Analyse de l'action conjointe professeur-élèves dans le traitement d'un problème d'agrandissement de distances[1].

Francia Leutenegger & Florence Ligozat

Faculté de Psychologie et des Sciences de l'éducation
Université de Genève

Cette étude se propose de montrer un exemple du fonctionnement de l'action didactique dans le cadre de la résolution d'un problème d'agrandissement proportionnel de longueurs, en fin de cycle d'étude primaire dans l'enseignement genevois (grade 6). En référence à différents travaux de description de l'action du professeur qui se sont succédés ces dernières années (Sensevy 2001, 2002 ; Sensevy, Mercier & Schubauer-Leoni, 2000 ; Sensevy, Mercier, Schubauer-Leoni, Ligozat & Perrot, 2005), nous soutenons la thèse que l'on ne peut comprendre l'action du professeur sans décrire celle des élèves. Ce constat a conduit plusieurs d'entre nous à envisager une théorisation l'activité didactique sous l'angle d'une action conjointe du professeur et des élèves, telle qu'elle peut s'actualiser dans des conditions ordinaires (Schubauer-Leoni, Ligozat, Leutenegger, Sensevy & Mercier, 2004 ; Sensevy & Mercier, sous presse). Nos recherches se concentrent donc sur l'élaboration d'un modèle de cette action conjointe, qui permet de décrire les formes de l'action humaine, spécifiée par les contraintes du didactique. Les analyses qui suivent sont l'occasion de montrer l'état d'avancement des travaux de l'Equipe Genevoise de Didactique Comparée sur l'opérationnalisation de ce modèle. D'une part, nous rappelons brièvement ses enjeux et les principaux éléments de sa structure et d'autre part, nous le faisons travailler sur des matériaux empiriques issus d'une recherche sur la place de la notion d'échelle cartographique en mathématique et en géographie dans l'articulation primaire / secondaire. Précisons que les matériaux que nous utilisons ont déjà fait l'objet

[1] Cette étude a fait l'objet d'un article proposé à la revue Recherches en Didactique des Mathématiques, sous le titre (provisoire) "L'action conjointe et l'émergence de situations dans le didactique ordinaire. Le cas d'un problème d'agrandissement de distances" (Leutenegger&Ligozat, soumis).

d'une première exploration pour l'étude des connaissances antérieures des élèves dans la dynamique des apprentissages scolaires (Mercier & Le Maréchal, 2006) dans le cadre de l'appel d'offres Ecole et Sciences Cognitives (2003). Nous disposons donc d'une description approfondie des procédures de certains élèves dans leurs différentes tentatives de résolution d'un problème de proportionnalité en classe. En élargissant à présent la focale à l'analyse de l'action conjointe du professeur et des élèves, nous montrons comment le travail des élèves observés et la mobilisation de certaines techniques deviennent des éléments de participation des élèves au processus d'enseignement (au sens de Mercier, 1999). Ceci nous permet de questionner la place que cette participation vient à prendre dans le cours de l'action conjointe, résultant d'une dynamique de milieux et de topos différentiels.

1. Cadre théorique

1.1 L'étude du didactique ordinaire

De façon générale, l'élaboration d'un modèle de l'action didactique tente de répondre à la nécessité de comprendre les formes d'ingéniosité pratique (Sensevy, 2001 ; Schubauer-Leoni & Dolz, 2004) dont le didactique ordinaire est le siège. Par « didactique ordinaire », nous désignons ce qui fonctionne au quotidien dans les classes, sur la base des manuels disponibles et des constructions plus ou moins personnelles des enseignants, en dehors de toute intervention de recherche visant à promouvoir une pratique d'enseignement privilégiée. Dans ce contexte, on ne peut pas affirmer, a priori, que les pratiques ordinaires fonctionnent selon les canons épistémologiques qui sont présents dans les situations d'ingénierie didactique et ni qu'elles sont garantes de l'organisation des savoirs scolaires tels qu'ils sont prescrits par la noosphère. Il y a donc matière à observer et à comprendre de quoi est fait l'ordinaire de la classe de mathématique (dans lequel tout de même, nombre d'élèves apprennent...) pour déterminer a posteriori ce qui fait (ou ne fait pas) système d'enseignement et d'apprentissage, à la lumière des théories didactiques disponibles, telles que la théorie des situations (Brousseau, 1998) et de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1991, 1992).

Sur le plan des finalités du modèle de l'action conjointe du professeur et des élèves, nous cherchons à dégager des catégories susceptibles de décrire et comprendre l'agir2, en situation d'enseignement et apprentissage sur des contenus spécifiés, et donc articuler l'étude des pratiques effectives avec l'étude épistémologique des savoirs sous le couvert de différentes institutions (Schubauer-Leoni & Leutenegger, 2005). Ce modèle comporte donc (au moins) une double ambition comparatiste, à savoir :

la mise en évidence de pratiques spécifiques et/ou génériques entre différents enjeux de savoirs, qui peuvent exister à l'interne d'une discipline mais aussi entre les disciplines et plus généralement au sein des diverses institutions, auxquelles l'apprenant (enfant ou élève selon les cas) se trouve assujetti. Il s'agit de comprendre à quelles conditions les œuvres/pratiques sociales « déjà là » se recomposent chez les sujets, dans le mouvement de transmission des savoirs.

un travail de spécification / conversion de concepts théoriques tels que les notions d'activité, action, intention, pratiques ...etc., portées actuellement dans les disciplines d'étude des dimensions du travail humain, et dont le statut émane d'autres champs disciplinaires, tels que la psychologie, sociologie, la philosophie analytique ou encore les sciences du langage. On peut citer en particulier les travaux de Bronckart (2004), Fillietaz (2002) ou encore Vernant (1997), qui, depuis un point de vue psycho-linguistique, tentent de montrer l'intérêt d'une distinction entre activité, action de la personne singulière et action collective, en remontant aux différentes significations des concepts d'activité et action, puis en les déplaçant pour les besoins de l'étude de l'activité humaine à travers les discours. L'enjeu d'un travail de conversion / spécification pour la didactique n'est pas tant dans le fait de se situer absolument, ni « d'appartenir » à un domaine de référence plutôt qu'un autre. Il se situe bien plus dans ce que le travail de spécification est susceptible de montrer, ce que des éléments de théorie plus vaste peuvent produire de neuf et la manière dont le didactique les renvoie à leurs limites. Question ouverte bien sûr, que nous n'allons pas développer ici, mais dont nous avons entamé l'étude ailleurs (Schubauer-Leoni, Leutenegger, Ligozat & Fluckiger, sous presse) pour montrer comment la dialectique entre action collective et action singulière dans l'activité, permet de théoriser la notion d'action conjointe dans le cas du didactique.

---

[2] Au sens de Bronckart (2004), qui utilise le terme « agir référent » pour désigner les chaînes de procès observables dans les formes d'intervention des humains dans le monde.

1.2 Fondements d'un modèle de l'action conjointe du professeur et des élèves

Nous allons maintenant exposer quelques concepts sur lesquels repose le modèle de l'action conjointe P-ELs, tout en précisant qu'il ne s'agit pas d'un « produit fini ». De nombreux points aveugles subsistent, et l'un des moyens de les débusquer est sans doute de mettre le modèle à l'épreuve des données empiriques, ce à quoi nous nous attelons dans la deuxième partie de ce texte.

En premier lieu, pourquoi parler de l'action « conjointe » P-Els ? Plus qu'un partage de buts communs, c'est plutôt une interdépendance des actions que nous voulons mettre en exergue. Partant de l'activité comme un phénomène collectif, nous dirons avec Bronckart (2004) que l'action d'une personne singulière est bien une sorte de segmentation selon un processus réflexif de l'activité sociale en fonction de responsabilités, intentions et finalités ; que ce soit par une évaluation externe de l'actant par ses pairs en regard de l'effet produit, ou que ce soit par une évaluation interne de l'actant3 lui-même impliqué dans l'activité. La spécification du concept d'action en didactique réclame une double prise en compte : le fait que l'action de l'élève est contrainte (jusqu'à un certain point) par celle du professeur ; en retour, l'action du professeur est orientée par celle de l'élève, les attentes des deux parties étant sans cesse renégociées dans le contrat didactique. Ceci n'exclut pas des actions ponctuelles dérivées, concourantes et concurrentes, pour reprendre les termes de Vernant (1997) sur la collaboration, au sein du processus d'action conjointe. La métaphore du jeu, héritée de la théorie broussaldienne4, rend bien compte de cela, en posant que le professeur ne gagne à son jeu que si l'élève lui même gagne à son jeu sur un milieu donné. Dans ce jeu, l'élève doit faire face à une incertitude que le professeur doit réduire si l'élève s'éloigne trop des stratégies attendues, ou augmenter si l'élève se « sur-adapte »5 à des

---

[3] Acculturé aux critères d'évaluation des pairs, il devient apte à se les appliquer.

[4] Reprise dans les travaux de Sensevy & Mercier (Ed), sous presse.

[5] En pratiquant des analogies trop rapides, l'élève ne prend en compte que des indices de surface et n'entre pas dans le jeu réellement.

enjeux trop restreints dans le contrat didactique. Il y a donc la nécessité de penser ensemble l'action de l'enseignant et de l'enseigné car elles se trouvent guidées par « des finalités conjointes », qui assurent le maintien de la relation didactique entre « trop » et « pas assez » d'incertitude dans le jeu.

Ces finalités conjointes peuvent être pensées comme une macrostructure qui contribue à faire que chacun gagne à son jeu dans les institutions didactiques. Sensevy, Mercier & Schubauer-Leoni (2000) ont posé quatre dimensions fondamentales de l'action conjointe : définir, dévoluer, réguler l'incertitude, instituer. Ce sont bien sûr des fonctions générales qui sont postulées comme génériques de l'activité didactique; elles coexistent à différents niveaux (grain plus ou moins fin de l'observation) de réalités des processus didactiques, allant des micro institutions qui font avancer le temps didactique de manière presque imperceptible dans une séance, aux macro systèmes de définitions qui s'opèrent par des changements de milieux pour passer d'une situation à une autre, par exemple. Ensuite, l'action didactique du professeur, plus spécifiquement, peut être caractérisée par des entités praxéologiques telles que des types de tâches et des techniques d'enseignement. Mais ce sont d'abord les manières de faire, donc des gestes techniques qui sont accessibles à l'observation. La détermination de types de tâches ne peut se faire que sur la base d'une articulation des techniques observables pour produire des niveaux de description plus large de l'activité didactique, et pour lesquels on ne dispose pas d'un mode de désignation a priori ou culturellement construit. En l'état de nos travaux, nous avons dégagé trois grandes familles de techniques qui caractérisent l'activité didactique (la construction de la référence et la gestion des territoires et des temporalités), mais dont la théorisation en terme de tâches restent encore à affiner. Nous reviendrons sur ces trois registres un peu plus loin car ils jouent un rôle central dans nos analyses.

Pour finir, un dernier concept et non des moindres sur lequel repose le modèle de l'action conjointe P-ELs est le contrat didactique décrit par un triplet de genèses.

- *La mésogenèse*, en référence à Chevallard (1992), définit la dynamique des objets (au sens large, qu'ils soient de nature mathématique ou non) qui produisent des

déplacements de « milieux6 ». Dès lors que les sujets établissent des rapports avec certains objets, ils se mettent non seulement à exister sous une forme singulière mais encore, la relation didactique, et en particulier l'évolution des attentes du contrat, viennent sans cesse en faire exister d'autres, à partir des premiers. Chaque objet de la mesogenèse est potentiellement un moyen de faire progresser le temps didactique en fonction des rapports que les sujets y établissent (selon les positions dissymétriques du professeur et des élèves, mais encore, entre les élèves eux-mêmes).

- *La topogenèse* décrit l'évolution du partage des responsabilités et des tâches, en fonction de certaines dispositions7, ou rapport au savoir des sujets didactiques. Ce partage se modifie suivant la nature de l'objet ou tâche qui vient occuper le devant de la scène dans la mesogenèse. Ainsi la dissymétrie professeur / élèves qui caractérise tout système didactique peut se voir momentanément modifiée par le jeu d'un trilogue (Schubauer-Leoni, 1997 ; Schubauer-Leoni et al, 2004), dans lequel un élève particulier peut se faire le porte-parole d'un savoir censé être connu de tous.
- *La chronogenèse* décrit la dynamique des objets sur lesquels le professeur s'appuie pour faire évoluer son projet d'enseignement et le temps didactique. Elle est donc plutôt l'affaire du professeur ; car si en certaines occasions, on peut observer que des élèves8 exhibent fort à propos des objets de nature à servir le projet du professeur, celui-ci n'est pas nécessairement prêt à les accueillir. Nous postulons que mésogenèse et chronogenèse ne sont pas superposables. Alors que le concept de mésogenèse comprend l'ensemble des objets et des rapports à ces objets qui s'établissent, la chronogenèse est plus restrictive aux objets qui sont directement sous la responsabilité du professeur.

Il en ressort que pour l'étude de l'action conjointe P-Els, la mésogenèse est ce que nous allons examiner prioritairement dans l'ordre des analyses, avant de remonter aux

---

[6] Le terme figure entre guillemets car si l'on n'a pas affaire à des objets mathématiques, on s'éloigne de son sens d'origine tel que défini dans la théorie des situations (Brousseau, 1998).

[7] Au sens de Sensevy (2001), ce terme incorpore la notion de schème comme le résultat d'une acculturation qui produit un usage étroitement lié à une situation qui lui a donné naissance.

[8] Que nous qualifierons de "mésogènes" (Schubauer-Leoni & Leutenegger, 2005).

caractéristiques des deux autres genèses. Nous réservons donc le concept de milieu (au sens de Brousseau, 1990) au domaine de l'interprétation a posteriori, lorsque l'observation révèle des configurations d'objets et de règles d'action, au sein de la mésogenèse, qui sont à même de permettre la reconstruction de certains enjeux mathématiques d'une situation pour l'élève. La prise en compte de ce triplet de genèses nous a permis, dès les premiers travaux de modélisation dans le cas de la Course à 20 (Sensevy, Mercier & Schubauer-leoni 2000), de définir trois catégories de techniques observables dans l'activité didactique.

Une typologie de techniques pour décrire l'action conjointe P-Els [Titre 2]

Nous en venons maintenant aux détails du modèle proprement dit, pour lequel un tableau récapitulatif des différentes catégories et sous-catégories figure en annexe 1.

Techniques d'action mésogenétiques

- Dénomination / désignation d'objets du dispositif (OD) ;
- Elaboration de règles d'action (RA) pour réaliser une tâche / gagner à un jeu de l'ordre du faire, du dire ou du prouver ;
- Dénomination / désignation de traits pertinents (TP) ou non pertinents (TnP) ;
- Identification de contradictions (CTRD) ou alternative (ALT) ;

Ces catégories mésogénétiques apparaissent enchâssées dans des formats de communication propres à l'interaction didactique et qui font que l'on opère des distinctions sur chacune des catégories (OD, RA, TP ou CTRD) selon que (i) la proposition émane de l'enseignant, par des gestes d'indication / prescription, (ii) que la proposition émane d'un élève, puis est reprise immédiatement par l'enseignant, ou qu'il y fait allusion plus tard sous forme d'une résonance, (iii) que la proposition émane d'un élève, mais suscitée par une question ad hoc de l'enseignant.

Techniques d'action topogénétiques

- Accompagnement de P dans les phases de transitions de l'activité des Els;
- Modulation des postures de P par rapport à une tâche (mimétisme, mise à distance, surplomb)
- Organisation, maintien ou modifications de coalitions (P+EL / Classe ou P+ Classe / EL(s))

Techniques d'action chronogénétiques

- Appel à la mémoire didactique
- Orientation d'actions possibles
- Ralentissement / accélération de l'action et du « débit » des objets
- Annonce d'indice de fin
- Déclaration d'avancées
- Relances

Les techniques d'action, respectivement topogénétiques et chronogénétiques font parties de ce que nous identifions comme la gestion des territoires et des temporalités dans les interactions didactiques. Ces techniques sont en principe déterminées à partir des éléments mésogenétiques, qui constituent une référence pour le cours de l'action conjointe P-ELs. En terme de type de tâches, la construction de la référence et la gestion des territoires et des responsabilités font partie des responsabilités que le professeur doit assumer. Par rapport à ces types de tâches, reste à approfondir comment le « conjoint » des actions du professeur et des élèves s'actualise. Pour l'heure, les trois familles de techniques que nous avons présentées ci-dessus restent encore assez centrées sur les gestes du professeur, tout en tenant compte de ce qui se passe au niveau de l'élève. Un des axes du développement du modèle est sans doute dans une caractérisation plus fine des modalités d'action des élèves dans le processus d'enseignement et apprentissage, en suivant la voie ouverte par les travaux de Mercier (1999, 2002). Quelques exemples à propos de la Course à 20 montrent que la mise en place des objets du dispositif (verbaux, graphiques, matériels) et l'élaboration de règles d'action constitutives du jeu s'associent étroitement :

OD → commence à 1 / finit à 20 / pas de 1 ou 2...etc.,

RA → on ne peut ajouter que 1 ou 2 / on ne peut pas retrancher, ou encore lorsque l'enseignante instaure un milieu pour la validation : « vous avez fait des découvertes, il va falloir les proposer »

La mise à jour de traits pertinents ou de traits non pertinent de la situation (dans les domaines du faire, du dire et du prouver) et le repérage de contradictions ou alternatives s'imbriquent également dans des règles d'action qui deviennent alors plus stratégiques ou techniques :

TP (faire) → Sur la feuille d'un El, on peut voir qu'il essaie de jouer le 17 à chaque coup

TP (dire) → Annoncer qu'il faut « mettre le 14 et le 17 » est un trait pertinent pour l'action qui peut être associé à une règle d'action si l'enseignant décide de renvoyer les élèves au jeu, pour essayer la proposition .

TP (prouver) → Déclarer que « si on met le 14, alors l'adversaire il ne peut mettre que le 15 ou le 16 et soi-même, on accède à 17 » est un trait pertinent pour la validation.

CTRD → L'élève qui dira « oui mais moi j'ai fait une partie où le 15 ça a marché », fait état d'un trait non pertinent qui vient s'ériger en contradiction par un retour dans le milieu de l'action, et que l'enseignant aura tout intérêt à utiliser pour susciter les arguments de validation.

Sur la base de ces quelques exemples, on voit déjà que ces catégories sont inclusives. L'énonciation d'un trait pertinent en fait un objet du dispositif, dont certains élèves vont s'emparer et d'autres pas, nous aurons l'occasion de le voir dans notre étude empirique. C'est ainsi qu'elles contribuent à montrer comment se construit dynamiquement la référence, soit un monde supposé partagé par les instances de la relation didactique, (même si ce n'est qu'une fiction) et c'est une des dimensions essentielles du travail du professeur.

Il ne fait aucun doute que cette catégorisation est le résultat d'un processus inductif, mais pas seulement. En travaillant sur plusieurs leçons Course à 20 (Schubauer-Leoni et al, 2004), nous avons profité de la robustesse de cette situation conçue depuis l'ingénierie, pour fixer les premiers éléments de catégorisation. Il nous appartient maintenant de les mettre à l'épreuve d'autres matériaux, et c'est ce à quoi nous nous employons. Sans détailler, précisons que pour chacun des objets étudiés, que ce soit dans le domaine du système de numération (Ligozat 2002, 2004), du dénombrement dans les petits degrés

(Schubauer-Leoni et al., sous presse) ou encore de la mesure des grandeurs (Ligozat, 2005, thèse en cours), c'est l'analyse a priori du problème, traité dans l'activité collective de la classe, qui nous permet de procéder à la catégorisation.

2. Dispositif de recherche et enjeux

2.1 Contexte de la recherche

Les données empiriques que nous allons présenter font partie d'un travail plus global sur la place de la notion d'échelle dans les enseignements de mathématique et de géographie à l'articulation entre la fin de l'enseignement primaire et le début du cycle d'orientation genevois (secondaire inférieur). Brièvement, nous rappellerons qu'il existe deux notions d'échelle en géographie :

L'échelle cartographique désigne un outil mathématique (facteur de réduction de type 1/n) qui permet de représenter certaines propriétés (longueurs & surfaces) d'un espace réel sur une surface de papier plus petite et inversement, à partir d'une carte donnée, de remonter aux grandeurs réelles. A noter que seuls certains objets sont concernés par la transformation, tels que la distance d'une ville à une autre ou la surface d'un lac, pour autant que les grandeurs en jeu aient une taille critique. En effet, un stade peut être représenté à l'échelle (ellipse dont les diamètres sont proportionnellement plus petits) ou non (un symbole, point, ovale ou autre, défini dans la légende). La décision de représenter un objet proportionnellement à sa taille réelle dépend en partie de la taille de l'échelle choisie (plus la fraction 1/n est petite, plus il est difficile de représenter des petits objets) mais aussi des buts que le géographe assigne à la carte qu'il construit.

L'échelle géographique désigne un niveau d'analyse de problématiques en géographie humaine, parmi d'autres plus restreints ou plus globaux (Ex : les enjeux du développement des pistes cyclables, à l'échelle du quartier, de la ville, de la région etc.)

L'articulation entre ces deux types d'échelles au niveau de l'enseignement de la géographie est au cœur d'une problématique de thèse (Chiesa Millar, 2004, thèse en cours). Nous y avons adossé des investigations du côté des mathématiques plus spécifiquement, pour considérer comment les problèmes d'agrandissement et de réduction de grandeurs géométriques sont traités tant au niveau de la 6e primaire que de la 7e secondaire9, avec des enseignants respectivement généralistes et spécialistes. Le problème « Agrandissement de distances sur une carte » sur lequel nous allons nous centrer (Cf. Annexe 2), fait donc partie à l'origine d'un corpus d'étude en géographie, dont les problèmes ont été fabriqués de façon à refléter ce qui existe dans les manuels, les épreuves cantonales10 mais aussi les documents pour la formation des enseignants portant sur la proportionnalité et les échelles. Nous l'avons déplacé dans le cadre de notre étude, en mathématique, selon le principe d'une « greffe » visant à observer comment un système peut s'approprier un objet plus ou moins exogène (Schubauer-Leoni et Leutenegger 2002). D'autres types de problèmes ont été également proposés, tels que le problème d'agrandissement du puzzle, dans une version proche de celle qui est présentée dans Rationnels & Décimaux (Brousseau, 1987) mais aussi un problème de rapport d'échelles entre deux plans, tiré des Moyens d'Enseignement suisses romands de 6P.

2.2 Déroulement de la recherche

Le dispositif de recherche centré sur une séance ponctuelle se déroule en plusieurs phases, selon un processus à la fois clinique et expérimental, théorisé par Schubauer-Leoni & Leutenegger (2002).

a) La proposition du problème « Agrandissement de distances sur carte » à une enseignante de 6P, assortie d'un contrat de recherche selon lequel elle a toute latitude de modifier les

---

[9] Dans le ssystème scolaire genevois, la 6e se trouve être la dernière année de l'enseignement primaire. Elle est assurée par des enseignants généralistes alors que la 7e est la première année du Cycle d'Orientation secondaire où les enseignements sont dispensés par des professeurs spécialistes d'une discipline.

[10] Dans le système scolaire genevois, on pratique des évaluations communes à tous les élèves de 6P du canton, avant le passage au cycle d'orientation secondaire.

données du problème, ajouter ou enlever des éléments, voire de ne pas l'utiliser du tout et faire autre chose à la place.

b) L'analyse a priori du problème sur la base de la fiche qui a été soumise à l'enseignante, permettant d'explorer les mécanismes sous-jacents de l'activité collective possible. Le chercheur convoque alors des principes de fonctionnement ou connaissances sur les systèmes d'objets et tâches qui vont générer l'activité, et ce faisant, il peut commencer à envisager des formes d'action sous le couvert des différents topos enseignant et élèves. En outre, l'analyse a priori va permettre de fabriquer des canevas d'entretiens semi dirigés à mener avec l'enseignante et les élèves.

c) La collecte des données sur le terrain comprend un entretien ante observation avec l'enseignante, une observation filmée selon deux points de vue de l'activité (groupe d'élèves contrastés[11] et classe entière), des entretiens post observation avec l'enseignante et avec les deux élèves plus particulièrement filmés. Les traces écrites de tous les élèves pendant la séance sont également recueillies.

d) Le dépouillement et les premières interprétations de l'activité débutent avec la fabrication des protocoles (transcription des vidéos + intégration des traces écrites apparaissant successivement) selon chaque point de vue des caméras et le découpage temporel des types d'activités, tâches, objets apparaissant dans la séance. Cette première étape d'analyse permet d'aboutir à deux synopsis, donnant des informations sur les processus qui concernent la classe en entier mais aussi un groupe d'élèves en particulier, constitué de deux élèves déclarés habituellement contrastés par l'enseignante.

e) L'analyse de l'action conjointe du professeur et des élèves peut alors être menée sur la base des synopsis et des événements dits « remarquables » dans l'activité en regard de l'analyse a priori.

[11] Déclarés comme plutôt « forts » ou plutôt « faibles » par l'enseignante dans l'entretien *ante* observation

2.3 Le problème « agrandissement de distances sur une carte » et ses enjeux

Le problème est aménagé pour comporter des indices de surfaces géographiques (fonds de carte) qui permettent de le proposer à des enseignants généralistes du primaire, mais aussi spécialistes de mathématiques ou de géographie au secondaire (7 CO). Précisons d'emblée que ce n'est pas une situation d'ingénierie didactique, ni un problème « modèle » censé garantir des apprentissages particuliers. Il joue un rôle de révélateur de phénomènes didactiques, autour des problèmes d'enseignement / apprentissages de la proportionnalité dans le cas de l'agrandissement.

Le problème se présente de la manière suivante (voir la fiche en Annexe 2) :

- deux cartes sont présentées ; l'une, la carte U est un agrandissement (photocopie agrandie)12 d'une portion de la carte T dans un rapport de 4/3, qui n'est pas donné,
- les échelles respectives par rapport au terrain n'apparaissent pas non plus,
- trois villes sont mises en évidence par des points, et les distances entre elles sont matérialisées par des segments prolongés par des flèches,
- les mesures des distances entre deux villes sont données sur la carte T (Sion-St Léonard → 3 cm, et Sion-Saviese → 1,5cm). Ces mesures ont été choisies pour qu'elles entretiennent un rapport ½ entre elles. Sur la carte U la distance Sion-St Léonard devient 4 cm et la distance Sion-Saviese est l'élément à chercher. Pour les besoins du problème, la ville de Saviese a été effacée sur la carte U, afin que l'on ne puisse pas mesurer à la règle la distance représentée. Outre les représentations sur les cartes, un texte décrit le problème en reprenant toutes les données nécessaires pour le traiter.

Sur le plan mathématique, les problèmes d'échelle cartographique se réfèrent aux situations d'agrandissement et réduction de grandeurs géométriques. C'est un rapport de réduction (× 1/n) quand il s'agit de représenter des objets réels sur une carte et cela devient un

[12] Ce qui est différent du cas de deux cartes représentant la même portion de territoire à des échelles différentes (taille des lettres, systèmes iconiques de représentation qui peuvent changer, etc.)

coefficient d'agrandissement (× n) quand il s'agit de trouver la taille réelle d'un objet représenté. Dans les deux cas, cela peut se modéliser par une transformation géométrique qui conserve les angles et les parallélismes, mais qui modifie les distances dans un même rapport de proportion k et les surfaces dans un rapport k2, soit une homothétie.

Aux niveaux scolaires où nous l'observons, c'est à dire en 6P, le problème d'agrandissement/ réduction selon une transformation homothétique, est à *reconnaître comme un problème de proportionnalité* qui met en jeu :

- la multiplication ou la division-quotition lorsqu'il s'agit d'un problème de recherche de la transformée d'une mesure en ayant recours au rapport 1/n donné,
- la recherche d'un facteur interne (propriétés de linéarité) ou externe (coefficient de proportionnalité) dans le cas plus général où l'on connaît une série de mesures dans un espace de départ (antécédents) et au moins une mesure dans l'espace d'arrivée (images).

Tout le problème didactique réside dans la modélisation du problème d'agrandissement/réduction homothétique par *une situation de proportionnalité identifiable par les élèves*, ce qui n'est pas une évidence comme l'a montré l'étude de Burgermeister & Coray (2005). Nous faisons l'hypothèse que cela nécessite des gestes didactiques spécifiques de la part du professeur. D'une part, il faudra sans doute montrer qu'il existe différentes manières d'agrandir un objet en prenant en compte le poids du sens commun qui englobe les cas d'agrandissements arbitraires. Par exemple, « j'ai agrandi ma maison » peut consister à construire une aile attenante pour avoir une pièce supplémentaire ou bien « j'ai agrandi mon potager » peut se faire en jouant additivement sur l'un ou l'autre des côtés en déplaçant la barrière de 1m en largeur et 3m en longueur (supposons qu'il est rectangulaire). D'autre part, il faut montrer la spécificité de l'agrandissement homothétique (sans pouvoir le nommer ainsi puisque le théorème de Thalès et les homothéties ne sont pas disponibles ni envisageables à ce niveau) en faisant des constats empiriques (c'est le même objet mais en plus grand, quelle que soit l'orientation) ou encore en faisant l'expérience de la mise en correspondance de deux séries de mesures, l'une provenant de l'objet de départ, et l'autre de l'objet agrandi, pour dégager des régularités (opérateur scalaire & additivité dans un même espace de mesure, opérateur fonction d'un espace à l'autre) qui caractérisent les suites proportionnelles. Du moins, ce sont nos hypothèses et c'est en ce sens que nous

avons proposé un problème d'agrandissement de carte à des enseignants de primaire, afin de voir quels gestes didactiques ils convoquent à cette occasion.

Citons quelques procédures parmi les plus courantes pour traiter ce type de problèmes, pour lequel la seule réponse adéquate ici est *2 cm.* Par exemple, on peut recourir :
au rapport 2, commun à l'espace des mesures sur T et à l'espace des mesures sur U;
à la réduction à l'unité symétriquement dans l'espace des mesures Sion-St. Leonard et dans l'espace des mesures Sion-Saviese : "si la distance Sion-St Léonard valait 1cm, Sion-Saviese vaudrait 0,5cm donc si la distance Sion-St Léonard vaut 4 fois plus, Sion-Saviese aussi 4 fois plus et on obtient 2 cm". Cette procédure revient également à appliquer le coefficient de proportionnalité 4/3, ou rapport externe entre l'espace des mesures sur T et à l'espace des mesures sur U.

- au produit en croix comme moyen mnémotechnique pour convoquer automatiquement le coefficient de proportionnalité 4/3.
- à l'addition de 1/3 comme étant l'accroissement entre l'espace des mesures sur T et l'espace des mesures sur U. Cette technique repose sur la propriété additive des fonctions linéaires "la somme des images (3+1) sur T est proportionnelle à la somme des antécédants (1,5+0,5) sur U".

Parmi les informations explicites, trois informations sont réellement nécessaires pour traiter le problème : la mention de l'agrandissement pour passer de T à U, les mesures des trois distances et la question portant sur la distance Sion-Saviese sur U. Par rapport à cela, les fonds de carte ne sont pas des données absolument nécessaires, pour qui sait déjà que l'on a affaire à un agrandissement proportionnel.

3. Analyse de l'action conjointe

3.1 Premier aperçu de l'activité (toute la classe) et positionnement de l'enseignante

Le tableau synoptique de l'activité (annexe 3) rend compte de l'ensemble de cette séance de 6e primaire (élèves de 11-12 ans). Face à ce synopsis, le premier constat que l'on peut faire est que sur le plan collectif, l'enseignante intervient très peu si ce n'est :

- ponctuellement à la minute 8 pour un rappel : elle indique qu'elle a repéré beaucoup de groupes qui font fausse route (il s'agit de la démarche additive classique) et donne une indication « *essayez de vous rappeler/ qu'on est en train d'étudier/ justement en ce moment/ le chapitre des/ proportions/// (...) j'en dis pas plus/// (sourit) dans les proportions les applications//* » ;
- au bout de 20 min pour proposer un prolongement au travail effectué, sous la forme d'un second problème qui met en jeu l'échelle cartographique comme moyen de déterminer une distance réelle, car certains groupes ont trouvé rapidement la distance Sion-Saviese sur la carte U ;
- pour clore la recherche aux min 33-36, en institutionnalisant la procédure du produit en croix qui est montrée au tableau noir par une élève qui a résolu le problème avec cette technique.

Tout se passe comme s'il n'y avait rien à enseigner de particulier à cette classe pour que ces élèves puissent trouver une réponse au problème d'agrandissement qui leur est posé. En tant que chercheur, ce constat est un peu déstabilisant car à travers la proposition de cette fiche, nous faisions l'hypothèse que l'enseignante allait devoir, à un moment ou à un autre, organiser/aménager le système des objets afin que les élèves identifient la situation de proportionnalité. Or, il n'en est rien : elle se contente de faire appel à la mémoire en renvoyant les élèves au chapitre des proportions, des applications.

Ce constat nous amène à deux hypothèses qui ne s'excluent pas l'une l'autre :

- *L'interprétation du contrat de recherche par l'enseignante* peut l'avoir détourné de sa tâche d'enseigner au motif que, a priori, le chercheur devrait s'intéresser plutôt à ce que font les élèves, et ce malgré la précaution que nous avons prise d'annoncer que nous venions observer les processus d'enseignement et d'apprentissage, soit comment enseignant et élèves s'y prennent pour traiter ce problème et les contenus de savoirs sous-jacents. Dans un système didactique, une dimension essentielle du travail du professeur est d'observer les élèves pour décider des actions à venir, et il ne faut pas s'étonner que depuis cette posture, le professeur pense qu'une grande part du mystère de l'apprentissage est dans l'élève. De là, à ce que le professeur attribue les mêmes préoccupations au chercheur qui vient dans sa classe, il n'y a qu'un pas. Dans cette perspective, cette enseignante peut donc avoir à cœur de laisser les élèves se débrouiller en intervenant le moins possible (même si le rappel sur le chapitre des proportions est une intervention importante, dont l'enseignante ne mesure peut-être pas la portée) pour que le chercheur y trouve son compte.
- *La temporalité de l'observation (une seule séance observée)* ne nous permet peut-être pas de saisir ce que nous cherchons, à savoir le moment où l'enseignante estimait, quant à elle, avoir quelque chose à enseigner sur les situations de proportionnalité. Le rappel qu'elle fait à la min 8, par son aspect bref, presque lapidaire, est assez révélateur du fait que des choses ont déjà été dites sur ces objets, si ce n'est toutes les choses (aux yeux de l'enseignante bien sûr) à en juger par le vide d'enseignement collectif dans cette séance.

A travers l'analyse de l'entretien préalable avec l'enseignante, nous essayons de caractériser le projet d'enseignement et, plus précisément, les indications susceptibles de donner un statut à cette séance au sein de l'organisation plus générale du travail dans cette classe et l'ordre d'apparition des enjeux de savoir concernant la proportionnalité. Nous relèverons ici quelques extraits de l'entretien en y apportant un commentaire interprétatif.

> *Tour de Parole 2 (ci-après TP 2) : « on est en train de faire les applications et les produits en croix »*

Commentaire : Le problème posé est donc connexe à ce qui est travaillé en classe à ce moment. A noter la formulation : on est en train de "faire (...) les produits en croix",

expression qui peut évidemment faire réagir le didacticien des mathématiques un tant soit peu acculturé aux recherches réalisées sur le sujet, en particulier Bosch (1994), Comin (2002) ou Hersant (2001) pour ne citer que ces trois auteurs qui ont soulevé le problème d'une algébrisation précoce qui oblitère le travail sur les relations entre les grandeurs.

> TP 17 [à propos du produit en croix] : « dans des problèmes ils savent l'appliquer// mais ils ont besoin d'aide il faut que je les guide que je ré explique/ c'est pas encore quelque chose qui est acquis // d'ailleurs c'est un chapitre qu'on// étudie plutôt en fin d'année parce que c'est difficile pour les sixième et comme// j'ai vu le problème j'ai dit ouh j'aborde maintenant les applications »

Commentaire : L'application de la technique du produit en croix n'est, selon elle, pas encore possible, et c'est bien normal, puisque ce chapitre est travaillé en principe plutôt en fin d'année. A la suite de la demande de la recherche, elle a quelque peu anticipé (on est en février) : à la vue du problème elle a sans doute préparé les élèves lors d'une ou plusieurs leçons précédentes, en abordant plus tôt que prévu le chapitre des "applications". Ce qui renforce l'hypothèse concernant l'interprétation du contrat de recherche par l'enseignante : elle a travaillé précédemment avec ses élèves et la séance est destinée à montrer au chercheur ce que les élèves savent, en principe, faire maintenant.

> TP 5 : « ça m'intéresse de voir maintenant si les élèves vont pouvoir appliquer // ce qu'ils ont déjà fait dans d'autres situations sur un problème sans que je leur dise on va faire des applications »

Commentaire : Il s'agit pour l'enseignante de procéder à une forme d'évaluation : les élèves vont-ils « appliquer » les choses apprises avant. Le vide d'enseignement collectif relevé sur la base du synopsis, n'est donc pas étonnant.

> TP 33 : « moi j'ai/ un petit peu lancé le produit en croix parce que c'est quand même un moyen qui est applicable à beaucoup de situations// et je trouve plus facile »

Commentaire : À propos du produit en croix, elle explique qu'il s'agit pour elle d'un moyen de résolution facile et d'un outil à large spectre. Ce qui n'est (à nouveau) pas très étonnant : classiquement, comme l'ont montré plusieurs travaux de didactique sur la

proportionnalité (voir en particulier Comin, Bosch ou Hersant, op. cit.), le produit en croix a pris le pas sur d'autres démarches possibles. A noter ce qu'elle dit juste après concernant son rapport à ce contenu mathématique ; le produit en croix est donc d'abord un outil (fiable) pour elle :

> TP 35 : « moi j'avais pas mal de peine en math et je me souviens que grâce au produit en croix/ j'ai réussi à comprendre pas mal de choses/ donc c'est un peu pour ça que/ que je l'ai fait ».
>
> TP 41 [à propos de ce qui pose habituellement problème aux élèves] : « ils vont dire je comprends pas/// donc moi souvent je leur dis// je ne suis pas là je n'existe pas parce que/ pour les épreuves de 6P je n'ai le droit à donner aucune indication aucune réponse/ donc j'essaie vraiment de les entraîner à les obliger à lire et relire parce que/ je leur dit qu'ils sont capables de le faire/ [...]

Commentaire : Concernant les difficultés que les élèves pourraient rencontrer, l'enseignante prévoit de ne pas les aider : elle se réfère au fonctionnement des évaluations (les épreuves de 6P auxquelles elle fait allusion, sont, à Genève, les seules évaluations, avec celles de fin de 2P (= CE1), communes à tous les élèves de ce degré, avant le passage au secondaire inférieur), comme pour signifier qu'elle situe cette activité parmi les réinvestissements de notions apprises.

> TP 53 [à propos des difficultés des élèves] : « par contre je ne pense pas// en ayant pas abordé le produit en croix je ne sais pas comment ils peuvent se débrouiller »

Commentaire : Elle confirme ainsi deux éléments :

1) Il fallait (à ses yeux) travailler précédemment avec les élèves pour qu'ils puissent aborder le problème (statut de la séance par rapport à ce qui s'est passé avant).

2) Elle ne sait pas comment les élèves pourraient se débrouiller sans avoir abordé le produit en croix (on peut se demander si elle attribue aux élèves son propre rapport à ce contenu mathématique).

3.2 Synthèse et orientation du questionnement de recherche

Il est fort probable que cette enseignante, elle-même peu à l'aise avec les connaissances mathématiques que ce problème d'agrandissement de distance engage, a pris la précaution

d'enseigner la technique du produit en croix pour traiter les problèmes de proportionnalité en amont de l'observation, en espérant que les élèves vont mobiliser cette connaissance sans qu'elle soit obligée de s'impliquer trop fortement sous le regard de caméra. S'il est en est ainsi, on pourrait se dire que ce protocole n'est pas un bon candidat pour examiner l'action conjointe P-Els, processus qui se caractérise bien dans les cours dits "dialogués" entre le professeur et la classe. Mais que devient l'action conjointe dans le cas d'autres phases d'organisation du travail scolaire, comme les travaux de groupe ou le travail personnel de chacun ? Le protocole de cette séance nous a donc semblé intéressant pour mettre à l'épreuve notre modèle de l'action conjointe : est-il capable de rendre compte de n'importe quelle phase de la séance, y compris l'activité didactique qui se déroule dans les travaux de groupes ? Nous allons donc nous concentrer sur le groupe de Luria et Christiane, l'un des deux groupes qui a été particulièrement observé. Nous avons besoin pour cela d'un deuxième tableau synoptique (voir Annexe 3)

3.3 Premier niveau de modélisation de l'action conjointe

Nous regardons quels objets sont mobilisés par les élèves aux différentes étapes de l'activité. Du point de vue de la construction de la référence, une première strate de la mésogenèse (qui suppose dans le même temps des mouvements topogénétiques et chronogénétiques) peut en effet être décrite avec l'apparition des principaux déplacements d'objets et modifications des tâches.

1re étape : Tentative d'orientation de l'action

Aux minutes 4-7 comme beaucoup d'élèves de la classe, Luria et Christiane mettent en oeuvre une première procédure, additive, qui aboutit à la solution "2,5". La procédure "+1" apparaît comme un trait non pertinent à l'enseignante (de fait elle l'est).
A la minute 8, l'enseignante fait un rappel collectif *"souvenez-vous, on est en train de travailler dans le chapitre des proportions, des applications"*. Juste avant ce rappel, Luria/Christiane est le dernier groupe visité par l'enseignante : Luria lui a demandé si leur solution était juste et l'enseignante a répondu par la négative. Du point de vue du jeu du professeur sur le jeu de l'élève, on peut penser que si –"aux yeux de l'enseignante"– même

Luria, élève réputé "fort" en mathématique, procède additivement, il est indiqué de réguler collectivement. En d'autres termes, *la procédure additive est d'autant plus importante à pointer comme trait non pertinent auprès du collectif de la classe, que le topos de l'élève de la part de qui on attend une réponse valide, est "élevé"*. Avec ce rappel, du point de vue de la construction de la référence, elle désigne un objet, "le chapitre des applications", qui devient un trait pertinent pour certains élèves. Chronogénétiquement, cette intervention opère une réorientation de l'action des élèves. Du côté de Luria et Christiane particulièrement, l'intervention de l'enseignante, individuelle et collective, les pousse à rechercher une autre procédure.

2ème étape : Constat d'agrandissement par les élèves

Aux minutes 9-14, les deux élèves prennent des mesures avec la règle sur les cartes, en essayant de localiser empiriquement Savièse. Ceci aboutit à *un constat d'agrandissement entre T et U*, comme si les élèves devaient constater par eux-mêmes quelque chose qui est déjà mentionné sur leur feuille d'exercices : "U est un agrandissement de T", dit la consigne.

À la minute 15, un échange avec l'enseignante leur permet de valider le constat d'agrandissement, qui ne statue pas sur une localisation empirique possible sur la carte. En termes de construction de la référence, l'enseignante avalise le fait qu'ils ont (re)trouvé le trait pertinent ("U est un agrandissement de T"), ce qui permet aux deux élèves de poursuivre leur action en cherchant comment on a agrandi.

3ème étape : Fortes présomptions sur le résultat "2cm"

Aux minutes 16-17, les élèves font des hypothèses sur l'agrandissement : a-t-on agrandi de 2 fois, de 1 fois, un petit peu plus que 1 fois ?
En arrière plan de ce cheminement, on peut faire deux hypothèses qui ne s'excluent pas :

- A la minute 14 : les élèves prennent des repères en mesurant sur la carte U et arrivent à supposer que le résultat est "2 cm"
- Un autre événement a lieu un peu plus tard, environ minute 18 : un échange avec Justine et/ou Eléonore (placées à proximité du groupe Luria/Christiane) leur

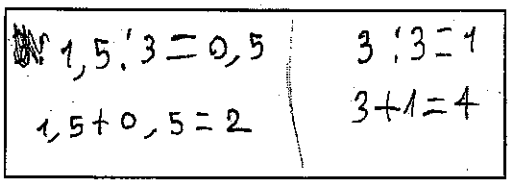
confirme que la solution est "2 cm". Vraisemblablement ce résultat diffuse dans la classe.

Dans tous les cas, le résultat supposé ("2 cm") devient un trait pertinent, qui servira de point de départ à Luria et Christiane, non plus à la recherche de la solution, mais à la recherche de la justification de cette solution. C'est donc ici une règle d'action qui est recherchée par les deux élèves, qui, associée aux traits pertinents reconnus pourrait devenir une technique de résolution de plus large portée.

4ème étape13 : Non-institution d'une procédure inattendue et régulation par le produit en croix

Aux minutes 19-21, Luria et Christiane se livrent à différents calculs pour arriver à 2 cm. qu'ils supposent être la solution recherchée. Ils cherchent le tiers de 1,5 et notent une procédure qui met en correspondance les espaces de mesure Sion-St Léonard et Sion-Savièse. Cette procédure repose sur l'une des solutions que nous avions mises en évidence dans l'analyse *a priori*, à savoir celle qui repose sur les propriétés additives des fonctions linéaires « la somme des antécédents est proportionnelle à la somme des images » (+1/3, c'est-à-dire 2,5 + 0,5 d'un côté et 3 + 1 de l'autre), mais Luria, qui propose cette solution, ne peut évidemment pas la formuler ainsi (on verra dans la suite quel est le niveau de conceptualisation de cette écriture). Il sait seulement que "ça marche" en considérant les deux "membres" de son calcul. Cela suffit à en faire un trait pertinent pour lui (mais aussi pour Christiane dans une certaine mesure) sur la base de quoi, il interpelle l'enseignante.

Ecriture de Luria :

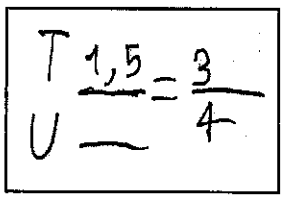


[13] D'un point de vue collectif, c'est le moment où l'enseignante propose un prolongement à l'activité pour ceux qui ont terminé le problème

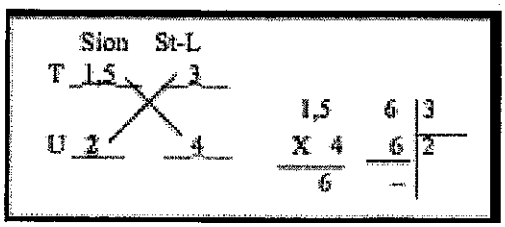
Aux minutes 22-25, un échange a lieu avec l'enseignante qui se penche sur l'écriture de Luria : elle leur dit ne pas comprendre la procédure de Luria et Christiane tout en admettant que la réponse "2" est correcte. Le reste de cette notation ainsi que les explications données par chacun des deux élèves, ne constituent pas des traits pertinents pour l'enseignante.

Une interruption de l'échange a lieu puis il est repris aux minutes 26-29, avec Christiane essentiellement et à propos des procédures de mesures empiriques : pour tenter de construire une référence commune, l'enseignante demande aux deux élèves de revenir à une description de leur procédure et Christiane, qui n'a fait que suivre, somme toute, les propositions de Luria, en revient à sa propre procédure, c'est-à-dire des mesures sur la carte. Ce qui est écarté par l'enseignante.

Enfin, aux minutes 30-32, l'enseignante fait appel à Ernestine (une élève déclarée "forte") pour expliquer à Luria et Christiane comment faire. On peut penser que le ralliement autour d'une référence commune s'impose car ni l'écriture de Luria, ni ses explications n'ont pu faire l'objet d'un partage de significations entre les topos enseignant et élèves, pas plus qu'entre les élèves eux-mêmes (Christiane avoue son incompréhension de la procédure de Luria). L'enseignante revient à son projet et fait appel à Ernestine chez qui elle a repéré la technique attendue, soit le produit en croix) pour arriver à la solution (la réponse "2 cm"). Ernestine montre à Luria et Christiane la procédure par le produit en croix (on a donc une mise en correspondance des espaces de mesure de la carte U versus de la carte T). Luria et Christiane notent la procédure énoncée par Ernestine :



Aux minutes 33-35, une phase collective suit immédiatement la fin de l'activité de Luria et Christiane : Ernestine est alors appelée au tableau noir pour montrer à nouveau, et à tous, le produit en croix. Ernestine écrit classiquement la "formule" avec les différentes étapes d'écriture :



Cette écriture devient l'essentiel de la référence commune. On verra dans la suite ce que produit, pour Luria et Christiane, cette réduction de l'activité mathématique à la production d'une technique.

3.4 Deuxième niveau de modélisation de l'action conjointe

Pour l'heure, nous allons revenir plus précisément au modèle pour examiner finement le processus de construction mésogénétique dans le groupe de Luria et Christiane en nous appuyant sur quelques extraits du protocole. Nous allons tenter de montrer que, dans ces phases, les élèves élaborent leur propre système de référence, que l'enseignante ne reconnaît pas forcément. Ce faisant, ils élaborent une procédure mathématique et des opérations cognitives que l'enseignante ne reconnaît pas non plus. Pour ce faire, nous allons nous appuyer sur trois étapes à l'aide de quelques extraits :

- TP14-13 à 16-4, où l'enseignante confirme l'agrandissement et minore la procédure empirique : des mesures empiriques à une tentative de conceptualisation de l'opération d'agrandissement

- TP 16-5 à 21-19, où CHR et LUR se construisent des « milieux » différents, dont l'un, celui de LUR s'avère robuste pour produire le résultat (2 cm) attendu

- TP 21-20 à 31-15, où CHR ne peut s'approprier la procédure de LUR, que l'ENS ne comprend pas non plus et s'en sort en convoquant une élève tiers (ERN) qui montre le produit en croix afin que LUR et CHR l'adoptent.

En profitant de ce premier extrait, nous montrerons aussi comment, techniquement, nous faisons fonctionner les catégories du modèle dans les tableaux qui présentent les types de techniques du modèle de l'action conjointe. En regard de la transcription des interactions, nous notons ce qui concerne d'une part la construction de la référence (destinée à rendre compte de la mésogenèse) et d'autre part, la gestion des territoires (destinée à rendre compte de la topogenèse) et la gestion des temporalités (destinée à rendre compte de la chronogenèse). Nous avons ici particulièrement mis l'accent sur la mésogenèse puisque c'est elle qui conduit notre analyse, c'est pourquoi les deux autres apparaissent dans la même colonne.

Extrait 1 : *des mesures empiriques à une tentative de conceptualisation de l'opération d'agrandissement*

min	Interactions P-ELS ou ELS - ELS	Construction de la référence	Gestions des territoires et des temporalités
8	*(résumé) L'ENS a signifié à LUR + CHR que la réponse 2,5 /procédure +1 n'est pas valide*	TnP (3.1)	Topo (2.3)
(...)			
15	*Retour de l'ENS : Chr commence à expliquer qu'ils ont pris des mesures sur les cartes pour essayer de localiser Saviese sur U.*		
	5. ENS : mais sur cette carte là/ qu'est-ce qui s'est passé entre celle-ci et celle-[là	OD (1.1)	Topo (2.3)
	6. Chr : [ILS L'ONT AGRANDI	TP (3.3) / reprise de OD consigne	Chrono (1.4)
	7. ENS : ils l'ont agrandi/ donc en agrandissant// tu [penses		Chrono (1.6)
	8. Chr : [ça veut dire que un-virgule-cinq PLUS UN-VIRGULE-CINQ ça aurait		
	9. ENS : POURQUOI PLUS UN-VIRGULE-CINQ↑	TnP (3.1/EI) /SM Remis en cause par P	Topo 1.1 Chrono 1.4
	10. Chr : parce qu'IL ONT AGRANDI/ y avait un-virgule-cinq déjà avant		
	11. ENS : ouais	TP (3.3) /reprise	
	12. Chr : et ÇA A AGRANDIT/ ça fait// ILS ONT AGRANDI DEUX FOIS SUREMENT↑	Conjecture EL? TnP (3.2) / SM	Topo 1.1
	13. ENS : pourquoi sûrement↑ qu'est ce que tu en sais↑	Remis en cause par P	Chrono 1.4

La première partie, après l'intervention collective où la réponse additive (minute 8) a été balayée par l'enseignante – trait non pertinent – est significative de la façon dont l'enseignante tente d'orienter l'action des élèves en essayant de les faire passer d'un

"milieu" empirique (là où ils en sont des prises de mesures sur la carte et l'estimation à vue de l'emplacement de Saviese : voir l'étape 2) à un "milieu" plus conceptuel où l'opération d'agrandissement est placée au cœur du débat. Cette intention de l'enseignante est d'abord tout à fait discernable dans les interactions guidées par un questionnement explicite (voir14 15.5 "qu'est ce qui s'est passé entre celle-ci et celle-là", demande l'enseignante) qui se réfère aux objets du dispositif (OD). La réponse de Christiane indique un trait pertinent (TP) décelé sur ces objets (voir 15.6 "ils l'ont agrandi"). En termes de gestion des territoires et des temporalités, l'enseignante fait donc en sorte que cette assertion soit énoncée par l'élève, ce qui aboutit à une avancée sous forme de réorientation de l'action (chrono 1.4) et de déclaration d'avancée de la part de l'enseignante (chrono 1.6) sous couvert d'approbation de l'assertion de Christiane.

Une remise en cause du trait non pertinent (TnP) venant de Christiane (voir 15.8 "un virgule cinq plus un virgule cinq") pointe vraisemblablement (à nouveau) l'addition (?) ; un peu plus loin (voir 15.12 "ils ont agrandi deux fois sûrement"), l'enseignante remet en cause, non pas le contenu de l'hypothèse, mais la manière de la poser, c'est ce qu'on constate dans la suite de l'extrait :

	14. Chr : ON SAIT PAS	TP (3.3) / contrat	
	15. ENS : ben hein// justement↓// tu veux pas affirmer quelque chose que tu sais pas	RA (2.1)	Topo 2.1 Chrono 1.3
	16. Lur : ben non↓/ parce que sinon ça fait six/ si c'est deux fois plus grand	CTRD (4.1 El) /SM non repris	(potentiel-lement chrono)
	17. ENS : est-ce que celle-ci/ ELLE A L'AIR DEUX FOIS PLUS GRANDE OU TROIS FOIS↑ OU DEUX-VIRGULE-TROIS FOIS PLUS GRANDE↑	TP (3.1 Ens) en résonance à CTRD	(abs. Chrono) Topo 2.4 Chrono 1.3
	18. Chr : ça on sait pas		
	19. ENS : aahh/ on sait pas donc tu peux pas l'affirmer	RA (2.1)	Topo 2.1
	20. Chr : mais comment// quand y a// Luria il a remarqué que là// IL Y AVAIT LA ROUTE// ils ont montré Savièse/ LA/ IL Y AVAIT LA PETITE ROUTE/ LA LE PETIT CHEMIN	OD (1.1 /El)	
	21. ENS : hmmm (*sourit*)	TnP (3.2) /SM non repris par Ens Mais TP /S Geo ?	Topo 2.2
	22. Chr : alors on a su que		Chrono 1.4
	23. ENS : IL Y AVAIT LA PETITE ROUTE/ LA LE PETIT CHEMIN		
	24. Chr : (*rit*)		
	25. Lur : (*rit*)		
16	1. Chr : le chemin ici// ALORS ON A TROUVE SAVIESE mais ON SAIT PAS ENCORE euh//	TP (3.1 /El) non repris par P	(abs chrono)
	2. Lur : A QUELLE DISTANCE		
	3. Chr : à quelle distance↓		
14	4. ENS : alors je te laisse poursuivre hmm ton raisonnement (*s'en va*)	RA (2.1)	Topo 2.2
	(...)		

Une règle d'action (RA) est posée par l'enseignante (voir 15.15 : ne pas affirmer quelque chose dont on n'est pas sûr) mais cette règle d'action ne semble concerner que le fait que l'on a agrandi, ce qui est certes pertinent par rapport à la situation mathématique (SM) mais qui ne dit rien de plus par rapport aux objets de dispositif déjà présents dans la consigne. Mais, plus important encore, on retiendra l'intervention suivante de LUR sur la proposition de Christiane : Luria repère une *contradiction* (CTRD) forte entre ce que l'on pourrait appeler une conjecture de la part de Christiane (on a agrandi 2 fois sûrement) et les objets (mesures données) du dispositif (voir 15.16 :"ça fait six si c'est deux fois plus grand"). Ainsi a-t-il repéré que l'on n'a pas agrandi deux fois car la mesure 4 cm n'est pas le double de 3 cm pour la distance Sion–St Léonard. On a au moins ici les premiers signes d'un raisonnement proportionnel. Or, l'enseignante ne reprend pas les fondements de cette contradiction, même si on peut constater *une forme de résonance* sur la proposition de Luria, mais une résonance plus rhétorique qu'autre chose, par la répétition de "deux fois plus grande" (voir 15.17) pour aller ensuite vers la caricature ("trois fois, deux virgule trois fois"). A cet instant précis, l'enseignante essaie de contrer ce qu'elle identifie comme une assurance présomptueuse chez Christiane à moins qu'elle ne lui attribue une mauvaise connaissance des données du problème. Du reste Christiane revient alors aux mesures empiriques réalisées et aux repères qu'elle a pris (la route, le petit chemin), ce qui est écarté par l'enseignante. Ainsi, la chronogenèse ne fait état d'*aucune déclaration d'avancée* si ce n'est par la négative ou la dérision des propositions de Christiane (voir 15.23) "il y a aussi un chamois sur le chemin ?", demande l'enseignante. Elle modifie ainsi le cours de l'action (chrono 1.4) sans pour autant le contrôler en vue de construire la situation mathématique (SM).

Pourtant, si on examine les systèmes d'attribution ou les interprétations possibles, on peut considérer que Christiane émet une conjecture à même de l'entraîner vers l'identification d'une situation de proportionnalité qui existe derrière ce problème d'agrandissement de carte. Et c'est ce que fait Luria, en réfutant la proposition de Christiane, par l'absurde : "sinon ça fait six/ si c'est deux fois plus grand".

Conclusions sur l'extrait 1 : Du point de vue de la gestion des territoires, l'ensemble de cet extrait montre que l'enseignante est en *position de surplomb* (Topo 2.1)et garde la main. En

conséquence, la contradiction ne s'insère pas dans la chronogenèse, faute de remettre la balle dans le camp des élèves, grâce justement à la contradiction soulevée par Luria. L'enseignante argumente elle-même sur le trait pertinent, mais pas sur le fond de la contradiction énoncée. Les questions qui en découlent sont pour nous les suivantes et serviront à interroger la suite des événements :

- Pourquoi l'enseignante n'identifie-t-elle pas, dans la réfutation de Luria, un trait pertinent potentiel concernant la relation de proportionnalité ? La production du produit en croix est sans doute le signe attendu, ou le gage de réussite en terme d'objectif, qui masque les autres aspects de la situation.
- Comment Luria va-t-il évoluer sur la base de cette réfutation ? On peut penser que même si un élève en vient à formuler un trait pertinent, si sa proposition ne rencontre pas les conditions sociale ou contractuelles d'une validation, il ne peut rien en faire....;
- Comment Christiane peut-elle tirer parti de la réfutation de Luria et des réorientations que l'enseignante essaie d'engager ?

Extrait 2 : Où Christiane et Luria se construisent des "milieux" différents, dont l'un, celui de LUR s'avère robuste pour produire le résultat (2 cm) attendu

A la minute 16, après avoir déclaré à Luria qu'il faut faire "fois quelque chose", Christiane continue à produire des conjectures sur la transformation par agrandissement, pendant que Luria estime des ordres de grandeur :

Minute 16

(...)

7. Chr : (...) par exemple tu mets// un-virgule-cinq// donc tu l'agrandis de deux fois// par exemple// ça va pas te refaire un-virgule-cinq↑

8. Lur : si tu regardes/ c'est pas beaucoup plus grand euh// hein↓

9. Chr : c'est un tout petit peu// faut trouver↓// là ils l'ont agrH / il est tout petit// là/ ils l'ont agrandi un peu

A la minute 17, LUR associe des mesures entre elles (0,5 et 1,5) sur le mode additif tandis que CHR associe les mêmes mesures, mais sur le mode multiplicatif :

Minute 17

(...)

1. Chr : ils ont agrandi de une fois// une fois plus grande
2. Lur : un-virgule-cinq/ et zéro-virgule-cinq ↑ // oui plus grande voilà↓
3. Chr : comment on peut savoir maintenant↑ // *(écrit sur sa FB opération?)*
4. Lur : tu fais quoi là↑ /// *(regarde l'opération que prépare Chr ?)* ça fait deux hein↑

Mais, plus tard, après les minutes 18-19 où des informations extérieures sont parvenues au groupe (le résultat "2 cm" diffuse dans la classe), aux minutes 20-21, Luria construit une procédure permettant de justifier la solution "2 cm" :

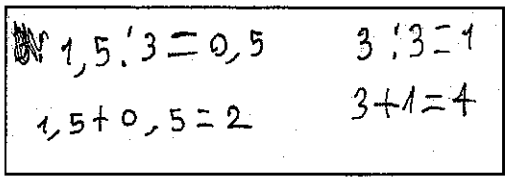
20	1. Lur : euh / ouh c'est juste↑ ///(3sec) tu fais comme ça// TU FAIS UN-VIRGULE-CINQ DIVISE PAR TROIS 2. Chr : un-virgule-cinq divisé par trois↑ 3. Lur : ZERO-VIRGULE-CINQ// TU FAIS PLUS zéro-virgule-cinq / (xxx) que ça marche là / on va voir si ça marche là↓ // TROIS DIVISE PAR TROIS (4 SEC) UN PLUS TROIS↑ / QUATRE ↓ 4. Chr : xxx marqué le résultat xxx / MOI J'ESSAYE DE TROUVER UN NOMBRE 5. Lur : C'EST DEUX↓// C'EST **DEUX** 6. Chr : alors attends 7. Lur : c'est deux↓ *(geste des bras marquant l'évidence)* (3 sec) 8. Chr : est à **deux** centimètres 9. Lur : [(xxx) zéro-virgule-cinq (maître?)// elle va nous dire / mais pourquoi vous faites ça (*voix déformée pour refaire l'ens*)	TP qui porte sur 1,5 : 3 = 0,5 Conjecture +0.5 TP qui porte sur 3 :3 = 1 et 3+1=4 TP / SM pour CHR TP / SM pour LUR TnP / contrat ??		
(..)				
21	1. Lur : ah ouais un parce que c'est plus le tiers↓ / **le tiers** 2. Chr : *(lève la main)* Jacqueline// on a fini 3. Lur : attends/ je dois marquer moi *(écrit opération FB)*			

C'est ainsi que Luria dicte sa procédure à Christiane qui écrit sans comprendre vraisemblablement, où Luria veut en venir. Le trait pertinent (TP) consiste à écrire 1,5 : 3 = 0.5 accompagné d'une conjecture (voir 20.3) : "tu fais plus zéro-virgule-cinq"" (le TP porte

sur 3 : 3 = 1 et 3 + 1 = 4). La solution "2" devient alors un trait pertinent pour les deux élèves, mais pas pour les mêmes raisons. Par la suite, la caricature que Luria fait de l'enseignante (20.9 : "mais pourquoi vous faites ça", en imitant la voix de l'enseignante) peut paraître anecdotique mais elle montre que Luria est bien conscient que la technique qu'il vient d'esquisser sort du rapport au savoir attendu dans le cadre du contrat de cette classe. Cela atteste du fait qu'il est toujours dans l'action conjointe, même si son acte, sa manière d'arriver au résultat 2 cm, diverge des attentes de l'enseignante.

A la minute 21, Luria est tout à coup gagné par une certitude (voir 21.1: "c'est plus le tiers" dit-il) qui se traduit par une formulation ou un commentaire sur sa procédure. Christiane se charge alors d'appeler l'enseignante et Luria l'arrête car il n'a pas encore inscrit lui-même le résultat de sa procédure, ce qu'il fait. Il ne produit cette écriture, disposée en deux colonnes, qu'après ce moment de réflexion.

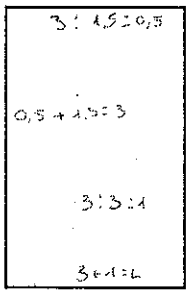
Ecriture de Luria :



Conclusions sur l'extrait 2 : Cet épisode (et les suivants) témoignent de la manière dont Luria et Christiane travaillent ensemble à un but commun, tout en se constituant des matrices ou des milieux différents à partir des mêmes objets, chacun attribuant des formes de pertinence en fonction du problème qu'il s'est donné pour tâche de résoudre. Ainsi, Christiane a identifié un problème multiplicatif avec "faut faire fois quelque chose", ce qui est pertinent par rapport à la situation. Elle prend des mesures qu'elle tente de combiner (mesures dont on saura plus tard qu'il s'agit de la taille des lettres des noms des villes). Luria semble, quant à lui, rester assez longtemps sur des manipulations additives. Il cherche ce qu'il faut ajouter à 1,5, tout en ayant accès à un résultat estimé sur la carte, qui s'approche probablement de 2 cm. L'apport d'informations extérieures va être un déclencheur pour Luria, qui, à partir de la confirmation que la solution est "2 cm", et de l'idée de diviser par trois, peut remonter jusqu'à la manière de produire "0,5", qui complète "1,5" pour aller à "2". Ayant formulé cela, il produit une conjecture sur le symétrique de

cette opération à propos du second jeu de mesures (l'espace des mesures possibles pour représenter la distance Sion–St Léonard), ce qui aboutit à la formulation d'un second trait pertinent et produit une forme de validation pour le premier. Pour sa part, Christiane s'empare de la procédure de Luria car, d'une part, cette procédure produit le résultat escompté ("2 cm") et d'autre part, elle provient d'un d'élève dit "fort", généralement. Mais son commentaire "moi j'essaie de trouver un nombre" (20.4) témoigne du fait qu'elle ne tente pas d'agir dans le même milieu que Luria. Son écriture en témoigne également. Dans ce qu'elle restitue sous la dictée de LUR (voir 20.1 : "tu fais un-virgule-cinq divisé par trois"), deux erreurs apparaissent dans l'écriture et les opérations :

Ecriture de Christiane :



On a bien ici un cas d'action conjointe élève-élève, mais qui n'est pas convergente. Le cours de l'action est bien tendu vers une même finalité, à savoir trouver une technique qui permette de passer d'un espace de mesure à un autre mais la divergence se produit sur les milieux, qui se constituent dynamiquement et différentiellement pour chacun, en l'absence d'une force "instituante" et donc chronogène, produite en général par le professeur.

Extrait 3 : Où Christiane ne peut s'approprier la procédure de Luria, qui n'est pas on plus reconnue par l'enseignante. Régulation par le produit en croix.

A la minute 23, l'enseignante vient constater les avancées dans le groupe de Luria / Christiane. Christiane n'arrivant pas à expliquer pourquoi le résultat est "2" sur la base de son écriture, Luria est sommé de s'expliquer :

min	Interactions P-ELS ou ELS - ELS	Construction de la référence	Gestions des territoires et des temporalités
23	1. ENS : alors Luria// t'arriverais à réexpliquer comment tu l'as dit à Christiane 2. Lur : alors ouais// un peu/ c'est// JE PENSAIS QUE C'ETAIT LE TIERS// LE TIERS PLUS GRAND// LE TIERS PLUS↑ 3. ENS : pourquoi le tiers↑ 4. Lur : bein// je sais pas/ j'ai regardé plusieurs/ plusieurs choses (...) 12. ENS : t'as comparé// t'as comparé/ trois centimètres était quatre centimètres↑ 13. Lur : ouais 14. ENS : d'accord// et pis ensuite↑ 15. Lur : bein/ après/ j'ai essayé avec celui-là↓ (xxx) parce qu'il fallait faire plus quelque chose pour que ça arrive à quatre// c'était un/ combien ça faisait un↑/ bein c'était trois divisé par trois (5 sec) et pis après j'ai essayé avec celui-là / pis ça m'as donné deux↓ 16. ENS : (*regarde FE Lur air dubitatif*) c'est juste c'est deux centimètres// mais/ j'avoue j'ai un peu de peine à comprendre ton raisonnement	TP (3.3) /SM non repris pas P TP (3.3)/SM non reconnu par ENS	

Luria (voir 23.2) relève alors un trait pertinent (TP) par rapport à une situation mathématique (SM) que l'enseignante ne traite pas comme tel. Luria tente d'expliquer "pourquoi le tiers" en s'appuyant sur les données de la carte T. Dans un discours d'accompagnement à l'explication de Luria, l'enseignante suggère qu'il a comparé les données (voir 23.12) : "trois cm était quatre cm" (sous-entendu 3 sur l'une des cartes et 4 sur l'autre). Luria semble s'y reconnaître et approuve. Mais la tentative d'explication de Luria au tour de parole 23.15 tourne court et surtout, probablement, le "il fallait faire plus quelque chose" suivi immédiatement de "c'était trois divisé par trois", laissent l'enseignante dubitative : est-il en train de procéder additivement ? Se demande vraisemblablement l'enseignante. Comme précédemment ? Ou différemment ? A quoi correspond la division dont il parle ? Autant de questions que l'enseignante s'est peut-être posée, mais en tout état de cause auxquelles elle n'a pu répondre faute d'identifier la situation mathématique (SM) à laquelle Luria s'est confronté. Elle se contente de reconnaître que la solution est exacte, mais qu'elle ne comprend pas comment Luria y arrive.

Qu'en est-il du côté de Christiane ? Aux minutes 26-27, Christiane explique qu'elle a essayé de mesurer la taille des lettres des mots figurant sur les cartes, ce qui au demeurant, aurait pu être payant, les lettres étant agrandies bien évidemment dans les mêmes proportions[15] ; mais là non plus, l'enseignante ne reconnaît pas l'intérêt de la situation de comparaison qu'a identifiée Christiane.

A la minute 27, par deux fois, on observe une résonance inattendue à la conjecture de Christiane dans l'extrait 1 ("ils ont agrandi de deux fois sûrement") qui avait donné lieu à la contradiction (CTRD) soulevée par Luria. L'enseignante pose une hypothèse au tour de parole 27.1 ("si ça mesurait....") pour ensuite mettre en défaut la réponse de Christiane, qui trouve le double de 1,5 (voir 28.2). L'enseignante revient é la charge (28.3) avec "qu'est-ce qui se passe entre trois et quatre ?".

	1. ENS : si (5 sec) ça/ ça mesurait/ euh/ trois centimètres et puis ça six centimètres↑ qu'est-ce qui se serait passé↑ 2. Chr : ILS ONT AGRANDI DE TROIS/ DE TROIS// ILS ONT AGRANDI DE TROIS CENTIMETRES	Résonance très tardive sur TP & CTRD de LUR à min 15 TP (3.3)/SM non repris par Ens	
28	1. ENS : là// il// y aurait quoi ici↑// un-virgule-cinq// et pis ici↑ 2. Chr : bein là/ IL Y AURAIT (5 sec) DEUX euh// trois 3. ENS : mais là on n'a pas six// on a quatre// donc qu'est-ce qui se passe entre trois et quatre (*pointe sur FE Lur*) 4. Chr : ils ont agrandi à un centimètre/ ils ont fait deux (xxxxxxxxx) 5. ENS : et pis avant tu m'as fait une multiplication// maintenant tu me fais une addition 6. Lur : attend// TROIS [CENTIMETRES 7. Chr : [FOIS JE SAIS PAS COMBIEN ÇA FAIT QUATRE 8. Lur : trois centimètres (4 sec) 9. ENS : moi je vous relance sur ce que je vous ai dit avant (5 sec) ON EST DANS LE CHAPITRE DES PROPORTIONS applications euh (5sec) alors quelle méthode on peut trouver pour// pour comparer sur trois centimètres↑ sur	TP (3.3)/SM Résonance très tardive sur TP & CTRD de LUR à min 15 TP pour la recherche du coef de prop. / non repris par ENS Reprise d'un TP /contrat	

[15] Puisque l'agrandissement entre les deux cartes est le résultat d'une action de la photocopieuse.

Devant la difficulté, Christiane revient probablement à une procédure additive (voir 28.4 : "ils ont agrandi à un centimètre"). Ce que l'enseignante ne manque pas de pointer, en échos au trait non pertinent (TnP, minute 8) sensé faire partie de la référence commune depuis un bon moment déjà. CHR énonce alors ce qui pourrait devenir une situation de recherche du coefficient de proportionnalité (voir 28.7 : "fois je sais pas combien ça fait quatre"), trait pertinent (TP) que l'enseignante ne reprend pas. Elle se contente de revenir contractuellement à ce qu'elle disait à la classe à la minute 8 (voir 28.9) : "souvenez-vous, on est dans le chapitre des proportions applications".

Conclusions sur l'extrait 3 : Les hésitations de Christiane montrent combien elle "navigue à vue" en s'en remettant complètement aux attentes du contrat didactique, dès que l'enseignante est présente, alors même que, en son absence, elle se montre capable de certaines constructions personnelles tout à fait pertinentes par rapport à la situation mathématique. Parmi toutes les propositions qu'elle a énoncées (mesure empirique des distances par repérage des indices sur la carte, comparaison de la taille des lettres, recherche d'un nombre par lequel il faut multiplier), aucune n'a trouvé une reprise ou une résonance dans le discours de l'enseignante, par exemple sous forme de la constitution de séries qui aurait permis d'identifier des relations proportionnelles. Et ce, malgré leur pertinence potentielle par rapport à la situation mathématique. Faute d'avoir un espace possible pour tester ses conjectures et dégager ne serait-ce que des embryons de validation, elle ne peut que s'en remettre au contrat d'où, probablement, son retour à des procédures additives (première procédure en général chez les élèves). Sur les plans chronogénétique et topogénétique, il ne se passe pas grand chose, l'enseignante statue sur les propositions des élèves depuis une position surplombante. La chronogenèse est comme suspendue (il n'y a aucune déclaration d'avancée) aux relances et tentatives d'orientation de l'action. En réalité, les élèves sont tellement en décalage, et même au-delà des attentes de l'enseignante, que la tentative de reprise de contrôle de celle-ci, en faisant intervenir une "bonne" élève par la suite (Ernestine), pour montrer comment elle s'y est prise ne peut relever que d'une ostension déguisée. Cela montre bien l'état de la fiction didactique dans laquelle l'action P-ELS n'est conjointe que par le truchement du contrat didactique.

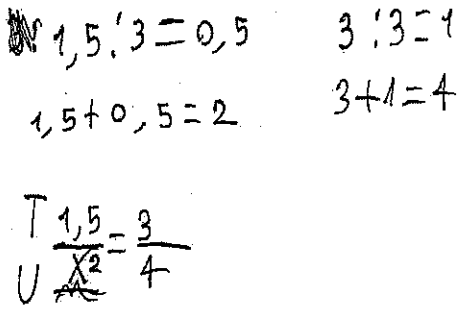
3.5 Incursions dans la suite du protocole

Quelques incursions dans la suite du protocole permettent de connaître l'état des réflexions de Luria et Christiane à la fin de cette phase.

Après la correction au tableau noir par Ernestine, qui montre la technique du produit en croix, Luria reste persuadé que sa première procédure est correcte même si elle n'a pas été validée.

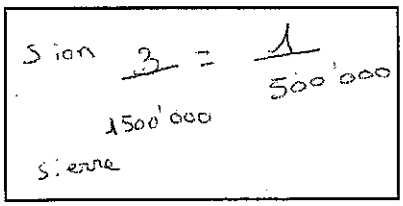
Minute 33 :

1. Lur : n'empêche c'était juste avant (*pointe sa 1ère écriture sur FB*)



Christiane, quant à elle, tente, comme d'autres élèves, d'appliquer le produit en croix lors du problème suivant où il est question de rechercher la distance réelle, en km. entre deux villes situées sur la carte de la Suisse, sachant que l'échelle est 1/500 000 :

Minute 45 :



Une simple multiplication aurait suffi ici, mais Christiane, contractuellement, recherche la technique attendue précédemment. Ce n'est pas faux, mais ce faisant, qu'a-t-elle appris ? Si elle a appliqué ce qu'elle suppose attendu de l'enseignante (à juste titre en l'occurrence), le "1500000" trouvé n'a de signification que sous couvert de la technique; elle ne peut donner

sens à sa solution, et la preuve en est qu'elle peine ensuite à dire à l'enseignante quelle est la distance en kilomètres.
Un nouveau problème technique (classique) est alors traité avec l'enseignante, à savoir la conversion des unités centimètres en kilomètres à l'aide d'un tableau.

En point d'orgue, voyons maintenant ce qu'il en est de Luria plus tard, lors de sa rencontre avec le chercheur qui l'interroge deux jours plus tard sur ce qui s'est passé dans cette séance. Luria a abandonné sa procédure au profit du produit en croix.

(...)

68. Lur : ben d'abord on avait fait/ le tiers comme ça ça avait fait juste/ mais après/ euh Jacqueline elle ne comprenait pas comment j'av/ comment on avait eu l'idée/ alors après on a dû faire le produit en croix

(...)

Et un peu plus loin :

(...)

175. Int : t'avais l'impression d'avoir appris des nouvelles choses
176. Lur : mmh/ de plus utiliser le produit en croix
177. Int : si on te donnait encore un problème comme ça/ tu penses que/ tu penserais directement le produit en croix
178. Lur : non pas directement mais si je pense réussir avec une autre manière/ je le fais peut être avec l'autre manière mais/ sinon je penserais au produit en croix/ j'essayerais
179. Int : mais il y a pas d'autre manière pour cet exercice pour arriver/ selon toi
180. Lur : mmh/ je sais pas
181. Int : (xxx)

Lorsque l'interviewer lui demande s'il a appris des choses nouvelles, sa réponse est éloquente : le produit en croix est considéré comme la technique sûre. Toutefois, il mentionne de possibles résolutions qui ne passeraient pas par cette technique, mais faute d'une reconnaissance de sa procédure (et d'une institutionnalisation), il ne peut, dit-il, savoir "si c'était juste".

En d'autres termes, quelle que soit l'ingéniosité déployée par les élèves, si le professeur n'organise pas les conditions de reprise, résonance et validation sur les traits pertinents identifiés ou proposés par les élèves, les enjeux d'enseignement restent portés par le contrat et les enjeux d'apprentissage sont effleurés quasi-marginalement, voire clandestinement par

les élèves. En tout état de cause, ils restent sans échos et ont de fortes chances de sombrer rapidement dans l'oubli, comme en témoigne Luria dans l'entretien final. Ce constat n'a évidemment rien d'étonnant, mais confirme une fois de plus le statut socio-cognitif des apprentissages des élèves.

3.6 Conclusion par rapport aux phénomènes construits

Cette observation n'est pas très éloignée des phénomènes mis en évidence par d'autres travaux en didactique des mathématiques, notamment ceux de E. Comin ou de M. Hersant concernant la tendance à une algébrisation précoce (et ici non contrôlée). Chez cette enseignante, on observe, de fait, qu'elle ne fournit pas les conditions à l'élaboration de situations : ce sont en premier lieu des tâches et leurs techniques afférentes qui sont proposées aux élèves. Nonobstant, l'observation atteste que ces derniers ont essayé de s'enseigner à eux-mêmes (au sens de Mercier) en se confrontant à des situations mathématiques pertinentes... potentiellement. Cela dit, pour tempérer quelque peu le propos, on ne dispose ici que d'une observation ponctuelle : on sait par l'entretien avec l'enseignante que cette séance en suit d'autres où le thème de la proportionnalité a été abordé et où un enseignement a eu lieu. On l'a signalé, cette séance a surtout un statut d'évaluation pour l'enseignante. Ce qui pose le problème d'un dispositif de recherche qui isole une séance parmi d'autres : l'avenir réside sans doute dans des dispositifs de plus longue durée qui permettent d'examiner les connexités entre les objets d'enseignement/apprentissage.

4. Conclusion par rapport à l'usage du modèle de l'action conjointe P-Els

On pourrait se demander pourquoi nous ne pouvions pas nous contenter du premier niveau d'analyse puisque celui-ci permet de décrire l'essentiel de l'activité : avec ce premier niveau, on sait déjà, par exemple, que l'enseignante ne reconnaît pas la démarche de Luria ou encore que son rapport aux situations de proportionnalité est vraisemblablement

entièrement canalisé par l'usage du produit en croix. On a vu aussi que son seul argument pour contrer la procédure additive consiste à renvoyer, contractuellement, les élèves au chapitre en cours. Du côté des élèves, on sait aussi que Luria met en œuvre une procédure pertinente et on peut encore penser que Christiane ne fait que suivre. Pourtant, une loupe plus puissante est nécessaire pour comprendre, en l'occurrence dans ce groupe d'élèves (puisque le cours dialogué des parties collectives est très réduit, compte tenu du statut de cette leçon), qui, du professeur ou des élèves, porte les objets de la mésogenèse et qui les fait avancer. Cette forme de "dissection" de l'activité montre que chacun des deux élèves opère sur un milieu différent, mais que tous les deux retrouvent les enjeux de la situation mathématique, sous des formes contrastées. On l'a repéré de façon évidente pour Luria dès le premier niveau de l'analyse ; mais pour Christiane, le premier niveau ne suffit pas et ne prépare pas à cette découverte. Il faut, pour se rendre compte que Christiane retrouve les enjeux de la situation, examiner les objets précis sur lesquels porte l'action de l'élève, ce qui constitue des traits pertinents pour elle, quelles sont les contradictions repérées et quelles sont les règles d'action énoncées.

C'est à cet usage qu'il devient primordial de comprendre quel est le jeu du professeur sur le jeu de l'élève : c'est bien parce que le modèle permet un repérage aussi fin, que l'on peut mettre en relation l'action conjointe du professeur à propos des situations mathématiques auxquelles se confrontent (de fait) chacun des élèves et le parti qu'en tire (ou non) le professeur. Entre les actions engagées par les deux élèves observés, il y a une bifurcation dans la mésogenèse, qui n'est pas très éloignée du sens que donne Margolinas (2004) à ce terme, mais nous précisons qu'ici, les bifurcations observées permettent potentiellement, soulignons-le, aux élèves de retrouver les enjeux de la situation mathématique.

Bibliographie

Bosch, M. (1994). Les instruments du travail mathématique : le cas de la proportionnalité. In M. Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Tavignot (Ed.), *Actes du colloque ARDM Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à G. Brousseau et G. Vergnaud* (pp. 305-312). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Bronckart , J.-P. (Ed.) (2004). *Agir et discours en situation de travail.* Cahiers de la Section des sciences de l'éducation, Université de Genève, FPSE, no 103

Brousseau, G., (1987). Module 8 : Similitudes, In *Rationnels et décimaux*, (pp137-157). Publication de l'IREM de Bordeaux.

Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9/3, 309-336.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques.* La Pensée Sauvage éditions.

Burgermeister, P-F. & Coray, M., (2005) *Les contrôles de validité en résolution de problèmes dans le cadre de la proportionnalité des grandeurs : une analyse descriptive.* Mémoire de DEA, Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Education, Université de Genève.

Chevallard, Y. (1985/1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1992) Concepts fondamentaux de la didactique : perspective apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 12 /1, pp73-112

Chiesa-Millar, V. (2004). *Le travail sur les échelles : un révélateur de pratiques d'enseignement de la géographie à la fin du primaire et au début du secondaire.* Canevas de thèse, FPSE, Université de Genève.

Chiesa Millar, V., Ligozat, F., Leutenegger, F. & Schubauer-Leoni, M.L. (à paraître) Processus didactiques : l'articulation des gestes de l'enseignant et des élèves. In S. Canelas Trevisi (Ed.) *Langage, objets enseignés et travail enseignant en didactique du français* (ouvrage à paraître aux Éditions de l'Université de Grenoble)

Comin, E. (2002). L'enseignement de la proportionnalité à l'école et au collège. *Recherches en didactique des mathématiques*, 22, 2/3, 135-183.

Hersant, M. (2001). Interactions didactiques et pratiques d'enseignement, le cas de la proportionnalité au collège. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, R. Floris (Ed.), *Actes de la 11ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques.* Grenoble : La Pensée sauvage. [CD-ROM des Séminaires]

Hersant, M. (2005). La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire en France, d'hier à aujourd'hui. *Repères IREM*, 58, pp 5-41.

Fillietaz, L., (2002). *La parole en action. Eléments de pragmatique psychosociale*. Quebec : Nota Bene.

Mercier, A. & Le Marechal, J.-F (Coord.) (2006). *L'intervention et le devenir des connaissances antérieures des élèves dans la dynamique des apprentissages scolaires.* Rapport de recherche final dans le cadre de l'appel d'offre Ecole et Sciences Cognitives 2003, Projet n°AF14.

Leutenegger, F. & Schubauer-Leoni, M.L. (2002). Les élèves et leur rapport au contrat didactique : une perspective de didactique comparée. In A. Terrisse (Ed.), *Les didactiques scientifiques et technologiques. Les dossiers des sciences de l'éducation* No.8, 73-86. Toulouse : Presses Universitaires du Mirail.

Ligozat, F. (2002). *Analyse didactique des interactions dans une leçon sur les "grands nombres", suivie d'un essai de catégorisation de l'action enseignante en milieu ordinaire.* Mémoire de DEA en Sciences de l'Education, Université de Genève, FAPSE.

Ligozat, F. (2004). Gestes didactiques et discursifs des professeurs : quel statut dans le déroulement temporel d'une séance de mathématiques? In E. Nonnon, M.-J. Perrin-Glorian & D. Tissoires (Ed.). [CD-ROM].*Actes du congrès « Faut-il parler pour apprendre ? »*, Arras 24-26 mars 2004.

Ligozat, F. (2005).*Contribution à la construction d'un modèle de l'action conjointe du professeur et des élèves à propos de l'enseignement de la mesure à l'école primaire. Etude comparée dans les contextes institutionnels français et suisses romands.* Canevas de thèse, FPSE, Université de Genève.

Margolinas, C., (2004). *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques.* Note d'Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Provence : Aix-Marseille.

Mercier, A. (1999) La participation des élèves à l'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol 18/3, pp.279-310.

Mercier, A (2002). L'observation du travail des élèves : quels en sont les objets élémentaires et comment peut-on les produire ? In In P. Venturini, C. Amade-Escot & A. Terrisse. *Etudes des pratiques effectives : l'approche des didactiques.* (pp. 147-174) Grenoble : La pensée Sauvage

Porcheron, J.-L. (1999). Production et critique d'arguments dans une situation de proportionnalité. In J. Douaire & C. Huber (Ed.), *Vrai ? Faux ? ... On en débat : de l'argument vers la preuve en mathématiques au cycle 3* (pp. 155- 170). ERMEL. Paris : INRP

Schubauer-Leoni M.-L. & Dolz, J. (2004). Comprendre l'action et l'ingéniosité didactique de l'enseignant : une composante essentielle de la transformation de l'école. In J-P. Bronckart & M. Gather-Turler (Ed.), *Transformer l'Ecole* (Coll. Raisons éducatives : pp 147-168). Bruxelles : De Boeck Université.

Schubauer-Leoni, M.-L., Ligozat, F. Leutenegger, F, Sensevy, G. & Mercier, M. (2004). *Capire l'azione dell'insegnante per interpretare l'attività dell'allievo in classe*. In B. D'Amore & S. Sbaragli (Ed.) La Didattica della matematica : una scienza per la scuola. (pp.49-63) Bologna : Pitagora Editrice.

Schubauer-Leoni, M.-L., & Leutenegger, F. (2005). Une relecture des phénomènes transpositifs à la lumière de la didactique comparée. *Revue Suisse des Sciences de l'Education*, 27, 2005/3, 407-429.

Schubauer-Leoni, M.L., Leutenegger, F., Ligozat, F & Fluckiger, A. (sous presse) Un modèle de l'action conjointe professeur-élèves: les phénomènes didactiques qu'il peut/doit traiter. In G. Sensevy & A. Mercier, (Ed.) *Agir ensemble. Eléments de théorisation de l'action conjointe du professeur et des élèves* (ouvrage à paraître aux Presses Universitaires de Rennes)

Sensevy, G. (2001). Théories de l'action et action du professeur, In J.-M. Baudoin et J. Friedrich (Ed.) *Théories de l'action et éducation*, (Coll. Raisons Educatives : pp. 203-224), Bruxelles : De Boeck Université.

Sensevy, G. (2002). Des catégories pour l'analyse comparée de l'action du professeur : un essai de mise à l'épreuve. In P. Venturini, C. Amade-Escot & A. Terrisse (Ed.). *Etude des pratiques effectives : l'approche des didactiques.* (pp25-46). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Sensevy, G., Mercier, A., Schubauer-Leoni, M.L. (2000) Vers un modèle de l'action didactique du professeur à propos de la course à 20. *Recherches en didactique des mathématiques*, 20/3, 263-304.

Sensevy, G., Mercier, A., Schubauer-Leoni, M.-L., Ligozat, F, & Perrot, G. (2005) An attempt to model the teacher's action in the mathematics class, *Educational Studies in Mathematics*, 59 (1,2,3). [Special issue]

Sensevy, G. & Mercier, A. (Ed.) (sous presse) *Agir ensemble. Eléments de théorisation de l'action conjointe du professeur et des élèves* (ouvrage à paraître aux Presses Universitaires de Rennes)

Vernant, D. (1997) *Du discours à l'action*. Paris : PUF

Annexe 1 : Tableau des catégories de l'action conjointe P-Els (d'après Schubauer-Leoni, Leutenegger, Ligozat & Flückiger, sous presse)

Structures fondamentales de l'action conjointe DEFINIR/ REGULER & GERER L'INCERTITUDE / DEVOLUER / INSTITUER				
Types de tâches		Types de gestes et techniques d'action		
Construction de la référence, indication	Dénomination, organisation de l'action conjointe et de l'interaction Intégration des objets Analyse de l'action	I. Mésogenèse	1-Dénomination/désignation des objets du dispositif 1.1-Ostension (éléments verbaux, gestuels, matériels, graphiques) de la part de P 1.2-Diffusion de désignations produites par un ou plusieurs Els	Instruments verbaux et non verbaux Usage des pronoms, marqueurs oraux, notations, dynamique du trilogue
			2-Elaboration d'une règle d'action pour entrer dans la situation/la tâche et pour la traiter (à propos du faire du dire du prouver) 2.1-indication/prescription de la part de P 2.2-co-construction (P en coopération avec un ou plus Els)	
			3-Dénomination/désignation de traits pertinents (à propos du faire du dire du prouver) 3.1-identification et dénomination de TP - de la part de P - de la part de El(s)→ reprise/non reprise par P 3.2-questions d'un E relative à un TP→ reprise/non reprise par P 3.3-questions de P→ réponse d'un E comportant un TP → reprise/non reprise par P	
			4-Repérage d'une contradiction (à propos du faire du dire du prouver) 4.1-Identification et dénomination - de la part de P - de la part de El(s)→ reprise/non reprise par P 4.2-Résonance sur une proposition contradictoire - provenant de El(s) → reprise / non reprise par P	
Gestion des territoires et des temporalités		II. Topogenèse	1-gestion des phases de l'activité des Els 1.1-Position d'accompagnement et de transition -gestion individuelle (P avec E) -gestion collective (P avec Classe) 1.2 Suspension de l'action par P (El ou Classe sans P)	
			2-Gestion des positions topogénétiques de P (à propos du faire du dire du prouver) 2.1-Postulation mimétique (P au niveau de E ou Cl) 2.2-Mise à distance, retrait (Els, Cl travail sans intervention de P) 2.3-Surplomb topogénétique (P statue, évalue la pertinence du faire du dire du prouver) 2.4--Coalition (P instaure/ « jouevec » coalition entre E contre Cl ou Cl contre un E, …)	
		III Chronogenèse	Gestion des temporalités : temps didactique de P / Temps d'apprentissage de la classe 1.1- Appel à la mémoire didactique (MD) de la classe initié par P 1.2- Diffusion par P d'un élément de MD évoqué par un ou plus Els 1.3- Anticipation / finalisation d'actions possibles : par P par Els / Cl relativement à une diffusion à la charge de P 1.4- ralentissement /accélération de l'action par P par Els / Cl → reprise / pas reprise par P 1.5- Orientation de l'action en fonction d'éléments nouveaux repérés par P en fonction d'él. Nouveaux repérés par El(s) diffusés /pas diffusés par P 1.6- Repérage d'indices de fin d'activité par P par El(s) diffusés /pas diffusés par P 1.7- Déclarations d'avancées par P dans un but d'institutionnalisation par un ou plus E→ reprise par P relance de la part de P à l'égard de un E ou la Cl entière	

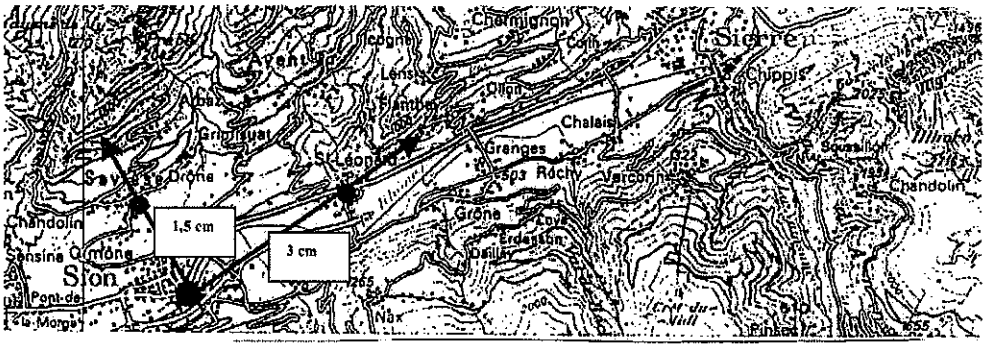
Annexe 2

La fiche du problème « agrandissement de distances sur carte »

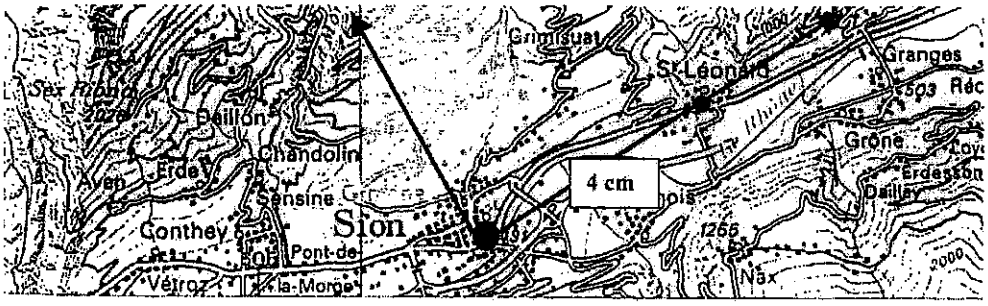
L'extrait de carte **U** est un agrandissement de l'extrait de carte **T**.

Sur l'extrait de carte **T** Sion est situé à 1,5 cm de Savièse et à 3 cm de St. Léonard :

Extrait de carte **T**



Extrait de carte **U**



Combien de cm séparent Sion de Savièse sur l'extrait de carte **U** en sachant que St. Léonard est à 4 cm de Sion sur cette carte ?

Sur l'extrait de carte U Savièse est à .....cm de Sion.

Annexe 3

Synopsis de l'activité (1) toute la classe 6P

Min	Evénements	
1-2	Lecture consigne sur la fiche	
3-7	Recherche dist. Sion-Saviese sur la carte U (tous les groupes)	
→8	Rappel fait par ENS sur « le chapitre des proportions »	
9-18	Recherche dist. Sion-Saviese sur la carte U (tous les groupes)	
→ 19-20	Prolongement proposé par ENS : « A l'aide de ta carte de la Suisse, trouve combien de km séparent Sion de Sierre »	
21-32	Dist Sion-Saviese sur la carte U	Dist. Sion-Sierre sur la carte Suisse
33-36	Correction dist. Sion-Saviese sur la carte T « le produit en croix »	
37-46	Recherche dist. Sion-Sierre sur la carte Suisse (correction dans les groupes)	

(2) groupe LUR + CHR élèves de 6P

Min	Evénements gr LUR+CHR
1-2	Collectif : lecture consigne
3-7	**Recherche d'une correspondance entre T et U** ⇨ *flèche +1 entre les deux cartes* ⇨ *"2.5" sur la carte U.*
8	**Echange avec l'ENS** : réponse fausse (Collectif : le "chapitre des proportions")
9-14	**Prise de mesures et essai de localisation de Savièse sur la carte U** ⇨ *constat d'agrandissement* ⇨ *repérage empirique de Savièse*
15	**Echange avec l'ENS :** confirmation de l'agrandissement
16-17	**Essai de détermination d'un agrandissement possible** ⇨ *faire "fois quelque chose", x2, x1, x0.75*
18	**Echange avec JUS ou ELE ?**
19-21	**Calculs pour arriver à "2 cm"** ⇨*1.5: 3=0.5 et 1.5+0.5=2 3:3=1 et 1+3=4* (Collectif : annonce d'une 2ème question, prolongement sur carte Suisse)
22-25	**Echange avec l'ENS :** validation du résultat "2 cm" mais incompréhension de la procédure de LUR (+ 1/3).
26-29	**Echange avec l'ENS :** retour sur les procédures empiriques (avec CHR)
30-32	**Echange avec ENS** : appel à ERN ⇨ *procédure du produit en croix*
33-35	Correction collective au TN : procédure "produit en croix" par ERN