses ?

P : Oui, j'vais attaquer, j'ai amené le livre, j'vais attaquer par une activité du livre, tout bonnement, j'vais faire ça parce que je lutte contre les photocopies exhaustives, donc euh... Voilà.

MC : Le livre, c'est le Phare 3ème, nouvelle édition ?

P : Oui, c'est la nouvelle édition. En plus comme on l'a sur TNI, ça permet de ...

MC : TNI ?

P : C'est le tableau numérique interactif. Ça permet de projeter les... Bon, c'est mieux de l'avoir. Donc là, je vais commencer mais je sais pas si je vais vraiment... Je vais pas m'attarder sur le coup des machines, parce que j'ai peur que ça les perde, donc j'crois que je vais attaquer directement sur cette activité là, en leur disant que c'est une machine quand même qui transforme le x en 3x et puis on va travailler là-dessus, voilà... J'vais commencer par cette activité là et puis j'vais prendre le pouls... Et puis après je f'rais peut-être celle-ci, oui, j'attaquerai celle-ci, et puis après on s'mettra dans des exercices du livre, à base d'images, d'antécédents, de lectures graphiques pour qu'ils aient bien la notion d'images, d'antécédents. On va faire ça un certain nombre... pendant une bonne semaine, et puis après j'attaquerai les fonctions linéaires, j'y suis déjà restée hein... Donc, le fait qu'y ait 3x ou 15 j'mettrais un x au carré ou une racine carrée, je broderai autour de ça.

MC : Ah oui, après avoir fait cette activité là, un prolongement…

P: Oui, un prolongement, enfin vous verrez… Vous verrez bien. Voilà.

MC : Et après…

P : Après, ça c'est bien parce que ça permet de remettre Cabri-Géomètre donc euh… surement j'vais l'faire.

MC : Vous utilisez beaucoup…

P : Ben dans la mesure du possible, ouais. Dans la mesure du possible, j'essaie de l'utiliser au maximum pour que… comme euh… on n'a, ben on n'a pas trop le temps d'aller en salle multimédia, le programme il est lourd et euh… donc euh…avec la classe j'y vais euh… trois quatre fois… d'ailleurs sur les fonctions on va y aller. D'ailleurs on a déjà, j'ai oublié de vous le dire, on a déjà travaillé une représentation graphique… Qu'est-ce que c'était ?... Ah, non, non, non… c'était un diagramme en bandes, on n'a pas eu le temps de faire la f.., de tracer une droite. Mais j'vais y aller en salle multimédia, pour leur faire tracer des courbes, pour qu'ils voient, avec Excel, et voilà. Et donc là, ça permet d'avoir Cabri-Géomètre, donc, j'sais pas si je f'rais ça demain ou après demain.

MC : Donc là, Cabri-Géomètre, vous les emmener en salle multimédia…

P : Ah non, là Cabri-Géomètre, je projette, je projette. Eventuellement, j'fais passer un élève au tableau, ça dépend, si on avance ou pas, pour que, déjà… Ça leur permet de manipuler Cabri-Géomètre, déjà donc euh… Donc j'en fait… J'essaye… J'ai surtout fait en 4ème pour l'instant parce qu'avec les 3ème… Mais j'frais peut-être passer quelques, un ou deux élèves au tableau pour qu'ils fassent la construction, qu'ils mettent en place les mesures, et après, après, on… on gèrera ça, et après on mettra en place la notion de fonction.

MC : D'accord. Et par rapport aux élèves que vous avez diagnostiqué comme étant plus en difficulté, vous disiez que c'était plus à ces élèves là qu'était destiné le socle, si j'ai bien compris, est-ce que vous avez pensé des choses particulières par rapport à …

P : Non, non. Ben, je sais pas. Non, non. J'espère… J'aimerais bien que ces élèves là, ils adhèrent à la notion de fonction parce que, quand on leur donne un exercice, de passer d'un tableau à une représentation graphique ou de faire des lectures, normalement, ça devrait être des choses qui les branchent, mais malheureusement… Ça les branche pas, si, enfin, ça fait deux ans que, à chaque fois j'suis déçu. Et par exemple le contrôle que je leur avais fait, au contrôle euh de deux heures là, avant les vacances de la Toussaint, j'avais mis un tableau et très peu ont adhéré à ça et pourtant je leur avais dit, essayez, c'est pas difficile, reporter les points euh et même les élèves en difficulté alors qu'en 6ème, en 6ème /5ème, ils aiment beaucoup euh, passer d'un tableau à un graphe. Les élèves en difficulté euh j'sais pas c'qui faut pour les remotiver. Si j'espère que ça va les remotiver, à chaque fois j'me dis peut-être que euh ils vont rentrer dans l'jeu, mais c'est pas du tout évident sur ce chapitre là qu'ils adhèrent. Les élèves en difficulté, ils adhèrent bien au PGCD, voilà, parce qu'ils ont leur calculatrice, ils font leurs petits calculs, ah là ils disent oh madame, c'est super sympa et ils sont super contents, mais euh… mais euh… les fonctions euh… On verra bien ce que ça donnera cette année. Non ça, c'est pas un truc qui les… parce qu'il y a tout un vocabulaire, d'abord, d'abord y'a une notion de vocabulaire qu'est difficile, et puis souvent c'est lié à des textes, et les élèves en difficulté, les textes ils aiment pas ça. Donc si on met un texte à lire essayer euh essayer de leur dire même tracez une droite, prenez en axe d'abscisse 1 cm déjà c'est trop, c'est trop long pour eux, c'est pas…, c'est pas immédiat. La lecture, je crois, je l'interprète comme ça, je peux me tromper, la lecture du texte leur semble infernale donc ils y vont pas. Alors que c'est facile, mais ils y vont pas, parce qu'il faut lire le texte.

MC : Sur vos deux classes de 3ème, vous diriez que vous avez combien… déjà ce sont des classes de combien d'élèves ?

P : Ils sont pas nombreux, 21, 22. Ils sont pas nombreux, parce que c'étaient des 4èmes excessivement difficiles l'année dernière, ces élèves là, donc on a cassé quatre 4èmes en cinq 3èmes pour euh pour calmer le jeu et vous allez voir que c'est pas des classes difficiles donc on a bien... enfin pour ces deux classes là, il y a encore une classe qui est restée difficile sur les cinq, mais en tout cas ces classes là, ils sont très gentils, oh, y'a quelques turbulents mais euh, non, c'est pas des élèves difficiles donc sur 22, 23... En 3ème 1, y'a énormément d'élèves en difficulté qui...

MC : Pour qui se pose la question de la validation du socle ?

P : Alors il va y avoir lui, un, euh, y'en a plus que çà... Un, deux, trois, quatre, trois ou quatre, qui sont en énorme difficulté. Et en 3ème 4, ben y'en a peut-être plus, finalement j'en sais rien euh y'a lui, y'a lui, deux, non, trois. Y'en a trois dans cette classe vraiment qui... Pour qui la validation du socle va être difficile. En maths, hein. Les autres euh, les autres si je parle que des maths, ils adhèrent, même si ils sont en difficulté, même si ils travaillent pas chez eux, ils adhèrent avec ce qu'on fait. Tandis que là, y'en a trois, trois par classe qui euh, qui adhèrent gentiment, mais qui avalent pas bien quoi, qui font pas ce qu'il faut à côté et qui, qui sont bloqués, bloqués à côté. Par exemple, cette élève là, euh, ces notes c'est ça, elle vient en soutien mais je vois que...

MC : Vous avez du soutien ?

P : Oui, du soutien en 3ème. C'est moi qui l'anime et c'est le jeudi de 16 h à 17 h. Pour les cinq 3èmes. Mais euh... sur les cinq 3èmes c'est les redoublants prioritaires et euh... c'est partager entre français et maths donc soit ils vont en français, soit ils vont en maths et euh... moi j'en ai très peu parce que j'ai deux redoublants qui viennent et euh... en volontaire après c'est des volontaires et euh hum hum, surtout que la plupart termine à 3 h, alors ils sont pas très volontaires pour venir de 4 à 5 alors qu'ils terminent à 3 h. Donc euh, j'mets des collés...

MC : Mais elle, elle est volontaire ?

P : Elle est volontaire oui, elle vient en soutient, elle est volontaire. Oui. elle est volontaire et euh elle a du mal. Elle a du mal euh , elle travaille pas beaucoup derrière et elle comprend pas grand-chose. Lui y pourrait mais y fiche rien et l'autre rien, rien du tout. Il y a un gros absentéisme, par exemple aujourd'hui, il était pas là. Il est là un jour sur deux. Donc euh comme il fait rien et s'il entend pas comme il adhère, il adhère plus d'ailleurs. De temps en temps j'essaie de le rebrancher sur des choses, mais lui... lui difficile à raccrocher. Et je sais par exemple pour lui, sur son contrôle commun, il a eu un 1 et pourtant, j'lui avais dit euh, vas-y tracer une courbe c'est pas difficile euh, je l'avais mis un peu en conditions... facilitantes, mais non, il adhère pas.

MC : Dans le contrôle commun, vous aviez aussi, et l'évaluation chiffrée et votre ...

P : Non, non. Sur le contrôle de deux heures, alors, le contrôle là, le contrôle de deux heures, j'étais toute seule à l'faire, parce que je trouve que c'est un piège de les mettre sur des contrôles de deux heures euh... si on fait que le contrôle commun et le brevet blanc, pour les préparer au brevet des collèges, ça fait deux épreuves de deux heures pour une épreuve de deux heures, j'trouve que c'est aberrant, parce que... s'organiser dans l'temps sur un contrôle de deux heures, c'est difficile. Y'a des élèves qui terminent au bout d'une heure, qu'ont des sales notes, des élèves qui terminent pas tout donc j'trouve que c'est bien d'les entrainer donc moi j'essaye euh... j'ai essayé en tout cas d'leur faire au moins un contrôle au premier trimestre de deux heures, mais sur le contrôle de deux heures, mettre les validations des ... c'est lourd quand même, c'est lourd et puis ça prendrait trop de place. C'est là mon, c'est là mes items, donc sur un contrôle...

MC : C'est la grille d'évaluation pour tout le programme de 3ème ?

P : Pour tout le programme de 3ème, oui donc il est dense. Donc par exemple sur un contrôle voilà, j'ai ça que je valide et après je leur fais valider sur leur grille, euh... ils ont cette grille dans leur cahier de cours et ils valident en parallèle, donc moi je le valide quand je corrige le contrôle, et eux après ils reportent les croix. Mais sur un contrôle de deux heures, y'a trop de notions à mettre en place. Par contre ce que je fais, des fois quand j'ai le temps, mais euh ça prend du temps aussi je note d'une croix sur leur contrôle ce qu'ils savent pas faire. J'fais l'inverse... Je valide rien du tout, je... par exemple si ils savent pas développer une identité remarquable, j'mets une grosse croix identité remarquable et je marque revoir identités remarquables, pour qu'ils ciblent les choses qu'ils savent pas faire, mais ça il faut déjà qu'il y ait un certain nombre d'acquis parce que… en plus que sur un contrôle de deux heures, sur un contrôle de deux heures où je peux pas valider ce qu'ils savent faire, je valide ce qu'ils savent pas faire alors je mets en gros identités remarquables, pour leur dire, si il y a quelque chose à travailler, c'est les identités remarquables mais ça faut qu'y ait déjà un minimum, parce que si y'a rien , j'arrive à … y'a trop de choses à souligner. J'dis réciproque de Pythagore ou réciproque de Thales des fois ponctuellement j'les alerte sur un euh… quelque chose qu'ils savent pas faire en espérant que ça f'ra tilt et qu'ils vont se mettre euh à bosser un p'tit peu plus pour que ça rentre parce que c'est tellement mécanique. C'est dommage… mais sans ça sur un contrôle de deux heures c'est impossible de valider euh… tout ça. Non de toutes façons, il me semble que le socle il est fait pour être valider sur des évaluations ponctuelles, il me semble. J'en sais rien. Il me semble… tel que je l'ai euh… on valide une, deux, trois fois, puis après on dit c'est bon, c'est acquis. Oui il me semble qu'il vaut mieux faire comme ça. Sur un contrôle commun, ils ont tellement, ils ont tellement de choses, c'est tellement dur pour eux un contrôle de deux heures déjà, quand on leur dit qu'il faut savoir tout le programme de tout le collège ils sont ooooh… Çà parait énorme. Quand on leur dit juste le programme de 3$^{\text{ème}}$ déjà, ça leur parait énorme, parce qu'ils oublient aussi vite qu'ils apprennent, si en plus il faut valider, leur mettre des croix rouges sur tout ce qu'ils savent plus faire. Non j'crois que chaque chose se positionne à… ou doit être positionnée. Je sais pas. Normalement ils devraient savoir mettre dans n'importe quel contexte mais, faut aussi coller à la réalité.

Mc : Dans les compétences que vous évaluez, vous avez des compétences purement mathématiques ?

P : Oui. C'est notre défaut, oui. C'est notre défaut. Ben non parce que dans le socle commun, faudrait pas que ce soit que cibler sur les maths j'crois. Quand on lit le socle il faudrait pas que euh… y'a d'autres compétences qui sont… qui rentrent en jeu par exemple euh…, j'vais dire n'importe quoi, parce que c'est pas dans des termes mathématiques, mais lire un problème ou… Ça, c'est pas valider là-dedans. On a mis mettre en équation un problème, mais on n'a pas mis lire un problème ou commencer à valider des petites choses sur un problème. Là-dessus c'est vrai que ça y'est pas et c'est pour ça que ça pêche quelque part.

MC : Et c'est une évolution que vous envisagez ?

P : Qu'il faudrait qu'on fasse, oui. Surement, oui, oui, oui. Oui tout à fait. Mais bon, c'est l'inconvénient de la chose, du fait qu'on ait avancé un peu trop loin, c'est que euh… revenir en arrière d'un seul coup, par rapport à un outil qui fonctionne, le remettre en cause trop, trop rapidement, ça nous interpelle un peu donc euh… avec Mme S. on va déjà essayer de voir un peu comment ça se passe. On va vivre euh… ce qu'on vit quoi, on va voir ce qui se passe en fonction de ce qu'on a fait en 4$^{\text{ème}}$ comment on va réussir à valider le socle et puis en fonction de ça à la fin de l'année on se remettra en question et on verra.

MC : Sur les grilles de 4$^{\text{ème}}$ et 3$^{\text{ème}}$, vous avez déjà fait le travail dont vous parliez, mettre en gras les compétences du socle ?

P : Oui, c'est… en 4$^{\text{ème}}$ c'est pas mis en gras, mais c'est mis en… C'est peut-être pas sur cette page là, voilà, c'est pas mis gras, mais on a marqué à côté. On a relu le socle et on a numéroté à côté les compétences du socle, on a fait correspondre ce qui correspondait donc euh voilà.. Mais ce qui est décourageant c'est que… en gros le socle, la validation finale, c'est oui ou non. Pour les maths y'a une question, oui ou non. Sur le livret de compétences.

MC : Dans le livret de compétences ?

P : Sur le livret de compétences, oui. Ça prend un peu la tête par rapport à … Parce que le reste, on le fera euh… en tant que PP on validera les compétences transversales euh… entre nous. Dans les quatre pages, y'a mathématiquement euh… Y'a une collègue, elle m'a dit j'mettrais non parce que je peux pas valider tout ça d'un coup.

MC : Pour tous les élèves ?

P : Ben oui. Elle, elle a une position bien ferme , elle dit non, non j'peux pas m'engager sur toutes ces compétences, toutes ces notions, pour un oui, pour un non, j'mettrais non à tout le monde. J'sais pas si elle le fera, mais c'est sa position de principe. Parce que c'est vrai que c'est euh... sur les maths c'est pauvre. Spécifiquement maths. Après, y'a culture scientifique, sciences expérimentales etc. qu'on peut raccorder, mais... Pour les maths pures y'a... Sur les autres piliers, y'a autre chose quand même. En français y'a énormément de choses déjà. Voilà donc tout le découpage qu'on a fait pour répondre oui ou non. Même quand on analyse ce qu'on a fait en 4ème, ce qu'on a mis en gras. Après, maintenant qu'on a bien tout mis en détaillé, quand il faudra se prononcer pour oui ou non, on sera bien embêté, non ? L'inspectrice, elle a dit vous voyez euh... C'est très vague quand même. Sur le programme de 4ème on a ... 25 notions à peu près qu'on a essayé de coller par rapport à ce qu'ils disaient sur la proportionnalité, des trucs comme ça.

MC : 25 notions qui relèvent de l'évaluation du socle ?

P : Oui.

MC : Par rapport aux évaluations, vos élèves font tous le même contrôle, sans différenciation ?

P : Si, parfois j'fais... ça c'est pas difficile hein, avec le traitement de textes... j'leur mets... D'abord ils font pas le même contrôle pour éviter les copies, donc je change les données et avec les élèves en difficulté, j'leur propose des contrôles sur... C'est ce qu'on avait vu en stage . C'est un peu bizarre, mais ça euh... ça a eu l'air de remotiver certains élèves... Faut que je les remotive, ça avait bien marché au premier trimestre, et là faut que je les remotive là-dessus. J'leur donne pas tout le contrôle, j'leur donne que des questions d'application directe et j'essaie de cibler huit points et je leur dis plutôt que d'avoir un point sur vingt, ce serait bien que tu aies cinq points sur huit. Donc j'les booste pour qu' ils fassent euh les questions simples sur huit points.

MC : Ces questions simples, elles sont aussi dans le contrôle ?

P : Oui, c'est ça oui, je leur donne qu'une partie du contrôle et je leur dis plutôt que de rien faire sur l'ensemble du contrôle, essaie de te mobiliser sur ces huit points. Et ça, ça a bien remis en place une des élèves de 3ème en mi-trimestre, parce que ça je l'ai mis en place euh... une fois qu'on avait fait un ou deux contrôle je m'étais rendu compte qu'ils avaient 1 et bon, on va pas rester à 1 toute l'année, et bon, comme ils sont gentils et pas en refus total je leur ai proposé ça, voilà, au lieu d'avoir un contrôle sur vingt, t'as un contrôle sur huit, mais vaut mieux avoir 6 sur 8 que 1 sur 20 et donc ça a bien remotivé une élève, une ou deux élèves, une et demi on va dire, une élève et un demi élève, et les autres non. Mais elle j'lai eu, j'l'ai remotivée. Et donc pour vendredi, je ref'rais la même chose, je leur choisirai trois questions en disant voilà, ça on a bien potassé, essayer de gérer ça. Mais par exemple sur celle que je vous ai montré là, ça a pas marché. Pourtant elle est gentillette... Je crois pas qu'elle bosse beaucoup mais euh... J'conçois qu'elle bosse pas beaucoup parce que, elle a tellement de difficultés à surmonter euh, déjà dans l'écriture, c'est trop dur.

MC : Vous disiez que cette façon de faire par rapport au contrôle, vous l'aviez vu en stage ?

P : Oui, on l'avait vu en stage de gestion de l'hétérogénéité et ça m'avait interpellé, j'aimais pas, j'me disais c'était pas bien. Sur le coup ça m'avait pas convenu, et puis j'sais pas, quand j'ai vu ces élèves qu'étaient gentils, qui voulaient bosser, mais qui s'en sortaient pas, j'me suis dit pourquoi pas essayer sur eux et puis ça a marché, ça a marché ponctuellement. Après est-ce que dans la durée... On verra, on verra, tiens, dans l'prochain contrôle si ça marche, vendredi. Vendredi je leur fais un contrôle. Et je mets déjà la notion de fonction dedans, comme on aura potassé dessus, j'ai mis un.. enfin j'ai pas... je le finaliserai mercredi soir, je le finaliserai en fonction de ce qu'on aura fait demain... ou jeudi soir... Voilà.

MC : Est-ce que vous avez eu des stages sur la mise en place du socle commun ?

P : Non, non. On a eu... J'ai eu quelques grands messes avec M. M., et euh c'était des trucs euh... c'était un peu sur l'évaluation et un peu sur le socle J'y suis allée à un certain nombre, et puis après je m'en suis détachée parce que c'était euh... un peu boy-scout... ah non parce que moi, « vous nous envoyez des textes », vous revenez... faire trente-six réunions pour la gloire...Y'a un moment donné... ça va bien. Ils convoquaient quelques profs qu'ils avaient euh apprécié et qu'ils avaient dans leurs petits papiers et puis ils leur expliquaient ce qu'ils attendaient d'eux en leur disant ben maintenant, vous vous organisez, vous nous renvoyez des textes, vous nous renvoyez des sujets, vous nous renvoyez des idées...

MC : Pour l'évaluation et pour le socle ?

P : Oui et euh d'abord j'étais toute seule, j'avais pas de copine là-dedans donc je me suis sentie un peu isolée, c'est vrai ça joue hein, j'aurais eu un binôme, quelqu'un avec qui je me serais bien entendue, je s'rais peut-être rentrée dans l'truc, mais bon, fallait venir tous les mercredis après-midis...

MC C'était l'année dernière ça ?

P : L'année dernière ou y'a deux ans. C'est ça qui m'a fait murir d'ailleurs sur...c'est vrai que ça m'a aidé parce que, comme j'ai entendu pas mal de réunions à ce sujet là, ça m'a bien muri mon truc.

MC : Qu'est-ce qui ressortait de ces réunions ?

P : Ben c'est le ruban pédagogique...

MC : Le ruban pédagogique ?

P : Vous connaissez pas ça ? Alors pour moi le ruban pédagogique, c'est la progression, c'est-à-dire, pour moi c'est la progression mais c'est pas tout à fait la progression... J'ai pas bien réussi à déterminer... C'est une espèce de progression sur laquelle on cale euh... les notions qu'on va mettre en place et les contrôles communs... sur un temps d'une année, et la grosse mode, c'est de réunir toute une équipe pédagogique entre elle, et l'équipe pédagogique prépare des contrôles communs, l'équipe de maths du collège par exemple prépare des contrôles communs sur le même ruban pédagogique sur lesquels ils évaluent le socle avec des exercices qui correspondent à des exercices du socle, mais ça, en dehors des évaluations normales. C'est pour l'évaluation du socle, tel que je l'ai compris hein. C'est une progression qu'on fait en fait, mais liée au programme et au socle et dessus on colle les contrôles communs sur euh... liés à l'ensemble euh... tous les profs adhèrent au même contrôle. Alors déjà ça pour le socle, plus des évaluations, c'est un temps fou quoi, si on veut caser deux contrôles par trimestre, plus les évaluations propres au prof, c'est un truc euh, déjà on passe beaucoup de temps aux contrôles et puis, faut que l'équipe pédagogique soit bien soudée et nous, dans notre collège, on s'entend bien mais y'a des profs qu'adhèrent pas du tout à ce qu'on fait, qui nous prennent pour des barjots...

MC : Vous êtes surtout deux à travailler ensemble ?

P : Oui parce que les deux autres, c'est des bons profs mais qui adhèrent pas du tout à ça. Ils ont leurs techniques, leurs propres pratiques et ils ont pas du tout envie d'adhérer à... Surtout que dans leur tête, c'est des profs qui ont un peu de bouteille, ils ont tellement vécu de euh... moi j'en connais pas beaucoup parce que j'ai commencé tard, mais c'est vrai, on en a fait des choses qui sont tombées à la poubelle au bout de trois ans donc dans leur tête, c'est encore des trucs qui se justifient par des notions politiques qui sont au-dessus de notre portée, qui sont limitées en temps... un schéma qu'on a pas forcément euh... nous euh... on nous donne des objectifs très glorieux mais c'est peut-être d'autres objectifs qu'il y a derrière, donc ils ont tellement vécu ça qu'ils veulent plus en entendre parler.

MC : Et par rapport au socle, ils ont cette position là ?

P : Ouais, je pense, c'est difficile de parler pour eux, mais je pense que oui.

MC : Ce n'est pas la vôtre ?

P : Non, non. Oh moi j'suis fonctionnaire on me demande d'adhérer à un truc...

MC : Ça n'empêche pas d'avoir sa propre vision des choses ?

P : Non, non, non. Moi j'ai pas de vision des choses, on me demande de faire quelque chose, je le fais, j'veux dire euh en plus ça donne du piment, ça met du piment dans notre profession parce que si on reste dans son euh on a un métier qu'est super routine euh… réciter Pythagore tous les ans, c'est sympa mais bon ça a aussi ses limites… C'est vrai non ? Y'a le relationnel avec les élèves, c'est bien, mais on n'a pas besoin d'être prof de maths pour avoir du relationnel avec des élèves, on peut être prof de planche à voile…

MC : Mais vous n'étiez peut-être pas très douée pour la planche à voile au départ ?

P : Non… ou encore autre chose… pour avoir du relationnel avec des jeunes . Donc si on veut concilier le relationnel, métier de prof et pas l'ennui, faut adhérer à ce qu'on nous propose, sinon on est dans la routine. Donc j'adhère. Sur ce qu'on me propose j'adhère, j'essaie d'adhérer, et puis après je vois et puis si ça marche pas je dis bon ben très bien ça marche pas, on change.

MC : Vous pensez que ça peut apporter quoi ?

P : Moi je pense, c'est ce que j'ai retenu, peut y avoir autre chose, c'est l'aide aux élèves en difficulté, c'est évident. C'est évident que par exemple, une collègue, on parlait ce midi, elle avait eu sur son contrôle dix zéros, c'est un échec. C'est pas un échec pour les élèves, c'est un échec pour le prof. Pour moi c'est un échec. Moi si je mets dix zéros, c'est un échec. C'est vrai qu'on s'y habitue à ces échecs parce que, comme la population devient de plus en plus hétérogène, et puis que les gamins ils ont l'habitude d'être gavés avec des choses euh… j'vais prendre un discours ringard, mais c'est quand même vrai quoi, ils ont l'habitude que tout soit simple donc euh… il faut du répondant à des choses simples donc dans leur vie de tous les jours y'a des choses simples, ils sont pas confrontés à des difficultés donc ces gamins en difficulté, ils vivent bien, ils vivent heureux , ils sont au chaud, ils veulent redoubler euh… ils vivent bien leur vie de collégien, ils vivent bien leur vie, c'est des bons gamins, c'est des bons copains, c'est tout, sauf qu'ils ont pas le sens euh… vouloir prendre en main des choses qui leur posent des difficultés, c'est impossible donc dans cette mesure là, on en a plein des gamins qui veulent pas, on les comprend quelque part… pas vouloir rentrer dans la difficulté.

MC : Le socle apporte quelle réponse à votre avis par rapport à ça ?

P : J'espère qu'ils vont petit à petit au moins rentrer dans une procédure de réflexion. C'est là-dessus que je compte sur le socle. Nous forcer à les faire rentrer dans une procédure de réflexion. On essaie déjà hein ceci dit. On essaie tous mais bon peut-être qu'en concrétisant… Mais c'est pas le oui/non qu'on va mettre qui va les booster, parce que eux quand ils vont voir que faut qu'on valide par oui ou par non qu'ils connaissent le parallélogramme, la proportionnalité euh… coefficient de réduction, pourcentages et tout ça… le sens des opérations, tout dans un gros tas et qu'il faudra dire oui ou non, ma collègue quand elle dit « j'me prends pas la tête, je dis non » et vos histoires euh… Elle est pas loin de la réalité quand même. Elle dit je m'engage pas sur tant de compétences. Non, c'est non. Parce que, elle dit si je mets oui, après on pourra me reprocher d'avoir mis oui alors qu'ils savent pas. Elle a souvent raison malheureusement. Quand on a fait les itinéraires de découverte ou les parcours diversifiés, elle a dit c'est pour nous supprimer des heures, moi j'y adhère pas, de toutes façons on nous supprimera des heures, elle a eu raison hein. On nous a fait faire des trucs super intéressants hein, moi j'ai adoré mais on avait un temps donné pour les maths qu'on a rétréci pour pouvoir faire autre chose et puis les heures ont été supprimées. Elle était euh… elle était très objective là-dessus. On s'est bien fait piégé . Elle, tout de suite elle a dit non, ça c'est nous supprimer des heures pour euh… on nous supprimera ces heures, ça marchera pas et on nous supprimera les heures et c'est ce qui est arrivé. Donc elle a cette vue globale d'une enseignante qui a… j'sais pas quelle ancienneté elle a, elle a mon âge, elle a commencé à… Elle a trente ans d'expérience. Elle a vu défilé des tas de trucs qui sont tombés dans l'eau. Et c'est vrai que c'est agaçant. Et puis elle a toujours raison en plus, donc c'est vrai que c'est agaçant.

MC : Donc, le scénario que vous avez prévu, on en a parlé…

P : Il est pas très extraordinaire mon scénario hein.

MC : Et les exercices que vous avez prévu de donner, vous les prenez dans le manuel aussi ?

P : Ouais, alors là, les exercices, j'suis un peu particulière parce que je les donne du vendredi au vendredi donc ils collent pas forcément à la séance. J'les donne le vendredi soir, des exercices pour la semaine entière, parce que c'est pareil avec leurs emplois du temps… ils sont pas bons, mais ils ont des emplois du temps de ministre, ils font du sport, de la piscine du vélo enfin bref, du football, des entraînements de j'sais pas quoi donc euh… pour réussir à adhérer à ce qu'ils fassent leurs exercices, pour qu'ils me prennent pas en porte à faux sur les exercices pas faits parce que c'était l'anniversaire de maman hier soir alors j'ai pas pu faire mes exercices, j'leur donne du vendredi au vendredi donc euh… j'intuite grosso modo ce qu'on va faire ou je mets des exercices qu'on va euh…

MC : Donc les exercices, vous les corrigez en classe le vendredi ?

P : Non, non, non. Je donne les exercices le vendredi, mais pour lundi, pour mardi, pour mercredi etc. C'est planifié du vendredi au vendredi et euh donc je colle pas forcément d'une séance sur l'autre, c'est l'inconvénient mais ça me…en fait c'est pas dérangeant. Les élèves le savent, c'est pas des exercices d'application de ce qu'on a fait dans la séance même.

MC : Les devoir-maisons, vous les prenez dans l'Anabrevet ?

P : Ouais. Alors cette semaine on fait contrôle. Normalement je fais une semaine contrôle, une semaine devoir-maison, j'essaie de m'y tenir… Des fois je saute une semaine le devoir-maison que… Donc cette semaine ils font contrôle et la semaine prochaine ils feront devoir-maison et pour les 3$^{\text{èmes}}$ j'essaie de donner dans l'Anabrevet ou des fois je prends des exercices du livre, ça dépend, mais je prends que sur l'Anabrevet ou sur le livre.

MC : L'Anabrevet ils l'ont acheté en début d'année, c'est ça ?

P : Oui pour l'utiliser toute l'année et comme je veux pas que les parents disent qu'on l'a acheté pour rien, dès la première séance on l'utilise comme ça c'est clair, net et précis.

MC : Donc concrètement, demain je viens filmer les deux séances…

…Mise au point matérielle…

MC : … Par contre je veux bien une photocopie du contrôle voilà, d'un point de vue pratique, c'est à peu près tout.

P : Mais c'est pas extraordinaire hein ce que je fais, c'est pas euh…

MC : Non, mais ce qui m'intéresse c'est de voir ce que la réflexion que vous avez mené par rapport au socle peut apporter dans les pratiques.

P : Après ce qui serait intéressant de voir c'est de que ça apporte aux élèves. Comment ils… leur ressenti par rapport à ça. Mais les élèves ils gobent assez tout ce qu'on leur donne, et ils en tirent pas forcément beaucoup de profit.

MC : Ils peuvent être critiques aussi parfois ?...

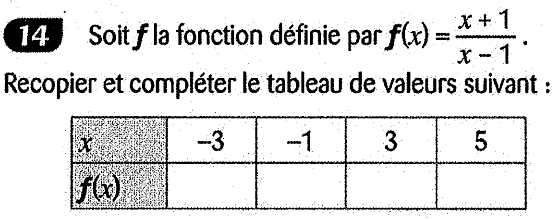
P : Oui, ils peuvent être critiques…

Annexe 8 : Transcription Séance n°1

(…) : blanc de plus de 3 secondes. El (s) : un ou plusieurs élèves indéterminés.
En italique, les indications d'actions.

P : Alors, quel exercice après ?
El : Exercice 14.
P : Le 14 du même chapitre ?
El : Page 131.
P : Page 131. Alors si ça se trouve je l'ai donné pensant avoir avancé… 14 … Ouais c'était ça. On le refera tout à l'heure si vous voulez bien. On va mettre en place… Bon attaquons le 14… Ben tant pis. Alors, qui va aller le faire au tableau. (…).

L, B et V se portent volontaires.



14 Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$.
Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	−3	−1	3	5
$f(x)$				

P : C'est toi. Explique nous tout euh… explique nous comment tu l'as compris V.
V : Ils disent que ici, quand y'a marqué euh…Alors sur cette colonne, on va devoir multiplier les nombres qui sont là en mettant plus 1 et moins 1 et …
P : Il va falloir remplacer les valeurs qui sont présentes dans le tableau sur la formule qui est donnée. Donc vas-y, fais-le alors.
V : Ça va faire euh…
P : Alors, on va se donner un code couleur. J'voudrais qu'on se donne un code couleur. Systématiquement, quand vous aurez une transformation avec x, le résultat, on le mettra en rouge. On… ça va se galérer un peu mais tant pis. x on le laissera en noir, et la transformation, l'écriture transformée, on la mettra en rouge.

L'enseignante revient au tableau numérique pour mettre en place le code couleur.

P : Donc ici, on va continuer les colonnes, on va l'agrandir… voilà. On va accentuer les couleurs, que tu attaques pour faire les calculs, d'accord ? Et on aura le résultat à la fin. Voilà, tiens. Alors, le calcul à faire, ça va être…
V : Euh…

L'enseignante repart au fond de la salle. V écris sur le tableau numérique : $\frac{-3+1}{-3-1}$.

P : D'accord , passe en rouge. Appuie bien sur ton stylo.
V : Alors euh..

V écris $\frac{-2}{-4}$ *puis* $\frac{-1}{-2}$

P : Oui, qui va faire ?...
V : Euh…

P : C'est un résultat positif ou négatif -2 sur -4 ?
V : Positif.
P : Positif, un demi. Deuxième calcul. T'es pas sur le stylo. Deuxième calcul.

V écris $\frac{-1+1}{-1-1}$

P : Alors. Ouais. Attends. J'voudrais que tu laisses x en noir. Tout ce qui correspond à x en noir, et le reste en rouge. Non. Remplace ton -1, tes deux -1 en noir, s'il te plait. J'voudrais que ce qui correspond à x on le laisse en noir. C'est notre donnée de départ, et puis le calcul autour… Non, c'est juste le -1 que j'aimerais qui soit en noir. Et puis après… Et pareil sur ton calcul au-dessus, t'as le -1. OK. Ça va le faire. Reprends le rouge, on est sur du rouge.
V : Alors euh…

V écris $\frac{-1+1}{-1-1}$ *puis* $\frac{0}{-2}$

P : 0 sur…
V : …-2.
P : C'est égal à….
V : 0.
P : 0. On continue. Tu gardes le même code couleur.

V écris $\frac{3+1}{3-1}$

P : 3 sur 3, on est d'accord. Et donc il faut faire comme opération 3 plus 1 sur 3 moins 1 qui va faire 4 sur 2…
V : Euh oui…

V écris $\frac{4}{-2}$

P : Et c'est égal à… 4 divisé par 2… Pourquoi tu mets un signe moins devant ? Et enfin un dernier.

V écris $\frac{5+1}{5-1}$ *puis* $\frac{6}{4}$

P : 6 sur 4, trois demis. Des questions à poser par rapport à ce que V a fait…. Qui est-ce qui avait fait ça correctement ?

6/7 élèves lèvent le doigt.

G : Madame si on n'a pas marqué les calculs ?...
P : Non, juste.. si vous avez marqué… juste les résultats me convient bien. Et les autres qu'est-ce que vous avez fait ?

L'enseignante revient au tableau en regardant quelques cahiers.

P : Alors… C'est très bien. Comme ça, ça me fait un préambule pour euh… pour parler de… En fait ici (…) on a mis en place une procédure (…). J'attends que vous ayez fini la correction.(…). Ici en fait ce que V il a fait, à partir du nombre -3, il est arrivé au nombre un demi. A partir du nombre -1 par la proc… il est arrivé au nombre 0.

L'enseignante écrit au fur et à mesure :

$-3 \longmapsto \frac{1}{2}$

$-1 \longmapsto 0$

P : A partir du nombre 3, il est arrivé au nombre…

El : … 2.

P : 2. A partir du nombre 5 il est arrivé au nombre…

El : …3 sur 2.

P : Trois demis, par une procédure qu'on appelle ici, dont le nom est donné ici, on l'appelle *f*. Donc on va dire qu'à…, cette procédure *f*, elle est notée ici, à -3 on associe un demi, par cette procédure *f* ici à -1 on associe 0. Par cette procédure *f*, à 3 on associe 2. Par cette procédure *f*, à 5 on associe trois demis. Et donc par la procédure *f*, si je veux pas donner une valeur particulière à un nombre et si je veux rester le plus largement possible sur n'importe quel nombre, je vais dire au nombre *x*, je vais associer le nombre … (…)

L'enseignante ajoute au tableau:

$f{:}\,3 \longmapsto 2$

$f{:}\,5 \longmapsto \frac{3}{2}$

$f{:}\,x \longmapsto$

P : *x* plus 1 sur *x* moins 1. Ça vous va ?

Els : Oui.

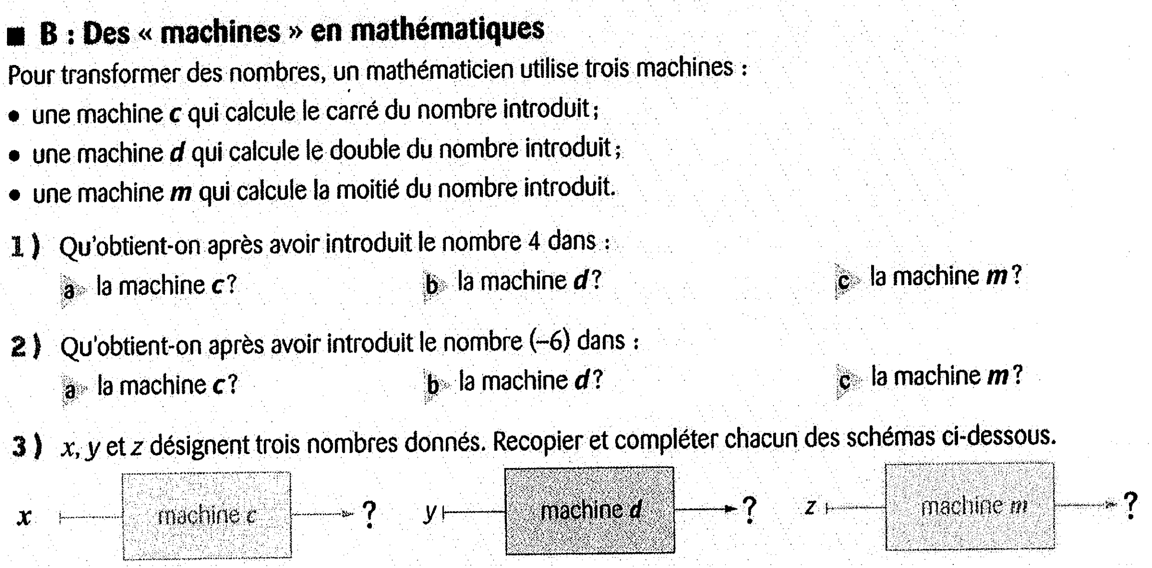
P : Cette procédure la, mathématiquement parlant, on va l'appeler fonction. On a créé une fonction qui permet à partir d'un nombre d'obtenir un autre nombre selon une procédure donnée. (…) Qu'est-ce que je vais vous dire tout de suite à partir de ça. Je crois que c'est tout. On va prendre l'activité 1 où les procédures, vous allez voir, elles sont toutes simples. Activité 1 du livre. J'vous la mets au tableau. Page euh… page 128.(…). Page 130. Activité 1 page 130. Et passez directement au grand B. C'est pas page 130 ?

A : Non.

P : Page 131. Activité 1 page 131.(…). C'est quelle page ?

A : 124.

P : 124. (…).On va le faire oralement. (…). C'est pas des procédures très difficiles, il me semble qu'on peut le faire à l'oral. J'vous laisse lire un petit peu pendant que je mets le tableau propre. (…). C'qui est sur le TNI. (…) Commencez à réfléchir. A l'oral, on va le faire à l'oral. Regardez le tranquillement. (20 s)



■ B : Des « machines » en mathématiques

Pour transformer des nombres, un mathématicien utilise trois machines :

- une machine ***c*** qui calcule le carré du nombre introduit ;
- une machine ***d*** qui calcule le double du nombre introduit ;
- une machine ***m*** qui calcule la moitié du nombre introduit.

1) Qu'obtient-on après avoir introduit le nombre 4 dans :
a la machine ***c*** ? b la machine ***d*** ? c la machine ***m*** ?

2) Qu'obtient-on après avoir introduit le nombre (–6) dans :
a la machine ***c*** ? b la machine ***d*** ? c la machine ***m*** ?

3) *x*, *y* et *z* désignent trois nombres donnés. Recopier et compléter chacun des schémas ci-dessous.

P : J'peux commencer à le lire avec vous ? (…). Pour transformer des nombres, un mathématicien utilise trois machines. Nous on a dit que ces machines on allait les appeler…(…) Tu l'as au TNI euh… O, te prends pas la tête. On va les appeler…. C'est des… L ?

L : C'est des fonctions.

P : C'est des fonctions. Trois fonctions. Trois machines. La machine *c* qui calcule le carré d'un nombre introduit. Donc la fonction *c*, une fois qu'on a vu ce terme, on n'a pas d'raison de le cacher. La fonction *c* qui à *c* calcule le carré du nombre introduit. La fonc… la machine *d*, nous on va dire la fonction *d* qui calcule le double du nombre introduit et la fonction *m* qui calcule la moitié du nombre introduit. Donc si je commence par le nombre 4. Par le nombre 4. Vas-y K tiens. Va écrire au tableau, ça va me soulager un peu. Vas-y. Vite, vite, vite, vite. (…). On part du nombre 4.

K commence à écrire sur le TNI.

P : Non, non. T'as pas la place. Ecris sur le tableau central qu'on garde encore le texte…. Prends un feutre. T'as la machine *c*. Tu te rappelles comment on avait écrit tout à l'heure la fonction. On avait écrit tu te souviens…

K : *f* ?

P : Ben non, elle s'appelle *c* là. J'veux bien t'appeler Alexandre, mais tu t'appelles K. La machine *c*. *c* tu écris. *c* deux points. A quatre... Tu pars du nombre 4. Et cette fonction, elle calcule le carré.

K écrit $c: 4 \longrightarrow 16$.

P : Donc à 4 on va associer 16. Voilà. On passe à la fonction *d*. Tu pars toujours de 4. Et cette fois-ci à 4, la fonction *d* elle fait le double.

K écrit $d: 4 \longrightarrow 8$.

P : 8. Et la fonction *m* ? (…). A 4, elle va associer… C'est la moitié.

K : 2.

K écrit $m: 4 \longrightarrow 2$.

P : 2. Alors normalement, en normalisation d'écriture, on écrit comme ça. Hein.

L'enseignante se déplace pour remettre les petites barres manquant sur les flèches.

P : OK. Alors on recommence la procédure, ces trois procédures, pour le nombre -6. (...). Qui est-ce qui va faire son calculateur ? E. ! A toi de faire la calculatrice, K c'est juste ton scribe. Alors, si je pars de -6 avec ma fonction *c* qui calcule le carré, j'vais obtenir...
E : 36.

K écrit $c\colon -6 \longmapsto 36$.

P : 36.
El : Moins.
P : Non plus 36 ? -6 fois -6. Plus 36. Qui est-ce qu'a dit moins ? D'accord, on le sait 36. Ensuite la moitié, le double pardon, E ?
E : -12.

K écrit $d\colon -6 \longmapsto -12$.

P : -12. (...). Et enfin pour *m.*
E : -3.

K écrit $m\colon -6 \longmapsto -3$.

P : -3. Fais bien des grandes flèches qu'on voit bien. (...). Pas de question ? Fais un grand trait vertical, très très loin que j'ai la place d'écrire à côté. Voilà. Maintenant on généralise, on est au petit 3, si je pars du nombre *x*, J, par *c* qu'et-ce qui va se passer ?
J : Euh.. ça f'ra *x* au carré.

K écrit $c\colon x \longmapsto x^2$.

P : Par *c*, à un nombre *x*, je vais associer, transformer, et obtenir le nombre *x* au carré. Je passe à C. Par *d*, cette fois-ci je pars du nombre *y*, il s'appelle pas *x* dans c'qu'on nous dit, dans l'activité, c'est *y*, donc...
C : *d...*
P : C'est *y* ton nombre de départ, ils te disent de partir de *y* tu vois dans le schéma vert, donc tu vas écrire...
C : *2y.*

K écrit $d\colon y \longmapsto 2y$.

P : *2y.*(...). Et enfin *m...* H ?
H : *z*
P : de *z*, par la fonction *m*, de *z* on va passer à ...
H : *z* sur 2.

K écrit $m\colon z \longmapsto \frac{z}{2}$.

P : *z* sur 2. (...). Donc on a mis ici en place trois fonctions, la fonction *c* qui à *x* associe *c* au carré, *x* au carré, la fonction *d* qui à un nombre associe le double, si on prend *y* ça fera *2y*, et la fonction *m* qui à *z* associe *z* sur 2. (...). Vous vous rappelez dans le ... Merci K. (*K retourne à sa place*). Vous vous rappelez dans l'exercice, c'était pas écrit comme ça, dans l'exercice de tout à l'heure, la fonction elle était pas écrite, moi je l'ai réécrite comme ça, à *x* on associe *x* moins 1 sur *x* plus 1.

L'enseignante écrit $f: x \longmapsto \frac{x-1}{x+1}$

P : C'était pas écrit, formalisé comme ça. C'était écrit comment ?
Els : Euh...
P : C'était écrit *f* de *x* égal *x* moins 1 sur *x* plus 1.

L'enseignante écrit à côté $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

P : C'est la même chose, c'est la même chose, le sigle c'est la même chose, c'est plus condensé. (...). La fonction, elle apparait ici. La lettre sur laquelle on... le nombre sur lequel on veut travailler il apparait ici. Cette... cette procédure qu'on veut appliquer au nombre *x*, ça correspond à faire *x* moins 1 sur *x* plus 1. D'accord ? Donc si je voulais écrire ici pour *c* , j'écrirais quoi ? (...). G, j'écrirais...
G : *c* entre parenthèses...
P : *c* de *x* égal...
G : égal *x* au carré.

L'enseignante écrit $c(x) = x^2$.

P : *x* au carré. Donc soit j'écris ça, soit j'écris ça. M, pour *d* j'écrirais, *d*...
M : de *x*...
P : Non de *y*, le nombre introduit c'est *y*, me donnera comme résultat...
M : 2*y*.

L'enseignante écrit $d(y) = 2y$.

P : 2*y* et enfin si pour *m*, A, j'écrirais...
A : *m*...
P : *m*...
A : de *z*...
P : de *z*, si je pars du nombre *z*, j'obtiendrais comme résultat...
A : euh... *z* fois 2...
P : *z* sur 2.

L'enseignante écrit $m(z) = \frac{z}{2}$.

P : Et on a mis en place ici, on a mis en place une fonction, deux fonctions, trois fonctions, quatre fonctions. (...). Invente moi une fonction V. Ce que tu veux. On va l'appeler *v*.
V : Euh...
P : La fonction de V. Ce que tu veux V.
V : Euh... 5 euh... donne 3.
P : Alors, à 5, au nombre 5, j'associe 3.

L'enseignante écrit à côté $v: 5 \longmapsto 3$.

P : Est-ce que c'est une fonction que je vais pouvoir généraliser à plusieurs variables ou c'est une fonction qui est figée sur un nombre ? C'est une fonction qui est figée sur un nombre. (...). Tu as créé une fonction, si jamais je vois le nombre 5 j'écris 3, et puis c'est tout, ça s'arrête là. Moi je voudrais avoir une fonction que je puisse généraliser à... à un certain nombre de données. Alors, A. La fonction A.

A : Euh… à 9 j'associe 3.

L'enseignante écrit $a\colon 9 \longmapsto 3$.

P : Alors A il décide une deuxième fonction, bien figée, à partir de 9, si j'ai le nombre 9, je passe à 3. Donc à chaque fois que tu auras 9, je mettrais 3. (…). C'est tout, puis c'est tout. Tu peux avoir n'importe quel nombre, n'importe quelle lettre, n'importe quelle autre note, mais si un jour tu as un 9, j'mettrais un 3 c'est tout. C'est ça cette fonction. Donc dès que je verrais un 9, dès que je verrais une note 9 dans la classe, j'mets 3 pis c'est tout, les autres notes restent les mêmes. Et pof 9, 3. Pis V, dès que je… Vous êtes pas très sympas pour vous, dès que je verrais un 5 sur mon carnet je passe à 3 et puis c'est tout. C'est des fonctions qui sont intéressantes, mais qui sont quand même limitées à un nombre. G, la fonction G.
G : De x je passe à… $2x$.
P : Alors G elle passe à x on obtient…
G : $3x$.

L'enseignante écrit à côté $g\colon x \longmapsto 3x$.

P : $3x$. Si j'ai un nombre, ce nombre là, je le transforme en son triple. Donc si jamais j'ai 5, A ? V pardon… Cette fois-ci ce nombre 5 il va se transformer en…
V : 15.
P : 15.
Els : Ah, OK. Ahh…

L'enseignante écrit $g\colon 5 \longmapsto 15$.

P : Et A, si jamais je pars de 9, avec la fonction de G, j'arriverais à…
A : 27.
P : 27.

L'enseignante écrit $g\colon 9 \longmapsto 27$.

P : Tu vois, c'est une fonction un peu plus évoluée parce qu'elle fait intervenir plein de nombres, au lieu de se limiter à une donnée, c'est intéressant, mais c'est un petit peu illusoire, d'un seul coup, tu généralises cette fonction à plusieurs nombres. B, tu voulais nous en donner une, vas-y. Alors, c'est la fonction b…
B : Avec -3 j'arrive à 3.
P : Alors, on va la mettre là, c'est déjà plus positif.

L'enseignante écrit $b\colon -3 \longmapsto 3$ *sous les fonctions v et a pour regrouper ensemble les « fonctions figées ».*

P : Alors -3 on sait pas pourquoi, on passera à 3. C'est une fonction pareil, très figée, donc on va dire quand il fait -3 degrés, ben maintenant on dira il fait 3 degrés, pis c'est tout, ça s'arrête là. Pour -4 on laissera -4, pour -5 on laissera -5, mais quand on vous dira -3 degrés, on dira c'est la même chose que 3. Et on s'arrêtera là. Qui me propose une autre fonction ? Vas-y.
M : Euh… y…
P : Alors, M, ta fonction à toi. De y, tu veux associer…
M : y au carré…

L'enseignante écrit $m\colon y \longmapsto y^2$.

P : Alors euh.. *y* au carré.

Els : On l'a déjà.

P : Si on l'a vu. C'est la fonction *c*. C'est peut-être pas intéressant de reprendre la même.

E : *y* au cube.

P : Qui est-ce qui à lancer *y* au cube. *y* au cube, ben voilà. Par exemple on peut décider d'avoir une fonction, de *y*, j'associe *y* au cube.

L'enseignante écrit $m: y \longmapsto y^3$.

P : Dans ce cas là, si je pars de… de -3, quel résultat j'obtiendrais ? Euh… B ?

B : -9… non…

P : -27. -3 fois -3 fois -3.

L'enseignante écrit $m: -3 \longmapsto -27$.

P : Est-ce que vous voyez bien l'intérêt d'une fonction. Et si elle est juste limitée à une donnée… C'est intéressant, mais c'est, c'est quand même… ça sert pas à grand-chose, hein. On peut dire… On peut dire ben voilà à chaque fois que je vois une note, je la transforme… On décide de supprimer tous les 5 de notre notation, on dit ben les 5 n'ont pas de valeur et tous les 5 repassent à 3 mais… Y'a une généralisation qui peut pas se faire. Tandis que quand on met en place une variable, on peut généraliser à un certain nombre de données. On n'est pas forcé de dire on va prendre toutes les données, on peut dire on limite le nombre de données qui nous intéressent, mais on peut déjà généraliser. C'est bon, ça se… ça se concrétise mieux ? Alors on va le mettre dans le cours. (20 s)
Le chapitre il s'appelle fonctions, fonctions linéaires. C'est un nouveau chapitre. Oh… vous avez vu qu'on factorise pas là, hein… Ah oui, quand même, quand même, j'me permets de vous rappeler que demain on a contrôle… le contrôle, il porte essentiellement, enfin à 90 %, factorisation, développement, après les équations-produits, l'équation *x* au carré égal *a* qu'on a retravaillé un peu hier on est d'accord… Bon, si vous savez faire ça, en gros euh… Mais ça se potasse un minimum, hein, c'est pas si simple, parce que l'heure et demie qu'on vient de passer ensemble depuis qu'on est rentré des vacances c'est pas très probant par rapport à…pour un certain nombre d'entre vous… Alors. Fonctions, fonctions linéaires.

I : C'est normal qu'il faut marquer deux fois fonctions ?

P : Oui c'est normal. Parce qu'on va mettre une généralité sur les fonctions, et puis tu verras, y'a des fonctions qui ont un nom. En particulier, on va étudier une fonction qu'on appelle fonction linéaire qu'est particulière. Puis on en verra une deuxième qui s'appelle fonction affine. (…)

B : Madame demain je serais pas là.

P : Et ben ton contrôle, tu auras deux possibilités. Soit je te le donne et puis tu le fais chez toi pendant une heure sans… tout seul. Ou bien tu le fais mercredi prochain.

B : Je le ferais chez moi.

P : Ouais, faut que j'ai confiance en toi aussi hein.(…). Par principe j'ai confiance.

L'enseignante écrit au tableau :

I. Notion de fonction.

1. Définition.

On appelle fonction le procédé qui à un nombre associe un autre nombre.

P : Donc à la limite avec ma définition, euh… A, ton procédé qui à 5 associait 3, ça devrait marcher hein, une fonction, un procédé, tu vois… d'accord… le nombre qui à 5 associe 3 c'est bien une fonction.

Exemple : Soit la fonction f :

P : Alors en général une fonction elle s'appelle *f*, parce que c'est *f* comme fonction hein, et puis après on décline *f*, *g*, *h*, vous avez vu hein, vous avez vu qu'on peut les appeler d'un autre nom.

Exemple : Soit la fonction f : « Prendre le carré et soustraire 5 ».

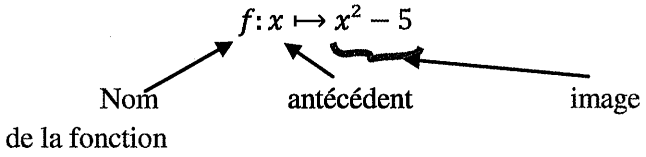
P : H, comment je pourrais l'écrire ça ? (…). Alors, prendre le carré et soustraire 5.
H : C'est *f*…
P : …*f*
H : …entre parenthèses *x*…
P : entre parenthèses *x*...
H : …flèche…
P : Chut…égal. Prendre le carré ça va faire quoi là ? Sur le nombre *x*.
H : *x* au carré.
P : *x* au carré. Regardez bien. Le *x* je le garde en encre normale et je vais le transformer en *x* au carré hein, puisqu'on a dit que… j'ai dit qu'on essaierait petit à petit de mettre un code couleur pour le nombre d'arrivée. Et puis après, soustraire 5, moins 5. La voilà la fonction, c'est *f* de *x* égal *x* au carré moins 5. (…).

L'enseignante écrit $f(x) = x^2 - 5$
On peut aussi écrire :

P : Alors, l'autre formulation. C tu te rappelles comment on l'avait formulée, comment…
C : Euh…*f*…
P : *f*… on a donné le nom de la procédure, le nom de la fonction. A *x*, on va associer…
C : Euh… *x* au carré moins 5…
P : *x* au carré moins 5.

L'enseignante écrit : $f\colon x \longmapsto x^2 - 5$

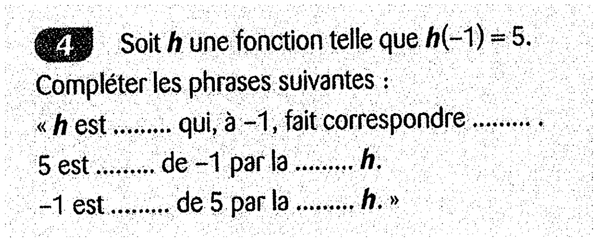
2. *Vocabulaire*



P : Quand j'écris comme ça, *f* qui à *x* associe *x* au carré moins 5, *f* ça correspond au nom de la fonction (…). L'élément où j'arrive, on en a déjà parlé, je sais pas si vous vous rappelez, ça s'appelle… L'image, vous vous rappelez, on avait déjà parlé de ça, on avait parlé d'une caméra, et on avait dit quand on projette, c'est avec vous que j'avais dit ça, quand on projette avec une fonction, ce qu'on voit à l'arrivée, c'est bien l'image. Elle est là l'image. Et *x* ça s'appelle…
J : L'antécédent.
P : L'antécédent.(…).Et nous par principe, à chaque fois qu'on devra écrire l'antécédent, on essaiera d'écrire en rouge… on verra que ça marche si on y arrive, à chaque fois qu'on voudra l'anté… pardon, j'ai dit l'antécédent ?

Els : Ouais.
P : Oh, excusez moi, à chaque fois qu'on voudra mettre en valeur l'image, on l'écrira en rouge. Systématiquement l'image on l'écrira en rouge. Donc on… deux couleurs, mais on changera l'écriture, l'antécédent sera d'une couleur, on va garder l'encre normale, et l'image, systématiquement on la changera de couleur. Pour bien se dire on est face à… à deux choses… d'une part on a un nombre de départ, et quand il est transformé, ben y'a une transformation totale, même sa couleur on l'a transformée. Prenez votre livre et votre cahier d'exercices, on travaille là-dessus. Sur ce vocabulaire de base. Mettez vous page 130, numéro 4 page 130. On va le faite à l'oral. (…). Je le mets au tableau. A l'oral. (…).

L'enseignante affiche l'exercice sur le TNI. (25s)



4 Soit ***h*** une fonction telle que ***h***(–1) = 5.
Compléter les phrases suivantes :
« ***h*** est .... qui, à –1, fait correspondre ....
5 est .... de –1 par la .... ***h***.
–1 est .... de 5 par la .... ***h***. »

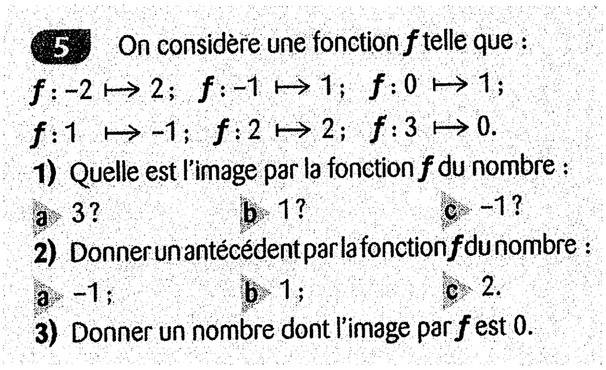
P : *h* est une fonction telle que *h* de -1 égal 5. *h* de -1 égal 5. J'ai tout laissé le cours au tableau. *h* de -1 égal 5. Alors. On en était arrivé à K. Tout au fond de la classe. *h* c'est… (…). C'est quoi *h* K ?
K : C'est la fonction.
P : C'est la fonction. (…).

La prof complète sur le TNI.

P : Qui à -1 fait correspondre… F ?...
F : Fait correspondre 5.
P : Qui à -1 fait correspondre 5. C'est bon pour tout le monde ? On est bien parti, par *h*, si on l'écrit de l'autre manière, à -1… ah pardon, j'avais dit qu'on écrirait en couleur….. j'y arriverais…

L'enseignante écrit : $h\colon -1 \longmapsto 5$.

P : Alors *h*, je pars de -1 et j'ai dit par cette fonction, son image, c'est 5, voilà. Donc on va pouvoir dire… J'suis arrivée à O, 5 est…
O : L'image.
P : L'image de -1 par… I ?
I : La fonction *h*.
P : Par la fonction *h*. -1, Y ?
Y : Est l'antécédent.
P : Est l'antécédent de 5 par…
L : La fonction.
P : La fonction *h*. Est-ce que ça se clarifie bien dans vos têtes. Image, antécédent. C'est bon T ? Alors, dans le même ordre d'idée… Oui ?
B : Mais madame, la première et la dernière phrase, ça veut dire la même chose...
P : Toutes ces phrases sont équivalentes. Toutes ces phrases veulent dire la même chose. C'est trois formulations différentes. (…). J'ai répondu à ta question ? On a bien *h* la fonction, on part bien de -1, on arrive à 5, -1 c'est l'antécédent de 5, 5 c'est l'image de -1. Toujours par la fonction *h*. Numéro 5. On considère la fonction *f* telle que… Je vous laisse regarder, je le mets au tableau. Pareil, on le fait à l'oral, ça mérite pas d'y passer… (30 s).



5 On considère une fonction f telle que :
$f : -2 \mapsto 2$; $f : -1 \mapsto 1$; $f : 0 \mapsto 1$;
$f : 1 \mapsto -1$; $f : 2 \mapsto 2$; $f : 3 \mapsto 0$.
1) Quelle est l'image par la fonction f du nombre :
a 3 ? b 1 ? c −1 ?
2) Donner un antécédent par la fonction f du nombre :
a −1 ; b 1 ; c 2.
3) Donner un nombre dont l'image par f est 0.

P : On considère une fonction *f*, celle-ci elle s'appelle *f*, qui à -1 associe 2, etc., je lis pas tout… Quelle est l'image par la fonction *f* de… A ? de 3… Quelle est l'image de 3 ?
El : 0.
P : Par cette fonction.
A : Euh… 3 ?
P : Quelle est l'image de 3, A ?
A : Euh… 0.
P : 0. Quelle est l'image de 1, A ?
A : 0.
Els : -1.
P : Va nous montrer au tableau A. Lève toi. Vite, vite. Lève toi. Montre nous les images qu'on soit bien d'accord. Vas-y, vas-y, vas-y. Alors. L'image de 3, montre nous où tu vois l'image de 3.

A montre le nombre 3 antécédent de 0.

P : L'image de 3.

A se corrige et montre le nombre 0 image de 3.

P: Elle est là. 0. L'image de 1 ?... Chut.

A montre le nombre 1 image de -1.

J : Non.
I : Ah, mais y'en a deux madame.
P : Non, non, non. L'image de 1. Je pars de 1. Mon nombre de départ c'est 1.

A montre -1 image de 1.

P : -1. J'suis d'accord avec toi. Et l'image de -1… Chut. L'image de -1. C'est 1. Ça te va I ? L'image c'est le nombre sur lequel tu arrives, c'est pour ça que je tiens à notre code couleur.
I : Mais ça j'ai compris madame, mais c'est pour… le 2ème et le 3ème ils ont le même résultat. Celui là du milieu et celui d'à côté.
P : Ces deux là ils sont pareils je suis d'accord avec toi. Ils ont la même image pour des antécédents différents. Mais quand on te demande « Quelle est l'image par la fonction de 1 ? », tu dois bien partir du nombre 1 pour trouver son image. C'est dans cette question là « Donner un antécédent », donc ça laisse supposer qu'il peut y avoir plusieurs antécédents différents, « par la fonction *f* du nombre 1 ». Vas-y V. Va nous les montrer au tableau, qu'on soit bien d'accord. Donner un antécédent par la fonction *f* du nombre -1. Un antécédent du nombre -1.

V : Euh…
El : 1.
P : Alors montre nous. On veut voir un antécédent du nombre -1.

V montre le nombre 1 antécédent de -1.

P : Il est là. Un antécédent du nombre -1, c'est 1. Est-ce qu'il est unique cet antécédent, telle qu'elle est écrite la fonction au tableau ?
V : Oui.
P : Oui, il est unique. Deuxièmement. Donner un antécédent du nombre 1.

V montre le nombre -1 antécédent de 1.

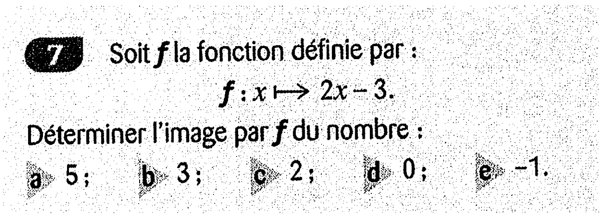
P : Soit on a ce -1 ici, mais on aurait pu choisir un autre antécédent…

V montre le nombre 0 antécédent de 1.

P : … soit on peut citer 0. Donc pour le nombre 1, y'a deux antécédents possibles, soit -1, soit 0. Tout le monde le voit. Et un antécédent du nombre 2 ?
V : Ben y'a 2 ou -2.
P : Y'a 2 ou -2. Donner un nombre dont l'image par *f* est 0.
V : Euh… 3.
P : 3, voilà. Prenez le numéro 7, par écrit cette fois-ci. Par écrit. Le 7 page 130. Je le mets au tableau. Ça va sonner. On a deux minutes, montre en main. Allez vite, perdez pas de temps.

L'enseignante passe dans les rangs.

P : Là t'as pas compris ? Non, dans le 7 ? Je le mets au tableau. Voilà, la fonction elle est définie comme ça. A *x*, j'associe 2*x* moins 3. Et on cherche l'image par *f* de 5. (25 s).



7 Soit f la fonction définie par :

$$f : x \longmapsto 2x - 3.$$

Déterminer l'image par f du nombre :

a 5 ; b 3 ; c 2 ; d 0 ; e -1.

P : Essayez de garder le code couleur qu'on s'est donné tout à l'heure. L'image écrivez la en rouge. Ah ouais, s'il vous plait. (17 s).
El : On récrit la fonction à chaque fois ?
P : Oui, on écrit la fonction à chaque fois. Mettez un code couleur.

La sonnerie retentit.

P : Ahh…Tant pis. On continuera mercredi. On reprendra.

Annexe 9 : Transcription Séance n°3

(…) : blanc de plus de 3 secondes. El (s) : un ou plusieurs élèves indéterminés.
En italique, les indications d'actions.

S3-E1	Correction des exercices 5, 6 et 1 du contrôle par l'enseignante	2 min 50 s
S3-E2	Correction exercice 1 du contrôle par l'enseignante	2 min 40 s
S3-E3	Rappel oral de l'enseignante sur ce qui a été institutionnalisé la veille	50 s
S3-E4	Exercice 6 collectif : F, L sur Cabri-géomètre	5 min 20 s
S3-E5	Réflexion orale collective sur la nature de ABCD	1 min 15 s
S3-E6	Y sur Cabri-géomètre pour afficher les valeurs	5 min
S3-E7	Phase d'institutionnalisation écrite à partir de l'exercice 6 : fonction et tableau de valeurs dans le cahier de cours	11 min 10 s
S3-E8	Réflexion orale collective sur la proportionnalité	4 min 25 s
S3-E9	Réalisation individuelle du graphique dans le cahier de cours	17 min 35 s

Episode 1 : 2 min 50 s

5. Ecrire en utilisant les notations, traduire les fonctions f et g. *(3points)*
- *la fonction f* " *prendre le triple et soustraire* 4"
- *La fonction* g "prendre le double du carré et ajouter 16"

Calculer l' image par f de−3 et l'image par g de−2

6. Ecrire les programmes de calcul correspondant aux fonctions suivantes *(2 points)*
- $g: x \to \frac{x}{2} + 4$
- $h(x) = \frac{1}{x} - 3$

P: Alors, la fonction f, prendre le triple et soustraire quatre. M, je t'écoute, parce que tu as fait ohh… qu'est-ce qui se passe… Par f…
M : f deux points.
P : Tu prends un nombre x.
M : Euh…
P : Le triple…
M : $3x$.
P : $3x$… soustraire 4… moins quatre.
M : J'ai pas fait comme ça.
P : Ben pourquoi t'as pas fait comme ça ? Alors que quand…
M : J'ai fait x fois 3. J'ai fait x fois trois après j'ai mis égal $3x$ après j'ai mis moins quatre.
P : Et non. Tout globalement. C'est une globalité.
El : Et si au lieu de $3x$, on a mis $x \times 3$?
P : C'est la même chose $3x$ et $x \times 3$.
C : Madame, mais fallait calculer l'image ou fallait d'abord faire ça ?

L'enseignante relit l'énoncé.

P : Ecrire en utilisant les notations, traduire les fonctions par.
El : Et si on n'a pas présenté comme ça c'est grave ?
P : Ben je regarderai. Je regarderai. On pouvait aussi le présenter sous la forme $f(x) = 3x - 4$. Alors, la deuxième. K. g, prendre le double du carré et ajouter 16.
K : Euh… Inaudible
P : Pardon ? g, à partir d'un nombre x, tu veux associer le double du carré.
K : Deux x plus…
P : Deux x au carré auquel je veux ajouter 16.
K : Plus 16.
P : Plus 16. D'accord. Faites ce calcul pour -3. A -3, par f, à -3 je vais associer -3 fois -3 moins 4 ce qui va faire à -3 je vais associer -9 moins 4 qui fait -13. Et g, quand je pars de -2, g pour -2, à -2 je vais associer 2 fois -2 au carré plus 16. Quand je pars de -2 j'associe -2 au carré c'est 4, 4 fois 2 huit, plus 16 ce qui fait 24.
El : Euh ouais, c'est ça.
El : C'est grave si on a mis directement…
P : Si t'as écrit…
El : Sans mettre le calcul. Directement.
P : J'te l'accepterai. On verra comment tu l'as… Y'a F qui m'a… Parce que je voulais surtout revoir les fonctions, qui m'a posé la question sur la formule là, sur la vitesse de la sonde spatiale.

Episode 2 : 2 min 40 s

L'enseignante corrige l'exercice 1.

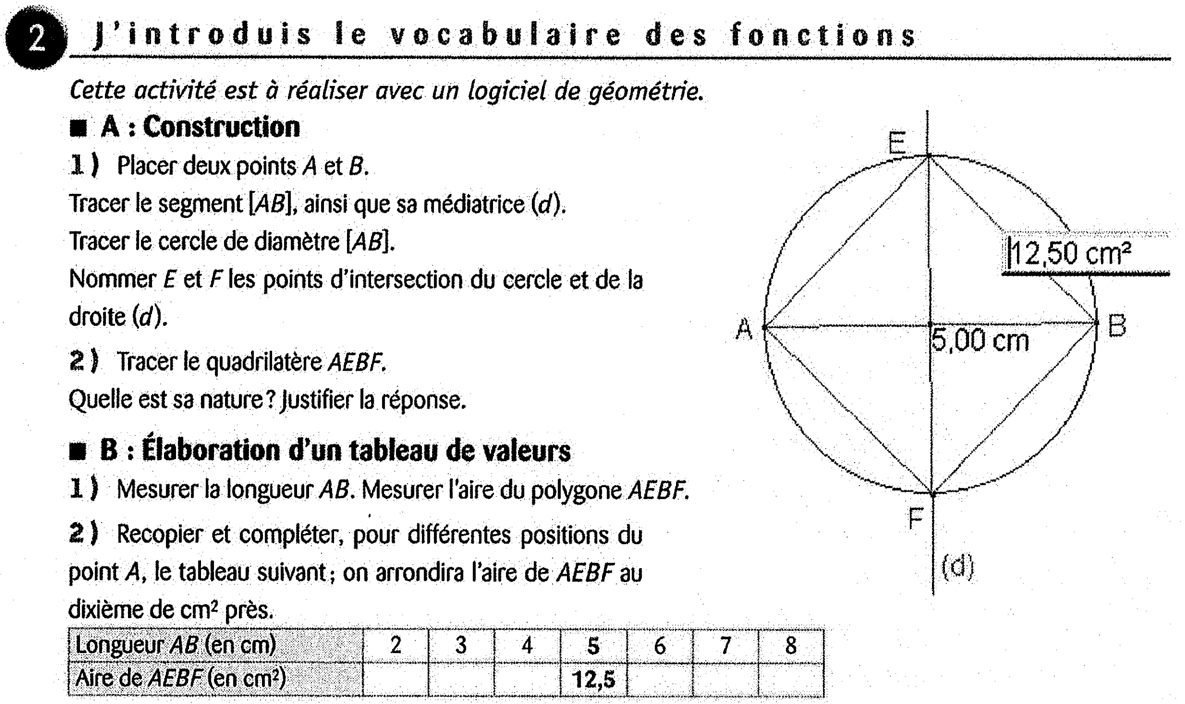
Episode 3 : 50 s

P : Alors, je voudrais qu'on reprenne les fonctions. Donc on a bien dit hier qu'on définissait une fonction à partir d'une image par la fonction, par ce procédé on définissait l'antécédent. Que la fonction elle pouvait se limiter à deux valeurs à… Je sais plus ce qu'avait dit hier vos camarades, à -3 j'associe 5 et puis je la laisse là, mais bon, on a dit elle est pas forcément très très intéressante. On aime bien avoir des fonctions sur lesquelles on met en place une formule algébrique.

G lève la main. L lève la main puis la rabaissera.

P : J'suis tout de suite à toi. Et donc, à partir d'une image on définissait un antécédent, et si on donnait une valeur particulière à l'image, on pouvait trouver la valeur particulière de l'antécédent en lui… Non. Si on donnait une valeur particulière à un nombre on pouvait calculer son image en appliquant la formule donnée. G, ta question.
G : Pour la g, si j'ai mis x au carré entre parenthèses fois 2, ça change quelque chose ?
P : Inaudible.

Episode 4 : 5 min 20 s



2 J'introduis le vocabulaire des fonctions

Cette activité est à réaliser avec un logiciel de géométrie.

■ A : Construction

1) Placer deux points *A* et *B*.
Tracer le segment [*AB*], ainsi que sa médiatrice (*d*).
Tracer le cercle de diamètre [*AB*].
Nommer *E* et *F* les points d'intersection du cercle et de la droite (*d*).

2) Tracer le quadrilatère *AEBF*.
Quelle est sa nature ? Justifier la réponse.

■ B : Élaboration d'un tableau de valeurs

1) Mesurer la longueur *AB*. Mesurer l'aire du polygone *AEBF*.

2) Recopier et compléter, pour différentes positions du point *A*, le tableau suivant ; on arrondira l'aire de *AEBF* au dixième de cm² près.

Longueur *AB* (en cm)	2	3	4	5	6	7	8
Aire de *AEBF* (en cm²)				**12,5**			

P : Je voulais vous montrer une fonction à partir d'une construction géométrique. Ça correspond à l'activité 2 du livre je crois. Qui est-ce qui voudrais passer sur Cabri-géomètre ? On va faire un petit montage. Vas-y. Commence.

F passe au tableau.

P : Soyez bien attentifs. C'est pour nous l'occasion de… J'en profite pour… Fais-le avec la souris parce qu'avec le stylo du TNI ça sera pas pratique. Donc on est bien attentif sur les constructions du TNI. J'crois que pour l'instant dans votre classe, j'ai fait passé personne au tableau pour Cabri-géomètre cette année. L'année dernière j'en avais fait passé, cette année en 3ème jamais, donc on y va, on commence petit à petit. Le but de la leçon c'est la… c'est la fonction, donc on n'y perd pas trop de temps, mais bon on le fait quand même. Donc j'voudrais tracer un cercle. (…). Voilà. Fais nous un beau cercle. Prends la flèche pour l'agrandir ce cercle. Mets-toi sur la flèche… pour agrandir ce cercle. J'voudrais construire un diamètre de ce cercle. (…). Alors si tu prends une droite, on va être gêné. Prends un segment. (…). Non, le segment c'est en-dessous de la droite. Fais dérouler le menu où tu as pris la droite. Fais dérouler. Naan… Non. Le segment. Voilà. Ah là tu nous as fait un rayon. Nous c'qu'on voudrait c'est un segment. (…). Faut que les points soient… Garde le ce rayon. Tu vas t'appuyer sur ce rayon pour… Refais un segment pour refaire le diamètre. A partir de ce rayon trace le diamètre. Reprends le point où tu as pris comme rayon… ouais… et passe par le centre… pour avoir le diamètre. Va jusqu'au point. Pars du point du cercle s'il te plaît. Du point du cercle.
El : Inaudible.
P : Du point du cercle. Voilà. Avance, avance. Passe par le centre et va bien jusqu'au… Passe bien par le centre. Alors à partir de là… Je reprends la construction je me souviens plus… J'crois qu'il fallait construire une perpendiculaire. Trace une perpendiculaire à ce segment qui passe par le centre. On changera les couleurs après. Hop une perpendiculaire qui passe par ce point. (…). Non, non, non. Mets-toi sur le point. Tu t'es mis sur perpendiculaire. Alors perpendiculaire. Il s'affiche normalement

sur le tableau. Regarde. Mets-toi sur le centre maintenant. Quel objet. Tu marques point. Ah. T'es par sur le point. (…). Perpendiculaire. Je vois pas. On voit pas. C'est toi qui vois c'qui y'a écrit hein. C'est écrit en vert.

L'enseignante se déplace pour venir aider l'élève.

P : Y'a écrit… Perpendiculaire… A… Au segment, à quel objet, au segment. Alors, pas c'lui-ci parce que j'aurais voulu que ce soit… Normalement ils sont… ils sont confondus. Voilà. Qui est-ce qui passe… Qui est-ce qui succède à F ? Va-y L.

L passe au TNI.

P : J'voudrais que tu nous mettes en place les points d'intersection de cette droite avec le cercle. OK. Tu nous mets en place les points d'intersection. Alors… Voilà. Les points ici avec le cercle et le point d'intersection avec le cercle en-haut. OK. Maintenant j'voudrais que tu traces… On va leur donner un nom à ces points. Donne leur des noms à ces quatre points qui sont sur le cercle. On va les appeler A, B, C… Peu importe. Donne leur les noms que tu veux. (...). Ouais. Ouais. J'voudrais construire le quadrilatère ABCD. Alors regarde en bas tu dois pouvoir avoir une construction de quadrilatère. Fais dérouler le menu du… Où tu as le segment et tu dois avoir polygone. J'veux carrément le polygone. On va jusqu'au point A, puis jusqu'au point B, jusqu'au point C. Voilà. Alors ça y est. On a notre construction géométrique et la fonction que je voudrais mettre en place, c'est une relation. J'vais pas pouvoir… je veux pas la mettre sous forme algébrique, c'est une relation qui lierait… on va l'appeler $\mathcal{A}$, une relation qui existerait entre la longueur du diamètre en fonction de l'aire du quadrilatère ABCD.

L'enseignante écrit au tableau : $\mathcal{A} : AB \mapsto \mathcal{A}_{ABCD}$

P : Fais varier le cercle euh… agrandis le cercle. Si on agrandit le cercle, on est bien d'accord que le polygone grandit… On va voir ce que c'est comme polygone d'ailleurs… grandit en même temps que le diamètre, donc il doit bien y avoir une relation entre la longueur du diamètre et l'aire du polygone. Est-ce que vous voyez ça ?

Episode 5 : 1 min 15 s

P : C'est quoi au fait ABCD ? Quelle est cette figure ?
Els : Un carré.
P : C'est un carré. Pourquoi c'est un carré ?
Els : Inaudible.
P : Oh non, on sait rien sur les mesures des longueurs des côtés.
Els : Inaudible.
P : Oui G.
G : Inaudible.
P : Alors les diagonales, qu'est-ce qu'elles ont ?
Els : Inaudible.
P : Elles sont perpendiculaires et puis ?
Els : Elles se coupent en leur milieu.

P : Elles se coupent en leur milieu. Elles se coupent en leur milieu c'est un parallélogramme, elles sont perpendiculaires ça devient un…
Els : Carré.
P : Un losange. On n'a pas encore le carré. Alors, qu'est-ce qu'on va pouvoir rajouter sur les diagonales pour arriver au carré ? Oui ?
El : Il est inscrit dans un cercle.
P : Euh… Je voudrais rester sur les diagonales. T'as raison, mais restons aux diagonales.
El : Inaudible.
P : Ben non, si elles sont perpendiculaires, alors c'est forcément un triangle rectangle. J ?
J : Euh leur… Elles ont toutes la même mesure.
P : Elles ont toutes la même mesure. Donc première propriété, elles se coupent en leur milieu, c'est un parallélogramme. Je rajoute une condition sur la... Elles sont perpendiculaires, du parallélogramme, je passe au losange. Et comme elles sont de même longueur, je passe au carré. Voilà. Et j'ai un carré. Bien.

Episode 6 : 5 min

P : Merci L. Vas-y Y. Je voudrais que tu prennes le logiciel. On a deux segments. Attends je…

L'enseignante se déplace pour manipuler le logiciel mais supprime la figure. Elle tente de la reproduire mais finit par redonner les commandes le logiciel à Y.

P : Fais-le moi ce polygone. Mets-toi sur polygone. Voilà. Ça y est. On a le diamètre. Excusez-moi. Je touche plus à rien. Passe par A, B, C, D. Et reviens sur A. Merci Y. Heureusement qu'il est là pour me sauver. Alors on est sur mesure, centimètre. Tu vois là-haut. J'voudrais que tu mesures le segment BD s'il te plaît. Distance ou longueur. Voilà. Et j'ai dit des bêtises, c'est pas AB que je voulais. Oh je dis que des bêtises, je rentre me coucher. C'est pas AB que je voulais dans la fonction que je voulais mettre en place, c'était BD. Mesure moi BD s'il te plaît. Distance de ce point à ce point. Voilà. Onze virgule treize. Et puis je voudrais que tu nous donnes l'aire du polygone ABCD, du carré ABCD. Alors mets-toi sur distance. Remets-toi sur distance là-haut. Voilà. Aire. Voilà. Et donne nous l'aire. Mets-toi sur polygone. Non, pas sur cercle, du polygone. Voilà. Donc on a bien… Fais varier le cercle. Voilà. On est bien d'accord… Alors va pas trop vite qu'on voit bien... Quand BD varie, pour la longueur 4,88, l'aire du polygone est 11,89. Agrandis le cercle. Pour 10,6, l'aire du polygone est 56,15 centimètres carrés. On a bien créé une fonction entre la longueur BD… Elle a été longue à mettre en place… On a créé une fonction entre la longueur BD et l'aire du polygone. On est d'accord là-dessus. On va prendre notre cahier de cours et mettre en place cette fonction avec un tableau de valeurs.

Episode 7 : 11 min 10 s

L'enseignante fait noter dans le cahier de cours :
3) Représentation graphique
Voir activité 2 page 125
Les élèves reproduisent la figure correspondant à l'activité.
Envisageons la fonction $\mathcal{A}$ qui à la longueur du diamètre [BD] fait correspondre l'aire du carré ABCD. A l'aide des données de cabri-géomètre, faisons un tableau de valeurs.
L'enseignante affiche les valeurs sur le TNI et complète le tableau que les élèves recopient.

Episode 8 : 4 min 25 s

L'enseignante a complété les 4 premières cases du tableau de valeurs quand G intervient.

G : Mais madame, c'est pas de la proportionnalité ça ?
P : On va regarder si c'est de la proportionnalité. On va regarder ça. On va regarder ça tout de suite. Six, dix-huit. (...) Sept, vingt-quatre virgule cinquante-deux. Qu'est-ce que t'en penses sur la proportionnalité ?
G : Ben j'sais plus si c'est la même mesure en fait... Vu que c'est centimètres et centimètres carrés, j'suis pas sûre.
P : Vous avez entendu ce qu'elle a dit G. Elle se demande si c'est pas une relation de proportionnalité. Elle se dit est-ce que c'est parce qu'on prend pas les mêmes unités que c'est euh... Que ça gène pour que ce soit de la proportionnalité ou pas. Sept virgule neuf, trente-et-un virgule vingt-et-un. Ça y est, on a nos valeurs. Sept virgule neuf... trente-et-un virgule vingt-et-un. (12 s). Ça y est, c'est bon ? Donc on a bien vu qu'on avait une fonction déjà, à un nombre donné on associe un autre nombre avec une procédure qu'est bien définie, on agrandit le diamètre et on trouve l'aire correspondante. Alors répondons à la question de G. Est-ce que c'est le fait que ce soit pas les mêmes unités ça gène pour un tableau de proportionnalité ? Non, a priori non, hein. Quand on veut calculer le poids de fruit pour mettre avec le nombre de... Le poids de ... Non c'est pas... Le volume de confiture qu'on va associer au poids de fruit y'a bien une proportionnalité et c'est pas les mêmes valeurs, c'est pas les mêmes unités. D'un côté le poids de fruit puis de l'autre côté le volume de confitures. D'accord. Donc c'est pas, c'est pas... Le fait que ce soit pas les mêmes unités, ça justifie pas que ce soit pas un tableau de proportionnalité. Alors (...) Si on enlève ce problème d'unités, est-ce qu'il y a proportionnalité ?

L lève la main.

P : Y'a que L qui a une opinion à donner euh... de façon efficace ? L et S. Et G. J'aimerais bien qu'il y en ait plus ? Et H. Y'a que quatre personnes qui se prononcent sur ce tableau de proportionnalité ? Programme cinquième. Programme quatrième. Programme troisième. Programme $6^{ème}$, la proportionnalité. Programme CM2.
El : C'est vrai en plus.
P : Oui c'est vrai, j'vous mens pas. Est-ce que j'ai l'habitude ? Alors ? Y'a que quatre... Est-ce que c'est un tableau de proportionnalité ?
Els : Ben oui. Oui. Non.
P : Alors. Déjà y'a six élèves, sept élèves qui se prononcent, j'aimerais bien qu'il y en ait plus (...) Pas plus ? Personne n'est capable de prendre ses responsabilités par rapport à ce tableau ? Est-ce que c'est un tableau de proportionnalité ? Ça veut dire quoi ? Ahhh... On s'prononce. K ! Prononce toi ! C'est un tableau ou pas de proportionnalité ? T'as une idée ou pas ?
El : Il est bizarre le premier. (...)
P : Alors C, ton avis.
C : Ben non parce que six pour aller à dix-huit on fait fois trois et pour que sept ça passe à vingt-quatre virgule cinquante-deux et ben ça fait pas fois 3.
P : Pour qu'on ait un tableau de proportionnalité, un tableau de proportionnalité il est défini par le fait que pour passer de la première ligne à la deuxième ligne on multiplie par un même nombre qui s'appelle coefficient de proportionnalité. Donc il faudrait qu'on ait ici un nombre, multiplicatif, qu'on puisse mettre là en rouge. (...). Faudrait qu'on ait un nombre là qu'on appellerait coefficient de proportionnalité et qui ferait que... que... qu'on passerait de la première ligne à la deuxième ligne en

multipliant par un même nombre. Alors C nous dit, pour passer de là à là on multiplie par trois, fois trois, hors si on multiplie ici par trois, sept, ça ferait vingt-et-un. C'est vingt-quatre virgule cinquante-deux. Et si on multiplie ici par trois on aurait neuf. Donc y'a vraiment pas un coefficient constant pour passer de la première ligne à la deuxième ligne. Ça n'est pas un tableau de proportionnalité. Premier point. (...).

Episode 9 : 17 min 35 s

P : On va faire la représentation graphique de cette euh... de cette fonction. Alors pour... ahh... je vous ai pas mis... on n'a pas respecté notre code couleur d'hier. Ça c'est en rouge, soulignez en rouge, on a dit que l'image on la mettrait toujours en rouge. Soulignez les en rouge qu'on voit bien, cohérent par rapport à ce qu'on s'était dit hier.
El : Inaudible
P : Ah ben souligne en bleu la première ligne si t'as tout mis en rouge. (8 s). Faisons la représentation graphique. En axe des abscisses, on va mettre systématiquement la donnée de la première ligne qui correspond à la longueur de [BD] et en axe des ordonnées, on va mettre en... ce qui correspond à la valeur de la deuxième ligne, c'est-à-dire à l'aire. D'accord ? Donc on va faire un axe des abscisses bleu. Vous faites rien pour l'instant que l'on sache quelle unité on va mettre. Ça correspondra à BD. Et en axe des ordonnées, on va mettre obligatoirement du rouge, parce que c'est l'image, qui correspondra à l'aire de ABCD. D'accord ? Alors la longueur BD elle varie de zéro à... de zéro à huit, donc on va pouvoir choisir un centimètre... pour aller jusqu'à huit. L'unité du centimètre sera bien. Et en axe des ordonnées, on va jusqu'à trente, tente-et-un. Qu'est-ce qu'on va pouvoir choisir comme unité ? (...). Quel... *inaudible* ... centimètres.
G : Deux carreaux pour cinq.
P : Alors. (...) Deux carreaux pour cinq ? Moi j'ai envie de mettre un centimètre pour deux unités. C'est-à-dire zéro virgule cinq centimètre pour un. Ici ce sera un, ici ce sera deux (...).Lancez-vous.
L : Des centimètres ou des carreaux ?
P : Non, je veux des centimètres. Je veux des centimètres de façon impérative parce que ce sera pas plus facile avec des carreaux puisqu'on est avec des nombres décimaux. Le centimètre mesurera mieux les nombres décimaux que des carreaux. D'accord ? Donc ça veut dire qu'on sera à quinze centimètres de haut. Quinze centimètres de haut. Seize centimètres de haut.
El : Quinze ou seize ?
P : Seize. Non, non, excuse moi, seize centimètres. J'insiste lourdement. (10 s). Un centimètre en abscisse pour une unité et un demi centimètre en ordonnée pour unité en axe des ordonnées. L'affaire va être difficile hein je sens.
El : Et pour là l'unité madame c'est quoi ?
P : Un centimètre.
El : La ligne bleue c'est combien de centimètres ?
P : L'axe des abscisses, c'est un centimètre pour une unité, pour un centimètre. Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit. On va jusqu'à huit. Je le fais en même temps que vous sur le TNI comme ça j'en aurais la trace. (40 s).

L'enseignante trace les axes sur le TNI.

P: N'oubliez pas de mettre mon code couleur. En axe des abscisses on est bien en bleu, et en axe des ordonnées on est en rouge.
El : Madame les centimètres faut que ça aille jusqu'en haut.

P : Ouais, faut que ça aille jusqu'à seize pour avoir trente-deux quand tu feras un centimètre, zéro cinq pour un centimètre. (40 s). Ici j'aurais un, ici j'aurais un, ahh… Ici je suis à un, deux est là. (8 s). puis quatre, puis six, huit, dix, douze, quatorze, seize, dix-huit, vingt, vingt-deux, vingt-quatre, vingt-six, vingt-huit… (18 s). Trente est là. Et là je prends un centimètre ici. Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit. Çà ça correspond à la longueur BD. (8 s)

El : On va jusqu'à huit ?

P : On va jusqu'à huit puisque nous on a fait notre étude jusqu'à huit. Et ça, ça sera l'aire de ABCD. (4 s). Je viens vous voir. (18 s)

L'enseignante se déplace dans les rangs.

P : OK. Non, non, c'est n'importe quoi jeune homme, ça me va pas. Recommence. Comme je te l'ai demandé. Et puis je t'ai demandé de faire l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées en rouge. Y'a aucun… Rien n'est appliqué. Ça me convient pas. Refais ça.

C : C'est combien l'axe des ordonnées ?

P : Zéro cinq. Centimètre. (12 s). Retourne toi. (20 s)

L'enseignante complète les légendes sur les axes au tableau, puis se déplace à nouveau dans les rangs.

P : En rouge c'est pour toi que je… Ah pardon. Je voyais pas. Mets les couleurs en rouge ici aussi. (24 s)

L'enseignante retourne sur le TNI placer les points du graphe.

P : Alors, je veux mettre… on va mettre le point de coordonnées un virgule trois centimètre avec zéro virgule quatre-vingt-quatre. (…). Deux virgule un avec deux virgule vingt. (…). Trois avec quatre cinquante-et-un (11 s). Quatre avec dix virgule six. Quatre virgule six. (18 s)

F : Madame ?

P : Oui.

L'enseignante revient voir F.

P : Non, excuse moi F, t'as pris un demi centimètre ? J'ai dit un centimètre. Ça fait zéro huit.

V : Inaudible.

L'enseignante repart au TNI placer les autres points. (1 min 20s).

P : Allez A, perds pas de temps.

El : On relie après madame ?

P : Oui, on relie.

J : On fait par carreau en bas, madame, ou par centimètre ?

P : Par centimètre, on a dit, hein. (1 min 8 s)

L'enseignante repart au TNI et ouvre une nouvelle page pour reproduire le tableau de valeurs.

El : Madame, on le refait le tableau ?

P : Non, non. Moi je le fais pour le garder en mémoire sur le TNI, mais vous vous l'avez vous, vous le refaites pas. C'est parce que le tableau je vais l'effacer et je veux le garder en mémoire. (15 s).
O : Madame, il y est plus le tableau… le graphique ?
P : Le graphe ? Non, il y est plus. T'as pas besoin de moi. Tu fais ton p'tit boulot, je fais mon p'tit boulot, et chacun chez soi. J'vais vous le remettre tout à l'heure, mais vous avez pas besoin de…
El : On relie à la main ou à la règle ?
P : Reliez à la main. On l'a déjà rencontrée cette courbe là. On l'a déjà reliée à la main. (50 s)

L'enseignante remet le graphique sur le TNI et se déplace dans les rangs. S'attarde avec I.

P : Comment ça se fait que… A deux tu associes deux virgule vingt. Deux virgule vingt c'est là. Et à trois tu associes quatre cinquante-et-un. C'est bon. Bizarre. Pourquoi ça marche pas ? (…)
OK. C'est bien. D'accord.

L'enseignante retourne voir F.

P : T'as toujours pas changé ! Mais non pas là ! Ah, mais c'est infernal d'être têtu comme ça !
F : Inaudible.
P : Ah, j'ai rien dit. (…). Mais t'as pas été jusqu'à huit, t'as pas été jusqu'à huit.
F : Inaudible.
P : Ben oui. Donc c'est bien ce qui me semble. Pourquoi tu l'as pas fait plus grand ton graphe. Recommence-le puisque tes camarades sont en retard. Dépêche toi J.
P : Qu'est-ce qui te gène la dedans ?
J : Zéro quatre-vingt-quatre.
P : Zéro quatre-vingt-quatre ? Ben zéro quatre-vingt-quatre tu divises par deux, ça va faire zéro quatre de hauteur. Puisque tu divises par deux, zéro quatre. Centimètres.
El : Madame, le point on le …
P : Oui. Après on trace la courbe. Deux virgule deux, un virgule un … centimètre.
E : On part de zéro ?
P : Si on avait eu zéro en longueur de… de diamètre, quelle aurait été l'aire du… Quelle aurait été l'aire du carré ? Zéro. Donc ça part bien de zéro. Allez G. Dépêche toi A, c'est presque fini. Relie, main levée s'il te plaît. Sans la règle. (20 s).

L'enseignante revient voir I.

P : Retourne toi. Retourne toi. Chut. (22 s). Ça me… Ça me va pas. Ça me va pas. On attend tranquillement les camarades. Mais ça me va pas ce… ce brouhaha là, cette agitation. Elle me convient pas. T'entends T ? Elle ne me convient pas ! (48 s).

L'enseignante revient voir A.

P : Il est pas bon ce point là. Reprends le. Demande à V de regarder avec toi. Il est pas bon. (22 s).
Sonnerie. Ah, ben tant pis. On reprendra mercredi.

Annexe 10 : Transcription Séance n°5

(…) : blanc de plus de 3 secondes.   El (s) : un ou plusieurs élèves indéterminés.
En italique, les indications d'actions.

S5-E1	Correction exercice 9 par N	13 min 45 s
S5-E2	Correction exercice 10 par D	10 min 45 s
S5-E3	Recherche individuelle	8 min 20 s
S5-E4	Correction du tableau	1 min 40 s
S5-E5	Recherche individuelle et correction du graphique	15 min
S5-E6	Lecture graphique par l'enseignant	2 min 15 s

Episode 1 : 13 min 45 s

P : C'était que des lectures graphiques ou pas ? Non, alors on corrige le 54. 52 ou 54 ? page ? 136 ? (…). N passe au tableau. 52. (…).

N apporte son cahier à l'enseignante et passe au tableau.

P : Merci.(15 s). Alors, c'est la fonction i de x égal x moins 2… x moins 2 divisé par x plus 1. i de x égal.

N écrit : I 2 x.

P : Non. i de x.

N écrit : $I(2x)$.

P : Mais non. Oh. i qui dépend de x, on écrit… Ah oui. J'ai pas dit le double de x. J'ai dit ça dépendait de x.

N écrit : $I(x)$.

P : Vous avez vu sa faute hein.
C : Madame on corrige le combien là ?
P : Egal x moins 1, le 52 en premier parce que j'arrive pas à ouvrir le… le TNI. x moins 2 pardon, x moins 2 divisé par x moins 1. (…) par x plus 1, excuse-moi hein. Voilà. Pourquoi le nombre -1… Alors pourquoi est-ce que le nombre -1 a un statut particulier par rapport à cette fonction ? … Qu'est-ce qui se passe pour x égal -1 ?
N : Ça fait 0 le dénominateur.
P : Alors, marque le. Pour x égal -1 (…). Pour x égal -1 (…). x égal -1, qu'est-ce qui se passe ?
N : Le dénominateur est égal à 0.
P : Le dénominateur est égal à 0 (…). C'est bien. (…) Est égal à zéro. On peut pas avoir zéro au dénominateur, donc on l'exclut, -1, x égal -1 est exclu des valeurs possibles de x. Vas-y, donc… x égal -1… c'était n'admet pas d'image, donc x égal -1 n'admet pas d'image (…). Donc x égal -1 n'admet pas d'image, n'admet pas d'image point. Recopiez le tableau suivant. Tu te mets en dessous,

t'as la place. On te donne les valeurs 4, 2 (…). 1, 0, -2. (…). Fais ce tableau. (…). Voilà. (…). i de x. (…). Alors, pour x égal 4. Fais les calculs à côté si tu as besoin. (…). Quel calcul il va falloir faire ?

N : x moins 2 plus 4.
P : Alors, il va falloir faire… Mets-toi sur le tableau de droite qu'on fasse le calcul.
N : x moins 2 plus 4 sur x plus 1 plus 4.
P : Alors, x égal 4, donc tu as… A la place de x tu vas remplacer…
N : Faut mettre 4 moins 2.
P : Alors 4 moins 2, vas-y, fais le calcul.
N : Je le fais direct.
P : Oh ben si tu veux. 4 moins 2 ça fait…
N : 2.
P : 2 sur 4 plus 1
N : 5.

N écrit : $\frac{2}{5}$

P : 5. Pour x égal 2.
N : Ça fait 0.
P : 0 sur…
N : 0 sur 3.

N écrit : $\frac{0}{3}$

P : 0 sur 3
P : Pour x égal 1.
N : Euh… ça fait 1 sur 2.

N écrit : $\frac{1}{2}$

P : 1 sur 2. S, s'il te plaît. Pour x égal 0.
N : Ça fait -2 sur 1.

N écrit : $\frac{-2}{1}$

P : -2 sur 1. On est d'accord. Y'a une erreur ? Ah c'est -1, -1, pour x égal 1, -1 sur 2. D'accord ? Regarde, 1 moins 2 ça fait -1, on est d'accord N. Et enfin pour x égal -2.
N : Ça fait -4..
P : -4 sur…
N : Euh…-1.
P : -4 sur… -2 plus 1, -1. Et -4 sur -1 c'est égal à… Une division de deux nombres négatifs. (…). -4 divisé par -1. N ? 4. Voilà. OK.

N écrit : $\frac{-4}{-1}$ 4

P : Ecarte-toi que tout le monde voit bien. Ça y est j'ai retrouvé l'usage du tableau. Mets bien égal. On n'a pas honte. Egal 4. A côté de -1. Voilà. (15 s).

J : Est-ce qu'on pourra revoir ça en aide parce que je comprends rien ?

P Celui qu'on est en train de corriger ? Mais... Pose des questions tout de suite ! Pourquoi tu veux qu'on le refasse en aide ? Qu'est-ce qui te gêne ? Recopie pas, dis-nous ce qui te gêne.

J : J'comprends rien.

P : Qu'est-ce que tu comprends pas ?

J : Quand on demande... pourquoi -1 n'avait pas d'image...

P : N, explique à J : qu'est-ce qui se passe si x égal -1 ?

N : Ben... C'est 0.

P : Qu'est-ce qui est égal à 0 ? Montre lui où tu as zéro.

N : Ben, là.

N montre $x + 1$ *au dénominateur de l'expression.*

P : Quand on remplace x par -1, -1 plus 1 ça va faire...

J : Ben zéro.

P : Zéro! Or qu'est-ce qui se passe si tu as un zéro au dénominateur ?

J : Ben ça va faire 0.

P : Comment ?

J : Ben ça f'ra 0 moins 0... moins 2 en haut.

P : Et alors ? Non c'est pas 0 moins 2, c'est -1 qu'est en haut. -1 moins 2 en haut. Et au dénominateur y'a 0. Et alors ?

J : -1 moins 2 ça f'ra -3...

P : Oui -3 sur...

J : 0...

P : Et alors ?

J : Ça f'ra 0.

P : -3 sur 0. (...). Ça te choque pas -3 sur 0 ?

J : Ben si.

P : Qu'est-ce qui te choque ?

J : Ben sur 0.

P : Oui. On peut pas avoir, on peut pas partager par 0. On peut pas diviser par 0. Conclusion, si tu mets -1 tu aurais 0 au dénominateur, comme on peut pas, comme on s'interdit tout 0 au dénominateur parce que c'est quelque chose qui peut pas exister, on dit ben x égal -1 ne peut pas admettre d'image puisque ça donnerait un dénominateur nul. C'est ça qui te gênait ?

J : Oui.

P : Y'avait que J qui était gêné par cette question ?

El : Y'avait moi aussi.

P : Est-ce que ça te va là ? C'est bon ? Pas d'autres ? Le tableau, il te va J ou pas ?

J : Ouais, ouais, le tableau c'est bon.

P : Ah parce que le tableau c'est bon ? Tu t'étais arrêté à cette première question ? Alors, on s'rappelle, c'est pas parce qu'une première question dérange qu'il faut arrêter l'exercice immédiatement. Quand vous allez faire votre épreuve commune mercredi, des premières questions qui vont vous dérangez, y'en aura peut-être plein hein. Et des quatrièmes questions alors qu'y'en a six qui vous dérangeront y'en aura peut-être plein. On comprend pas la question, on se laisse pas impressionner, on passe à la question d'après, et puis on revient après tranquillement, tranquillement, à tête reposée, on s'dit ben peut-être que je vais réussir à faire cette question. Au début elle me dérangeait, mais peut-être que maintenant j'y adhère mieux. Alors, on continue. Utilisez ce tableau de valeurs ou un calcul pour déterminer l'image de 0 par *i*. Quelle est l'image de 0 par *i* ?

N montre $\frac{-2}{1}$ *dans le tableau.*

P : -2. Tiens on avait dit qu'on mettrait en rouge les images. Tu me les entoure en rouge tes images s'il te plaît, qu'on les voit bien. Voilà. Ça c'est l'image, ça c'est l'image, ça c'est l'image, ça c'est l'image, et ça c'est l'image. Donc l'image de 0 par *i*, c'est -2. On l'écrit pas. Faut l'écrire. On l'écrit pas. Un antécédent de 0 par *i* ? On est à la deuxième question. Un antécédent de 0 par *i* ? Un antécédent de 0 ?

N montre 2 dans le tableau.

P : Oui. 2. 2 est un antécédent de 0. Ecarte-toi bien N, qu'on voit bien. 2 est un antécédent de 0. L'image de -1/2 par la fonction *i* ? L'image de -1/2.

N montre $\frac{-1}{2}$ *dans le tableau.*

P : Est-ce que tu as l'image de -1/2 par la fonction *i* dans ton tableau ?
N : Là.
P : Pardon ?
N : Là.
P : On te demande l'image du nombre -1/2. (...).

N montre 1 antécédent de -1/2 dans le tableau.

P : Ah non ce serait l'antécédent ici.
C : Pour -1/2 c'est 1.
P : Ben non. 1 c'est l'antécédent de -1/2. -1/2 c'est l'image de 1, et 1 c'est l'antécédent de -1/2. Nous on voudrait l'image de -1/2. Est-ce que tu l'as sur le tableau ?
N : Non.
P : Non. Où est-ce qu'il faudrait mettre -1/2 ? Si on voulait le mettre sur le tableau ? On cherche l'image de -1/2, où est-ce que tu mettrais -1/2 dans ton tableau ?
N : Ben là.

N cherche à intercaler-1/2 dans la première ligne et le place entre 0 et 1.

P : Oui. Ben mets-le quelque part. Oh ben fais-toi une case, agrandis ton tableau vers la droite, crée une colonne... Oh mais non, mais non, mais non... Le malheureux tableau... Agrandis-le vers la droite. Insère une colonne. Voilà. Et on a dit qu'on voudrait l'image de -1/2, donc on part du nombre -1/2, et on cherche son image. Est-ce qu'il y a des gens qui ont une question à poser par rapport à ça ?

Un surveillant vient chercher le billet d'appel (50 s).

P : Ok. Alors on le fait ce calcul. Pour pouvoir additionner -1/2 à -2 il faut mettre un dénominateur commun qui va être...
N : 2.

P : 2. Vas-y.

N : Ça fait 2…

P : Egal, égal. -1/2, et -2 on va le transformer en…

N : Euh… 2 sur 4.

P : Oh non tu veux sur 2. (…). 2 c'est la fraction 2 sur 1. (…). Pour avoir comme dénominateur 2, tu vas la transformer en… Faut multiplier par 2…

N : 4 sur 2.

P : Oui, moins 4 sur 2. Sur… -1/2… plus…

N : 2 euh… 2 sur 2.

P : 2 sur 2. Continue. Egal. Ça va faire…

N : Ça fait 3/2.

P : Oh non. -1 moins 4.

N : Ah 5. -5.

P : -5/2… divisé par…

N : Euh… -1/2.

P : Alors -1/2 plus 2/2…

N : Ça fait 1/2.

P : ½. Impeccable. Ça va être égal… On a une division de divisions… Il faut… transformer cette division… tu t'souviens ?...

N : Euh…

P : Il faut multiplier par… Tiens J il vient à ton aide. Tu l'as aidé tout à l'heure, il te renvoie la balle. Vas-y, dis-lui.

J : Multiplier par l'inverse.

P : Il faut multiplier par l'inverse du dénominateur.

N : C'est-à-dire ?.

J : -5/2.

N : Ben ça fait euh…

P : Vas-y écris. Tu prends le numérateur, -5/2… -5/2… Et tu multiplies par l'inverse du dénominateur…fois…

N : euh… 2 sur -4

P : 2 sur ?...

N : 1.

P : 2 sur 1. Fois 2 sur 1. Tu t'rappelles de ça ?

N : Non.

P : On l'a fait plusieurs fois hein depuis le début de l'année ça. C'est égal à combien ? Simplifie… Oui… Et c'est égal à combien ?

N : -5 sur 1.

P : -5 sur 1. Egal -5 sur 1… Et -5 sur 1 c'est égal à…

N : -5.

P : -5. Impec. Super. (…). -5. Tu nous mets dans ton tableau cette image. En rouge, en rouge. On a dit que les images on les mettait en rouge. J'te mets le calcul sur ton cahier. (…). Super. Alors dernière question. Un antécédent de -1/2, un antécédent de -1/2. (…). Tu cherches dans la première ligne où dans la deuxième ligne ? L'antécédent…

N : Ben… dans la première.

P : Dans la première ligne, donc tu cherches quelque chose… qui correspond à -1, oui tu cherches l'antécédent…

N montre $\frac{-1}{2}$ *dans la première ligne du tableau.*

N : Non, tu cherches quelque chose qui se trouve dans la première ligne, un antécédent de -1/2, hein c'est un antécédent que tu cherches…

N montre 1 dans le tableau.

P : Donc c'est là, donc c'est 1. Est-ce qu'il faut les écrire ces réponses ou c'est bon pour tout le monde ? M c'est bon ? I c'est bon ? N c'est bon ? Non, c'est pas N, Y c'est bon ? A, c'est clair parce qu'hier tu pataugeais comme tout ? C'est clair là ?
A : Oui.

L'enseignante se lève pour rendre son cahier à N et passe sur le TNI pour afficher le graphique de l'exercice 38.

Episode 2 : 10 min 45 s

P : Super, c'est bien. Alors on prend l'autre exercice. C'était le numéro ?
El : 38. (25 s).
P : C'est assez grand comme ça ? T c'est bon, tu vois bien le graphe là ? Ça fait rien si on n'a plus le texte, vous l'avez normalement, hein vous l'avez. Alors, ce graphe indique les… décrit les variations de hauteur de l'eau du port de Saint-Malo durant une période de 8 heures euh… 8 heures, une période de 8 heures de 15 h à 23 h. De 15 h à 23 h, qui est-ce qui va nous écrire ça ? Tu y va D. C'est parti. Indique la hauteur à 22 h 20.

D se lève et apporte son cahier à l'enseignante.

P : J'vais trouver t'inquiète pas. Va vite, va, va, va, va. Perdons pas de temps, je vais trouver là-dedans.
D : Non mais j'l'ai pas fait, je comprenais pas.
P : On va comprendre ensemble. La belle excuse. Alors raconte nous ça. Tu comprends pas. A 22 h 20… (10 s). C'est où 22 h 20 ?
D : C'est là.

D désigne 22 h 20 sur l'axe des abscisses.

P : C'est là. Alors quelle est la hauteur du port, de l'eau à 22h 20. On a fait quelque chose hier dans le cahier de cours, tu te souviens, vaguement ?
D : C'est 6,5.
P : Non ça m'intéresse pas, je vois pas. Je vois rien moi. Si tu me montres pas, j'suis comme Saint-Thomas, si j'vois pas, si on m'indique pas. J'vois rien.
C : C'est pas Thomas madame.
P : C'est pas grave (en rigolant). (7 s). J'vois toujours rien. Ah c'est parce que t'es devant.

D dessine les pointillés de 22 h 20 sur l'axe des abscisses au point du graphique.

P : Voilà, 22 h 20. Ensuite. (8 s)

D dessine les pointillés jusqu'à l'axe des ordonnées..

P : Tu me mets le rouge. Où ça doit être rouge le… Allez allez, vas-y. OK. On est d'accord. Bon moi j'vois toujours pas. Ce que tu lis, moi je le vois pas ce que tu lis. Qu'est-ce que tu lis ? Tu me donnes pas ta solution sur ton graphe. Ben la question c'est gnin gnin gnin indiquez la hauteur à 22 h 20. Moi j'ai pas de hauteur, tu m'as pas indiqué de hauteur pour l'instant, tu m'as fait un pointillé. Joli, j'suis d'accord avec toi. Et elle est où cette hauteur ?

D désigne le point du graphique d'abscisse 22 h 20.

P : Non, elle est pas là la hauteur. Elle est où la hauteur d'eau, où est-ce que tu la lis la hauteur d'eau ?

D désigne le point de l'axe des ordonnées.

P : Ici. Tu lis combien ?
D : 6,5.
P : Ah 6,5. En rouge, en rouge, on est sur l'image. On a dit que l'image elle était rouge. 6,5. Appuie pas sur la… Appuie pas sur le… 6,5. Et donc on fait une phrase de rédaction.

L'enseignante se déplace pour effacer le tableau.

P : Vas-y. A 22 h 20… Tu m'as pas mis les flèches qui me disaient dans quel sens tu lisais ton graphe. Tes pointillés ils allaient dans quel sens ? Voilà. Fais ta phrase de rédaction. A 22 h 20… Non, non. Fais-la ici. A 22 h 20… A 22 h 20… C'était très difficile hein ? T'y as passé un temps fou hier soir à lire cet exercice hein ? T'as eu mal à la tête.
D : Le niveau d'eau…
P : Ben comme tu veux, je sais pas moi… A 22 h 20… Le niveau d'eau…
El : De la mer ?…
P : Ben il a raison, c'est bien d'la mer qu'il y a dans le port de Saint-Malo. Le niveau de la mer… correspond… oui, était… est égal, si tu veux… est égal à…
D : 6,5 m.
P : 6,5 m. Déterminez la hauteur maximale de l'eau et l'heure à laquelle est la pleine mer. Alors, où est-ce qu'il est le niveau maximal de l'eau ?
D : Euh… il est là.
P : Ouais vas-y. Il correspond à quelle hauteur ? Vas-y. Mets nous un pointillé qui nous permet de construire… de voir…
D : En rouge aussi ?
P : Ben où est-ce qu'on pourrait mettre le rouge ? Oui vas-y. Mets-le en rouge. Et ça correspond à la lecture de l'image. (10 s). Allez vas-y, vas-y. Voilà. Et puis… à quelle heure est-ce que ça a eu lieu ? Ben vas-y, fais nous un pointillé. Est-ce qu'il est rouge ton pointillé ? (10 s). Impec. Alors, on y va. Tu nous fais une phrase de rédaction. (25 s).

D écrit sa phrase.

P : Le niveau maximum... de la mer... (17 s) est de 11 m à ... 19 h. Alors si je veux remettre mon code couleur dans tes phrases, où est-ce qu'il serait écrit, qu'est-ce qui serait écrit en rouge, qu'est-ce qui serait écrit en bleu ?

D : Euh...

P : Prends, prends le feutre rouge. Il doit y en avoir un sur la table.

D : 11 m.

P : 11 m. oui, c'est l'image. Ecris-le en rouge. On est bien d'accord. On souligne en rouge pour pas perdre de temps. 11 m. Et dans la première ligne, qu'est-ce qui serait en rouge ? Voilà. Souligne-le. 6,5 m. On est bien d'accord. Alors. Dernière question. Entre quelles heures le niveau de la mer est-il supérieur à 7 m.

D retourne sur le TNI tracer les pointillés.

D : C'est là. Et puis là aussi.

P : D'accord. Oui. Impec. Donc ça correspond à quelle heure et à quelle heure ? A quelle heure est-ce qu'on a 7 m ?

D trace les pointillés. (17 s).

D : Cinq heures moins 20. 16 h 40.

P : 16 h 40.

D : Et 22 h.

P : Ben vas-y, continue à tracer qu'on soit bien d'accord. 22 h. Donc le niveau de la mer il est à 7 m pour 16 h 40 et 22 h. Mais la question c'est entre quelles heures le niveau de la mer est-il supérieur à 7 m. Alors, il est supérieur à 7 m entre...

D : Euh... entre... 17 h...

P : Oh non pas 17 h. Entre...

D : 16 h 45.

P : 16 h 40, dès qu'on a passé 16 h 40 c'est plus de 7 m d'accord. Et puis...

D : Et puis 21 h 59.

P : Oh ben on va dire 22 h. pourquoi 59 et pourquoi pas 59 et 30 s, et 59 et 40 s. On va aller jusqu'à 22 h d'accord. Alors on y va. Le niveau de la mer...

D écrit : le niveau de la mer est supérieur à 7 m entre 16 h 41 et 22 h.

P : Le niveau de la mer... (...). supérieur... (...).

D : En rouge 7 m ?

P : Ouais.(...). Entre... (15 s). OK. Entre 16 h... Oh non mais. Regarde. C'est tout le temps compliqué...

L'enseignante se déplace au TNI pour expliquer.

P : Le niveau de la mer... Pratiquement, on va pas se battre sur des minutes près. Il est à 7 m à 16 h 40 donc à partir de 16 h 40, le niveau de la mer va monter au-dessus de 7 m. Donc on va mettre tranquillement 16 h 40. Y'a pas de raison de mettre 16 h 41 ou 42 ou 39 de machin, on va mettre 16 h 40. Et puis il va être inférieur, graphiquement hein, inférieur à 7 m après 22 h, donc entre 16 h 40 et 22 h sachant qu'à 16 h 40 on a une lecture graphique qui est de 7 m et qu'à 22 h on a une lecture graphique qu'est de 7 m. Pas de question à poser sur cet exercice.

Episode 3 : 8 min 20 s

P : J'voudrais vous proposer un exercice euh… qu'on va faire tout de suite… page euh… le 64 page, page, page, page, page… Tiens. J'aurais bien voulu voir la correction ! On passe un temps fou… Elle est où ?

D : C'est parce que je l'ai fait sur la mauvaise page.

P : Pardon. Tu vas me montrer ça à la fin de l'heure, parce qu'on n'a pas trop le temps. Numéro 65 page 154. 65 page 154.(10 s). Numéro 65 page 154. (17 s).

El : Waow.

El : Non, madame.

P : Trop de texte ! Des fois les plus longs… Ouais, quand y'a beaucoup de texte, on appréhende le texte et en fait c'est ceux qui sont le plus expliqués, alors lisez tranquillement ce texte. Je vous le met au tableau. Elle a raison S, c'est pas parce qu'un exercice est long qu'il est difficile, au contraire plus il est long, mieux il est expliqué, plus il a de détails. C'est monsieur D qui disait ça et bien il a bien raison monsieur D. Il s'appelle pas D déjà, il s'appelle monsieur D.

El : Inaudible.

P : Ben oui, il doit avoir une femme qui s'appelle madame D. (…). Allez. Ça commence à… Chut. Allez. On perd pas de temps. On se concentre. Ça semble difficile, donc on le lit tranquillement. Lisez le tranquillement ce texte et puis, je le relirai avec vous. Prenez le temps de lire.

L'enseignante range des affaires au bureau. (45 s).

P : On fait une lecture ensemble ou vous avez pas besoin ? Une lecture haute ?

El : Non y'a pas besoin.

P : Y'a pas besoin. Très bien.

L'enseignante efface le tableau puis circule en regardant le travail des élèves. (1 min).

P : On perd pas de temps à faire le tableau. On va au plus vite hein. S'il est pas très beau c'est pas grave. C'est pas le tableau qui m'intéresse. (15 s). J'attends vos réponses. (20 s). T'es sur le bon exercice A ? Regarde bien (18 s).

L'enseignante s'arrête pour relire l'énoncé avec R.

P : T'as une pompe ici elle est vide et t'as un phénomène qui fait que quand elle s'actionne, le liquide qu'est là passe là-dedans, on est d'accord ? Et on te dit : on constate que la hauteur du pétrole, le pétrole qui passe, la hauteur du pétrole dans ce réservoir A augmente de 3 cm par minute. Par minute. Toute les minutes…

El : Madame, on fait le graphique aussi ?

P : Toutes les minutes… Ben non, j'te dis pas la réponse, réfléchis bien. Toutes les minutes, y'a 3 cm. (10 s).

L'enseignante circule.

P: OK. D'accord. D'accord.

J : Madame le graphique on le fait…

P: Oui, oui. Avance tranquillement. OK. (10 s). D'accord. D'accord. Dépêche-toi A, t'étais déjà parti sur un mauvais exercice, alors si en plus tu ranges tes petites affaires.

El : Zéro c'est…
P : Pardon ? (…). Ben, au temps zéro on t'a dit qu'il était vide.
El : Ah oui. (7 s).

L'enseignante circule et valide les productions des élèves.

P : OK. (12 s). D'accord. D'accord. OK.
L: Inaudible.
P: Oui. Ah ben oui.
H : Inaudible.
P : Ben x c'est… Non. x faut imaginer que t'as plus comme valeur de départ… Tu pars pas de 0, tu pars pas de 10, tu pars de… On ne perd pas de temps toutes les deux là. On part de x minutes. Chut.

L'enseignante retourne au TNI. (15 s).

P : Comme quoi ce texte long qui semblait rébarbatif, finalement il est sympa. (…). Tu perds du temps T. Tu perds du temps et vous êtes toutes les deux… pour lesquelles j'ai pas pu valider les réponses… au départ. Je suis passée dans tous les rangs, peut-être que c'est fait, mais jusqu'alors, c'était pas validé quand je suis passée tout à l'heure. Ben c'est bien, alors continuez, ne perdez pas de temps. Par rapport à vos camarades, vous étiez pas si en avance que ça.
El : Madame, c'est quoi un repère orthogonal ?
P : Ah, un repère orthogonal, c'est un repère dont les axes sont perpendiculaires.
El : Inaudible.
P : Il est orthogonal. Axes perpendiculaires. Oui c'est comme on a l'habitude de faire. Chut.
El : Inaudible.
P : Ah on préfère compliquer. Vous l'savez bien. Chut.

L'enseignante complète le tableau de valeurs sur le TNI. (15 s).

Episode 4 : 1 min 20 s

P : On prend deux minutes. Pour regarder le tableau. Je le mets en relief parce que j'ai oublié de le mettre en rouge. Normalement j'ai vu toutes ces réponses correctes sur vos cahiers, vérifiez que j'ai pas euh… loupé quelque chose, que vos réponses sont bonnes. C'est bon pour tout le monde. Toutes les 3 minutes. Toutes les… ça monte de 3 cm toutes les 3 minutes. Donc à 0 le réservoir est vide, puis 10 minutes après il est à 30 cm, 20 minutes après 60 cm, 30 minutes, 90 cm, 40 minutes, 120.

L'enseignante rajoute une dernière colonne au tableau avec x.

P : Et donc la fonction qui permet de remplir le réservoir, si ici j'avais x, R ? J'aurais ici ? Quelle hauteur, R ?
R : Inaudible.
G: $3x$.
P: $3x$. 3 fois x. Donc on a bien une fonction qui à x associe $3x$. On vous demande de faire la représentation graphique de cette fonction.

L'enseignante rajoute $3x$ *dans la dernière colonne et en-dessous l'écriture* $x \mapsto 3x$.

Episode 5 : 15 min

L'enseignante prépare les axes pour le graphique sur le TNI, puis circule. (1 min 35 s)

P : Des centimètres, pas des carreaux. Moi mon carreau c'est 1 centimètre, j'ai de la chance.
El : Inaudible.
P : Non, des centimètres. Je vous impose des centimètres...
Els : Trop tard, c'est trop tard.
P : Non, c'est jamais trop tard, on recommence. Non, non, c'est gênant, c'est gênant. Ça vous gêne les centimètres donc imposez-vous, faites-les, recommencez tranquillement et faites ça en centimètres et pas en carreaux. On recommence. S'il te plaît. On s'habitue à lire le texte et si c'est en centimètre, on fait des centimètres et pas des carreaux. Chut.

L'enseignante circule puis retourne sur le TNI réaliser le graphique. (1 min)

P : Allez je fais comme vous, je m'impose des centimètres. Alors en abscisse on veut 2 cm pour 5 minutes... (35 s).
L : C'est d'la proportionnalité.
P : Ah, tu vas nous raconter ça tout à l'heure. Garde bien ce que tu en train de me dire. Chut. Ça me va pas. Je vous ai déjà rappelé à l'ordre une fois, je vais pas vous rappeler à l'ordre toute l'heure toutes les deux. Ça me convient pas. (10 s). Dépêche-toi. Qu'est-ce que tu attends ? (...). Tous les 2 cm... 5 minutes. Tous les 2 cm 5 minutes. 5, 10, 15, 20, 25, on est d'accord ?
B : Mais moi j'avais...
P : C'est bien pour ça que je te le dis...Et tous les centimètres, 10 cm. (50 s).
S : Madame, par exemple si on a ...
P : Pardon ?
S : Le temps il est en bas ?
P : Ton tableau... Le tableau ici... Ça, ça correspond à l'axe des abscisses... et ça, ça correspond à l'axe des ordonnées. D'accord.

L'enseignante indique sur le tableau de valeurs axe des abscisses en première ligne et axe des ordonnées en deuxième ligne.

P : Et donc ton graphe, c'est pas la même chose. Non. On répète bien d'un côté ordonnée, de l'autre côté image. A chaque fois qu'on l'a fait c'était comme ça. On n'inverse pas. Et si on a inversé et ben faut recommencer une troisième fois. Sur les courbes de la parabole, quand c'est pas une droite, c'est pas la même chose. T'as bien vu quand on avait des courbes autres qu'une droite, ça faisait pas la même chose. Donc on n'inverse pas. On a bien abscisse qui correspond à l'antécédent et ordonnée qui correspond à l'image. Ancrez bien vous ça. Et si on a fait ce code couleur, c'est pour pas se tromper. Abscisse en encre ordinaire, ordonnée en rouge. Et moi, j'ai bien fait sur mon graphe, abscisse en bleu, ordonnée en rouge. Pour être sûre de pas inverser. Si j'ai fait des centimètres avec ma règle. Et bien 1 cm ça fait 10 mètres. 10 cm, 10 cm.

L'enseignante circule.

P : C'est bon tu as terminé V ? Mettez-le ce code couleur. Si je vous l'ai imposé, c'est pour vous aider. Et justement que vous fassiez pas l'inversion de l'axe des abscisses et de l'axe des ordonnées. Il est fait pour ça, en particulier. Qu'il y ait pas de confusion entre antécédent et image, l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées... dans la représentation graphique. $3^{ème}$ édition S ?

L'enseignante retourne placer les points sur le graphique puis recommence à circuler.(50 s)

P : 2 cm pour 5.
El : Non...
P : On recommence. 2 cm pour 5 minutes. 1 cm pour 10 cm. (10 s). Non, écoute-moi bien. C'est la dernière fois que je te rappelle à l'ordre. Tu me passes ton carnet de liaison. Si t'es là pour t'amuser, tu sors immédiatement. Y'a rien qu'avance. Et tu me déranges. (20 s). Tu l'as là ton tableau de valeurs hein, à 10 minutes... 30 cm. (10 s). Alors là, je fais pas de lecture graphique là, donc j'ai pas besoin de mettre ces... ces flèches. Je vais les mettre quand j'aurais un graphe et que graphiquement je voudrais utiliser les points du graphe. Là on met pas de flèches. On a les points euh... Est-ce qu'on est obligé de faire les pointillés ou pas, comme on veut. Tu vois je les ai pas fait. Exprès. (...). C'est bon ? (...).
B : Faut relier après ?
P : On relie les points.

L'enseignante trace la droite sur le TNI puis circule.

P : 2 cm, 1 cm, 2 cm, la minute, 3 cm, 4 cm, 2 minutes. D'accord ? On se dépêche R. (20 s). Il est pas bon, il est pas bon. Alors qu'est-ce qui va pas ? 40, 120. 30, 90. C'est ton point 30, 90 qu'est pas bon. Vérifie. Impec. (...). Tu veux avoir 105... nécessaire pour obtenir une hauteur de 105 cm. (...). Il faut que ce graphe soit terminé, il nous reste plus que 5 minutes pour terminer la question. On a des choses à se dire sur ce graphe... Et donc ça serait bien ... que ce soit terminé. (...). Oui je viens te voir. Ça, ça correspond à x, ça, ça correspond à $3x$.

L'enseignante rajoute sur l'axe des abscisses x *et sur l'axe des ordonnées* $3x$.

P : Ici c'est la hauteur en cm. (...). Et ici c'est le temps... en minutes. (8 s). Tu veux bien mettre mon code couleur, rouge/bleu, mettre x, $3x$, hauteur, temps. Où est-ce qu'il est ce graphe ?

L'enseignante vérifie avec Y son graphe, puis avec I.

P : Alors 10, 30... 5, 10 , 15, 20, 25, 30, 35... 30, 35, c'est pas bon. D'accord. C'est ton 35 qu'est pas bon. Et t'as pas 40. Oh c'est pas bon I. 10, 20... 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35. 35 c'est là I. Et 40 c'est là. Tu devrais avoir une droite. Alors 10, 20, 30, 40. A 10 ça faisait... 10 c'est 30. 10, 30. 10, 30 : il est là. 20, 60. 20, 60 c'est bon. 30, 90 il est bon. Et 40, 120... Il est bon. C'est le premier qu'est pas bon. 30, 120, t'as donné 1 cm plus loin, là 120 c'est pas là. Ton 120 il est pas bon, et ton 40, 120 il est pas bon. D'accord. (...). Ton point 40, 120 il est là. Alors une fois qu'on a rectifié ces deux points, ça devient une droite qui passe par l'origine. D'accord. D'accord. 2 cm pour 5, J ! Laisse. C'est trop tard pour changer. C'est pas si simple hein, de trouver l'unité, et d'arriver à créer cette courbe. Quel temps passé ! (10 s). Retourne-toi V. (...).

Episode 6 : 2 min 15 s

L'enseignante retourne au TNI.

P : Alors. Pour 105 cm, quelle est la… (…) . Quelle est la hauteur pour 105 cm ? Pardon… Si la hauteur est 105 cm, quel est le temps pour le réservoir ? 105 ?
C : C'est 34.

L'enseignante trace les pointillés sur le graphique. (30 s)

P : 105. J'suis pas à 105 ? J'suis pas à 105. (15 s). Moi j'suis à 35 pour 105. Et là on met les flèches de lecture. 105, 35. Regardez bien ce graphe, on en reparle demain.
El : Inaudible.
P : Ben t'es à 34. On fait une phrase de rédaction avant de le fermer. Pour 105 cm… il faut… 35 minutes graphiquement… pour que… la hauteur du réservoir… atteigne… 105 cm… en rouge. Ben si t'as un petit peu plus de 35, tu dis que tu as un petit peu plus de 35 graphiquement puisque c'est une lecture graphique, et tu dis bien que tu as lu graphiquement. Et on reprendra cet exercice demain. Merci. A demain.

Annexe 11 : Transcription Séance n°6

(…) : blanc de plus de 3 secondes. El (s) : un ou plusieurs élèves indéterminés.
En italique, les indications d'actions.

S6-E1	Rappels et institutionnalisation orale	11 min 40 s
S6-E2	Institutionnalisation écrite	2 min
S6-E3	Exercice collectif oral	29 min 10 s
S6-E4	Institutionnalisation écrite	10 min 5 s

EPISODE 1 : (11 min 40 s)

L'exercice de la séance précédente avec les 4ème est resté affiché sur le TNI.

P: Alors, ces exercices. Ah ben c'est très bien regardez. Avec les… Avec les 4ème, tout à l'heure… Ben on a l'exercice il est très bien, regardons-le. Avec les 4ème tout à l'heure on a, on a fait un exercice… sur la proportionnalité puisque c'est le programme de 4ème qu'on fait la proportionnalité et on avait, il fallait… c'était l'aire d'un rectangle qui s'appelait LIJO qui variait en fonction de la longueur LO. Alors on avait LI égal 3 cm et la longueur LO varie, on est d'accord ? Donc on est bien face à une fonction avec une variation de la longueur LO qui varie et puis à cette longueur LO on associe l'aire du rectangle. La variable LO est ici. Par la fonction on associe l'aire du rectangle. Tout le monde voit ? Donc ce rectangle ici euh… L'élève qui était tout à l'heure au tableau a fait une figure à main levée, il peut être très très petit si LO est petit ou grandir euh… à la longueur que l'on veut, faire l'agrandissement que l'on veut si on augmente la longueur LO. Donc les calculs… on avait fait des calculs d'aire. Pour 0,5 l'aire je vous rappelle d'un rectangle c'est longueur fois largeur, donc 0,5 fois 3 un virgule 5, 3 fois 1 trois, 2 fois 3 six, 3 fois 3 neuf, douze, et fallait faire une… demande… dire si c'était un tableau de proportionnalité. Est-ce que c'est un tableau de proportionnalité ?
Els : Non, oui…
P : F ?
F : Oui parce que 3 c'est le coefficient de proportionnalité.
P : Y'a un coefficient de proportionnalité qui est 3, donc cette fonction qu'on peut appeler… On va l'appeler grand $\mathcal{A}$, à x, nous on n'a pas mis x avec les 4ème, à x, on va associer…
G : $3x$.
P : $3x$. Ou elle s'écrirait $\mathcal{A}$ de x égal $3x$.

L'enseignante a écrit au tableau : $\mathcal{A}: x \mapsto 3x$ *et* $\mathcal{A}(x) = 3x$.

P : C'est bien une fonction, et c'est bien une fonction qui correspond à une situation de proportionnalité. On a fait la représentation graphique, donc on est bien sur le programme 4ème, on a fait… 5ème d'ailleurs…

L'enseignante affiche la représentation graphique sur le TNI.

P : On a fait la représentation graphique, et on a constaté, ce qu'on avait dit dans le cours, que cette représentation graphique était une droite qui passait par l'origine et que c'était… ça correspondait bien à une situation de proportionnalité. Pas de problème ? OK ? Je peux fermer cet exercice ? J'reviens à l'exercice d'hier. Je le mémorise comme ça j'aurais pas besoin de le recorriger avec l'autre 4ème. Ah ben non, j'l'ai pas mémorisé. J'reviens à l'exercice d'hier. Tant pis. J'reviens à l'exercice d'hier. Hier on était en 3ème... et on avait fait un exercice sur les fonctions... Non c'était, non, l'autre chapitre sur les fonctions linéaires, on avait fait le 64 de mémoire... 64, 65...

Els : 65.

P : 65. Est-ce que je l'ai gardé en mémoire... Ouais.

L'enseignante affiche l'exercice 11 sur le TNI.

P : Donc hier c'était de nouveau... Cette fois-ci c'était une histoire de volume, de hauteur... en fonction du temps, et donc on avait dit hier c'est... c'est la même fonction qui plus est... si on appelait cette fonction H... hauteur... On avait passé du temps hein sur cette représentation graphique... Hauteur en fonction de x, on pouvait dire que H de x était égal à...

R : $3x$.

P : $3x$. Ou H, ou à H, à x j'associe $3x$.

L'enseignante écrit au tableau : $\mathcal{H}(x) = 3x$ et $\mathcal{H}: x \mapsto 3x$.

P : On avait fait... Alors est-ce que c'est une situation de proportionnalité ?

Els : Non. Oui.

P : Pourquoi non, pourquoi oui ?

R : Ah ben oui...

P : Pourquoi oui alors R ?

R : Parce que le coefficient c'est 3.

P : Parce qu'on a un coefficient multiplicateur entre la première ligne et la deuxième ligne qu'est 3, hein, on multiplie bien chaque nombre de la première ligne par 3 pour obtenir le nombre correspondant de la deuxième ligne, c'est une situation de proportionnalité de coefficient 3... (...).

L'enseignante affiche la représentation graphique sur le TNI.

P : Sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine.(...). Et tu nous dit...

L : C'est une fonction linéaire.

P : Ces fonctions très particulières qui correspondent à des situations de proportionnalité, on va les appeler fonction linéaires. J'vous l'dis parce que il est en train de nous le dire L, on va en profiter. $\mathcal{A}$, $\mathcal{H}$ sont des fonctions linéaires. Elles ont ce nom, très particulier, parce qu'elles correspondent à une situation de proportionnalité, on va les appeler fonctions linéaires. Alors ça tombe mal que ce soit la même fonction. Revenons en arrière sur les différentes fonctions qu'on a pu tracer. J'peux fermer cet exercice. Situation de proportionnalité, représentation graphique qui est une droite, ça dès la 5ème hein on le dit, quand on fait une... quand il y a une situation de proportionnalité , la représentation graphique est une droite. On le dit en 5ème, on le dit en 4ème, et de nouveau on le dit en 3ème. Fonction et... d'un seul coup en 3ème, cette situation de proportionnalité on la met en place sous la forme d'une fonction, et cette fonction on va lui donner un nom propre qui s'appelle fonction linéaire. J'regarde les courbes qu'on avait tracé. J'crois pas qu'il y ait de fonction linéaire dedans. Alors, courbes... Prenons les courbes de 4ème déjà, qu'on voit si on avait tracé des... Représentations graphiques... Voilà.

L'enseignante affiche diverses représentations graphiques sur le TNI.

P : On a tracé ici... Alors est-ce que ça correspondait... Ça correspondait à un périmètre, un périmètre, on avait une représentation graphique qui était une droite, qui passait par l'origine, on a dit que c'était une fonction, on a dit que c'était une fonction de coefficient 4. Comment on pourrait trouver ce coefficient 4 par rapport à ma courbe ? (7s). Oui ?

R : La droite passe par le point zéro.

P : La droite passe par zéro, c'est une situation de proportionnalité, déjà. Mais comment est-ce que j'ai pu dire que c'était un coefficient 4 ? A ?

A : Parce que c'est linéaire.

P : On tourne en rond là. Ce que je veux, c'est savoir comment j'ai pu trouver ce coefficient de proportionnalité 4 ? Regardez bien, tout est indiqué dans son graphe, c'est comme si j'avais le tableau. Oui, B.

B : Ben parce qu'à chaque fois on multiplie par 4.

P : A chaque fois on multiplie par 4. Pour le nombre 1, son image c'est 1 fois 4. Pour... Si je pars du nombre 2 son image c'est 2 fois 4 huit, si je pars du nombre 3, son image c'est 3 fois 4 douze, si je pars du nombre 4, son image c'est 4 fois 4 seize. L'image est bien marquée en rouge, l'antécédent est bien marqué en bleu, c'est une fonction de coefficient 4. C'est une fonction qui correspondait à un périmètre. Si j'appelle P cette fonction, elle s'écrirait comment ? Oui.

L : Euh... P à x on associe $4x$.

P : A x on associe $4x$. Alors mettons-nous en rouge, hein notre image. Ou P de x égal... Ou P de x égal $4x$. Nouvelle fonction linéaire.

L'enseignante a écrit au tableau : $\mathcal{P}(x) = 4x$ *et* $\mathcal{P}: x \mapsto 4x$.

P : Regardons d'autres fonctions 4^{ème}, parce qu'avec les 4ème je suis sûre d'avoir fait... A peut-être pas...

B : L'un ou l'autre c'est bon ?

P : Qu'on mette l'un ou l'autre, c'est la même écriture. 4ème 1, qu'est-ce qu'on a fait en 4ème 1. Ah ! Est-ce que c'est une fonction linéaire ?

El : Oui.

P : Oui pourquoi ?

El : Ben, on multiplie aussi par...

P : Par combien est-ce qu'on multiplie ?

B : On fait fois 5.

P : Par 10. 0,5 fois 10 cinq, 1 fois 10 dix, 2,5 fois 10 vingt-cinq, 3 fois 10 trente, 3,5 fois 10 trente-cinq, 4 fois 10 quarante. Ça te va M ça ? On va l'appeler petit p pour la changer, c'est aussi un périmètre. Petit p, à x, p de x égal... égal I ?

I : $10x$.

P : $10x$. Ou p de x, p de x,ou p à x on associe $10x$. Nouvelle fonction linéaire. Donc on a, on a vu... on voit trois fonctions linéaires, celle-ci, celle-ci, celle-ci, trois fonctions linéaires, dont la représentation graphique sont bien des droites. Coefficient de proportionnalité ici 3, coefficient de proportionnalité 4, coefficient de proportionnalité 10. On dira aussi, maintenant qu'on a la fonction linéaire, on parlera du coefficient de la fonction linéaire. Regardons maintenant, passons aux autres courbes, représentations graphiques qu'on a pu tracer nous en 3ème. Alors, courbes, 3ème. (8s). Ça je vous la montre, c'est une fonction que j'ai tracé avec les 3ème 1. Est-ce que c'est une repré...est-ce que c'est une fonction linéaire ?

Els: Non.

P : Non, on est bien d'accord. Et ce que je voulais vous montrer, c'est que en fonction de ... en fonction de l'équation de la fonction, en fonction de la fonction, la courbe correspondante elle est bien définie. Cette fonction là, j'ai mis en place une fonction cubique, on la calcule. Elle a cette forme. C'est une forme qu'est bien donnée par rapport à l'expression de la fonction. Mais c'est pas une fonction linéaire et sa représentation graphique n'est pas une droite. Je change. (8 s). Racine carrée on l'a pas faite non plus ensemble. Ah non. Si, si, c'est celle sur laquelle on a travaillé pour mettre en place la racine carrée. Celle-là non plus ne représente pas une fonction linéaire Vous vous rappelez le nom qu'on avait donné à cette courbe.

El : Parabole.

P : Parabole. Hein elle a un nom particulier. A x j'associe x^2. Celle-ci on la connaît bien, on a travaillé dessus plusieurs fois. Ben celle-ci aussi on la connaît. Vous vous rappelez ? Ça correspondait à la représentation graphique de la tangente. Ça correspondait à la représentation de la tangente. C'est presque une droite au départ, mais elle est pas tout à fait droite, donc c'est pas une fonction, c'est pas une proportionnalité. Ça, ça correspondait au cosinus qu'on avait tracé, et ça, ça correspond à la fonction sinus. On est d'accord ? Bon, chaque fonction a une représentation graphique qui lui est propre, mais nous, ce qui va nous intéresser à partir d'aujourd'hui, c'est ces fonctions très particulières qu'on appelle fonctions linéaires, qui correspondent à une situation de proportionnalité, et pour lesquelles la représentation graphique est très définie, ce sera... (...). Ce sera quoi la représentation graphique si il y a une fonction linéaire, s'il y a proportionnalité ? (...). Ce sera obligatoirement une droite, qui passera...

Els : Par l'origine.

P : Obligatoirement par l'origine. Donc on va mettre en place le... Par rapport à toutes les courbes qu'on a pu tracer, par rapport à toutes les fonctions qu'on a pu voir, on va mettre en place une fonction très particulière, très très particulière, qu'est un peu banale hein, parce qu'on va pas retrouver des aussi belles euh... des aussi belles constructions. A chaque fois qu'on aura une fonction linéaire, la représentation graphique sera une droite qui passera par l'origine. On est d'accord ? Tout le monde a vu à peu près ce que je voulais faire passer comme message. C'est bon Y ? Alors prenez votre cahier de cours, on est euh...

EPISODE 2 : (2 min)

P : On est euh... mais t'as rien oublié de marquer sur ce cahier de cours. Cahier de cours. Ah on en était là. On avait fait la lecture graphique. Voilà, c'est bon. Donc on va marquer en grand... (...). Grand 1, on avait fait juste grand 1 ? Grand 2 fonction linéaire. Cas particulier la fonction linéaire. (18 s). Alors on va enlever... C'est plus ces courbes là qui nous intéressent, c'est plus ces fonctions super sophistiquées qui nous intéressent, donc, on les enlève... de notre champ de vue. Cas particulier... les fonctions linéaires. (25 s). Petit 1 définition. (30 s). Petit 1 définition. (10 s).

EPISODE 3 : (29 min 10 s)

P : Vous n'écrivez plus rien, posez votre stylo. On va se donner 10 fonctions linéaires différentes, voir un peu comment ça se passe. Alors on commence à... à des gens que j'ai pas encore entendus. Y ! Cite-moi une fonction linéaire. Inventes-en une, donne lui un nom, invente-moi une fonction linéaire.

Y : Euh... y.

P : Pardon ? Comment tu l'appelles j'ai pas entendu.

Y : y.

P : y comme Y. Si tu veux. Non, non, prends pas y, y c'est une lettre particulière.

Y : a.

P : a. Grand A. A de x...

Y : Euh... donne.

P : Alors donne. A à x, on va faire correspondre...

Y : Euh... $2x$. *L'enseignante écrit au tableau :* $\mathcal{A}: x \mapsto 2x$.

P : $2x$. I, une autre fonction linéaire. M. (5 s).

I : Euh… donne…$5x$. *L'enseignante écrit au tableau :* $\mathcal{M}: x \mapsto 5x$.
P : $5x$. A toi.
F : $7x$. *L'enseignante écrit au tableau :* $G: x \mapsto 7x$.
P : $7x$. A toi J.
J : J de x…
P : J de x…
J : Egal euh… $10x$ *L'enseignante écrit au tableau :* $J(x) = 10x$.
P : $10x$. A toi C.
C : Euh… x euh… $4x$. *L'enseignante écrit au tableau :* $C: x \mapsto 4x$.
P : A toi D.
D : A x euh… x euh… $20x$. *L'enseignante écrit au tableau :* $L: x \mapsto 20x$.
El : Ça va aller là.
P : On continue. A toi H.
H : Alors v donne x…
P : A x…
H : Donne euh… $3x$ plus 4. *L'enseignante écrit au tableau :* $K: x \mapsto 3x + 4$.
P : Est-ce que c'est bien une fonction linéaire ?
Els : Non.
P : Pourquoi ?
El : Ben si.
El : Ben non. Elle est pas linéaire.
P : Alors, faisons le tableau de proportionnalité de la fonction, H j't'écoute. Faisons le tableau de… Faisons le tableau. Regardons si il y a bien un coefficient de proportionnalité. J'pars de 0, 1, j'mets que les valeurs positives, j'suis comme vous, j'reste aux entiers positifs parce que j'ai trop peur. Alors pour 0, l'image de 0, H ? C'est toi qui nous l'a donnée, à toi de jouer.

L'enseignante trace le tableau de valeurs.

Els : Ben 0.
P : Si j'pars de 0, quelle est son image ?
El : 0, égal 0.
P : $3x$ plus 4.
H : 4.
P : 4. J'pars de 1, son image ?
El : 7.
P : 7. J'pars de 2, son image ?
H : 10.
P : 10. J'pars de 3, son image ?
H : 13.
P : 13. (…).
H : 16. (…).
P : Est-ce qu'il y a une fonction de proportionnalité ?
Els : Ben oui. Non.
P : Alors, pour voir s'il y a une fonction de proportionnalité, on divise première ligne, deuxième ligne divisée par première ligne et on regarde ce qui se passe. On est en $5^{\text{ème}}$, on vous donne ce tableau, on vous dit est-ce qu'il y a un coefficient de proportionnalité, on est en $5^{\text{ème}}$, on fait 7 divisé

par 1, sept, on fait 10 divisé par 2, cinq, déjà ça marche plus, 16 divisé par 4, quatre, c'est pas un tableau de proportionnalité. Pourquoi il est pas de proportionnalité, qu'est-ce qui gêne dans ce tableau.

El : Plus 4.

P : Oui ? Plus 4. On fait $3x$, donc on multiplie un nombre par 3, mais à cette multiplication par 3, on rajoute toujours 4. C'est pas une situation de proportionnalité. Donc, pas de chance. Celle-là, elle s'appelle pas linéaire, elle aura un autre nom, on la verra plus tard. Donc la fonction de H elle marche pas. Alors on continue sur des fonctions linéaires. On est content d'en avoir rencontré une qui marchait pas hein, qu'était pas fonction linéaire, parce qu'on se rend bien compte que les fonctions linéaires, elles sont bien définies dans un critère donné et qu'on peut pas changer le critère. Alors, G. J'te mets un petit g parce que j'ai déjà un grand G.

G : Euh x… G de x…

P : G de x…

G : Egal à x sur 2.

P : x sur 2. *L'enseignante écrit au tableau :* $g: x \mapsto \frac{x}{2}$.

P : Alors, est-ce que c'est une fonction linéaire ?

Els : Euh…

P : Est-ce que c'est une situation de proportionnalité ?

Els : Non. Ben oui.

P : On n'est pas trop sûr ? Faisons le tableau de proportionnalité, soyons fous.

L'enseignante trace le tableau de valeurs.

P : Alors vas-y G, raconte nous tout. Si on part de 0, son image g c'est…

G : C'est euh… 0.

P : Si je pars de 1 son image c'est…

G : 0,5.

P : Si je pars de 2…

G : 1.

P : 1. Si je pars de 3…

G : 1,5.

P : 1,5. Si je pars de 4…

G : 2.

P : Est-ce qu'il y a un coefficient de proportionnalité ?

Els : Oui.

P : Quel est le coefficient de proportionnalité.

Els : 0,5.

P : 0,5. Un demi. C'est fois 0,5 ou c'est fois un demi, c'est la même chose. Donc elle nous a bien créé une fonction linéaire G, de coefficient un demi. Alors M, à toi. Enfin, on a quitté les entiers. Merci G. A toi M.

M : m…

P : Alors elle s'appelle m… qui à x va associer…

M : Non, m de x…

P : m de x, tu veux l'écrire m de x… Pas de souci. m de x, comment tu vas l'écrire…

R : Euh… égal euh… 24 x au carré.

P : 24 x au carré. *L'enseignante écrit au tableau :* $m(x) = 24x^2$.

P : Est-ce que c'est bien une situation de proportionnalité ?

Els : Inaudible. Moi j'dis oui.

P : On n'est pas sûr, on fait le tableau. Soyons fous.

L'enseignante trace le tableau de valeurs.

P : Allez M. A 0, tu associes…
M : Euh… 24.
P : A 0, 24 fois 0.
M : 0.
P : 0. A 1 ?
M : 24.
P : 24. A 2 ? (…).
Els : Inaudible. Y'a l'carré aussi.
P : Ah non, y'a pas l'carré ! Elle a bien dit 24 x au carré. Elle a pas dit 24 x, au carré, on est bien d'accord. C'est bien 24 x au carré, vous vous rappelez hein. Donc y'a pas de parenthèses. Heureusement. Prends ta calculatrice M hein, parce que 24 fois 8. 24 fois 4. 4 fois 4, seize, 4 fois 2, huit, et 1, neuf ? Moi je trouve 96.
M : 80, 1, 2 3,4… *M compte sur ses doigts.* 96.
P : 96. (…).
El : C'est pas la 2, c'est dans la case 4.
P : Mais non. Y'a 2 au carré.
El : Ah ouais.
P : Ensuite tu vas faire quel calcul ? (…). Vite, vite, vite, vite.
M : 24 fois 3.
P : Non. 24 fois…
El : 9.
P : M ! 24 fois… 9. C'est toi qui l'a créée hein cette fonction, faudrait en faire les calculs.
M : Oui madame. Et ça fait 216.
P : 216. Bon, est-ce qu'il faut aller plus loin pour voir si c'est une proportionnalité ou pas ? Si je fais 24 divisé par 1, ça va faire 24. Si je fais 96 divisé par 2, ça fait … 48. Ça fait pas un tableau de proportionnalité. Ça n'est pas un coefficient de proportionnalité parce que, y'a bien 24 qui multiplie, mais 24 multiplie pas x, 24 multiplie x au carré. La représentation graphique ça serait quoi ? (…). Ben ce serait une parabole comme celle que je vous ai remontrée tout à l'heure. Donc M nous a donné un exemple, on la remercie, qui n'est pas une situation de proportionnalité, et qui n'est pas une fonction linéaire. On continue A.
A : Euh… (…).
P : Vite, vite, vite. Réfléchissez dans vos têtes les fonctions que vous allez nous présenter qu'on y perde pas trop de temps. J'voudrais qu'on voit autre chose. G nous a un peu ouvert la porte hein. C'que j'cherche, vous avez vu ce que je cherchais. J'voudrais… pour l'instant on s'est donné un entier que multiplie x, et puis entre deux on a un petit peu pataugé, on a vu qu'il y avait des fonctions qu'étaient pas des fonctions linéaires, et c'est bien qu'on ait vu qu'on pouvait… (…). C'est bien qu'on ait vu qu'on pouvait avoir des fonctions qui nous semblaient des fonctions linéaires, qui sont pas des fonctions linéaires, donc qu'on ait touché du doigt que c'est pas si simple que ça. Mais je voudrais bien ouvrir la porte sur une multiplication autre qu'un entier. Donc ici G elle nous a ouvert une porte qu'était intéressante, x sur 2, pour se dire on fait pas systématiquement 4 fois x. Alors ? Qu'est-ce que tu nous ouvres comme porte. A x on associe…
A : x fois trois-quarts.
P : Trois-quarts de x. Trois-quarts de x. Voici une fonction intéressante. A toi R.
R : Euh… (…). 3 fois 4.

P : Alors. Si à x j'associe 3 fois 4. Est-ce que c'est une fonction linéaire ?

Els : Non. Inaudible.

P : Si c'est une fonction. Si je remplis le tableau. R, à toi. Remplis-nous ce tableau très difficile à remplir. Si je pars de 0, qu'est-ce que tu trouves R ?

R : 0.

P : Non.

Els : Inaudible.

P : 12. Si tu pars de 1 tu trouves…

El : 12.

P : 12. Si tu pars de 2 tu trouves…

Els : Inaudible.

P : N'importe quoi. Si tu pars de 3 tu trouves…

Els : Inaudible.

P : Mais non… Ça te dit, ça dit que ta fonction à x, elle associe 12. Elle est… Elle est constante ta fonction, elle s'appelle constante.

El : Madame, c'est une fonction y'a un coefficient ou pas ?

P : Non, y'a pas de coefficient. C'est une fonction constante, l'image est constante, elle est toujours égale à 12. Ben tu verras, on l'étudiera cette fonction très particulière. Oui F ?

F : Pourquoi avec 0 ça fait 12 ?

P : Parce que ici R nous dit quel que soit le nombre que tu prends au départ, son image c'est 3 fois 4. R elle a pas voulu dire 12, elle est gentille, donc elle a dit son image c'est 3 fois 4, mais moi je dis 3 fois 4 c'est 12, et donc si tu pars de 0, l'image c'est 12, si ton antécédent est 1, l'image sera 12, si ton antécédent est 1000, l'image sera 12, si ton antécédent est -20 millions, l'image sera 12. D'accord ? Quel que soit le nombre que tu vas prendre au départ, son image, par la transformation qu'a définie R, ça sera 12. Et ça c'est pas une fonction linéaire. C'est une fonction qui a un nom qu'on reverra plus tard. Oui ? On la supprime. Merci de nous avoir donné cette fonction qu'on l'ait vue. On continue.

El : Ah elle est pas bonne ?

P : A toi T

Els : Inaudible.

P : T de x égal… J't'ai interrompu B, tu voulais dire quelque chose ? Je te redonne la parole, on laisse là T.

B : Non, non.

P : Alors $4x$ elle a déjà été donnée.

T : $3x$.

P : $3x$. A toi S.

S : s euh… de x est égal à… $4x$ entre parenthèses au carré.

P : Est-ce que c'est une fonction linéaire ? On va tester. Allez vas-y S.

L'enseignante trace le tableau de valeurs.

S : Ben… 0.

P : 0.

S : 16.

P : 4 fois…, seize.

S : 64.

P : 64. Est-ce qu'on va plus loin ?

S : Ben…

P : Ici le coefficient de proportionnalité c'est 16 fois 1, 16 sur 1, ici c'est 64 sur 2. La fonction que tu as définie n'est pas une fonction linéaire. C'est pas sous la forme quelque chose fois x. Allez, je vous donne la mienne. R, y'a pas de R, si y'a un R alors un petit r, regardez à x je vais associer moins deux-tiers de x. J'ai le droit de prendre des nombres négatifs.

M : Ah, donc G c'était très bien.

P : G… G c'était très bien. A o, je vais associer $-1{,}6x$.

L'enseignante écrit $r: x \mapsto -\frac{2}{3}x$ *et* $o: x \mapsto -1{,}6x$.

B : Mais madame, on pourrait dire aussi $3x + 3$.

P : Alors $3x + 3$, est-ce que c'est une fonction linéaire ? C'est comme $3x + 4$, elle sera pas linéaire, parce que ton plus 4 empêche la proportionnalité. $3x + 3$ ne marche pas. Oui ?

L : Est-ce que x sur 1 ça marche ?

P : Alors. f, à x j'associe… Qu'est-ce que tu me dis ?

L : x sur 1, euh… 1 sur x.

P : Alors x sur 1, ça fait un coefficient de proportionnalité…

L : 1.

P : 1. Et 1 sur x. Alors regardons 1 sur x.

L'enseignante trace le tableau de valeurs.

P : Pas pour 0 hein. Parce qu'on peut pas diviser… J, tu te rappelles, c'était la question que… on en a fait une fonction qui ressemblait à ça. C'est euh… C'est D qui l'avait faite hier. C'était x plus 1, c'était x plus 2 sur x moins 1. Tu te rappelles ?

J : Ouais ça f'sait 0.

P : Oui, on avait dit on peut pas prendre 1. Et là, on peut pas prendre 0 à cause du dénominateur. Alors 1 sur x, à 1 je vais associer…

L : 1.

P : 1. A 1 j'associe 1. A 2…

L : 0,5.

P : 0,5. A 3…

L : Un tiers.

P : Un tiers. A 4…

L : 0,25.

P : 0,25. Question. 0,5 divisé par 2.

M : En fait j'ai rien compris.

El : 0,25.

P : 0,25. Ahh. 0,25 divisé par 4. 0,0625. Ce n'est pas une situation de proportionnalité. Alors, M, tu dis j'ai plus rien compris. Ben oui parce que d'un seul coup, on partait de choses qui nous paraissaient simples, et puis y'a des choses qui marchent plus. Dans quel cas ça va bien marcher ? Comment on va pouvoir définir notre fonction linéaire pour être sûr qu'elle marche bien. Je vous ai laissé à tous vents pour qu'on voit que la fonction linéaire elle est bien définie, elle a un cadre bien donné, ce cadre il est très limité. Alors, quand est-ce que le cadre fonction linéaire marche ?

El : Déjà…

P : Réfléchissez tous dans vos têtes et après on donnera la parole. Par rapport à tous les exemples qu'on a pu se donner, quand est-ce qu'on est sûr que c'est une fonction linéaire. (5 s). Quelle sera sa forme générale ? (…). Y'a que 3 élèves qui s'engagent là-dessus ? Quatre ? Cinq ? Six ? Allez C, à toi de jouer si tu veux pas t'engager. Quand est-ce que je pourrais être certaine, certaine, certaine que la fonction qu'on définit est une fonction linéaire ? (6 s). Quelle sera sa forme générale ? (6 s). U ?

U : Quand on multiplie ou qu'on divise l'antécédent.

P : Par quoi ?

U : Par un nombre positif ou négatif.

P : Ça va être quand l'antécédent est multiplié par un nombre constant qu'on pourra appelé a, et ce nombre peut-être n'importe quoi, positif, négatif, sous forme fractionnaire, supérieur à 1 ou inférieur à 1. Ce sera une fonction linéaire quand on pourra écrire f, au nombre x, j'associe a fois, a fois x.

L'enseignante écrit au tableau : $f : x \mapsto ax$.

P : Ici c'était... regarde bien M toi qui dis j'suis perdue. Ici c'était 2 fois x, ici c'était 5 fois x, , ici c'était 7 fois x, ici c'était 10 fois x, 4 fois x, 20 fois x, ½ fois x, $3x$, -2/3 fois x, -1,6 fois x, 1 fois x. Si tu peux l'écrire sous cette forme, c'est une fonction linéaire, si ça s'écrit pas sous cette forme, ça n'est pas une fonction linéaire. Est-ce que ça... ça... tu... de l'endroit où t'étais perdue tu te recadres ?

M : Oui.

P : C'est bon ? Ici c'était pas a fois x, ici c'est quelque chose fois x au carré, ça marche pas. Ici c'était pas a fois x, ici on a écrit quelque chose fois x plus autre chose, c'est pas une fonction linéaire. Ici on a écrit le nombre au carré, c'est tout le nombre qu'on a mis au carré, c'est pas une forme a fois x, t'as mis a fois x et tu l'as mis en plus au carré. Donc t'as plus a fois x. Et pourquoi c'est forcément a fois x, si on revient à la définition de la proportionnalité au départ, parce que comme on est dans une situation de proportionnalité, si le coefficient de proportionnalité est a, quelque soit le nombre a, ici on va obtenir a fois x.

L'enseignante complète un tableau de valeurs avec x et ax.

P : Si a égal 2 on aura $2x$, si a égal 5 on aura $5x$, si a égal 7 on aura $7x$, si a égal -1,6 on aura $-1{,}6x$, si a égal -2/3 on aura -2/3 de x. Ça vous va par rapport au tableau de proportionnalité. Oui A ?

A : Et si on a 10 euh... exposant x ?

P : Ça marche pas. Parce que tu seras pas sous la forme a fois x, tu seras sous la forme x fois x fois x fois x fois x fois x... Ce que tu veux, c'est partir d'un nombre, et multiplier ce nombre par une constante a, qui sera une constante que tu auras définie au préalable. Est-ce que j'ai répondu à ta question ? Tandis que quand tu fais x exposant 10, au nombre x t'associeras x fois x fois x fois x fois x fois x... Et tu seras pas sous la forme a fois juste le nombre x. J ?

J : Et si on met x facteur de 3 plus 2. 3 plus 2 entre parenthèses.

P : Alors si tu mets... Faut de la place hein...

L'enseignante écrit : $B : x \mapsto x(3+2)$.

P : Si tu mets alors, B, à x on associe x facteur de 3 plus 2, est-ce que ça marche J ?

J : Ben x, on multiplie pas.

P : Alors 3 plus 2 c'est...

J : 6.

P : 3 plus 2.

J : Non, 5.

P : C'est 5. Donc à x, tu vas associer… T'avais une priorité des opérations, 3 plus 2, donc à x, tu vas associer $5x$, et t'es bien sous une forme a fois x, situation de proportionnalité, situation de fonction linéaire.

R : Madame…

V : Et x fois x ?

P : x au carré ça marche plus. Parce que x fois… Si tu as… Si tu dis à x j'associe x fois x, le nombre x ici il est pas constant, il varie en fonction de ton nombre x ici, donc comme c'est pas une constante, c'est pas une… un terme constant que tu mets en terme de multiplication, donc c'est pas une situation de proportionnalité. C'est bon ?

R : Mais euh… Si ça fait euh…

P : Ecris-moi ta fonction. Dis-moi ta fonction. Vas-y, vas-y, vite R. Laisse pas ta question sans réponse.

R : Inaudible.

P : Si à x tu donnes…

R : 3 plus 2.

P : 3 plus 2 ? Mais t'es toujours sur le même truc ! 3 plus 2, ça va faire, à x on associe combien ? 3 plus 2. 5. Et tu restes sur une fonction qu'est constante. A 1 t'associes 5, à 2 t'associes 5, à 3 tu associes 5, à 10 tu… c'est le chiffre 5, etc. Donc ta fonction, tu l'as laisse figée sur le nombre 5. Pour qu'elle soit linéaire, il faudrait que ce soit… C'est quoi ?

R : Inaudible.

P : Multiplié par x. Donc si tu fais à x j'associe 5 fois x, dans ce cas-là c'est une fonction linéaire. Ça se clarifie ? Hein ? Oui C.

C : Et si on fait à x euh… ça fait $3x$ plus 2 ça fait une situation de proportionnalité.

P : $3x$ plus 2 ça marche pas. On l'a expérimenté tout à l'heure. Parce que t'as pas de proportionnalité. Ton nombre tu le multiplies par 3, donc il aurait proportionnalité, mais comme tu rajoutes plus 2 là, tu n'as plus de coefficient de proportionnalité donc c'est pas une fonction linéaire. C'est une fonction qu'on étudiera, $3x$ plus 2, $3x$ plus 4, etc., elle nous fera… on l'étudiera dans … dans trois semaines. Oui ?

F : Quand on a… Là on a mis x donne 3 plus 2, mais quand on met 3 fois 2 c'est pareil aussi ?

P : Ah ben Oui. Si tu mets 3 fois 2, tu retombes sur l'exemple 3 fois 4 de tout à l'heure. Si tu… Si tu… Si ton image tu le mets constant, 3 plus 2, 3 fois 2, il reste constant, l'image c'est un nombre qui restera toujours le nombre que tu as défini. Ça existe cette fonction là , mais c'est une fonction qui à un nombre associe une constante. Associe 12 ici, associe 5 ici. C'est bon ?

J : Une dernière question ?

P : Une dernière question, allez, allons-y.

J : Si on met x, et on met 3 plus 2 mais au carré.

P : Alors, ici à x, tu associes quoi ?

J : x fois 3 plus 2 au carré.

P : x fois…

J : Facteur de 3 plus 2 au carré.

P : C'est ça que tu mets au carré ?

J : Non, juste le 3 plus 2.

P : Le 3 plus 2 ? Ben alors qu'est-ce qui se passe ? Réponds toi-même à ta question .

El : Inaudible (…).

P : Tu t'es donné une forme un peu complexe, est- ce que cette forme complexe tu peux la simplifiée déjà. Quand on a une forme complexe, il faut essayer de les simplifier au maximum pour voir si euh… si on va aboutir à une fonction du type qu'on voudrait ax ou si on n'y atterrit pas. Alors qu'est-ce que tu peux simplifier dans ton écriture que tu t'es donnée ?

J : 3 plus 2.

P : Déjà tu peux simplifier 3 plus 2, c'est…

J : euh, ça fait 6.

P : 3 plus 2.

J : Ah carré.

P : 3 plus 2 c'est…

J : Un carré.

P : 3 plus 2 déjà. Ça fait 5. Donc à x tu vas associer x fois 5 au carré. Fois, on est bien sur du fois. Et alors, 5 au carré ?

J : 25.

P : 25. Donc à x tu associes…

J : Ah ouais.

P : $25x$. Est-ce que maintenant que tu as simplifié ton expression que tu voulais difficile, en quelque chose qui s'est simplifié qui t'arrange…

J : Ouais, ouais.

P : Oui. C'est une fonction linéaire. Oui ?

C : Inaudible.

P : Alors si à x, j'associe $3x$ fois $2x$. Simplifie cette expression.

C : Ça fait euh… $6x$ au carré.

P : Ça fait $6x$ au carré. Est-ce que c'est une fonction linéaire ? Non. Par contre regarde, si je définis… et puis après on va mettre la définition hein parce que… si à x, j'associe cette fois-ci $3x$ plus $2x$, est-ce que j'ai créé une fonction linéaire ?

Els : Ben oui.

P : Oui, parce que j'ai masqué dans ce $3x$ plus $2x$, j'ai pas masqué de loin hein… à x j'associe $5x$, et donc cette forme que j'ai voulu masquée en fait elle se simplifie bien en une fonction linéaire. Alors c'est vrai, d'ailleurs je vous ai donné un exercice de ce type pour euh… pour vendredi prochain, oui, on peut… on peut créer des fonctions qui sont… qui ont une structure comme ça, qui sont écrites comme ça de façon compliquée, comme nous fait J là pour se piéger, ou comme tu veux le faire pour nous… pour se piéger ou comme je vais le faire pour se piéger et ces formes là elles se simplifient dans leur écriture et on pourra dire une fois qu'on aura simplifier l'écriture, oui c'est une forme a fois x, c'est une fonction linéaire, non c'est pas une forme a fois x, donc c'est pas une fonction linéaire. On est d'accord ? Donc on peut écrire la définition, c'est bon, c'est clair pour tout le monde ?

R : Mais pour…

P : Oui, dernier truc, der des der…

R : Mais si la fonction, à x, elle donne racine carrée de 3.

P : *En rigolant.* Si à x, j'associe racine carrée de 3. Alors, qu'est-ce qui se passe ? C'est la même chose. Ça va être toujours figé. Par contre, si à x, j'associe racine carrée de 3 x, est-ce que c'est une fonction linéaire ?

Els : Ben oui. Oui. Non c'est pas…

P : Ben oui. C'est une fonction linéaire de coefficient…

El : 3. Racine carrée de 3.

P : Racine carrée de 3.

V : Inaudible.

P : Si à x, j'associe, ah zut, j'en perds mon stylo, si à x, j'associe racine carrée de x, est-ce que j'ai une forme a fois x ? Non. Non, donc c'est pas une fonction linéaire.

A : Madame…

P : Oui. Stop après.

A : Et si c'est un nombre négatif. Si par exemple x donne $-3x$. (…).

P : Si à x on associe $-3x$, au nombre x tu associes -3 fois x, est-ce que tu trouves sous la forme a fois x ? -3 fois x, oui. Et a dans ce cas-là c'est ?

A : Euh…

P : -3 fois x. Dans ce cas-là, dans ce cas –là, a c'est…

A : Ben le… le coefficient.

P : Oui, et il est égal à combien ?

A : Inaudible.

P : -3. D'accord. Alors, on l'écrit cette définition. Ah j'espère que pour la peine, c'est bien rentré dans vos têtes et qu'on n'aura plus de soucis sur ces fonctions linéaires.

EPISODE 4 : (10 min 5 s)

P : a étant un nombre fixé, on est bien d'accord, on a fixé ce nombre. a étant un nombre donné. On s'est donné un nombre, et j'ai rajouté fixé comme ça on est sûr.(15 s). On appelle fonction linéaire de coefficient a, on appelle fonction linéaire de coefficient a la fonction qui à x associe, associe I ?

I : Associe euh…

P : Si je pars de x, je vais avoir comme image…

I : Ben x.

P : Je vais avoir comme image. Si je vais avoir comme coefficient a… A x je vais associer… A x je vais associer T ?

T : a fois x.

P : a fois x. (...). ax. Est-ce que j'ai rien oublié dans ma définition ?

El : Mais a il était divisé par… a sur x c'était… sur 1.

P : Non c'est pas ça. J'ai oublié quelque chose. Quoi ? Une condition que je devrais imposer à a. Oui A.

A : a différent de 0.

P : Oui pourquoi il faut que j'impose obligatoirement a différent de 0.

El : Parce que ça ferait 0.

P : Parce que si a égal 0, qu'est-ce que ce sera cette fonction ?

El : Ça sera tout le temps 0.

P : Ça sera tout le temps 0. On aura toujours comme image 0, donc il faut rajouter… étant donné un nombre donné fixé différent de 0, merci A. (20 s). Exemple.(10 s). S qui nous a pas encore donné de fonction, donne-nous une belle fonction. Celle que tu veux. La fonction s…

S : s de x égal euh…ben… (9 s). -5 dixièmes de x.

P : -5 dixièmes de x. (10 s). est une fonction… linéaire.. de coefficient… M quel est le coefficient de cette fonction linéaire ? (…).

M : -5 sur 10.

P : -5 sur 10. De coefficient -5 sur 10.(45 s). Petit 2. Propriété. (25 s). Toute situation de proportionnalité… de coefficient a, de coefficient de proportionnalité a, toute situation de proportionnalité de coefficient de proportionnalité a (10 s)… correspond… à une fonction… Continue D… Correspond à une fonction…

D : Linéaire.

P : Linéaire de coefficient…

D : a.

P : De coefficient a. Toute situation de proportionnalité de coefficient de proportionnalité a correspond à une fonction linéaire de coefficient a. On est bien d'accord ? Hein, c'est bien ce qu'on a vu tout au long de la présentation de la fonction linéaire. Petit 3. Ben avec la fonction linéaire, on va pouvoir mettre en place des calculs d'images, des calculs d'antécédents. Ça va aller très vite hein parce que des calculs d'images on en a déjà fait plein plein avec les fonctions. Petit 3. Calcul de l'image par une fonction. Calcul de l'image d'un nombre par une fonction. D'un nombre par une fonction linéaire. (...). On va le faire sous forme d'exemple. Calcul de l'image d'un nombre par une fonction linéaire. On va prendre la fonction linéaire de S. Soit s la fonction linéaire définie par s de x égal -5 dixièmes de x, hein, on garde la formulation de S, elle est sympa. Soit s, la fonction linéaire définie par s de x égal -5 dixièmes de x, calculer l'image de 2... on fait ce calcul et puis après je vous laisse prendre la récréation. Soit s la fonction linéaire définie par s de x égal -5 dixièmes de x, calculer l'image de 2. (15 s). C tu nous fais le calcul de l'image de 2 ? (15 s). Ben dis nous quel calcul tu as fait. Comme on a appris, sur cette écriture, comme on a pu le faire tout au long de ces exercices sur les fonctions. On va écrire... 2 ça correspond, ça a quel statut, ça correspond à x ou ça correspond au nombre rouge. Quand tu cherches l'image de 2 ?

C : x.

P : Ça correspond à x. Donc on va l'écrire s, s de...

C : De 2.

P : De 2. C'est l'image de 2 qu'on veut. Egal...

C : -5 dixièmes...

P : -5 dixièmes...

C : De 2.

P : Alors comment tu l'écris de 2. Fois 2. On est bien sur fois ici hein. -5 dixièmes fois 2 qui fait s de 2 égal...

C : -10 euh...

P : -10...

C : Sur 0.

P : -10 sur... sur 10. Egal... -1. On va donc pouvoir écrire l'image de 2 par s est -1. L'image de 2 par s est -1. Merci.

Annexe 12 : Transcription Séance n°14

(…) : blanc de plus de 3 secondes. El (s) : un ou plusieurs élèves indéterminés.
En italique, les indications d'actions.

S14-E1	Gestion exercices à faire à la maison et absences	4 min 40 s
S14-E2	Correction DM par l'enseignante	21 min
S14-E3	Exercice 30 écrit individuel :copie de l'énoncé	2 min
S14-E4	Recherche individuelle	5 min
S14-E5	Correction question 1	1 min 50 s
S14-E6	Recherche individuelle	8 min 50 s
S14-E7	Correction question 2-3-4	4 min 10 s
S14-E8	Institutionnalisation orale	3 min 10 s

EPISODE 3: (2 min)

P: On prend le cahier d'exercices et on est sur les fonctions. Voilà ce que je vous propose . On ramasse les devoirs pendant que… Non, non, tu les ramasses pas, tu prends ton cahier, c'est moi qui les ramasse. Voici ce que je vous propose. On perd pas de temps. Hier je t'ai dit que je voulais pas perdre de temps avec des imbécilités. C'est clair. En ce moment ça marche pas la classe. On n'arrive pas à bosser parce que c'est tout le temps n'importe quoi. Prends ton cahier d'exercices s'il te plaît. (5 s). Soit f la fonction linéaire… définie par… f de 3 égal -2. Petit 1. Calculer le coefficient de f… puis déterminer f… l'expression de f. On perd pas de temps. Ça y est c'est parti. Petit 2. Calculer l'image de 6… de 7 par f. Petit 3. Déterminer… l'antécédent de -3… par f. Petit 4. Faire la représentation graphique de f. (8 s). Dans un repère. (5 s). Allez-y. Perd pas de temps. B.

EPISODE 4 : (5 min)

P : Voilà. Tout ce qu'on a vu sur les fonctions linéaires, en vrac. (9 s). Oui ?
A : On laisse en fraction ou on met des nombres décimaux ?
P : En fraction, on reste en fraction. On oublie les nombres décimaux, on reste en fraction. (40 s). Ne perds pas de temps. Prends ton cahier de cours si nécessaire. Là-dessus tu dois être au top. J'avais dit qu'on ferait une interro aujourd'hui là-dessus, donc vous avez préparé, vous savez. On n'est pas en terrain inconnu. Si tu sais plus, prends ton cahier de cours et retrouve où est-ce que tu vas trouver tout ça dans ton cahier de cours. (…). M là-dessus ça roule hein ? Toi aussi R. (35 s).

L'enseignante passé dans les rangs et commence à valider des productions.

Interventions auprès de R, S, U :

P : OK. D'accord. D'accord. Et ta fonction f de x elle s'écrit sous la forme… T'as pas ta fonction f de x. Tu as a, t'es resté dans l'ambigüité comme hier. Là t'as déterminé a mais ça te donne pas la fonction. La fonction ça serait f de x égal… D'accord. Oui, ça fait f de x égal… f de x, pas f de 3 hein. (…).

Intervention auprès de E :

P : Alors, on a… on a f de 3 égal -2, ça veut dire que si x égal 3 alors f de x égal … -2. Si x égal 3 alors f de x égal -2, on est d'accord. Or le coefficient ça s'écrit sous la forme… (…). Regarde dans ton cours. Regarde ton cours. (5 s). Coefficient. (7 s). f de x_1 sur x_1 ce qui fait a est égal à … (9 s). Pas f de -2. Est-ce que j'ai f de -2 ? f de 3 sur… (8 s). Elle est où la valeur de x, où est-ce que t'as écrit x égal…

E : Inaudible.

P : Regarde où c'est écrit x égal… Regarde, tout est écrit. T'es d'accord. f de 3 c'est égal à quoi…

E : Inaudible.

P : Conclusion l'expression de ta fonction, l'expression générale de ta fonction ça va être f de x égal… -2 sur 3… x. Voici la fonction. Ça y est, on l'a débusquée, et maintenant on travaille dessus. OK, ça te va ? A retravailler. C'est pas assimilé ça. Ça te va ce que j'ai fait ? Je corrige la première question.

EPISODE 5 : (1 min 50 s)

P : Déterminer l'expression de f. Normalement ça doit être terminé. Si c'est pas terminé… Arrêtez tous où vous en êtes qu'on soit bien d'accord. Levez tous le bout du nez. (5 s). Stop. Stop H. Où que tu en sois. Stop. Normalement ce coefficient a doit être déterminé, f de x doit être déterminé, donc on corrige. Si x égal -2, pardon, si x égal 3, alors f de x est égal à… -2. f est linéaire donc a va s'écrire sous la forme f de x_1 sur x_1. Ce qui fait a égal f de 3 sur 3, ce qui fait a égal -2 sur 3. Qui est-ce qui l'a pas ça ? C ?

Personne ne lève la main.

C : On est obligé de mettre a égal f de x_1 sur x_1.

P : Oui, oui. Cette étape-là ? Non. Mets-moi ça. Ça si tu le mets pas c'est pas grave, mets-moi ça. C'est bon sans ça ? H, c'est bon ? D ?

D : Oui, j'ai bon.

B : Madame, je peux mettre juste l'opération…

P : Non, non, non. Tu fais ça, ça et ça. Surtout que je suis sûre que t'as pas écrit a devant. Regarde. Sur ton espèce de bout de papier là.

B : J'ai écrit f de x.

P : Oui. Donc c'est faux. C'est a que tu viens de déterminer. Le coefficient. Ce qui fait f de x égal… la forme générale de la fonction f de x, -2 tiers de x . Ça y est. La fonction est débusquée. C'est sur cette fonction qu'on va calculer. Je vous laisse continuer. (5 s).

EPISODE 6 : (8 min 50 s)

C : Madame.

Intervention auprès de H.

P: Voilà. Voilà. Ça y est tu l'as.

Intervention auprès de C.

C : Inaudible

P : Voilà.

C : Donc ça c'est faux.

P : Donc ça c'est faux. D'accord. C'est pour ça que j'ai fait cet arrêt pour commencer la correction pour pas que tu partes sur des choses fausses. Allez O, courage. (...).

Intervention auprès de O :

P : C'est bon ça. Mais tu vois, regarde, pourquoi t'as pas de cahier d'exercices. Il est où ton cahier d'exercices ?

O : Inaudible.

P : Et pourquoi tu l'amènes pas en cours de maths ?

O : Inaudible.

P : Ben aie deux cahiers d'exercices, un chez ton père, un chez ta mère, moi j'sais pas quoi t'dire. Mais ce travail sur feuilles volantes là, sur lequel t'auras pas d'regard... Comme B qui travaille... On lui a dit qu'il fallait amener un rouleau de papier, ce serait plus pratique. Et il est où le papier sur lequel tu travailles B, il est où ton cahier d'exercices ?

Intervention auprès de B :

B : Inaudible.

P : Et ben faut que tu t'en rachètes un nouveau. Qu'est-ce que tu attends ? (...). Oui t'as vu c'était mal formulé, donc j'te prierai de prendre la correction correctement, comme on l'a marqué dans le cours, si x égal 3, f de x égal -2 , a égal f de x_1 sur x_1 etc. sinon tu fais n'importe quoi.

B : Inaudible.

P : Oui pour le 2ème c'est bon, mais pour le 1er c'est pas bon. J'suis pas d'accord. C'est pas compris. Alors j'sais pas où tu auras ce petit bout de papier quand tu travailleras le contrôle, mais ça c'est à retravailler. (...). T'as pas d'papier, t'as pas d'stylo. A retravailler.(...). Si un jour tu retrouves ce bout d'papier dans tes affaires. (...).

Intervention auprès de A :

P : Et elle est où l'expression de f de x ici ? Tu l'as pas l'expression de f de x, t'as que le coefficient. Elle est où l'expression de f de x ?

A : Inaudible.

P : f de x égal. (6 s).

M : Madame.

P *qui parle à M*: Fais gaffe, ta fonction c'est pas $-2x$, la fonction c'est -2/3 de x.

P : Et là tu trouves... oui. (5 s). Donc ici plutôt que de faire cette méthode de calcul qu'on comprend pas d'où il sort, tu fais f de 7 égal. f de 7 égal. Et comme t'oublies pas ton signe moins, ça donne -14 tiers. C'est ça que j'ai demandé. OK. Ça, ça me va. (5 s). Oui B, j'regarde ce qu'il a fait. Je veux l'image de -3. C'est -3 divisé par -2 tiers, y'a pas d'flèche, est égal à -3 fois 3 demis, fois -3 demis et c'est égal à 9 demis, c'est pas -9 demis. Y'a bien égalité, y'a pas d'flèche. Egalité.

Intervention auprès de V :

P : Tu fais ta phrase de rédaction euh... tu fais une phrase de rédaction V à côté de ton tableau. J'ai pas vu.

V : Inaudible.

P : Non, non, la phrase de rédaction, c'est avant de faire le graphe. Puisque c'est indiquer que tu vas tracer une droite. Tu fais la phrase de rédaction qui dit j'vais tracer une droite qui passe par ce point et par l'origine, et seulement après tu traces la droite et machin. Tu l'as fait pas avant. Tu fais pas le graphe avant. Tu m'entends ? Hou, hou ? Tu fais la phrase de rédaction avant de faire le graphe !

P *qui parle à L* : OK.

Intervention auprès de Y :

P: J'te demande l'antécédent de -3, j'te demande pas l'antécédent de -14 tiers. D'où y sort ton antécédent de -14 tiers ? Première question t'as trouvé -14 tiers. Deuxième question -14 tiers ça correspond à 7. Si tu pars de 7, tu vas arriver à -14 tiers. Et maintenant ça c'est fini, on n'en parle plus. Tu cherches l'antécédent dans cette question, tu cherches le nombre x qui va te donner comme image -3. Or ce nombre x, il a comme image -2 tiers de x, donc résous ton équation -2 tiers de x égal -3. Et t'as deux expressions différentes de l'image. D'accord ?

P *parlant à L* : OK, c'est bien. Tu m'laisses… J'regarde un peu comment tes camarades avancent.(…).

Intervention auprès de M :

P : Et non ! M. Ici le x, il a disparu puisque tu lui as donné comme valeur 7, y'en a plus, tu l'as remplacé. Et là c'est x que t'as trouvé. C'est x qu'est égal à 9 demis. T'as trouvé x. Point final. (5 s).

Intervention auprès de H :

P : Pour déterminer l'antécédent t'écris ça. A x j'associe cette image -3. Et c'est x que je recherche. Et à x j'associe -2 tiers de x. Et tu poses comme équation -2 tiers de x égal -3. (6 s). Inaudible. Par f, à x j'associe… Qu'est-ce qui t'arrive Y ?

Y : Inaudible.

P : Continue tranquillement t'étais sur une bonne voie. Tu me laisses terminer et voir les élèves que j'ai pas encore vu. Fais la représentation graphique et je viens te voir. Je sais c'est… Tu travailles sur ton petit bout de papier toi ? Retourne-toi. Retourne-toi complètement. Et prends tes responsabilités. Prends dans ton cahier de cours, et cherche dans ton cahier de cours ce que tu veux. T'as tout.

Intervention auprès de C :

P : A x j'associe -3, puisque je cherche l'antécédent de -3, mais je sais aussi que par la fonction, à x j'associe -2 tiers de x. D'accord. Tu pars d'un antécédent et t'as deux représentations possibles de son image. Et après tu poses l'équation.

C : Inaudible.

P : Non, c'est pas f de x. C'est x que tu cherches. C'est ce nombre là que tu cherches. Pour x que tu cherches, -2 tiers de x égal -3.La fonction f ... Et tu résous l'équation. C'est x que tu recherches. La fonction x, la fonction f, elle te donne juste les indications suffisantes pour calculer l'image. C'est bon c'que j'te raconte ? Comme -2 tiers est en multiplication pour x, tu le passes en …

C: Inaudible.

P : Tu multiplies. Donc tu fais x égal -3 divisé par -2 tiers , ça fait -3 fois -3 demis, ça fait 9 demis. (13 s).

Interventions auprès de J, E, S :

D'accord. D'accord. D'accord.

Intervention auprès de T :

P : Pourquoi tu me mets a là ? C'est f de x qu'est égal à -2 tiers de x, c'est pas a. a il est égal à -2 tiers. C'est f de x qui est égal à -2 tiers de x et f de x égal -7. Donc tu poses ton équation et tu trouves x. Super. Fais gaffe t'as fait une faute de signe, c'est plus ici. OK, c'est bien. (7 s).

Intervention auprès de K :
P : *f* c'est la fonction qui à *x* associe -2 tiers de *x* ou tu écris *f* de *x* égal -2 tiers de *x* ou *f* c'est la fonction qui à *x* associe -3 c'qui m'permet d'écrire… ou t'écris *f* de *x* égal -3. Et après tu peux écrire ça. D'accord. Mais t'écris pas que *f* est égal à -3. *f* c'est le nom de la fonction. C'est *f* de *x* qu'est égal à -3. (6 s).

Interventions auprès de S, U, R :
P : OK. (5 s). OK. C'est bien. Rachète-toi un cahier. D'accord. OK. Ici c'est bon ? Ici c'est bon. Je corrige rapidement.

EPISODE 7 : (4 min 10 s)

P: Y j'suis pas venue te voir. Au vu d'la correction tu m'appelles si ça marche pas. Regarde bien la correction. L'image… Petit 2. L'image de 7 par *f*. Il faut que je calcule *f* de 7. Et *f* de 7, c'est -2 tiers fois 7 qui est égal à -14 tiers. Et je reste bien en écriture fractionnaire. Pas d'question. Normalement c'était bon pour tout le monde. Petit 3. Calcul de l'antécédent de -3. Donc je cherche *x*, et j'écris que la fonction *f*, à *x* elle associe -3 d'une part et d'autre part, j'écris que *f* à *x* elle associe - 2 tiers de *x*. Soit j'l'écris comme ça avec ces symboles d'écriture, vérifiez bien comment vous l'avez écrit, soit j'l'écris comme ça avec ces symboles d'écriture, mais je mélange pas les deux symboles. Vérifiez ce que vous avez fait. (5 s). C'est bon vous avez bien vérifié la manière dont vous avez écrit. C'qui fait. C'qui me pousse à écrire cette équation -2 tiers de *x* égal -3 et donc *x* égal 3 divisé par -2 tiers, c'qui fait *x* égal -3 fois -3 demis c'qui fait *x* égal 9 demis. Attention, vérifiez bien ce que vous avez écrit autour, c'est pas 9 demis tout seul qui m'intéresse, c'est que vous ayez bien écrit *x* égal 9 demis. Certains d'entre vous ont écrit *f* égal 9 demis. Comment ?
El : Moins 9 demis.
P : Non c'est pas moins 9 demis. Parce que t'as deux nombres négatifs et la division de deux nombres négatifs, ça te donne un résultat positif. Plus 9 demis. Vérifiez la manière dont vous avez écrit votre image, j'ai pas vu partout, votre antécédent. J'suis pas passée partout. Tu as pris la correction que tu l'as pas fait toi B ? (13 s). Faire la représentation graphique de *f* dans un repère. Je me mets là. J'fais le tableau de valeurs. *x*, *f* de *x* égal -2 tiers de *x*. Ici y'a les coordonnées zéro, zéro, B c'est bon. A c'est bon. C'est marqué ça ? (5 s). Et ici ben alors j'ai pas, j'ai pas… à m'tracasser trop. J'ai comme valeurs 3 et -2… J'suis sûre de ça. Si *x* égal 3, *f* de *x* égal -2. J'prends -2. Ah, j'peux retrouver par le calcul. On est bien d'accord ? *f* de 3 égal -2. 3, -2. (6 s). 0, 1, 2, 3. -2. Ça s'appelle le point A. J'ai oublié la phrase. La représentation graphique de la fonction *f* est la droite qui passe par l'origine du repère et par le point A de coordonnées 3, -2. Obligatoirement V. 3, -2 il est là, et j'trace la droite.(…). Tout c'qui est important à mettre en place c'est ça. Après tracer la droite euh… la carte d'identité de O suffit hein, comme règle. C'est pas ça qu'est fondamental. Si tout est bien positionné, si tout est structuré. Terminer par tracer la droite y'a pas besoin de faire …. Moi je… J'vais même pas regarder vos graphes si tout est bien positionné. J'vais regarder quand même pour voir si vous avez pas inversé abscisse et ordonnée, mais normalement y'a pas à s'tromper. Bon ben reprenez votre cahier de cours je voudrais mettre un dernier point. Voilà, ce que je veux de vous c'est ça. Est-ce que vous y voyez un tout petit peu plus clair qu'hier ?
Els : Oui. Ben oui.
P : Sûr, c'est bon ? Largement ? Donc on a encore mardi où on corrige les exercices, non, mercredi on s'voit. Potassez ce cours. Si y'a des questions à poser, ben vous me réinterrogez dessus. Et puis on est fin prêts pour le contrôle de mercredi.
Els : Jeudi.
P : Jeudi ! Mercredi on s'interroge et jeudi on fait le contrôle !