

Les triangles semblables en classe de seconde, des enseignements aux apprentissages

Julie Horoks,

IUFM de Créteil et équipe DIDIREM.

Cette étude est issue de notre travail de thèse (Horoks, 2006). Une longue pratique des cours particuliers en mathématiques nous a amenée à nous poser des questions sur les apprentissages des élèves dans cette matière⁴². Dans la mesure du possible, en dispensant ces cours, nous avons toujours essayé de nous appuyer sur ce qui avait été fait en classe au préalable (à travers le cahier de l'élève en grande partie), pour essayer de repérer ce qui n'avait pas été compris par l'élève, et alors tenter de "compléter" ou de reprendre en conséquence. En lien avec cette pratique et au fur et à mesure des élèves rencontrés, nous nous sommes alors demandé ce qui avait pu se passer en classe lorsque l'apprentissage visé n'avait visiblement pas eu lieu. Nous avons donc voulu chercher comment mettre en relation ce qui avait été proposé par l'enseignant et les apprentissages (ou les difficultés) de l'élève.

La question que nous nous posons ici est en réalité un "vieux rêve de didacticien", puisque nous nous sommes demandé quel lien il pouvait y avoir entre ce qui a été fait en classe sur une notion, et les apprentissages des élèves qui pourraient en découler. Nous avons essayé cependant de nous en emparer en choisissant de faire de nouvelles approximations pour approcher les pratiques enseignantes et les apprentissages des élèves, et en prenant en compte de nouveaux paramètres. Pour tenter de répondre à nos questions, nous avons choisi de comparer les enseignements dispensés dans plusieurs classes, sur un même chapitre⁴³.

Nous allons détailler dans une première partie la problématique et la méthodologie adoptées, puis exposer les résultats obtenus à travers trois axes de recherche : tout d'abord la prise en compte par les programmes scolaires de la notion mathématique considérée, l'influence de ces programmes sur les pratiques enseignantes et enfin l'influence des pratiques sur les apprentissages des élèves.

⁴² Cela nous avait permis de réaliser un premier travail de recherche, pour mon mémoire de DEA, sur ce sujet. (Nous avons analysé des séances de cours particuliers à travers les activités proposées aux élèves en fonctions de leurs difficultés).

⁴³ Nous nous sommes intéressées ici aux triangles semblables, pour des raisons que nous allons justifier plus loin.

I. Problématique et choix méthodologiques.

Nous nous intéressons à ce qui se passe en classe au cours de l'enseignement d'une notion mathématique donnée, pour tenter de définir et de mesurer l'influence des pratiques enseignantes sur les apprentissages des élèves sur cette notion. Pour ce faire, nous allons préciser les variables du travail en classe que nous choisissons de relever, comme pouvant selon nous avoir une influence sur les apprentissages des élèves.

1. Analyse de ce qui se passe en classe.

Pour approcher les apprentissages des élèves et les mettre en relation avec les pratiques enseignantes, nous nous plaçons à l'articulation de théories générales de l'apprentissage⁴⁴ (Rogalski 2005). Nous considérons en particulier que les apprentissages des élèves en mathématiques se font, au moins en partie, par les activités qui leur sont proposées en classe, c'est à dire tout ce qu'ils font (disent, pensent, écrivent, etc.). Or ces activités dépendent largement des choix d'énoncés et de gestion que l'enseignant fait pour sa classe. Nous distinguons les "activités" des "tâches", correspondant à la description du travail mathématique demandé dans l'énoncé, et que nous détaillons en énumérant les connaissances mathématiques qui interviennent et la manière dont elles doivent être utilisées. Les activités sont ainsi provoquées à la fois par les tâches prescrites mais aussi par la façon dont se déroule le travail des élèves sur ces tâches.

Pour décrire les pratiques et les mettre en regard des progrès observés des élèves, nous analysons systématiquement ce qui est proposé par le professeur (contenus et gestion réelle de la classe), et tentons d'évaluer les connaissances qui peuvent en découler chez les élèves. Ainsi pouvons-nous comprendre comment les acquisitions (même provisoires ou partielles) dépendent de ce qui a été fait au préalable en classe.

Nous avons donc choisi de retenir non pas les situations didactiques mais plutôt l'unité constituée du couple (*énoncés, déroulements*) qui constitue un segment important de ce que nous considérons ici comme pratiques enseignantes. Par rapport à la théorie des situations, nous perdons certainement en précision en ce qui concerne l'analyse des enchaînements de ces énoncés, mais nous gagnons en finesse sur l'analyse de chacun des déroulements⁴⁵. Nous ne faisons pas non plus de prévision fine de ce qui va se passer en classe, mais réalisons des analyses a priori dirigées par une vision du programme scolaire sur la notion enseignée.

⁴⁴ En particulier celles de PIAGET et VYGOTSKI.

⁴⁵ Et finalement, nous récupérons des précisions sur l'enchaînement de ces unités sur l'ensemble d'un chapitre.

Pour pouvoir décrire le travail des élèves en classe, nous n'avons cependant pas accès aux activités réelles de chaque élève, et encore moins pour tous les élèves de la classe. En revanche, nous avons accès aux activités possibles des élèves, c'est à dire – a maxima et a minima⁴⁶ – les activités qu'ils peuvent réaliser à partir des énoncés proposés par l'enseignant, et compte tenu de l'organisation du travail qui en découle.

Il nous faut mettre par la suite ces activités possibles en relation avec les apprentissages des élèves qui auraient pu en découler. Pour évaluer ces apprentissages, nous avons choisi de relever les copies des élèves lors d'un contrôle portant sur une notion mathématique donnée, en relation avec les activités proposées au préalable. C'est, nous le savons, une grosse approximation ! Mais elle nous permet, en rapprochant un échec au contrôle d'un défaut d'apprentissage chez l'élève, de comprendre quelles sont les difficultés rencontrées par certains élèves au terme du chapitre, compte tenu de l'ensemble du travail qui leur a été proposé sur la notion. En d'autres termes, nous associons un échec aux questions du contrôle à des manques éventuels pour certains élèves lors du traitement de la notion en classe - en ce qui concerne les tâches proposées et leur déroulement.

2. Des influences extérieures à la classe.

Nous cherchons par ailleurs tout ce qui peut influencer ce qui va se passer en classe, et donc en particulier ce qui va influencer les activités des élèves, à l'origine de leurs apprentissages.

Du côté des enseignants, nous avons choisi de prendre en compte en particulier certaines dimensions du métier, pour analyser les contraintes qui peuvent influencer les pratiques. Nous avons pour cela utilisé le cadre de la Double Approche (Robert & Rogalski, 2002) et réalisé une analyse en cinq composantes. Nous avons essayé, dans la mesure du possible, de tenir compte de la composante sociale du métier (en considérant par exemple le niveau de l'établissement), et de la composante personnelle (à travers l'expérience de l'enseignant par exemple). La prise en compte de ces deux composantes nous a surtout aidée à interpréter parfois certains choix des enseignants. Nous avons tenu compte bien évidemment des composantes cognitives et médiatives, relatives aux choix d'énoncés et de déroulements en classe, dont nous considérons, comme nous l'avons déjà dit, qu'ils ont une

⁴⁶ Bien entendu, cela dépend beaucoup de chaque élève, selon par exemple qu'ils cherchent la solution d'un exercice pendant le temps laissé par l'enseignant ou bien attendent la correction, ou encore s'ils tiennent compte ou pas des indications apportées pendant la recherche.

influence potentielle sur les activités des élèves. Nous avons pris en compte enfin la composante institutionnelle du métier (programmes, manuels scolaires, horaires).

C'est principalement l'étude des trois dernières composantes qui nous intéresse pour en mesurer l'influence sur les pratiques enseignantes, et donc sur ce qui va se passer en classe. C'est une décomposition artificielle, surtout si on considère la complexité des pratiques, mais c'est ici encore une approximation.

Du côté des apprentissages des élèves, il nous faudrait tenir compte des influences extérieures à la classe, qui relèvent du domaine du social ou de l'affectif. La représentation que l'élève se fait de son travail en classe par exemple, s'il travaille pour obtenir des bonnes notes ou pour résoudre un exercice, ou encore pour apprendre. Ce sont des variables que nous n'avons pas prises en compte ici, faute de pouvoir le faire. Il faudrait aussi pouvoir prendre en compte le travail de l'élève en dehors de la classe : quelles aides reçoit-il éventuellement (familiale, cours particulier). Sur ce dernier point nous avons obtenu quelques informations, avec l'aide de l'enseignant, mais cela reste encore un sujet un peu tabou⁴⁷.

3. Choix d'une notion mathématique.

Il nous faudrait aussi, pour pouvoir appréhender plus finement les apprentissages réalisés ou non dans la classe observée, prendre en compte l'influence sur les nouveaux apprentissages des élèves de leurs connaissances antérieures (acquises ou non dans les classes précédentes). Nous avons essayé de minimiser autant que possible l'impact d'éventuelles lacunes des élèves sur les apprentissages étudiés, en choisissant avec soin la notion dont nous souhaitions observer l'apprentissage.

Le choix d'une seule et même notion enseignée, pour toutes les classes observées, devrait aussi nous autoriser à faire des comparaisons entre les résultats des élèves dans les différentes classes. D'un point de vue méthodologique, ce choix doit donc nous permettre d'observer l'intégralité des séances (pour connaître le contenu exhaustif de ce qui s'est passé en classe sur ce sujet). Il doit aussi faire en sorte que les apprentissages sur cette notion se fassent essentiellement dans la classe observée. C'est pourquoi nous avons choisi de nous

⁴⁷ Certains enseignants interrogés pendant ce travail de recherche ont admis qu'ils n'appréciaient pas le fait que leurs élèves aient recours à des cours particuliers, de peur, par exemple, que le professeur particulier ne fasse le travail de l'élève à sa place. Ce qui explique probablement que beaucoup d'élèves préfèrent ne pas le mentionner.

intéresser à la notion de triangles semblables en classe de seconde, circonscrite à un chapitre relativement court et isolé du programme⁴⁸.

Il nous faudra bien évidemment nous poser la question d'une généralisation de nos résultats à d'autres types de notions.

4. Données recueillies et traitement

Nous avons recueilli pour notre étude des vidéos réalisées dans trois classes de seconde, sur le chapitre entier des triangles semblables, en 2002 et 2003. Deux autres vidéos ont été recueillies en 2005, dans le cadre d'un mémoire de Master (Cisse & Corlay) qui a repris la problématique, le cadre et la méthodologie adoptés dans la thèse. Pour chacune de ces vidéos, nous avons réalisé une analyse de chaque tâche proposée et du déroulement associé à cette tâche. Pour cela nous empruntons, en l'adaptant, la méthodologie des travaux de Robert (2003).

Pour analyser les activités provoquées par un énoncé, nous tenons compte de la complexité de la tâche prescrite et nous regardons en particulier si elle est *simple* et *isolée*, c'est à dire si elle nécessite ou non des adaptations des propriétés du cours utilisées, ou des mélanges de plusieurs propriétés. En général, des adaptations sont nécessaires avant de pouvoir appliquer les théorèmes vus dans le cours.

Nous avons retenu quatre grands types d'adaptations possibles, qui constituent différents *niveaux de mise en fonctionnement* des propriétés (notés NMF par la suite dans les grilles d'analyse), classés par ordre de complexité selon nous :

- la simple reconnaissance des modalités d'application d'un théorème ;
- la nécessité de faire des calculs intermédiaires (par exemple nommer un point, donner la valeur d'un angle) ;
- la nécessité d'introduire des étapes (dans le calcul ou la démonstration) non indiquées par l'énoncé ;
- la nécessité de faire des choix (méthode, point de vue, etc.).

Nous avons pris en compte d'autres variables liées à la notion étudiée, en particulier :

- les connaissances anciennes pouvant intervenir (géométriques ou algébriques) ;
- la configuration géométrique dans laquelle se situe l'exercice.

⁴⁸ Il faut bien admettre que ce choix est dû aussi à une part de hasard : il n'a pas été si facile de trouver des professeurs acceptant de nous laisser filmer leurs cours. Nous avons pu tout d'abord obtenir l'accord d'un professeur, filmé sur le chapitre des triangles semblables, et il nous a paru judicieux de conserver ce chapitre pour la suite de nos observations.

Pour justifier ces choix, il nous faut préciser que nous avons pris en compte tout ce qui nous paraissait avoir une influence en termes d'activités pour les élèves, parmi les textes des exercices proposés⁴⁹.

Les activités des élèves dépendant aussi des choix de gestion, nous nous sommes aussi intéressées aux déroulements associés à chacune de ces tâches. Pour affiner notre analyse des activités des élèves, nous avons donc essayé de regarder précisément, pour une certaine tâche proposée par le professeur, comment ses interventions redéfinissaient la tâche initiale – en la simplifiant ou bien en la modifiant à l'aide de l'introduction d'éléments nouveaux. Nous en déduisons ce qui a pu constituer – toujours a minima et a maxima – les activités des élèves sur cet ensemble de sous - tâches, redéfinies à partir de la tâche initiale par les aides de l'enseignant. Cela nous permet de repérer en particulier ce qui a été pris en charge par le professeur, ainsi que ce qui a pu faire l'objet d'un travail autonome des élèves. Nous prenons en compte pour chaque tâche analysée :

- le temps passé sur la tâche, et sur les différentes étapes de l'activité ;
- les formes de travail adoptées (magistral, en groupe ou individuel) ;
- les aides dispensées par le professeur, et la façon dont elles viennent modifier la tâche prescrite (à quel moment de l'activité elles interviennent, et si elles en changent ou non la nature).

Finalement, ce sont les adaptations, autonomies et initiatives laissées aux élèves qui nous intéressent, et nous permettent de déterminer au plus près leurs activités potentielles en classe. Par exemple, la prise en compte des temps de silence du professeur nous indique une recherche individuelle potentielle pour les élèves⁵⁰.

Afin d'évaluer les apprentissages des élèves, nous avons relevé les copies du contrôle sanctionnant la fin du chapitre sur les triangles semblables, dont l'énoncé a été composé par l'enseignant. Nous analysons les tâches proposées avec les mêmes variables que précédemment. Pour affiner notre interprétation des résultats au contrôle, en relation avec ce qui s'est passé en classe, nous avons choisi de classer les élèves en deux catégories, "bons" et "mauvais", à partir de leurs réponses au contrôle analysé, mais aussi à l'aide de leurs résultats sur l'année, des appréciations de leur professeur, et de leur orientation pour la

⁴⁹ Nous avons choisi de retenir la variable "configuration géométrique" suite à l'analyse des manuels scolaires exposée plus loin, car nous avons constaté qu'à différentes configurations étaient associés généralement différents types de tâches, connaissances anciennes, et niveaux de mise en fonctionnement.

⁵⁰ Mais cela peut se discuter : les élèves peuvent être actifs pendant que le professeur parle (tout dépend de ce qu'il dit) et ne pas l'être quand il se tait (et attendre).

classe de première. Nous avons voulu par ce classement nous donner les moyens de mesurer un éventuel effet différenciateur des pratiques sur ce chapitre.

Ici il faut prendre quelques précautions. Évidemment, si cette classification nous a paru nécessaire pour établir des résultats dans notre recherche, elle ne nous sert pas à porter un jugement sur les élèves, mais plutôt à comprendre pour lesquels d'entre eux certains types de gestion semblent bénéfiques. Nous voulons voir si les meilleurs élèves de la classe tirent différemment parti de ce que propose le professeur, mais nous ne savons pas si ce sont des bons élèves parce qu'ils ont tiré parti de ce qui s'est fait en classe, ou bien s'ils ont tiré parti de ce qui s'est passé en classe parce qu'ils sont de bons élèves !

Nous avons ensuite comparé les résultats obtenus dans les trois classes pour affiner nos interprétations.

5. Nos questions de recherche reformulées.

Pour reformuler nos questions de départ, et compte tenu de la méthodologie choisie, nous nous demandons si différentes organisations du travail en classe engagent différemment les apprentissages des élèves. Qu'est-ce qui a pu éventuellement manquer à certains élèves en classe, lorsque l'apprentissage visé n'a pas eu lieu ? Peut-on distinguer des types de manques ?

Nous pouvons déjà distinguer d'éventuels manques liés aux programmes scolaires de ceux qui seraient en rapport aux énoncés proposés et déroulements en classe. Nous savons déjà par exemple que les discours métamathématiques des enseignants sont divers (Pariès, 2004), ainsi que les validations dans les phases de conclusion (Margolinas, 1992) et nous soupçonnons qu'ils ont des rôles différents dans les apprentissages. S'il y a un manque du côté des programmes, on peut penser par exemple qu'un manque de technologie associé à une technique peut engendrer une accentuation de phénomènes de contrat (les élèves n'ayant pas d'autre méthode) et que plus généralement un vide didactique peut engendrer une grande diversité des pratiques. Y a-t-il d'autres types de manques et comment les révéler ?

Pour répondre à ces questions, nous déclinons cette recherche suivant trois axes, qui vont faire l'objet des analyses présentées ici : l'influence des contraintes institutionnelles sur les pratiques enseignantes, l'influence des pratiques sur les activités possibles des élèves, et enfin l'influence de ces activités sur les apprentissages en mathématiques.

II. L'influence des contraintes institutionnelles sur les pratiques enseignantes.

Pour pouvoir vérifier l'hypothèse, issue de la double approche, selon laquelle la composante institutionnelle du métier a une réelle influence sur les pratiques, nous avons dans un premier temps analysé les programmes scolaires, ainsi que les accompagnements et manuels pour la classe de seconde.

1. Analyse des programmes scolaires.

Avant d'analyser le programme de 2000, en vigueur au moment de nos observations, nous avons étudié l'évolution des programmes scolaires en France, en mathématiques, depuis le début du XX^{ème} siècle. On trouve les triangles semblables dès 1902, avec des démonstrations "à la Euclide", puis, à l'aide des transformations, introduites en 1945. Les triangles semblables disparaissent ensuite pendant une trentaine d'années avec la réforme des Mathématiques Modernes, pour réapparaître en 2000, en classe de seconde, peu avant nos premières observations. Le chapitre est enseigné en classe de seconde, mais nous sommes aussi intéressées à ce qui était fait en géométrie auparavant au collège, puis après la seconde, pour pouvoir replacer l'enseignement de cette notion dans une progression.

Au collège, les élèves étudient les figures élémentaires et leur propriétés caractéristiques, les isométries, les théorèmes de Pythagore et de Thalès (et les phénomènes d'agrandissement réduction). Ils abordent aussi la trigonométrie, à travers des calculs d'angles et de longueurs. Après la seconde, les triangles semblables ne sont plus au programme⁵¹, mais on trouve l'étude des similitudes en terminale dans le chapitre sur les nombres complexes.

Dans le programme de seconde de 2000 pour la classe de seconde, les triangles isométriques sont associés aux triangles semblables, et ces deux chapitres sont présentés comme une opportunité de réviser la géométrie apprise au collège. Les triangles isométriques peuvent être introduits par les cas d'égalité d'Euclide ou par les transformations, avant l'introduction des triangles semblables. Pour ces derniers, la définition donnée par les programmes est : *deux triangles sont semblables si leurs trois angles sont égaux*⁵². Ce n'est pas la définition donnée par Euclide, qui définissait les

⁵¹ Ce qui incite certains enseignants de seconde à ne pas la traiter !

⁵² On utilisera généralement la première condition nécessaire et suffisante de similitude (C1) en remarquant que deux angles égaux seulement suffisent.

triangles semblables à la fois par l'égalité des angles et la proportionnalité des longueurs des côtés des deux triangles⁵³. On démontre la proportionnalité des côtés en appliquant le théorème de Thalès, dans une configuration obtenue à l'aide d'isométries bien choisies.

Deux autres caractérisations des triangles semblables sont aussi proposées, à l'aide des côtés et / ou des angles des triangles : *deux triangles qui ont un angle identique, compris entre deux côtés respectivement proportionnels sont semblables (C2) et deux triangles qui ont leurs côtés respectivement proportionnels sont semblables (C3)*. On trouve aussi la réciproque de C3 (proportionnalité des côtés des triangles semblables) dans les exercices de ce chapitre. Enfin, la propriété sur le rapport des aires des triangles semblables est à connaître. Il est précisé qu'aucune nouvelle transformation ne doit être introduite à l'occasion de ce chapitre, ce qui, compte tenu du travail préalable des élèves au collège, uniquement sur les isométries, ne leur donnera pas les moyens de trouver la transformation qui permet de passer d'un triangle à un autre semblable (les homothéties, par exemple, ne sont pas connues des élèves de seconde).

Les accompagnements des programmes scolaires de 2000 pour la classe de seconde suggèrent plusieurs orientations pour l'apprentissage de la géométrie, en particulier en veillant à établir le statut des énoncés, à suivre une démarche logique, à respecter la continuité avec le collège et à s'appuyer sur la perception.

Comment, à partir de ces recommandations, choisir d'introduire les triangles semblables ? Si on essaie de faire le lien entre le chapitre des triangles isométriques et celui des triangles semblables, comme le font les programmes, on peut envisager d'introduire le second chapitre à travers la démarche d'Euclide, comme une extension de la notion de triangles isométriques. Cependant, comme nous l'avons dit, la transformation entre deux triangles semblables ne peut être exhibée, même si elle reste sous-jacente à cette notion, ne serait-ce que dans l'exigence d'écriture que l'on trouve dans les classes observées, les sommets homologues les uns en dessous des autres :

A B C		AB BC AC
↓ ↓ ↓	=	↓ ↓ ↓
A' B' C'		A'B' B'C' A'C'

⁵³ Il y a peut-être là un choix de définition lié à la nature des problèmes traités en seconde dans ce chapitre, comme on le verra : un travail des angles vers les longueurs le plus souvent.

Ce repérage, bien qu'incontournable dans la plupart des exercices du chapitre, n'est pas une tâche évidente, surtout dans certaines configurations géométriques où les deux triangles sont emboîtés l'un dans l'autre et ont des sommets communs (cf. exercice du contrôle exposé plus loin). L'écriture proposée permet assez facilement de passer des sommets homologues aux côtés homologues, lorsque l'on connaît les égalités d'angles, mais elle est fondée sur un implicite, qui est le caractère affine des similitudes. Comment fait-on dans l'autre sens, pour passer des rapports de longueurs aux sommets homologues ? Le théorème précisant que dans un triangle, le plus grand côté est opposé au plus grand angle n'est présenté ni dans les manuels, ni dans les classes, alors qu'il était donné avant la réforme des mathématiques modernes. Or il paraît plus simple de classer les côtés suivant leur longueur, plutôt que les angles suivant leur mesure, et ensuite d'en déduire les sommets homologues⁵⁴ :

$AB < BC < AC$		$A \ B \ C$
$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$	$\Rightarrow$	$\downarrow \downarrow \downarrow$
$A'B' < B'C' < A'C'$		$A' \ B' \ C'$

Derrière cette écriture, les transformations sont à l'œuvre, mais ne peuvent être utilisées. Cette propriété ne contient pas la technique et encore moins la technologie qui permettrait une automatisation de l'écriture. La technique pourra reposer sur un contrat (ou plusieurs) mais pas la technologie. Voici un exemple de contrat trouvé dans les classes : les sommets homologues sont toujours donnés dans le "bon ordre" par l'enseignant, ce qui permet de contourner la difficulté du repérage.

Dans les programmes et instructions, rien n'est précisé, aucune technique n'est donnée pour ce repérage. Qu'en est-il dans les manuels ? Comment les difficultés ou manques repérés dans les programmes y sont-ils pris en charge ?

2. Analyse des manuels scolaires.

Les manuels scolaires sont eux aussi influencés par les programmes, et les enseignants en utilisent souvent un ou plusieurs pour leur classe. Il nous a donc paru judicieux de regarder comment les manuels conformes au programme de 2000 traitaient la notion de triangles semblables, et plus précisément comment ils s'emparaient du problème de repérage des

⁵⁴ On sait ici, en considérant le plus petit côté, que le point A est homologue au point A' ou au point B' , car au segment $[AB]$ correspond le segment $[A'B']$; et en utilisant le plus grand côté, on déduit que A est l'homologue de A' ou de C' , donc finalement du point A' .

sommets homologues. Nous avons analysé 10 ouvrages, soit quelques 400 exercices, pour les comparer. Nous avons pris en compte la partie cours, dans laquelle nous n'avons pas trouvé de justification ou de technique de repérage - si ce n'est la consigne d'écriture déjà mentionnée - et l'ensemble des exercices proposés, dont nous avons analysé les tâches avec les mêmes variables que celles utilisées pour analyser les exercices proposés par les enseignants en classe.

En ce qui concerne le repérage des homologues dans les exercices (Fig. 1), on peut remarquer que sur les 426 exercices analysés, les sommets sont donnés 216 fois dans l'ordre, et 210 fois dans le désordre (ou non donnés). Il n'y a donc manifestement pas de prise en charge par l'énoncé de la difficulté du repérage, mais il serait intéressant de regarder comment cette donnée évolue, si les programmes restent inchangés. Ici, nos résultats sont peut-être liés à la relative nouveauté de la notion étudiée dans les programmes (et donc dans les manuels).

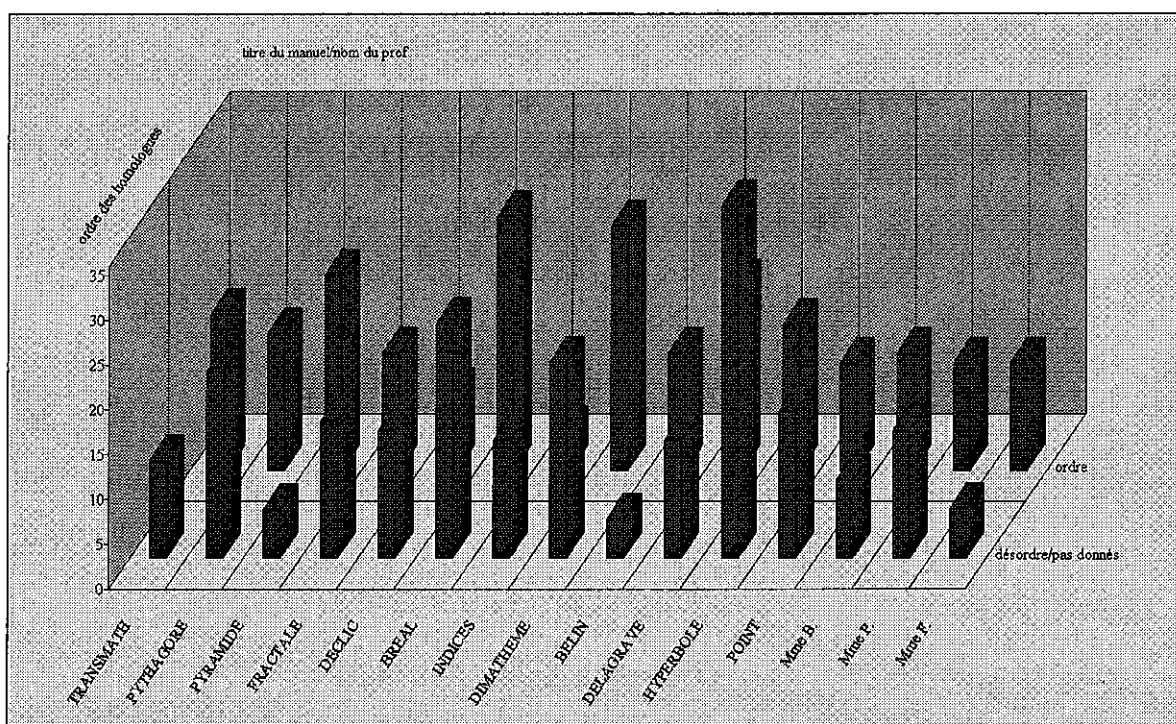


Figure 1 : traitement des sommets homologues dans les exercices des manuels et par les enseignants.

Plus généralement, nous avons regardé pour chaque manuel la complexité et la variété des tâches proposées (Fig. 2). Nous avons dressé, à l'aide du logiciel SPAD d'analyse de données, les tableaux suivants, dans lesquels nous avons comparé les niveaux de mise en fonctionnement à mobiliser dans les tâches des différents manuels et celles proposées par

les trois enseignants observés. Nous pouvons remarquer que les niveaux les plus simples sont généralement les plus travaillés.

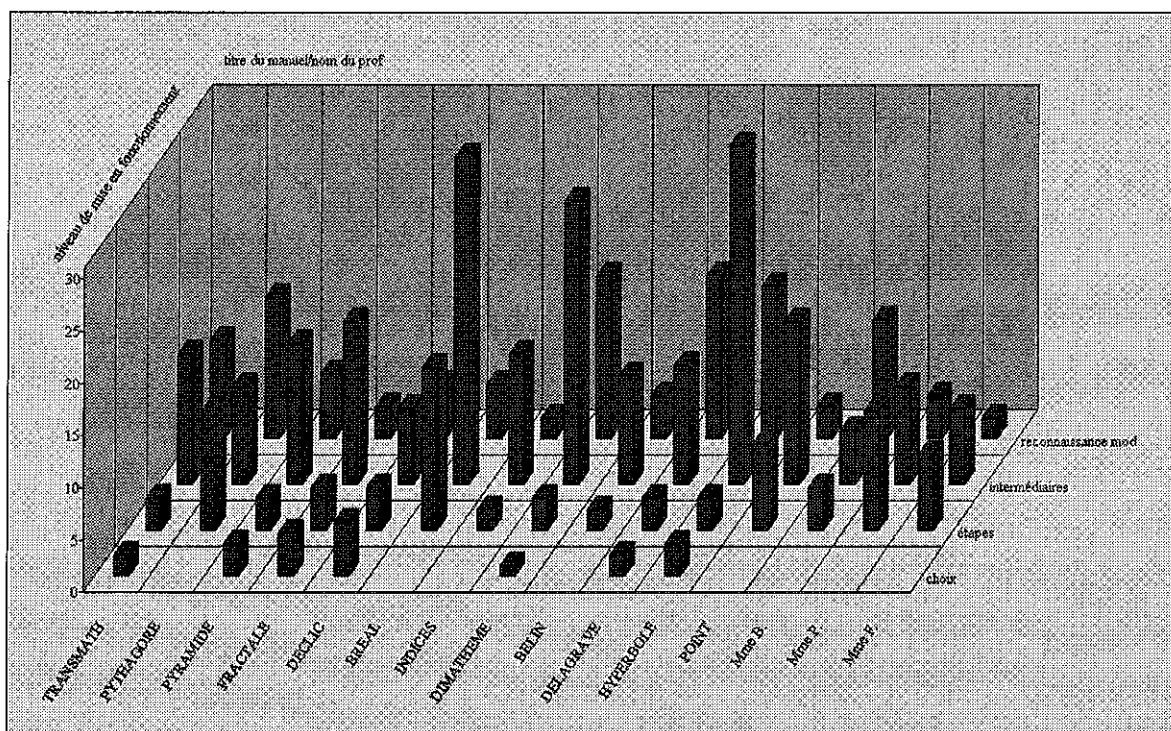


Figure 2 : niveau de mise en fonctionnement des propriétés nouvelles dans les manuels et dans les exercices proposés par les enseignants.

Enfin, nous avons cherché quelles propriétés, parmi les nouvelles, étaient utilisées dans les exercices de manuels (Fig. 3), en regardant si les problèmes posés permettaient de travailler le passage de l'égalité des angles aux rapports de longueurs, ou réciproquement. Nous avons ainsi constaté que certaines propriétés des triangles semblables étaient très peu travaillées. En particulier les tâches permettant de passer des longueurs aux angles sont moins représentées dans les manuels et dans les classes, et rarement avec un niveau de mise en fonctionnement très élevé.

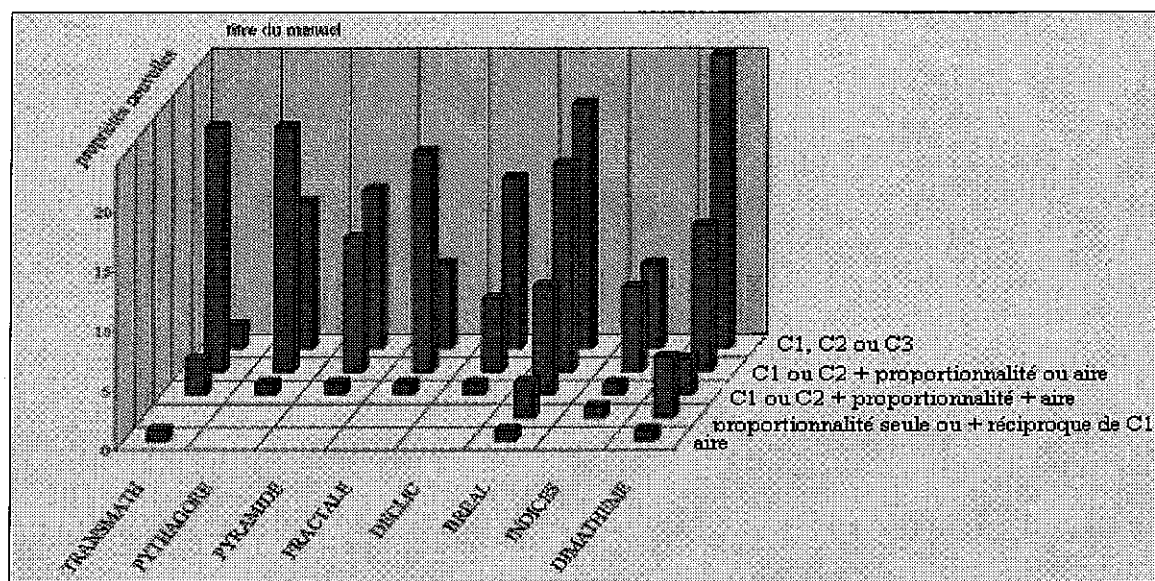


Figure 3 : travail des propriétés nouvelles dans les manuels.

En conclusion de ces analyses, nous retiendrons particulièrement que le lien entre triangles isométriques et triangles semblables est fait dans les programmes (et donc dans une certaine mesure dans les manuels), mais que la continuité entre triangles isométriques et semblables n'est pas évidente, étant donné qu'on dispose des transformations pour traiter l'un et pas pour l'autre. Les transformations sous-jacentes aux triangles semblables ne peuvent pas être évoquées, mais les notations y correspondent tout de même.

D'autre part, d'après l'analyse des manuels, certaines propriétés et difficultés sont peu travaillées, en particulier, on y trouve peu d'exercices sur l'association des côtés homologues. De plus, si on regarde l'utilisation faite des triangles semblables dans les exercices, on constate que bien souvent le recours aux triangles semblables n'est pas un outil indispensable (on peut avoir recours à la trigonométrie par exemple). Il serait intéressant pour nous de regarder l'évolution éventuelle des manuels de 2004, où il est possible par exemple, que la proportion d'exercices où les sommets sont donnés dans le bon ordre soit plus importante⁵⁵.

Notre analyse des programmes et des manuels nous a permis de constater qu'il n'y avait pas de méthode ou de justification proposée pour associer les éléments homologues des triangles semblables. Et pour cause : il "manque" des mathématiques pour pouvoir justifier et expliquer ce repérage. Or c'est une tâche que l'on retrouve dans de nombreux exercices de ce chapitre. Cette absence a certainement des conséquences sur la notion introduite dans

⁵⁵ Cela reste à vérifier !

l'enseignement de seconde, ce qui sera confirmé par les résultats obtenus dans les classes. Là encore, un lien éventuel avec la nouveauté du chapitre est à faire, et il nous faudrait vérifier - si les programmes ne changent pas - si les pratiques enseignantes ont évolué sur ce point.

Quelles difficultés cela va-t-il engendrer pour les élèves ?

III. Ce qui se passe en classe.

Les trois enseignants observés, Mme B., Mme P. et Mme F. ont pour premier point commun d'avoir eu la gentillesse d'accepter de laisser entrer une caméra dans leur classe !

1. Influence de la composante institutionnelle sur les pratiques.

Nous avons tenu compte, pour interpréter les choix des enseignants, du niveau de leur établissement et de leur expérience. Mmes F. et P. ont une longue expérience dans l'enseignement, et enseignent dans des établissements de bon, voire très bon, niveau. Mme B. a moins d'expérience et enseigne dans un lycée assez faible.

Nous avons regardé aussi comment les trois enseignants avaient choisi d'introduire les triangles semblables, ce qui nous a permis de constater la variété des introductions possibles. Le lien avec les triangles isométriques n'est pas fait de la même façon : Mme P. par exemple a laissé passer plusieurs mois entre les deux chapitres. Nous n'avons pas pu cependant mesurer l'influence de ces choix d'introduction sur les apprentissages des élèves. En ce qui concerne le repérage des sommets homologues, nous n'avons pas trouvé de discours ni de méthode chez les trois enseignants. Peut-être aurait-il fallu observer aussi le chapitre sur les triangles isométriques, mais nous ne l'avons fait que dans l'une des trois classes, sans y trouver plus d'éléments sur le sujet.

Lors des observations des deux derniers enseignants en 2005, dans le cadre du DEA, nous avons remarqué que les sommets étaient toujours donnés dans l'ordre en classe, or, lors du contrôle, ce n'était pas toujours le cas, et cela a visiblement posé de gros problèmes aux élèves, étant donnés leurs résultats médiocres à ces questions du contrôle.

Nous avons repéré des régularités dans les pratiques enseignantes sur ce chapitre, liées aux horaires (le temps passé sur le chapitre est sensiblement le même dans les trois classes), aux manuels (certains des exercices proposés, tirés de manuels, sont communs aux trois classes) et aux programmes (en rapprochant les difficultés de traitement du repérage des

homologues à un manque dans les programmes sur ce sujet). Cela confirme pour nous l'importance de l'influence de la contrainte institutionnelle sur les pratiques enseignantes.

Mais les choix des enseignants diffèrent parfois, par exemple en ce qui concerne la façon d'introduire la notion nouvelle, et probablement, comme nous allons le vérifier dans les classes, en terme de contenus et de déroulements. On pourrait mettre en relation ces variabilités entre professeurs avec le niveau des élèves.

Les activités des élèves sur cette notion sont-elles alors analogues ?

2. Influence des composantes cognitives et médiatives sur les activités des élèves en classe.

Comme nous l'avons annoncé dans notre méthodologie, nous faisons pour chacun des trois enseignants un bilan a priori de toutes les tâches qui ont été données en classe, (en classe entière, en module à la maison ou en contrôle) en terme de complexité (Tab. 1). Nous pouvons ainsi voir que le niveau des exercices proposés n'est pas le même suivant les professeurs, mais aussi pour un même professeur, suivant le type de travail. On pourrait rapprocher cela du niveau et des habitudes de l'établissement, par exemple.

type de tâches	Mme B.	Mme P.	Mme F.
en classe (complexité a priori)	simples	complexes	complexes
en demi classe (complexité a priori)	complexes	complexes	complexes
à la charge des élèves en classe (compte tenu du déroulement)	simples	complexes	simples
à la maison	simples	simples ou complexes	complexes
en contrôle	complexes	complexes	simples

Tableau 1 : bilan des tâches proposées dans les trois classes.

Mais une analyse des tâches seules ne nous permet pas de tirer des conclusions sur ce qu'on pu faire les élèves en classe, et il nous faut savoir à quel type de déroulement en classe les tâches sont associées. Nous regardons donc les aides fournies par les professeurs aux élèves pendant le travail en classe. Ces aides vont modifier plus ou moins la tâche prescrite, et, suivant le moment où elles interviennent, elles peuvent changer la nature des activités

possibles des élèves. Cela nous permet de savoir ce qui reste potentiellement à la charge des élèves, et, par conséquent, de mieux comprendre ce qui a pu être fait en classe. Ici par exemple les tâches a priori complexes de Mme F. se sont transformées en tâches simples compte tenu du déroulement.

Si nous comparons la complexité des tâches à la charge des élèves, avec celle des tâches du contrôle, nous remarquons ici encore un certain écart, dans certaines classes, entre ce qui a été fait en classe, et ce qui est demandé lors du contrôle. Il y a là une limite – très frustrante !- de la méthodologie : l'évaluation construite par l'enseignant ne permet pas toujours de répondre à certaines de nos questions. Ici par exemple, nous ne pouvons pas déterminer à partir des résultats au contrôle, si les élèves de Mme F savent résoudre seuls des tâches complexes. Pour savoir quelle influence les pratiques peuvent avoir sur les apprentissages il faudrait que le chercheur puisse poser un contrôle à partir de ce qui a été fait en classe, pour pouvoir comparer systématiquement ce qui a été fait et ce qui est évalué, mais nous n'avons pas pu le faire, faute de temps⁵⁶.

Nous constatons dans les trois classes des différences en terme de variété et de complexité des tâches proposées aux élèves sur les triangles semblables, et nous nous demandons évidemment quels sont les effets de ces choix sur les apprentissages des élèves.

Pour chaque tâche proposée en classe, nous renseignons les variables retenues, pour l'analyse de la tâche elle-même, mais aussi l'analyse du déroulement associé, par exemple ici pour l'un des exercices proposés dans la classe de Mme B. :

analyse de la tâche a priori				analyse du déroulement associé			
configuration	notions		NMF ⁵⁷	tps de silence	aides dispensées par l'enseignant		
	anciennes	nouvelle			sur quoi	quand	comment
triangles non emboîtés	somme des angles d'un triangle	C1	Calcul intermédiaire	2'55 au début	entrée dans la tâche, puis méthode	après un temps de recherche individuelle	questions ouvertes, rappels de cours, rappel de la consigne

Tableau 2 : analyse des tâches d'un exercice posé en classe (Mme B.).

⁵⁶ Le contrôle devant avoir lieu suffisamment rapidement après la fin du chapitre, pour ne pas perturber les habitudes de l'enseignant pour sa classe. En revanche, lors des deux observations du DEA de Cisse et Corlay, l'énoncé du contrôle a été donné par les chercheurs, et cela a permis de mettre mieux en évidence à travers les erreurs des élèves, l'influence de certaines pratiques.

⁵⁷ Niveau de Mise en Fonctionnement.

Pour préciser l'influence des choix de gestion sur les activités possibles des élèves, nous avons détaillé le déroulement de la résolution d'un exercice donné dans la classe de Mme F. (Tab. 3), en utilisant un grisé de plus en plus clair au fur et à mesure que la tâche initiale est simplifiée par les interventions de l'enseignant (cf. légende des niveaux de gris).

Intervention du professeur redéfinissant la tâche
Travail potentiel des élèves : choix et étapes
Travail potentiel des élèves : calcul d'intermédiaires
Travail potentiel des élèves : reconnaissance
Travail potentiel des élèves : correction, copie

Légende des niveaux de gris utilisés.

0 min 30	Ecriture de l'énoncé au tableau par l'enseignant Calcul d'intermédiaires (comparaison des angles), mélange de CI avec l'ancien (angle inscrit)
0 min30	Indication: il faut repérer les homologues
0 min30	Reconnaissance des modalités (repérage) et mélange avec l'ancien (angle inscrit)
0 min30	Indication : chercher un théorème plus ancien
0 min30	Un élève donne un paire d'homologues
1 min	Indication : le professeur donne l'autre paire d'homologues
0 min 30	Un élève donne l'ancien (angle inscrit)
1 min 30	Le professeur fait un rappel de cours sur l'ancien
4 min	Correction, les élèves copient

Tableau 3 : déroulement et influence sur les activités possibles des élèves (Mme F.).

Ici, l'énoncé seul ne nous aurait pas forcément renseigné sur ce sur quoi l'élève a potentiellement travaillé pendant les 9 min 30 qu'a duré cet exercice : en effet, la tâche qui nécessitait a priori un calcul intermédiaire et un mélange avec l'ancien, a rapidement été transformée en adaptation plus simple par l'enseignant.

C'est cette prise en compte du déroulement précis de la résolution de la tâche qui nous permet de mettre en relation les activités possibles des élèves en classe à leur résultats à un contrôle.

IV. Influence des activités possibles des élèves sur la réussite à un contrôle.

Pour illustrer maintenant l'influence de ces activités sur les apprentissages, nous présentons un exercice de contrôle donné dans l'une des trois classes, que nous analysons et mettons en parallèle avec les activités préalables des élèves sur les triangles semblables.

Cela va nous permettre d'interpréter les échecs et réussites des élèves à ce contrôle, et de dégager peut-être, des organisations du travail en classe qui sont plus ou moins bénéfiques pour l'ensemble des élèves.

1. Exemple de mise en parallèle des tâches du contrôle avec les tâches proposées en classe.

Enoncé d'un exercice de contrôle (Mme B.) :

On considère un cercle (C) et MNP un triangle inscrit dans ce cercle.

La bissectrice de l'angle $\widehat{NMP}$ coupe [NP] en D et (C) en E.

1) Démontrer que le triangle MNE et le triangle END sont semblables

2) En déduire que $EN^2 = EM \times ED$ ⁵⁸

A partir de l'analyse des tâches de cet exercice de contrôle, nous cherchons les exercices faits en classe au cours du chapitre qui ont pu préparer directement les élèves, c'est à dire des tâches similaires : en particulier portant sur une même notion nouvelle, associée aux mêmes connaissances anciennes et à la même configuration géométrique (Tab. 4 et 5). Bien sûr, les habitudes de travail des élèves en classe pour les autres exercices sont à prendre en compte, et l'ensemble des exercices a pu les préparer à chacune des deux questions de cet exercice de contrôle.

⁵⁸ Pour résoudre cet exercice, on démontre tout d'abord que les deux triangles sont semblables car ils ont deux angles respectivement égaux (C1), d'une part parce qu'ils ont un angle commun $\widehat{NEM}$, et d'autre part par transitivité, car ils ont tous deux un angle égal à l'angle $\widehat{DMP}$. On utilise l'écriture préconisée et les résultats de la première question pour repérer les sommets homologues (à l'aide des angles égaux) :

E N D

et E M N et on en déduit $EN / EM = ED / EN$ en utilisant la proportionnalité des côtés, puis on obtient l'égalité cherchée en effectuant les produits en croix.

	analyse de la tâche a priori				analyse du déroulement associé			
ex	configuration	notions		NMF	tps de silence	aides dispensées par l'enseignant		
		anciennes	nouvelle			sur quoi	quand	comment
q° 1	cercle, triangles emboîtés	angle inscrit	C1	calcul intermédiaire				
A	triangles non emboîtés	égalités d'angles	C1	Reconnaissance des modalités d'application	pas de tps de recherche	méthode, ancien	début	questions fermées
B	cercle, triangles non emboîtés	angle inscrit	C1	Reconnaissance des modalités d'application	module, long tps de recherche	individuelles		
C	cercle, triangles non emboîtés	triangle rectangle et cercle	C1	introduction d'étapes	module, long tps de recherche	individuelles		

Tableau 4 : comparaison des tâches de la question 1 du contrôle avec les tâches en classe.

	analyse de la tâche a priori				analyse du déroulement associé			
ex	configuration	notions		NMF	tps de silence	aides dispensées par l'enseignant		
		anciennes	nouvelle			sur quoi	quand	comment
q° 2	cercle, triangles emboîtés	algèbre sans x	Récipro que de C3	Reconnaissance des modalités d'application				
A	triangles non emboîtés	algèbre sans x	Récipro que de C3	Reconnaissance des modalités d'application	pas de tps de recherche	méthode, ancien	début	questions fermées
B	cercle, triangles non emboîtés	algèbre sans x	Récipro que de C3	Reconnaissance des modalités d'application	module, long tps de recherche	individuelles		
C	cercle, triangles non emboîtés	algèbre sans x	Récipro que de C3	Reconnaissance des modalités d'application	module, long tps de recherche	individuelles		

Tableau 5 : comparaison des tâches de la question 2 du contrôle avec les tâches en classe.

Pour la question 1 c'est l'exercice B qui semble être le plus proche de ce qui est demandé au contrôle, parmi tous les exercices qui ont permis un travail préalable de la caractérisation C1. En effet, la configuration est similaire, celle qui a été travaillée en classe étant un peu plus simple cependant, car au contrôle les triangles sont "emboîtés", ce qui ne facilite pas le repérage des sommets homologues. La connaissance ancienne associée est aussi la même dans les deux cas. C'est de plus un exercice pour lequel les élèves ont bénéficié d'un long temps de recherche.

Comment l'organisation du travail en classe pour l'exercice B va-t-elle influencer les résultats des élèves à un exercice similaire en contrôle ? Nous allons voir quels ont été les résultats des élèves à cet exercice de contrôle, et comment les interpréter.

2. Interprétation des résultats du contrôle.

Voilà les résultats des élèves aux deux questions de l'exercice de contrôle exposé ci-dessus (Tab. 6). Nous avons précisé dans les deux dernières lignes du tableau, les résultats des élèves par rapport au nombre d'élèves ayant abordé l'exercice, et en fonction du niveau de l'élève.

contrôle	question 1	question 2
exercices similaires en classe	3 exercices	3 exercices
configuration	la même qu'en classe	la même qu'en classe
notions anciennes	les mêmes qu'en classe	les mêmes qu'en classe
notion nouvelle	Identique	identique
NMF contrôle / classe	plus difficile	plus facile
type de travail	long temps de recherche	long temps de recherche
bonne réponse / abordé	10 / 25	23 / 25
bon / mauvais élève	10 / 0	16 / 7

Tableau 6 : résultats des élèves aux deux questions du contrôle (Mme B.).

La différence de préparation du point de vue des niveaux de mise en fonctionnement des propriétés nouvelles est la principale différence entre ces deux questions du contrôle. De plus dans les deux cas, les élèves avaient bénéficié d'un long temps de recherche, dont on peut supposer qu'il avait pu provoquer des activités réelles sur les propriétés nouvelles en question.

Nous remarquons ici que l'activité la plus réussie a été travaillée en classe avec un niveau de mise en fonctionnement plus simple que celui demandé au contrôle, ce qui n'est pas le

cas de la question qui a été moins bien réussie. Il semblerait donc que les élèves n'aient pas surmonté la difficulté d'un niveau de mise en fonctionnement plus élevé en contrôle, lorsque celui-ci n'avait pas été travaillé lors d'une tâche similaire. En fait, seuls les bons élèves ont réussi cette tâche, et on pourrait penser que la forme de travail adoptée, a pu ne pas être bénéfique pour tous les élèves, bons ou mauvais.

Une autre constatation importante que nous pouvons faire, et qui ne peut pas se lire directement dans ces deux tableaux, est la difficulté de l'enchaînement entre ces deux questions. En effet, cela suppose de réaliser le repérage des sommets homologues dans les triangles, afin d'associer correctement les longueurs des côtés homologues. Cette étape nous donne l'occasion de voir si les élèves ont assimilé cette tâche incontournable. Or ici nombreux sont les élèves qui n'ont pas réussi à démontrer la similitude des deux triangles (question 1), mais qui ont pourtant abordé avec succès la question suivante, qui en découlait. Nous remarquons alors en observant les techniques adoptées dans les copies, que beaucoup reposent sur une sorte de "triche"⁵⁹ : certains élèves déduisent les côtés homologues à partir de la réponse finale attendue sur les longueurs, et non de la reconnaissance des sommets. Cela peut être rapproché du fait que le professeur a souvent pris en charge cette étape de la résolution dans la classe. Ce qui s'explique aussi par l'absence d'éléments à ce sujet dans les programmes scolaires de mathématiques.

D'après cet exemple, il semblerait que le découpage en niveaux de mise en fonctionnement soit bien une variable pertinente de l'analyse des tâches pour évaluer les apprentissages des élèves. L'organisation du travail en classe, ici un long temps de recherche individuelle, avec peu ou pas d'interventions du professeur, sans mise en commun, semble n'avoir été bénéfique qu'aux "bons" élèves : il leur a permis de surmonter, lors du contrôle, la difficulté d'un niveau de mise en fonctionnement supérieur à celui qui a été travaillé en classe. Enfin, la difficulté liée au repérage des homologues, qui émergeait de notre analyse de la notion, semble être avérée pour les élèves.

V. Nos résultats et leurs limites.

En réalisant l'analyse précédente pour chacun des trois contrôles, nous avons pu, par comparaison, tirer des conclusions sur les rapports entre le couple (*tâches, déroulement*) en classe et les apprentissages des élèves. De plus, nous avons pu établir des résultats sur la

⁵⁹ Même s'il n'est jamais inutile de tenir compte du résultat attendu ! Ici cela semble surtout permettre aux élèves de contourner la difficulté du repérage des homologues.

variété et la stabilité des pratiques sur ce chapitre, que nous ne détaillerons pas ici (Horoks 2006).

Pour comparer nos analyses pour les trois enseignants, nous nous sommes cependant retrouvée confrontée à un problème, lié aux grandes différences de niveau entre les trois classes. Pour contourner ce problème, nous avons choisi de comparer les trois contrôles en essayant de repérer dans chaque cas les exercices de contrôle le mieux et le moins bien réussis, ainsi que celui où les résultats des élèves sont les plus hétérogènes.

1. Les apprentissages en lien avec les activités possibles des élèves.

En ce qui concerne ce qui caractérise l'exercice de contrôle le mieux réussi, nous pouvons voir dans chacune des trois classes qu'il est associé à une préparation préalable en classe, à travers des applications plus difficiles ou de même difficulté que celle du contrôle, et parfois même à travers une répétition d'applications similaires. Dans les trois cas, il s'agissait d'un exercice nécessitant l'application de la caractérisation C1 (dans sa version simplifiée) qui est la propriété qui a été travaillée le plus souvent dans les classes. C'est aussi celle que l'on retrouve le plus fréquemment dans les exercices des manuels. Enfin, dans les trois cas, l'exercice en classe qui se rapproche le plus de celui du contrôle a été réalisé dans des conditions où l'élève peut bénéficier d'un certain temps de travail individuel (travail en module ou à la maison).

Il semble donc que les élèves sont capables de réaliser seuls certaines tâches lorsqu'ils y ont été réellement confrontés au préalable, et qu'ils ont eu à les travailler par eux-mêmes, alors qu'elles étaient associées aux mêmes connaissances et dans des configurations similaires à celles du contrôle. Nous remarquons par ailleurs que lorsque le travail préalable en classe n'est pas aussi difficile que celui qui est attendu au contrôle, les élèves échouent au contrôle de manière significative, et ce quelle que soit la forme de travail adoptée en classe. Cela semblerait indiquer que les connaissances des élèves ne sont pas transférables à des niveaux de mise en fonctionnement plus élevés.

Pour ce qui caractérise l'exercice de contrôle le moins bien réussi, la comparaison des trois classes ne donne pas de critères immédiats. Les exercices qui ont posé plus de difficultés aux élèves portent sur des applications de propriétés différentes. Mais en cherchant plus avant, nous pouvons constater qu'il s'agissait dans les trois cas de questions qui nécessitaient un repérage non trivial des homologues de la figure. Cette difficulté avérée

pour les élèves n'est pas liée uniquement à l'organisation du travail en classe par le professeur, mais il s'agit tout de même d'un élément important des choix des professeurs, qui n'ont pas proposé de travail spécifique sur ce repérage. Il nous faut regarder alors plus précisément comment, dans les exercices où ce repérage est indispensable, est prise en charge cette tâche. Est-ce que ce sont les élèves qui en ont l'initiative ? Ou bien est-ce toujours indiqué par le professeur, voire par l'ordre des lettres dans les énoncés ? Dans les trois classes observées, c'est en effet l'enseignant qui prend le plus souvent à sa charge le repérage des homologues.

Nous avons regardé, enfin, ce qui caractérisait l'exercice du contrôle pour lequel les élèves avaient obtenu les résultats les moins homogènes dans chaque classe, c'est à dire ceux pour lesquels il y avait une différence notable entre les réponses des "bons" et des "mauvais" élèves, tels que nous les avons classés. Dans chaque cas, il s'agit d'un exercice qui a été préparé uniquement à travers des activités laissant une plus grande autonomie aux élèves : lors d'un travail à la maison, ou en classe, mais surtout sans intervention du professeur pendant, ou après l'activité⁶⁰. Cela semblerait indiquer que le travail autonome des élèves n'est pas bénéfique de la même façon pour tous les élèves, et cela rejoint les résultats obtenus par Félix (2004).

2. Conclusion et limites.

Nos approximations nous ont permis de répondre aux questions que nous nous posions au départ : nous avons pu en effet souligner l'influence de la contrainte institutionnelle sur les pratiques enseignantes, mais aussi mettre en évidence des liens entre ces pratiques et les apprentissages des élèves. Cela nous a permis de montrer l'influence différenciée des organisations du travail en classe sur la réussite des élèves à un contrôle, et de dégager en particulier différents types de manques pour les élèves (liés à la fois aux programmes et aux activités en classe).

Un premier manque, que nous avons annoncé dès l'analyse de la notion, est celui lié aux programmes et manuels scolaires, et ce quels que soient les choix du professeur en ce qui

⁶⁰ Dans l'une des trois classes (celle de Mme B.), l'exercice de contrôle où la différenciation entre les élèves est la plus nette, a été préparé plus spécifiquement à travers une séance de travail en petits groupes, et il nous a été impossible d'observer finement pour chaque élève, voire pour chaque groupe, comment les interventions occasionnelles et personnalisées du professeur pouvaient modifier la nature des activités. Mais nous avons tout de même pu constater lors de cette séance l'absence d'intervention collective pendant et après le travail des élèves - donc d'institutionnalisation - et la mettre vraisemblablement en relation avec les résultats hétérogènes des élèves.

concerne la gestion de sa classe. Ici en effet, le problème du repérage des homologues est avant tout lié à un vide dans le programme (relayé par les manuels) qui n'a visiblement pas permis aux professeurs d'offrir aux élèves une méthode systématique de repérage, et encore moins une justification mathématique de la technique éventuellement indiquée.

Les limitations suivantes concernent davantage des déroulements singuliers. Une limitation éventuelle est le peu de variété des tâches proposées aux élèves par rapport au possible. Dans les classes, certaines applications sont peu travaillées, voire pas du tout, et cela peut être mis en relation avec l'incapacité des élèves à les réaliser seuls par la suite, lors du contrôle. Cela peut être encore une fois rapproché de contraintes institutionnelles : à la fois la nécessité de respecter les horaires, mais aussi l'impossibilité de trouver des exercices adéquats dans les manuels, où l'on retrouve, à une plus ou moins grande échelle suivant les ouvrages, ce même manque de diversité.

En regardant ce qui est réellement dévolu à l'élève, en termes d'entrée dans la tâche, mais aussi en terme d'adaptation des théorèmes, nous constatons que les activités possibles des élèves ne reflètent pas toujours les tâches proposées, compte tenu des interventions du professeur. Ici en effet deux des trois professeurs réduisent, pour des raisons certainement différentes, les activités des élèves à un travail sur des tâches simples et / ou isolées.

Enfin, nous avons pu repérer certains manques liés aux discours tenus dans chaque classe, par exemple dans les discours de validation : le manque d'institutionnalisation chez Mme B., à la suite d'une séance de travail en petits groupes, pourrait être un frein à l'apprentissage des moins bons élèves.

Une question se pose cependant, celle de l'influence du choix de la notion sur nos résultats, et en particulier les effets de son retour récent dans les programmes. D'où la nécessité de regarder comment les pratiques ont évolué depuis cette étude. Les deux dernières observations ont eu lieu quelques années plus tard, et le fait que ces deux enseignants aient donné systématiquement en classe les sommets homologues dans l'ordre n'est peut-être pas une coïncidence !

Bibliographie

- Felix C. (2004), Les gestes de l'étude personnelle chez les collégiens : une perspective comparatiste. *Spirale*. 33, 89-100
- Horoks J. (2006), Les triangles semblables en classe de seconde: des enseignements aux apprentissages – Etude de cas. *Thèse de doctorat, Université Paris 7*.
- Margolinas C. (1992), Eléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. *Recherche en Didactique des Mathématiques*. 12.1, 113-158
- Pariès M. (2004), Comparaison de pratiques d'enseignants de mathématiques, relations entre discours des professeurs et activités potentielles des élèves. *Recherches en didactique des mathématiques*. 24.3, 251-284
- Robert A. (2003), Tâches mathématiques et activités des élèves : une discussion sur le jeu des adaptations individuelles introduites au démarrage des exercices cherchés en classe. *Petit x*. 62, 61-71.
- Robert A. & Rogalski J. (2002), Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*. 2.4, 505-528.
- Rogalski J. (2005), Piaget et Vygotski : apports croisés pour une approche développementale, *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, 237-262.