Casyopée dans la classe : comment les théories guident les scénarios pédagogiques d'usage

Claire Cazes, Mirko Maracci, Fabrice Vandebrouck

Résumé

Cette présentation est issue du travail effectué dans le projet Européen ReMAth. Deux scénarios d'utilisation du même logiciel (Casyopée) dans des classes de deux pays différents y sont présentés. Il est très intéressant d'observer comment les différents cadres théoriques utilisés par chacune des équipes engendrent des différences dans les approches et perspectives adoptées pour la conception de scénarios d'utilisation.

1. Le projet REMATH

Le projet ReMath est un projet Européen dont le but général est la conception et l'étude de l'utilisation de TICE pour renforcer les représentations d'objets mathématiques chez les élèves de lycée (élèves de 15 à 18 ans). Les expérimentations des outils TICE conçus et étudiés doivent se faire, dans la mesure du possible, dans des classes ordinaires car l'un des sous objectifs du projet est la dissémination de produits et résultats de la recherche auprès des enseignants. L'aspect européen du projet conduit en outre à porter une attention particulière à la diversité culturelle : 7 équipes venant de 4 pays différents participent en effet au projet.

Plus précisément, le projet ReMath est organisé suivant les trois axes suivants :

a) développement des 6 logiciels destinés à aider les élèves dans leurs représentations d'objets mathématiques, que ce soit dans les domaines algébrique, géométrique ou des mathématiques appliquées ;

b) conception de scénarios pédagogiques d'utilisation de ces logiciels dans un format commun à toutes les équipes ;

c) expérimentation de ces scénarios suivant le principe de la "*cross-experimentation*" (Cerulli, Trgalová, Marraci, Psycharis, Georget, 2008), c'est-à-dire que ces scénarios sont expérimentés dans des classes ordinaires comme nous l'avons déjà souligné mais que chaque équipe de chercheurs expérimente son propre logiciel et celui d'une autre équipe traduit en anglais ou dans sa langue si c'est possible[1]. Les objectifs de ces expérimentations sont d'étendre notre connaissance de l'impact des logiciels sur les apprentissage des élèves, de tester l'utilisabilité des logiciels dans d'autres contextes culturels et enfin de comparer les différents outils des chercheurs pour étudier de telles situations.

En effet, de nombreuses et récentes études ont mis en évidence la multiplicité des cadres théoriques utilisés pour étudier le rôle des TICE dans l'apprentissage des mathématiques (Artigue, 2008). Il y a donc un besoin de mise en regard et peut-être d'harmonisation de ces différents cadres. Ce besoin est bien sûr ressenti par les équipes impliquées dans le projet ReMath, où une pluralité de paradigmes éducatifs est convoquée. Une manière d'aborder ce problème est de développer des outils méthodologiques communs, dont certains d'entre eux sont issus du projet TELMA (Cerulli *et al.*, 2008).

Cette présentation étudie deux expérimentations effectuées dans le projet ReMath, respectivement par l'équipe Didirem de l'Université Paris Diderot-Paris 7 (France) et par l'équipe Unisi de l'Université de Sienne (Italie). Ces deux expérimentations utilisent le logiciel Casyopée dont une extension a été développée dans le cadre du projet ReMath. Après

[1] L'une des équipes ne développe pas de logiciel et en expérimente deux qui lui sont étrangers.

Ouvrier-Buffet C. & Perrin-Glorian M.J. (éd.) (2009) *Approches plurielles en didactique des mathématiques.* Laboratoire de didactique André Revuz, Université Paris Diderot. pp. 131-140.

une rapide description des fonctionnalités de Casyopée utilisées dans les deux expérimentations, nous présentons les scénarios d'utilisation du logiciel des deux équipes et nous les comparons en nous appuyant sur la notion de Fonctionnalité Didactique que nous commençons par expliquer (Cerulli, Pedemonte and Robotti, 2006).

2. La notion de fonctionnalité didactique

La notion de fonctionnalité didactique vise à mettre en perspective, si possible indépendamment de tout langage propre à un cadre théorique particulier, les différents outils utilisés pour penser l'utilisation des TICE dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, aussi bien de manière générale que dans des situations concrètes.

Par fonctionnalité didactique d'un outil TICE, nous entendons le système constitué des trois pôles dépendants suivants : les caractéristiques de l'outil TICE utilisées, les objectifs d'enseignement visés et les modalités d'utilisation de l'outil mises en œuvre pour atteindre les objectifs pédagogiques énoncés.

Bien évidemment, la notion de fonctionnalité didactique fait apparaître que tout outil TICE (ou partie de cet outil) peut être utilisé de différentes manières pour poursuivre des buts pédagogiques très différents. C'est pourquoi un même outil peut être associé à plusieurs fonctionnalités didactiques. En particulier, différentes perspectives théoriques vont conduire à concevoir des fonctionnalités didactiques différentes pour un même outil, ce que nous allons étudier dans cette communication.

3. Le logiciel Casyopée

Le logiciel Casyopée (Lagrange and Chiappini, 2007) est un environnement de calcul formel pour l'apprentissage des mathématiques au lycée. Les objets mathématiques au cœur de la version initiale de Casyopée sont les fonctions, avec notamment leurs représentations graphiques, leurs expressions algébriques et leurs domaines de définition. Casyopée est en particulier un outil qui permet de travailler les manipulations usuelles sur les fonctions comme : les calculs algébriques (développer, factoriser une expression, résoudre une équation...) ; les calculs d'analyse (différentier, intégrer des fonctions) ; les représentations graphiques ; le soutien de la preuve (déterminer le signe et la variation d'une expression sur un intervalle...). Grâce à l'utilisation de cet outil, les étudiants sont supposés faire des liens entre les différents domaines de représentation et d'utilisation des fonctions et enrichir leur représentation de l'objet fonction. On trouvera ci-dessous (figure 1) une copie d'écran de la fenêtre algèbre de Casyopée. On constate qu'elle se subdivise en deux sous fenêtres : symbolique et graphique.

Dans le projet Remath, un module supplémentaire de géométrie dynamique a été ajouté à Casyopée. L'objectif est de permettre d'effectuer des liens entre problèmes de géométrie et aspects numériques ou algébriques des problèmes. Ainsi le but n'est pas de développer un module de géométrie dynamique le plus complet possible comme il en existe déjà, mais bien d'explorer des connections possibles entre certains problèmes de géométrie et leur traduction fonctionnelle. Par exemple, une figure géométrique peut être l'occasion d'étudier la variation d'un calcul géométrique, c'est-à-dire d'une valeur numérique associée à une expression géométrique. Par exemple, dans la copie d'écran ci-dessous (figure 2), les étudiants doivent étudier les variations de l'aire du rectangle MNOP. Un modèle fonctionnel peut alors être associé à cette étude, en choisissant une mesure (par exemple AM comme ici) comme variable indépendante. À ce stade, Casyopée valide le choix de la variable en précisant si c'est bien une variable indépendante associée à la situation géométrique. Les autres mesures (MN, MO et ici l'aire de MN fois NO) sont alors des variables dépendantes.

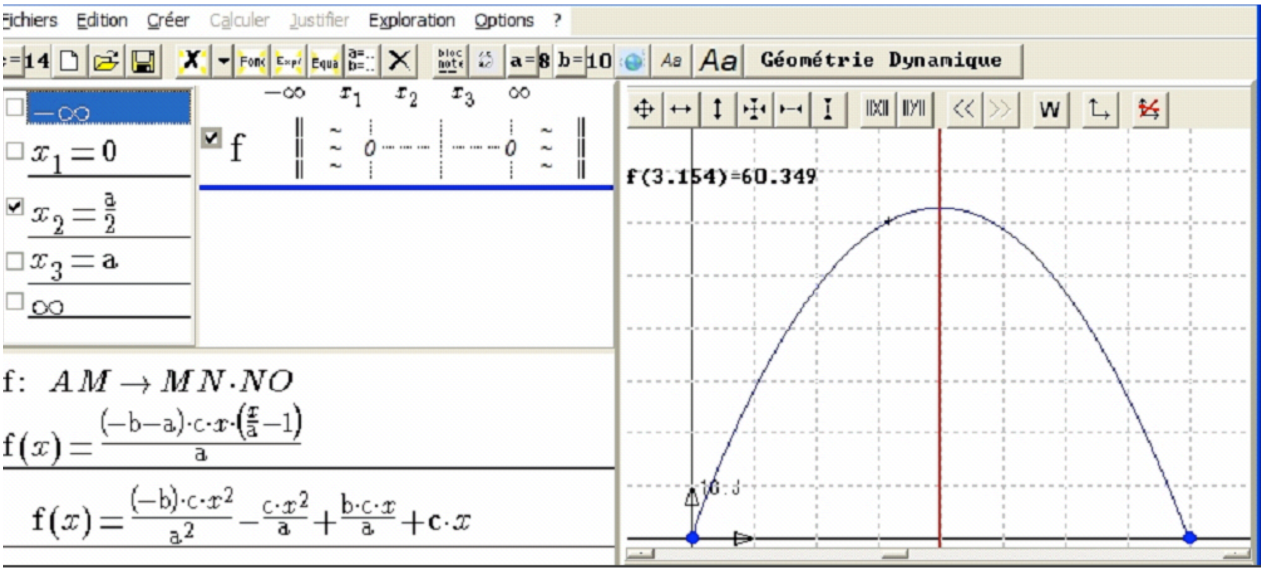


Figure 1 - Les deux fenêtres symbolique et graphique de Casyopée

Les propriétés de dépendance peuvent ainsi être conjecturées par les élèves. Elles prennent du sens à la fois dans la construction et le calcul géométrique, la valeur numérique de ce dernier étant affichée en regard de celle de la variable indépendante. En effet, la géométrie dynamique permet de faire varier la variable choisie et de constater la co-variation des variables dépendantes associées.

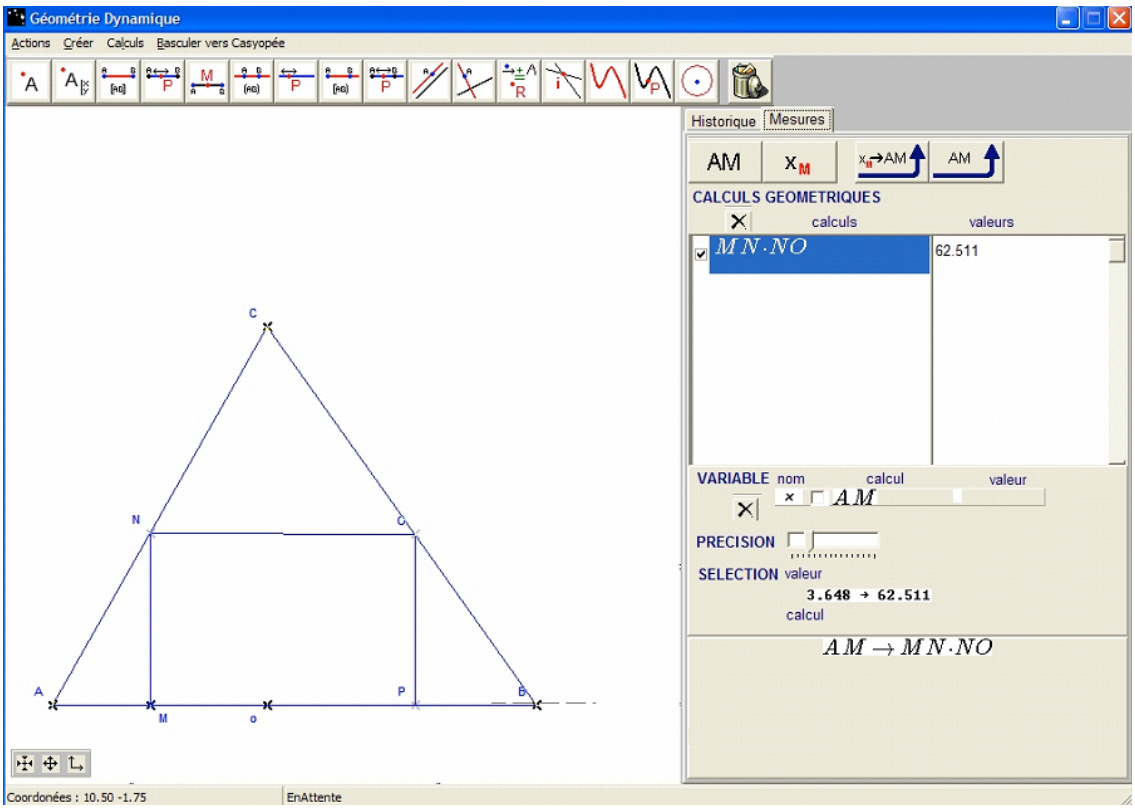


Figure 2 - La fenêtre géométrique de Casyopée

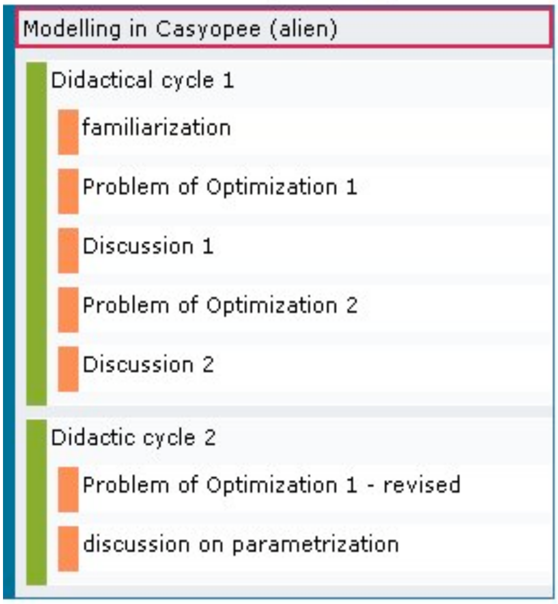
L'originalité et l'intérêt de Casyopée résident ainsi dans la possibilité de faire des liens entre les deux modules : algèbre et géométrie. Plus précisément, dans la fenêtre géométrie, il est donc possible de choisir une variable associée à un calcul géométrique, d'exprimer ce calcul géométrique par une fonction de la variable choisie et enfin d'exporter cette fonction dans le module d'algèbre afin, par exemple, de déterminer un extremum de cette fonction. Ainsi Casyopée offre non seulement une pluralité de représentations de l'objet fonction, dont l'intérêt des manipulations (traitements et conversions) a été souligné par Duval (1996) mais offre également l'opportunité pour les élèves de travailler dans les cadres géométriques et fonctionnels, ce qui est un levier supplémentaire exploité par Douady (1987).

Enfin, signalons que les représentations et les modes de leurs manipulations proposés par Casyopée ont été pensés pour être proches des pratiques habituelles. Ainsi, Casyopée permet aux étudiants de travailler avec les opérations classiques sur les expressions algébriques des fonctions : domaine de définition, dérivation, tableau de variation, graphe associé. De même dans le module géométrie, les étudiants ont la possibilité de construire des objets fixes ou des objets libres tels que points, droites, cercles comme dans la géométrie dynamique classique.

4. Scénarios pédagogiques de Unisi et Didirem

Nous avons signalé dans l'introduction qu'un certain nombre d'outils méthodologiques transversaux avaient été construits par les acteurs du projet ReMath. C'est le cas du modèle conceptuel de scénario pédagogique, nommé Plan Pédagogique (Bottino *et al.* 2008), que nous avons utilisé dans le projet pour décrire et comparer les scénarios Unisi et Didirem. Un Plan Pédagogique (PP) a une structure récursive : chaque PP est conçu comme un arbre dont les feuilles sont également des PP. Plusieurs composantes sont attachées à chaque PP telles que les buts éducatifs visés, les activités proposées aux élèves, les caractéristiques de l'outil TICE utilisé et la manière dont elles sont utilisées, les raisons et les justifications théoriques des choix effectués. Un outil en ligne (Pedagogical Plan Manager, PPM) a été développé pour permettre à toutes les équipes de présenter leur PP global dans un même format. Nous ne pouvons donner ici qu'un bref aperçu de la structure générale de chaque scénario (Unisi et Didirem). C'est un extrait de copie d'écran du PPM.

UNISI	DIDIREM



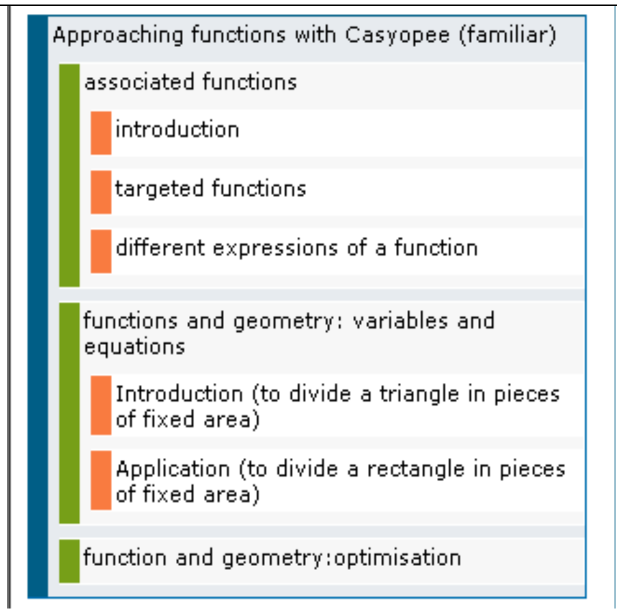


Figure 3 - Vue synthétique des scénarios Unisi et Didirem à travers le PPM

Détail du scénario pédagogique Unisi

Le PP Unisi concerne des classes scientifiques de lycée de niveau 12 ou 13 (17-18 ans). Il est prévu pour environ 11h de classe et s'appuie sur la théorie de la Médiation Sémiotique

(Bartolini Bussi and Mariotti, 2008) inspirée de l'approche de Vygotski. Cette théorie permet de construire à la fois les buts éducatifs (issus de l'analyse didactique de Casyopée) et la structure des activités proposées aux élèves. Les buts éducatifs sont les suivants :

a) accompagner l'évolution des représentations personnelles des élèves concernant la notion de fonction jusqu'à une représentation mathématique d'une fonction comme une co-variation. Ceci concerne également les notions de variable et intervalle de variation associé à cette variable ;

b) faire évoluer la notion de modélisation d'une situation algébrique depuis une représentation personnelle jusqu'à une notion mathématique.

Les élèves ont quelques connaissances antérieures concernant les notions de variables, de fonctions et de graphe d'une fonction dans un plan cartésien. Cependant, l'expérience des enseignants comme des chercheurs prouve que ces notions sont rarement travaillées en profondeur, notamment en lien avec la géométrie. Aussi, le but de l'expérimentation est de faire donner davantage de sens à ces notions grâce au travail effectué dans le cadre de la modélisation. Ainsi, le but du PP n'est pas de permettre aux élèves de réaliser à l'aide de Casyopée d'autres tâches que celle habituelles mais de les engager dans une construction collective de sens associé aux notions concernées.

L'ensemble du PP est structuré en petits cycles de la manière suivante : les étudiants travaillent par paires ou petits groupes avec Casyopée pour accomplir une tâche d'optimisation fixée (problème 1 puis 2, puis retour au problème 1). Ils doivent avoir à chaque fois une attitude réflexive sur cette activité en produisant un rapport. Enfin une discussion collective est organisée à chaque fois par le professeur.

La session initiale de familiarisation au logiciel Casyopée est constituée d'une suite de tâches simples à réaliser. Ces tâches sont conçues de manière à explorer les différentes fonctionnalités de Casyopée, notamment les rétroactions lorsqu'on choisit une variable. Voici un exemple.

> Pouvez-vous choisir une variable acceptable par Casyopée ? Appuyer alors sur le bouton "valider". Décrivez comment la fenêtre "calcul géométrique" change après avoir appuyé sur ce bouton. Quel nouveau bouton apparaît ?

Après la familiarisation, les tâches proposées sont des problèmes "complexes" d'optimisation formulés dans un cadre géométrique et de manière ouverte afin que les élèves aient à modéliser les situations à l'aide de Casyopée. Voici l'exemple du problème d'optimisation 1, au cœur de l'expérimentation :

> Étant donné un triangle, quelle est l'aire maximale d'un rectangle inscrit dans ce triangle ? Trouver un rectangle ayant cette aire maximale.

Le but du scénario est de faire chercher les élèves à partir des deux problèmes d'optimisation, afin d'en montrer la complexité, de travailler à leur résolution et de faire émerger peu à peu la démarche de modélisation.

Comme indiqué dans le PP, l'enseignant joue le rôle délicat de celui qui guide les élèves vers la résolution et les accompagne dans la construction du sens des notions visées. Le levier principal d'action de l'enseignant est l'organisation des discussions dans la classe. Le contenu complet de cette discussion ne peut pas être totalement déterminé *a priori*, mais doit être élaboré à partir de l'activité réelle des étudiants avec Casyopée, des rapports qu'ils ont produits et enfin de leur réactivité pendant la discussion elle-même. Toutefois, l'équipe Unisi a essayé d'anticiper des développements possibles et de préparer un canevas possible pour les enseignants en charge de la discussion.

Détail du scénario pédagogique Didirem

Le PP de l'équipe Didirem a pour but d'aider les élèves à construire ou enrichir leurs connaissances dans deux domaines : les fonctions comme objets algébriques et les fonctions comme moyen de modéliser des situations de géométrie dynamique et de résoudre des problèmes d'optimisation. Il est conçu pour des classes scientifiques de niveau 11 ou 12 (16 et 17 ans) et a été implémenté dans des classes ordinaires pendant environ 10h de classe. L'élaboration du PP s'appuie sur l'Approche Instrumentale (Artigue, 2002), la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1997) et la Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard, 1999).

Une grande importance est accordée à la construction de tâches ayant un potentiel adidactique, par exemple, des tâches dans lesquelles les étudiants peuvent choisir différentes variables possibles pour explorer des dépendances fonctionnelles et profiter des rétroactions du logiciel Casyopée. Une grande importance est également accordée à proposer des tâches qui permettent d'entrer progressivement dans l'usage du logiciel, en articulant la prise en main et l'avancée dans les connaissances mathématiques. Enfin, les concepteurs du scénario ont été attentifs à proposer des tâches qui ne dérogent pas aux pratiques habituelles des élèves et des enseignants. Le PP est construit suivant trois types de tâches principales :

a) première session : trouver des fonctions cibles du second degré (enjeu d'apprentissage en première scientifique) en faisant varier les paramètres présents dans les expressions algébriques de ces fonctions :

> Leçon 1 : Introduction des fonctions associées (une fonction g est associée à une fonction f lorsqu'elle est définie par une formule du type $g(x)=a\,f(x)+b$ ou $f(ax+b)$ ou équivalent). Il s'agit d'une séance collective où l'enseignant (ou un élève « sherpa ») utilise le module algèbre de Casyopée pour à la fois montrer les fonctionnalités de Casyopée et valider les réponses que les élèves ont cherchées.
>
> Leçon 2 : Fonction cibles : les étudiants travaillent par paires avec Casyopée et doivent trouver, d'après leur graphe, les expressions algébriques de fonctions associées à une fonction donnée.
>
> Leçon 3 : Travail sur les différentes expressions d'un polynôme du second degré. Les étudiants travaillent à nouveau par paires sur Casyopée

Par cette première session, les élèves peuvent consolider leur connaissance sur les variables, la distinction entre paramètre et variable, les différentes écritures d'un polynôme du second degré (canonique, développée, factorisée quand c'est possible) et le fait qu'une même fonction peut avoir plusieurs écritures différentes. Par ailleurs, la notion nouvelle de fonction associée est travaillée.

b) seconde session : notion de « calcul géométrique », choix d'une variable adéquate. Il s'agit d'introduire le calcul géométrique dans la fenêtre géométrie, comme cela a été expliqué figure 2 avec l'exemple du calcul de l'aire du rectangle MNOP

> Leçon 4 : Séance collective sur le partage d'un triangle en différentes parties d'aires données et présentation des commandes du module géométrie de Casyopée. Les élèves doivent réussir à rendre égales les valeurs des calculs géométriques correspondant aux différentes parties d'aires données.
>
> Leçon 5 : Réinvestissement du travail précédent par paires avec Casyopée. Les élèves doivent trouver comment diviser un rectangle en parties d'aire fixée. Il y a également un premier travail sur le choix de variables indépendante et dépendante. Les élèves peuvent ici travailler la notion nouvelle de variable dépendante associée à une situation de géométrie dynamique.

c) troisième session : modélisation d'un problème d'optimisation.

Leçon 6 : Résolution d'un problème d'optimisation dans un cadre géométrique par une méthode de modélisation algébrique. L'énoncé est le suivant (figure 4), il faut le rapprocher du problème d'optimisation 1 proposé par l'équipe Unisi et dont l'énoncé est fourni plus haut.

Soient a, b et c, trois paramètres positifs.
On considère les points A (– a, 0) et B (0, b) et C(c, 0).
On construit le rectangle MNPQ avec M sur [oA], N sur [AB], P sur [BC] et Q sur [oC].

- Peut-on construire un rectangle MNPQ d'aire maximale ?
- MNPQ peut-il être un carré ?

Travail demandé

1. Charger le fichier figinit.cas puis compléter la figure avec le logiciel.
   remarque : il est nécessaire de construire les segments [oA], [AB], [BC] et [oC] pour définir correctement les points du rectangle.
2. Répondre aux deux questions posées avec les consignes suivantes :
   - Indiquer le choix de variable.
   - Rédiger une démarche utilisant les résultats affichés par le logiciel.
   - Visualiser la réponse dans le module de géométrie dynamique.

Figure 4 - Énoncé du problème d'optimisation de la troisième session

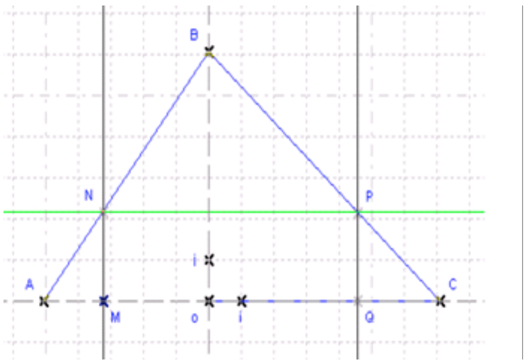


Figure 5 - Figure associée au problème d'optimisation proposé à la troisième session

Ce problème permet de réinvestir les différentes connaissances acquises pendant le début du PP et aussi de faire le lien visé entre les cadres géométriques et fonctionnels.

5. Comparaison des deux scénarios à partir de la notion de fonctionnalité didactique

Les deux PP décrits précédemment partagent clairement un certain nombre de caractéristiques communes mais ils ont aussi de profondes différences. Dans cette section, nous utilisons la notion de fonctionnalité didactique présentée plus haut afin d'organiser une comparaison plus précise des deux scénarios.

Caractéristiques de l'outil

Les deux PP ne sont pas seulement centrés sur l'utilisation du même outil mais plus spécifiquement sur l'utilisation des mêmes caractéristiques du même outil. En effet, les deux PP exploitent particulièrement :

a) les caractéristiques de l'environnement de géométrie dynamique et en particulier les commandes pour créer des points libres ou liés, des points à coordonnées paramétriques, le tracé des droites ainsi que l'exploitation des rétroactions de l'outil en géométrie dynamique ;

b) les caractéristiques du calcul géométrique, en particulier les commandes « créer calcul géométrique » et « choix de variables » ainsi que les rétroactions correspondantes ;

c) les caractéristiques de la fenêtre algébrique, en particulier les commandes « créer graphe », les manipulations des expressions algébriques et des paramètres ainsi que les rétroactions associées.

Buts pédagogiques

Différents buts éducatifs sont associés à l'utilisation de ces mêmes caractéristiques. Plus précisément, on peut remarquer que les deux PP partagent le même but principal : la notion de fonction (conçu en particulier comme une co-variation) de variables (indépendante et dépendante) et de paramètre. De plus, les deux PP proposent, parmi les différentes tâches, le même problème d'optimisation (problème 1 initial puis revisité dans le PP Unisi). Cependant, derrière ces similarités de surface, il y aussi des différences.

Les buts de l'équipe Unisi sont de faire émerger du sens concernant les notions de fonction, variable et paramètre. L'équipe Unisi assure d'une part que ces notions ne sont pas nouvelles mais d'autre part qu'elles n'ont pas été travaillées suffisamment en profondeur et que le l'usage de Casyopée est l'occasion d'y revenir. C'est pourquoi le PP Unisi cherche à fournir aux élèves l'occasion d'approfondir leurs connaissances et de fournir un travail réflexif sur les notions concernées ainsi que de les réinvestir dans le cadre plus général d'un problème de modélisation. De plus, les objectifs d'Unisi comprennent aussi un travail de décontextualisation et les problèmes proposés visent à faire réfléchir aux problèmes d'optimisation en général.

Les buts de l'équipe Didirem sont essentiellement d'utiliser les potentialités de Casyopée, et notamment les potentialités concernant les représentations d'objets mathématiques et les deux cadres géométrique et fonctionnel, pour travailler des notions nouvelles. Ces notions ont été choisies pour deux raisons essentielles : leur importance dans le programme et les pratiques habituelles et l'importance spécifique pour ces notions de les étudier dans plusieurs registres de représentations.

Modalités d'utilisation

Les différences entre les objectifs éducatifs d'une part et les cultures pédagogiques d'autre part engendrent sûrement les plus grandes différences dans les modalités d'utilisation.

Le PP Unisi a une structure itérative : les activités des élèves avec Casyopée suivies de la production de rapports sur leurs activités alternent avec les discussions collectives. Cette structure est conçue pour favoriser chez les élèves, la production de sens personnel associé à l'utilisation de Casyopée puis l'évolution de ce sens vers les connaissances mathématiques visées. Ce processus est sans cesse alimenté par l'enseignant dont le rôle est crucial. Le rôle de l'enseignant est pris en compte explicitement dans l'établissement du PP, qui donne des indications sur la gestion de classe (notamment l'organisation d'une discussion). Les activités proposées aux élèves sont des problèmes d'optimisation généraux dans un cadre géométrique. La réflexion sur leur résolution, sans nécessairement que celle-ci soit effective, est l'étape indispensable pour atteindre les buts éducatifs fixés. C'est pourquoi, la familiarisation avec l'outil doit être considérée dans cette perspective : les élèves sont engagés à réfléchir constamment sur les effets produits par leurs actions sur l'outil et les tâches sont choisies dans ce but.

Au contraire, l'équipe Didirem attache d'une part une grande importance à une utilisation progressive de l'outil et d'autre part au fait de travailler conjointement les commandes manipulatoires de Casyopée et les connaissances mathématiques. C'est pourquoi, dans la session 1, les élèves travaillent uniquement dans le module algèbre de Casyopée. C'est l'occasion d'introduire la notion de fonction associée et de réviser les paraboles. Ensuite la section 2 est centrée sur le module géométrie uniquement et est l'occasion de travailler les notions de calcul géométrique et de choix de variables. Enfin, la session 3 est l'occasion de réinvestir les connaissances acquises sur l'outil en travaillant alternativement dans chacun des deux modules et d'aborder, seulement à ce moment, le problème de modélisation. De plus, toutes les tâches proposées ont un important contenu mathématique étroitement lié au curriculum. Elles sont enfin conçues pour permettre aux élèves de progresser vers la solution et de construire les connaissances visées en s'appuyant sur les rétroactions. Le rôle du professeur n'est pas théorisé précisément : il doit seulement introduire les sessions par des séances collectives, aider les élèves pendant les séances sur Casyopée sans dénaturer le potentiel adidactique des situations, puis enfin institutionnaliser les connaissances nouvelles à la fin de chacune des sessions.

6. Conclusion

Nous pensons que les différences mises en évidence dans les PP et notamment les buts pédagogiques et les modalités d'utilisation sont corrélées avec les perspectives théoriques adoptées par chaque équipe.

L'équipe Unisi a construit son PP en référence au cadre théorique de la médiation sémiotique. Ce cadre inspire à la fois les buts pédagogiques et l'organisation récursive des activités. Ce cadre théorique accorde, en particulier, une grande attention au rôle de l'enseignant dans la discussion collective. En fait, l'enseignant joue un rôle très important durant tout le déroulement du PP pour engager les élèves dans leur attitude réflexive et les accompagner vers la construction des connaissances mathématiques souhaitées à partir de leur signifiés personnels construits pendant les séances d'utilisation de Casyopée.

L'équipe Didirem est en revanche, influencée par plusieurs approches théoriques complémentaires : l'approche instrumentale (Artigue, 2002) pour la progression dans les connaissances instrumentales liant outil et mathématiques, la Théorie des Situations Didactiques (TSD) (Brousseau, 1997) pour la sensibilité au potentiel adidactique des tâches proposées par appui sur les rétroactions offertes par Casyopée et enfin la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) (Chevallard, 1999) pour la proximité des activités proposées avec les programmes, les pratiques habituelles des élèves et des professeurs. Plus précisément, le premier cadre permet de penser l'utilisation de Casyopée au delà d'une simple familiarisation. Il a pour objectif de permettre aux élèves de s'approprier Casyopée pour qu'il se constitue en instrument du travail mathématique. Ce processus est construit tout au long du PP et l'un des buts de la session 3 est de tester si cette appropriation est en bonne voie.

Il est certain que la mise en évidence de ces différences complémentaires peut bénéficier aux deux équipes pour améliorer son propre PP. Ainsi, l'équipe Didirem compte reprendre son PP en précisant davantage le rôle de l'enseignant et en donnant des indications sur les phases d'institutionnalisation, sans toutefois aller jusqu'à l'organisation de discussion au sens Italien. Néanmoins l'objectif principal n'est pas d'élaborer un cadre commun à toutes les équipes mais plutôt de travailler en profondeur la notion de fonctionnalité didactique afin de pouvoir exprimer et échanger sur des approches différentes dans un langage commun. Un travail est actuellement en cours sur l'exploitation des données provenant des deux expérimentations croisées. Elle permet d'avancer maintenant sur les méthodologies et les cadres théoriques propres à chacune des deux équipes pour les études des déroulements de chacun de ces scénarios.

Claire Cazes
Université Pierre et Marie Curie, Laboratoire de didactique André Revuz
claire.cazes@upmc.fr

Fabrice Vandebrouck
Université Paris Diderot – Paris 7, Laboratoire de didactique André Revuz
vandebro@math.jussieu.fr

Mirko Maracci
Équipe Unisi, Université de Sienne
mirko.maracci@gmail.com

Research funded by the European Community under the VI Framework Programme, IST-4-26751-STP. ‘‘ReMath: Representing Mathematics with Digital Media’’, http://www.remath.cti.gr

Références

Artigue M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7 (3), 245-274.

Artigue M. (2008). Digital technologies: a window on theoretical issues in mathematics education. In Pitta-Pantazi, D. and Philippou, G. (eds.) *Proceedings of CERME 5*, Larnaca, Chyprus, (pp. 68-82) http://ermeweb.free.fr/CERME5b.

Bartolini Bussi M.G. & Mariotti M.A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L.English, M. Bartolini Bussi, G. Jones, R. Lesh, and D. Tirosh (eds.) *Handbook of International Research in Mathematics Education*, second revised edition, Lawrence Erlbaum, Mahwah, NJ.

Bottino R., Earp J., Olimpo G., Ott M., Pozzi F., Tavella M. (2008). /*Scenario Design, Final Version/.* ReMath Deliverable 17. Contributing Partners: UJF, DIDIREM, UNISI, ETL, Talent, IOE-LKL http://remath.cti.gr/index.asp?action=41

Brousseau G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics,* Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

Cerulli M., Pedemonte B., & Robotti E. (2006). An integrated perspective to approach technology in mathematics education. *Proceeding of CERME 4*. San Feliu de Guixols, Spain, (pp.1389-1399).

Cerulli M., Trgalová J., Marraci M., Psycharis G., Georget J.-P (2008). Comparing theoretical frameworks enacted in experimental research: TELMA experience. *ZDM. Comparing, Combining, Coordinating – Networking Strategies for Connecting Theoretical Approaches.* 40(2), 201-213.

Chevallard Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), 73-112.

Douady R. (1987). Jeu de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2), 5-31.

Duval R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 16 (3), 349-382.

Lagrange J-B., Chiappini G. (2007). Integrating the learning of algebra with technology at the European Level: two examples in the Remath project. *Proceeding of CERME 5.* http://ermeweb.free.fr/CERME5b/, 903-913.