Atelier : enseigner les mathématiques avec WIMS à l'université

Fabrice Vandebrouck, Bernadette Perrin-Riou et Marie-Claude David

Résumé

L'enseignement supérieur en Licence se trouve confronté à un certains nombre de défis, notamment celui de stimuler le travail personnel des étudiants, et nous essayons de relever modestement ces défis en intégrant un travail sur la base d'exercices en ligne WIMS dans nos enseignements. Dans cet article, nous présentons l'outil pédagogique WIMS, ainsi que nos dispositifs d'enseignements avec cet outil. Au-delà des résultats consensuels sur le travail des étudiants avec ces outils, nous nous interrogerons sur leurs apprentissages effectifs et les corrélations qu'il est possible de faire entre les types d'exercices travaillés avec WIMS et les performances réelles des étudiants. Il s'agit véritablement d'une question ouverte pour les didacticiens même s'il y a très localement certaines avancées que nous mettons en évidence.

Introduction

Le serveur WIMS (Web Interactive Multipurpose Server, http://wims.unice.fr/wims) est un serveur de ressources interactives d'exercices développé à l'origine par XIAO Gang depuis 1998 (Xiao, 2000) et d'usage libre. Il concerne aussi bien l'enseignement supérieur que les classes de l'enseignement secondaire et primaire. Dans ces actes, nous expliquons l'usage que nous faisons de ce serveur dans nos différents enseignements (de licence ou de préparation au CAPES) et rendons compte de façon organisée de réflexions qui ont été menées lors de l'atelier sur l'activité potentielle des étudiants avec WIMS. Ces réflexions sont corroborées par certains résultats que nous avons pu obtenir dans le cadre de recherches en didactique ou dans le cadre d'observations de classes ordinaires. Cela nous mène à des conclusions sur l'importance d'une scénarisation de l'usage de WIMS, en un sens que nous préciserons, dès que les exercices proposés aux étudiants dépassent une certaine complexité. Les deux premiers paragraphes concernent WIMS et les types d'exercices que l'on y trouve. Les deux suivants concernent plus directement l'activité des étudiants avec WIMS. Enfin, le dernier paragraphe expose différentes manières d'utiliser WIMS avec les étudiants.

Généralités sur WIMS

Le site originel WIMS se situe à l'Université de Nice, mais plusieurs sites miroirs existent maintenant en France et à l'étranger. La figure ci-après (figure 1) présente la page d'accueil du site WIMS d'Orsay.

Les ressources proposées, qui comprennent des cours interactifs, des outils de calcul ou de graphisme et surtout des exercices interactifs, sont originellement mathématiques et sont étendues maintenant à d'autres disciplines et d'autres langues depuis quelques années. Elles sont développées par des enseignants volontaires pour leurs propres élèves et mises ensuite à la disposition de tous. La communauté d'utilisateurs et de développeurs est soutenue depuis quelque temps par l'association WIMS EDU (http://wimsedu.info/).

Ouvrier-Buffet C. & Perrin-Glorian M.J. (éd.) (2009) *Approches plurielles en didactique des mathématiques.* Laboratoire de didactique André Revuz, Université Paris Diderot. pp. 69-82.

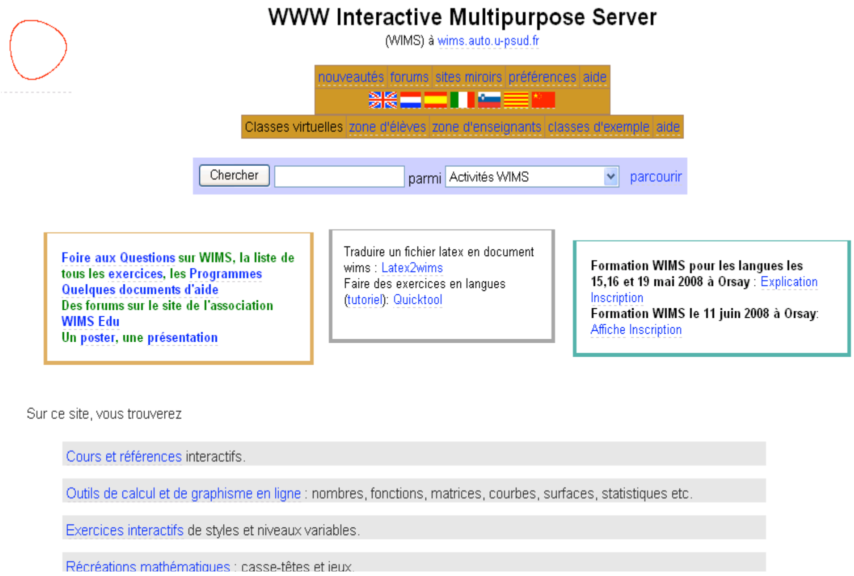


Figure 1 - La page d'accueil du site WIMS d'Orsay (http:wims.auto.u-psud.fr/wims)

Grâce à son interfaçage avec des logiciels de calcul formel et de dessin (Pari/GP[1], Maxima[2], Gap[3], Octave[4]), WIMS permet la programmation d'exercices sophistiqués disponibles à variations aléatoires. Ainsi, un étudiant peut refaire plusieurs fois le même exercice avec des variables numériques, des expressions algébriques ou encore des formes langagières des énoncés différentes ; en classe, des étudiants côte à côte ne travaillent pas sur le même énoncé d'un exercice. Voici l'exemple d'un exercice classique de deuxième année (L2) exécuté deux fois :

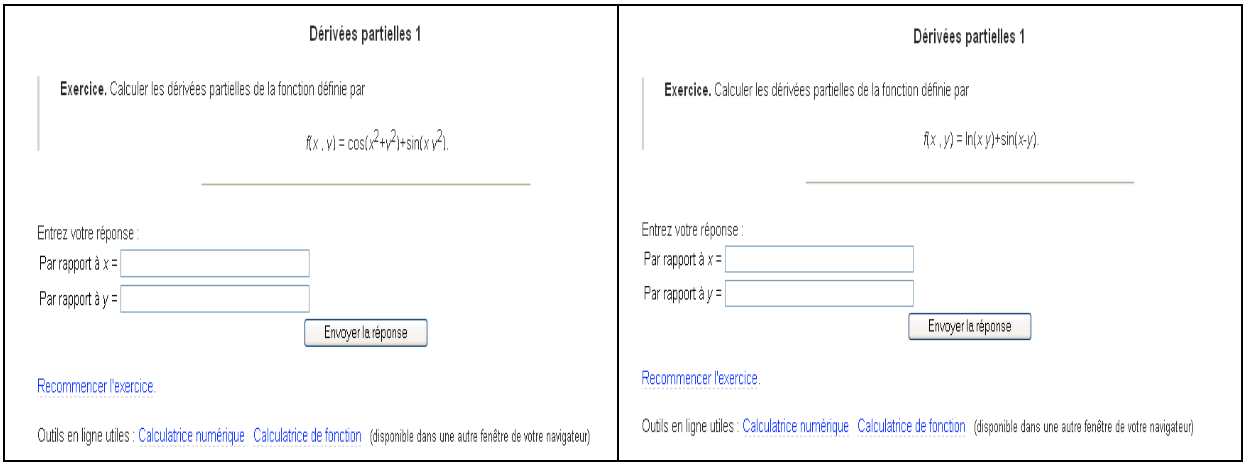


Figure 2 - Exercice « dérivée partielle 1 », exécuté deux fois par un étudiant

Les réponses attendues sont variées : valeurs numériques, vectorielles, matricielles, expressions algébriques, réponses par click sur une figure, réponses par des étiquettes, tracé de courbes, constructions géométriques et, bien sûr, réponses de type QCM. Le logiciel ne permet cependant pas d'analyser un texte rédigé et donc des démonstrations écrites. Les problèmes de prise en main du logiciel, qui peuvent être liés à des spécificités de codages

---

[1] Logiciel spécialisé dans le calcul arithmétique de haut niveau et numérique. Il est aussi utile pour l'arithmétique polynomiale univariée et l'algèbre linéaire.
[2] Logiciel spécialisé dans le calcul formel. Il est utile dans la simplification et la normalisation d'expressions formelles.
[3] Logiciel spécialisé dans la théorie des groupes.
[4] Logiciel spécialisé dans le calcul numérique, matriciel en particulier.

des réponses (implémentations de certaines fonctions mathématiques comme racine carrée par exemple, etc.) sont généralement rapidement surmontés par les étudiants.

WIMS attribue un score, nombre de points variant de 0 à 10, à chaque fois qu'un exercice est exécuté. Les exercices sont à correction automatique, c'est-à-dire que WIMS signifie à l'étudiant si sa réponse est correcte ou non. Il peut, selon les exercices et leur programmation, donner la bonne réponse à l'exercice exécuté, donner une correction entièrement détaillée et plus généralement fournir une rétroaction dont l'étudiant doit s'emparer pour exécuter une nouvelle fois l'exercice. Dans l'exemple ci-dessous, WIMS fournit une rétroaction graphique à une réponse d'un étudiant qui doit déterminer des valeurs réelles a_1 et a_2 pour que des fonctions f définies de part et d'autres de l'origine par deux expressions algébriques différentes soient continues et dérivables. Face à la rétroaction et à l'incohérence de sa proposition, l'étudiant peut alors relancer l'exercice mais il est confronté à une nouvelle fonction.

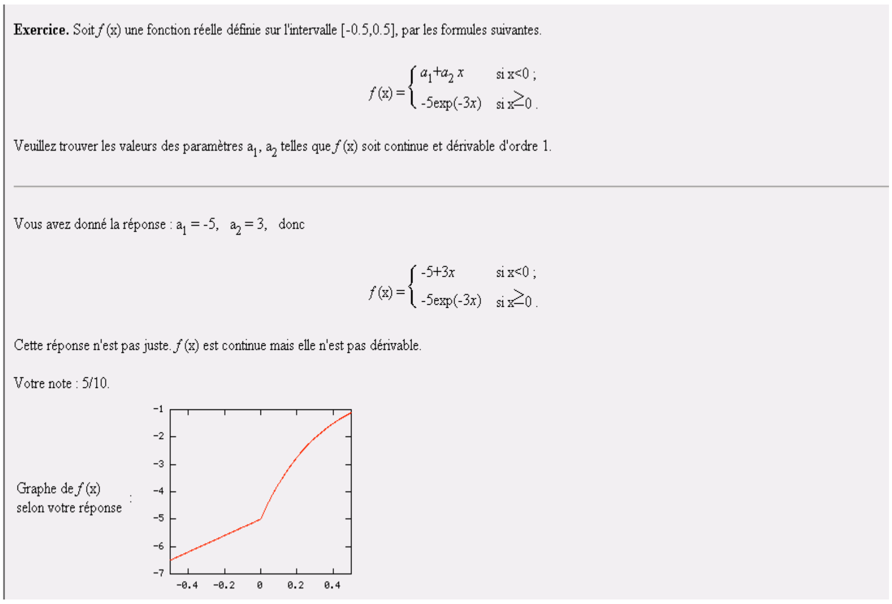


Figure 3 - L'exercice « joint » et sa rétroaction graphique

Certains exercices proposent enfin une aide qu'il est possible d'activer ou non. Les étudiants peuvent aussi utiliser des outils puissants de calcul formel pour répondre aux exercices : calculatrices numérique, fonctionnelle, matricielle, « solveuses » linéaires, dessins, etc.

Les exercices de la base WIMS sont classés par mots clefs, par niveaux de difficulté. Le serveur permet à l'enseignant de créer un espace privé, appelé « classe virtuelle », où il peut organiser le travail et où les notes sont enregistrées. Les étudiants s'y « loguent » à chaque session de travail. Les enseignants proposent des feuilles d'exercices (TD-WIMS) qu'ils élaborent en choisissant et en organisant des exercices de la banque d'exercices WIMS. La prise en main pour les enseignants est simple et la création d'une classe et de feuilles de TD WIMS est facile d'accès[5]. Ils ont la liberté de pondérer dans chaque feuille chacun des exercices et de recueillir la moyenne de chacun de leurs étudiants pour chaque exercice, pour chaque feuille de TD ou pour l'ensemble des feuilles de TD. De leur côté, les étudiants ont la liberté d'activer ou de suspendre l'enregistrement de leurs notes. Ils peuvent donc s'entraîner « à blanc » sur chacun des exercices des feuilles puis, lorsqu'ils se sentent prêts, ils peuvent activer l'enregistrement de leurs scores pour que les notes obtenues comptent dans leur moyenne.

[5] Des stages de formation sont proposés régulièrement. Voir le site de l'association.

Un aspect de la variété des exercices proposés par WIMS[6]

Certains des exercices disponibles actuellement sont des versions interactives d'exercices classiques de travaux dirigés traditionnels. Dans les exemples ci-dessous, les étudiants de première année doivent déterminer des matrices d'applications linéaires et des bases des noyaux. Cependant, ces versions sont sensiblement plus intéressantes que les versions classiques pour le travail des étudiants. Ceux-ci peuvent travailler plus à leur rythme que dans une séance de travaux dirigés traditionnelle et autant de temps qu'ils le désirent sur chacun des exercices. Ils peuvent également échanger entre eux, non pas sur les réponses attendues, qui ne sont pas les mêmes d'un étudiant à l'autre, mais plus sur les méthodes et les mathématiques en jeux.

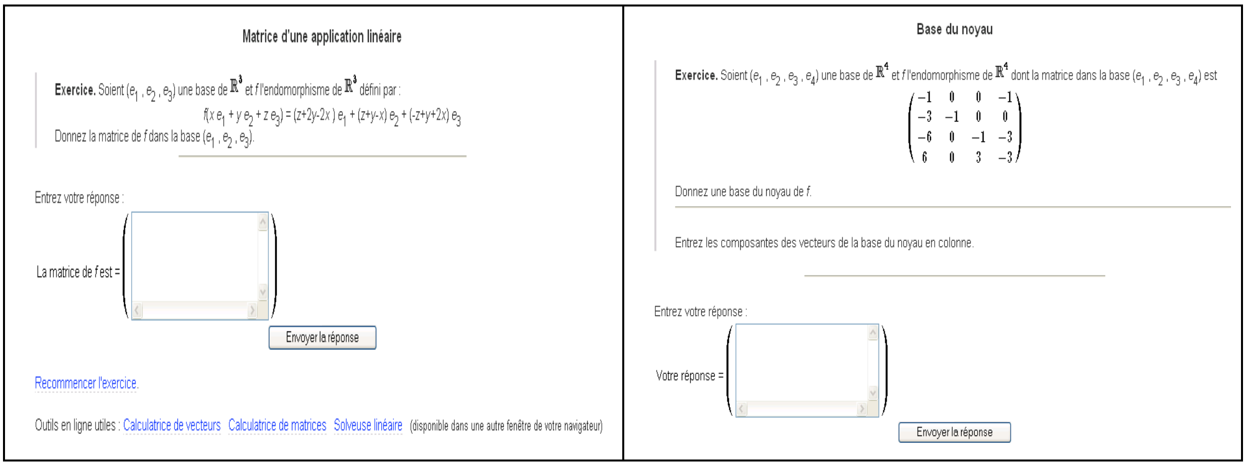


Figure 4 - Deux exercices classiques transférés dans WIMS

Des exercices exploitent plus directement les possibilités informatiques en permettant des tâches qui ne pourraient pas être proposées de multiples fois dans l'environnement papier-crayon comme les deux exercices ci-dessous. Dans l'un, l'étudiant doit mettre en correspondance des représentations graphiques en trois dimensions avec des expressions algébriques de fonctions de deux variables. Dans l'autre, il doit situer graphiquement dans le plan complexe l'affixe de complexes donnés algébriquement.

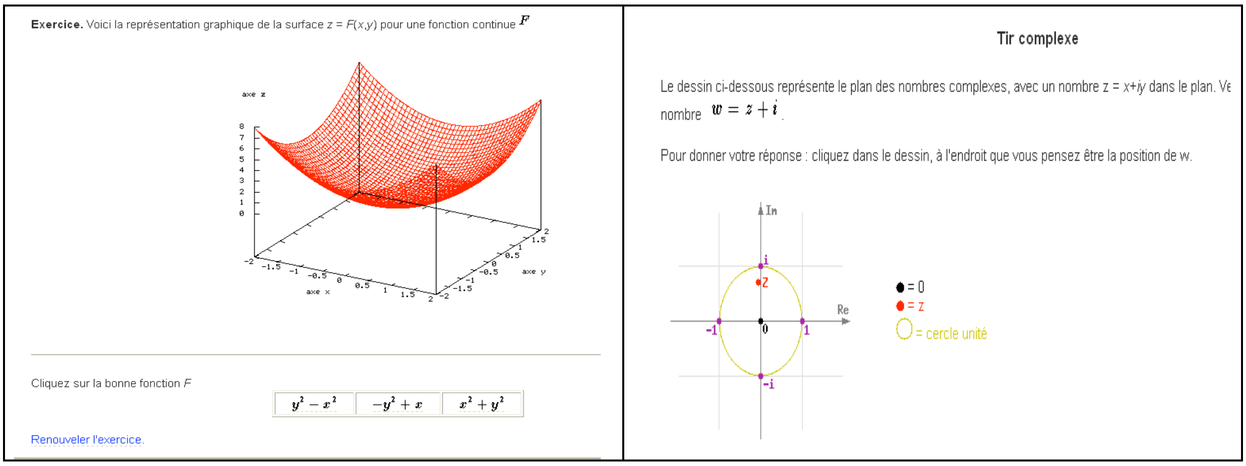


Figure 5 - Deux exercices exploitant les puissantes possibilités graphiques de WIMS

[6] Pour l'atelier, une classe virtuelle a été préparée sur le serveur de l'Université Paris Sud. Les participants y sont entrés avec un login et un mot de passe et ils y ont retrouvé une feuille d'exercices niveau lycée et une feuille d'exercices niveau L1 qui présentaient un choix varié d'exercices WIMS dont ceux présentés dans ces actes.

D'autres exercices permettent une activité mathématique qui ne pourrait pas du tout être proposée dans l'environnement traditionnel. C'est le cas de l'exercice suivant où l'étudiant de première année doit donner les valeurs entières des trois coefficients du développement limité d'ordre 3 en zéro pour une fonction donnée graphiquement. À chaque proposition, WIMS renvoie la courbe du polynôme de degré 3 correspondant à la réponse de l'étudiant. Celui-ci peut alors corriger en dix essais maximum les coefficients qu'il propose afin que le polynôme renvoyé graphiquement approxime au mieux la fonction au voisinage de zéro. Cela lui permet de visualiser l'effet des coefficients sur le polynôme ainsi que l'aspect uniquement local de l'approximation.

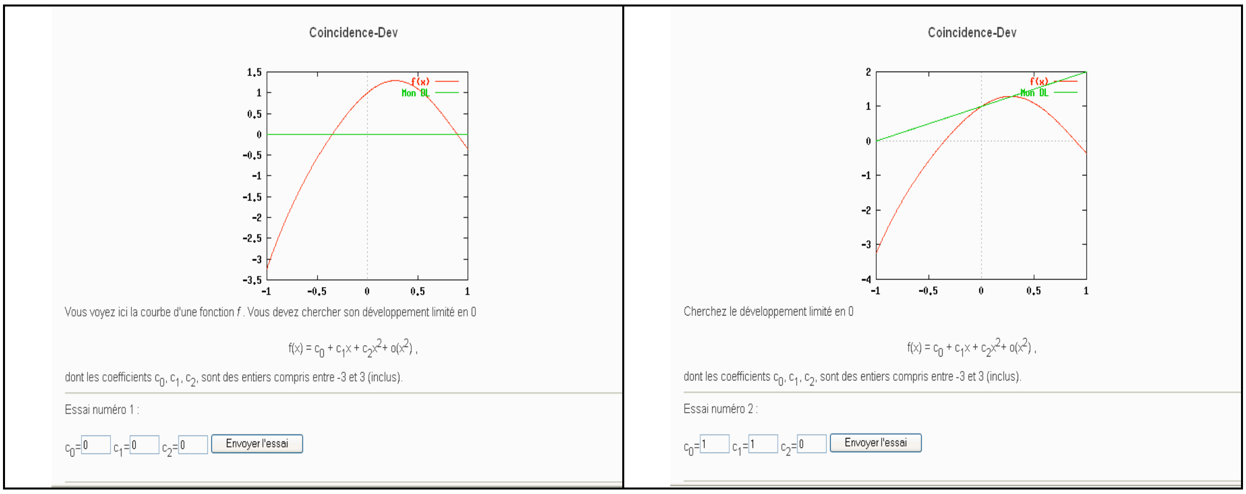


Figure 6 - L'exercice « coincidence Dev »

Le travail des étudiants avec WIMS

Depuis l'année 2003, nous avons expérimenté ou observé des étudiants travaillant avec WIMS à plusieurs niveaux d'enseignement, de la première à la troisième année d'Université, dans diverses Universités et sous différentes formes : d'un travail en séances de TP en salle informatique en présence de l'enseignant à un travail en totale autonomie des étudiants à leur domicile ou en salle libre service de l'Université. Ces expérimentations et observations ont donné lieu à un certains nombre de publications (Cazes et *al*., 2005 ; Vandebrouck et Cazes, 2005 ; Hersant et Vandebrouck, 2006 ; ou encore Vandebrouck, 2007 & 2008).

Toutes ces expérimentations ont rapidement confirmé l'idée que les étudiants travaillent, sous réserve que la note moyenne fournie par WIMS à chaque feuille d'exercices soit prise en considération d'une façon ou d'une autre dans leur évaluation. Ces confirmations ont pu être mises en évidence de façon objective par l'étude des relevés de traces des étudiants permise par WIMS : temps totaux de connexions, durées de travail sur chacun des exercices etc. L'aspect aléatoire des énoncés, ainsi que l'interactivité immédiate du logiciel, ont très certainement un impact sur ce changement d'attitude des étudiants qui, beaucoup plus qu'en séance traditionnelle, deviennent actifs. Un changement de contrat didactique s'opère dans la classe : l'étudiant doit produire quelque chose, car sinon, rien ne se passe et rien n'assure que l'enseignant fournira des indications ou corrigera l'exercice comme c'est généralement toujours le cas en séance traditionnelle. Enfin, l'étudiant accepte certainement mieux l'éventuelle sanction du logiciel WIMS que celle du professeur, ce qui lui favorise encore son entrée en activité.

Des études plus fines des traces mettent aussi en évidence les rythmes différents effectivement adoptés par les étudiants et les grandes disparités quant à l'organisation de leur travail, que ce soit en autonomie ou en séances de TP accompagnées : certains étudiants peuvent refaire des exercices quand bien même ils les ont déjà réussis, certains font les exercices dans l'ordre alors que d'autres cherchent à faire les plus faciles en priorité. Certains étudiants relancent systématiquement et rapidement les exercices sur lesquels ils ont échoué ; d'autres au contraire réfléchissent a posteriori à ces exercices. Certains enfin utilisent spontanément un brouillon ou gardent des traces écrites rédigées de leur activité avec WIMS (énoncés et/ou solutions des exercices), d'autres non. Nul doute que le travail sur une base d'exercices comme WIMS donne une grande responsabilité aux étudiants face à leur apprentissage, qui peut contribuer encore à leur engagement dans l'activité mais peut aussi mettre en difficulté des étudiants faibles s'ils ne sont pas correctement accompagnés.

Un premier essai de croisement entre le type d'exercices WIMS et l'activité effective des étudiants

Nos observations directes ou par le biais des journaux de traces (Vandebrouck et Cazes, 2005) ont rapidement fait apparaître des caractéristiques d'exercices pour lesquels les étudiants progressent généralement avec WIMS jusqu'à la note maximale 10/10. Il s'agit d'exercices techniques, c'est-à-dire où les connaissances que peuvent mettre en fonctionnement les étudiants (théorèmes, méthodes, règles, etc.) sont explicitement appelées par les énoncés (niveau mobilisable selon Robert (1998) ou Robert et Rogalski (2004)). En outre, ces connaissances doivent nécessairement être mises en fonctionnement de façon immédiate ou avec très peu d'adaptations. Les exercices « matrice d'une application linéaire » et « base du noyau » proposés en L1 sont des exercices qui correspondent à cette caractérisation. L'exercice « dérivée partielle » de la figure 1, et proposé en L2, en est un autre : les connaissances « des règles de dérivations des fonctions à une variable » ou « de calcul des dérivées partielles » sont supposées mobilisables, avec l'adaptation liée au fait de traiter pour chaque dérivée partielle l'une des deux variables comme un paramètre dans le premier cas ou dans une application immédiate dans le second cas. La figure suivante montre le relevé des traces brutes de l'activité d'un étudiant ayant travaillé sur cet exercice, le premier de la sixième feuille de TD-WIMS à l'Université d'Orsay en 2003.

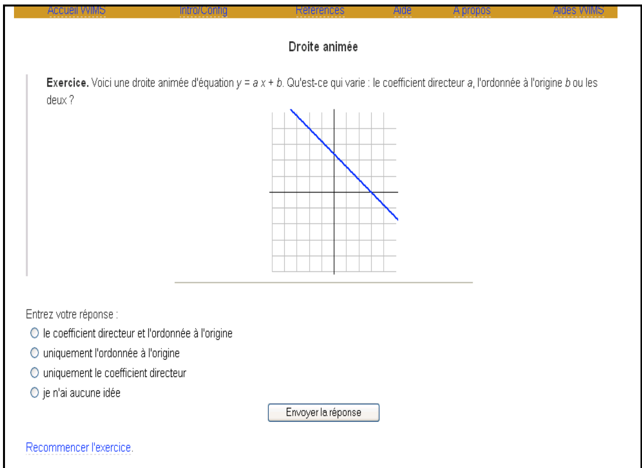
Heure	Feuille	Ex.	Etat	Score	Enreg.	Durée
10:16:21	6	1	new		noscore	
10:23:24	6	1	score	0	noscore	00:07:03
10:23:40	6	1	renew		noscore	00:00:16
10:27:45	6	1	score	10	noscore	00:04:05
10:27:47	6	1	renew			00:00:02
10:31:28	6	1	score	2		00:03:41
10:32:05	6	1	renew			00:00:37
10:34:51	6	1	score	10		00:02:46
10:34:53	6	1	renew			00:00:02
10:37:36	6	1	score	10		00:02:43

Figure 7 - Extrait d'un journal de traces d'un étudiant ayant travaillé sur « dérivée partielle 1 »

Dans la colonne « État » de ce journal, la mention « new » (ou « renew ») signifie que l'étudiant exécute l'exercice. La mention « score » signifie qu'il soumet une réponse au logiciel. La note donnée par WIMS est alors inscrite dans la colonne « Score ». L'état d'enregistrement « noscore » signifie que l'étudiant n'a pas activé l'enregistrement et donc qu'il s'entraîne sur l'exercice sans que sa note soit prise en compte pour l'évaluation. Le journal fait apparaître la progression de cet étudiant de la note 0 à la note 10. Il fait apparaître également que cet étudiant a mis 7mn03 pour obtenir sa première note 0 puis encore 4mn05 à la recherche suivante pour obtenir son premier 10. Ceci n'est pas un phénomène isolé. L'étude des fichiers de traces des 19 étudiants ayant travaillé sur cet exercice durant l'observation dont nous parlons montre que le temps de travail moyen sur l'exercice est de plus de 26mn, que le temps moyen pour soumettre la première réponse est de plus de 8mn et qu'enfin le temps moyen pour soumettre la première réponse correcte est de plus de 17mn.

La situation pour cet exercice n'est qu'un exemple, mais elle illustre une situation générale à propos de l'activité des étudiants sur ces exercices d'applications « assez immédiates » de connaissances au niveau mobilisable. La progression vers la réussite est toujours apparente mais les temps observés sont relativement longs. On peut penser que d'une part, en séance de TD traditionnelle, on ne laisserait pas les étudiants refaire autant de fois de tels exercices considérés habituellement comme faciles, en ne leur proposant qu'un seul calcul à traiter. D'autre part, on sous-estimerait probablement le temps nécessaire pour eux pour y arriver. Nous postulons que, sur ces exercices, les étudiants peuvent consolider les connaissances qu'ils mettent en fonctionnement, c'est-à-dire acquérir des bases solides, insister sur des exercices qui leurs posent problème, travailler la lecture des énoncés… à leur rythme et en autonomie.

L'exemple suivant va dans le même sens mais montre les limites au travail des étudiants sur des exercices d'applications immédiates. Il s'agit d'un exercice où une droite est animée suivant que son coefficient directeur est modifié (pivotement autour de son intersection avec l'axe des ordonnées), que son ordonnée à l'origine est modifiée (translations) ou que les deux sont modifiées. Cet exercice proposé à des étudiants de première année en 2004 à l'Université d'Évry Val d'Essonne ne permet de mettre en jeu que des connaissances très anciennes de la classe de troisième, connaissances supposées mobilisables et qui le sont bien chez quasiment tous les étudiants (un étudiant n'a tout de même pas réussi).



Nombre d'étudiants	23	02:22:05	temps total sur l'exercice
	23	00:06:11	temps moyen par étudiant
	23	00:00:50	durée moyenne du premier passage
	22	00:01:19	temps moyen pour avoir 10
	23	474	nombre de new
	23	462	nombre de scores
	23	8,19264225	moyenne des notes par étudiant
	14	5,71428571	moyenne des trois premières notes
	14	8,33333333	moyenne des trois dernières notes

Figure 8 - Exercice « droite animée » et statistiques traitées des traces d'activité d'étudiants

Les statistiques traitées des traces remettent en évidence le temps moyen relativement long pour que les étudiants réussissent l'exercice, ce qui paraît très surprenant mais peut être excusé par le fait qu'il s'agissait pour eux de leur premier exercice WIMS. Les étudiants, à une exception près, ont fort bien réussi cet exercice. Cependant, une étude des journaux de traces individuelles montre que certains étudiants ont refait à outrance cet exercice très simple (plus de 20 fois pour 5 d'entre eux avec un pic à 186 fois pour l'un des étudiants). Ceci s'explique par le fait que les étudiants sont très sensibles à la notation ou que cet exercice était mixé au sein d'une feuille de TD avec des exercices beaucoup plus difficiles à moins que plus simplement, ils ne l'aient trouvé ludique. Beaucoup d'étudiants, plutôt que d'affronter des exercices plus difficiles peuvent préférer, si elle n'est pas maximale, améliorer leur moyenne à un exercice très facile. Ceci met donc en garde contre les mélanges de niveaux de difficulté des exercices que l'on peut proposer aux étudiants dans les feuilles WIMS.

Des exemples de décalages entre l'activité attendue des étudiants et leur activité réelle

Des études plus fines que celles des journaux de traces ont été menées par le biais d'observations directes d'étudiants, de recueils de leurs feuilles de brouillon ou de copies d'examen. Elles ont permis de mettre en évidence des décalages d'activités, entre activité attendue et activité effective, parfois liés à la complexité des tâches mathématiques, mais aussi à l'implémentation informatique des exercices (qui n'est pas neutre), à des détournements plus ou moins intentionnels des exercices ou encore liés aux difficultés de l'élève à réguler seul son activité à partir des rétroactions logicielles (indications, corrections, bonnes réponses, solutions détaillées, etc.).

Le premier exemple est celui d'un étudiant d'Évry qui travaille en 2004 sur l'exercice « joint » (figure 3) pendant une séance de TP machine. Cet exemple peut être retrouvé dans Cazes et *al*. (2006). Cet exercice permet de mettre en fonctionnement, rappelons-le, des connaissances anciennes sur la continuité et la dérivabilité des fonctions de la variable réelle. Mais les étudiants peuvent aussi reconnaître que les fonctions proposées sont de classe C^1 sur les intervalles considérés et utiliser le théorème de prolongement d'une dérivée continue. Il s'agit d'une connaissance supposée disponible chez les étudiants mais qui est un enjeu d'apprentissage de la première année d'Université. Avec cette connaissance, il est alors suffisant de calculer les limites et les dérivées à droite et à gauche en 0 puis d'écrire qu'elles doivent être égales ; ce qui permet de calculer a_1 et a_2. Le journal des traces d'activité d'un étudiant de l'Université d'Évry, pendant une séance de TP machine, fait apparaître qu'il passe énormément de temps pour proposer des réponses correctes : 9 mn, 13 mn, 5 mn et 5mn. Sa copie d'examen, dans lequel un exercice similaire à l'exercice « joint » est demandé, montre que sa procédure n'est pas optimale.

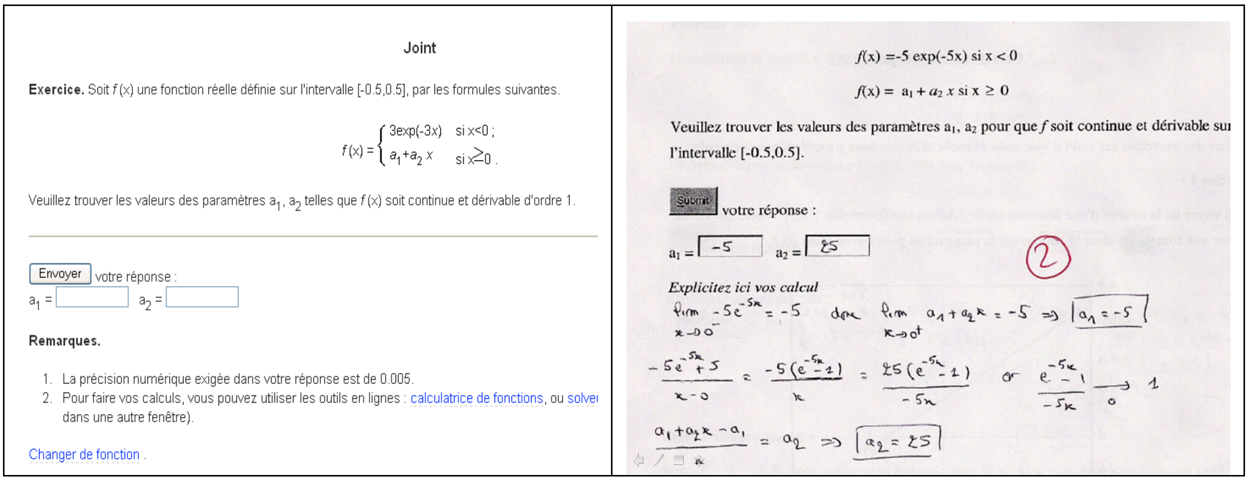


Figure 9 - Copie d'examen d'un étudiant sur l'exercice « joint »

On constate que l'étudiant développe bien l'activité attendue pour trouver la valeur manquante a_1. En revanche, pour calculer la dérivée à droite puis la dérivée à gauche, il utilise la limite du taux d'accroissement (connaissance ancienne mobilisable) alors qu'il lui suffirait d'appliquer les calculs de dérivées classiques dans les intervalles de définition (connaissance non disponible). Cela explique le temps considérablement long passé par lui à chaque essai de cet exercice pendant la séance de TP et qui le pénalise certainement pendant l'examen (puisqu'il lui reste moins de temps que ce que l'examinateur a prévu pour faire le reste du sujet). L'étudiant sait donc résoudre l'exercice mais n'a pas la stratégie optimale. WIMS ne peut effectivement valider que le résultat de l'activité de l'étudiant mais pas sa procédure. Ni les rétroactions logicielles, permettant une connexion entre deux points de vue, ni la présence du professeur ou des camarades pendant la séance de TP ne permettent malheureusement à l'étudiant d'améliorer sa stratégie. D'ailleurs, l'étudiant n'a pas lieu de remettre en cause sa procédure puisqu'elle fonctionne plus ou moins et qu'il ne sait pas qu'il peut l'améliorer. Le professeur ne s'aperçoit bien sûr pas de ce décalage pendant la séance. Ceci laisse donc déjà penser qu'il y a un manque après la séance WIMS, en terme de bilan de la séance et d'institutionnalisation des connaissances qui doivent être utilisées ou construites.

Le second exemple, dans le même contexte, est celui d'un exercice WIMS sous forme d'un QCM qui concerne les limites de suites numériques et la continuité des fonctions (figure 9). Il peut être retrouvé dans Vandebrouck (2006). Les connaissances à mettre en fonctionnement, qui sont enjeu d'apprentissage en première année d'université, doivent seulement être mobilisées (elles sont appelées explicitement par l'énoncé). Toutefois, il ne s'agit pas de les appliquer de façon immédiate. Les étudiants doivent adapter les assertions qu'ils ont dans leur cours liant limites de suites et continuité. Ici, la rétroaction limitée « mauvaise réponse / bonne réponse » ne permet pas à l'étudiant de se corriger de façon autonome et l'environnement QCM lui permet de détourner plus ou moins intentionnellement l'exercice.

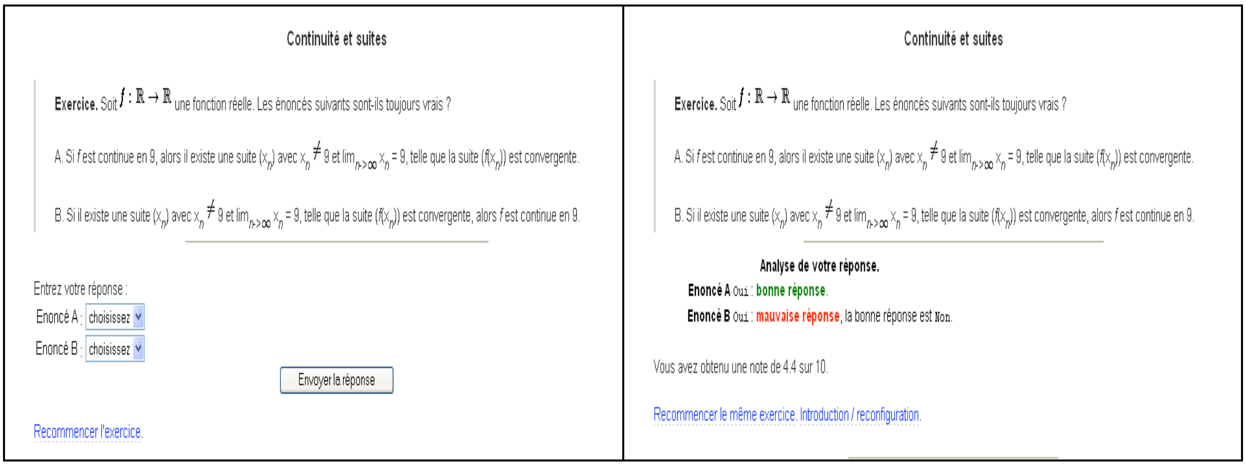
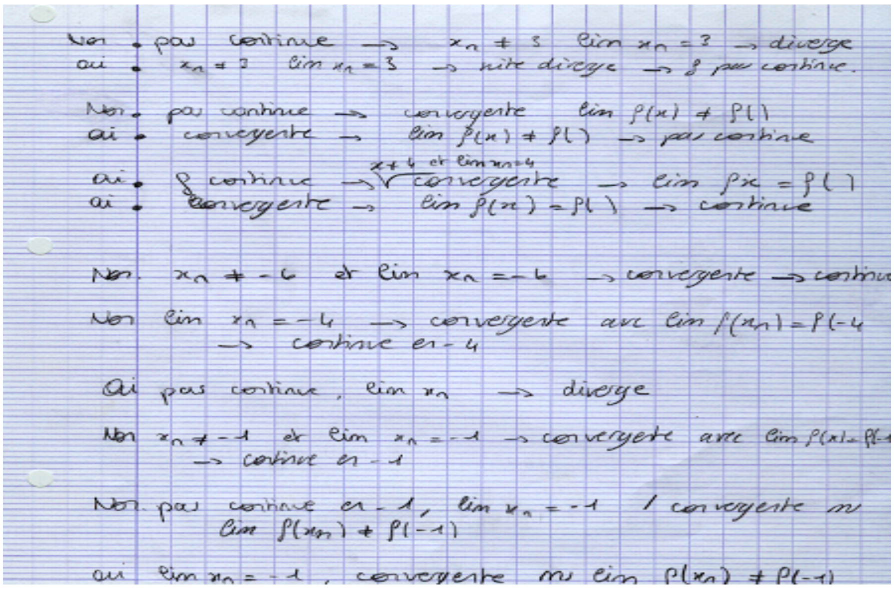


Figure 10 - Exercice « continuité et suites » et sa rétroaction

Le brouillon d'un étudiant met effectivement en évidence que l'étudiant, plutôt que de comprendre tous les liens mathématiques entre limites et continuité pour ensuite les appliquer, préfère relever les différents tirages proposés par WIMS au fil des essais et noter les réponses attendues pour ces tirages. Il profite donc de ce que WIMS lui donne les réponses attendues à chaque essai. Cela lui permet assez rapidement de répondre à coup sûr aux questions de WIMS mais lui fait travailler l'exercice d'une façon qui n'avait pas été anticipée.



Non • pas continue → $x_n \neq 3$ $\lim x_n = 3$ → diverge
oui • $x_n \neq 3$ $\lim x_n = 3$ → suite diverge → f pas continue.

Non • pas continue → convergente $\lim f(x) \neq f(\ )$
oui • convergente → $\lim f(x) \neq f(\ )$ → pas continue

oui • f continue → $x \neq 4$ et $\lim x_n = 4$ convergente → $\lim fx = f(\ )$
oui • convergente → $\lim f(x) = f(\ )$ → continue

Non. $x_n \neq -6$ et $\lim x_n = -6$ → convergente → continu

Non $\lim x_n = -4$ → convergente avec $\lim f(x_n) = f(-4$
→ continue en -4

Oui pas continue, $\lim x_n$ → diverge

Non $x_n \neq -1$ et $\lim x_n = -1$ → convergente avec $\lim f(x) = f(-1$
→ continue en -1

Non. pas continue en -1, $\lim x_n = -1$ / convergente ni
$\lim f(x_n) \neq f(-1)$

oui $\lim x_n = -1$, convergente ni $\lim f(x_n) \neq f(-1)$

Figure 11 - Brouillon d'un étudiant ayant travaillé sur « continuité et suites »

Cette observation est corroborée par le fait que la même année, dans le cadre d'un travail en parallèle en France et au Brésil, des étudiants Brésiliens n'ayant pas les connaissances nécessaires pour répondre correctement à cet exercice ont pu obtenir les mêmes moyennes que les étudiants français.

Comme on le voit, le fait que WIMS ne propose généralement pas de corrections détaillées des exercices peut induire des activités non attendues dès que les tâches proposées sortent des applications immédiates que les étudiants savent bien opérer. Les étudiants peuvent alors avoir des stratégies d'élimination ou des stratégies d'essais-erreurs. Il y a donc une place pour des activités « intermédiaires », sur des mathématiques « modestes », où l'étudiant peut tester des propositions, peut-être plus qu'en environnement traditionnel. Mais l'absence des corrigés dérange généralement les étudiants. Cette absence peut être vue positivement puisque les étudiants activeraient les corrigés rapidement et travailleraient à partir de ces corrigés ; ce qui n'est pas non plus l'activité que l'on attend d'eux. Cette absence de corrigé pose cependant les problèmes que nous venons d'observer : les méthodes développées peuvent être problématiques et doivent être questionnées. Elles peuvent donner lieu à des procédures obsolètes ou des méthodes qui ne sont pas nécessairement celles attendues par l'enseignant. Les étudiants peuvent aussi profiter de la puissance de l'ordinateur et de sa neutralité face à leurs essais pour faire de multiples essais en se privant de réflexion préalable. Au-delà des exercices techniques du paragraphe précédent, WIMS impose de ne pas négliger un accompagnement des étudiants sous une forme ou sous une autre. C'est ce que nous développons dans le paragraphe suivant à travers nos enseignements.

Nos enseignements avec WIMS

Une utilisation de WIMS en complète autonomie concerne certains de nos enseignements à des publics hétérogènes à deux niveaux différents, par exemple en licence pluridisciplinaire[7] à l'Université Paris Diderot et en préparation au CAPES à l'Université Paris-Sud à Orsay. L'organisation de révisions en parallèle et en lien avec les séances traditionnelles permet aux étudiants qui ont des lacunes de se remettre à niveau, en autonomie, chez eux, sans prendre du temps d'enseignement en classe. Les exercices proposés aux étudiants ne doivent pas leur poser d'énormes difficultés (exercices techniques, applications relativement immédiates de

[7] 3ème année de licence pour des futurs professeurs des écoles.

connaissances anciennes ou en cours de révision) ce qui minimise les risques de décalages. Par exemple, en préparation au CAPES, on propose les exercices « matrice d'une application linéaire » et « base du noyau » qui font appel à des notions de base nécessaires aux étudiants et sur lesquelles l'enseignant choisit de ne pas revenir en cours. Les révisions de probabilité et le cours sur les graphes sont aussi accompagnés de feuilles d'exercices WIMS. Ainsi, les ressources et les sujets abordés sont de plus en plus nombreux. Pourtant, la participation des étudiants décroît comme elle décroît aussi dans les autres activités d'enseignement. Quelques séances de pratique accompagnée seraient nécessaires ainsi qu'une coordination explicite entre les cours classiques et le travail en libre service dans WIMS.

C'est le même principe en licence pluridisciplinaire à Paris Diderot où le niveau des étudiants entrants est très variable. Voici par exemple les commentaires de ces étudiants sur leur enseignement avec WIMS.

Des exercices intéressants (en rapport avec des concepts concrets), des exercices sur Internet aussi enrichissant.

Concernant le contrôle continu, le travail sur Wims était selon moi une excellente initiative qui permettait un entraînement et un travail personnels. Je regrette simplement qu'un tutorial plus clair n'ait été fait au préalable (notamment concernant la possibilité de suspension de l'enregistrement des notes) et que les consignes des exercices fussent parfois floues. Enfin les niveaux de difficultés des exercices étaient excessivement variés.

enseignement. Cependant les fichiers sur Internet furent une bonne idée.

J'ai trouvé ce cours particulièrement difficile car au sein de celui-ci nous ne sommes pas revenus sur les bases. Nous étions directement dans le vif des exercices et nous corrigions ceux-ci très rapidement par des théorèmes ou des dèfinitions très générales qui ne permettaient pas toujours de faire le lien avec les exercices. Par contre le contrôle continu sur logiciel est une bonne idée et permet de revoir de nombreuses notions de math que nous avons oublié pour la plupart. Donc un point très positif pour celui-ci.

Figure 12 - Commentaires d'étudiants de L3 pluridisciplinaire sur WIMS dans leur enseignement

L'utilisation de WIMS peut accompagner l'acquisition de notions nouvelles. En L1, à l'Université Paris Diderot, l'enseignement magistral des connaissances nouvelles est accompagné d'un travail sur WIMS. Tous les étudiants suivant le cours en amphithéâtre doivent travailler en supplément de leurs TD traditionnels et de leur cours sur des feuilles WIMS qui sont proposées par l'enseignant du cours magistral. Il s'agit cette fois de mettre en fonctionnement de façon relativement immédiate les connaissances nouvelles rencontrées en cours. Cependant, avant le travail des étudiants sur WIMS, certains des exercices WIMS qui peuvent être considérés comme difficiles sont traités au tableau à l'occasion d'exemples. Les étudiants poursuivent alors en autonomie le travail sous WIMS par des exercices chez eux qui là encore ne doivent plus leur poser d'énormes difficultés. Il s'agit simplement de leur faire travailler les connaissances de base nécessaires pour bien aborder les TD traditionnels.

En licence scientifique générale[8] à Orsay, une séance d'une heure en salle informatique précède une séance de TD classique. Le contenu des deux séances est fortement lié mais le travail fait dans l'une et l'autre est différent. Il est extrêmement profitable d'alterner les phases de préparation d'exercices dans WIMS et les phases de bilan afin de s'assurer que les étudiants n'évitent pas certaines des connaissances à mettre en fonctionnement, construisent bien ou consolident correctement les connaissances. Par exemple, il peut être plus facile de construire une justification d'un raisonnement quand celui-ci est connu sous forme

[8] 3ème année de licence pour des futurs professeurs des écoles.

algorithmique. L'enseignant propose des exercices plus difficiles à certains en même temps que des aides individualisées à d'autres. On peut aussi plus facilement sortir d'un cadre conventionnel et proposer des exercices ludiques : par exemple, nous avons introduit cette année dans le module d'arithmétique des exercices sur la numération dans l'Antiquité. Pour le module de géométrie, l'apport des exercices dans l'espace est très important. Ainsi, des exercices de section de cube par un plan permettent aux étudiants d'assimiler les trois actions utiles (relier deux points d'une même face, prolonger deux segments coplanaires pour créer un point d'intersection, tracer une parallèle sur une face parallèle) et de voir de nombreux exemples de section construite. On travaille ensuite sur la rédaction de tels exercices. De même, les exercices sur les polyèdres semi-réguliers les invitent à revenir sur les raisonnements combinatoires et leur permettent de manipuler les différents solides à la souris. Ils sont en général très satisfaits de ces séances. Ces séances créent aussi un environnement propice à une aide individualisée.

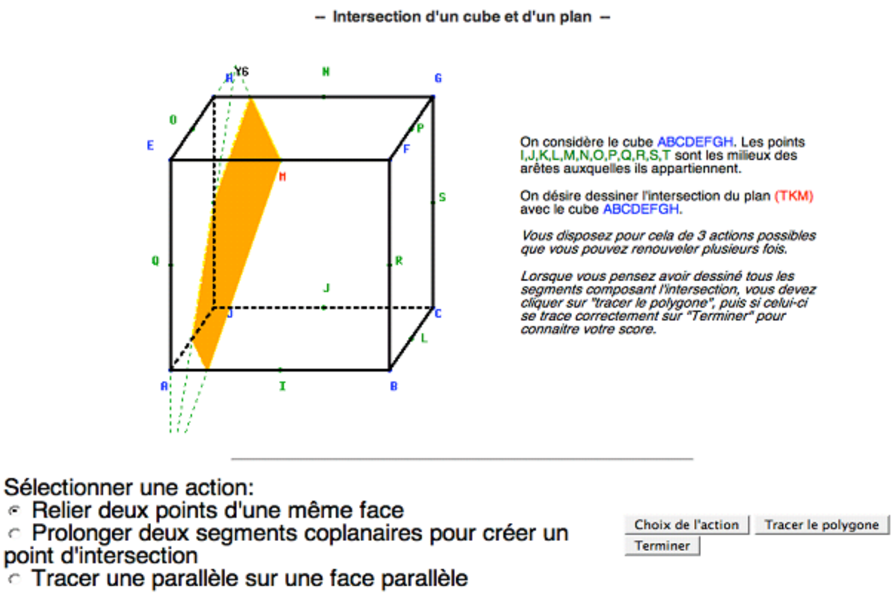


Figure 13 - Exercices WIMS sur la section de cubes par des plans

Le module de 25 heures d'algèbre effective s'adresse à un public différent : les étudiants de licence de Mathématiques fondamentales et appliquées (troisième année) à Orsay. Ce module de programmation à l'aide de logiciels de calculs formels s'appuie sur un cours théorique d'algèbre du premier semestre. Les étudiants sont invités à travailler seuls sur des feuilles d'algèbre et d'arithmétique WIMS portant sur le contenu de ce cours. Ce travail est pris en compte dans l'évaluation globale. L'expérience qui dure depuis trois ans est très positive : Sur douze étudiants (sur 26) ayant répondu au questionnaire d'évaluation, à la question « *Pensez-vous avoir appris quelque chose en algèbre ?* », 6 ont répondu un peu, 6 beaucoup. À la question « *Les exercices WIMS vous ont-ils permis de progresser ?* », les réponses sont :

- dans la feuille *Complexité* : oui (2) ; non (5) ; je ne sais pas (5)
- dans la feuille *Arithmétique* : oui (8) ; non (3) ; je ne sais pas (1)
- dans la feuille *Algèbre linéaire sur Z* : oui (10) ; non (2) ; je ne sais pas (0)

Il faut noter que la feuille *Algèbre linéaire sur Z* a un niveau théorique important et que ces notions abordées au premier semestre ne sont alors pas du tout acquises.

Conclusion

L'étude de la base d'exercice WIMS fait apparaître des exercices dont les tâches se rapprochent de celles que l'on pourrait trouver en environnement papier-crayon mais avec un potentiel différent puisque l'interactivité permet aux étudiants de travailler plus à leur rythme qu'en séance de travaux dirigés traditionnelle et autant de temps qu'ils le désirent sur chacun des exercices. Ils peuvent également échanger entre eux, non pas sur les réponses attendues mais sur les méthodes et les mathématiques en jeux. Certains exercices exploitent plus directement les possibilités informatiques, en particulier graphiques, en permettant des tâches induisant une activité mathématique qui ne pourrait pas être proposée dans l'environnement papier-crayon de façon aussi facile et variée.

Le travail fourni par les étudiants apparaît comme plus important en séance WIMS que pendant les séances de classe traditionnelle mais au terme de nos études plus didactiques sur plusieurs exemples, nous aboutissons à l'idée que ne peuvent être travaillés en totale autonomie que les exercices techniques au sens où nous l'avons défini plus haut. Les traces d'activité des étudiants montrent que ces exercices sont cependant loin d'être inutiles aux étudiants. Ces exercices ne seraient pas autant travaillés en séances traditionnelles et l'enseignant sous-estimerait probablement le temps nécessaire aux étudiants. Les exercices plus complexes mettant en jeu des connaissances nouvelles ou nécessitant de dépasser les applications immédiates auxquelles les étudiants sont habitués rendent cependant nécessaire une scénarisation de l'usage de WIMS. En effet, lorsque les connaissances utilisées ne sont plus disponibles chez les étudiants, les rétroactions du logiciel permettent rarement qu'elles le redeviennent, amenant à certains décalages comme nous en avons décrits plus haut. Nous avons ainsi justifié l'organisation que nous faisions de nos propres cours pour intégrer au mieux WIMS dans l'enseignement traditionnel et le travail des étudiants.

Fabrice Vandebrouck
Université Paris Diderot – Paris 7, Laboratoire de didactique André Revuz
vandebro@math.jussieu.fr

Bernadette Perrin-Riou
Université Paris Sud
bpr@math.u-psud.fr

Marie-Claude David
Université Paris Sud
mcld@math.u-psud.fr

Références

Cazes C. et *al*. (2006). Using E Exercises bases in mathematics: case studies at university. *International Journal of Computer in Mathematics Learning*, 11 (3), 327-350.

Cazes C. et *al*. (2005). Utilisation de bases d'exercices en ligne: quelles conséquences pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques? Dans Castela C. et Houdement C. (Eds), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, année 2005*. pp 177-212. ARDM et IREM de Paris 7.

Hersant M., Vandebrouck F. (2006). Bases d'exercices en ligne et phénomènes d'enseignement-apprentissage. *Repères IREM,* n° 62, 71-84.

Robert A. (1998). Outil d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18 (2), 139-190.

Robert A., Rogalski M. (2004). Problèmes d'introduction et autres problèmes de recherche au lycée. *Repères IREM*, n° 54, 77-103.

Vandebrouck F. (Eds) (2008). *La classe de mathématiques: activités des élèves et pratiques des enseignants*, Toulouse : Octarès.

Vandebrouck F. (2007). Une base d'exercices en ligne dans la classe de mathématique: activité des élèves et pratiques des enseignants. Dans Gueudet G. et Matteron Y. (Eds) (2007). *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, 2007*. ARDM et IREM de Paris 7.

Vandebrouck F. (2006). Des phénomènes d'instrumentalisation pointés dans l'utilisation des bases d'exercices en classe. *EMF 2006, 27-31 Mai 2006*. Sherbrooke, Canada.

Vandebrouck F., Cazes C. (2005). Analyse de fichiers de traces d'étudiants : aspects didactiques. *STICEF*, Vol. 12, 229-267.

Xiao G. (2000). Interactive Mathematics Server. *Journal of online mathematics and its applications*.