

Utilisation de la géométrie dynamique pour l'introduction du raisonnement déductif en sixième : instrumentation du déplacement des figures

Sophie Soury-Lavergne

Equipe IAM, Laboratoire d'Informatique de Grenoble

Université Joseph Fourier, Grenoble, France

Dans le projet MAGI "Mieux apprendre la géométrie avec l'Informatique", nous nous sommes posés la question des usages possibles de la géométrie dynamique à l'école primaire et au début du collège. Pour ma part, j'ai travaillé sur l'articulation école primaire collège, et sur l'utilisation de la géométrie dynamique pour initier les élèves de sixième au raisonnement déductif, en m'appuyant sur les recommandations du programme. Lorsqu'ils entrent au collège, les élèves doivent passer d'une "géométrie naturelle" à une "géométrie axiomatique" pour reprendre les termes de Houdement et Kuzniak (1999). Plus précisément, l'école primaire, le travail demandé aux élèves est un travail sur le dessin. Il leur est demandé d'identifier perceptivement des propriétés géométriques présentées par un dessin ou bien de le faire à l'aide d'instruments, de construire des figures au sens de réaliser un tracé particulier, de décrire des figures et de justifier leur travail par l'utilisation d'instruments tels que règle et équerre. Les élèves doivent ainsi apprendre, à propos d'un dessin, à différencier les propriétés géométriques d'autres propriétés non pertinentes comme certaines propriétés spatiales liées à l'orientation du dessin sur une feuille. Le passage au collège s'accompagne d'un changement d'attente vis-à-vis des élèves. Les propriétés géométriques de la figure ne doivent plus être seulement perceptivement lues ou vérifiées expérimentalement sur un dessin particulier mais elles doivent être également établies soit comme hypothèses, soit comme données de la figure ou encore comme conclusions. Cela permet la mise en place progressive du raisonnement déductif qui est traité explicitement à travers la démonstration en quatrième. Houdement et Kuzniak ont souligné à propos du passage d'un paradigme à l'autre que « *ce passage [...] n'est ni automatique ni facile. La construction de situations didactiques de 'passage' constitue un sujet de recherche* » (Houdement et Kuzniak, *op. cit.*, p. 296).

Je me suis donc posée la question de savoir comment Cabri-géomètre pouvait être utilisé pour amener les élèves à faire ce changement de lecture et d'utilisation du dessin géométrique. Un premier élément incontournable pour accéder ensuite au raisonnement

déductif est la capacité à analyser un dessin particulier en termes de propriétés géométriques. J'entends ici par propriété géométrique les énoncés caractérisant un objet géométrique ou une relation entre objet tel que ABCD rectangle ou (AB) parallèle à (CD). Il ne s'agit pas des théorèmes permettant la déduction.

Apports potentiels de la géométrie dynamique pour l'introduction du raisonnement déductif

Pour les élèves, le déplacement dans Cabri-géomètre doit permettre de visualiser de façon différente les propriétés géométriques qui sont celles de la figure (les données et les propriétés qui s'en déduisent) de celles qui sont propres à un dessin particulier : « les cas particuliers ». Les premières sont conservées au cours du déplacement et pas les secondes. Cabri-géomètre semble donc être un outil tout à fait pertinent pour être utilisé par les élèves dès le début de l'apprentissage du raisonnement déductif dans la mesure où il donne accès aux propriétés géométriques de la figure (Laborde et Capponi 1994).

Un autre apport possible de la géométrie dynamique à l'apprentissage du raisonnement déductif vient de l'articulation entre énoncé et figure dynamique. Arsac *et al.* la présentent comme une caractéristique fondamentale de la pratique géométrique : *"Cette caractéristique fondamentale de la pratique géométrique est qu'elle comporte un aller-retour constant entre le dessin et un texte..."* (Arsac *et al.*, 1992, p. 170). Justement, la mise en relation entre une figure dynamique (précisément ses propriétés géométriques) et l'énoncé textuel de cette figure fait apparaître des différences. Certaines propriétés de la figure n'apparaissent pas dans l'énoncé : ce sont celles qui s'en déduisent. Cela peut permettre de susciter chez les élèves une question : pourquoi certaines propriétés de la figure sont-elles préservées au cours du déplacement et pourtant n'apparaissent pas dans l'énoncé ? Une telle constatation motive l'introduction d'un premier pas de déduction de la part de l'enseignant.

En résumé, l'apport de la géométrie dynamique à l'introduction au raisonnement déductif serait double : (i) identification des propriétés géométriques de la figure, (ii) problématisation de l'introduction d'un pas de déduction.

Cependant, ces apports potentiels reposent sur l'utilisation par les élèves d'une fonctionnalité centrale de la géométrie dynamique qui est le déplacement des objets de la figure.

L'instrument « déplacement »

Les logiciels de géométrie dynamique sont présentés classiquement comme des environnements de construction de figures géométriques dans lesquels les objets de bases (points essentiellement) peuvent être déplacés et pour lesquels, au cours des déplacements, les propriétés géométriques de la figure sont conservées.

Tous les travaux sur l'utilisation didactique de ce type de logiciels mettent en avant le rôle et l'intérêt du déplacement pour l'apprentissage. Le déplacement permet d'une part l'exploration des figures et d'autre part l'obtention de rétroactions, deux fonctions qui en font des environnements pour l'expérimentation mathématique. Mais pour bénéficier des potentialités de ces logiciels, il faut « faire bouger » les figures.

Le déplacement, fonctionnalité triviale de la géométrie dynamique ?

J'ai pu constater sur le terrain, de façon cohérente avec d'autres observations (Restrepo 2005) que le déplacement n'est pas mobilisé d'emblée par les élèves et que son utilisation mathématique n'est pas spontanée. Ce constat est fait dès les premiers travaux sur l'utilisation de Cabri-géomètre avec des élèves. Capponi en 1994 mentionne la nécessité d'un contrat Cabri qui consiste à faire bouger les figures quand on travaille avec le logiciel. Il souligne que, bien que cette règle du jeu soit rendue explicite, elle n'était pas systématiquement mise en œuvre par les élèves : *« Seulement certains aspects qui peuvent sembler immédiats pour un professeur, comme le rôle du déplacement dans la validation, ne sont pris en compte que très progressivement par les élèves. »* (Capponi et al. 1994, p. 12). Ainsi, cette règle du jeu s'instaure plus ou moins vite et l'enseignant doit rappeler régulièrement aux élèves « qu'il faut bouger ».

Ensuite, même lorsque les élèves déplacent, de nombreuses difficultés subsistent encore. Premièrement, les déplacements sont fortement limités à la fois spatialement et en nombre. Les élèves bougent les points en les maintenant à proximité de leur position initiale et les

replacent immédiatement dans cette position. Par ailleurs, ils ne déplacent pas tous les points possibles. Ils peuvent ainsi "bouger" la figure sans produire d'effet significatif.

Deuxièmement, lorsque le déplacement produit un effet, les élèves n'analysent pas forcément les phénomènes observés d'un point de vue géométrique. Ils peuvent en rester à la simple constatation du fait que "ça bouge" ou alors avoir une interprétation spatio-graphique des phénomènes : "ça monte", "la figure s'agrandit, s'aplatit"... J'ai pu montrer les différences d'interprétation d'un même observable entre l'élève et l'enseignant interagissant à propos d'une figure Cabri : l'élève perçoit des relations spatiales et mécaniques alors que l'enseignant, de par ses connaissances mathématiques, lit directement les relations géométriques entre les objets construits (Soury-Lavergne 2001).

Enfin, même lorsque les élèves analysent le déplacement et la figure d'un point de vue géométrique, ils peuvent avoir du mal à identifier correctement la conservation ou la perte d'une propriété géométrique. En effet, sur la figure 1 ci-dessous, un élève peut avoir des difficultés à décider si les segments (GF) et (BC) sont parallèles à cause de la position spatiale des deux segments en question (ils sont décalés horizontalement, ils n'appartiennent pas à la même bande verticale) :

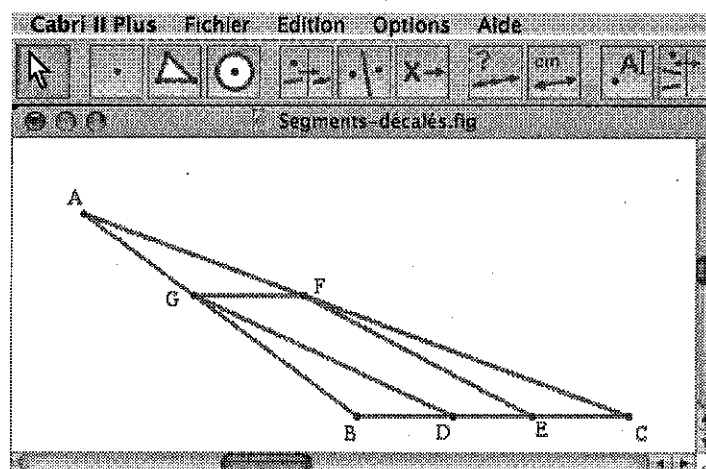


Figure 1

Finalement, lorsque les élèves constatent qu'une propriété géométrique n'est pas conservée, leur analyse les conduit à vouloir fixer les points plutôt qu'à chercher quelle propriété il aurait fallu utiliser lors de la construction pour obtenir la propriété voulue au cours du déplacement.

Cette analyse des nombreuses difficultés de l'utilisation du déplacement, renforcée par des constatations empiriques, m'a amenée à concevoir le déplacement non pas comme une fonctionnalité évidente de la géométrie dynamique, mais comme un instrument pour faire des mathématiques qui doit être construit par les élèves au cours de leur interaction avec le

logiciel. Il faut alors prendre plus finement en compte le rôle du déplacement dans les situations proposées, l'utilisation effective qu'en font les élèves et questionner le processus de genèse instrumentale qui accompagne l'utilisation de Cabri-géomètre chez les élèves de sixième. Ce processus de genèse instrumentale est complètement lié aux connaissances géométriques de l'élève : le déplacement ne peut être un instrument pour décider de la validité des propriétés géométriques que dans la mesure des connaissances géométriques de l'utilisateur. L'enjeu des situations Cabri proposées en sixième devient alors la co-construction de l'idée de propriété géométrique et du déplacement pour les identifier.

Le déplacement, un instrument complexe

Pour considérer le déplacement dans un environnement de géométrie dynamique comme un instrument en référence à la théorie de l'activité instrumentée (Rabardel 1995, Trouche 2000), il faut distinguer le déplacement en tant que partie d'artefact du déplacement comme instrument construit et mobilisé par un utilisateur dans le cadre d'activités finalisées. Le déplacement en tant que partie d'artefact correspond à la fonctionnalité de l'environnement Cabri-géomètre : il s'agit d'une propriété qu'ont certains objets de se déplacer à l'écran et du calcul par le logiciel des conséquences de ce déplacement. L'instrument est construit par l'élève quand ce dernier est capable d'utiliser cette possibilité de l'environnement pour résoudre un problème particulier.

Une analyse a priori permet de préciser les différentes composantes de l'instrument déplacement pour l'identification des propriétés géométriques d'une figure. Nous la résumons dans le tableau ci-dessous :

artefact considéré :	2 catégories de schèmes d'utilisation :
➤ une fonctionnalité de Cabri ➤ applicable à certains objets d'une figure ➤ qui produit de façon continue et réversible plusieurs états de la figure	Schèmes d'usage : centrés sur l'artefact ➤ cliquer sur la flèche ➤ distinguer les points qui peuvent être attrapés des autres
	Schèmes d'action instrumentée : centrés sur l'objectif de la tâche ➤ choisir les objets à déplacer

- identifier visuellement la propriété géométrique à vérifier
- décider si elle est conservée ou pas
- conclure si la propriété en question est une propriété de la figure ou pas

Tableau 1 : l'instrument "déplacement pour identifier les propriétés géométriques d'une figure dynamique"

Du côté de l'artefact, nous avons une fonctionnalité de Cabri symbolisée par l'icône flèche applicable à certains objets de la figure (points, cercles, segments...) et produisant des effets graphiques continus et réversibles. Du côté des schèmes d'utilisation du déplacement, il faut que l'utilisateur mette en œuvre différentes actions et décisions afin d'arriver à une conclusion au sujet des propriétés géométriques d'une figure. Chacune de ces actions et décisions peut être reliée à un schème.

Pour illustrer notre propos, nous allons utiliser la figure Cabri ci-dessous (figure 2). Cette figure est constituée d'un triangle ABC, d'un point D sur [BC] et d'un point E, symétrique de D par rapport au milieu de [BC], de deux points G et F, intersections des perpendiculaires à [BC] passant par D, respectivement E, et des côtés [BA] respectivement [AC].

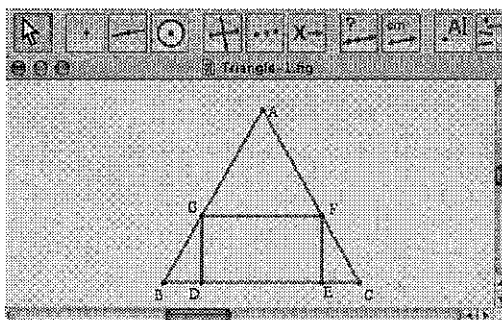


Figure 2

Le dessin imprimé, représentant de la figure, présente des propriétés géométriques particulières, en plus de celle de la figure, comme le fait que ABC semble isocèle en A. On peut justement utiliser le déplacement comme moyen de constater que certaines propriétés sont conservées et d'autres sont « perdues ». Par exemple, à propos de cette figure, la tâche peut être de savoir si (GF) est parallèle à (DE).

Un élève peut décider, au vu de l'état particulier de la figure, qu'il y a parallélisme et justifier éventuellement sa réponse par l'argument des écarts constants : « il y a toujours le même

écart entre la droite (GF) et la droite (DE) ». Dans ce cas, il n'a pas mobilisé l'instrument déplacement.

Schémes "cliquer", "choisir les points à déplacer", "distinguer les points attrapables des autres"

Il peut en revanche décider de déplacer la figure et choisir d'attraper le point G. Pour cela il cliquera sur la flèche (schème d'usage) et tentera d'attraper G, en vain car G est un point d'intersection. En effet, il y a des points qui peuvent être déplacés en les attrapant directement (point de base et point sur objet) et d'autres qui peuvent se mouvoir dans la fenêtre mais uniquement par l'intermédiaire d'un autre objet (point d'intersection). Ainsi le point G bougera si on attrape et déplace le point D par exemple mais ne pourra pas être saisi directement. Plus précisément, dans cette figure, les points A et D sont attrapables et déplaçables, et les points G, F et E ne sont pas attrapables mais pourront bouger par l'intermédiaire d'autres points. Quant aux points B et C, ce sont des points de base, donc normalement attrapables mais ils ont été punaisés donc ils ne sont ni attrapables ni déplaçables. Finalement les déplacements possibles d'une telle figure sont très riches et permettent une véritable exploration de la situation par les élèves. Le choix des points à déplacer est guidé par la tâche (décider s'il y a un parallélisme entre (GF) et (DE)) mais il s'appuie sur le statut des points (attrapable ou pas, déplaçable ou pas). Après avoir tenté de déplacer le point G, l'élève peut alors choisir un autre point, le point D par exemple, et obtenir éventuellement la figure suivante (figure3) :

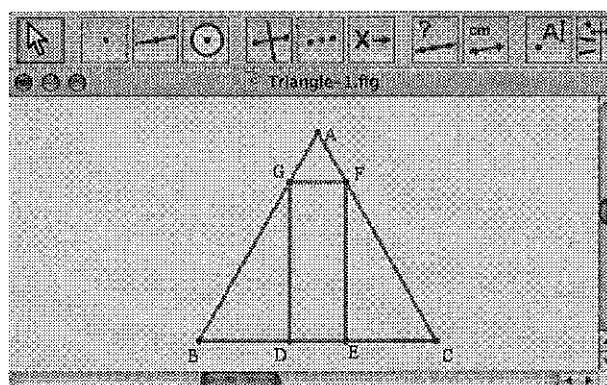


Figure 3 : Le point D a été déplacé sur [BC] en direction du point C.

Schéme "identifier visuellement la propriété géométrique à vérifier"

A partir de la figure 3, le professeur de mathématiques en tirera la conclusion que le parallélisme est conservé au cours du déplacement de D et anticipera, grâce à ses connaissances géométriques que ce n'est peut-être pas le cas si on déplace d'autres points.

La conclusion de l'élève peut être toute autre et ne pas concerner le parallélisme. Celui-ci peut s'arrêter au fait que (GF) bouge aussi. Il peut également analyser le phénomène d'un point de vue perceptif en remarquant par exemple que (GD) et (FE) se rapprochent ou s'écartent ensemble et ne pas considérer la propriété géométrique en jeu. Dans ce cas, c'est le schème d'identification visuelle de la propriété qui n'est pas mis en œuvre par l'élève. L'élève ne finalise pas le déplacement d'un point par l'observation d'une propriété géométrique au cours du mouvement et dans la position finale de la figure.

Schème "décider si une propriété géométrique est conservée"

S'il considère la propriété géométrique, l'élève peut alors conclure à la conservation du parallélisme au cours du mouvement et donc au parallélisme de (GF) et (DE) pour cette figure, ce qui est faux. En effet, une telle conclusion n'est envisageable que lorsque tous les points attrapables ont été déplacés. Il peut aussi prendre en compte la propriété de parallélisme mais avoir du mal à décider si, dans tous les cas de figure qu'il a obtenus au cours du déplacement, il y a parallélisme ou non. C'est le cas quand les segments sont dans une position telle que montrée dans la figure 1, où la propriété est éventuellement perceptivement difficile à identifier. C'est aussi ce qui arrive avec les cas limites, ici quand D et E sont confondus ou quand le point G ou le point F n'existent plus. C'est alors le schème de décision de la conservation de la propriété qui est mis en défaut.

Schème "conclusion sur la propriété pour la figure"

Si l'élève attrape et déplace le point A, suivant le mouvement effectué, il peut obtenir une des deux figures suivantes :

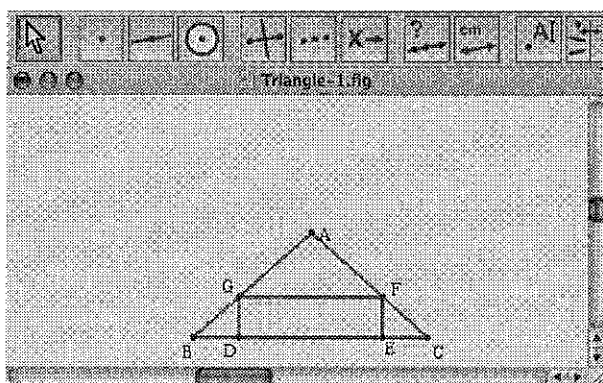


Figure 4 : si on déplace A sur la médiatrice de [BC]

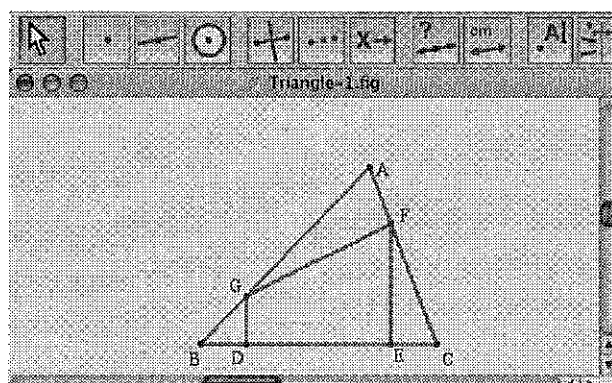


Figure 5 : si on déplace A vers la droite

Devant la figure 5, un élève peut reconnaître qu'il n'y a plus parallélisme mais ne pas en déduire que, pour la figure, les droites ne sont pas parallèles. En effet, la conclusion découle du principe du contre-exemple. Or il n'est pas encore forcément acquis. Donc à partir d'une constatation qu'une propriété n'est pas toujours conservée, l'élève doit encore faire un pas supplémentaire pour conclure à propos des propriétés de la figure.

On voit donc que, à travers le déplacement, derrière l'injonction « bouge la figure », il y a un ensemble important d'actions et de décisions possibles pour l'élève qui l'amène à identifier les propriétés d'une figure. Le fonctionnement qui consiste à choisir un point particulier de la figure, le déplacer, observer au cours du déplacement si une propriété géométrique particulière est conservée pour tirer finalement une conclusion sur les propriétés géométriques de la figure est complexe. Il résulte d'un apprentissage et mobilise chez l'élève des connaissances géométriques et des connaissances sur Cabri. Cet apprentissage doit être accompagné par l'enseignant.

La question soulevée est devenue celle de l'instrumentation du déplacement dans Cabri-géomètre. Comment Cabri-géomètre et plus particulièrement le déplacement des points de base d'une figure peut-il devenir un instrument de l'élève lui permettant d'identifier les propriétés géométriques d'une figure ?

Des situations pour le collège favorisant la mise en place du déplacement

L'enseignant peut soutenir la genèse instrumentale du déplacement en : (i) provoquant l'explicitation du déplacement par les élèves, (ii) mettant en évidence les différents types de points, (iii) organisant les interactions sociales relatives au déplacement durant les discussions collectives. Mais pour cela, l'enseignant a besoin de situations qui favorisent la genèse instrumentale du déplacement.

Une première solution : la contextualisation du déplacement

Une solution explorée dans le cadre du projet MAGI pour aider les jeunes élèves à s'approprier le déplacement est de lui donner du sens en le contextualisant. Dans les deux situations suivantes (figure 6), que l'on doit à Claude Fini et Henri-Claude Argaud de

l'IUFM de Grenoble, le déplacement correspond à une voiture roulant sur une route ou à une tempête qui agite un bateau voguant sur la mer.

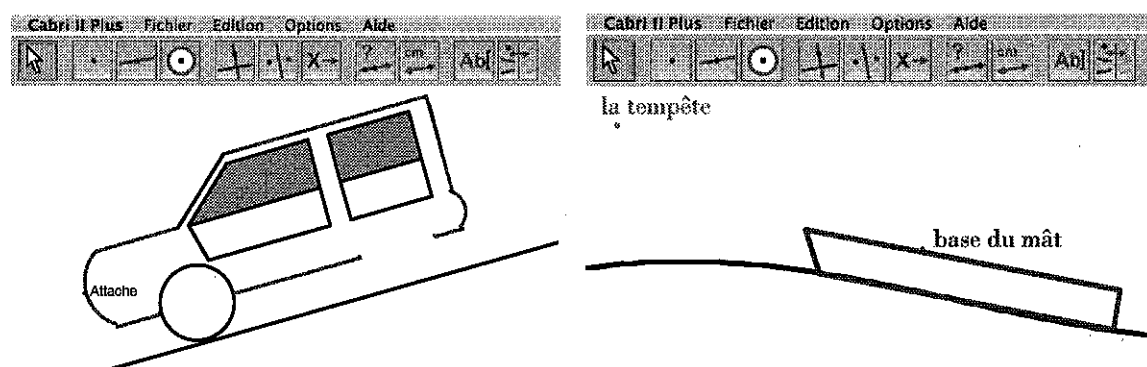


Figure 6 : deux exemples de situations où le recours au déplacement est contextualisé

Dans ces situations, le déplacement est motivé car il renvoie à un déplacement "réel" (problématique de modélisation (Berthelot et Salin 1992). De plus, les objets à déplacer sont indiqués. Enfin, l'élève a des attentes fortes sur le comportement des objets qui lui permettent de décider si la construction est valide ou pas. Il y a donc dans ces situations une prise en charge partielle de certains schèmes impliqués dans l'utilisation du déplacement. Cependant, la finalité des situations n'est pas l'identification des propriétés géométriques de la figure, donc s'il y a des schèmes communs, les instruments déplacement ne sont pas les mêmes. Enfin, ces situations ont été principalement utilisées à l'école primaire. Lorsque les situations sont purement mathématiques, la question n'est pas résolue.

Un scénario pour l'initiation au raisonnement déductif en sixième

Pour le début du collège, nous nous intéressons au déplacement qui permet de décider si une propriété est vraie ou pas dans une figure en s'appuyant sur sa conservation au cours du déplacement. Or il y a une différence entre les propriétés de la figure géométrique elle-même et celles qui résultent de l'observation du déplacement de la figure dynamique. En effet, si toutes les propriétés perdues au cours du déplacement ne sont pas des propriétés de la figure puisqu'un contre-exemple suffit, lorsqu'une propriété est conservée, on ne peut que conjecturer qu'il s'agit d'une propriété de la figure géométrique. Cependant, au niveau sixième, nous avons jugé qu'il était acceptable de ne pas faire la nuance et de considérer que les propriétés géométriques qui sont "toujours" conservées au cours du déplacement sont celles de la figure. Il y a là un nouveau type de validation, qui correspond à une

première étape vers le raisonnement déductif, et nous a semblé utile de mettre en place pour les élèves.

Dans le cadre du projet MAGI, la demande de l'enseignante impliquée était un travail sur les notions de parallélisme et de perpendicularité, permettant une initiation au raisonnement déductif et conduisant à l'introduction de la propriété « deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles ».

La figure de départ, que nous avons retenue afin de produire les tâches proposées aux élèves, permet de poser la question de la validité du parallélisme deux fois : dans un cas elle est vraie car déductible des hypothèses et dans l'autre cas non car elle ne l'est que pour certains dessins particuliers. Il s'agit de la figure ci-contre (figure 7) déjà décrite précédemment, à la différence près que les points D et E ne sont pas symétriques l'un de l'autre.

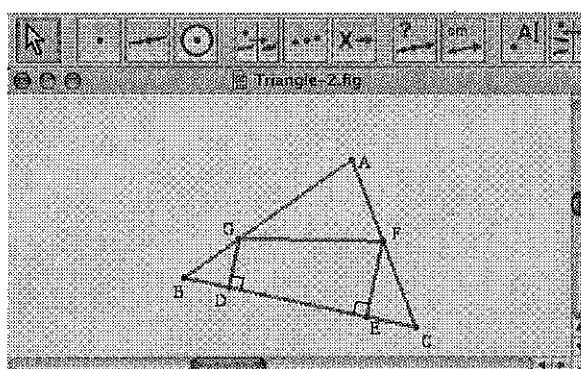


Figure 7

Dans certaines positions de la figure, la question du parallélisme peut être posée à propos de (DG) et (EF) ou (DE) et (GF). Le parallélisme de (DG) et (EF) se constate perceptivement sur tous les dessins, se déduit des hypothèses et est toujours vrai. Le parallélisme de (DE) et (GF) est faux en général, ce qui peut se confirmer perceptivement sur divers dessins (figure 7).

Le scénario, qui consiste en trois situations ainsi que leur mise en œuvre et gestion par l'enseignant (Laborde 2001), utilise Cabri-géomètre, mais aussi des représentations papier-crayon de la figure, des descriptions textuelles et demande à l'élève de mettre en relation ces différentes représentations. Le critère implicite pour décider qu'une description textuelle correspond à une figure Cabri dynamique est que toutes les propriétés

géométriques de la description sont *"toujours"* vérifiées par la figure Cabri, au sens où nous l'avons défini précédemment.

Les deux grandes étapes du scénario d'initiation au raisonnement déductif sont :

(i) Distinction entre propriété du dessin et propriété de la figure

Dans une première situation, les élèves vont utiliser en acte les propriétés géométriques d'une figure dans le but de la reproduire. Seules les propriétés géométriques de la figure permettent une reproduction qui se comporte de la même façon que la figure modèle. Les élèves vont devoir faire "en acte" la différence entre les propriétés géométriques de la figure et celles d'un dessin particulier.

Dans une deuxième situation, les élèves doivent décider si une figure vérifie une propriété ou pas. Ils sont ainsi confrontés aux cas où la propriété est "toujours" vérifiée et à ceux où la propriété est "parfois" vérifiée par la figure, "parfois non". La situation vise à confronter les élèves à la difficulté de décider, ce qui permet à l'enseignant d'introduire la notion de contre-exemple.

(ii) Distinction entre propriété "donnée" et propriété "déduite"

Une fois que les élèves ont les outils pour décider quelles sont les propriétés géométriques de la figure, ils peuvent accéder à une nouvelle nuance : différencier les propriétés qui sont des données de la figure de celles qui s'en déduisent. La troisième situation du scénario consiste à les confronter à un énoncé textuel de figure, une figure à main levée codée et une figure dynamique qui vérifient toutes les propriétés de l'énoncé. Ils peuvent alors constater qu'au moins une propriété "toujours" vérifiée par la figure dynamique n'est pas dans l'énoncé : pourquoi le parallélisme de ces deux droites est-il toujours vérifié alors qu'il n'est pas dans l'énoncé ? A la question suscitée par la situation chez les élèves, l'enseignant répond par l'introduction d'un pas de démonstration.

Je présente maintenant l'articulation des situations et la mise en place du déplacement qui l'accompagne.

Etape 1 du scénario : Distinction entre propriété du dessin et propriété de la figure

Cette étape regroupe deux des trois situations du scénario.

La première situation, intitulée "le même triangle", consiste en l'exploration d'une figure de Cabri-géomètre (voir figure 8) dans le but de la reproduire : le déplacement est un outil d'exploration pour permettre la construction ainsi qu'un moyen de validation.

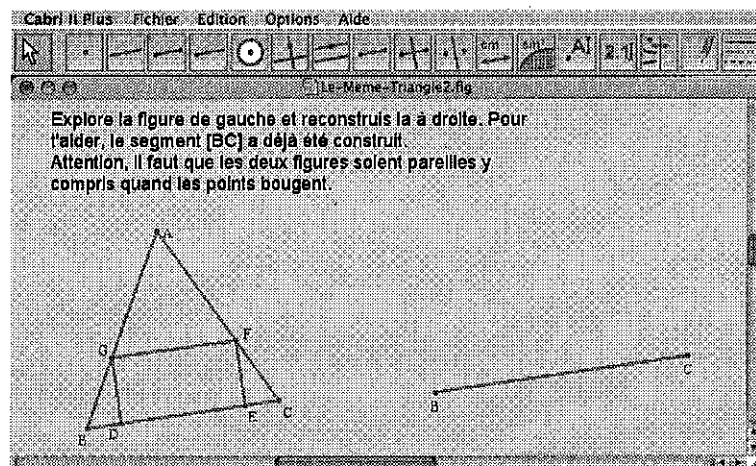


Figure 8

La seconde situation, intitulée "toujours-parfois-vrai" est une comparaison dans Cabri-géomètre de trois figures (voir figure 9) qui ont l'air identiques et qui se comportent différemment au cours du déplacement. Le déplacement permet de distinguer les figures les unes des autres et de décider quelles sont leurs propriétés géométriques. Au cours du travail sur ces figures, les élèves sont confrontés à la difficulté de décider collectivement dans certains cas s'il y a parallélisme ou perpendicularité. En effet, sur certaines figures, selon le point qui est déplacé, le parallélisme est ou n'est pas conservé. Lorsque l'enseignant met en commun les réponses des élèves, aucune réponse claire ne se dégage. La notion de contre-exemple est alors introduite pour permettre aux élèves de clore le débat. La conclusion de la situation est que pour pouvoir dire que les droites sont parallèles, il faut s'être assuré qu'elles le sont "toujours", en ayant déplacé tous les points possibles.

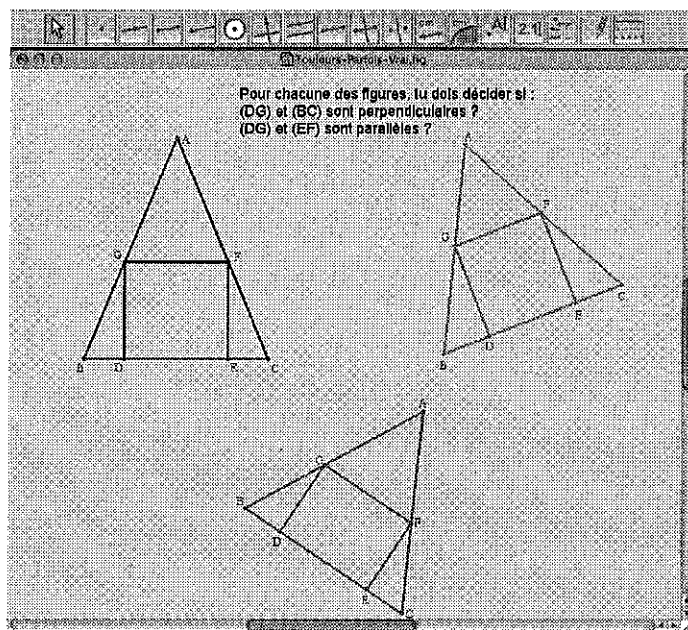


Figure 9

Etape 2 du scénario : distinction propriété donnée et propriété déduite

Cette situation, intitulée "lire ou déduire", part de la présentation d'un dessin à main levée, codé, et d'un énoncé textuel. Les questions posées sont relatives au parallélisme de (DG) et (EF) puis de (DE) et (GF).

➤ Voici un dessin à main levée

ABC est un triangle.

Les points D et E appartiennent au côté [BC].

$BD = EC$

Le point G est l'intersection du côté [AB] et de la droite perpendiculaire à [BC] passant par D.

Le point F est l'intersection du côté [AC] et de la droite perpendiculaire à [BC] passant par E.

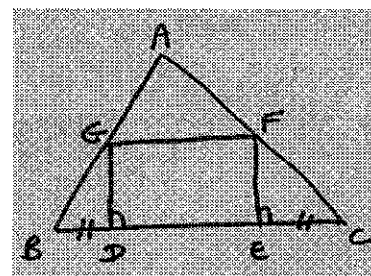


Figure 10 : deux représentations de la figure géométrique

Trois représentations dynamiques possibles de la figure en question sont alors proposées aux élèves (figure 11). Ils doivent déterminer quelle est la bonne figure, c'est-à-dire celle qui respecte toujours toutes les propriétés énoncées dans le texte.

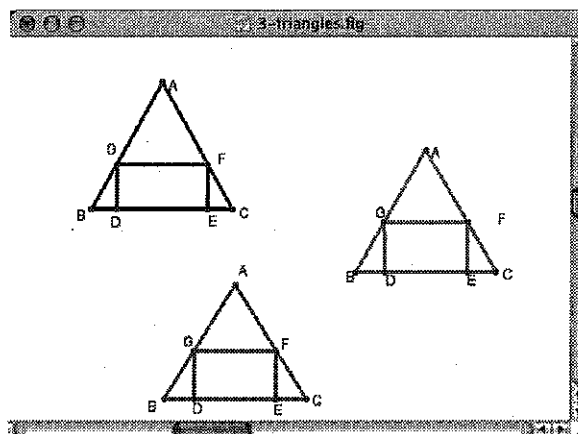


Figure 11

Les questions sont alors repostées lorsque l'élève dispose en plus de la figure de Cabri-géomètre. A ce moment là, l'impossibilité de trouver un contre-exemple au parallélisme de (GD) et (EF), alors que cette propriété n'apparaît pas dans l'énoncé, motive le passage à la déduction et l'introduction par l'enseignant de la propriété « si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles ».

Instrumentation du déplacement au cours du scénario retenu

Ce scénario a été expérimenté trois années par la même enseignante, en subissant des modifications. Il a été testé dans une classe en 2003-2004 dans une première version assez différente de celle présentée ici. Au cours de l'année scolaire 2004-2005, une deuxième version a été utilisée dans deux classes de deux collèges de l'agglomération de Grenoble. Il a été actualisé plus légèrement pour être remis en œuvre en 2006-2007 dans trois classes de sixième.

Il nécessite une dizaine de séances de cinquante minutes. Il prévoit du travail sur Cabri-géomètre en salle informatique (élèves en binômes ou seuls), du travail en classe normale avec un ordinateur portable et un vidéo-projecteur notamment pour des mises en commun, du travail papier-crayon, parfois à la maison, et une évaluation finale avec travail individuel des élèves sur Cabri.

Le déplacement pour explorer et valider/invalider une construction

Dans la première situation "le même triangle" où il s'agit pour l'élève de reconstruire une figure, le déplacement est un moyen d'explorer le modèle et aussi un moyen de valider la figure reconstruite. Ce recours au déplacement est sollicité par la consigne et rappelé par l'enseignant. L'élève rencontre le cas des points qui ne sont pas attrapables mais que l'on peut déplacer par l'intermédiaire d'autres points. Enfin, les objets déplacés et les observations faites de la figure au cours du déplacement doivent être consignés dans un tableau, moyen de provoquer une explicitation de ces observations.

Le déplacement pour identifier les propriétés d'une figure

Dans la situation "toujours parfois vrai", le déplacement est le moyen d'identifier les propriétés d'une figure au-delà de la configuration spatiale. Dans la situation suivante, "lire ou déduire", le déplacement est à nouveau utilisé pour identifier les propriétés géométriques d'une figure, mais cette fois-ci en relation avec un énoncé textuel définissant la figure. Le déplacement permet de relier des informations relatives au dessin de la figure avec celles de son énoncé.

Du point de vue de la genèse instrumentale du déplacement, les deux situations amènent les élèves à tenter de déplacer différents points, le déplacement d'un seul point ne permettant pas d'invalider certaines propriétés apparentes, à mettre en relation le déplacement d'un point et l'effet de ce déplacement sur les propriétés de la figure et enfin, pour la seconde situation à lier les registres graphiques et textuels.

L'enseignant accompagne cette genèse instrumentale en gérant les interactions dans la classe de la façon suivante. Un élève manipule la figure Cabri en suivant les instructions orales d'un autre élève. Celui qui donne les instructions doit expliciter l'objet à déplacer (point, segment) et également la propriété à vérifier au cours du déplacement.

Plusieurs instruments déplacement liés à différentes finalités

Ce travail a révélé l'existence de différents instruments déplacement liés à différentes finalités : déplacer pour identifier une propriété qui se conserve dans la figure ou au contraire constater sa disparition, déplacer pour conjecturer, déplacer pour valider ou invalider une construction.

D'ailleurs, avec Cabri 3D, il existe même deux artefacts distincts relatifs au déplacement : le changement de point de vue sur la figure, qui n'en modifie pas les propriétés géométriques, et le déplacement des éléments de la figure, susceptible de modifier ses propriétés.

Le processus de genèse instrumental du déplacement pour les élèves est long et est lié au développement de leurs connaissances géométriques. Si le problème de l'instrumentation de la géométrie dynamique, et en particulier du déplacement, se pose pour les élèves, elle se pose de manière encore plus complexe pour l'enseignant. Celui-ci doit gérer deux processus d'instrumentation :

- connaître la technologie, ce qui est finalement facile pour les enseignants du secondaire car très lié à leurs connaissances mathématiques, mais qui se révèle moins évident pour les professeurs des écoles ;
- savoir organiser les conditions pour l'apprentissage, en particulier comment choisir les situations à proposer aux élèves, comment articuler les tâches Cabri avec les autres tâches, comment intervenir auprès des élèves...

Ce deuxième processus d'instrumentation est nouveau pour les enseignants, il n'est pas évident comme l'a montré Tapan. En classe, les enseignants privilégient les situations où les élèves doivent constater la conservation d'une propriété au cours du déplacement, dans une figure fournie par l'enseignant ou bien construite de façon très guidée par les élèves. Et pourtant, en formation, ce sont les situations où la géométrie dynamique permet aux élèves de valider ou invalider leurs procédures qui ont été présentées majoritairement (Tapan 2006).

Dans le scénario utilisé, quelques éléments relatifs à la gestion de la genèse instrumentale par l'enseignant ont été identifiés :

1. La nécessité de séances de prise en main de Cabri-géomètre mettant en place les différents types de points et les conséquences sur le déplacement.
2. L'élaboration de consignes précises et d'outils proposés aux élèves pour rendre opérationnel le déplacement (par exemple un tableau à remplir lors de l'exploration d'une figure qui mentionne les objets déplacés et les observations effectuées) ;
3. La gestion des débats et l'instauration de règles pour la manipulation de Cabri lors des débats : lors des mises en commun, un seul élève manipulait Cabri-géomètre sous la dictée des autres élèves qui devaient préciser l'objet à déplacer et les objets ou la propriété à observer au cours du déplacement.

Ces difficultés d'utilisation de la géométrie dynamique à des fins d'apprentissage relatives notamment à l'instrumentation explique certainement son utilisation encore trop rare par les enseignants en classe.

Références bibliographiques

Capponi, B. & Laborde C. (1994). *Cabri-Classe, apprendre la géométrie avec un logiciel*. Argenteuil : Editions Archimède.

Houdement, C. & Kuzniak, A. (1999), Un exemple de cadre conceptuel pour l'étude de l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematics*. 40, 283-312.

Laborde, C. & Capponi, B. (1994), Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 14(1.2), 165-210.

Laborde, C. (2001), Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-geometry, *International Journal of Computer for Mathematical Learning*. 6, 283-317.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes & les technologies : approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

Restrepo, A. (2005). *Instrumentation du déplacement dans Cabri-géomètre par des élèves de 6^{ème}*. Mémoire de Master 2 Université Joseph Fourier.

Soury-Lavergne, S. (2001). Connaissances et mise en œuvre d'un micromonde dans les interactions de préceptorat distant, le cas de la géométrie dynamique. *Sciences et Techniques Educatives*. 8(2.3), 321-345.

Tapan, S. (2006) *Etude de la formation initiale des enseignants à l'intégration des nouvelles technologies*, thèse de doctorat de l'université Joseph Fourier Grenoble.

Trouche, L. (2000). La parabole du gaucher et de la casserole à bec verseur : étude des processus d'apprentissages dans un environnement de calculatrices symboliques mathématiques, *Educational Studies in Mathematics*. 41(3), 239-264.